CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

NATHALIA ALVES DORNELLAS FONSECA

ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PÓRTICOS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Dissertação de Mestrado

Orientador: Prof. Ph. D. Gray Farias Moita

Coorientadora: Prof.ª Dr.ª Renata Gomes Lanna da Silva

BELO HORIZONTE

2017

PPGEC – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil

NATHALIA ALVES DORNELLAS FONSECA

ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PÓRTICOS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Ph. D. Gray Farias Moita
Coorientadora: Prof.ª Dr.ª Renata Gomes Lanna da Silva

BELO HORIZONTE
2017

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da instituição, do autor e do orientador.

Fonseca, Nathalia Alves Dornellas
F676a Análise numérica do comportamento estrutural de pórticos de aço com ligações semirrígidas / Nathalia Alves Dornellas Fonseca. – 2017.
152 f. : il., gráfs, tabs., fotos.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Civil.
Orientador: Gray Farias Moita.
Coorientadora: Renata Gomes Lanna da Silva.
Bibliografia: f. 144-149.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Civil

1. Aço – Estruturas – Teses. 2. Analise estrutural (Engenharia) – Teses. 3. Chapas de aço – Teses. 4. Elementos finitos – Teses. I. Moita, Gray Farias. II. Silva, Renata Gomes Lanna da. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD 624.1821

Elaboração da ficha catalográfica pela Biblioteca-Campus II / CEFET-MG

NATHALIA ALVES DORNELLAS FONSECA

ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PÓRTICOS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil

Prof. Ph. D. Gray Farias Moita
Orientador
Departamento de Engenharia Civil, CEFET-MG

Prof.ª Dr.ª Renata Gomes Lanna da Silva
Coorientadora
Departamento de Engenharia Civil, CEFET-MG

Prof. Dr. Claúdio José Martins
Departamento de Engenharia Civil, CEFET-MG

Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall
Departamento de Engenharia de Estruturas, UFMG

Belo Horizonte, 31 de agosto de 2017

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiro à Deus pela oportunidade concedida.

À São Judas Tadeu e à Nossa Senhora Aparecida por sempre me guiar e me dar forças.

Ao Prof. Gray Farias Moita pela orientação, competência e dedicação ao longo dessa jornada.

A Prof.ª Renata Gomes Lanna da Silva pela sua orientação, total dedicação, incentivo e competência durante todo o desenvolvimento do trabalho.

Aos meus pais, Antônio Carlos e Irinéa, meus principais incentivadores e exemplos de vida. Por tudo que fizeram e ainda fazem por mim.

Ao meu noivo, Gustavo, pelo apoio, incentivo e compreensão. Obrigado por ter sido um grande companheiro ao longo deste caminho.

Aos professores da Pós-Graduação pelo apoio, dedicação ao ensino, por terem ajudado a enriquecer o meu conhecimento, e por contribuírem, direta ou indiretamente, com a realização deste trabalho. Em especial ao Prof. Cláudio José Martins pela colaboração e a Prof.ª Hersília de Andrade e Santos pelo apoio.

Aos colegas da Pós-Graduação, pela amizade, companheirismo, conversas e bons momentos que passamos.

Aos meus amigos, pelo incentivo.

Ao CEFET/MG pela oportunidade, confiança e suporte financeiro.

À todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

RESUMO

As ligações desempenham papel fundamental no comportamento global das estruturas de aço, pois influenciam na distribuição dos esforços internos e na estabilidade estrutural. Tradicionalmente, as ligações estruturais são consideradas na análise admitindo o comportamento como idealmente rotulado ou perfeitamente rígido, de forma a simplificar os cálculos e reduzir consideravelmente o tempo necessário para elaboração dos projetos. Entretanto, o comportamento da maioria das ligações se enquadra entre estes dois extremos, sendo do tipo semirrígido. O comportamento das estruturas em aço pode ser obtido por modelos numéricos, incluindo-se efeitos da não linearidade geométrica, do material e das ligações. O trabalho tem como objetivo apresentar um estudo do comportamento elastoplástico de um pórtico simples de aço com ligação com chapa de extremidade ajustada considerando os conceitos da Análise Avançada pelo programa LUSAS. Inicialmente, foram realizadas análises e calibrações dos resultados da ligação com chapa de extremidade ajustada. Os resultados obtidos na análise numérica da ligação foram satisfatórios quando comparados com os resultados da análise experimental. A curva momento x rotação relativa da ligação apresentou boa concordância dos resultados, indicando uma boa representatividade do comportamento. Posteriormente, esta ligação foi inserida no pórtico simples visando validar o modelo em elementos finitos tridimensional não linear realizado pelo programa. Os resultados obtidos na análise numérica do pórtico simples também foram consistentes. Conclui-se que a análise numérica tridimensional pode ser considerada um método de Análise Avançada e sua aplicação pode ser estendida a estudos detalhados do comportamento de estruturas mais complexas, na verificação da precisão de métodos simplificados de análise, na comparação com resultados experimentais e na obtenção de curvas momento x rotação relativa de ligações.

Palavras-chave: Estrutura de aço; Ligações semirrígidas; Análise Avançada; Chapa de extremidade ajustada; Elementos finitos.

ABSTRACT

The semi-rigid connections play an essential role on the behavior of steel structures, because they influence the internal efforts distributions and structural stability. Conventional analyses in structures are made admitting the behavior of the connections as ideally pinned or perfectly rigid, in order to simplify the calculations and to reduce the necessary time for the design. However, the behavior of most connections resides between these two extremes, i.e., it is actually semi-rigid. The behavior of steel structures can be obtained by numerical analysis, including the effects of semi-rigid connections, as well as the geometric and material non-linearities. The objective of this work is to present a study of the elastoplastic behavior of one steel plane frame with flush end plate connection considering the Advanced Analysis using the LUSAS program. Initially, analyses have been made and the flush end plate connections results were calibrated. The numerical analysis results were satisfactory when compared with the experimental analysis results. The moment rotation curve of the connection presents good agreement results, showing good representation of the behavior. Afterwards, this connection was inserted in the steel plane frame to validate the three dimensional non-linear FEA. The results obtained in the numerical analysis in the steel plane frame were consistent too. The conclusion is that that the three dimensional numerical analysis can be a method of Advanced Analysis and its application can be extended to an others structures behavior studies, notably in the precision verification of the simplified method of analysis, in the experimental results comparison and to obtain the moment rotation curve of the connections.

Keywords: Steel structure; Semi-rigid connections; Advanced Analysis; Flush end plate; Finite elements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ensaio esquemático....6
Figura 2 – Rotação de uma ligação de aço viga-pilar 14
Figura 3 – Curvas momento x rotação relativa para diversos tipos de ligação....15
Figura 4 – Influência da rigidez da ligação no comportamento da viga....16
Figura 5 – Exemplo de ligação viga-pilar do tipo cantoneira simples na alma e ligação com placa simples....17
Figura 6 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo cantoneira dupla na alma 18
Figura 7 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo chapa de encabeçamento 18
Figura 8 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo cantoneira de topo e assento 19
Figura 9 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo cantoneira de topo e assento com cantoneira dupla na alma 19
Figura 10 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo chapa de extremidade ajustada...20
Figura 11 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo chapa de extremidade estendida.20
Figura 12 – Modelos matemáticos da curva *M – θr* da ligação 21
Figura 13 – Propriedades das ligações pelo modelo exponencial Chen-Lui 24
Figura 14 – Comportamento momento x rotação para o modelo Richard-Abbott 25
Figura 15 – Comportamento momento x rotação para o modelo de três parâmetros de Chen e Kishi (1989)....26
Figura 16 - Comportamento momento x rotação para o modelo de quatro parâmetros de Kishi *et al.* (2004) 28
Figura 17 – Ensaio experimental com chapa de extremidade estendida com parafusos somente no lado tracionado 29
Figura 18 – Componentes de uma ligação com chapa de extremidade estendida ...30
Figura 19 – Classificação das ligações por Bjorhovde *et al.* (1990)....32
Figura 20 – Limites de classificação das ligações quanto à rigidez segundo a EN 1993-1-8: 2005 34
Figura 21 – Classificação das ligações segundo a ANSI/AISC 360-10....38
Figura 22 – Classificação das ligações segundo Buonicontro (2017) 40
Figura 23 – Comportamento força x deslocamento vários dos tipos de análises....43
Figura 24 – Modelagem da análise elastoplástica com zona plástica baseado na teoria viga-pilar....46
Figura 25 – Plastificação gradual na altura da seção transversal 51
Figura 26 – Elemento híbrido de viga-pilar com ligações semirrígidas sujeito a momentos de extremidades e forças axiais 52
Figura 27 – Deformada de um modelo numérico 53
Figura 28 – Diâmetro do furo padrão 56
Figura 29 – Distância entre centros de furos....56
Figura 30 – Distância entre furo e borda 56
Figura 31 – Comprimento do parafuso....57
Figura 32 – Elementos finitos HX8M e PN6 59
Figura 33 – Elemento finito QTS4 60
Figura 34 – Elemento de junta JNT4....60
Figura 35 – Elementos de junta aplicados no parafuso....61
Figura 36 – Discretização do modelo para a análise numérica....62
Figura 37 – Malha dos elementos finitos na chapa de extremidade e na região do furo 62
Figura 38 – Malha dos elementos finitos nos parafusos 63

Figura 39 – Condições de contorno do modelo.....63
Figura 40 – Carregamento equivalente à protensão dos parafusos.....64
Figura 41 – Carregamento aplicado referente ao momento fletor da ligação.....65
Figura 42 – Representação esquemática dos protótipos ensaiados por Ostrander (1970).....67
Figura 43 – Geometria do modelo.....68
Figura 44 – Geometria e gabarito da ligação.....69
Figura 45 – Protótipo ensaiado.....72
Figura 46 – Deformada do modelo numérico.....72
Figura 47 – Gráfico tensão x deformação dos perfis e das chapas.....73
Figura 48 – Gráfico tensão x deformação dos parafusos.....73
Figura 49 – Gráfico tensão x deformação plástica equivalente dos perfis e das chapas.....74
Figura 50 – Gráfico tensão x deformação plástica equivalente dos parafusos.....74
Figura 51 – Comparação da curva momento x rotação relativa da ligação entre análise numérica e experimental.....76
Figura 52 – Locação dos extensômetros.....77
Figura 53 – Vista lateral da deformada da ligação.....77
Figura 54 – Vista de topo da deformada da ligação.....78
Figura 55 – Vista 3D da deformada da ligação.....78
Figura 56 – Comparação entre os elementos finitos sólidos lineares melhorados e quadráticos.....79
Figura 57 – Comparação entre os elementos finitos de casca lineares e quadráticos.....80
Figura 58 – Comparação das curvas momento x rotação relativa para o modelo linear e quadrático.....80
Figura 59 – Comparação entre as curvas momento x rotação relativa e classificação da ligação segundo Buonicontro (2017).....82
Figura 60 – Curva força x deslocamento na extremidade da viga para a modelagem numérica.....83
Figura 61 – Deformada da ligação na direção Z.....84
Figura 62 – Seções longitudinais e transversais na chapa de extremidade para verificação do deslocamento.....84
Figura 63 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção AA.....85
Figura 64 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção BB.....86
Figura 65 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção CC (Plano médio da alma da viga).....86
Figura 66 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção DD.....87
Figura 67 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção EE (Plano de contato da mesa superior da viga).....88
Figura 68 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção FF (Plano de contato com o parafuso tracionado).....89
Figura 69 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga devido a protensão inicial dos parafusos.....90
Figura 70 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 1713,6 kN.cm.....91
Figura 71 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 3641,4 kN.cm.....91
Figura 72 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 5515,7 kN.cm.....92

Figura 73 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 7336,4 kN.cm 92
Figura 74 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 9210,6 kN.cm 93
Figura 75 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 10710,0 kN.cm 93
Figura 76 – Seções longitudinais e transversais na mesa do pilar em contato com a ligação para verificação do deslocamento 94
Figura 77 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção AA 96
Figura 78 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção BB 97
Figura 79 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção CC (Plano médio da alma do pilar) 98
Figura 80 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção DD (Plano de contato da extremidade superior da chapa) 99
Figura 81 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção EE (Plano de contato com o parafuso tracionado) 100
Figura 82 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção FF (Plano de contato com o parafuso comprimido) 101
Figura 83 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção GG (Plano de contato da extremidade inferior da chapa) 102
Figura 84 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação devido a protensão inicial dos parafusos 103
Figura 85 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 1713,6 kN.cm 104
Figura 86 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 3641,4 kN.cm 105
Figura 87 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 5515,7 kN.cm 106
Figura 88 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 7336,4 kN.cm 107
Figura 89 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 9210,6 kN.cm 108
Figura 90 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 10710,0 kN.cm 109
Figura 91 – Tensão de protensão nos parafusos 110
Figura 92 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 1713,6 kN.cm 111
Figura 93 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 3641,4 kN.cm 111
Figura 94 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 5515,7 kN.cm 111
Figura 95 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 7336,4 kN.cm 111
Figura 96 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 9210,6 kN.cm 112
Figura 97 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 10710,0 kN.cm 112
Figura 98 – Fluxograma geral para análise não linear incremental e iterativa no programa PPLANLEP 116
Figura 99 – Pórtico de um andar e um vão 117

Figura 100 – Curva multilinear momento x rotação da ligação....118
Figura 101 – Discretização do modelo no LUSAS 119
Figura 102 – Zoom na discretização do modelo no LUSAS....119
Figura 103 – Curvas capacidade de carga aplicada x deslocamento vertical no meio do vão da viga....121
Figura 104 – Deslocamento da viga na direção Z para 100% da carga aplicada obtido por meio do programa LUSAS....121
Figura 105 – Curvas capacidade de carga aplicada x deslocamento horizontal no topo do pilar esquerdo....122
Figura 106 – Curvas capacidade de carga aplicada x deslocamento horizontal no topo do pilar direito....123
Figura 107 – Deformada da estrutura na direção X para 100% da carga aplicada obtido por meio do programa LUSAS....123
Figura 108 – Tensão atuante na seção transversal da viga no meio do vão para carga última aplicada obtida por meio do programa PPLANLEP 125
Figura 109 – Percentual de plastificação na viga e na ligação para 100% da carga aplicada obtida por meio do programa PPLANLEP....126
Figura 110 – Percentual de plastificação na viga e na ligação para carga última aplicada obtida por meio do programa PPLANLEP....126
Figura 111 – Tensão normal ao longo da altura da seção transversal da viga no meio do vão para carga última aplicada....127
Figura 112 – Deformação longitudinal ao longo da altura da seção transversal da viga no meio do vão para carga última aplicada obtida por meio do programa PPLANLEP....128
Figura 113 – Comparação da altura do perfil da viga x ε_x atuante na seção transversal da viga no meio do vão para carga última aplicada....129
Figura 114 – Deformada da ligação esquerda para 100% da carga aplicada....130
Figura 115 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade da ligação esquerda na face em contato com a mesa do pilar para 100% da carga aplicada....131
Figura 116 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade da ligação esquerda na face em contato com a viga para 100% da carga aplicada....131
Figura 117 – Deformação ε_y na chapa de extremidade da ligação esquerda para 100% da carga aplicada....132
Figura 118 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado da ligação esquerda para 100% da carga aplicada....132
Figura 119 – Deformação ε_x no parafuso tracionado da ligação esquerda para 100% da carga aplicada....133
Figura 120 – Deformada da ligação direita para 100% da carga aplicada....133
Figura 121 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade da ligação direita na face em contato com a mesa do pilar para 100% da carga aplicada....134
Figura 122 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade da ligação direita na face em contato com a viga para 100% da carga aplicada....135
Figura 123 – Deformação ε_y na chapa de extremidade da ligação direita para 100% da carga aplicada....135
Figura 124 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado da ligação direita para 100% da carga aplicada....136
Figura 125 – Deformação ε_x no parafuso tracionado da ligação direita para 100% da carga aplicada....137

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dimensões adotadas....7
Tabela 2 – Parâmetros do modelo exponencial Chen-Lui....23
Tabela 3 – Classificação das ligações por Bjorhovde *et al.* (1990)....33
Tabela 4 – Limites de classificação quanto à rigidez....39
Tabela 5 – Limites de classificação quanto à resistência....39
Tabela 6 – Tipos de distribuição das tensões residuais....49
Tabela 7 – Força de protensão mínima nos parafusos....55
Tabela 8 – Dimensões para parafusos A325 Ø ¾”....57
Tabela 9 – Dimensões adotadas para o ensaio número 13 de Ostrander (1970)....67
Tabela 10 – Conversão dos materiais para a norma ABNT NBR 8800: 2008....70
Tabela 11 – Equivalência dos aços....70
Tabela 12 – Equivalência dos perfis....70
Tabela 13 – Coeficientes que representam a relação constitutiva dos materiais....74
Tabela 14 – Constantes de mola aplicadas nos elementos de junta....75
Tabela 15 – Elementos finitos LUSAS....118
Tabela 16 – Reações de apoio para 100% da carga aplicada obtidos por meio do programa PPLANLEP....124
Tabela 17 – Reações de apoio para 100% da carga aplicada obtidos por meio do programa LUSAS....124
Tabela 18 – Dados da curva momento x rotação para cada incremento de carga....150
Tabela 19 – Dados da curva momento x rotação para cada incremento de carga referente ao refinamento-p....152

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 Generalidades 1
1.2 Justificativa 3
1.3 Objetivos 3
1.3.1 Objetivo geral 3
1.3.2 Objetivos específicos 4
1.4 Organização do Trabalho 4

2 ESTADO DA ARTE 6

3 LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS 14

3.1 Tipos de ligações 17
3.1.1 Ligação com cantoneira simples na alma e ligação com placa simples 17
3.1.2 Ligação com cantoneira dupla na alma 17
3.1.3 Ligação com chapa de encabeçamento 18
3.1.4 Ligação com cantoneira de topo e assento 18
3.1.5 Ligação com cantoneira de topo e assento com cantoneira dupla na alma 19
3.1.6 Ligação de chapa de extremidade ajustada 19
3.1.7 Ligação com chapa de extremidade estendida 20
3.2 Modelagem das ligações 21
3.2.1 Modelagem analítica 21
3.2.2 Modelagem experimental 28
3.2.3 Modelagem mecânica 29
3.2.4 Modelagem numérica 30
3.3 Classificação das ligações 31
3.3.1 Classificação segundo Bjorhovde *et al.* (1990) 31
3.3.2 Classificação segundo Eurocode 3 – EN 1993-1-8: 2005 33
3.3.3 Classificação segundo ANSI/AISC 360-10 37
3.3.4 Classificação segundo ABNT NBR 8800: 2008 39
3.3.5 Classificação segundo Buonicontro (2017) 39
3.4 Considerações finais 40

4 PANORAMA SOBRE ANÁLISE AVANÇADA 42

4.1 Tipos de análise 42
4.1.1 Análise elástica de 1ª ordem 43
4.1.2 Análise elástica de 2ª ordem 44
4.1.3 Análise elastoplástica de 1ª ordem 45
4.1.4 Análise elastoplástica de 2ª ordem 45
4.2 Atributos para o modelo de análise avançada 47
4.2.1 Imperfeições geométricas 47
4.2.2 Tensões residuais 48
4.2.3 Não linearidade geométrica e do material 50
4.2.4 Não linearidade das ligações 51
4.3 Considerações finais 53

5 DESENVOLVIMENTO 54

5.1 Seleção dos parâmetros da ligação 54
5.2 Métodos e procedimentos 57
5.3 Descrição da modelagem numérica 59
5.3.1 Condições de contorno do modelo 63
5.3.2 Solicitações aplicadas no modelo 64
5.3.3 Características e controle da análise numérica 65
5.4 Considerações finais 66

6 ANÁLISE NUMÉRICA DA LIGAÇÃO SEMIRRÍGIDA E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 67

6.1 Modelagem numérica da ligação no LUSAS 72
6.1.1 Propriedades físicas dos materiais 73
6.2 Resultados da análise numérica 75
6.3 Convergência da malha utilizada 78
6.4 Discussão dos resultados 81
6.4.1 Curva momento x rotação relativa 81
6.4.2 Curva força x deslocamento na extremidade da viga 83
6.4.3 Chapa de extremidade ajustada 84
6.4.4 Mesa do pilar 94
6.4.5 Parafusos 110

7 ANÁLISE NUMÉRICA AVANÇADA DO PÓRTICO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 114

7.1 Programa PPLANLEP 114
7.2 Pórtico de um andar e um vão 117
7.3 Discretização dos modelos 117
7.3.1 Discretização do modelo no PPLANLEP 117
7.3.2 Discretização do modelo no LUSAS 118
7.4 Análise e discussão dos resultados 120
7.4.1 Deslocamento vertical máximo no meio do vão da viga 120
7.4.2 Deslocamento lateral máximo no topo do pórtico 121
7.4.3 Reações de apoio 124
7.4.4 Tensão normal na seção transversal no meio do vão da viga 124
7.4.5 Deformação longitudinal seção transversal no meio do vão da viga . 128
7.4.6 Comportamento local da ligação da esquerda 130
7.4.7 Comportamento local da ligação da direita 133

8 CONCLUSÕES 138

8.1 Sugestões para trabalhos futuros 142

REFERÊNCIAS 144

APÊNDICE A - DADOS DA CURVA MOMENTO X ROTAÇÃO PARA A ANÁLISE NUMÉRICA 150

APÊNDICE B - DADOS DA CURVA MOMENTO X ROTAÇÃO PARA O REFINAMENTO-P DA MALHA 152

1 INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades

As ligações desempenham um papel fundamental no comportamento global das estruturas, tendo grande influência nos aspectos econômicos, construtivos e principalmente nos estruturais. Em outras palavras, o comportamento global das estruturas de aço depende do comportamento das ligações, que por sua vez depende diretamente da interação entre os elementos e os meios que as compõem, assim como das características geométricas dos perfis conectados.

Uma das etapas na elaboração de projetos de estrutura de aço consiste no cálculo das ligações entre os elementos estruturais. Essa etapa é considerada de grande importância, uma vez, que a escolha correta por um tipo de ligação e o seu dimensionamento adequado proporciona propriedades de resistência, rigidez e estabilidade necessárias à segurança e ao bom funcionamento de toda a estrutura.

Embora o efeito das ligações semirrígidas viga-pilar no comportamento de pórticos de aço e seus benefícios sejam reconhecidos hoje em dia, muitas análises estruturais ainda consideram as ligações entre vigas e pilares como perfeitamente rígidas ou idealmente rotuladas. A ligação perfeitamente rígida conduz a uma continuidade rotacional entre os elementos estruturais conectados, fazendo com que o ângulo formado entre esses elementos permaneça o mesmo após a atuação do carregamento na estrutura, possibilitando a transmissão total do momento fletor. Já a ligação idealmente rotulada leva à condição de que nenhum momento é transmitido da viga para o pilar, presumindo que a rigidez da ligação é muito pequena se comparada à dos elementos conectados. No entanto, análises experimentais comprovam que as ligações se localizam em um estágio intermediário entre as condições de perfeitamente rígido e idealmente rotulado, assim as mesmas possuem um comportamento semirrígido, permitido a transmissão parcial do momento fletor e uma rotação relativa entre os elementos conectados.

Devido à grande quantidade de parâmetros envolvidos na ligação (componentes e relações constitutivas de seus materiais), a modelagem numérica calibrada de acordo

com a modelagem experimental tem se tornado mais adequada, permitindo o estudo da influência de todos os parâmetros, de uma forma mais econômica e também mais satisfatória ao desenvolvimento de modelos analíticos, além de possibilitar a análise de determinados efeitos que, por inacessibilidade da instrumentação ou por impossibilidade de monitoramento, não podem ser mensurados nas análises experimentais.

Nas últimas duas décadas, um grande número de estudos avançados via Método dos Elementos Finitos (MEF) tem sido realizado com ligações com chapas de extremidades com o objetivo de fornecer estimativas de rigidez, resistência e ductilidade para uma grande variedade de geometrias de ligação. Esses modelos em elementos finitos têm sido usados para desenvolver curvas momento x rotação relativa, para verificar metodologias de projeto baseadas no comportamento elastoplástico, para avaliar o comportamento localizado nos componentes da ligação, como parafusos e placas de extremidade, bem como avaliar as ligações em relação aos dois planos de flexão.

Esses estudos detalhados das respostas do comportamento da ligação são incorporados aos modernos programas de análise estrutural. Dessa forma, o comportamento das estruturas em aço pode ser obtido por modelos numéricos, considerando o efeito da não linearidade das ligações, juntamente com os efeitos das não linearidades geométrica e do material.

Uma forma de levar em conta todos os efeitos não lineares no dimensionamento de pórticos é por meio do uso da Análise Elastoplástica Avançada. A Análise Elastoplástica Avançada, ou simplesmente Análise Avançada, refere-se a qualquer método de análise que, de forma adequada, avalie simultaneamente a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo, de tal modo que as verificações posteriores de cada elemento separadamente, conforme fazem as normas técnicas, possam ser dispensadas. Para obter uma Análise Avançada é necessário levar em consideração a teoria em 2ª ordem, a distribuição da plasticidade, as tensões residuais, as imperfeições geométricas iniciais, as deformações por cisalhamento, a flexibilidade das ligações, entre outros efeitos.

1.2 Justificativa

A busca contínua de uma modelagem estrutural mais realista tem apontado para a consideração dos efeitos relacionados às não linearidades que afetam significativamente o comportamento das estruturas de aço. Dessa forma, além da flexibilidade das ligações entre viga e pilar, as não linearidades, geométrica e do material, devem ser consideradas na análise, uma vez que influenciam na distribuição dos esforços solicitantes em vigas e pilares das estruturas. Uma forma de levar em conta todos esses efeitos no dimensionamento de pórticos é por meio do uso da Análise Avançada.

A análise experimental é capaz de representar em escala real o comportamento da estrutura e das ligações semirrígidas, porém do ponto de vista financeiro e de prazo, sua realização se torna inviável. Desta forma, a análise numérica é vantajosa, pois permite, sem maiores custos, o desenvolvimento de inúmeros modelos numéricos, tornando-se esta, uma ferramenta importante na análise do comportamento das ligações entre os elementos de aço, por meio do estudo de diferentes configurações de ligações pela variação de seus parâmetros, como, por exemplo, as espessuras dos elementos conectados, bem como na análise do comportamento global de pórticos semirrígidos.

Diante disso, pretende-se realizar uma modelagem numérica de pórticos tridimensionais de aço, utilizando um programa baseado no MEF, capaz de modelar explicitamente os efeitos que contribuem para a instabilidade da estrutura e, dessa forma, avaliar simultaneamente a resistência e a estabilidade do sistema estrutural como um todo, fornecendo resultados mais precisos, consequentemente, mais realistas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

O trabalho tem como objetivo apresentar uma análise numérica do comportamento de um pórtico simples de aço com ligação semirrígida. Para isso, será utilizado o MEF,

com o auxílio do programa LUSAS, como uma ferramenta para obter o comportamento não linear da estrutura.

1.3.2 Objetivos específicos

Como objetivos específicos propõem-se:

- Modelar e calibrar o modelo com o estudo de uma ligação semirrígida com chapa de extremidade ajustada utilizando o MEF, visando obter a curva momento x rotação relativa da ligação e comparar com a curva obtida por meio do ensaio experimental realizado por Ostrander (1970);
- Analisar o comportamento da ligação semirrígida investigando a tensão e deformação de cada componente da ligação;
- Modelar e analisar um pórtico tridimensional em estrutura de aço com a ligação semirrígida já estudada anteriormente, utilizando o MEF e considerando os conceitos da Análise Avançada;
- Comparar os resultados obtidos na análise do pórtico tridimensional utilizando a modelagem do programa LUSAS e o programa PPLANLEP.

1.4 Organização do Trabalho

Visando a obtenção dos resultados de forma clara e organizada, o presente trabalho será apresentado em oito capítulos.

O Capítulo 1, Introdução, apresenta um breve resumo da pesquisa desenvolvida, com os objetivos e a justificativa do trabalho. Dando início às discussões propostas, apresenta-se no Capítulo 2, o estado da arte sobre o assunto proposto. O Capítulo 3 apresenta uma revisão bibliográfica sobre o comportamento semirrígido, destacando-se os diversos tipos de ligações parafusadas viga-pilar e a classificação dessas ligações quanto aos parâmetros de rigidez e de resistência. O Capítulo 4 apresenta um panorama sobre os principais tipos de análise.

O Capítulo 5 aborda os procedimentos a serem utilizados na modelagem numérica da estrutura. O Capítulo 6, apresenta o estudo da análise numérica da ligação com chapa

de extremidade ajustada e a discussão dos resultados. E, posteriormente, no Capítulo 7 apresenta a Análise Avançada de um pórtico simples de aço com a ligação semirrígida estuda no Capítulo 6.

Finalmente, no Capítulo 8 são apresentadas as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

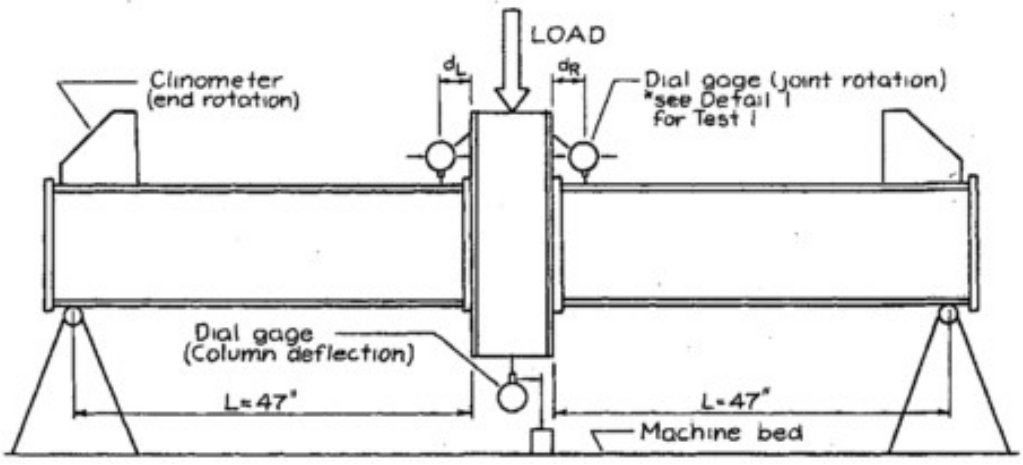
As referências bibliográficas trazem todo material utilizado para consulta e desenvolvimento desta pesquisa.

2 ESTADO DA ARTE

No começo do século XX, com Wilson e Moore (1917), iniciaram-se as análises experimentais para conhecer o comportamento momento x rotação relativa de ligações rebitadas do tipo viga-pilar. A partir da década de 60, as pesquisas sobre o comportamento da ligação semirrígida se intensificaram. Neste período, começaram a ser desenvolvidos modelos paramétricos e análises experimentais dirigidos ao comportamento de tipos específicos de ligações. Dentre tais experimentos, pode ser destacado o realizado por Ostrander (1970), que estudou o comportamento momento x rotação da ligação com chapa de extremidade ajustada, e consequentemente o efeito desta ligação no pilar. Para obter um resultado significativo, foram realizados 24 testes variando a espessura da chapa de extremidade ajustada, utilização de enrijecedores e sua espessura, seção do pilar, seção da viga e espaçamento entre parafusos. O ensaio foi executado conforme mostra a Figura 1 e os parâmetros adotados para cada teste estão indicados na Tabela 1.

Os aços estruturais utilizados para as chapas e para os perfis laminados foram, respectivamente, CSA grau A36 e CSA grau G40.12. Para as soldas foi utilizado o eletrodo E70XX e para os parafusos o aço estrutral A325.

Figura 1 - Ensaio esquemático



Fonte: Ostrander (1970), p. 24.

As contribuições revelantes do trabalho de Ostrander (1970) foram à determinação das curvas momento x rotação relativa para cada teste realizado, a demonstração de

que a composição da ligação tem efeito significante na deformação do pilar e na rotação da ligação.

Tabela 1 - Dimensões adotadas

Teste	Seção da Viga	Seção do Pilar	Chapa de Topo			Enrijecedor			Parafusos	
			b (mm)	h (mm)	t (mm)	b (mm)	h (mm)	t (mm)	g (mm)	c (mm)
1	W10x21	W8x28	165	280	12,5	-	-	-	90	130
2	W10x21	W8x28	165	280	12,5	80	185	9,5	90	130
3	W10x21	W8x28	165	280	9,5	-	-	-	90	130
4	W10x21	W8x28	165	280	6,3	-	-	-	90	130
5	W10x21	W8x28	165	280	12,5	80	185	6,3	90	130
6	W10x21	W8x28	165	280	9,5	80	185	6,3	90	130
7	W10x21	W8x28	165	280	6,3	80	185	6,3	90	130
8	W10x21	W8x28	165	280	6,3	80	185	9,5	90	130
9	W10x21	W8x28	165	280	19,0	-	-	-	90	130
10	W10x21	W8x28	165	280	19,0	80	185	9,5	90	130
11	W12x27	W8x40	190	330	9,5	-	-	-	100	180
12	W12x27	W8x40	190	330	12,5	-	-	-	100	180
13	W12x27	W8x40	190	330	16,0	-	-	-	100	180
14	W12x27	W8x40	190	330	9,5	100	180	6,3	100	180
15	W12x27	W8x40	190	330	12,5	100	180	6,3	100	180
16	W12x27	W8x40	190	330	16,0	100	180	6,3	100	180
17	W12x27	W8x24	190	330	9,5	-	-	-	100	180
18	W12x27	W8x24	190	330	12,5	-	-	-	100	180
19	W12x27	W8x24	190	330	16,0	-	-	-	100	180
20	W12x27	W8x24	190	330	9,5	80	185	6,3	100	180
21	W12x27	W8x24	190	330	12,5	80	185	6,3	100	180
22	W12x27	W8x24	190	330	16,0	80	185	6,3	100	180
23	W12x27	W8x48	190	330	16,0	-	-	-	100	180
24	W12x27	W8x48	190	330	16,0	100	170	6,3	100	180

Legenda: b – largura do elemento;
h – comprimento do elemento;
t – espessura do elemento;
g – distância horizontal entre furos;
c – distância vertical entre furos.

Fonte: Ostrander (1970), p. 17 – Adaptada pelo autor.

Examinando a questão das ligações com chapa de extremidade estendida, Johnstone e Walpole (1982) realizaram 4 testes experimentais para estudar o comportamento da ligação quando sujeita a carregamentos cíclicos, simulando o comportamento de um terremoto. As ligações foram dimensionadas conforme a norma neozelandesa NZS 3404:1977, e apesar dos testes terem sido em pequena escala, os resultados indicaram que estas ligações resistem com segurança a este tipo de carregamento.

Lui e Chen (1986) e Lui e Chen (1988) apresentaram métodos de análise não linear de pórticos com ligações semirrígidas. As ligações estudadas foram do tipo: cantoneira simples na alma, cantoneira de topo e assento e cantoneira dupla na alma, chapa de extremidade ajustada e chapa de extremidade estendida. O comportamento não linear das ligações foi obtido por intermédio do modelo exponencial, e exemplos numéricos de pórticos com ligações semirrígidas foram apresentados para validar o comportamento da estrutura.

Abordando o comportamento das ligações do tipo cantoneira de topo e assento e cantoneira dupla na alma Azizinamini *et al.* (1987) e Azizinamini e Radziminski (1989) desenvolveram um procedimento análitico para prever a rigidez inicial da ligação semirrígida. Depois, os resultados obtidos foram comparados e validados com resultados experimentais.

Visando reduzir os custos de fabricação e montagem das estruturas com ligações semirrígidas Steenhuis *et al.* (1994), Steenhuis *et al.* (1998) e Weynand *et al.* (1998) apresentaram procedimentos básicos a serem seguidos a partir da variação das peças componentes da ligação. A variação do detalhamento pode ser feita, como, por exemplo, alterando a espessura da chapa, o diâmetro dos parafusos, espaçamento entre parafusos, presença de enrijecedores, e entre outros.

Amplos estudos de estruturas com ligações semirrígidas podem ser encontrados em Chen e Toma (1994), Chen *et al.* (1996) e Chan e Chui (1999).

Pesquisadores da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Tecnológica da Malásia estão engajados no estudo das ligações semirrígidas com análises numéricas utilizando o programa LUSAS e análises experimentais. Podem-se citar os trabalhos de Alisibramulisi (2006) e Aman (2009) realizados nesta instituição. Alisibramulisi (2006) realizou uma análise numérica para estudar o comportamento de uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade estendida utilizando uma viga de alma corrugada, e depois comparou os resultados obtidos na análise utilizando a viga com alma plana. E, continuando os estudos, Aman (2009) fez uma análise numérica para estudar o comportamento de uma ligação viga-pilar com chapa de extremidade

também utilizando uma viga de alma corrugada, e posteriormente, os resultados foram comparados com testes experimentais.

O estudo do comportamento semirrígido da ligação viga-pilar por meio de análise numérica e comparação com resultados obtidos por testes experimentais pode ser encontrado também nos trabalhos de Kishi *et al.* (2001), Citipitioglu *et al.* (2002), Santiago *et al.* (2007), Salajegheh *et al.* (2008), Pirmoz *et al.* (2010), Tahir *et al.* (2011), Mahmoud *et al.* (2012) e Magalhães *et al.* (2014).

No Brasil, pesquisas com ligações parafusadas iniciaram na década de 90 como, por exemplo, o trabalho de Prelorentzou (1991), que avaliou o dimensionamento e a rigidez das ligações com chapa de extremidade estendida e ligações com cantoneiras duplas na alma por meio de modelos teóricos e ensaios experimentais, e posteriormente comparou os resultados obtidos. Monteiro (1997) apresentou uma metodologia para o cálculo da rigidez tangente inicial e da rigidez secante última de ligações semirrígidas. Também elaborou um programa computacional para análise de pórticos planos, possibilitando considerar a influência das ligações semirrígidas na análise estrutural.

Ribeiro (1998) estudou o comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de extremidade estendida por meio de análise numérica com o programa LUSAS e ensaios experimentais. Posteriormente, os resultados foram comparados de modo a permitir a validação das hipóteses e dos procedimentos adotados na análise. No mesmo ano, Santos (1998) estudou a influência da rigidez das ligações de chapa de extremidade estendida na deslocabilidade lateral e na distribuição de esforços de pórticos planos de aço sob condições de serviço. Foi desenvolvido um modelo téorico para descrever o comportamento momento x rotação, e este modelo foi aplicado em exemplos já estudados para ser validado.

No final da década de 90, Mello (1999) apresentou um programa computacional para análise de estrutura de aço plana que considerava as imperfeições geométricas, as imperfeições do material e o comportamento das ligações semirrígidas. O trabalho desenvolvido foi baseado no método dos deslocamentos com auxílio da técnica matricial utilizando as funções de estabilidade. Apesar do processo não necessitar de

subdivisões dos elementos de barra, como no MEF, ele demonstrou grande eficiência e precisão nos resultados.

Romanholo (2001) elaborou um programa computacional que incluia o comportamento das ligações semirrígidas na matriz de rigidez do elemento de estruturas planas, modificando-as por meio de introdução de coeficientes que consideravam a rigidez axial e rotacional das ligações. Em seu trabalho, efetuou vários exemplos com estruturas de diferentes configurações e diferentes vãos para analisar o comportamento do deslocamento, da rotação e do momento em função da rigidez da estrutura.

Lima (2003) realizou 8 ensaios experimentais para avaliar o comportamento estrutural de ligações viga-pilar do tipo chapa de extremidade ajustada e chapa de extremidade estendida. Em um segundo momento, propôs um modelo mecânico elastoplástico, baseado na norma europeia EN 1993-1-8: 2003, calibrado com os resultados experimentais obtidos. No mesmo ano, Pinheiro (2003) implementou, na análise computacional, formulações geometricamente não lineares de elementos reticulados de treliça plana e espacial e de pórtico semirrígido plano com abordagem via MEF. Com o objetivo de validar essas implementações e avaliar a eficiência computacional dessas formulações, foram estudados vários exemplos de problemas estruturais com resultados numéricos e analíticos já consagrados pela literatura.

Maggi (2004) desenvolveu uma análise numérica e experimental sobre o comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de extremidade estendida. Com base nos resultados numéricos e experimentais obtidos, foram analisados os mecanismos de transferência dos esforços entre a viga e o pilar e os mecanismos de plastificação da chapa de extremidade e dos parafusos. Castro (2006) propôs o emprego de um modelo mecânico com elementos de mola rotacionais não lineares para simular adequadamente o efeito das ligações semirrígidas na análise dinâmica de pórticos de aço. A resposta dinâmica dos pórticos de aço estudados utilizando o modelo computacional proposto obteve resultados coerentes quando comparado com exemplos de problemas estruturais da literatura.

Silva (2009) desenvolveu uma ferramenta computacional para Análise Avançada estática e dinâmica de estruturas de aço reticuladas baseada no MEF. Para a análise avançada, foram consideradas a não linearidade geométrica, a não linearidade do material e o comportamento das ligações semirrígidas. Os resultados obtidos foram validados com exemplos numéricos. Uslu (2009) estudou o comportamento viga-pilar com as ligações do tipo cantoneira de topo e assento com cantoneira dupla na alma e do tipo cantoneira de topo e assento por meio de análise numérica. Os resultados obtidos foram comparados com modelos matemáticos e resultados experimentais.

Silva (2010) desenvolveu uma formulação geometricamente exata via MEF, considerando as não linearidades geométrica e do material. A não linearidade geométrica inclui os efeitos *P-Δ* e *P-δ* e as deformações por cisalhamento nas barras por intermédio da teoria de Timoshenko. Para a não linearidade do material, utilizou-se os conceitos da plasticidade distribuída, que leva em conta o escoamento gradual do aço na seção transversal e ao longo do comprimento das barras, e as tensões residuais. Elementos de mola não lineares foram usados para incluir as ligações, cujo comportamento foi modelado por meio de curvas momento x rotação multilinearizadas. O modelo desenvolvido apresentou resultados consistentes com aqueles obtidos pelos modelos clássicos e pela literatura técnica disponível.

Continuando os trabalhos iniciados em Silva (2010), Lavall *et al.* (2012a) e Lavall *et al.* (2012b) avaliaram detalhes e procedimentos computacionais referentes às análises de pórticos com ligações semirrígidas, comprovando que os resultados obtidos são extremamente precisos quando comparados com aqueles encontrados na literatura. Os autores demonstraram a validade dos procedimentos sugeridos e da implementação computacional das ligações com comportamentos lineares e não lineares.

Bergamasco (2012) estudou o comportamento estrutural das ligações viga-pilar com chapa de extremidade estendida. O autor desenvolveu uma análise numérica com a elaboração de diversos modelos numéricos tridimensionais. Os resultados foram comparados com os resutados experimentais previamente conhecidos.

Balc *et al.* (2012) estudaram o comportamento da ligação com chapa de extremidade ajustada utilizando o programa ABAQUS. Os resultados obtidos na análise numérica foram comparados e validados com os resultados da análise experimental. Taufik (2013) também estudou o comportamento da ligação com chapa de extremidade utilizando o programa ANSYS. O autor demonstrou que o modelo numérico utilizado é capaz de prever o momento último da ligação e a deformação plástica. Os resultados numéricos foram comparados e validados com os resultados experimentais.

Agostini (2014) buscou determinar o nível de segurança de estruturas projetadas considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações, ao ser fixando o estado limite de serviço com base no deslocamento. O autor desenvolveu um programa computacional para a realização da análise de confiabilidade e validou os resultados obtidos com o programa CS-ASA, desenvolvido por outros autores. Os resultados mostram a grande influência da semirrigidez das ligações para a confiabilidade da estrutura.

Shaker e Elrahman (2014) estudaram dois tipos de ligações de aço: chapa de extremidade ajustada e chapa de extremidade estendida utilizando as técnicas de modelagem de elementos finitos não lineares pelo programa ANSYS, considerando as não linearidades geométricas e dos materiais.

Oliveira (2015) estudou o comportamento semirrígido de ligações viga-pilar e de ligações de base de pilar, a partir de formulações teóricas via método dos componentes, baseado na norma européia EN-1993-1-8: 2005. E comparou os resultados com simulações numéricas de estruturas aporticadas de aço.

Ismail *et al.* (2015) apresentaram um modelo de elementos finitos em três dimensões usando o software ABAQUS, para estudar o efeito de diferentes parâmetros geométricos de ligações com chapas de extremidade. As não linearidades do material e geométrica, a imperfeição inicial, o contato entre superfícies adjacentes e a força de protensão nos parafusos foram considerados no modelo proposto pelos autores. Os resultados obtidos da modelagem foram calibrados com os resultados experimentais. Os autores também realizaram um estudo paramétrico para estudar o comportamento das ligações variando: o diâmetro do parafuso, espessura da chapa de extremidade

e o comprimento dos enrijecedores no pilar. Os resultados foram avaliados em relação aos modos de falha, a evolução da resistência, da rigidez inicial e da capacidade de rotação da ligação.

Wang *et al.* (2016) avaliaram o comportamento de uma ligação do tipo chapa de extremidade ajustada conectada a uma coluna tubular composta por perfis formados a frio e preenchida de concreto. Foram realizados análises experimentais e numérica, para a modelagem numérica foi utilizando o programa computacional ABAQUS. Os resultados foram comparados, e indicaram que a ligação analisada tem o comportamento semirrígido. E esta proposta de solução pode ser adotada para edifícios de pequeno e médio porte.

Buonicontro (2017) propôs um sistema de classificação não linear para uso no dimensionamento de estruturas. Os limites para a classificação em termos de rigidez foram estabelecidos levando-se em conta os comportamentos das estruturas nos estados limites últimos e de serviço e os limites para a classificação em termos de resistência levando-se em conta o estado limite último. A validade do sistema de classificação proposto foi confirmada pela análise do comportamento global de pórticos semirrígidos em exemplos numéricos.

Cassiano *et al.* (2017) estudaram o comportamento da ligação viga-pilar do tipo chapa de extremidade ajustada. Foi realizada uma análise numérica com o auxílio do programa ABAQUS para investigar o comportamento local da ligação e obter a curva momento x rotação.

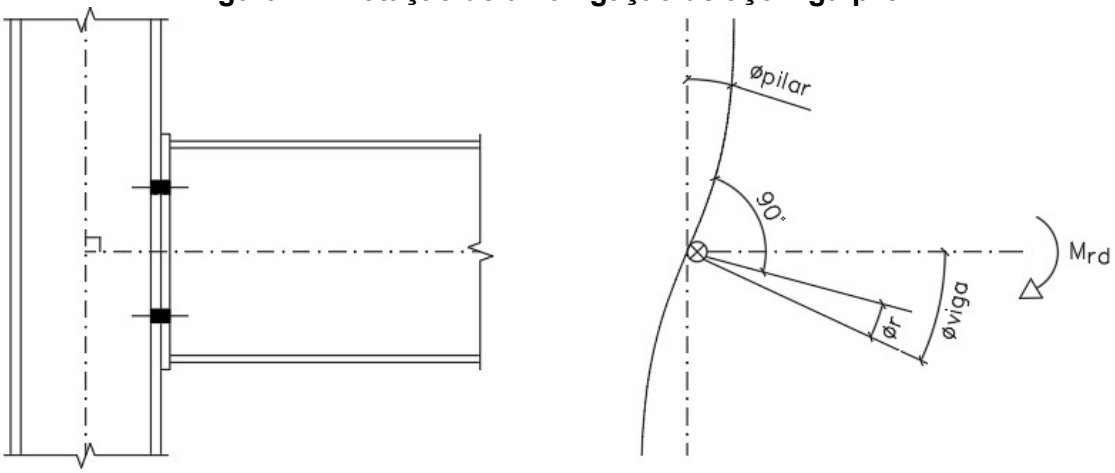
Com o avanço das pesquisas aliado ao desenvolvimento computacional, o comportamento semirrígido vem sendo incorporado progressivamente nas análises de cálculo, resultando em análises mais realistas da resposta global das estruturas, permitindo um dimensionamento mais preciso.

3 LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS

Os cálculos baseados em idealizações de nós perfeitamente rígidos ou idealmente rotulados podem resultar em valores imprecisos das respostas estruturais. Isso porque, na realidade, a maioria das ligações nas estruturas de aço apresenta um comportamento não linear intermediário, definido como semirrígido, devido à impossibilidade prática de se projetarem ligações ideais. Essas ligações permitem algum movimento relativo entre os elementos conectados nas ligações consideradas rígidas e uma determinada transmissão de momento fletor entre os elementos conectados, nas ligações consideradas rotuladas. Dessa forma, a consideração das ligações semirrígidas é importante, pois permite análises mais realistas da resposta global das estruturas e dos elementos que as formam, contribuindo para um dimensionamento estrutural mais econômico.

As ligações são responsáveis pela transmissão das forças normais, forças cortantes, momentos fletores e de torção. Entretanto, em vários casos práticos, as deformações causadas pela força normal, força cortante e momento de torção podem ser desconsideradas nos procedimentos de análise, devido a sua pequena magnitude em comparação com a deformação rotacional. A Figura 2 mostra a deformação rotacional de uma ligação viga-pilar.

Figura 2 – Rotação de uma ligação de aço viga-pilar

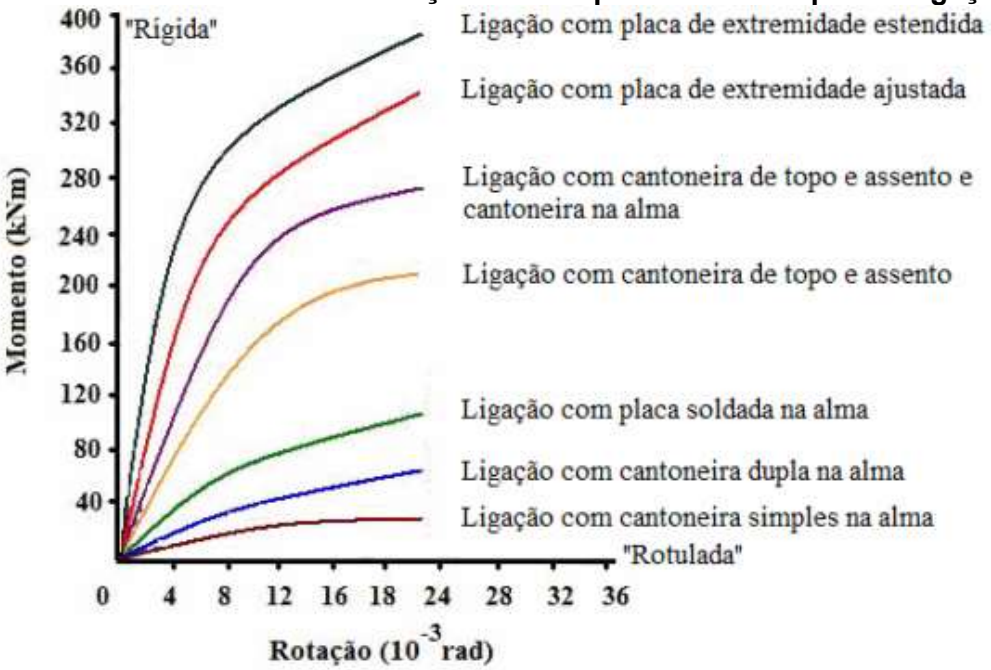


Fonte: Chen e Toma (1994), p. 92 – Adaptado pelo autor.

O comportamento não linear da ligação pode ser representando pela curva momento x rotação relativa (M - θr), que, em geral, pode ser obtido por resultados de

ensaios experimentais, modelos numéricos via MEF, método dos componentes e formulações analíticas. Na Figura 3 são mostradas curvas momento x rotação relativa para vários tipos de ligações, relacionando o momento fletor aplicado com a rotação relativa da ligação. Pode-se observar que todos os tipos de ligações apresentam um comportamento situado entre os dois casos extremos de perfeitamente rígido e idealmente rotulada.

Figura 3 – Curvas momento x rotação relativa para diversos tipos de ligação



Fonte: Silva (2010), p. 108.

As ligações semirrígidas apresentam comportamento não linear desde o início do carregamento, com redução da rigidez à proporção que a rotação aumenta. A ligação rotulada apresenta pouca resistência à flexão e grande capacidade rotacional. Já a ligação rígida apresenta maior resistência e pouca capacidade rotacional.

De acordo com Silva (2010), a não linearidade das curvas momento x rotação relativa das ligações semirrígidas é atribuída a diversos fatores, como:

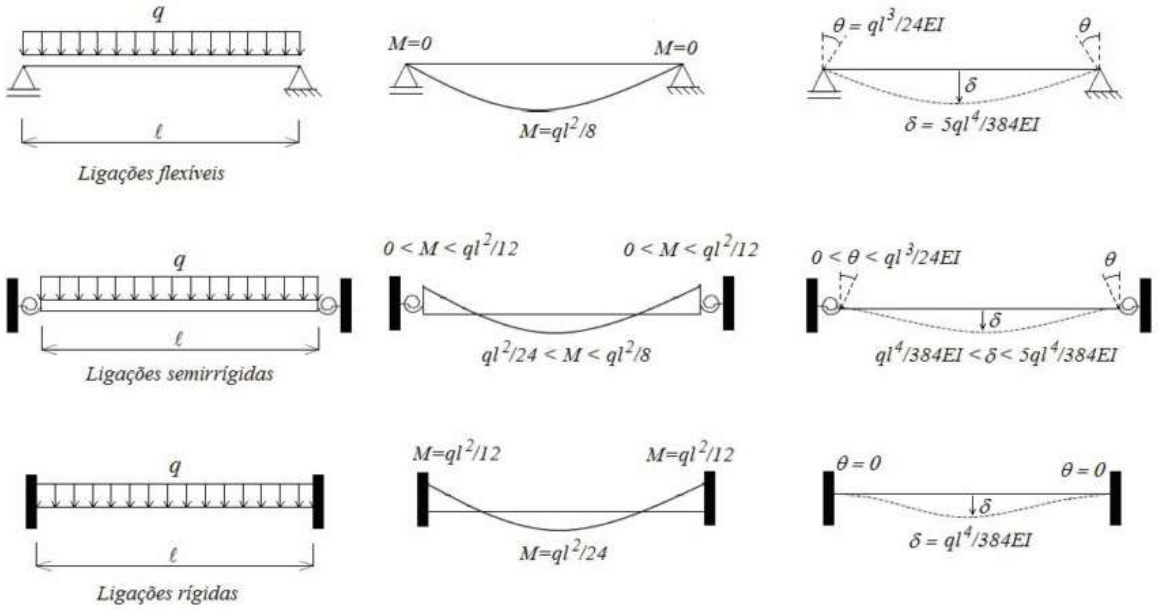
- Escoamento local de algumas partes da ligação;
- Flambagem local de mesas e da alma da viga ou pilar conectados pela ligação;

- Descontinuidade geométrica na ligação devido à combinação de parafusos, chapas e cantoneiras, permitindo o deslizamento relativo entre as partes da ligação quando esta é submetida ao carregamento;
- Concentrações de tensão e deformação causadas por furos, chapas de contato e porcas utilizadas como elementos de montagem da ligação;
- Tensões residuais oriundas de operação de soldagem e recorte.

Uma determinada ligação pode apresentar diversos comportamentos rotacionais, meramente modificando os seus parâmetros. Por exemplo, a rigidez e a resistência de uma ligação podem ser alteradas ao variar a espessura da chapa ou da cantoneira, diâmetro e/ou quantidade dos parafusos, o nível de protensão inicial dos parafusos, a utilização de enrijecedores, a altura da viga, bem como outros parâmetros da ligação.

Os resultados dos esforços nas barras, deslocamentos e rotações dos nós dependem do tipo de ligação considerado. A Figura 4 apresenta como o momento fletor na barra e a flecha no meio do vão podem variar para cada tipo de apoio com o mesmo carregamento aplicado. Dessa forma, a rigidez das ligações é responsável pelo comportamento final da estrutura, em termos de rotações, deslocamentos e distribuição de esforços.

Figura 4 – Influência da rigidez da ligação no comportamento da viga



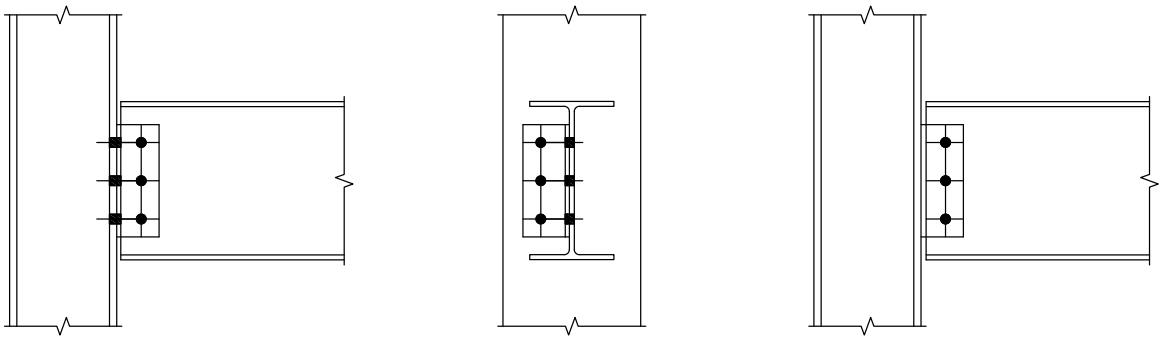
Fonte: Silva (2010), p. 110.

3.1 Tipos de ligações

3.1.1 Ligação com cantoneira simples na alma e ligação com placa simples

A ligação com cantoneira simples consiste em uma cantoneira aparafusada ou soldada na alma da viga e/ou na mesa do pilar, conforme a Figura 5a. A ligação com placa simples utiliza chapa ao invés de cantoneira, conforme a Figura 5b. Esta ligação requer menos material em comparação com a primeira. A ligação com chapa simples tem rigidez igual ou superior ao da ligação com cantoneira simples, pois um lado da chapa é conectado com solda na mesa do pilar.

Figura 5 – Exemplo de ligação viga-pilar do tipo cantoneira simples na alma e ligação com placa simples



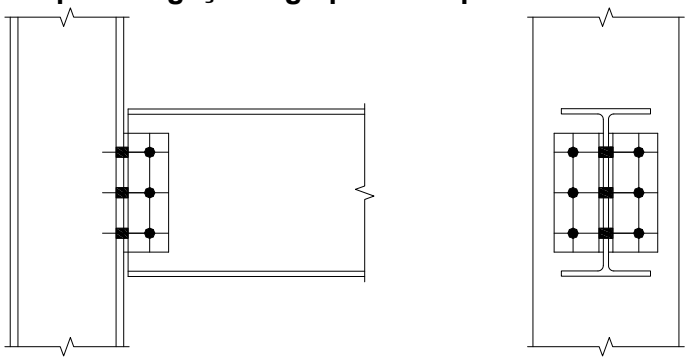
a) Cantoneira simples na alma b) Placa simples

Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 20 – Adaptada pelo autor.

3.1.2 Ligação com cantoneira dupla na alma

A ligação com cantoneira dupla consiste em duas cantoneiras aparafusadas ou soldadas na alma da viga e/ou na mesa do pilar, conforme a Figura 6. Quando as cantoneiras são soldadas no pilar, uma flexibilidade tem que ser fornecida na ligação para que ocorra a rotação.

Figura 6 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo cantoneira dupla na alma

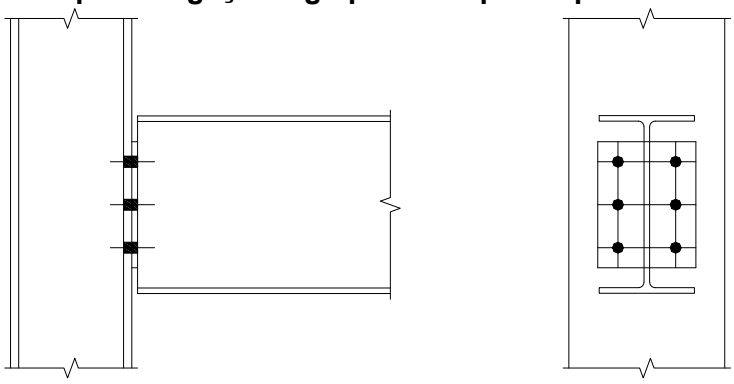


Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 20 – Adaptada pelo autor.

3.1.3 Ligação com chapa de encabeçamento

A ligação com chapa de encabeçamento consiste em uma chapa de extremidade com comprimento inferior a altura da viga, soldada na alma da viga e parafusada na mesa do pilar (Figura 7). A ligação é utilizada para transferir reações verticais da viga para o pilar.

Figura 7 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo chapa de encabeçamento

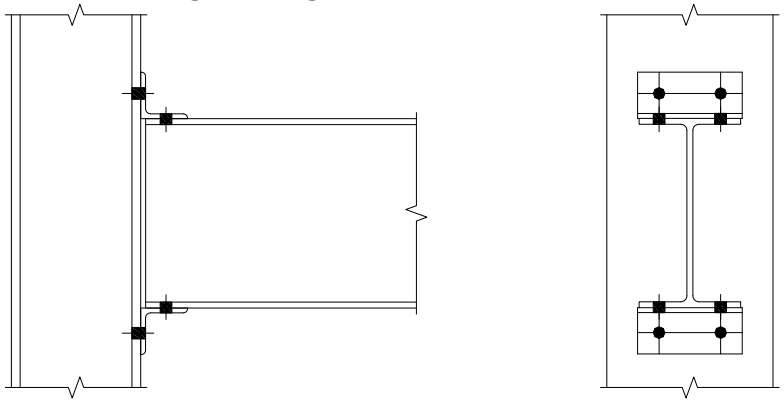


Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 21 – Adaptada pelo autor.

3.1.4 Ligação com cantoneira de topo e assento

A ligação com cantoneira de topo e assento é representada conforme a Figura 8. As cantoneiras podem ser aparafusadas ou soldadas. De acordo com AISC, a cantoneira de topo é responsável pela estabilidade da ligação e a cantoneira de assento é responsável por transmitir a reação vertical da viga para o pilar, não apresentando significativa resistência ao momento na extremidade. Entretanto, segundo resultados experimentais, esta ligação mostra-se capaz de transferir uma parcela de momento para o pilar.

Figura 8 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo cantoneira de topo e assento

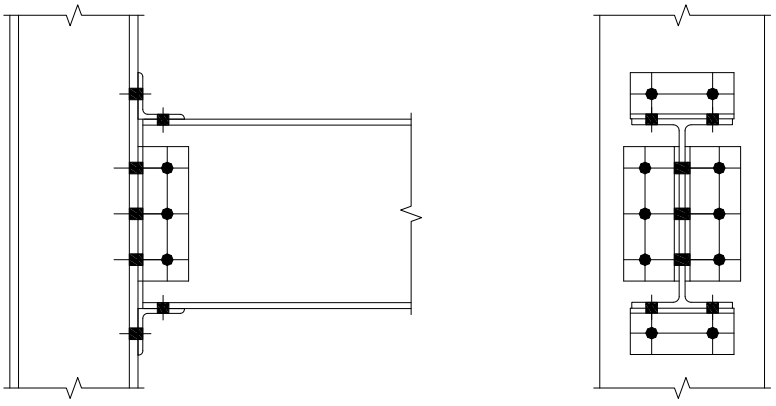


Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 21 – Adaptada pelo autor.

3.1.5 Ligação com cantoneira de topo e assento com cantoneira dupla na alma

A Figura 9 mostra o tipo de ligação representada pela combinação da ligação com cantoneira de topo e assento mais a ligação com cantoneira dupla na alma. A cantoneira dupla na alma é utilizada para fornecer mais rigidez a ligação e transmitir a força cortante. O esforço máximo da ligação é limitado de acordo com a espessura da cantoneira e a quantidade de parafusos. Assim, o momento é parcialmente transmitido para o pilar. Durante o dimensionamento das peças, todos esses fatores devem ser levados em consideração.

Figura 9 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo cantoneira de topo e assento com cantoneira dupla na alma



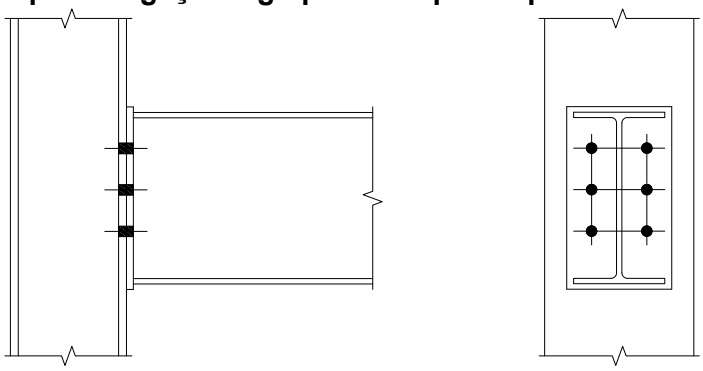
Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 20 – Adaptada pelo autor.

3.1.6 Ligação de chapa de extremidade ajustada

A chapa de extremidade ajustada é soldada na viga, e posteriormente, durante a montagem da estrutura aparafusada no pilar (Figura 10). A ligação é utilizada para

transferir grande parte do momento fletor atuante na extremidade da viga para o pilar. Entretanto, é uma ligação menos resistente do que a de chapa de extremidade estendida.

Figura 10 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo chapa de extremidade ajustada

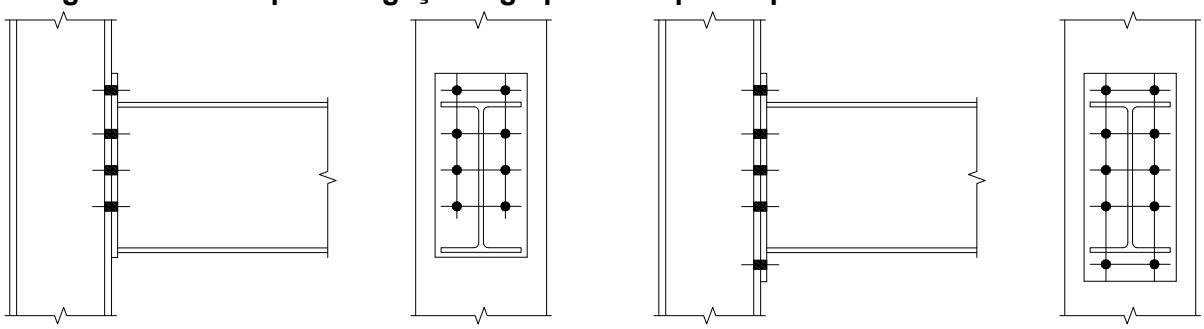


Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 21 – Adaptada pelo autor.

3.1.7 Ligação com chapa de extremidade estendida

Em geral, conforme descrito no item anterior, a chapa de extremidade é soldada na viga e depois aparafusada no pilar. Existem dois tipos de ligações com chapa de extremidade estendida: uma com parafusos apenas no lado tracionado (Figura 11a) e a outra com parafusos no lado tracionado e comprimido (Figura 11b). A ligação é utilizada para transferir o momento fletor atuante na extremidade da viga para o pilar. A rigidez da ligação depende da espessura da mesa do pilar, presença de enrijecedores, da espessura da chapa de extremidade, quantidade e distância dos parafusos.

Figura 11 - Exemplo de ligação viga-pilar do tipo chapa de extremidade estendida



a) Somente no lado tracionado b) Ambos os lados

Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 21 – Adaptada pelo autor.

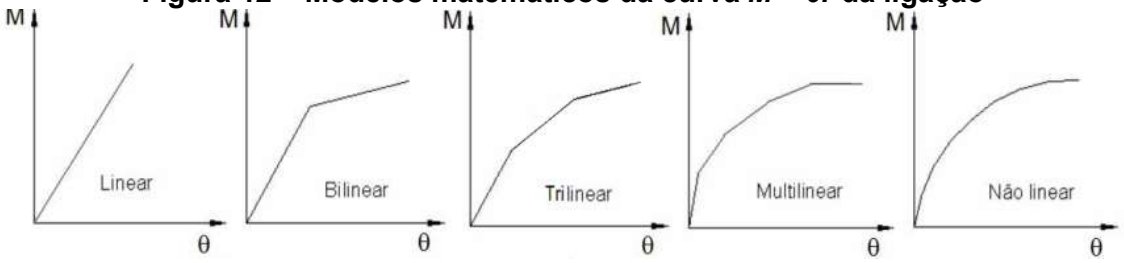
3.2 Modelagem das ligações

A modelagem de uma ligação consiste na descrição do seu comportamento mediante a ação de esforços solicitantes, principalmente a transmissão de momento fletor. A incorporação do comportamento das ligações na análise estrutural exige uma representação matemática da curva momento x rotação relativa.

3.2.1 Modelagem analítica

A escolha do modelo matemático depende do nível de refinamento desejado para a curva momento x rotação e de sua influência na resposta da estrutura, podendo ser, por exemplo, linear, bilinear, trilinear, multilinear, ou não linear, conforme a Figura 12. Os modelos analíticos são geralmente validados por meio da comparação com os resultados experimentais e/ou modelos numéricos e até mesmo com outros modelos analíticos.

Figura 12 – Modelos matemáticos da curva *M – θr* da ligação



Fonte: Silva (2010), p. 111.

De acordo com Chen *et al.* (1996), os primeiros modelos que utilizaram a rigidez inicial da ligação como parâmetro chave foram lineares. Apesar de o modelo linear ser de fácil aplicação, ele apresenta precisão apenas no início da rotação relativa, superestimando a capacidade da ligação. Uma aproximação mais precisa do comportamento da ligação pode ser obtida utilizando o modelo bilinear, porém este modelo não é capaz de assimilar mudanças abruptas na rigidez da ligação. Quando se deseja descrever a curva *M - θr* de forma mais exata, modelos trilineares e multilineares podem ser adotados. Porém, um maior grau na precisão pode ser obtido por meio do uso de curvas *M - θr* continuamente não lineares, conforme os modelos apresentados a seguir.

Os modelos do tipo bilinear, trilinear e multilinear possibilitam a consideração da variação da rigidez na curva, o que os tornam mais adequados do que o modelo linear para análises em que seja desejável verificar o comportamento elastoplástico da estrutura. O fato destes modelos possuírem boa eficiência computacional, segundo a literatura, e de se ajustarem aos resultados obtidos por Chan e Chui (1999), Pinheiro (2003) e Silva (2010), estão entre as razões que motivaram a escolhas.

3.2.1.1 Modelo Exponencial

Lui e Chen (1986) e Lui e Chen (1988) propuseram um modelo exponencial para descrever a relação momento x rotação sob a forma da Equação 1:

$$M = M_0 + \sum_{j=1}^{n} C_j \left[1 - \exp\left(\frac{-|\theta_c|}{2j\alpha}\right)\right] + R_{kf}|\theta_c| \quad (1)$$

O valor da rigidez tangente é dado, conforme a Equação 2:

$$S_c = \frac{dM}{d\theta_c}\Big| |\theta_c| = |\theta_c| = \sum_{j=1}^{n} \frac{C_j}{2j\alpha} \exp\left(\frac{-|\theta_c|}{2j\alpha}\right) + R_{kf} \quad (2)$$

Com a rigidez inicial que pode ser obtida, conforme a Equação 3:

$$S_c^0 = \frac{dM}{d\theta_c}\Big| |\theta_c| = 0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{C_j}{2j\alpha} + R_{kf} \quad (3)$$

Onde, M é o valor do momento na ligação, θ_c é o módulo da deformação rotacional da ligação, M_o é o momento inicial, R_{kf} é a rigidez devido ao encruamento da ligação; α é um fator de escala; n é o número de termos considerados e C_j é o coeficiente de ajustamento da curva. Baseados em resultados experimentais anteriores, Lui e Chen (1988) determinaram os valores dos parâmetros de ajustamento de curvas do modelo exponencial para quatro tipos de ligações: cantoneira simples na alma, cantoneira de topo e assento com cantoneira dupla na alma, com chapa de extremidade ajustada e com chapa de extremidade estendida. Os valores estão sumarizados na Tabela 2, enquanto as propriedades de cada ligação, derivadas da função exponencial, estão

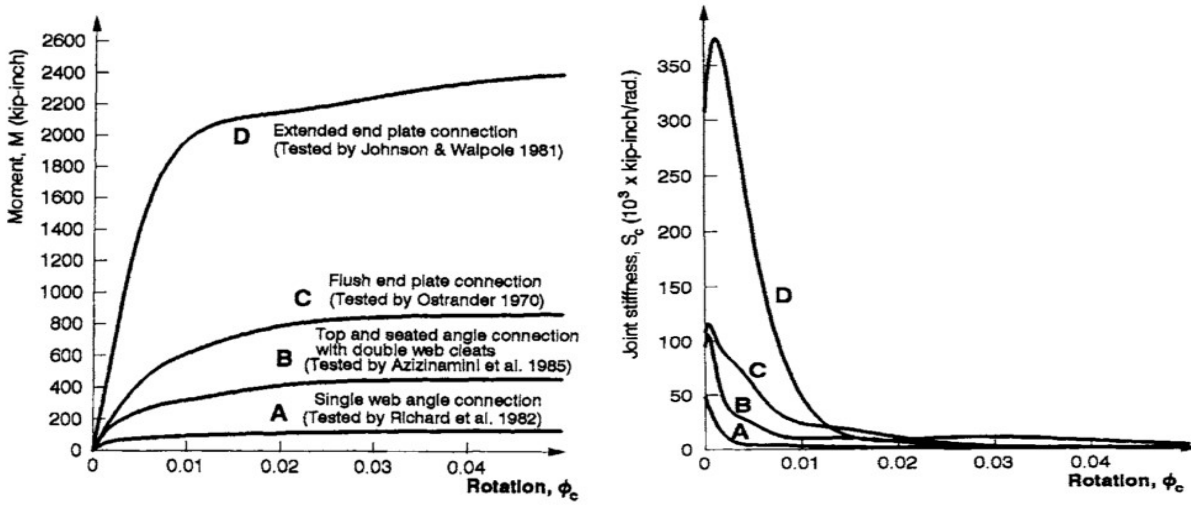
apresentadas na Figura 13. Em geral, o modelo exponencial de Chen-Lui fornece uma boa representação do comportamento não linear da ligação. No entanto, o modelo exige um grande número de parâmetros para ajuste da curva.

Tabela 2 – Parâmetros do modelo exponencial Chen-Lui

	Tipos de ligações (kip - in)			
	A	B	C	D
	Cantoneira simples na alma	Cantoneira de topo e assento com cantoneira dupla na alma	Chapa de extremidade ajustada	Chapa de extremidade estendida
	Richard et al (1982)	Azizinamini et al (1985)	Ostrander (1970)	Johnson e Walpole (1981)
M_0	0	0	0	0
R_{kf}	$0{,}47104 \times 10^2$	$0{,}432169 \times 10^2$	$0{,}96415 \times 10^2$	$0{,}41193 \times 10^3$
α	$0{,}51167 \times 10^{-3}$	$0{,}31425 \times 10^{-3}$	$0{,}31783 \times 10^{-3}$	$0{,}67083 \times 10^{-3}$
C_1	$-0{,}43300 \times 10^2$	$-0{,}34515 \times 10^3$	$-0{,}25038 \times 10^3$	$-0{,}67824 \times 10^3$
C_2	$0{,}12139 \times 10^4$	$0{,}52345 \times 10^4$	$0{,}50736 \times 10^4$	$0{,}27084 \times 10^4$
C_3	$-0{,}58583 \times 10^4$	$-0{,}26762 \times 10^5$	$-0{,}30396 \times 10^5$	$-0{,}21389 \times 10^5$
C_4	$0{,}12971 \times 10^5$	$0{,}61920 \times 10^5$	$0{,}75338 \times 10^5$	$0{,}78563 \times 10^5$
C_5	$-0{,}13374 \times 10^5$	$-0{,}65114 \times 10^5$	$-0{,}82873 \times 10^5$	$0{,}99740 \times 10^5$
C_6	$0{,}52224 \times 10^4$	$0{,}25506 \times 10^5$	$0{,}33927 \times 10^5$	$0{,}43042 \times 10^5$
S_C^0	$0{,}48000 \times 10^5$	$0{,}95219 \times 10^5$	$0{,}11000 \times 10^6$	$0{,}30800 \times 10^6$

Fonte: Lui e Chen (1988), p. 903 – Adaptada pelo autor.

Figura 13 – Propriedades das ligações pelo modelo exponencial Chen-Lui



(a)Curvas momento x rotação (b) Curvas rigidez x rotação

Fonte: Chan e Chui (1999), p. 110.

3.2.1.2 Modelo Richard-Abbott

De acordo com Chan e Chui (1999), o modelo proposto por Richard e Abbott (1975) requer quatro parâmetros. Na trajetória de equilíbrio, o comportamento momento x rotação é descrito pela Equação 4 abaixo:

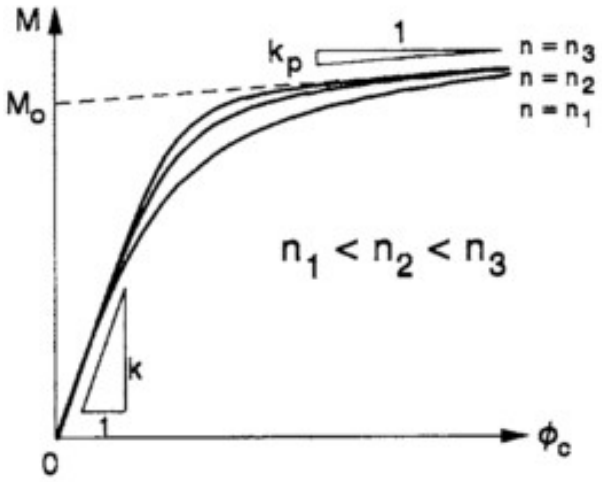
$$M = \frac{(k - k_p)|\theta_c|}{\left[1 + \left|\frac{(k - k_p)|\theta_c|}{M_0}\right|^n\right]^{\frac{1}{n}}} + k_p|\theta_c| \tag{4}$$

A rigidez correspondente é dada, conforme a Equação 5:

$$S_c = \frac{dM}{d\theta_c}\Big| |\theta_c| = |\theta_c| = \frac{(k - k_p)|\theta_c|}{\left[1 + \left|\frac{(k - k_p)|\theta_c|}{M_0}\right|^n\right]^{\frac{(n+1)}{n}}} + k_p \tag{5}$$

Sendo *k* a rigidez inicial, k_p a rigidez devido ao encruamento, *n* o parâmetro que define a curvatura do diagrama e M_o é o momento de referência. A Figura 14 mostra a forma típica de uma curva obtida pelo modelo de Richard-Abbott.

Figura 14 – Comportamento momento x rotação para o modelo Richard-Abbott



Fonte: Chan e Chui (1999), p. 102.

3.2.1.3 Modelo de três parâmetros de Chen e Kishi (1989)

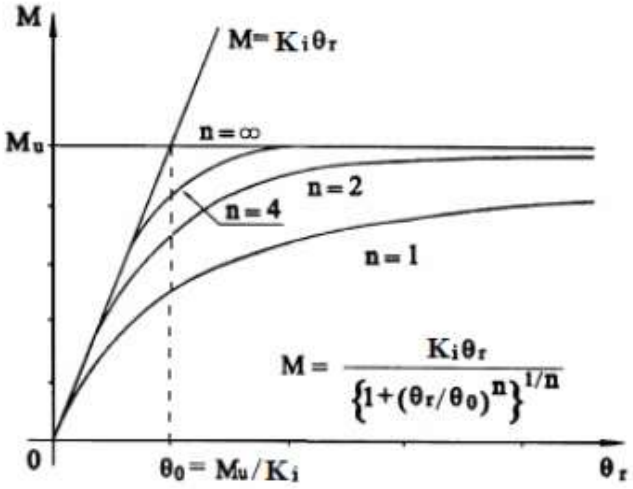
Chen e Kishi (1989) apresentaram um modelo com três parâmetros para representar o comportamento *M* – *θr* das ligações. Os três parâmetros do modelo são: a rigidez inicial da ligação (K_i), a capacidade última ao momento da ligação (M_u) e o fator de forma (*n*). Neste procedimento, esses parâmetros são determinados utilizando um simples modelo analítico. Usando os parâmetros no modelo dado por Richard e Abbott (1975), obtém-se a função que representa a curva momento x rotação relativa da ligação, conforme a Equação 6:

$$M = \frac{k_i \theta_r}{\left[1 + \left(\frac{\theta_r}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \quad (6)$$

Onde k_i é a rigidez inicial da ligação, *n* é o fator de forma, e θ_0 é a rotação plástica de referência.

Desta forma, o modelo de três parâmetros pode ser aplicado a qualquer tipo de ligação, sendo necessário, entretanto, que sejam avaliados de forma teórica ou experimental os três parâmetros característicos. A Equação 6 é representada na Figura 15, onde pode-se observar curvas distintas para alguns valores do fator de forma *n*.

Figura 15 – Comportamento momento x rotação para o modelo de três parâmetros de Chen e Kishi (1989)



Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 30.

O valor da rigidez tangente é dado, conforme a Equação 7:

$$k_t = \frac{dM}{d\emptyset_r} = \frac{k_i}{\left[1 + \left(\frac{\theta_r}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{(n+1)}{n}}} \tag{7}$$

E a rotação relativa *θr*, conforme a Equação 8:

$$\theta_r = \frac{M}{k_i\left[1 - \left(\frac{M}{M_u}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \tag{8}$$

Segundo Chen *et al.* (1996), este modelo é uma ferramenta útil para realizar análises não lineares, pois a rigidez tangente e a rotação relativa da ligação podem ser obtidas diretamente da equações 7 e 8, sem a necessidade de processos interativos adicionais.

3.2.1.4 Modelo de quatro parâmetros de Kishi *et al.* (2004)

O modelo de quatro parâmetros proposto por Kishi *et al.* (2004) para descrever o comportamento das ligações semirrígidas por meio de curvas momento x rotação

relativa é composto pelos seguintes parâmetros: rigidez inicial (K_i), rigidez com encruamento (K_p), momento de referência (M_0) e parâmetro de forma (n). Esses parâmetros foram determinados a partir de testes experimentais de 168 tipos de ligações de chapa de extremidade ajustada e chapa de extremidade estendida, que estavam armazenadas em banco de dados.

O momento fletor M, a rotação relativa θr e a rigidez tangente K_t para o modelo de quatro parâmetros são dados, respectivamente, pelas equações 9, 10 e 11:

$$M = \frac{(k_i - k_p)\theta_r}{\left[1 + \left(\frac{\theta_r}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} + k_p\theta_r \tag{9}$$

$$\theta_r = \left\{\left(\frac{k_i - k_p}{k_t - k_p}\right)^{\frac{n}{(n+1)}} - 1\right\}^{\frac{1}{n}} \theta_0 \tag{10}$$

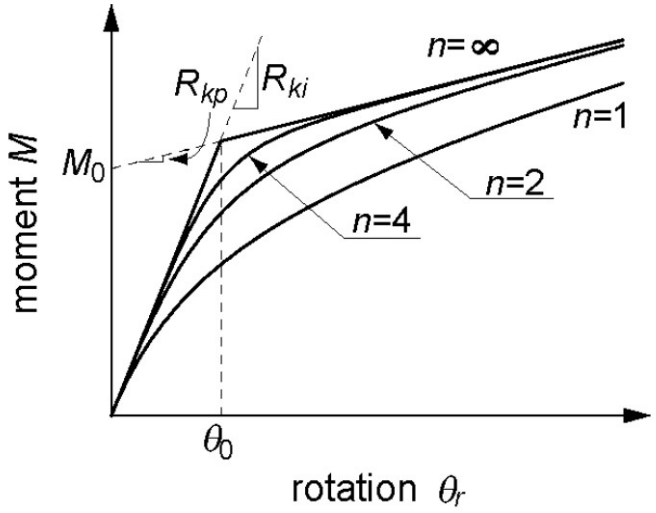
$$k_t = \frac{dM}{d\emptyset_r} = \frac{k_i - k_p}{\left[1 + \left(\frac{\theta_r}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{(n+1)}{n}}} + k_p \tag{11}$$

Onde θ_0 é a rotação relativa de referência dada pela Equação 12:

$$\theta_o = \frac{M_0}{(k_i - k_p)} \tag{12}$$

A Figura 16 mostra curvas $M - \theta r$ de uma ligação para o fator de forma n variando de um valor pequeno a infinito. Observa-se na Figura 16 que, quando n tende a infinito, o modelo é reduzido para um comportamento bilinear com rigidez inicial k_i e rigidez com encruamento k_p.

Figura 16 - Comportamento momento x rotação para o modelo de quatro parâmetros de Kishi *et al.* (2004)



Fonte: Kishi *et al.* (2004), p. 101.

3.2.2 Modelagem experimental

A modelagem experimental consiste na realização de ensaios de laboratórios em modelos de escala real ou reduzida, com a finalidade de estudar o comportamento mecânico da ligação (Figura 17). A realização de ensaios experimentais permite obter, de forma confiável e precisa, o comportamento real das ligações. Com base nos resultados, é possível calibrar os diversos modelos existentes para determinação do momento resistente, da rigidez inicial e de sua capacidade de rotação.

No entanto, apesar deste modelo ser importante na avaliação dos resultados, na calibração e validação dos modelos analíticos propostos, os recursos envolvidos são bastante elevados, bem como há grande dificuldade de medição dos resultados experimentais, fazendo com que esta não seja uma técnica adotada com frequência na prática, se restringido muitas vezes a estudos de pesquisas. A modelagem experimental também é dificultada pela impossibilidade de testes em estruturas reais, notadamente as de grande porte.

Figura 17 – Ensaio experimental com chapa de extremidade estendida com parafusos somente no lado tracionado

Fonte: Maggi (2004), p. 85.

3.2.3 Modelagem mecânica

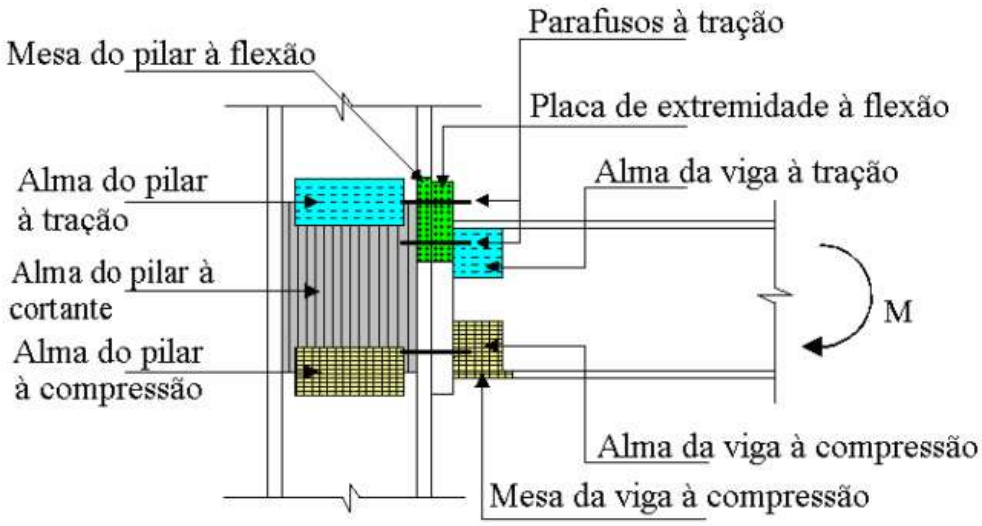
O modelo mecânico consiste em identificar os componentes ativos da ligação, estabelecer relações de força x deslocamento para cada um desses componentes e, por último, realizar a associação dos componentes para obtenção da curva momento x rotação relativa da ligação.

O Método dos Componentes é o modelo mecânico utilizado no dimensionamento de ligações estruturais em aço, presente no EN 1993-1-8: 2005, onde os componentes são representados por molas translacionais, com comportamento linear ou não linear, formando sistemas que são tratados como estruturas para simular o comportamento momento x rotação das ligações. Neste método, as ligações são consideradas como uma série de elementos básicos distribuídos em três regiões distintas: uma região tracionada, uma região comprimida e uma região de cisalhamento, conforme mostra

a Figura 18. Para a formulação do método dos componentes proposto pela EN 1993-1-8: 2005, os seguintes passos devem ser realizados:

- Identificação dos componentes ativos no nó que contribuem para a análise da ligação;
- Caracterização do comportamento dos componentes, avaliando a rigidez, a resistência e a ductilidade de cada componente;
- Associação dos componentes em série e paralelo para obter o comportamento momento x rotação da ligação.

Figura 18 – Componentes de uma ligação com chapa de extremidade estendida



Fonte: Silva (2010), p. 188.

3.2.4 Modelagem numérica

A modelagem numérica baseada no método dos elementos finitos é considerada uma ferramenta adequada para conduzir investigações e realizar a calibração de modelos. Não apresenta a mesma representatividade de uma modelagem experimental, porém a modelagem numérica permite o estudo de diferentes configurações de ligações com a variação dos parâmetros, como espessura dos elementos conectados, diâmetro e quantidade de parafusos, propriedades dos materiais, dentre outros. Um modelo numérico bem calibrado, com a adoção de parâmetros coerentes e com boa representatividade dos fenômenos físicos os quais se espera simular, garante resultados bastante satisfatórios para a análise de ligações.

3.3 Classificação das ligações

O sistema de classificação das ligações possibilita a definição adequada e realística das características da ligação a serem consideradas para a análise estrutural e detalhamento do projeto. Para a definição coerente das características da ligação, deve ser levado em conta o grau de transmissão do momento fletor e a capacidade de deformação da ligação. Se a transmissão dos esforços entre os elementos procede conforme o idealizado, é possível obter um dimensionamento mais exato e a favor da segurança.

Assim, a classificação das ligações consiste em estipular intervalos capazes de diferenciar as ligações rígidas, semirrígidas e rotuladas, baseados nos parâmetros que representam as características da ligação, levando em conta a rigidez rotacional, o momento resiste e a capacidade rotacional da ligação. Existem, na literatura técnica, diferentes sistemas de classificação que estabelecem esses intervalos, e que são bastante difundidos no meio técnico-científico. Neste trabalho, os critérios de classificação propostos por Bjorhovde *et al.* (1990) e Buonicontro (2017), e pelas normas técnicas EN 1993-1-8: 2005, ANSI/AISC 360-10 e ABNT NBR 8800: 2008 serão apresentados.

3.3.1 Classificação segundo Bjorhovde *et al.* (1990)

Bjorhovde *et al.* (1990) apresentaram um sistema adimensional de classificação baseado em diagramas momento x rotação bilineares, estabelecendo critérios segundo a rigidez, a resistência e a capacidade de rotação da ligação. O sistema de classificação proposto foi baseado em testes experimentais e analíticos, no qual utilizando um comprimento de referência da viga igual a cinco vezes a altura da seção transversal, pode-se comparar a rigidez da ligação com a rigidez da viga.

Bjorhovde *et al.* (1990) classificam as ligações em três categorias: rígida, semirrígida e rotulada. Com a utilização dos parâmetros adimensionais $\bar{m}$ e $\bar{\theta}$, são definidos graficamente os intervalos para a classificação de cada categoria, conforme a Figura 19, onde $\bar{m}$ e $\bar{\theta}$ são definidos pelas equações 13 e 14:

$$\bar{m} = \frac{M}{M_p} \tag{13}$$

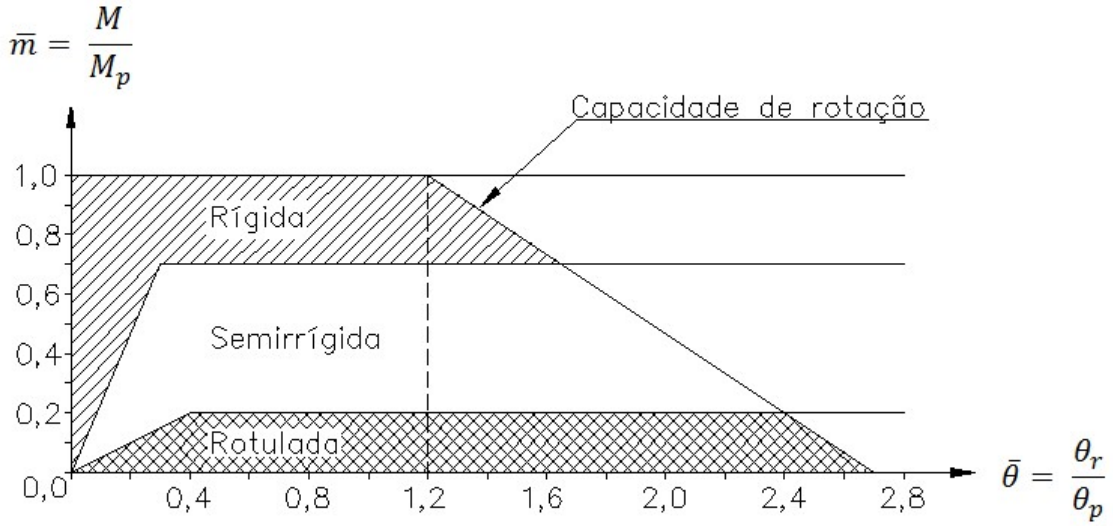
$$\bar{\theta} = \frac{\theta_r}{\theta_p} \tag{14}$$

E θ_p, conforme a Equação 15, é igual a:

$$\theta_p = \frac{5M_p d}{EI_b} \tag{15}$$

Sendo, M_p o momento de plastificação total da seção transversal da viga, θ_r a rotação relativa da ligação para momento fletor M, θ_p a rotação de referência da viga, onde 5d é o comprimento de referência, I_b o momento de inércia da seção transversal da viga e E o módulo de elasticidade do aço.

Figura 19 – Classificação das ligações por Bjorhovde *et al.* (1990)



Fonte: Bjorhovde *et al.* (1990), p. 3069 – Adaptada pelo autor.

De acordo com Bjorhovde *et al.* (1990), a ligação é classificada como rígida se, em termos de resistência, $\bar{m}$ ≥ 0,7 e, em termos de rigidez, $\bar{m}$ ≥ 2,5$\bar{\theta}$. A ligação é considerada semirrígida se, em termos de resistência, os limites forem dados por 0,2 < $\bar{m}$ < 0,7 e, em termos de rigidez, 0,5$\bar{\theta}$ < $\bar{m}$ < 2,5$\bar{\theta}$. Quando os limites de resistência e rigidez forem, respectivamente, $\bar{m}$ ≤ 0,2 e $\bar{m}$ ≤ 0,5$\bar{\theta}$, a ligação é

considerada rotulada. Resumindo, a Tabela 3 mostra os limites para a classificação das ligações.

Tabela 3 – Classificação das ligações por Bjorhovde *et al.* (1990)

Ligação	Classificação em termos de:	
	Resistência	Rigidez
Rígida	$\bar{m} \geq 0{,}7$	$\bar{m} \geq 2{,}5\bar{\theta}$
Semirrígida	$0{,}2 < \bar{m} < 0{,}7$	$0{,}5\bar{\theta} < \bar{m} < 2{,}5\bar{\theta}$
Rotulada	$\bar{m} \leq 0{,}2$	$\bar{m} \leq 0{,}5\bar{\theta}$

Fonte: Bjorhovde *et al.* (1990), p. 3066 – Adaptada pelo autor.

Bjorhovde *et al.* (1990) também desenvolveram uma equação para cálculo da capacidade de rotação da ligação baseada no comprimento de referência da viga e em curvas de ajustes de dados de ensaios.

$$\bar{m} = \frac{5{,}4 - 2\theta}{3} \tag{16}$$

De acordo com a Equação 16, a capacidade rotacional que a ligação deve apresentar depende diretamente da razão entre o momento resistente último da ligação e o momento de plastificação total do elemento conectado, sendo inversamente proporcional à rigidez inicial da ligação. Em resumo, a capacidade rotacional da ligação aumenta à medida que se reduz a rigidez inicial da ligação, essa equação também está representada na Figura 19.

3.3.2 Classificação segundo Eurocode 3 – EN 1993-1-8: 2005

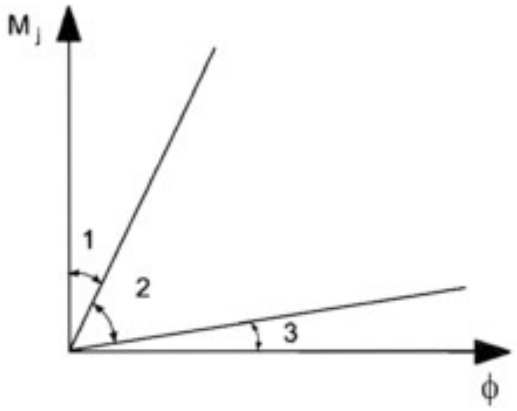
A metodologia adotada pelo EN 1993-1-8: 2005 para a classificação das ligações também é baseada nos critérios de rigidez e resistência.

3.3.2.1 Classificação quanto à rigidez

O sistema de classificação utiliza o comprimento real da viga para definir os limites de rigidez, e depende do tipo de estrutura, contraventada ou não, uma vez que os efeitos da semirrigidez das ligações diferem para cada caso.

Segundo a EN 1993-1-8: 2005, as ligações podem ser classificadas como rígidas, rotulada ou semirrígida. De acordo com o critério de rigidez rotacional, as três regiões são definidas, conforme mostra a Figura 20.

Figura 20 – Limites de classificação das ligações quanto à rigidez segundo a EN 1993-1-8: 2005



Fonte: Eurocode 3 – EN 1993-1-8 (2005), p. 55.

- Região 1 – Ligações rígidas: são as ligações que possuem rigidez rotacional suficiente para justificar a análise baseada na continuidade geométrica entre os elementos conectados.

  O limite de rigidez das ligações rígidas para estruturas contraventadas é obtido pela Equação 17:

$$K_i \geq \frac{8EI_v}{L_v} \tag{17}$$

  E, para estruturas não contraventadas, pela Equação 18:

$$K_i \geq \frac{25EI_v}{L_v} \tag{18}$$

  Sendo K_i a rigidez da ligação, I_v o momento de inércia da seção transversal da viga no plano da estrutura e o L_v o comprimento da viga conectado a ligação.

As equações 17 e 18 são válidas desde que, em cada andar, $K_v/K_p \geq 0,1$, onde K_v é o valor médio de I_v/L_v para todas as vigas no topo do andar e K_p é o valor médio de I_p/L_p para todos os pilares do andar. Se $K_v/K_p < 0,1$, a ligação deve ser considerada semirrígida.

- Região 2 – Ligações semirrígidas: são as ligações que não se enquadram nos critérios definidos para as ligações rígidas e rotuladas.

  O limite de rigidez das ligações semirrígidas é obtido pela Equação 19:

$$\frac{0,5EI_v}{L_v} < K_i < \frac{8EI_v}{L_v} \; ou \; \frac{25EI_v}{L_v} \tag{19}$$

- Região 3 – Ligações rotuladas: são as ligações capazes de transmitir forças internas (axiais e cortantes), sem desenvolver momentos significativos capazes de afetar os elementos ou a estruturas como um todo.

  O limite de rigidez das ligações rotuladas é obtido pela Equação 20:

$$K_i \leq \frac{0,5EI_v}{L_v} \tag{20}$$

3.3.2.2 Classificação quanto à resistência

Segundo a EN 1993-1-8: 2005, as ligações podem ser classificadas como totalmente resistente, rotulada ou parcialmente resistente ao comparar o seu momento resistente de cálculo com os momentos resistentes de cálculo das barras a elas conectadas.

- Totalmente resistente (*full strenght*): são as ligações onde o momento resistente de cálculo é igual ou superior ao dos elementos conectados. Sendo assim, a rótula plástica se desenvolve no elemento e não na ligação. Para esta categoria, o EN 1993-1-8: 2005 faz duas considerações:

a) Em ligações viga-pilar, quando não há continuidade do pilar, o momento resistente da ligação deve ser maior que o menor valor entre o momento de plastificação dos elementos conectados, conforme a Equação 21:

$$M_{j,Rd} \geq menor\ (M_{v,pl,Rd}, 2M_{p,pl,Rd}) \quad (21)$$

b) Em ligações viga-pilar, quando há continuidade do pilar, o momento resistente da ligação deve ser maior que o menor valor entre o momento de plastificação total da viga e duas vezes o momento de plastificação do pilar, conforme a Equação 22:

$$M_{j,Rd} \geq menor\ (M_{v,pl,Rd}, M_{p,pl,Rd}) \quad (22)$$

Sendo, $M_{j,Rd}$ o momento resistente de cálculo da ligação, $M_{v,pl,Rd}$ o momento plástico resistente da viga e $M_{p,pl,Rd}$ o momento plástico resistente do pilar.

- Rotulada (*nominally pinned*): são as ligações capazes de transmitir forças internas (axiais e cortantes), sem desenvolver momentos significativos capazes de afetar os elementos ou a estruturas com um todo. O momento resistente é inferior ou igual a 25% entre o menor valor do momento de plastificação dos elementos conectados, conforme a Equação 23:

$$M_{j,Rd} \leq 0{,}25\ x\ menor\ (M_{v,pl,Rd}, 2M_{p,pl,Rd}) \quad (23)$$

E, para uma ligação localizada no topo do pilar, será conforme a Equação 24:

$$M_{j,Rd} \leq 0{,}25\ x\ menor\ (M_{v,pl,Rd}, M_{p,pl,Rd}) \quad (24)$$

- Parcialmente resistente (*partial strength*): são as ligações que não se enquadram nos critérios definidos para as ligações totalmente resistentes e rotuladas.

3.3.3 Classificação segundo ANSI/AISC 360-10

De acordo com a ANSI/AISC 360-10, devido ao comportamento não linear da ligação, a rigidez inicial da ligação (K_i) não caracteriza adequadamente a resposta da ligação em situação de serviço. Além disto, diversos tipos de ligações não apresentam uma rigidez inicial confiável, ou estas existem somente para uma pequena faixa da curva momento x rotação. Desta forma, a rigidez secante da ligação (K_s) é utilizada como um índice mais representativo do comportamento da ligação. A rigidez secante da ligação é dada pela Equação 25:

$$K_s = \frac{M_s}{\theta_s} \tag{25}$$

A ANSI/AISC 360-10 classifica as ligações levando em consideração a rigidez, a resistência e a capacidade de rotação das ligações. Partindo deste princípio, a norma apresenta as seguintes definições:

- Ligações simples (*simple connections*): são as ligações que transferem momentos insignificantes entre os elementos conectados. Conforme o ANSI/AISC 360-10, quando uma ligação transmite menos de 20% do momento de plastificação da seção da viga para rotações iguais ou superiores a 0,02 rad, pode-se desconsiderar, para fins de projeto, o momento resistente desta ligação. O limite de rigidez das ligações simples é obtido pela Equação 26:

$$K_s \leq \frac{2EI_v}{L_v} \tag{26}$$

  Onde K_s é a rigidez secante para o carregamento de serviço, I_v o momento de inércia da seção transversal da viga no plano da estrutura e L_v o comprimento da viga conectado a ligação.
- Ligações FR - totalmente restringidas (*fully-restrained*): permitem a transferência de momento fletor com uma rotação insignificante entre os elementos conectados. Uma ligação do tipo FR deve ter resistência e rigidez suficientes para manter inalterado o ângulo entre os elementos conectados,

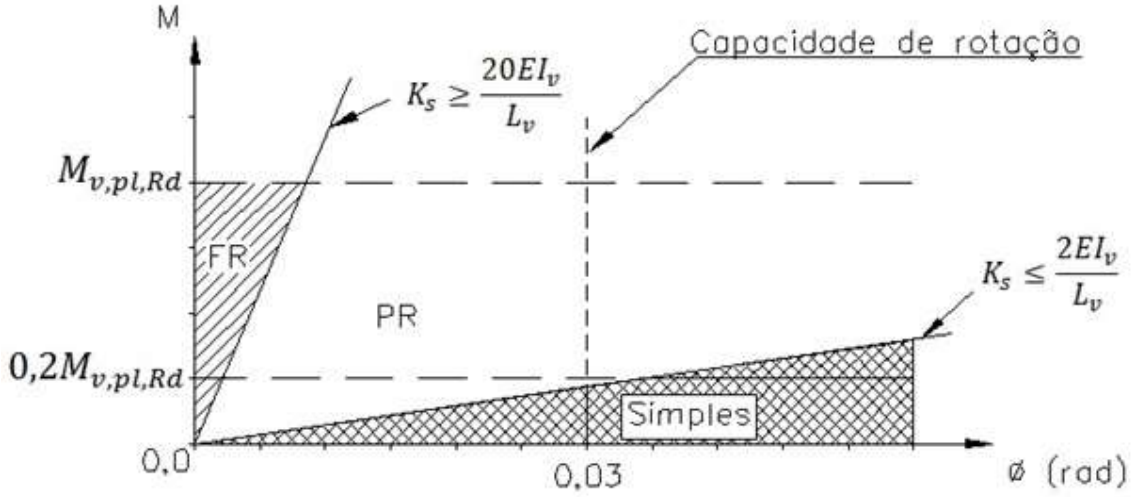
mesmo no estado limite último. O limite de rigidez das ligações FR é obtido pela Equação 27:

$$K_s \geq \frac{20EI_v}{L_v} \tag{27}$$

- Ligações PR – parcialmente restringidas (*partially-restrained*): permitem a transferência de momento fletor com rotação significativa entre os elementos conectados. Na análise da estrutura, o comportamento característico da ligação deve ser considerado. O comportamento da ligação pode ser obtido por meio da literatura técnica existente ou por modelos analíticos ou experimentais. Os elementos que compõem uma ligação parcialmente restringida devem apresentar rigidez, resistência e capacidade de rotação suficiente no estado-limite último.

Na Figura 21 é apresentado graficamente o sistema de classificação adotado pela especificação americana. A norma considera adequada, na ausência de uma análise acurada, uma capacidade de rotação de 0,03 rad. Esta rotação é igual à capacidade mínima da ligação viga-pilar, tal como especificado nas disposições que consideram efeitos sísmicos na especificação americana.

Figura 21 – Classificação das ligações segundo a ANSI/AISC 360-10



Fonte: AISC – Steel Construction Manual-14ª Ed. (2010), p. 16.1-219 – Adaptada pelo autor.

3.3.4 Classificação segundo ABNT NBR 8800: 2008

A norma brasileira ABNT NBR 8800: 2008 classifica as ligações apenas em relação à rigidez rotacional, não estabelecendo limites para classificação quanto à resistência. A ligação é considerada rígida, independentemente do tipo de estrutura (contraventada ou não), quando sua rigidez satisfaz a Equação 18 e rotulada quando satisfaz a Equação 20. As condições de validação da Equação 18 devem ser as mesmas especificadas pela norma EN 1993-1-8: 2005. Quando a ligação não atende aos critérios de ligação rígida ou rotulada, ela é classificada como semirrígida.

Conforme a ABNT NBR 8800: 2008 a rigidez K_i pode ser determinada, na ausência de Norma Brasileira aplicável, de acordo com o EN 1993-1-8: 2005 ou com base em resultados experimentais.

3.3.5 Classificação segundo Buonicontro (2017)

Buonicontro (2017) propôs um sistema de classificação dimensional, não linear, para uso no dimensionamento de estruturas. Os limites para a classificação em termos de rigidez e resistência são apresentados na Tabela 4 e na Tabela 5.

Tabela 4 – Limites de classificação quanto à rigidez

Classificação	Limites (kN.cm/rad)
Rígida	Rigidez inicial maior que $2{,}5 \times 10^7$
Semirrígida	Rigidez inicial igual ou entre $2{,}5 \times 10^7$ e 5×10^5
Rotulada	Rigidez inicial menor que 5×10^5

Fonte: Buonicontro (2017), p. 109.

Tabela 5 – Limites de classificação quanto à resistência

Classificação	Limites
Totalmente resistente	$M_u \geq 100\% M_p$
Parcialmente resistente	$15\% M_p \leq M_u \leq 100\% M_p$
Rotulado	$M_u \leq 15\% M_p$

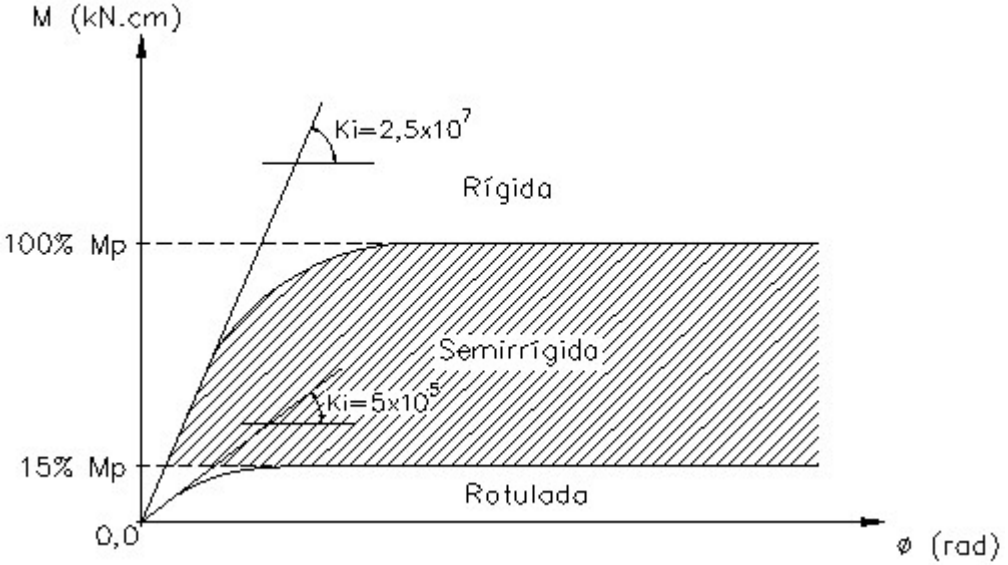
Fonte: Buonicontro (2017), p. 115.

Na Figura 22 é apresentado graficamente o sistema de classificação proposto por Buonicontro (2017). O sistema proposto foi concebido pela divisão de três zonas de classificação separadas por duas linhas não lineares. O modelo matemático de três parâmetros foi usado para descrever estas duas linhas não lineares, onde os valores da rigidez inicial K_i, do momento último M_u das fronteiras entre o comportamento rígido, semirrígido e rotulado e o valor do parâmetro de forma *n=1*, são introduzidos na equação de três parâmetros, dada pela Equação 6:

$$M = \frac{k_i \theta_r}{\left[1 + \left(\frac{\theta_r}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \tag{6}$$

Onde, θ_0 é a rotação plástica de referência e igual a M_u/k_i.

Figura 22 – Classificação das ligações segundo Buonicontro (2017)



Fonte: Buonicontro (2017), p. 87 – Adaptada pelo autor.

3.4 Considerações finais

Neste capítulo foram apresentados conceitos gerais sobre o comportamento das ligações viga-pilar em estruturas de aço. Inicialmente, foram apresentados os principais tipos de ligações semirrígidas mais estudadas, as relações entre o momento fletor e a correspondente rotação produzida nas ligações, os tipos de modelagem existentes e os critérios de classificação das ligações segundo as especificações

técnicas e pesquisadores. O propósito principal da apresentação do conteúdo deste capítulo é possibilitar uma visão do comportamento das ligações.

Neste trabalho será estudado o comportamento da ligação de chapa de extremidade ajustada. A curva momento x rotação relativa será obtida por meio da modelagem numérica, e posteriormente, comparada com resultados experimentais. Para a classificação da ligação em função dos critérios de rigidez e resistência será utilizada a de Buonicontro (2017) por ser um método de classificação não linear e dimensional.

4 PANORAMA SOBRE ANÁLISE AVANÇADA

As estruturas reticuladas quando sujeitas a um determinado conjunto de esforços apresentam um comportamento não linear desde o início do carregamento. Esse comportamento não linear resulta da consideração do equilíbrio da estrutura na posição deslocada (não linearidade geométrica) e/ou do fato de os materiais possuírem leis constitutivas não lineares (não linearidade do material).

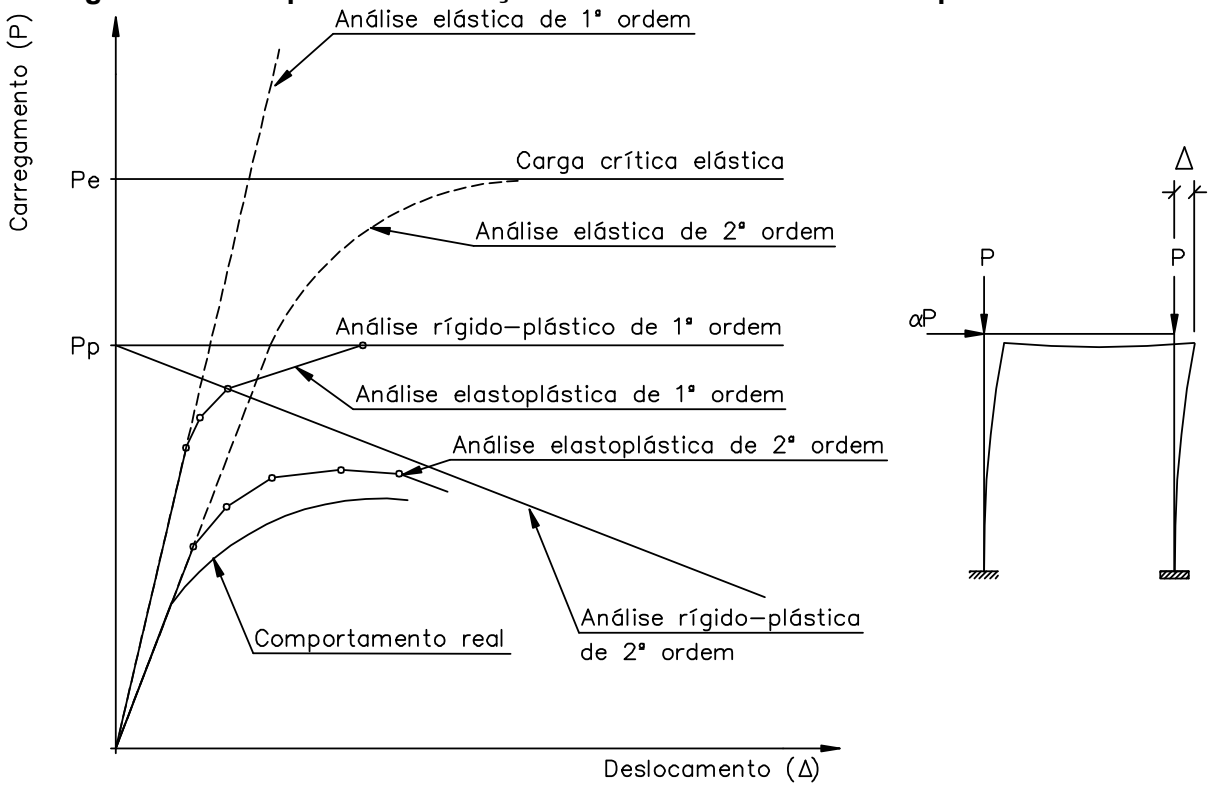
Atualmente, com o avanço da informática é possível realizar análises elastoplásticas rigorosas, conhecidas também como Análises Avançadas, incluindo os efeitos de segunda ordem, as propriedades do material, as tensões residuais, as imperfeições geométricas, as ligações semirrígidas e demais parâmetros relevantes no estudo da estabilidade e resistência da estrutura.

De acordo com Silva (2010), a análise avançada é uma técnica que procura introduzir nos modelos matemáticos que descrevem os comportamentos físicos e geométricos dos elementos representativos da estrutura, hipóteses mais próximas da realidade e, unir a isso, procedimentos numéricos e iterativos para se estimar o comportamento não linear dessas estruturas, de tal forma que o método, por si só, seja suficiente para a verificação da estrutura com respeito aos seus estados-limites. Dessa maneira, a análise avançada engloba os efeitos não lineares, geométricos e dos materiais, nas análises dos sistemas estruturais e de seus elementos componentes.

4.1 Tipos de análise

Uma visão geral dos tipos de análises utilizados no cálculo de pórticos planos será apresentada para melhor compreensão do comportamento da estrutura. A Figura 23 apresenta de forma esquemática as curvas de força x deslocamento de um pórtico rígido submetido à uma carga aplicada estática para cada tipo de análise.

Figura 23 – Comportamento força x deslocamento vários dos tipos de análises



Fonte: Chen *et al.* (1996), p. 4 – Adaptado pelo autor.

As análises podem ser separadas em dois grupos, considerando os efeitos geométricos:

- Análise de 1ª ordem: não considera os efeitos da não linearidade geométrica;
- Análise de 2ª ordem: considera os efeitos da não linearidade geométrica.

E, também em dois grupos, considerando os efeitos da plasticidade:

- Elástica: considera as tensões proporcionais às deformações, segundo a Lei de Hooke, desconsiderando a plasticidade;
- Elastoplástica: considera a não linearidade do material, incluindo os efeitos de plasticidade.

4.1.1 Análise elástica de 1ª ordem

Na análise elástica de 1ª ordem, o equilíbrio da estrutura é formulado considerando-a na sua posição indeslocada, ou seja, segundo sua geometria original (linearidade geométrica) e o material é modelado como elástico linear (linearidade do material). Dessa forma, essa análise considera, necessariamente, a hipótese de pequenos

deslocamentos e, sendo o material elástico linear, vale o princípio da superposição dos efeitos.

A análise elástica de 1ª ordem não fornece informações sobre a influência da plasticidade e da estabilidade no comportamento da estrutura. Essas influências normalmente são consideradas indiretamente no dimensionamento ao se verificar isoladamente cada barra por meio do uso das equações de interação, das curvas de resistência dos pilares, do comprimento efetivo das barras e dos fatores de amplificação dos momentos. A curva força x deslocamento obtida é linear, como indica a Figura 23.

4.1.2 Análise elástica de 2ª ordem

A análise elástica de 2ª ordem é formulada considerando o equilíbrio da estrutura na sua posição deslocada (não linearidade geométrica) e o material ainda é elástico linear (linearidade do material). Quando obtida de forma rigorosa, a análise inclui o efeito global de 2ª ordem, *P-Δ*, e o efeito local de 2ª ordem, *P-δ*. O efeito *P-Δ* representa as respostas decorrentes dos deslocamentos horizontais relativos das extremidades das barras, obtidas estabelecendo o equilíbrio na configuração deformada da estrutura. O efeito *P-δ* representa as respostas decorrentes dos deslocamentos da configuração deformada de cada barra da estrutura em relação à sua corda submetida à força axial.

Diferentemente da análise elástica de 1ª ordem, onde a resposta pode ser obtida de maneira simples e direta, a análise elástica de 2ª ordem requer um procedimento interativo. Apesar da análise de 2ª ordem considerar os efeitos de estabilidade da estrutura, ela não fornece nenhuma informação direta da resistência elastoplástica da estrutura. Portanto, trata-se de uma análise não linear geométrica. A resposta da curva força x deslocamento tende assintoticamente para a carga crítica elástica (P_e) da estrutura, conforme indica a Figura 23.

4.1.3 Análise elastoplástica de 1ª ordem

Na análise elastoplástica de 1ª ordem, o equilíbrio é verificado considerando a geometria indeslocada da estrutura (linearidade geométrica) e considera-se a não linearidade do material. Esse tipo de análise inclui os efeitos de plastificação das barras, que podem ser representados desde os modelos simples de rótulas plásticas até por modelos mais detalhados que consideram a propagação da plastificação no interior das mesmas. Assim, o princípio desta análise é baseado na suposição de que à medida que a estrutura está sendo carregada e seções transversais das barras da estrutura atingem o momento resistente de plastificação, rótulas plásticas se formam em determinadas seções, ocorrendo a redistribuição dos esforços até a formação de um mecanismo plástico.

Quando o material é elastoplástico perfeito, a resposta da curva força x deslocamento de uma análise elastoplástica de primeira ordem aproxima assintoticamente da carga limite plástica (P_p), conforme indica a Figura 23.

4.1.4 Análise elastoplástica de 2ª ordem

Na análise elastoplástica de 2ª ordem, o equilíbrio é formulado considerando a estrutura na sua posição deslocada (não linearidade geométrica) e considera a não linearidade do material. A carga limite obtida pela análise elastoplástica de segunda ordem é a que mais se aproxima da resistência real, sendo esta a análise que melhor representa o verdadeiro comportamento de um pórtico, conforme indica a Figura 23. Trata-se de uma análise não linear geométrica e do material.

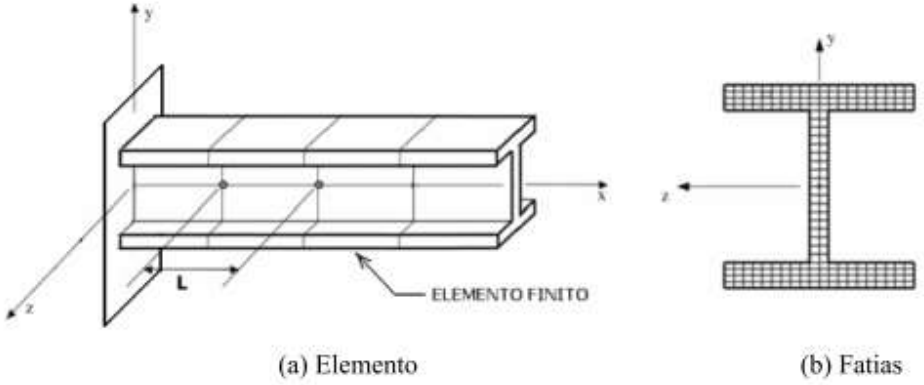
A análise elastoplástica refere-se a qualquer método de análise que considere os efeitos de escoamento do material. A análise elastoplástica de 2ª ordem tem sido realizada conforme duas formulações principais: formulação por zona plástica ou plasticidade distribuída e formulação baseada na formação de rótulas plásticas. Essa generalização é baseada no grau de refinamento na representação dos efeitos do escoamento. O método da rótula plástica é a mais simples formulação, enquanto que o modelo de zona plástica exige um maior refinamento.

O método de análise elastoplástica por zona plástica é capaz de incluir diversos atributos físicos e comportamentos das estruturas de aço como, por exemplo, as tensões residuais e as imperfeições geométricas, que podem ser modeladas diretamente na análise.

Existem dois tipos de análise com zona plástica. O primeiro envolve o uso de elementos finitos tridimensionais em casca, onde a matriz constitutiva elástica é modificada para a matriz constitutiva elastoplástica quando os efeitos de escoamento do material são detectados. Esta análise requer um grande número de elementos finitos tridimensionais, e, quando combinado com a análise de 2ª ordem, é computacionalmente onerosa, portanto é mais adequada para análise de estruturas em pequenas escalas ou para respostas detalhadas em pontos localizados na estrutura.

O segundo tipo de análise com zona plástica é baseado na teoria viga-pilar, onde as barras são discretizadas em vários elementos finitos e a seção transversal é subdividida em fatias, conforme exemplifica a Figura 24. A tensão residual em cada fatia é admitida ser constante, desde que as fatias tenham pequena espessura. O estado de tensão em cada fatia pode ser calculado, permitindo a distribuição gradual da plastificação na seção transversal devido ao escoamento.

Figura 24 – Modelagem da análise elastoplástica com zona plástica baseado na teoria viga-pilar



Fonte: Silva (2010), p. 22.

A análise por zona plástica que inclua a distribuição da plasticidade, a tensão residual, as imperfeições geométricas iniciais, e qualquer outro efeito de segunda ordem

significante, certamente elimina a necessidade de checar os elementos da estrutura de forma separada. Consequentemente, este método é classificado como análise elastoplástica avançada. As equações de interações dos elementos adotadas nas principais normas técnicas foram criadas, em parte, pelo ajuste de curvas de ensaios de laboratórios aos resultados obtidos por esta análise.

Esse tipo de análise é, portanto, amplamente usado no desenvolvimento de bancos de dados e na calibração de pórticos, visando validar análises elastoplásticas de segunda ordem. A análise com zona plástica também é frequentemente usada para substituir ensaios em laboratórios de estruturas de grande porte e com elevado custo para pesquisas.

4.2 Atributos para o modelo de análise avançada

A análise avançada refere-se a qualquer método de análise que, de forma adequada, avalie simultaneamente a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo. Esse tipo de análise consiste basicamente em introduzir no modelo numérico e nas formulações a serem adotados diversos fatores considerados relevantes na análise da estrutura, e que permitam ao calculista fazer o dimensionamento seguro do sistema estruturado em aço.

Para que um método de análise seja classificado como avançado, a literatura técnica tem considerado que, pelo menos, o estudo em teoria de segunda ordem (efeitos *P-Δ* e *P-δ*), a distribuição da plasticidade, as tensões residuais, as imperfeições geométricas iniciais e a flexibilidade das ligações devem ser levadas em conta na análise. A falta de alguns atributos caracteriza uma limitação da análise, e essa limitação deve ser levada em conta no projeto final conforme os critérios estabelecidos pelas normas técnicas.

4.2.1 Imperfeições geométricas

As imperfeições relativas ao processo de fabricação das peças, bem como as imperfeições de montagem das estruturas, são fatores importantes que influenciam a resistência dos pilares, desde o início do carregamento. Dessa forma, a flexão nestes

elementos, ocasionados pela excentricidade do carregamento axial, modifica os deslocamentos e a resistência da estrutura. Dois tipos de imperfeições geométricas podem ser considerados na análise: a curvatura inicial e a falta de prumo.

4.2.2 Tensões residuais

Os perfis estruturais de aço, soldados e laminados, possuem tensões residuais provenientes do processo de fabricação devido ao resfriamento não uniforme da peça. Essas tensões residuais são tensões auto-equilibradas e têm um papel importante no dimensionamento dos elementos de aço, pois, sendo a principal causa da não linearidade do diagrama tensão x deformação na região elastoplástica, afetam significativamente sua resistência na compressão.

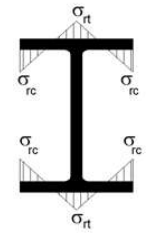
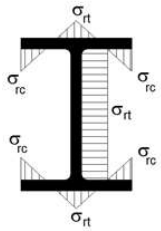
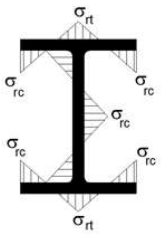
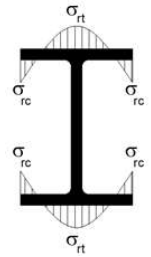
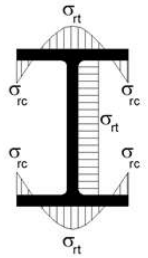
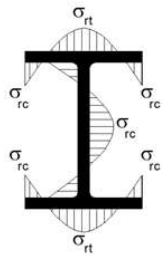
O valor e a distribuição das tensões residuais dependem da forma da seção transversal, da temperatura de laminação ou soldagem, das condições de resfriamento, dos métodos de retificação das peças e das propriedades do material, não sendo possível definir uma distribuição única para todos os perfis. A Tabela 6 apresenta diversos diagramas de tensões residuais para perfis tipo I laminado, sendo σ_{rt} a tensão residual de tração e σ_{rc} a tensão residual de compressão.

Inicialmente as fibras com tensões residuais de compressão escoam, seguidas pelas com tensões de tração, de forma que o escoamento da seção transversal ocorrerá de maneira mais gradual. As tensões residuais podem ser incorporadas diretamente na seção transversal, como realizado por Silva (2010), ou podem ser incorporadas modificando-se o diagrama tensão x deformação.

A literatura técnica tem adotado, de forma simplificada, as distribuições parabólica ou linear para a variação das tensões residuais dos perfis laminados e soldados.

Na Tabela 6, b_f a largura da mesa, t_w a espessura da alma, t_f a espessura da mesa e h_w a altura da alma.

Tabela 6 – Tipos de distribuição das tensões residuais

Configuração	Distribuição		Tensão residual de tração σ_{rt}
	Mesas	Alma	
	Linear	Sem tensão residual	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$
	Linear	Constante	$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f}{t_f b_f + t_w h_w}\sigma_{rc}$ onde: $h_w = d - 2t_f$
	Linear	Linear	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$
	Parabólica	Sem tensão residual	$\sigma_{rt} = -\frac{\sigma_{rc}}{2}$
	Parabólica	Constante	$\sigma_{rt} = -\frac{2t_f b_f}{4t_f b_f + 3t_w h_w}\sigma_{rc}$
	Parabólica	Parabólica	$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f + t_w h_w}{4t_f b_f + t_w h_w} 2\sigma_{rc}$

Fonte: Almeida (2006), p. 79.

4.2.3 Não linearidade geométrica e do material

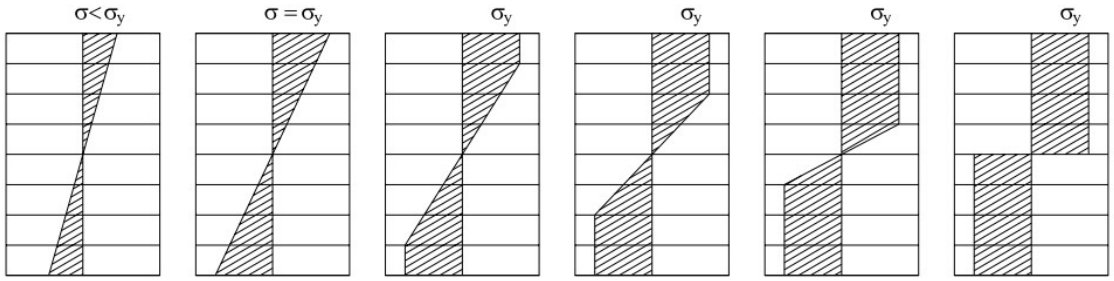
A não linearidade geométrica leva em conta a teoria de 2ª ordem e a característica principal deve-se ao equilíbrio formulado considerando a estrutura na sua posição deslocada. Neste caso, está implícito que os deslocamentos existentes afetam o equilíbrio da estrutura; entretanto, esta análise pode ser feita tanto em regime de pequenos deslocamentos quanto no de grandes deslocamentos. Logo, uma análise é geometricamente não linear quando feita em teoria de 2ª ordem.

O fato de considerar ou não a plastificação das barras na análise permite fazer a distinção entre os conceitos de linearidade e não linearidade física. Dessa forma, quando o material não obedece à lei de Hooke, ou seja, quando não existe a proporcionalidade no diagrama tensão x deformação, estamos considerando a não linearidade física.

Uma análise que considera ambas as não linearidades, do material e geométrica, conduz a resultados mais realistas da rigidez, da resistência e da estabilidade da estrutura, possibilitando prever com maior precisão os possíveis modos de colapso da mesma.

Almeida (2006) e Silva (2010) utilizaram a técnica das fatias (Figura 24), na qual a seção transversal é dividida em fatias, buscando captar a propagação do escoamento ao longo da altura da seção transversal, além de permitir a implementação de tensões residuais. A propagação do escoamento das fatias ao longo da seção transversal é mostrada na Figura 25 pelos diagramas de tensões normais onde atua apenas momento fletor. Quando o momento na seção atinge o momento de plastificação, todas as fibras da seção atingem a tensão de escoamento formando uma rótula plástica. O surgimento sucessivo de rótulas plásticas pode levar a estrutura ao colapso por formação de mecanismo de viga.

Figura 25 – Plastificação gradual na altura da seção transversal



Fonte: Almeida (2006), p. 81.

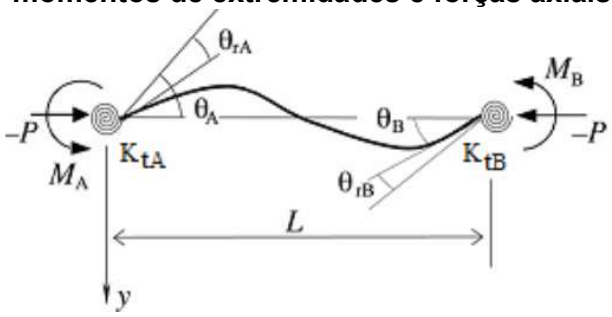
4.2.4 Não linearidade das ligações

A rigidez das ligações é uma característica relevante na análise de estruturas de aço. Interferem no comportamento global da estrutura, logo devem ser estudadas de maneira rigorosa.

O comportamento de uma ligação, como já foi mostrado anteriormente, é caracterizado pela sua curva característica momento x rotação relativa. Para uma aproximação do comportamento real, pode-se representar uma ligação viga-pilar por meio de uma mola em espiral. Desse modo, as ligações inseridas no ponto de interseção entre a viga e o pilar podem ser modeladas de três maneiras: com elementos híbridos (elementos de barra modificados), com elementos de mola ou com a modelagem numérica de todos os elementos que compõem a ligação.

A Figura 26 mostra um elemento híbrido, no qual a modelagem das ligações, através de molas com rigidez rotacional, introduz rotações relativas θ_{rA} e θ_{rB} nos nós *A* e *B* do elemento, respectivamente, modificando o comportamento não linear de um sistema estrutural perfeitamente rígido. Neste caso, a matriz de rigidez de barra é modificada em função da rigidez das ligações, para levar em conta a influência do comportamento destas na análise estrutural.

Figura 26 – Elemento híbrido de viga-pilar com ligações semirrígidas sujeito a momentos de extremidades e forças axiais



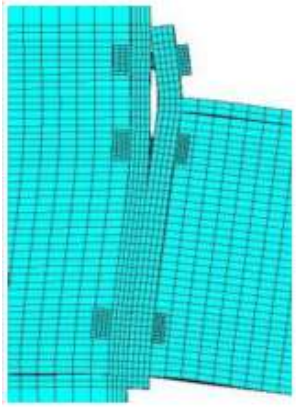
Fonte: Chen *et al.* (1996), p.368.

Na modelagem de estruturas com elementos de mola para representar uma ligação semirrígida, os elementos de mola têm a função de unir dois elementos de barra e representar o comportamento de uma ligação na análise.

O método com elemento de mola é bastante prático para a análise de estruturas com ligações semirrígidas, pois consiste simplesmente na união de elementos de ligação adicionalmente aos elementos de barra, sem que estes sejam modificados. O elemento de ligação possui os mesmos graus de liberdade por extremidade (nó) que os elementos de barra, sendo duas translações e uma rotação.

Já a modelagem numérica permite o estudo de diferentes configurações de ligações, com a variação de parâmetros, tais como dimensões dos elementos conectados, dos conectores, das propriedades dos materiais, dentre outros. Um modelo numérico bem calibrado, com a adoção de parâmetros coerentes e com boa representatividade dos fenômenos físicos os quais se espera simular, garante resultados bastante satisfatórios para a análise de ligações. A Figura 27 representa a deformada do modelo numérico analisado por Bergamasco (2012).

Figura 27 – Deformada de um modelo numérico



Fonte: Bergamasco (2012), p. 236.

4.3 Considerações finais

Neste capítulo foi apresentada uma revisão bibliográfica sobre a Análise Avançada. O capítulo inicia-se com a conceituação dos tipos de análise existentes e, posteriormente, apresenta os princípios básicos e os atributos necessários para que uma análise seja considerada Análise Avançada.

Neste trabalho, o pórtico simples de aço a ser estudado será analisado segundo os preceitos da Análise Avançada, levando em conta os efeitos de 2ª ordem na estrutura, as propriedades dos materiais, as imperfeições geométricas e o comportamento das ligações semirrígidas.

5 DESENVOLVIMENTO

A metodologia adotada no desenvolvimento deste trabalho segue o enfoque teórico-numérico, envolvendo os passos referentes à revisão bibliográfica, análise numérica e análise comparativa dos resultados.

A revisão bibliográfica, referente aos capítulos 2, 3 e 4, foi realizada visando ao entendimento dos modelos teóricos fundamentados em pesquisas anteriores relativos ao comportamento das ligações, ao estudo da estabilidade dos pórticos, definições teóricas das análises utilizadas no cálculo das estruturas, incluindo uma visão geral sobre a Análise Avançada.

Para a realização da análise numérica, inicialmente, foram selecionados os parâmetros principais da ligação, definindo a geometria do modelo. Após a realização da análise numérica da ligação utilizando o programa computacional LUSAS, os resultados obtidos foram comparados com os resultados da modelagem experimental. Posterior à confirmação da representatividade do modelo da ligação, realiza-se a modelagem tridimensional do pórtico de aço com a ligação já estudada, utilizando o mesmo programa computacional, de forma a avaliar simultaneamente a resistência e a estabilidade do sistema estrutural. Após a obtenção dos resultados, os mesmos são comparados com os resultados obtidos por meio do programa computacional PPLANLEP, desenvolvido por Lavall (1996) e adaptado por Silva (2010), capaz de realizar análise de pórticos planos de aço, considerando a Análise Não Linear Elastoplástica e as ligações semirrígidas.

5.1 Seleção dos parâmetros da ligação

Os parâmetros principais que podem alterar o comportamento da ligação são: espessura da chapa de extremidade, diâmetro e quantidade dos parafusos, dimensões das vigas e pilares, distância entre parafusos, distância do parafuso a extremidade da chapa e presença ou não de enrijecedores na alma do pilar.

Com base nas recomendações de Fakury *et al.* (2016), os parâmetros adotados no modelo que influenciam na rigidez da ligação deverão ser selecionados levando em consideração os seguintes aspectos:

1) Seleção da seção dos perfis a serem utilizados nas vigas e pilares presentes na ligação;
2) Espessura da chapa de extremidade ajustada;
3) Escolha do aço das chapas e perfis;
4) Diâmetro e quantidade de parafusos;
5) Escolha do aço do parafuso;
6) Força de protensão mínima para parafusos, conforme a Tabela 7;

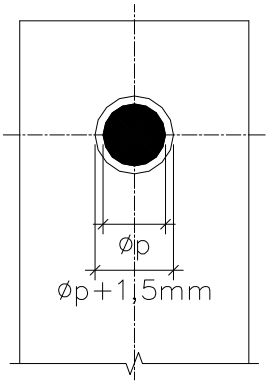
Tabela 7 – Força de protensão mínima nos parafusos

Material	A 325	A 490
Ø Parafuso	Tração mínima (kN)	Tração mínima (kN)
$^{1}/_{2}$"	53	66
$^{5}/_{8}$"	85	106
$^{3}/_{4}$"	125	156
$^{7}/_{8}$"	173	216
1”	227	283

Fonte: ABNT NBR 8800: 2008, p. 94 – Adaptada pelo autor.

7) Presença ou não de enrijecedores na alma do pilar;
8) Diâmetro do furo segue o furo-padrão, sendo: $\emptyset_p + 1{,}5mm$, conforme a Figura 28;

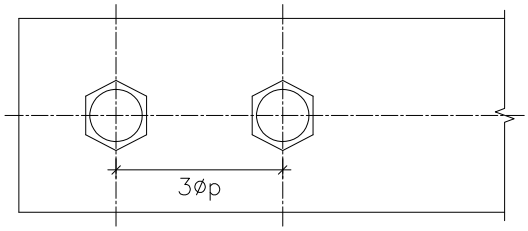
Figura 28 – Diâmetro do furo padrão



Fonte: Fakury *et al.* (2016), p. 256 – Adaptada pelo autor.

9) Distância entre centro de furos não pode ser inferior a $3\emptyset_p$, conforme a Figura 29

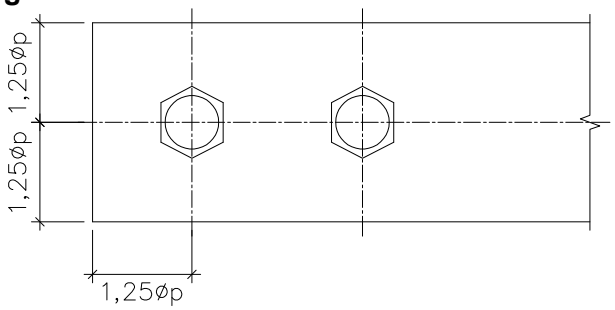
Figura 29 – Distância entre centros de furos



Fonte: Fakury *et al.* (2016), p. 257 – Adaptada pelo autor.

10) Para qualquer borda de uma parte ligada, a distância do centro do furo mais próximo até a essa borda não pode ser inferior a $1{,}25\emptyset_p$ (Figura 30), e não pode exceder a 24 vezes a espessura da parte ligada menos espessa e nem a 300 mm.

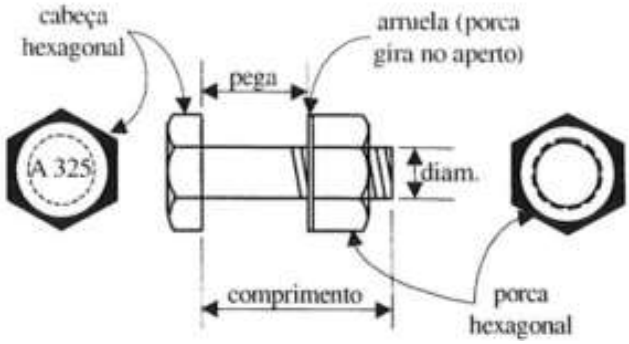
Figura 30 – Distância entre furo e borda



Fonte: Fakury *et al.* (2016), p. 257 – Adaptada pelo autor.

11) O comprimento do parafuso é representado na Figura 31;

Figura 31 – Comprimento do parafuso



Fonte: Fakury *et al.* (2016), p. 251.

As dimensões da cabeça do parafuso, da arruela e da porca foram adotadas conforme a Tabela 8.

Tabela 8 – Dimensões para parafusos A325 Ø ¾”

Espessura	Dimensões (mm)
Cabeça do parafuso	12,9
Porca	19,2
Arruela	4,5

Fonte: Ciser (2008), p. 2 – Adaptada pelo autor.

12) Largura da chapa de extremidade ajustada deverá ser estabelecida respeitando a largura da mesa da viga, a distância entre centro de furos e a extremidade da chapa, e se necessário, considerando 10mm em cada extremidade para a solda da viga na chapa;
13) Altura da chapa de extremidade deverá ser estabelecida respeitando a altura da viga e considerando 10mm em cada extremidade para a solda da viga na chapa.

5.2 Métodos e procedimentos

Devido ao grande número de parâmetros a serem analisados, será utilizado o programa computacional em elementos finitos LUSAS Modeller Application na versão 15.0-8. A título de conhecimento, a análise do modelo foi efetuada em um notebook

DELL com processador Intel (R) Core (TM) i5-5200U com 2,20 GHz, com 16 GB de memória RAM e placa de vídeo dedicada de 2GB.

A extrema complexidade do comportamento local do tipo de ligação em estudo demanda, de certa forma, a necessidade de realizar-se uma análise tridimensional. Assim, embora algumas pesquisas desenvolvidas, como Sekulovic e Salatic (2001), Sekulovic *et al.* (2002), Pinheiro e Silveira (2004), Pinheiro e Silveira (2005), Silva *et al.* (2008), Lavall *et al.* (2012a), Lavall *et al.* (2012b), e entre outras, tenham utilizado análises bidimensionais para o estudo do comportamento de pórticos com ligações semirrígidas, para este trabalho optou-se pela adoção de elementos finitos tridimensionais, de forma a possibilitar a análise de um modelo com características mais próximas da estrutura real.

A partir das escolhas feitas anteriormente, seguem as etapas a serem realizadas para o desenvolvimento do trabalho:

1) Selecionar na literatura técnica, o modelo e parâmetros da ligação a ser analisada;
2) Modelar, geometricamente, a estrutura no programa de desenho AutoCAD para fácil compreensão dos elementos a serem modelados;
3) Criar o modelo da estrutura no programa computacional LUSAS, executando os seguintes passos:
    a) Inserir as coordenadas nodais;
    b) Escolher o tipo de elemento;
    c) Discretizar a malha;
    d) Inserir a geometria dos materiais;
    e) Inserir as propriedades dos materiais;
    f) Inserir as condições de contorno no modelo;
    g) Simular superfície de contado;
    h) Inserir carregamento;
    i) Executar a análise não linear geométrica e do material;
    j) Verificar os critérios de convergência;
    k) Processar o modelo;
    l) Calibrar dados;

m) Analisar resultados;

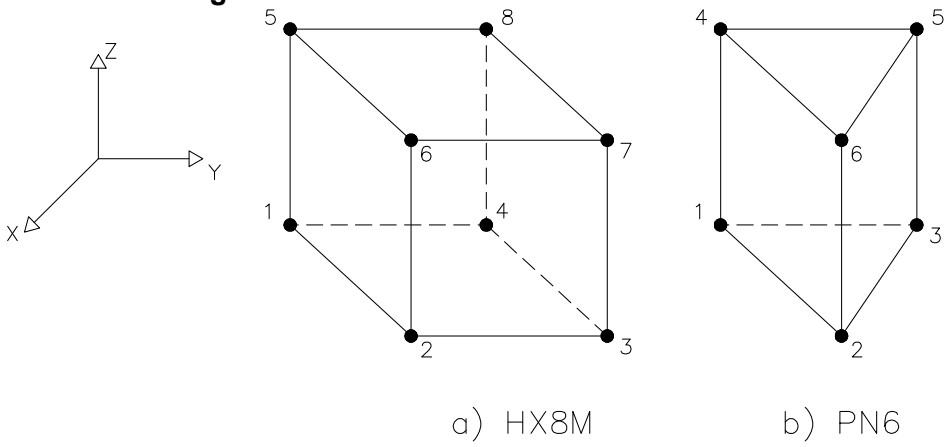
4) Comparar a curva momento x rotação relativa da ligação obtida por meio da análise numérica com o resultado obtido com a modelagem experimental;
5) Comparar os resultados do pórtico simples de aço com a ligação de chapa de extremidade ajustada obtidos por meio da análise numérica com os resultados do programa PPLANLEP;
6) Validar a modelagem numérica;
7) Analisar os resultados finais e elaborar as considerações observadas durante a realização do trabalho.

5.3 Descrição da modelagem numérica

A partir da geometria definida inicia-se a modelagem do protótipo. As coordenadas nodais são inseridas, de baixo para cima e da esquerda para direita. As linhas, superfícies e volumes são inseridos em um único sentido para que os eixos locais dos elementos fiquem na mesma direção.

Para os elementos da mesa do pilar, da mesa da viga, da chapa de extremidade da ligação e do parafuso, onde é necessária de uma análise mais refinada, foram utilizados os elementos finitos sólidos HX8M e PN6, esquematicamente representados na Figura 32, compostos de, respectivamente, oito e seis nós, com três graus de liberdade por ponto nodal.

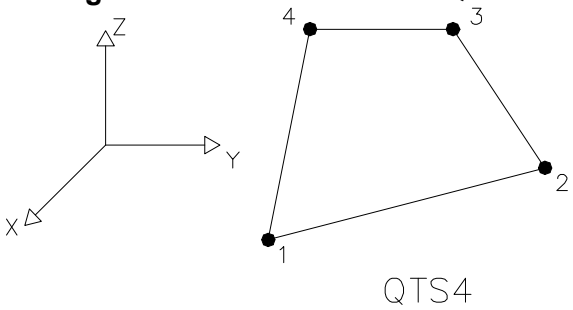
Figura 32 – Elementos finitos HX8M e PN6



Fonte: Lusas (2014) – Adaptada pelo autor.

Para os elementos da alma do pilar e da alma da viga, foram utilizados os elementos finitos de casca QTS4, esquematicamente representados na Figura 33. Os elementos são compostos por quatro nós e com seis graus de liberdade por ponto nodal.

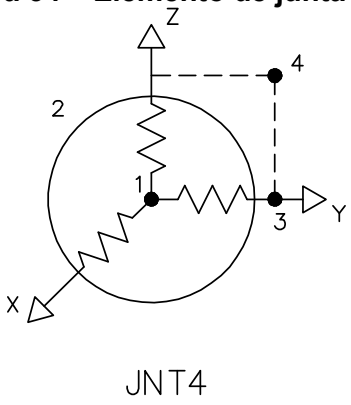
Figura 33 – Elemento finito QTS4



Fonte: Lusas (2014) – Adaptada pelo autor.

Para o contato dos parafusos com a chapa de extremidade ajustada e a mesa do pilar, utiliza-se o elemento de junta JNT4, esquematicamente representado na Figura 34, composto por quatro nós.

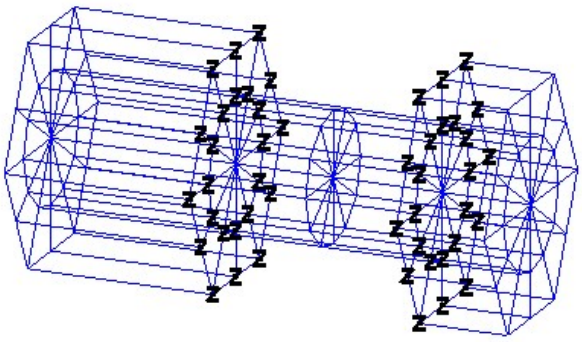
Figura 34 – Elemento de junta JNT4



Fonte: Lusas (2014) – Adaptada pelo autor.

A modelagem do contato entre as diferentes partes do modelo é considerada um dos processos mais críticos. Se o contato for modelado incorretamente, os resultados da análise não refletirão o comportamento real da ligação. No trabalho, o elemento JNT4 promove o contato entre dois nós de elementos finitos adjacentes, por meio de três molas de translação, dispostas segundo as direções locais X, Y e Z. Os dois nós em contato, considerados nós ativos, possuem três graus de liberdade e são interligados por meio de mola. A Figura 35 apresenta os elementos de junta aplicados no parafuso.

Figura 35 – Elementos de junta aplicados no parafuso



Fonte: Desenvolvido pelo autor.

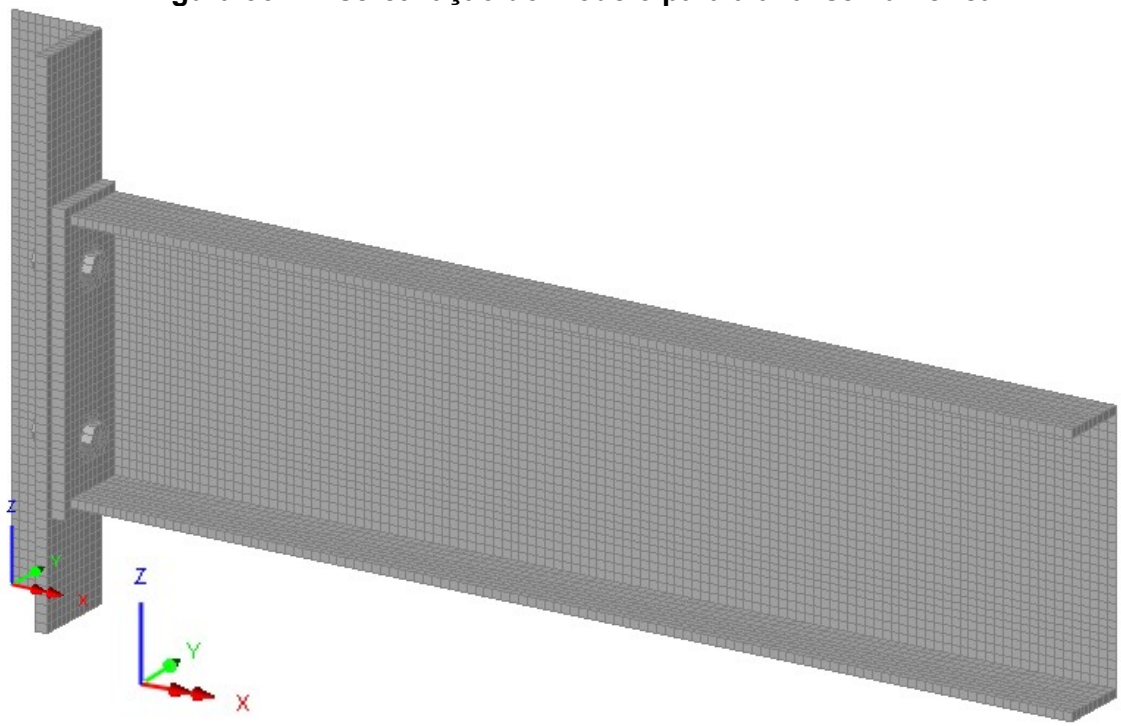
O elemento de junta necessita de ser aplicado simultaneamente com uma constante de rigidez no nó. Para este caso foi utilizado a formulação de mola simples (*spring stiffness only*), que apresenta uma constante de rigidez para cada grau de liberdade.

Para simular o contato entre a mesa do pilar e a chapa de extremidade ajustada foram adotados pontos nodais coincidentes e aplicado o elemento *Slideline.* Este elemento de contato permite que os componentes da ligação se deformem de forma independente, impedindo que um elemento penetre no outro, possibilitando capturar o comportamento em cada interface da ligação.

A solda não foi modelada na ligação; para simular o seu comportamento, é considerado um único nó rígido interligando um elemento a outro.

Conforme preconizado no MEF, a discretização da malha deve ter um aspecto regular para que ocorra a distribuição de tensão de forma regular e com o tempo de análise razoável. A malha é refinada em áreas com grandes variações de tensões, onde são necessárias análises mais apuradas, como, por exemplo, na chapa de extremidade na região próxima dos furos dos parafusos. A Figura 36 apresenta a perspectiva global do modelo discretizado.

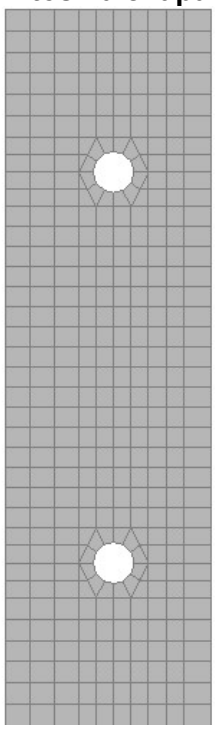
Figura 36 – Discretização do modelo para a análise numérica



Fonte: Desenvolvido pelo autor.

A Figura 37 apresenta a malha discretizada na chapa de extremidade e o detalhe da malha na região dos furos.

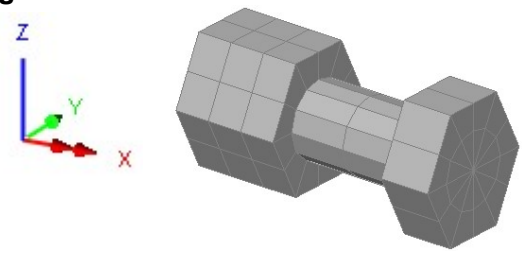
Figura 37 – Malha dos elementos finitos na chapa de extremidade e na região do furo



Fonte: Desenvolvido pelo autor.

A Figura 38 apresenta a malha utilizada nos parafusos.

Figura 38 – Malha dos elementos finitos nos parafusos



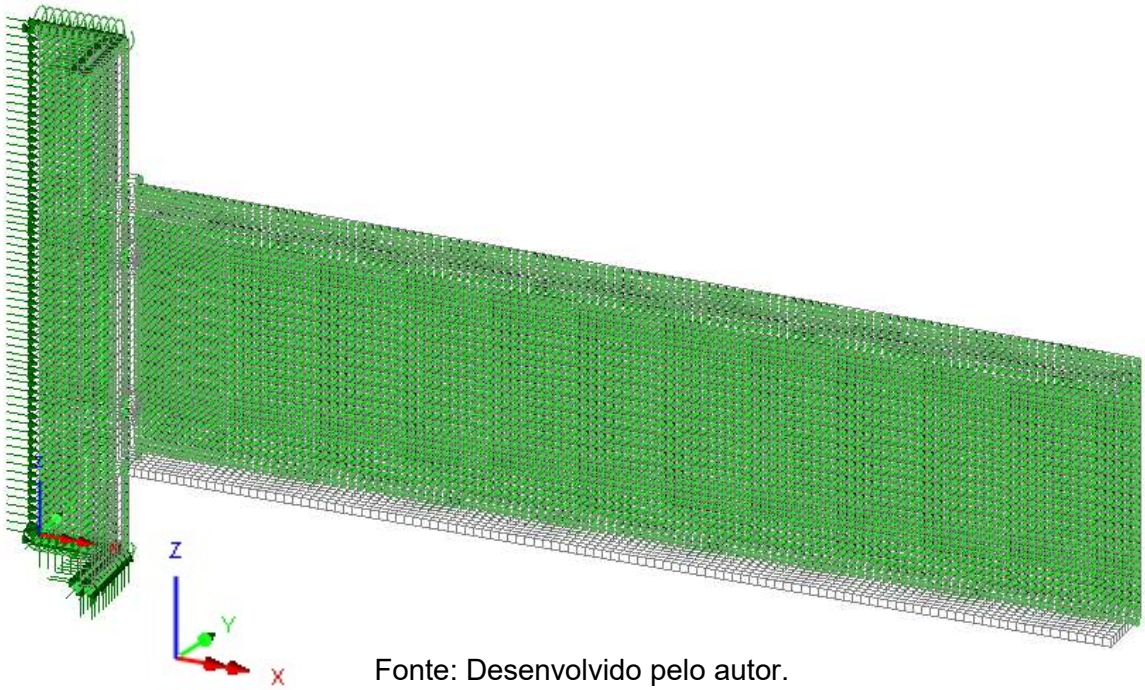
Fonte: Desenvolvido pelo autor.

5.3.1 Condições de contorno do modelo

As condições de contorno para os nós situados no plano de simetria da ligação foram impostas considerando o deslocamento nulo na direção Y (perpendicular ao plano de simetria). E, devido ao ensaio experimental ter sido realizado em protótipos do tipo cruciforme, foi possível realizar a simetria do modelo aplicando a condição de deslocamento nulo na direção X na metade da alma do pilar.

Para as condições de contorno de trabalho do modelo, a extremidade inferior do pilar é restringida nas direções X, Y e Z, e a extremidade superior do pilar é restringida nas direções X e Y. As condições de contorno estão conforme a Figura 39.

Figura 39 – Condições de contorno do modelo

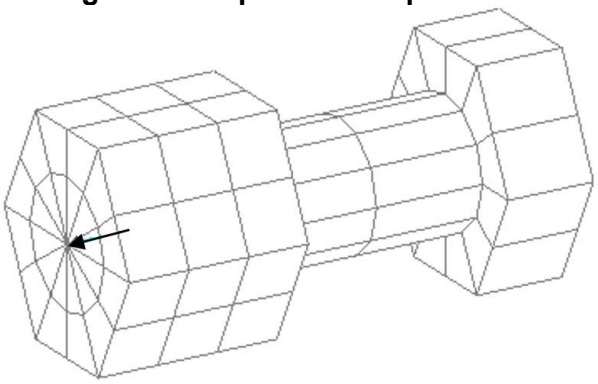


Fonte: Desenvolvido pelo autor.

5.3.2 Solicitações aplicadas no modelo

As forças aplicadas aos modelos são de natureza distinta, representando a solicitação produzida pelo peso próprio da estrutura, pela protensão dos parafusos e pela solicitação de momento fletor da viga. O carregamento devido ao peso próprio da estrutura é gerado automaticamente pelo programa. O carregamento devido à protensão dos parafusos é introduzido por meio de carga aplicada em um ponto nodal situado na extremidade da porca, conforme a Figura 40. Deve-se ressaltar que na análise numérica a protensão é aplicada simultaneamente a todos os parafusos, diferentemente do que ocorre na prática, quando o aperto é feito sequencialmente, parafuso a parafuso.

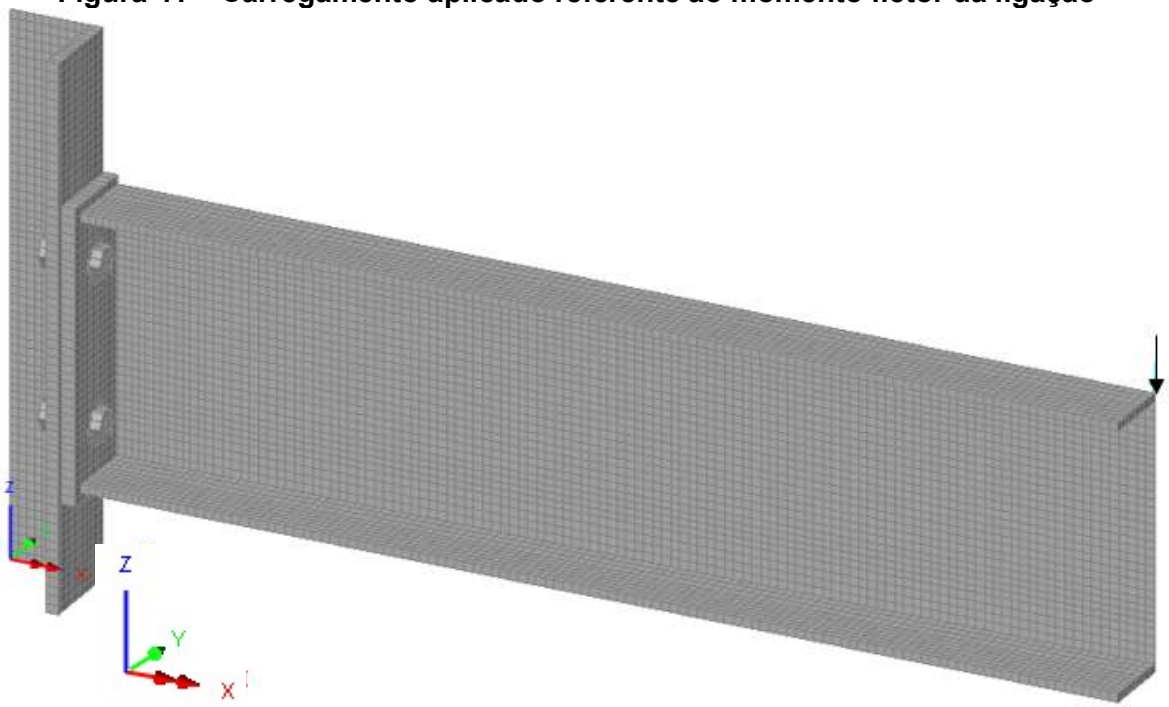
Figura 40 – Carregamento equivalente à protensão dos parafusos



Fonte: Desenvolvido pelo autor.

O carregamento aplicado referente ao momento fletor da ligação é introduzido por meio de carga vertical concentrada em um ponto nodal situado na extremidade da viga, conforme a Figura 41.

Figura 41 – Carregamento aplicado referente ao momento fletor da ligação



Fonte: Desenvolvido pelo autor.

Para caracterizar o comportamento não linear com maior precisão, é necessário dividir o carregamento em incrementos, onde para cada incremento, realiza-se um processo iterativo que busca o equilíbrio na resposta da estrutura frente às solicitações. Uma vez alcançado o equilíbrio, aumenta-se o carregamento aplicado no modelo, por meio do acréscimo incremental.

5.3.3 Características e controle da análise numérica

A análise numérica envolve uma análise estática considerando as não linearidades do material e geométrica. Para a não linearidade geométrica, considerou a Formulação Lagrangeana Total. O modelo elastoplástico com critério de plastificação de Von Mises é adotado para representar o material dos perfis da viga e do pilar, da chapa de extremidade e dos parafusos. Para a obtenção da solução, a cada etapa de carregamento, é utilizado o método de Newton-Raphson Puro, especificando-se o número máximo de iterações em cada etapa de carregamento e o número máximo de buscas lineares em cada iteração. O critério de convergência do programa pode ser realizado por meio do controle de carregamento ou controle de deslocamento.

5.4 Considerações finais

Neste capítulo foi apresentada a metodologia empregada para a realização do trabalho. O capítulo iniciou-se com apresentação dos parâmetros da ligação que influenciam em seu comportamento, posteriormente, apresentou o programa computacional a ser utilizado na análise e as etapas a serem realizadas para o desenvolvimento do trabalho.

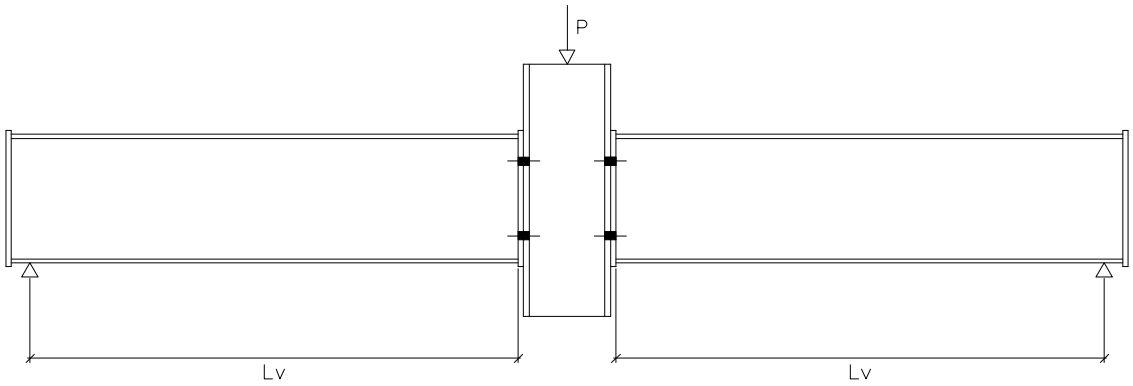
O item 5.3 apresentou uma discussão detalhada de toda a fase da análise numérica, realizada via MEF, englobando a discretização do modelo, as características dos elementos finitos utilizados, o tipo de análise estrutural adotado, as formas de introdução dos carregamentos e os parâmetros de convergência adotados.

6 ANÁLISE NUMÉRICA DA LIGAÇÃO SEMIRRÍGIDA E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A ligação viga-pilar com chapa de extremidade ajustada modelada neste trabalho, visando representar o seu comportamento e analisar uma gama de resultados, foi uma das ligações estudadas experimentalmente por Ostrander (1970).

Os protótipos ensaiados por Ostrander (1970) foram do tipo cruciforme, conforme mostrado na Figura 42, em que duas vigas foram ligadas a um pilar central. Esta configuração permite a aplicação do carregamento por meio de um único atuador hidráulico, posicionando-o sobre o pilar central, tendo-se dois apoios posicionados sob as extremidades das vigas. A análise numérica partiu da escolha do teste número 13 conforme detalhado na Tabela 9.

Figura 42 – Representação esquemática dos protótipos ensaiados por Ostrander (1970)



Fonte: Ostrander (1970), p. 16 – Adaptada pelo autor.

Tabela 9 – Dimensões adotadas para o ensaio número 13 de Ostrander (1970)

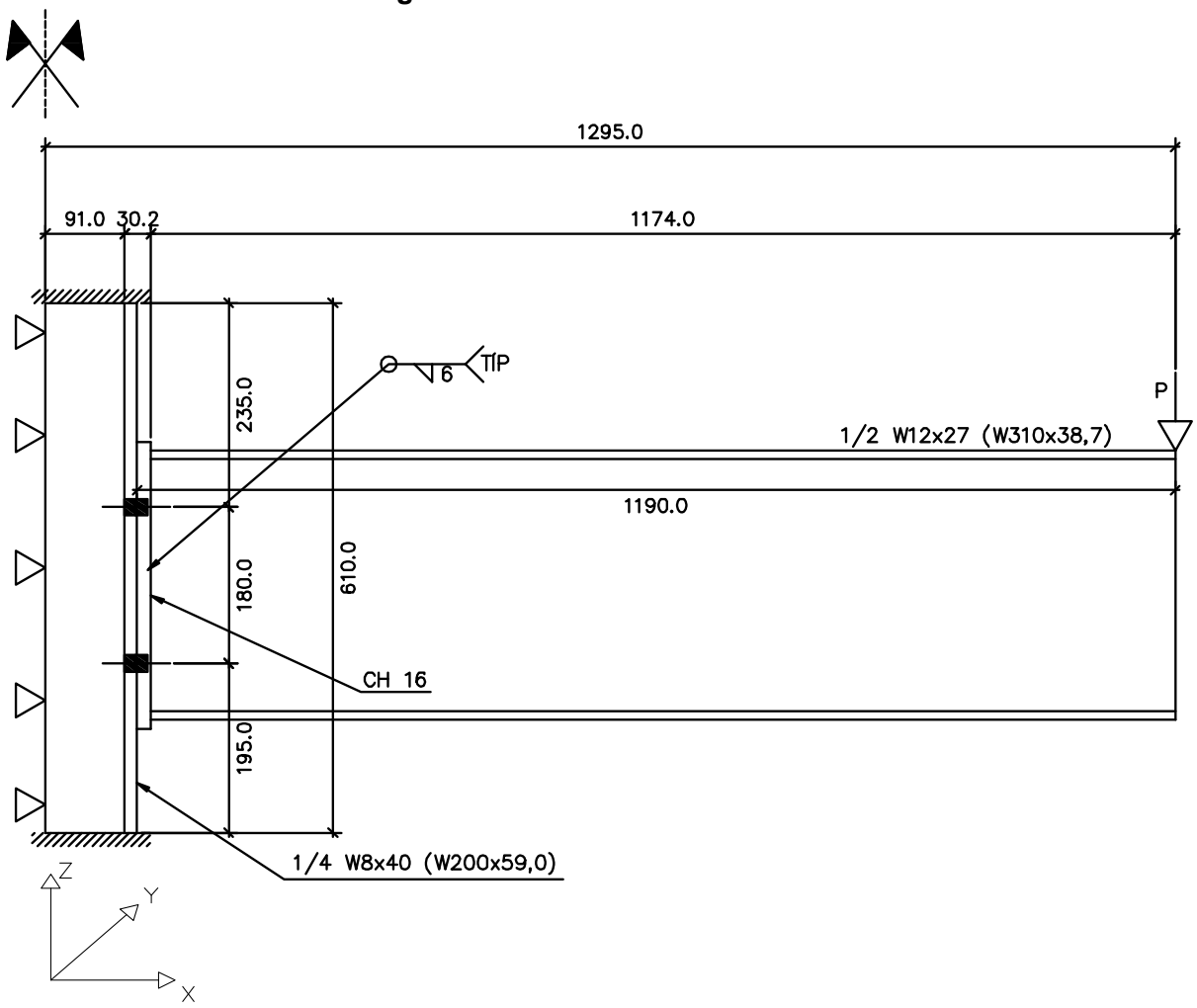
Teste	Seção da Viga	Seção do Pilar	Chapa de Topo			Parafusos	
			b (mm)	h (mm)	t (mm)	g (mm)	c (mm)
13	W12x27	W8x40	190	330	16,0	100	180

Fonte: Ostrander (1970), p. 17 – Adaptada pelo autor.

Na Tabela 9, *b* é a largura da chapa, *h* o comprimento da chapa, *t* a espessura da chapa, *g* a distância horizontal entre furos e *c* a distância vertical entre furos, conforme Figura 44.

Aproveitando a simetria do protótipo analisado por Ostrander (1970) e objetivando-se otimizar o processamento do modelo numérico, considera-se na análise a metade do pilar e uma viga em balanço. A Figura 43 apresenta a vista longitudinal da geometria do modelo.

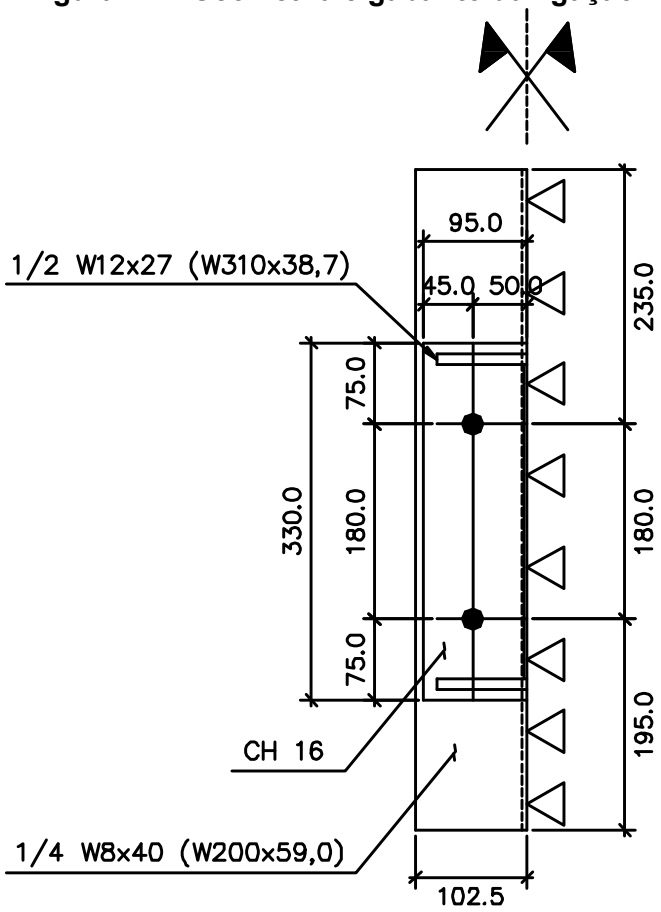
Figura 43 – Geometria do modelo



Fonte: Ostrander (1970), p. 113 – Adaptada pelo autor.

E devido a simetria da ligação e para otimização da análise, adota-se no modelo a metade da viga, do pilar e da chapa de extremidade, a partir do plano médio das almas complanares dos perfis. A Figura 44 apresenta a vista transversal da geometria e gabarito da ligação.

Figura 44 – Geometria e gabarito da ligação



Fonte: Ostrander (1970), p. 113 – Adaptada pelo autor.

O ensaio experimental de Ostrander (1970) seguiu as diretrizes da norma canadense CSA S16-1969 para a escolha dos materiais a serem utilizados. No trabalho não foi apresentado a curva constitutiva dos perfis, chapas, parafusos e soldas utilizados nos 24 testes experimentais, assim não foi possível realizar a modelagem com a resistência ao escoamento, F_y, a resistência de ruptura, F_u, e o módulo de elasticidade, E, reais. Ostrander (1970) apresentou apenas a média dos valores do F_y e F_u dos perfis e chapas e indicou que em sua tese iria utilizar os valores nominais para os cálculos paramétricos.

Seguindo as diretrizes adotadas por Ostrander (1970), o presente trabalho utiliza os valores nominais da resistência ao escoamento, F_y, e da resistência de ruptura, F_u, dos perfis, chapas e parafusos. Para compatibilização dos materiais e perfis utilizados no ensaio conforme a realidade da construção de aço no Brasil e a norma brasileira

ABNT NBR 8800: 2008, considera-se a equivalência dos materiais e perfis, conforme a Tabela 10.

Tabela 10 – Conversão dos materiais para a norma ABNT NBR 8800: 2008

	Normas	
	CSA S16-1969	ABNT NBR 8800: 2008
Perfil viga	W12x27,0	W310x38,7
Perfil pilar	W8x40,0	W200x59,0
Aço perfis laminados	CSA G40.12	USI CIVIL 300
Aço para chapas	CSA A36	ASTM A36

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

O aço adotado no parafuso é do tipo ASTM A 325, com F_{yb} igual a 63,5 kN/cm² e F_{ub} igual a 82,5 kN/cm². A equivalência dos aços utilizado é comprovada na Tabela 11 e a equivalência dos perfis utilizados é comprovada na Tabela 12.

Tabela 11 – Equivalência dos aços

Aço	F_y (kN/cm²)	F_u (kN/cm²)
CSA G40.12	30,0	45,0
USI CIVIL 300	30,0	40,0
CSA A36	25,0	41,0
ASTM A36	25,0	40,0

Fonte: Fakury *et al.* (2016), p. 18 – Adaptada pelo autor.

Tabela 12 – Equivalência dos perfis

Perfis	d (mm)	b_f (mm)	Espessura		h (mm)	Área (cm²)
			t_w (mm)	t_f (mm)		
W12x27,0	310,388	164,846	5,842	9,652	291,084	49,35
W310x38,7	310,0	165,0	5,8	9,7	291,0	49,7
W8x40,0	209,55	204,978	9,144	14,224	181,102	75,5
W200x59,0	210,0	205,0	9,1	14,2	182,0	76,0

Fonte: Gerdau (2010), p. 4 – Adaptada pelo autor.

Na Tabela 12, d é a altura total do perfil, b_f a largura da mesa, t_w a espessura da alma, t_f a espessura da mesa, h a altura da alma e A a área da seção transversal.

A força de protensão adotada nos parafusos por Ostrander (1970) foi executada a mão e teve valores próximos de 34,7 kN/parafuso e 61,8 kN/parafuso. Ostrander (1970) não especificou a força de protensão executada em cada teste, assim não foi possível aplicar a força de protensão real na modelagem. No presente trabalho adota-se a protensão de valor igual a 34,7 kN/parafuso.

As propriedades mecânicas dos aços empregados na modelagem numérica deste trabalho são:

- Módulo de elasticidade do aço: E = 20.000 kN/cm²;
- Módulo de elasticidade transversal do aço: G = 7.700 kN/cm²;
- Coeficiente de Poisson do aço: υ = 0,3;
- Massa específica do aço: ρ = 7.850 kgf/m³;
- Peso específica do aço: ɣ = 77 kN/m³;
- Coeficiente de dilatação térmica do aço: α = 12 x 10^{-6} °C^{-1}.

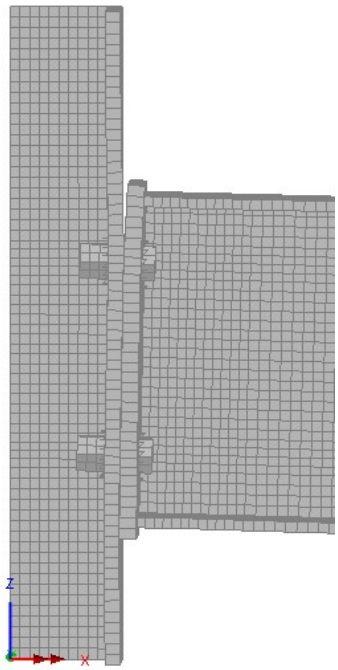
6.1 Modelagem numérica da ligação no LUSAS

Na Figura 45 e na Figura 46 pode-se comparar qualitativamente a deformada entre o protótipo ensaiado e a análise numérica.

Figura 45 – Protótipo ensaiado

Fonte: Ostrander (1970), p.124.

Figura 46 – Deformada do modelo numérico

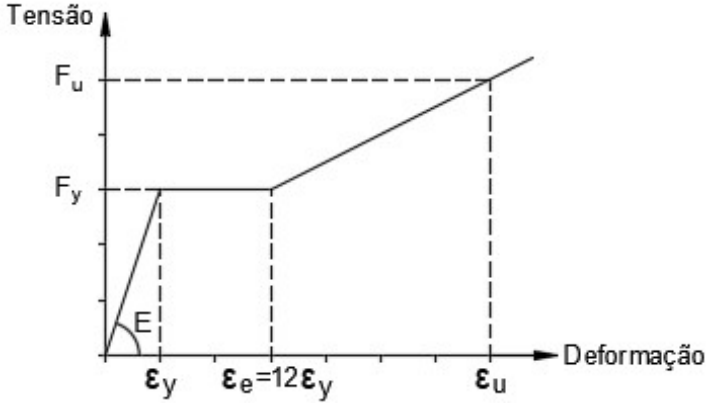


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

6.1.1 Propriedades físicas dos materiais

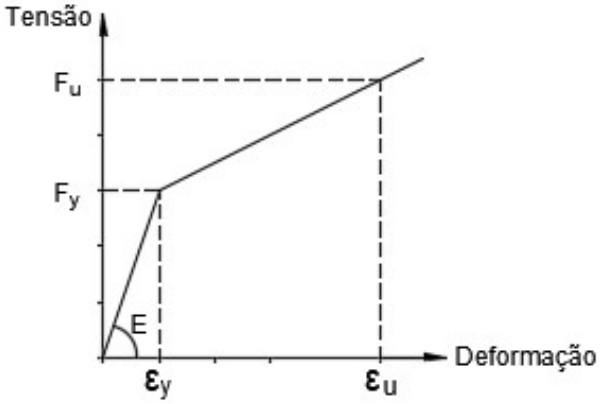
Na modelagem dos elementos finitos são considerados aços com diferentes características de comportamento elastoplástico, de forma a calibrar o modelo numérico com os resultados experimentais. O modelo elastoplástico com critério de plastificação de Von Misses é adotado. Neste trabalho, admite-se o modelo constitutivo do aço dos perfis e chapas, o comportamento trilinear para as relações tensão x deformação, conforme mostra a Figura 47. E para o modelo constitutivo dos parafusos, admite-se o comportamento bilinear conforme a Figura 48.

Figura 47 – Gráfico tensão x deformação dos perfis e das chapas



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 48 – Gráfico tensão x deformação dos parafusos

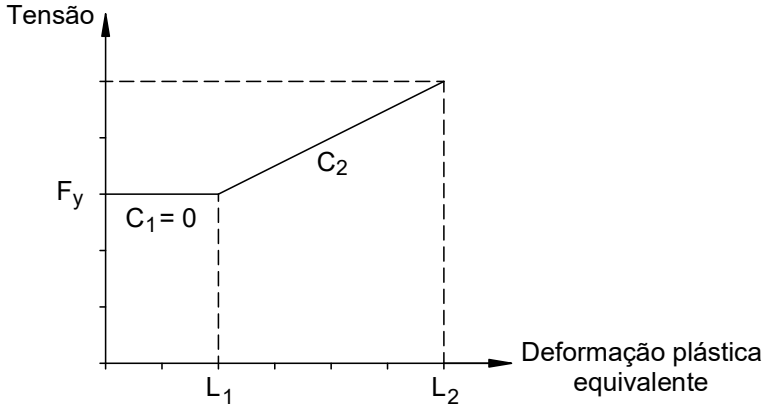


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

O modelo constitutivo dos perfis, chapas e parafusos são introduzidas na análise por meio da relação entre a tensão e a deformação plástica equivalente. A Figura 49 apresenta o gráfico da variação das tensões com a deformação plástica equivalente,

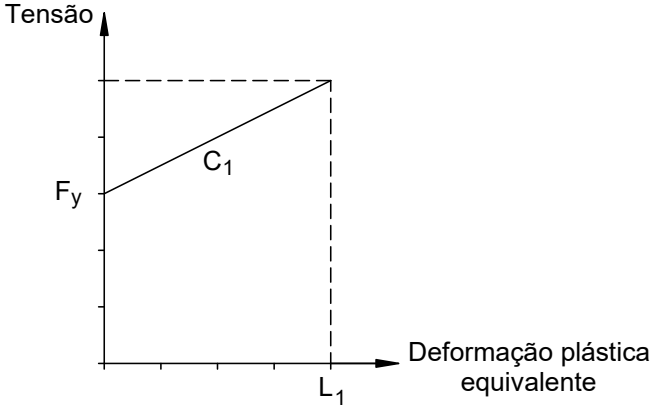
da forma como os dados das propriedades do material dos perfis e das chapas são fornecidos para o LUSAS. E a Figura 50 apresenta o gráfico referente as propriedades do material dos parafusos.

Figura 49 – Gráfico tensão *x* deformação plástica equivalente dos perfis e das chapas



Fonte: Lusas (2014) – Adaptada pelo autor.

Figura 50 – Gráfico tensão *x* deformação plástica equivalente dos parafusos



Fonte: Lusas (2014) – Adaptada pelo autor.

Os valores adotados para representar o modelo constitutivo dos materiais, estabelecidos em função da calibração do modelo, são mostrados na Tabela 13.

Tabela 13 – Coeficientes que representam a relação constitutiva dos materiais

	Perfis (USI CIVIL 300)	Chapa (A36)	Parafusos (A325)
C_1 (kN/mm²)	0,0	0,0	5,0
L_1	0,0165	0,01375	50,0
C_2 (kN/mm²)	5,0	5,0	-
L_2	50,0	50,0	-

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Onde, C_1 é a inclinação da primeira seção da tensão de escoamento *versus* a deformação plástica equivalente, L_1 é o limite da deformação plástica equivalente até a primeira seção da curva válida, C_2 é a inclinação da segunda seção da tensão de escoamento *versus* a deformação plástica equivalente e L_2 é o limite da deformação plástica equivalente até a segunda seção da curva válida.

Para o material aplicado nas molas dos elementos de junta são realizados testes de sensibilidade e as constantes de mola são calibradas conforme o ensaio experimental. Os valores adotados para as constantes de mola, apresentados na Tabela 14, simulam que os elementos de junta são capazes de permitir a separação entre os pontos nodais em contato, no caso de um esforço de tração no elemento, e de permitir que o esforço de compressão seja transmitido de um elemento para outro por contato.

Tabela 14 – Constantes de mola aplicadas nos elementos de junta

Constantes de mola			
Elementos de contato	Kx (kN/mm)	Ky (kN/mm)	Kz (kN/mm)
Cabeça do parafuso/chapa de extremidade	35,0	0,1	0,1
Cabeça do parafuso/mesa do pilar	35,0	0,1	0,1
Corpo do parafuso/chapa de extremidade	10,0	10,0	10,0
Corpo do parafuso/mesa do pilar	10,0	10,0	10,0

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

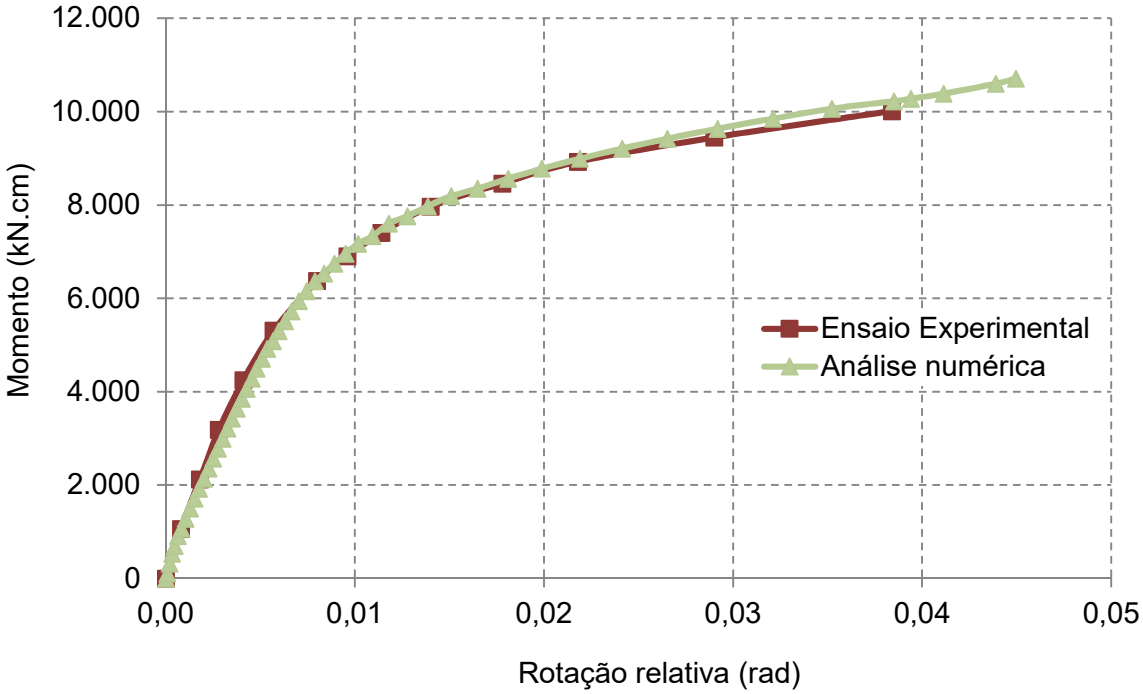
6.2 Resultados da análise numérica

Para caracterizar o comportamento não linear do modelo com uma maior precisão, levando em consideração a não linearidade geométrica, do material e da ligação semirrígida, é necessário dividir o carregamento em incrementos, onde para cada incremento, realiza-se um processo iterativo que busca o equilíbrio na resposta da estrutura frente à solicitação. Uma vez alcançado o equilíbrio, aumenta-se o carregamento aplicado no modelo, por meio do acréscimo incremental.

A curva momento x rotação relativa obtida com a análise numérica apresenta uma excelente correlação com a curva do ensaio experimental, conforme mostra a Figura

51. Os dados da curva numérica são obtidos por intermédio da Tabela 18 apresentada no Apêndice A.

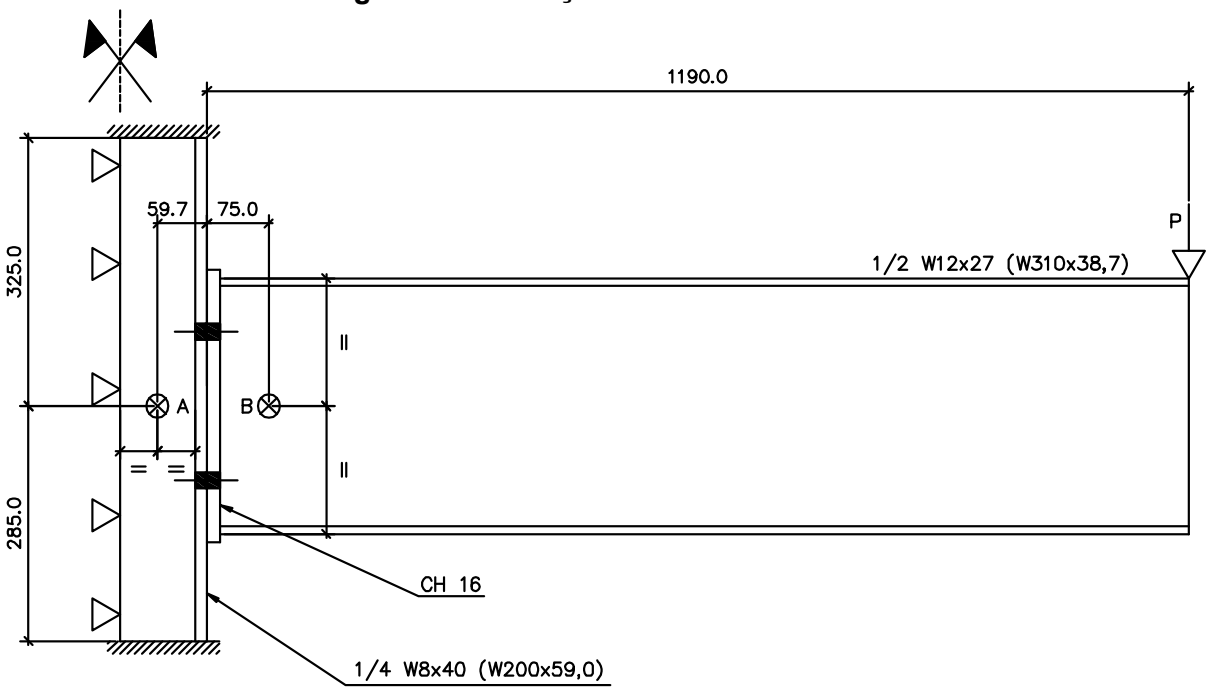
Figura 51 – Comparação da curva momento x rotação relativa da ligação entre análise numérica e experimental



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Os pontos considerados na análise numérica para a determinação das deformações são os mesmos pontos onde os extensômetros foram locados no ensaio experimental. A Figura 52 apresenta a locação dos pontos considerados no pilar e na viga, representados, respectivamente, pelas letras A e B.

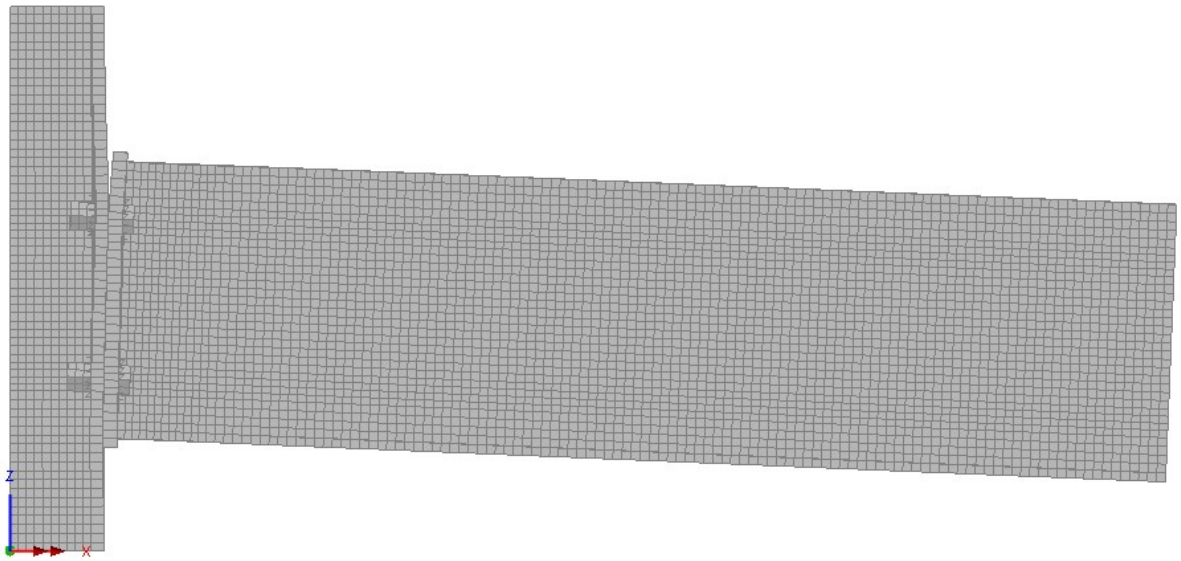
Figura 52 – Locação dos extensômetros



Fonte: Ostrander (1970), p. 24 – Adaptada pelo autor.

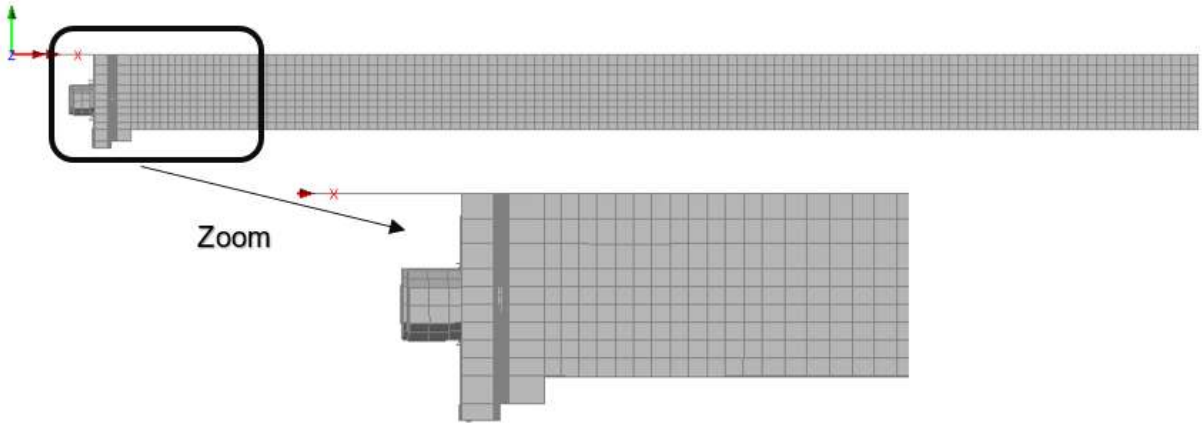
A deformada da ligação em escala ampliada está apresentada na Figura 53, na Figura 54 e na Figura 55.

Figura 53 – Vista lateral da deformada da ligação



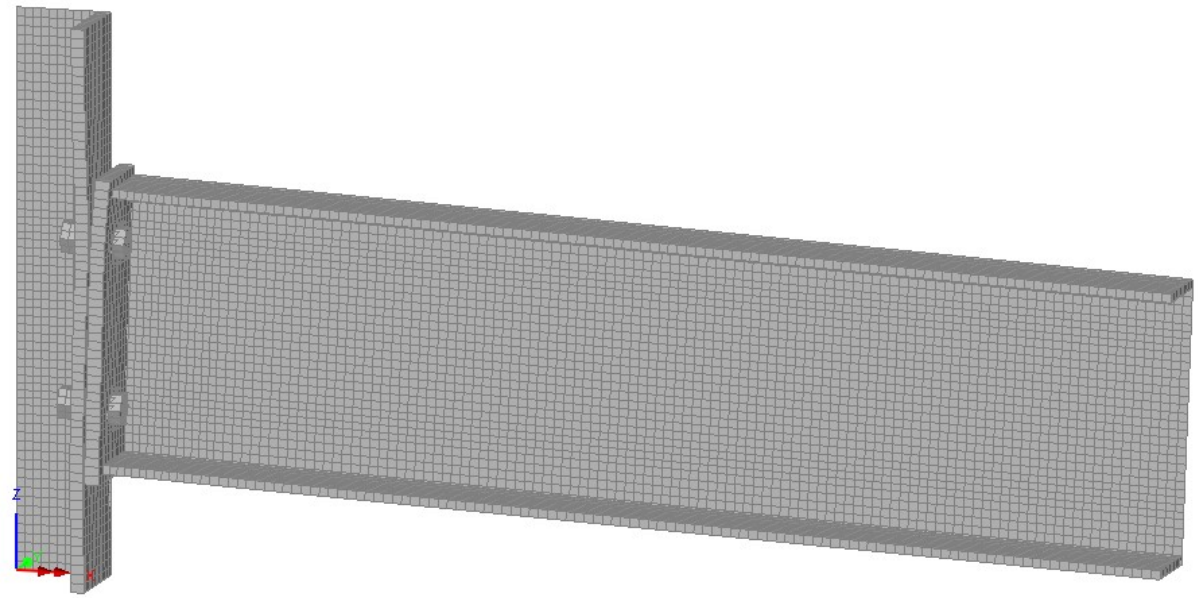
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 54 – Vista de topo da deformada da ligação



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 55 – Vista 3D da deformada da ligação



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

6.3 Convergência da malha utilizada

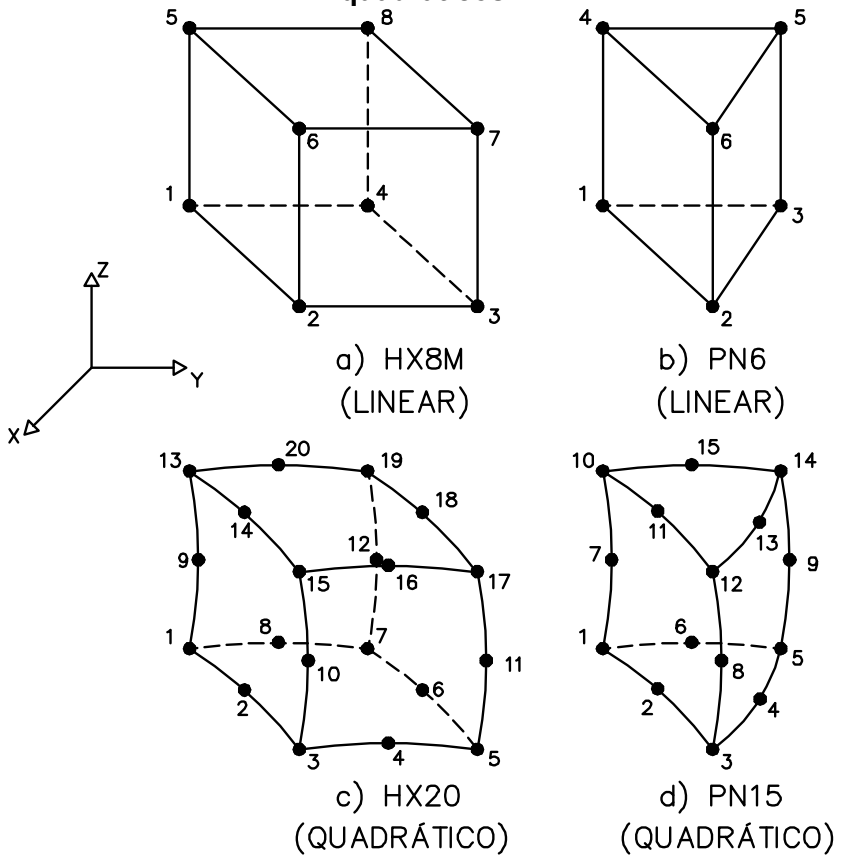
Para definir o refinamento da malha de elementos finitos apresenta-se um estudo de convergência da malha. Na análise de refinamento leva-se em conta a garantia de convergência dos resultados do modelo, a velocidade de análise, o custo computacional envolvido e a facilidade de implementação e utilização.

De modo a validar o modelo desenvolvido foi executado um refinamento-P. De acordo com Novotny e Fancello (1998), esta metodologia procura criar uma sequência de

malhas aumentando-se sucessivamente a ordem polinomial das funções de interpolação em cada elemento e mantendo-se a topologia da malha inalterada.

Foi adotado o polinômio de ordem quadrático, onde para os elementos da mesa do pilar, da mesa da viga, da chapa de extremidade ajustada da ligação e do parafuso são utilizados os elementos finitos sólidos HX20 e PN15, compostos de, respectivamente, vinte e quinze nós, com três graus de liberdade por ponto nodal. Na Figura 56 pode-se observar a comparação entre os elementos finitos do tipo linear melhorado e do quadrático.

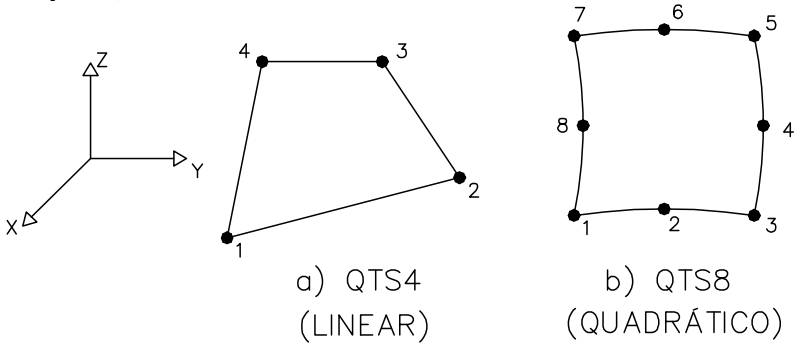
Figura 56 – Comparação entre os elementos finitos sólidos lineares melhorados e quadráticos



Fonte: Lusas (2014) – Adaptada pelo autor.

Para os elementos da alma do pilar e da alma da viga, são utilizados os elementos finitos de casca QTS8, compostos por oito nós e com seis graus de liberdade por ponto nodal. Na Figura 57 pode-se observar a comparação entre os elementos finitos do tipo linear e quadrático.

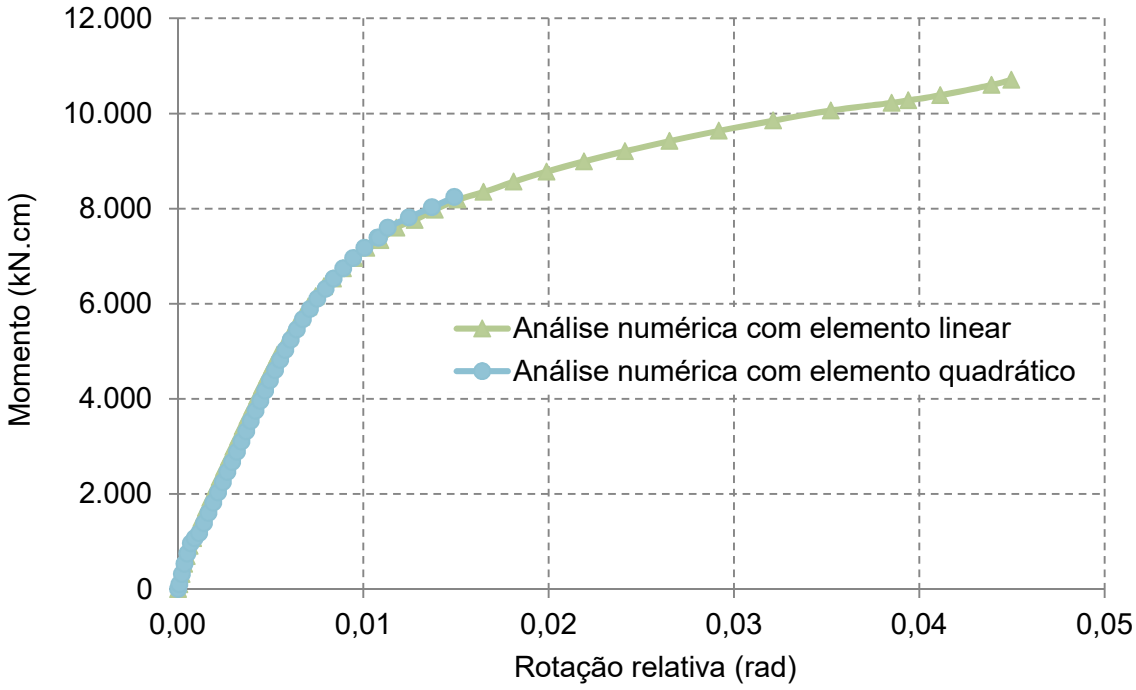
Figura 57 – Comparação entre os elementos finitos de casca lineares e quadráticos



Fonte: Lusas (2014) – Adaptada pelo autor.

Para comparar os dois modelos, linear e quadrático, foram determinadas as curvas momento x rotação relativa da ligação, conforme mostra a Figura 58. A partir de uma análise macro dos modelos pode-se observar uma concordância nos resultados computacionais.

Figura 58 – Comparação das curvas momento x rotação relativa para o modelo linear e quadrático



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Os dados para esboçar a curva momento x rotação relativa referente ao modelo quadrático foram apresentados na Tabela 19 presente no Apêndice B.

De uma malha para outra só se modificou o número de nós sem se preocupar com a razão de aspecto máxima dos elementos da mesma ou com outros fatores. O desejável é que esta razão seja tão menor quanto for possível, para evitar problemas de mau-condicionamento da matriz de coeficientes do sistema quadrático resultante da discretização das equações. No limite de uma razão máxima muito elevada, o solver geralmente diverge ou apresenta erros de execução. Desse modo, ressalta-se a necessidade de um controle rígido sobre este fator. Assim, pode-se observar que no modelo quadrático analisado a partir do carregamento de 69,3 kN, referente ao fator de carga de 7,7, apresenta problemas numéricos. O modelo é abandonado devido a seu grande consumo de tempo para análise, custo computacional e erros nos parâmetros de convergência do mesmo. Apesar disso, é possível validar a utilização de elementos finitos do tipo linear para a análise do modelo.

6.4 Discussão dos resultados

Nesta etapa, apresentam-se os resultados finais da modelagem numérica da ligação. Vale ressaltar que o modelo numérico é validado com base nos resultados experimentais obtidos na pesquisa de Ostrander (1970). Concluída a etapa de validação do modelo, inicia-se a análise da ligação. Os resultados obtidos a partir da análise numérica são comparados com os resultados experimentais de Ostrander (1970).

Os resultados da curva momento x rotação relativa da ligação, da curva força x deslocamento vertical para a extremidade da viga, do deslocamento e da tensão na chapa de extremidade, do deslocamento e da tensão na mesa do pilar e da tensão e alongamento no parafuso são apresentadas a seguir.

6.4.1 Curva momento x rotação relativa

A obtenção da relação momento x rotação relativa para a ligação analisada numericamente é feita indiretamente a partir dos resultados de força aplicada na extremidade da viga e de deslocamentos horizontais e verticais em determinados pontos locados no pilar e na viga (Figura 52). O momento fletor é obtido do produto da força aplicada na extremidade da viga pelo comprimento da viga mais a espessura

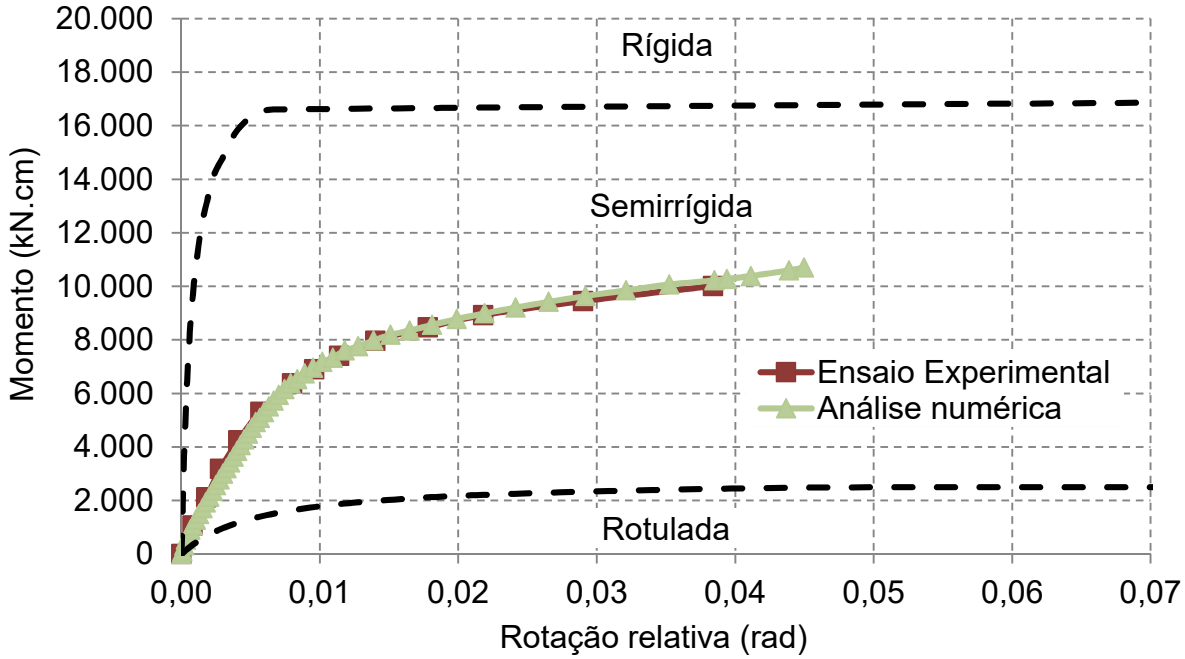
da chapa de extremidade. Para se obter o ângulo de rotação da ligação, primeiro é necessário obter a diferença de deslocamentos verticais e horizontais entre a viga e o pilar, depois é calculado o arco tangente do deslocamento horizontal pelo vertical.

O momento de plastificação da viga, M_p, é igual a 18462 kN.cm, conforme Equação 28, onde Z_x é o módulo de resistência plástico do perfil, igual a 615,4 cm³ e F_y a resistência ao escoamento do aço, igual a 30 kN/cm². Para momentos resistentes da ligação inferiores ao momento de plastificação da viga, o colapso ocorre na ligação. Para momentos resistentes da ligação maiores que o momento de plastificação da viga, o colapso ocorre na viga.

$$M_p = Z_x F_y \tag{28}$$

A Figura 59 apresenta as curvas momento x rotação relativa para o ensaio experimental e a modelagem numérica. Verifica-se uma boa concordância entre os resultados, indicando uma boa representatividade da ligação analisada pela modelagem numérica.

Figura 59 – Comparação entre as curvas momento x rotação relativa e classificação da ligação segundo Buonicontro (2017)



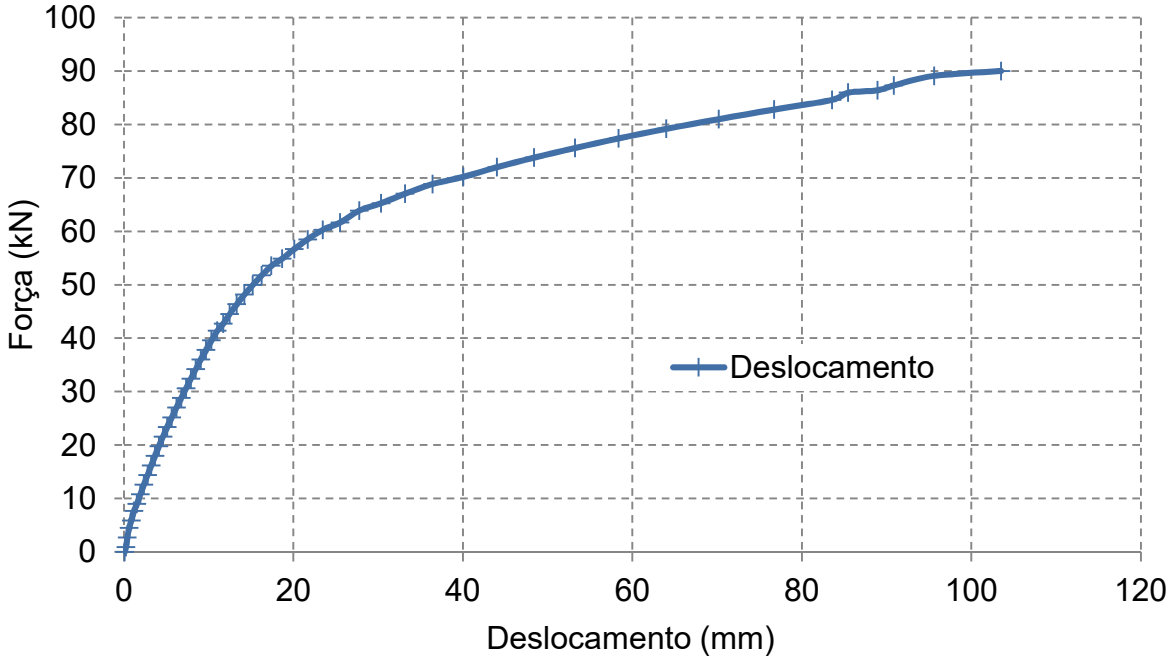
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Observa-se na Figura 59 que, para ambos os modelos, experimental e numérico, a resistência última da ligação é menor que o momento de plastificação da viga, o que caracteriza o colapso na ligação. Analisando também a classificação segundo Buonicontro (2017), a ligação é classificada como semirrígida em termos de rigidez rotacional e como parcialmente resistente em termos de resistência.

6.4.2 Curva força x deslocamento na extremidade da viga

A Figura 60 apresenta a curva força x deslocamento vertical na extremidade da viga para a modelagem numérica.

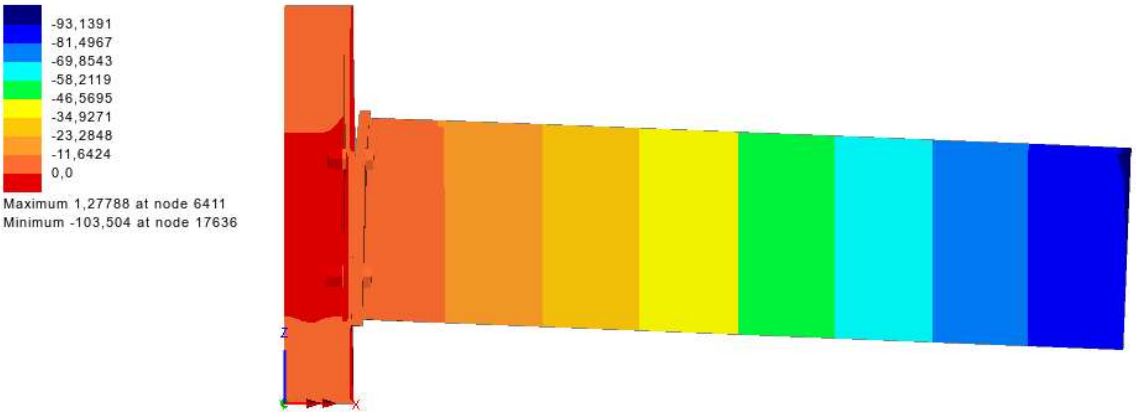
Figura 60 – Curva força x deslocamento na extremidade da viga para a modelagem numérica



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 61 apresenta a deformada da ligação na direção Z segundo a análise numérica. Observa-se um deslocamento vertical máximo na extremidade da viga de 103,5 mm para a carga aplicada referente a 90 kN.

Figura 61 – Deformada da ligação na direção Z

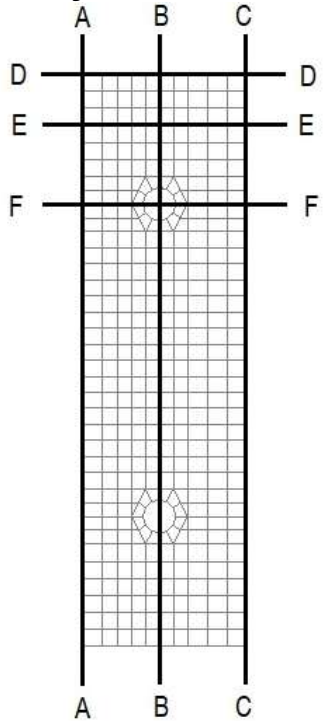


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

6.4.3 Chapa de extremidade ajustada

Nesta etapa é analisado o comportamento da chapa de extremidade. Com o objetivo de avaliar o comportamento da chapa de extremidade frente as solicitações correspondentes ao seu deslocamento, seis seções na chapa são definidas onde ocorrem os principais deslocamentos. Na Figura 62 são apresentadas as seções longitudinais, definidas como AA, BB e CC e transversais, definidas como DD, EE e FF, para as quais são obtidos os resultados de deslocamento.

Figura 62 – Seções longitudinais e transversais na chapa de extremidade para verificação do deslocamento



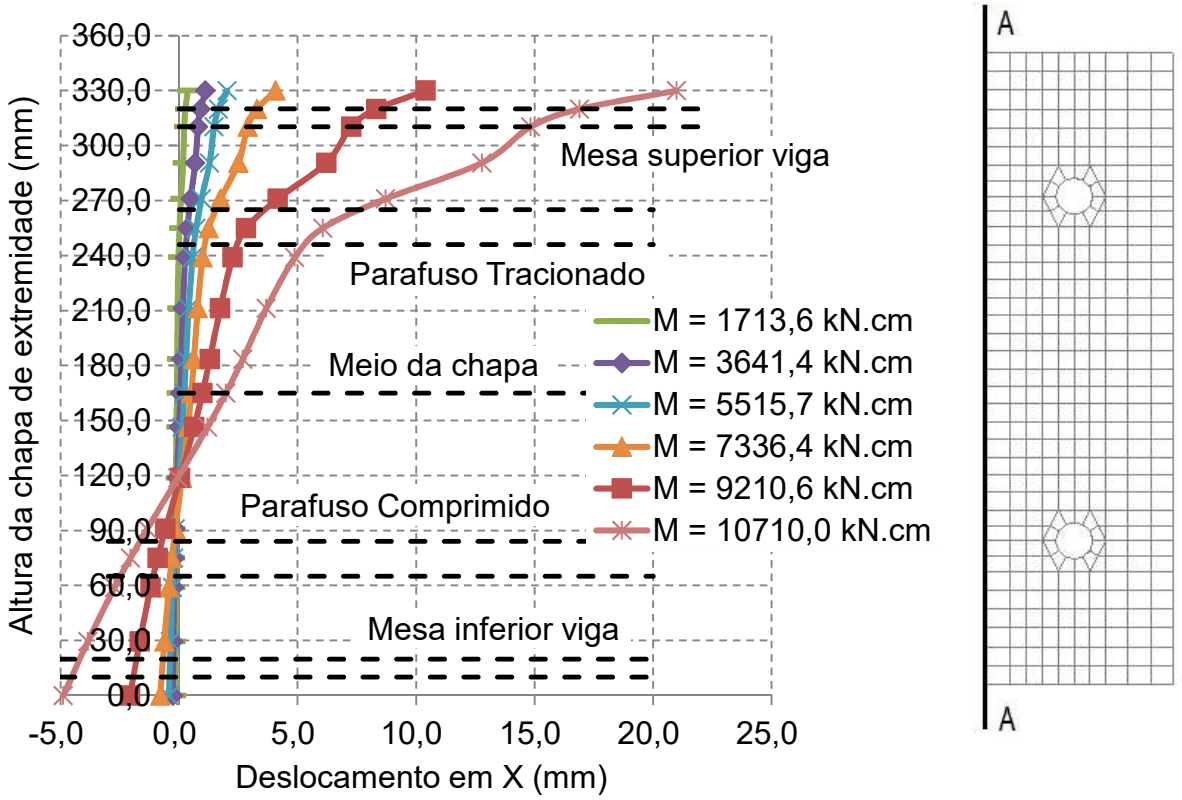
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 63, a Figura 64 e a Figura 65 apresentam os gráficos dos deslocamentos na chapa de extremidade referente as seções longitudinais AA, BB e CC.

Em função da simetria da ligação em torno do eixo vertical são apresentados os gráficos de deslocamento para somente metade da chapa de extremidade. Espera-se que os deslocamentos relativos nos pares de simetria, tenham sempre valores de deslocamentos muito próximos ou mesmo iguais.

A mesa do pilar não é considerada como um elemento rígido, com isso pode-se observar um deslocamento negativo na parte inferior da chapa onde os elementos da ligação apresentam-se comprimidos.

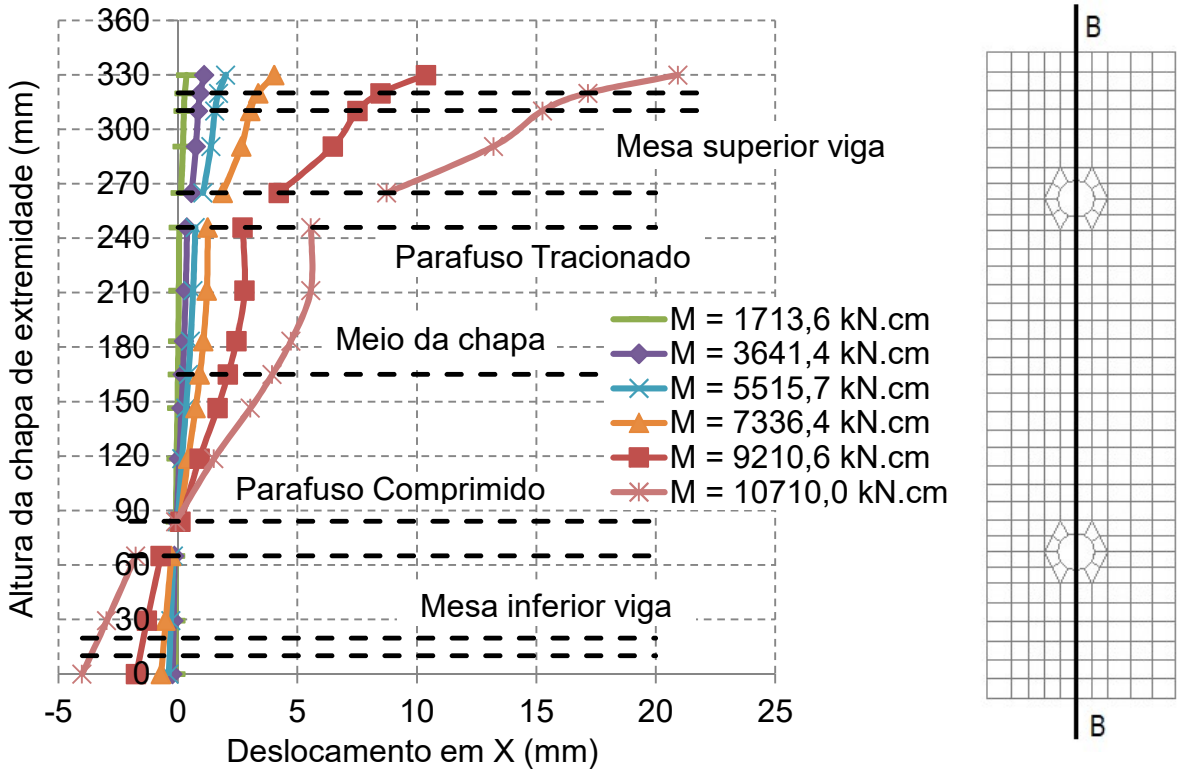
Figura 63 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção AA



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

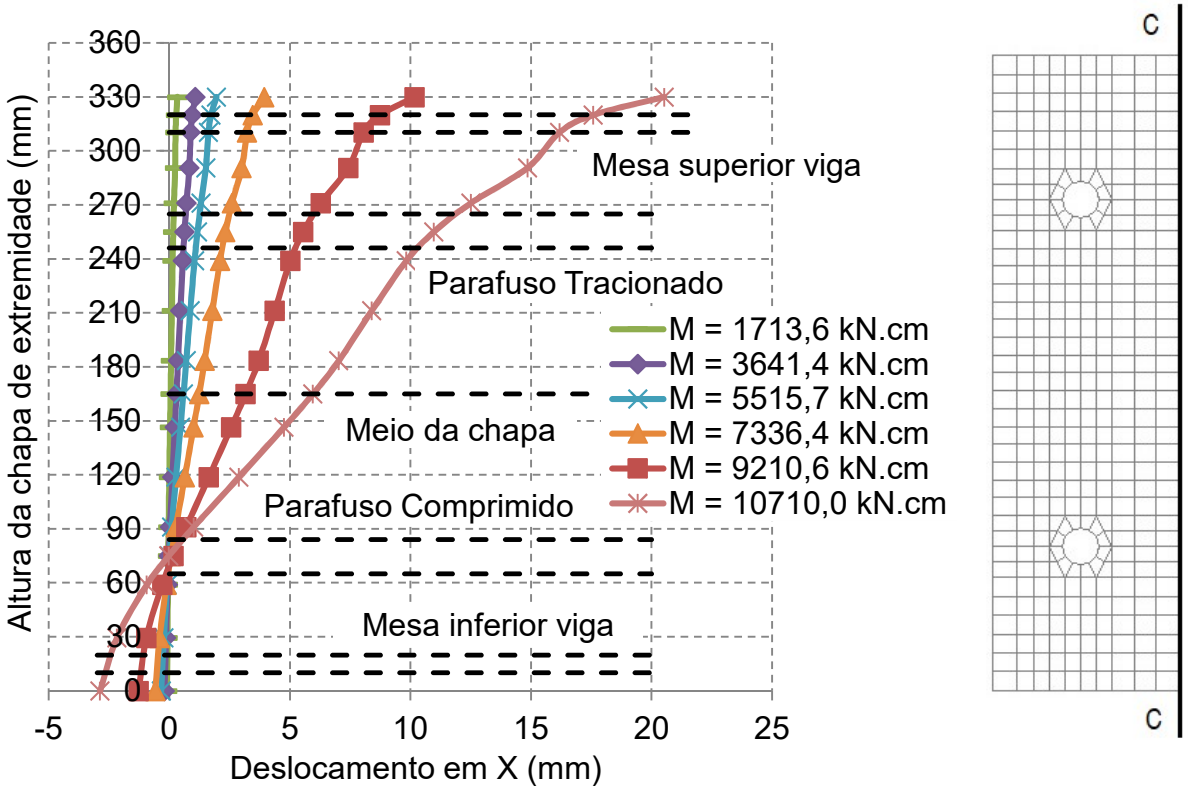
A Figura 63 apresenta os deslocamentos na extremidade livre da chapa (seção AA) em função do aumento do momento fletor. O momento fletor igual a 10710,0 kN.cm é o momento ultimo da ligação obtido pelo ensaio experimental. Observa-se que a presença da mesa superior da viga e do parafuso tracionado não impediram o deslocamento na parte superior da chapa.

Figura 64 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção BB



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 65 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção CC (Plano médio da alma da viga)



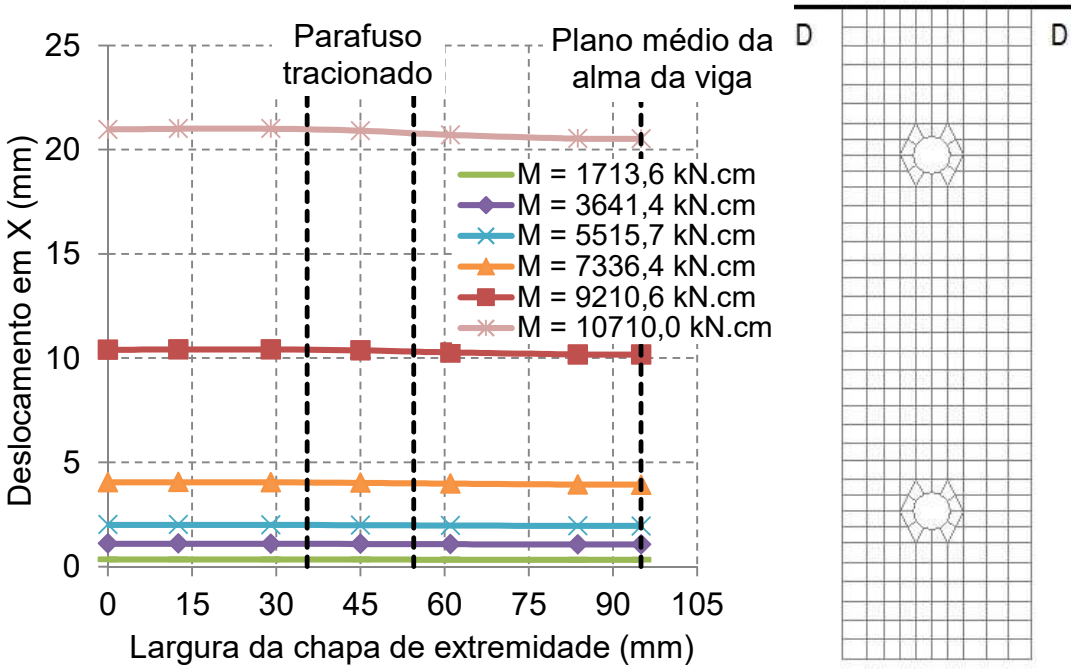
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 64 apresenta os deslocamentos na linha longitudinal dos parafusos na chapa de extremidade (seção BB) em função do aumento do momento fletor. Note-se que os deslocamentos apresentados neste gráfico são semelhantes aos deslocamentos apresentados na seção AA.

A Figura 65 apresenta os deslocamentos na chapa de extremidade no plano médio da alma da viga (seção CC) em função do aumento do momento fletor. Nota-se que os deslocamentos obtidos neste gráfico para a parte superior da chapa até uma altura de aproximadamente 270 mm apresentam valores de deslocamentos maiores, em comparação com as seções AA e BB, enquanto que, para a parte inferior da chapa, os valores dos deslocamentos são menores.

O mesmo tipo de gráfico é apresentado na Figura 66, na Figura 67 e na Figura 68, agora em relação as seções transversais DD, EE e FF. A partir dos gráficos de deslocamento da chapa de extremidade é possível fazer uma verificação visual e qualitativa da existência das forças devido ao efeito alavanca.

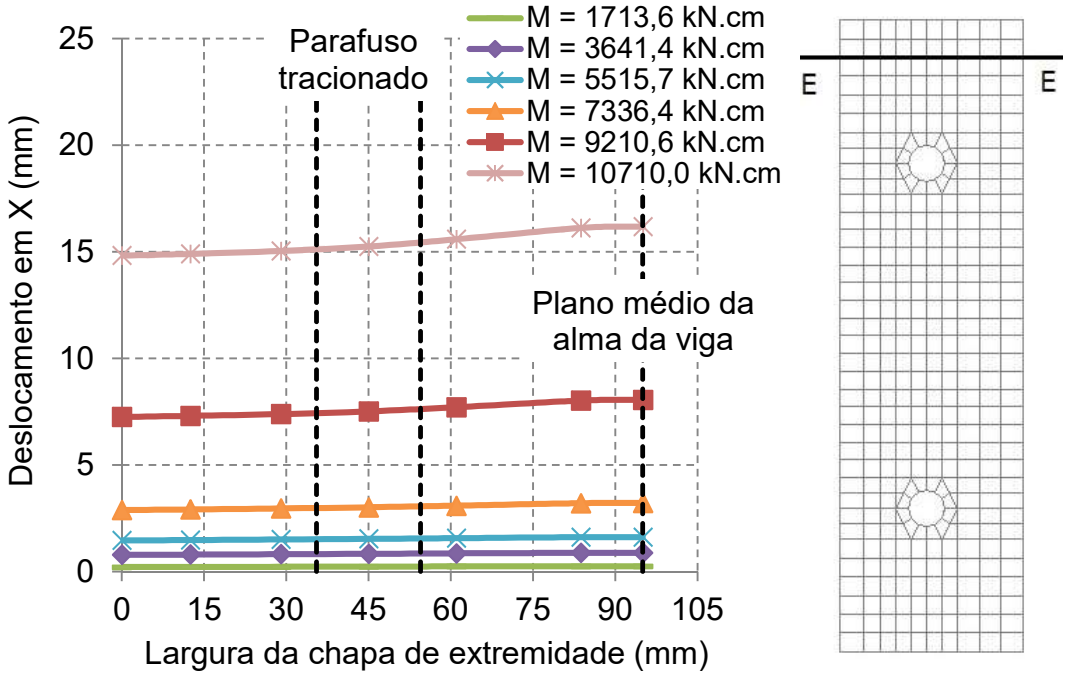
Figura 66 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção DD



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 66 apresenta os deslocamentos na extremidade superior da chapa (seção DD) em função do aumento do momento fletor. Observa-se que os deslocamentos se mantem praticamente constante ao longo da largura da chapa.

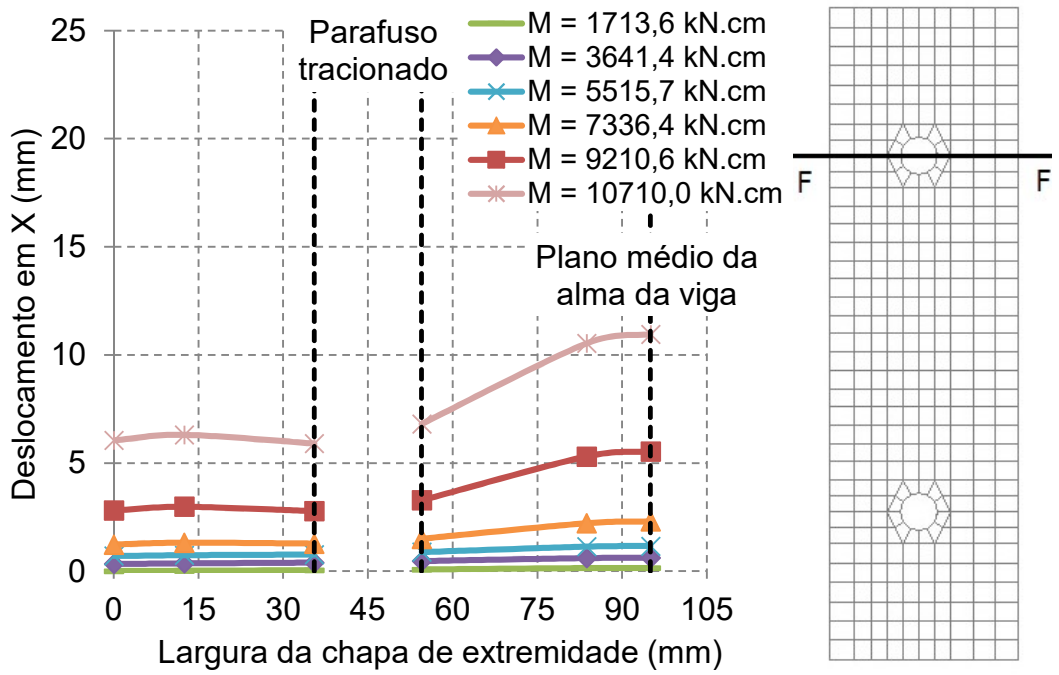
Figura 67 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção EE (Plano de contato da mesa superior da viga)



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 67 apresenta os deslocamentos na região de contato entre a chapa de extremidade e a mesa superior da viga (seção EE) em função do aumento do momento fletor. Observa-se que os deslocamentos tendem a se manter constantes ao longo da largura da chapa até o momento fletor igual a 7336,4 kN.cm. Para os momentos fletores superiores, os deslocamentos na chapa são maiores próximo ao plano médio da viga. Nota-se que os deslocamentos apresentados neste gráfico são menores em comparação ao apresentado para a seção DD.

Figura 68 – Deslocamento da chapa de extremidade – Seção FF (Plano de contato com o parafuso tracionado)



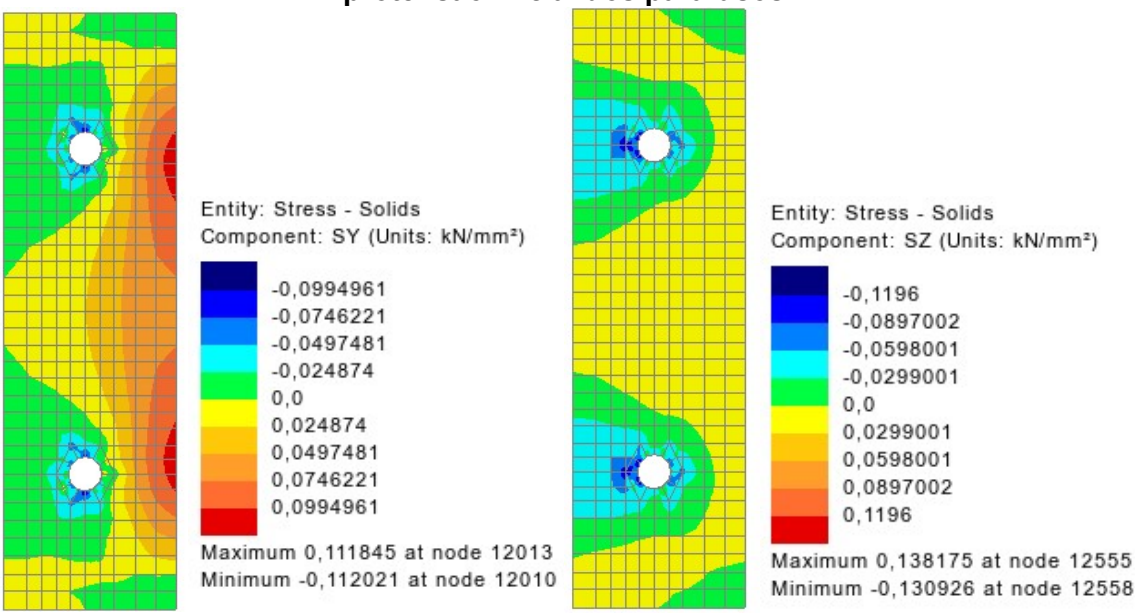
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 68 apresenta os deslocamentos na chapa de extremidade na linha do parafuso tracionado (seção FF) em função do aumento do momento fletor. Observa-se que, os deslocamentos na chapa reduziram consideravelmente em comparação com os gráficos das seções DD e EE devido a presença do parafuso.

Nas figuras 69 a 75 são apresentados os gráficos de tensões nas direções Y (paralela ao plano das mesas da viga) e Z (paralela ao plano da alma da viga) na chapa de extremidade devido a protensão inicial dos parafusos e devido aos momentos fletores iguais a 1713,6 kN.cm, 3641,4 kN.cm, 5515,7 kN.cm, 7336,4 kN.cm, 9210,6 kN.cm e 10710,0 kN.cm.

As legendas das figuras apresentam o código de cores dos diferentes níveis de tensão, ressaltando que os estados de tensão apresentados se referem à face da chapa de extremidade com a junção da viga.

Figura 69 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga devido a protensão inicial dos parafusos

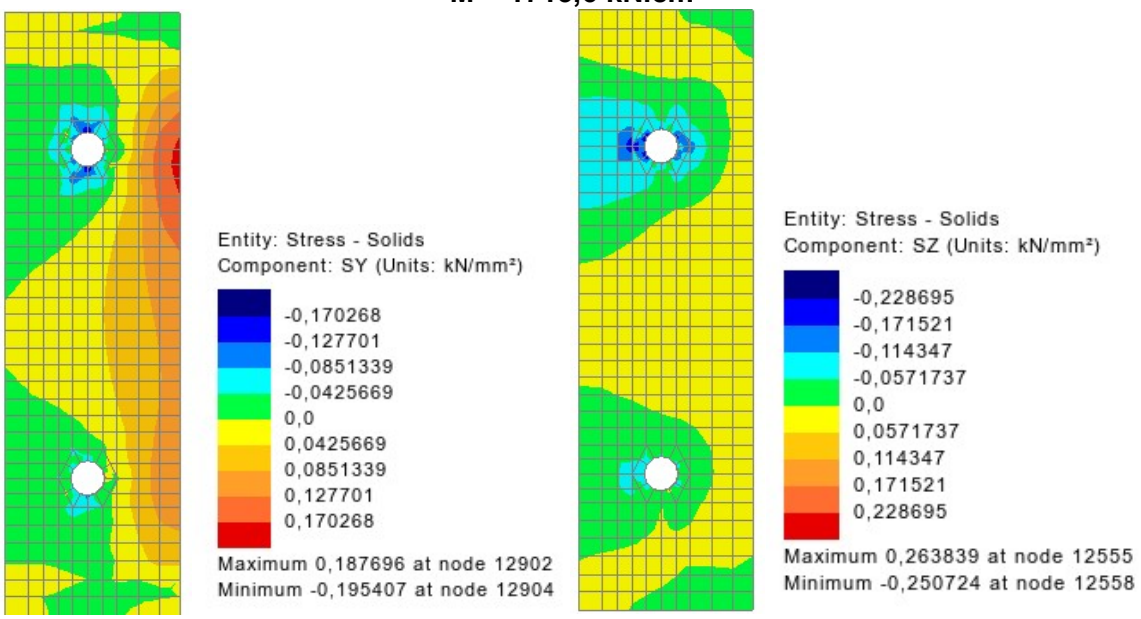


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Na Figura 69 pode-se analisar a tensão atuante na chapa de extremidade devido a protensão inicial dos parafusos. Observa-se uma concentração de tensões na região onde a alma da viga está em contato com a chapa de extremidade e na região dos furos.

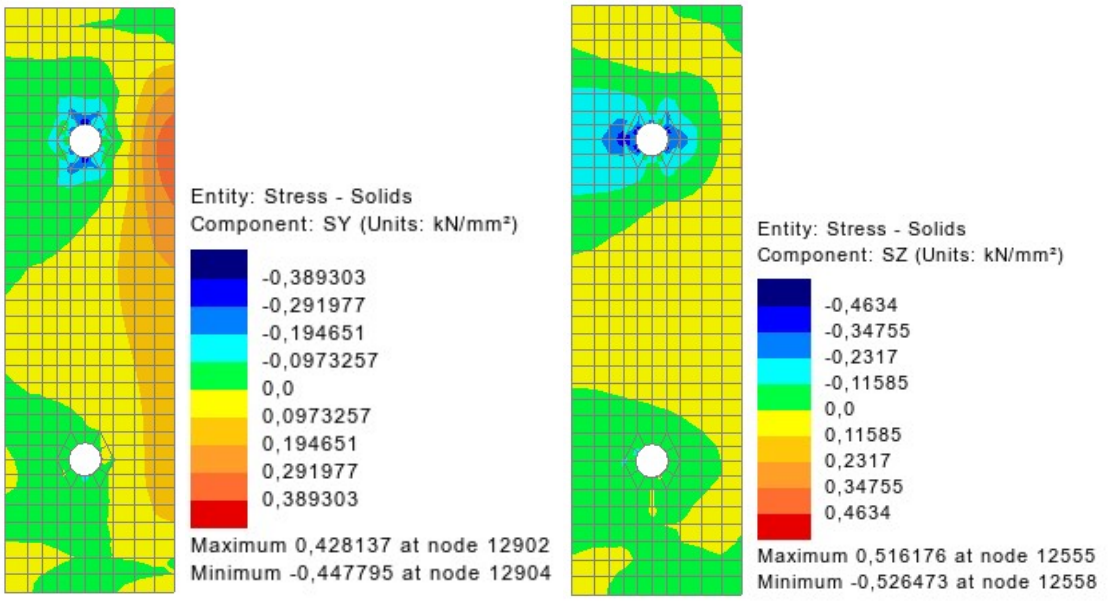
Nas figuras 70 a 75 são apresentadas as tensões na chapa de extremidade em função do aumento do momento fletor atuante na ligação. Observa-se uma concentração de tensões na região do furo do parafuso tracionado e na região onde a parte superior da alma da viga está em contato com a chapa. A partir do momento fletor igual a 3641,4 kN.cm a chapa de extremidade apresenta pontos localizados que ultrapassam o valor da tensão de escoamento de 25 kN/cm², porém não atingem a tensão de ruptura de 41 kN/cm². A partir do momento fletor igual a 7336,4 kN.cm a chapa apresenta regiões em que as tensões atuantes ultrapassam o valor da tensão de escoamento de 25 kN/cm² e pontos localizados de tensões que ultrapassam a tensão de ruptura de 41 kN/cm². Para o momento fletor último da ligação, onde o momento é igual a 10710,0 kN.cm, a chapa atinge tensões elevadas, apresentando elevado grau de plastificação. Assim, pode-se fazer uma correlação da tensão atuante na chapa com os gráficos de deslocamentos apresentados nas figuras 63 a 68.

Figura 70 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 1713,6 kN.cm



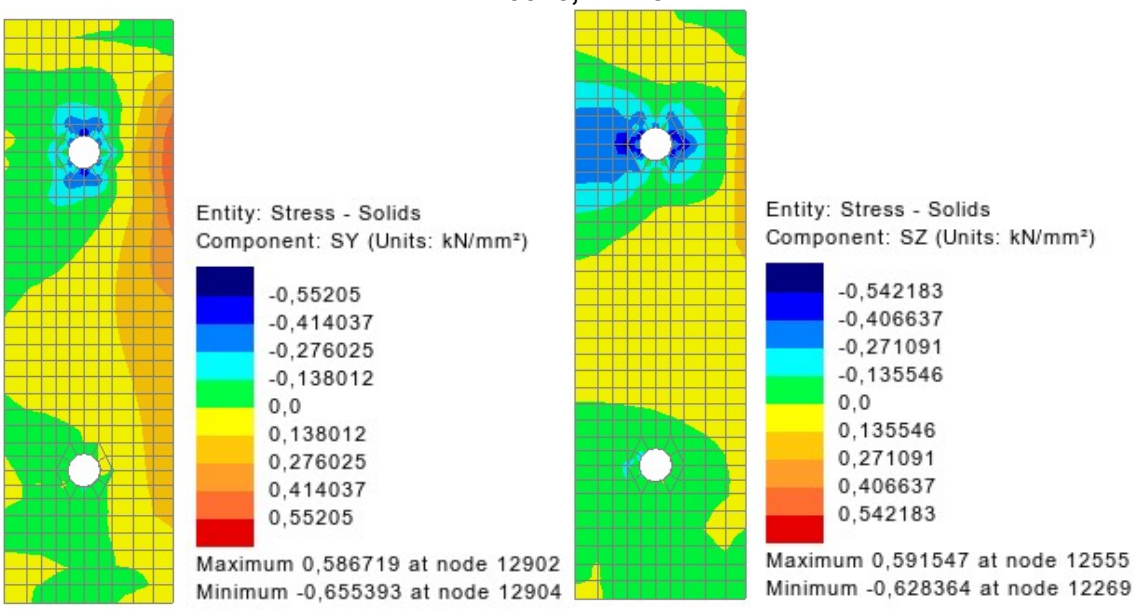
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 71 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 3641,4 kN.cm



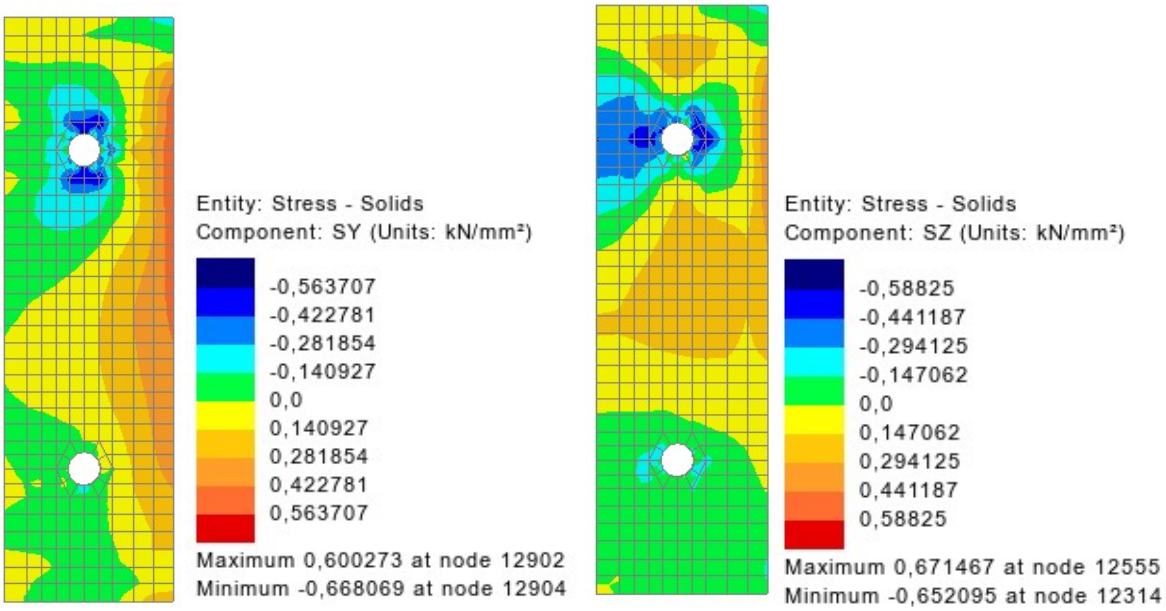
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 72 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 5515,7 kN.cm



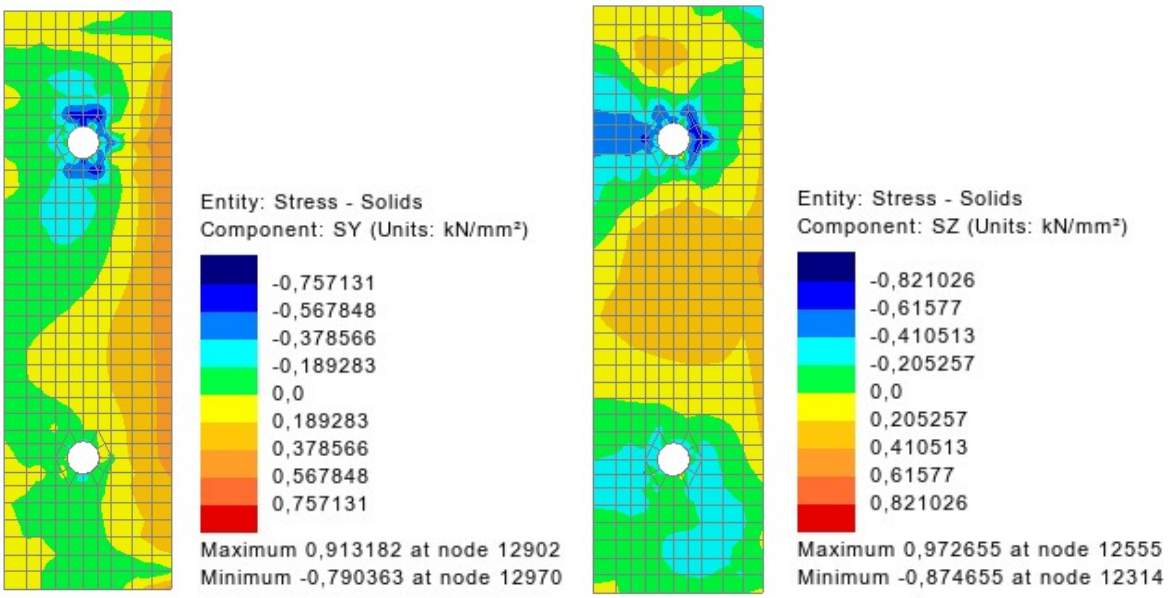
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 73 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 7336,4 kN.cm



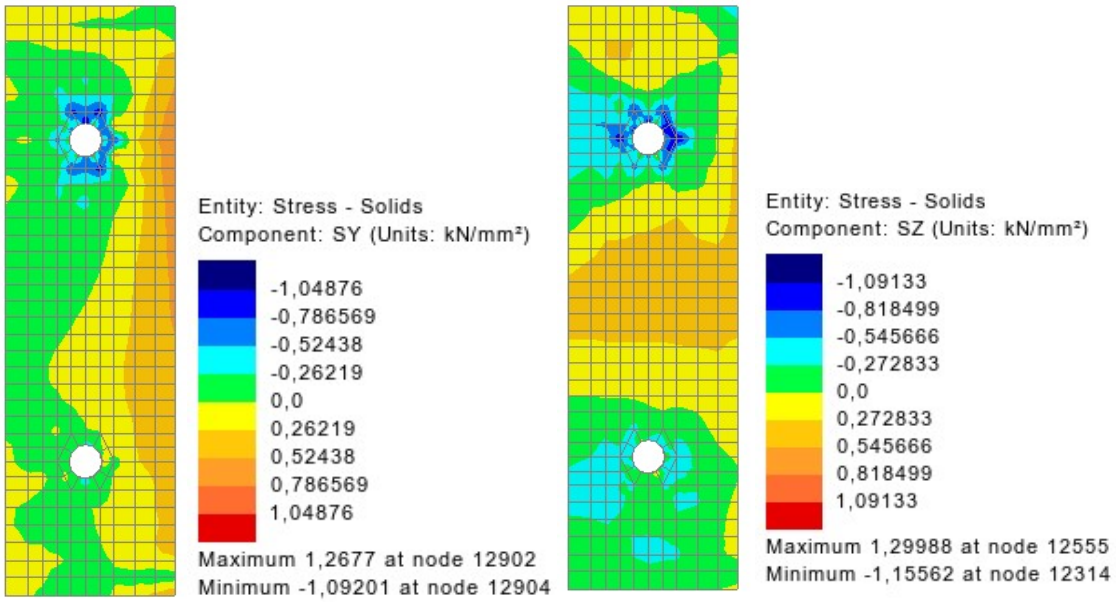
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 74 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 9210,6 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 75 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade em contato com a viga para o M = 10710,0 kN.cm



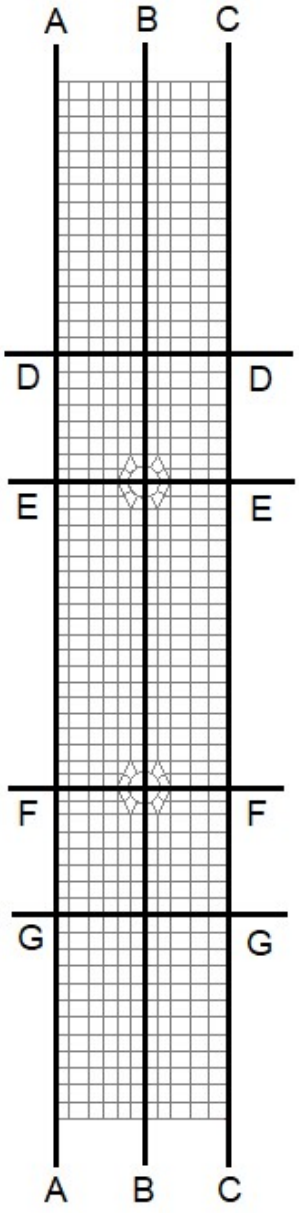
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Ostrander (1970) não apresentou os resultados experimentais referentes aos deslocamentos e às tensões obtidas na chapa de extremidade, assim não foi possível comparar com os resultados da análise numérica.

6.4.4 Mesa do pilar

Nesta etapa é analisado o comportamento da mesa do pilar em contato com a ligação. Com o objetivo de avaliar o comportamento da mesa do pilar frente as solicitações correspondentes ao seu deslocamento, sete seções na chapa são definidas onde ocorrem os principais deslocamentos. Na Figura 76 são apresentadas as seções longitudinais, definidas como AA, BB e CC e transversais, definidas como DD, EE, FF e GG, para as quais são obtidos os resultados de deslocamento. A extremidade superior e inferior da mesa do pilar é engastada, assim o deslocamento é nulo.

Figura 76 – Seções longitudinais e transversais na mesa do pilar em contato com a ligação para verificação do deslocamento



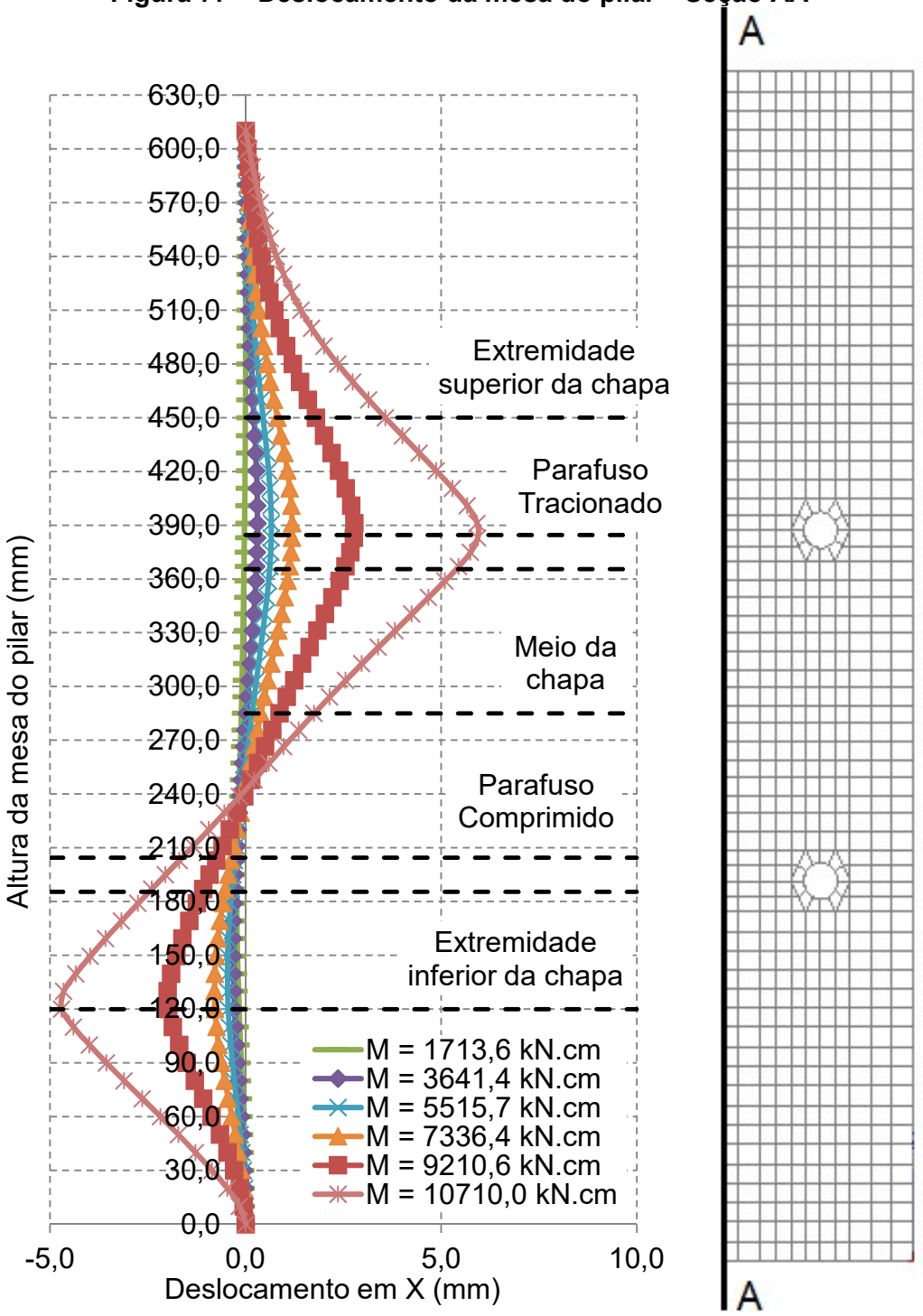
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 77, a Figura 78 e a Figura 79 apresentam os gráficos dos deslocamentos na mesa do pilar referente as seções longitudinais AA, BB e CC.

Em função da simetria da ligação em torno do eixo vertical são apresentados os gráficos de deslocamento para somente metade da mesa do pilar. Espera-se que os deslocamentos relativos nos pares de simetria, tenham sempre valores de deslocamentos muito próximos ou mesmo iguais.

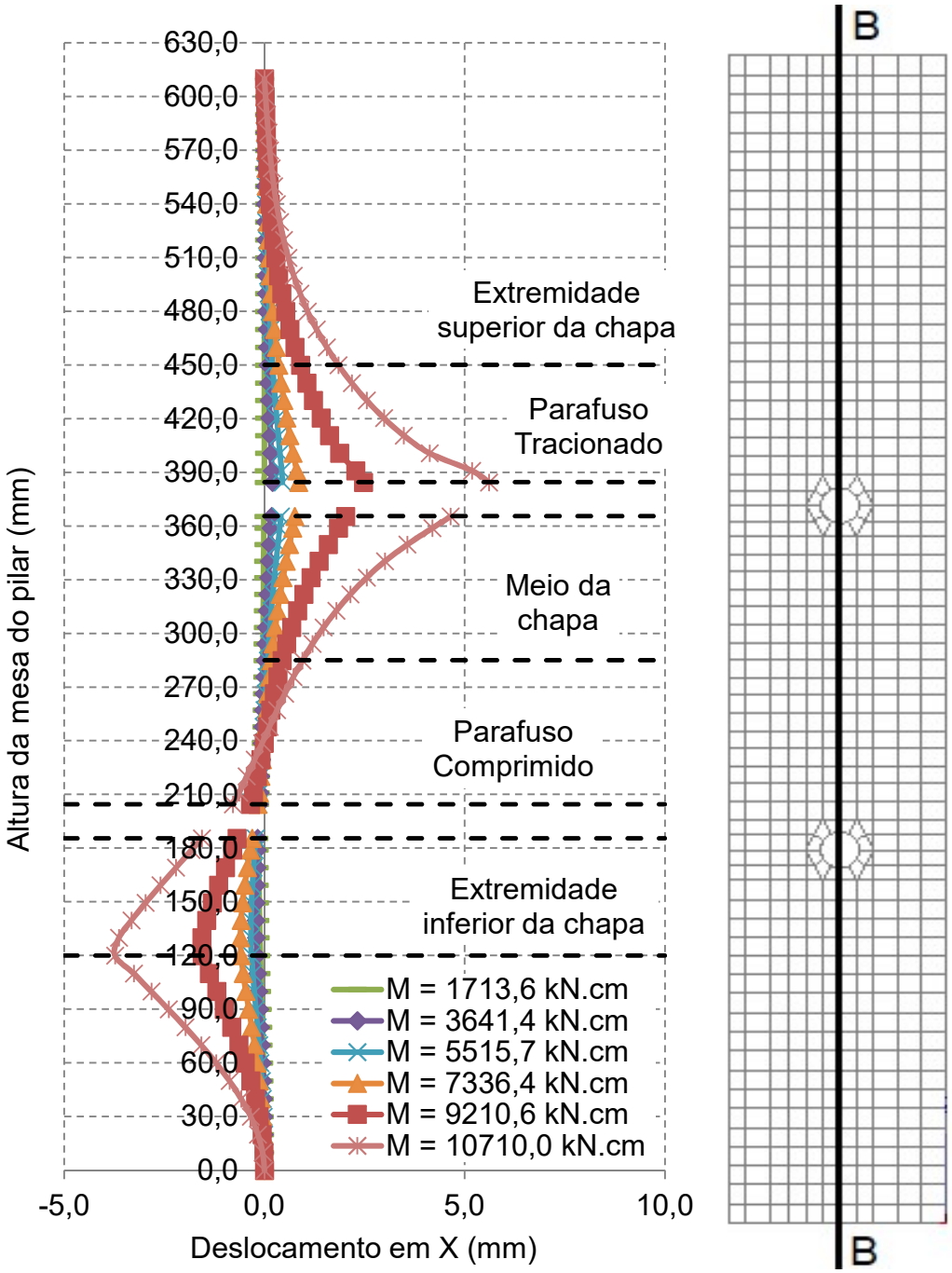
A Figura 77 apresenta os deslocamentos na extremidade livre da mesa do pilar (seção AA) em função do aumento do momento fletor. Observa-se um deslocamento acentuado na mesa do pilar onde está em contato com os parafusos. Nota-se que a mesa do pilar apresenta o mesmo comportamento da chapa de extremidade, apresentando valores de deslocamentos próximos.

Figura 77 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção AA



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 78 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção BB

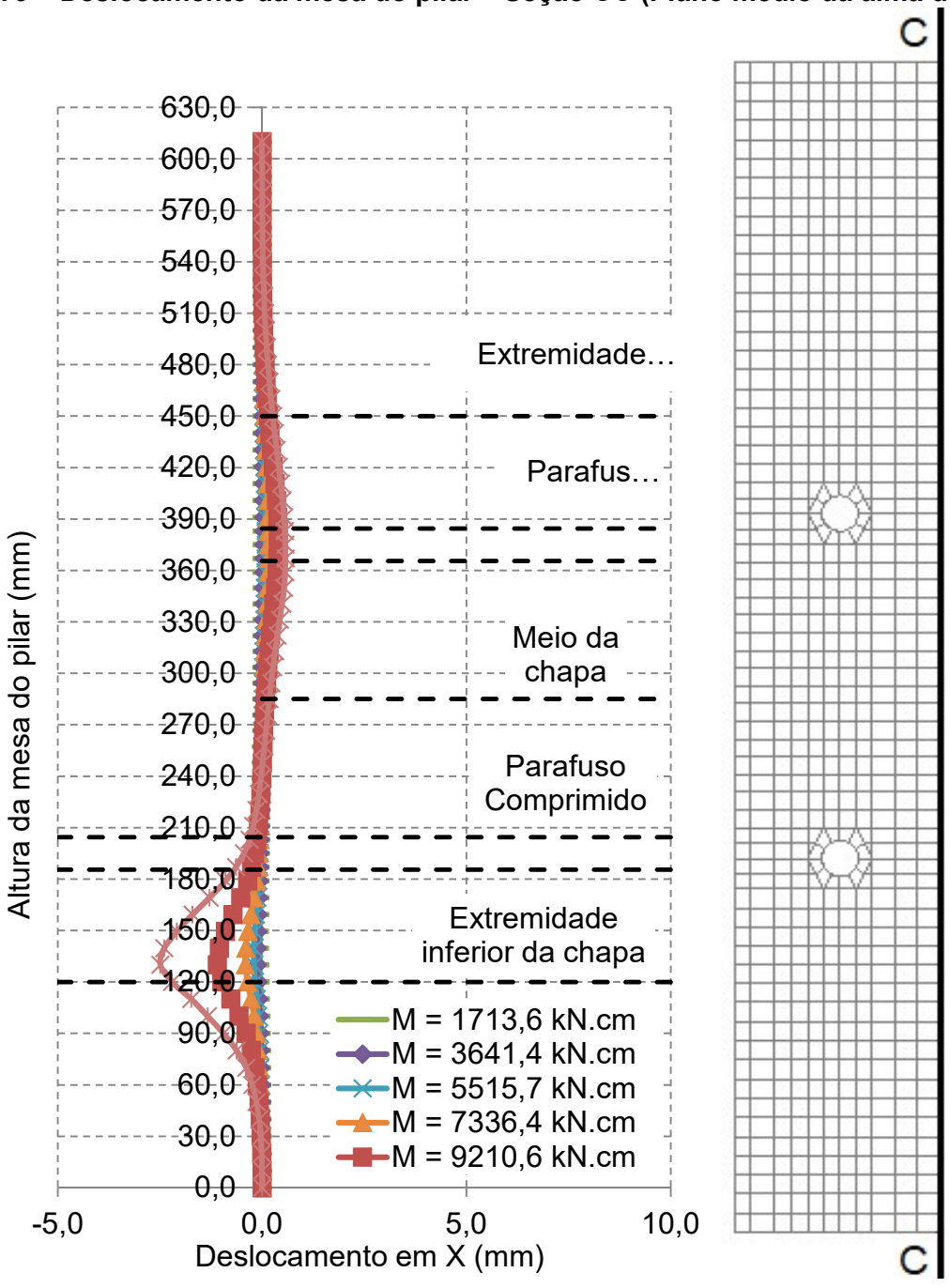


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 78 apresenta os deslocamentos na linha longitudinal dos parafusos na mesa do pilar (seção BB) em função do aumento do momento fletor. Observa-se um deslocamento acentuado na parte superior da mesa do pilar, onde nota-se também que a presença do parafuso não restringe este deslocamento. Os deslocamentos apresentados neste gráfico são semelhantes aos deslocamentos apresentados para a seção AA. Observa-se que os deslocamentos na mesa do pilar apresentam o

mesmo comportamento e valores próximos a aqueles obtidos na chapa de extremidade.

Figura 79 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção CC (Plano médio da alma do pilar)



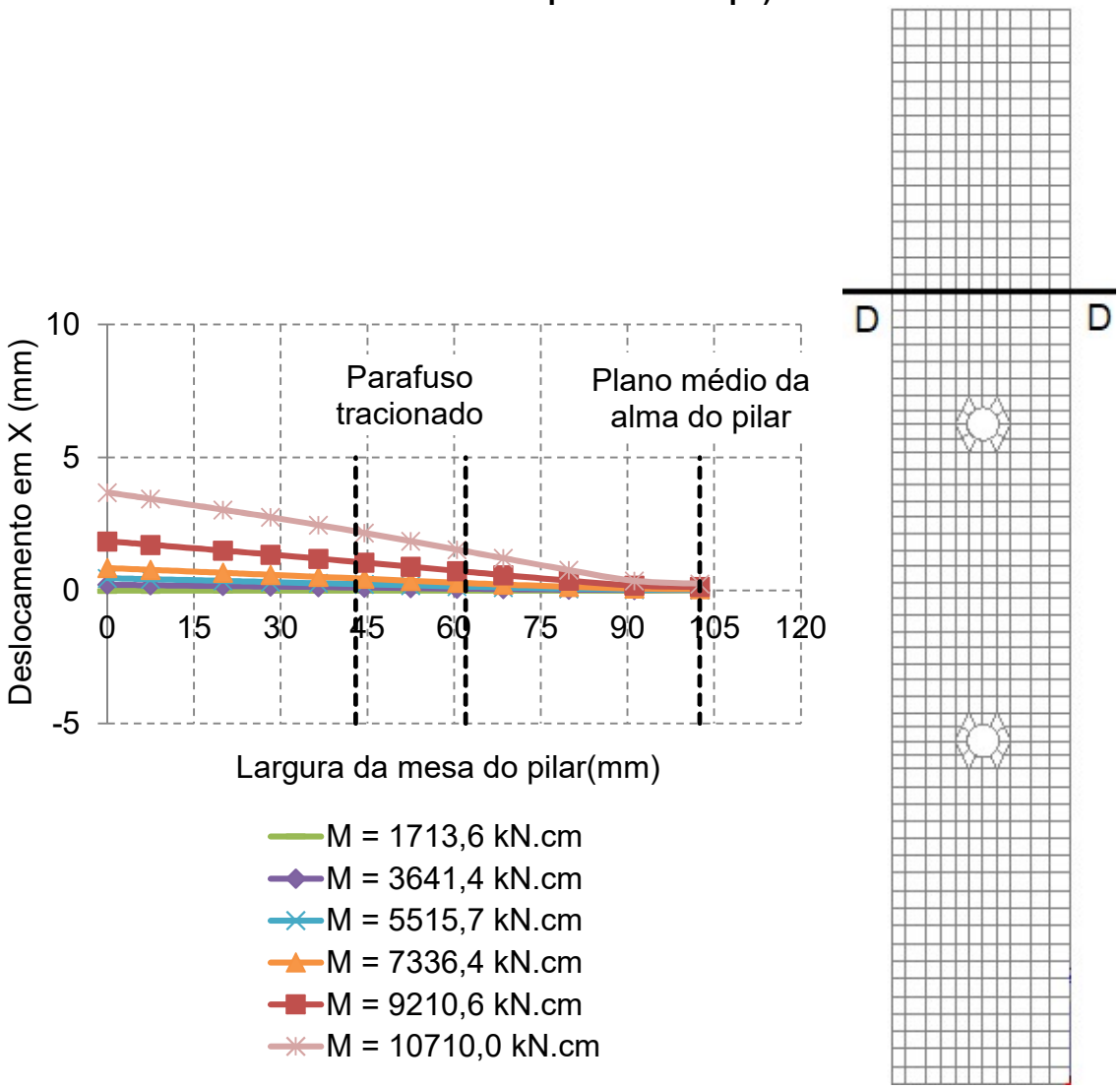
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 79 apresenta os deslocamentos atuantes na mesa do pilar no plano médio da alma desse perfil (seção CC) em função do aumento do momento fletor. Observa-se um deslocamento pequeno na parte superior da mesa devido a sua rigidez. Na parte inferior da mesa do pilar ocorrem deslocamentos negativos com

valores e comportamento semelhantes a aqueles produzidos na chapa de extremidade.

O mesmo tipo de gráfico é apresentado na Figura 80, na Figura 81, na Figura 82 e na Figura 83, agora em relação as seções transversais DD, EE, FF e GG.

Figura 80 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção DD (Plano de contato da extremidade superior da chapa)

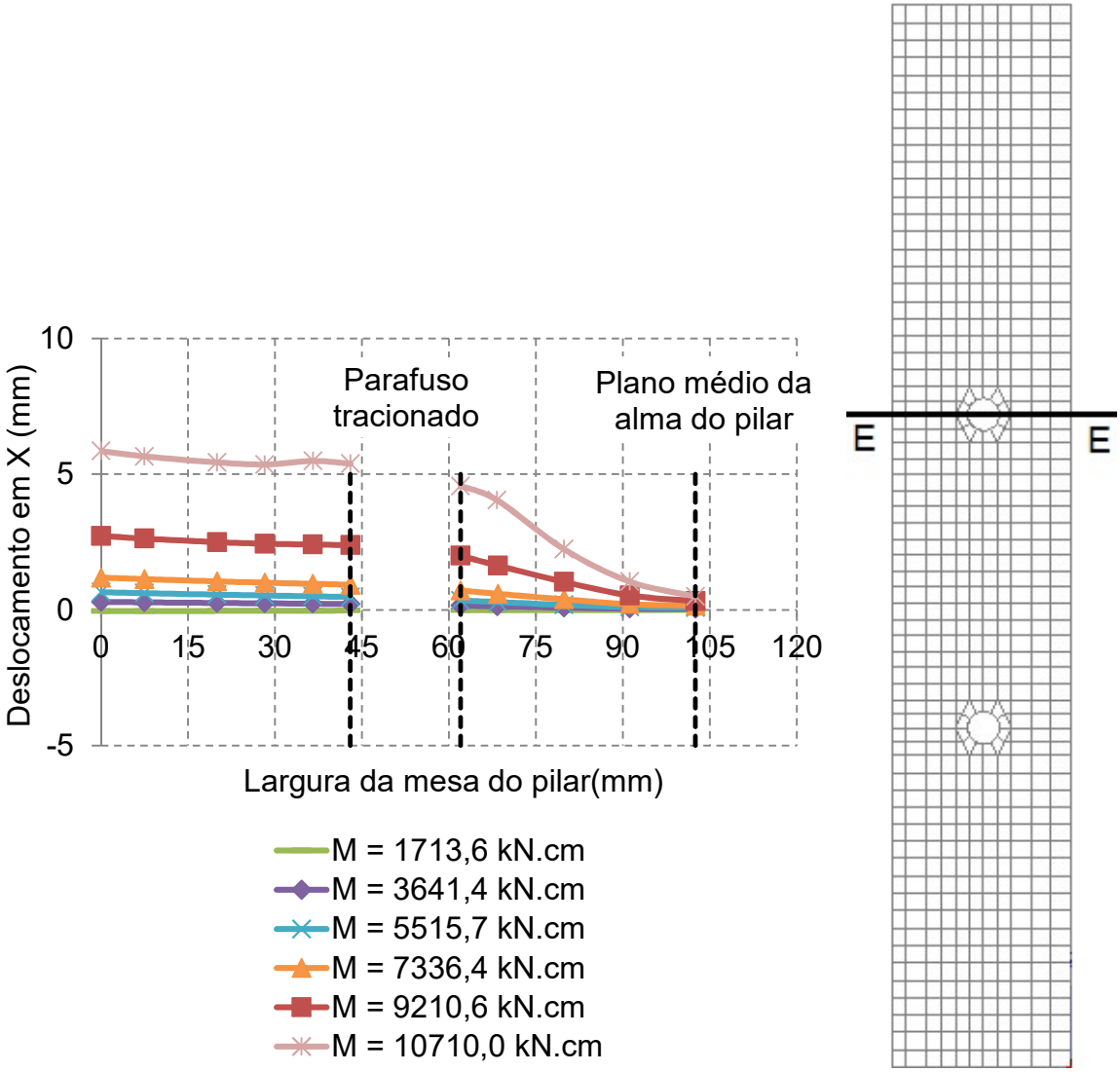


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 80 apresenta os deslocamentos na mesa do pilar onde a face superior da chapa de extremidade está em contato com a mesa (seção DD) em função do aumento do momento fletor. Observa-se que os deslocamentos tendem a se manter constantes ao longo da largura da mesa e próximos de zero até o momento fletor igual a 7336,4 kN.cm. Já para os momentos fletores iguais a 9210,6 kN.cm e

10710,0 kN.cm, os deslocamentos próximos ao plano médio do pilar tendem a zero e aumentam de forma gradativa até chegar na extremidade livre da mesa do pilar.

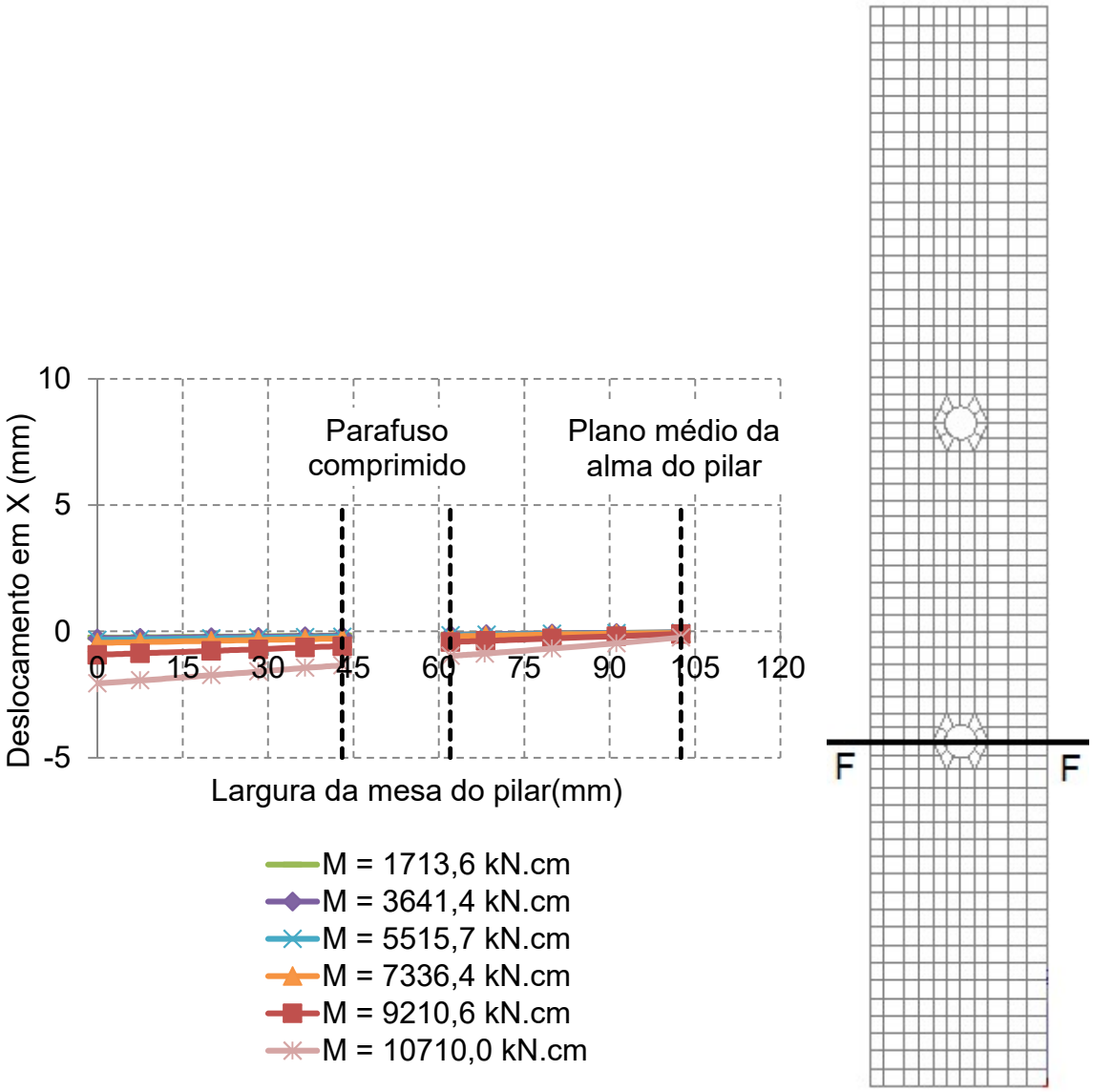
Figura 81 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção EE (Plano de contato com o parafuso tracionado)



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 81 apresenta os deslocamentos na mesa do pilar na linha do parafuso tracionado (seção EE) em função do aumento do momento fletor. Observa-se um deslocamento acentuado e crescente ao longo da largura da mesa para os momentos fletores iguais a 9210,6 kN.cm e 10710,0 kN.cm. Observa-se novamente que, a presença do parafuso não restringe o deslocamento nesta região. Os resultados dos deslocamentos obtidos na extremidade livre da mesa do pilar apresentaram valores próximos daqueles obtidos na chapa de extremidade.

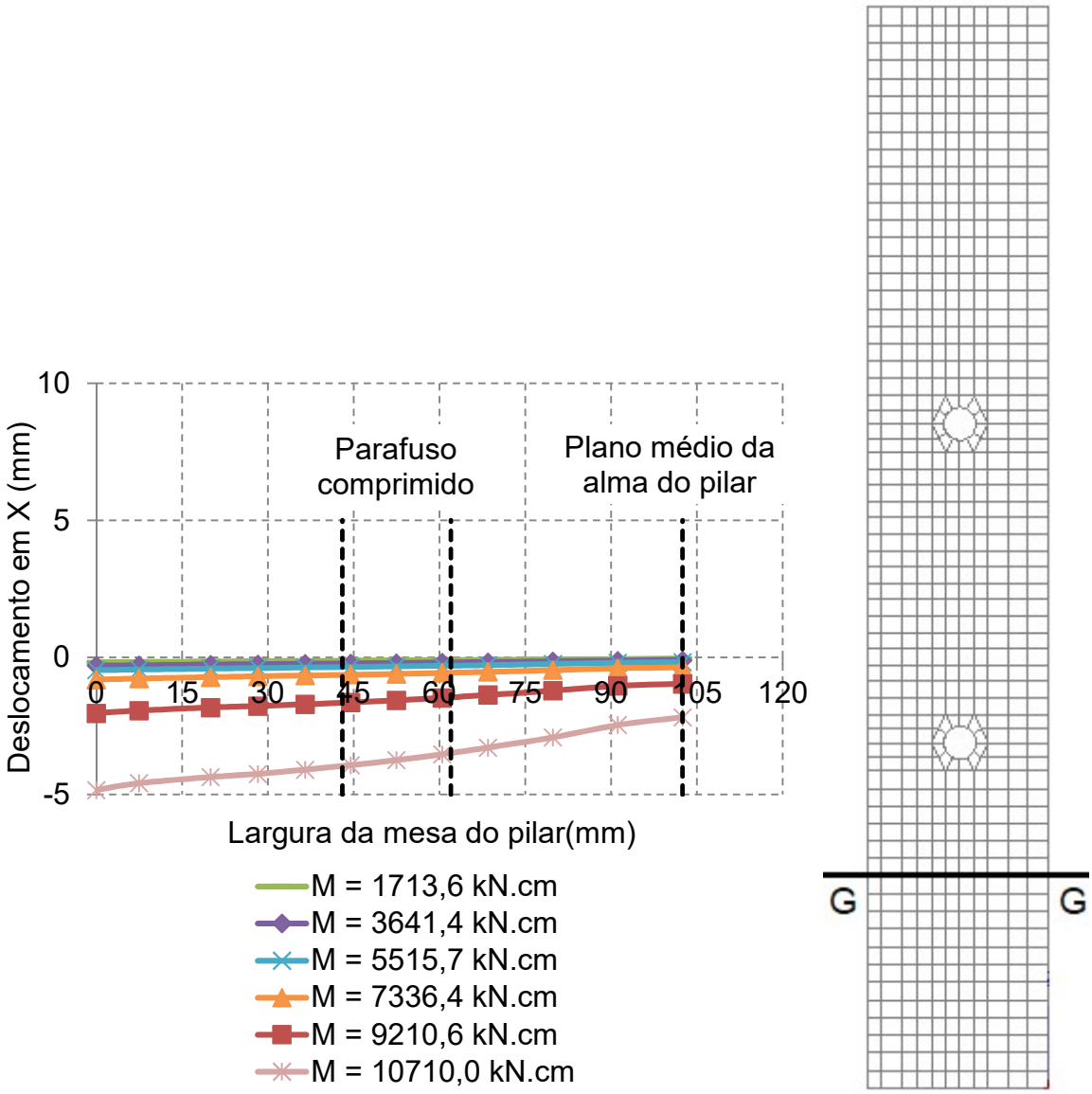
Figura 82 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção FF (Plano de contato com o parafuso comprimido)



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 82 apresenta os deslocamentos na mesa do pilar na linha do parafuso comprimido (seção FF) em função do aumento do momento fletor. Observa-se que os deslocamentos tendem a se manter constantes ao longo da largura da mesa e próximos de zero até o momento fletor igual a 9210,6 kN.cm. Já para o momento fletor igual a 10710,0 kN.cm, os deslocamentos próximos ao plano médio do pilar tendem a zero e aumentam de forma gradativa até chegar na extremidade livre da mesa do pilar.

Figura 83 – Deslocamento da mesa do pilar – Seção GG (Plano de contato da extremidade inferior da chapa)



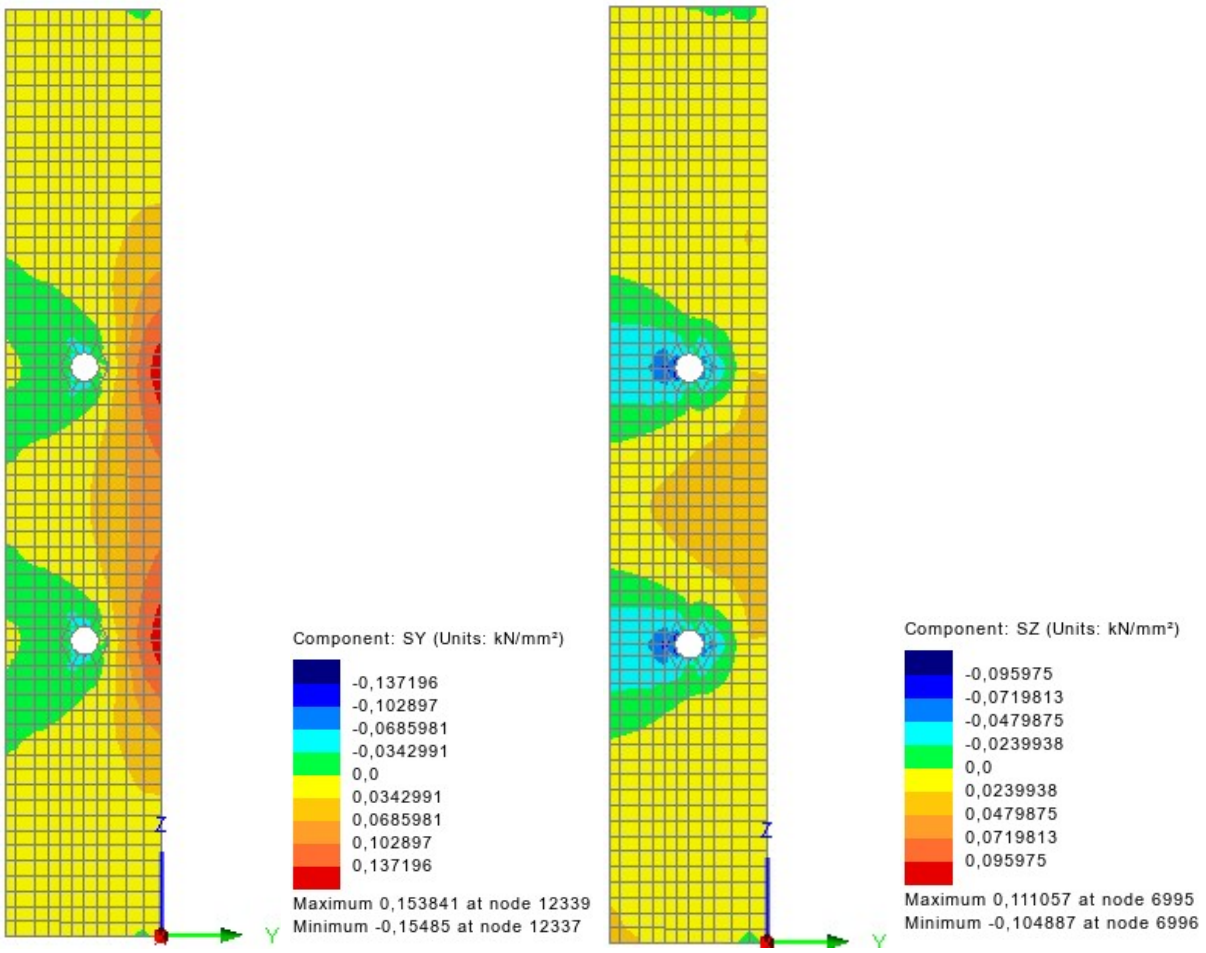
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 83 apresenta os deslocamentos na mesa do pilar na seção de contato com a face inferior da chapa de extremidade (seção GG) em função do aumento do momento fletor. Observa-se que os deslocamentos tendem a se manter constantes ao longo da largura da mesa e próximos de zero até o momento fletor igual a 7336,4 kN.cm. Já para os momentos fletores iguais a 9210,6 kN.cm e 10710,0 kN.cm, os deslocamentos próximos ao plano médio do pilar tendem a zero e aumentam de forma gradativa até chegar na extremidade livre da mesa do pilar.

Nas figuras 84 a 90 são apresentados os gráficos de tensões nas direções Y (paralela ao plano das mesas da viga) e Z (paralela ao plano da alma da viga) na mesa do pilar

devido a protensão inicial dos parafusos e devido aos momentos fletores iguais a 1713,6 kN.cm, 3641,4 kN.cm, 5515,7 kN.cm, 7336,4 kN.cm, 9210,6 kN.cm e 10710,0 kN.cm.

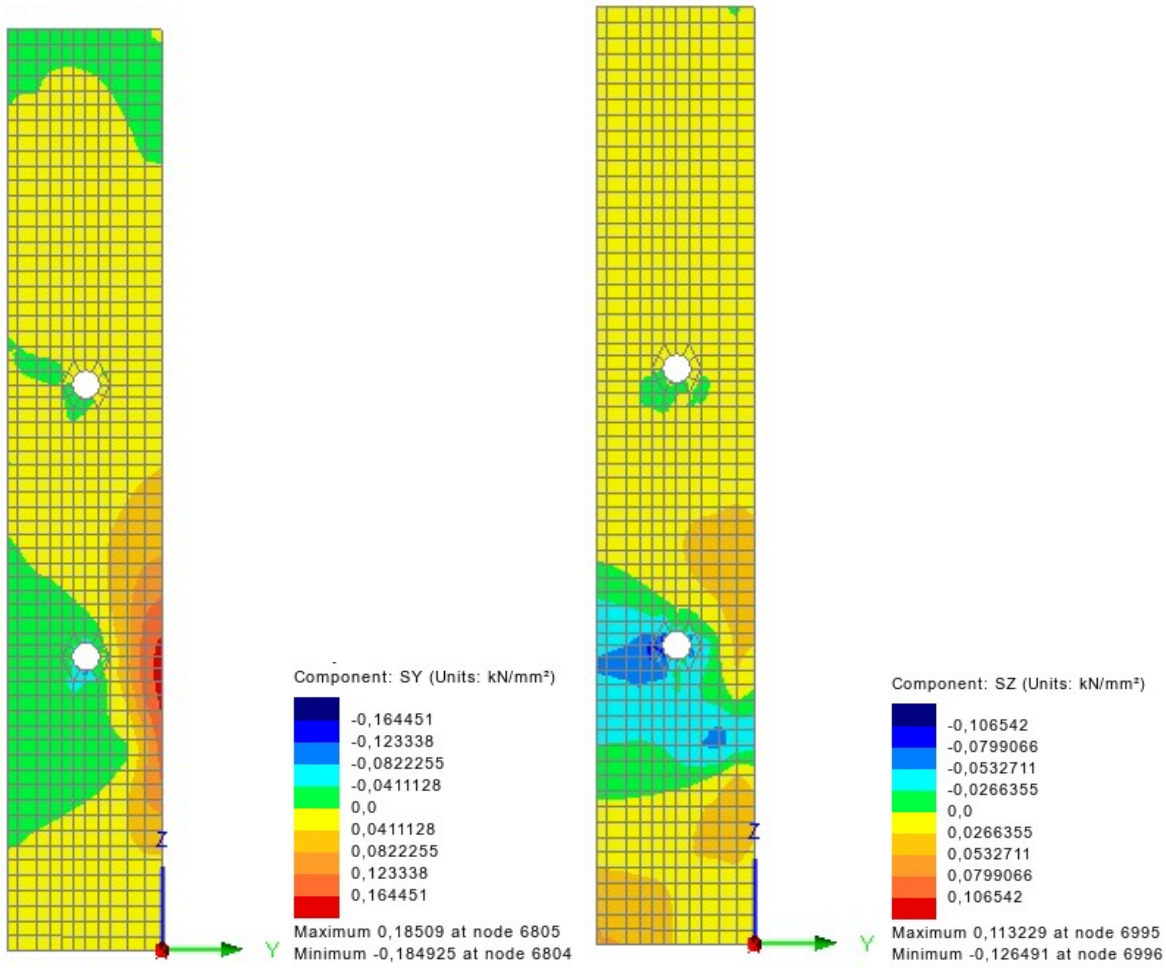
Figura 84 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação devido a protensão inicial dos parafusos



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Na Figura 84 pode-se analisar a tensão na mesa do pilar devido a protensão inicial dos parafusos. Observa-se uma concentração de tensões na região onde a alma da viga está em contato com a ligação e na região dos furos do parafuso tracionado e comprimindo.

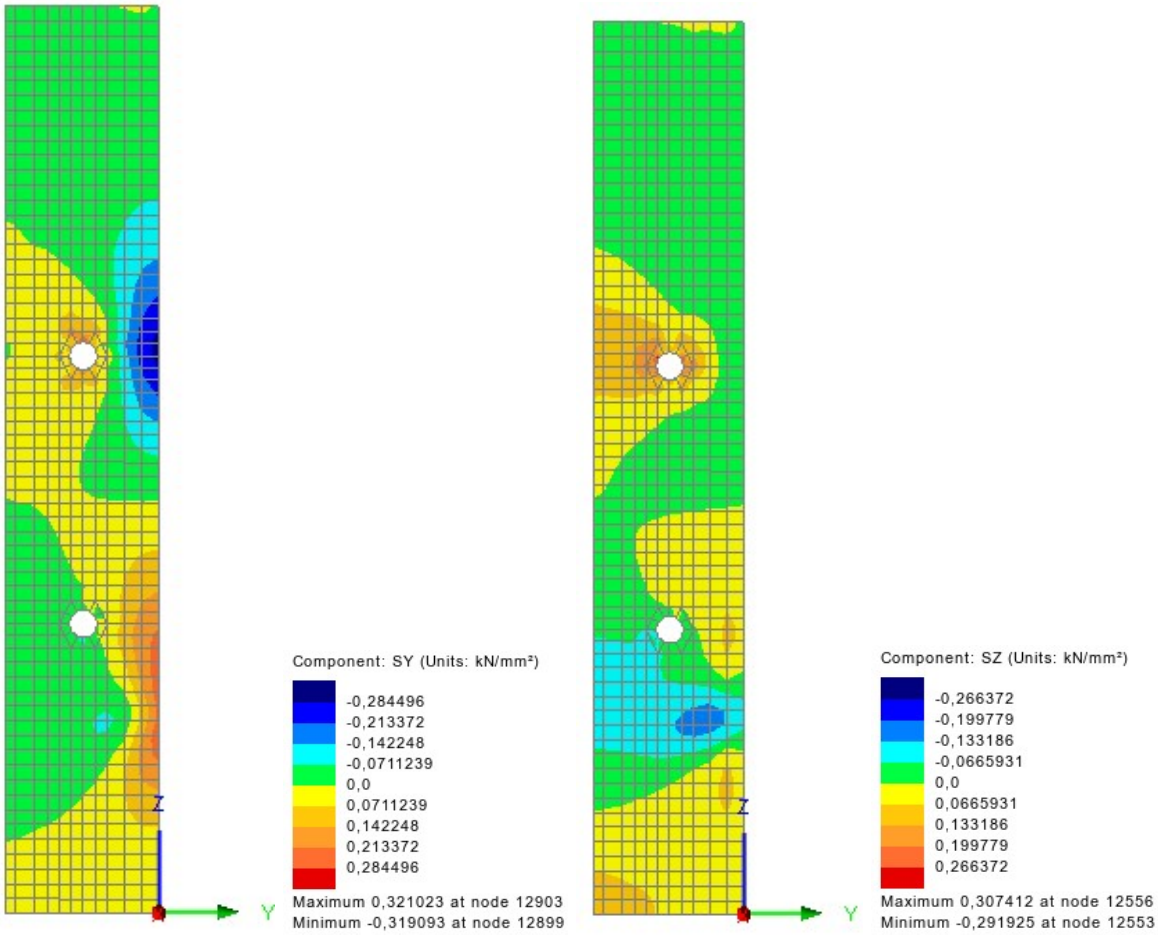
Figura 85 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 1713,6 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Conforme mostra a Figura 85, para o momento fletor igual 1713,6 kN.cm, observa-se uma concentração de tensões na região do furo do parafuso comprimido e na região onde a mesa do pilar está em contato com a parte inferior da chapa de extremidade. Os valores das tensões atuantes são inferiores a resistência ao escoamento de 30 kN/cm².

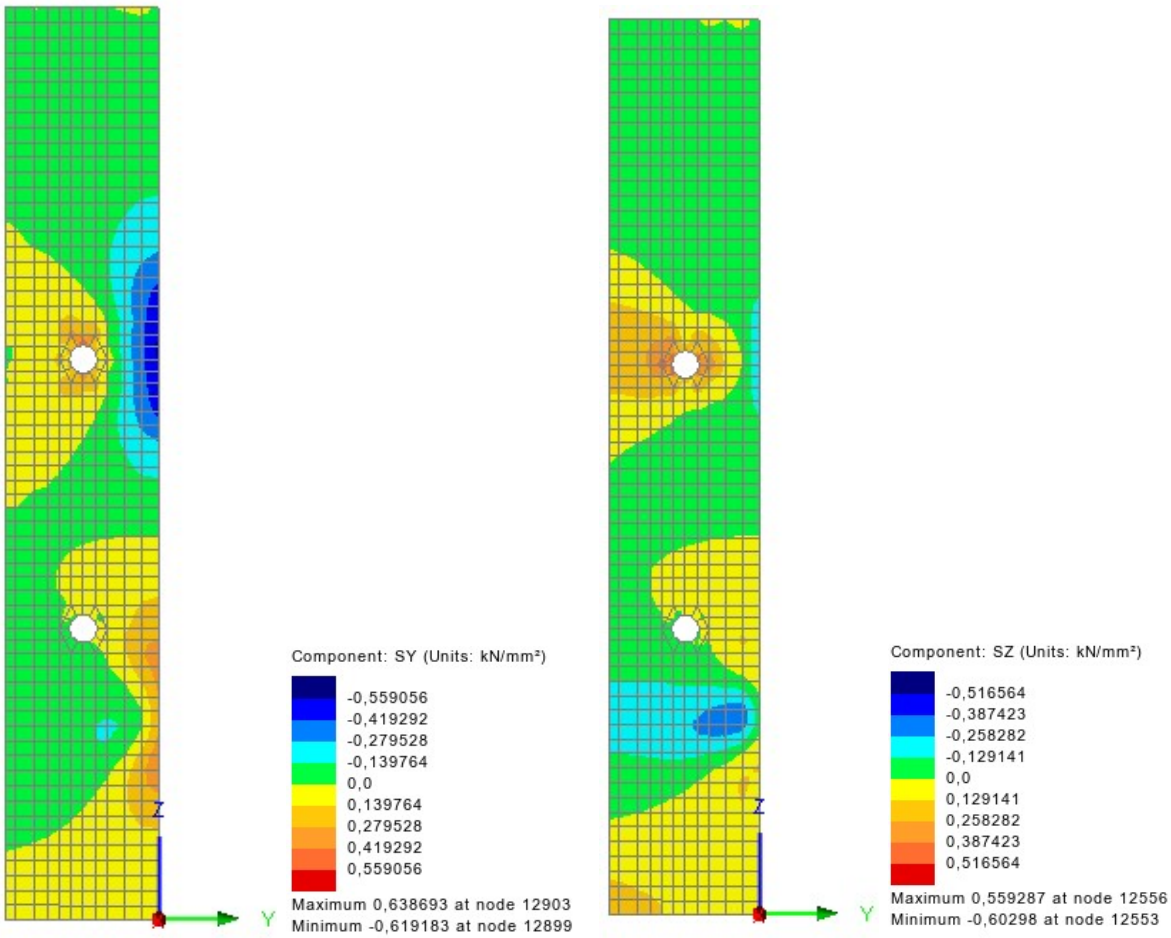
Figura 86 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 3641,4 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Conforme mostra a Figura 86, para o momento fletor igual a 3641,4 kN.cm, observa-se uma concentração de tensões σ_y na região da mesa do pilar próxima ao plano médio da alma do pilar e em pontos localizados de tensões ao redor do furo do parafuso tracionado. Para as tensões σ_z, observa-se uma concentração de tensões na região onde a mesa do pilar está em contato com a parte inferior da chapa de extremidade e na região do furo do parafuso tracionado. Os valores das tensões atuantes são inferiores a tensão de escoamento de 30 kN/cm².

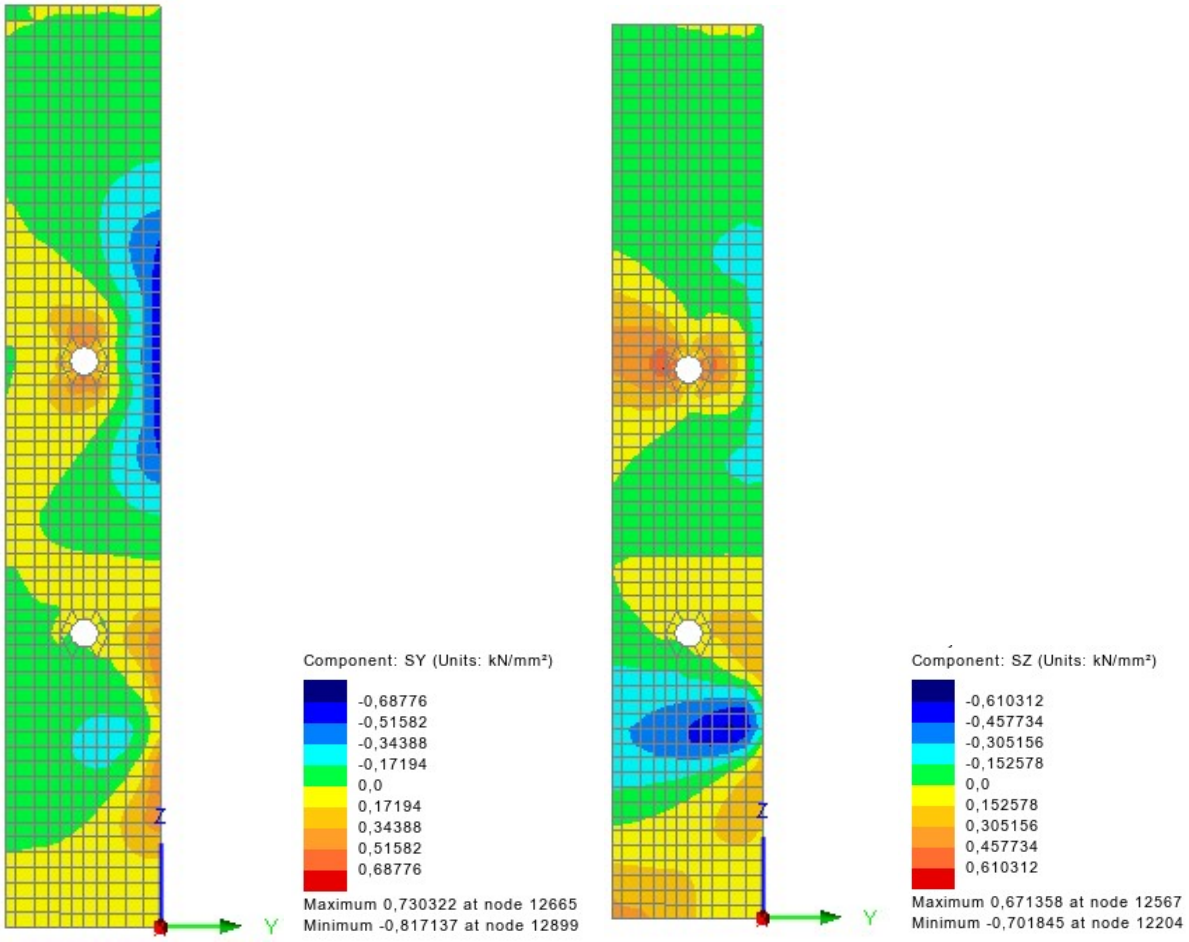
Figura 87 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 5515,7 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

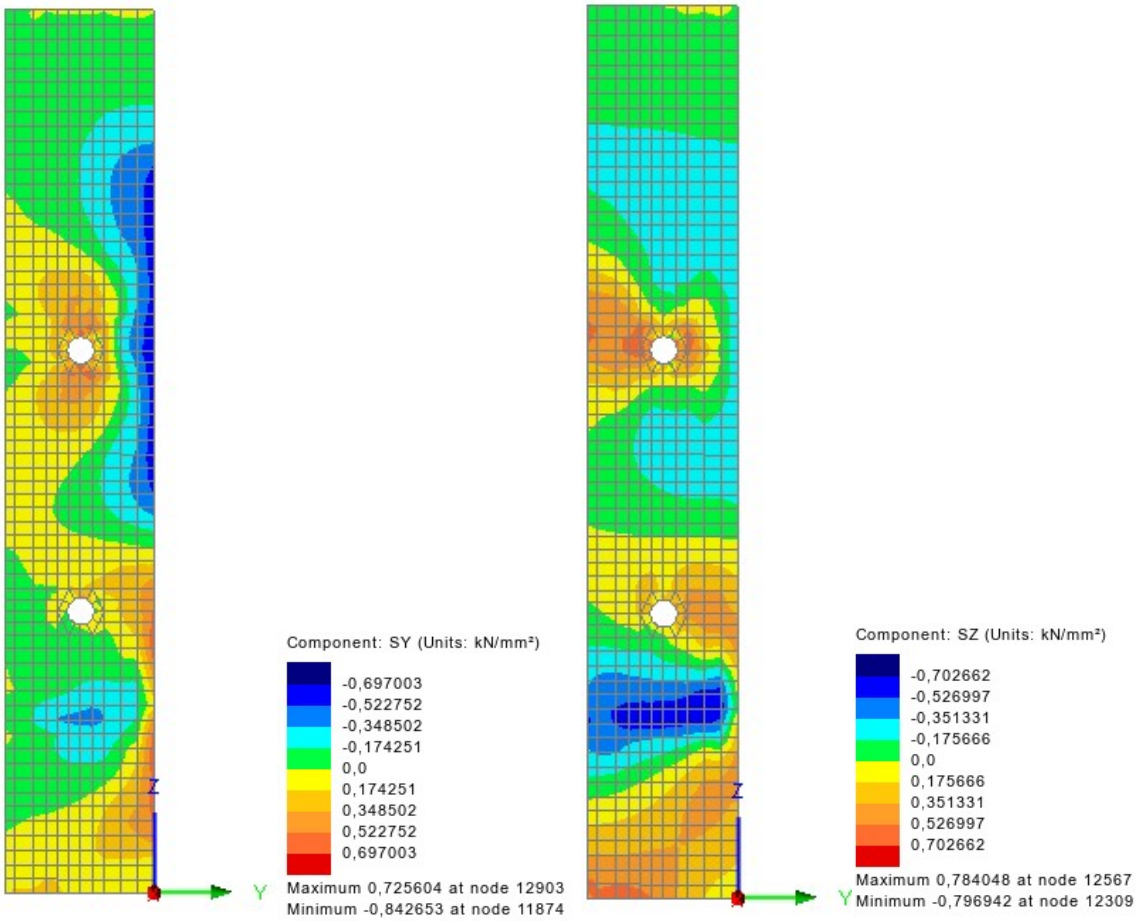
Conforme mostra a Figura 87 e a Figura 88, para os momentos fletores iguais a 5515,7 kN.cm e 7336,4 kN.cm, observa-se uma concentração de tensões σ_y na região da mesa do pilar próxima ao plano médio da alma do pilar e na região do furo do parafuso tracionado. Para as tensões σ_z, observa-se uma concentração de tensões na região onde a mesa do pilar está em contato com a parte inferior da chapa de extremidade, na região do furo do parafuso tracionado e na região do plano médio da alma do pilar próximo ao parafuso tracionado. A partir do momento fletor igual a 5515,7 kN.cm a mesa do pilar apresenta pequenas regiões em que as tensões atuantes ultrapassam os valores da tensão de escoamento de 30 kN/cm² e da tensão de ruptura de 40 kN/cm².

Figura 88 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 7336,4 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

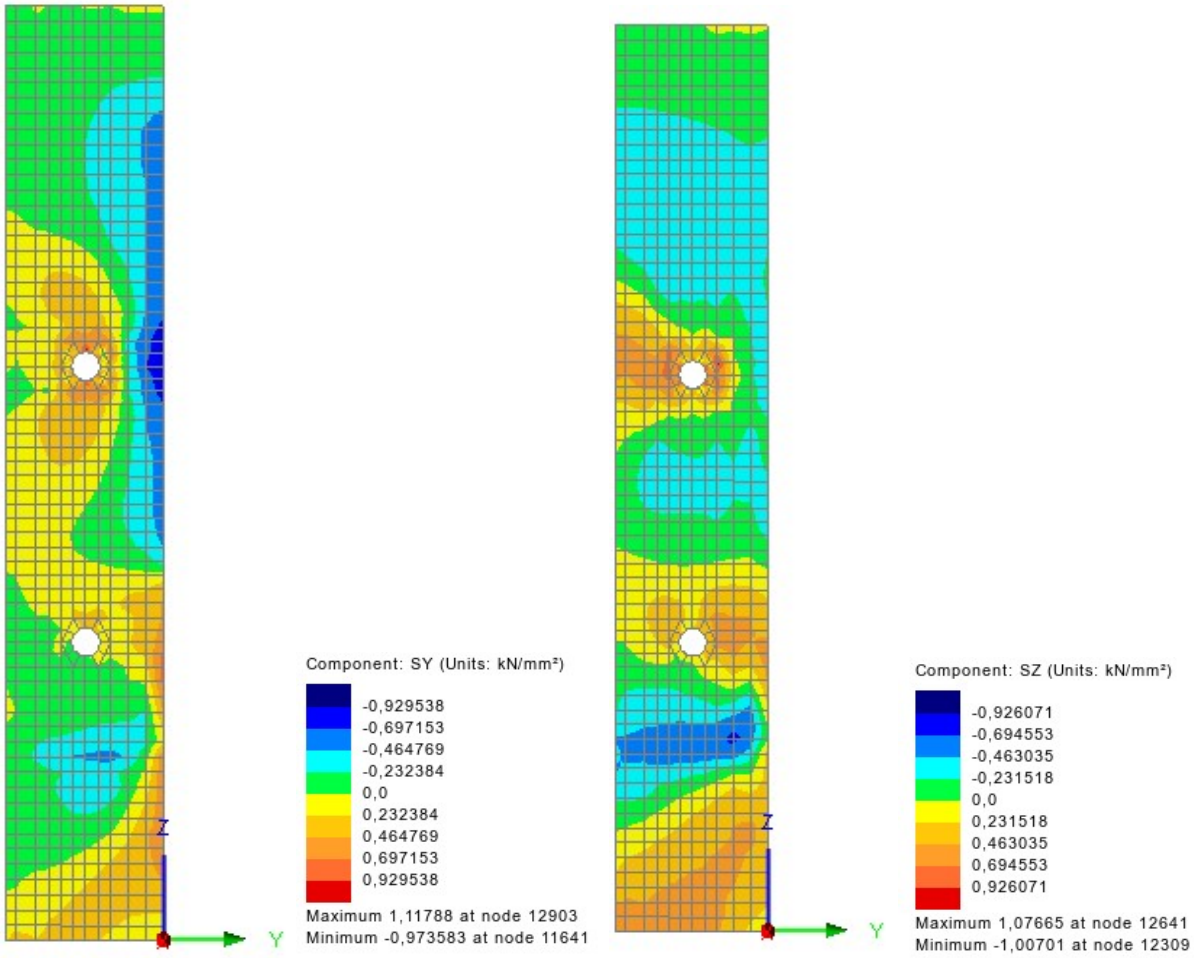
Figura 89 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 9210,6 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Conforme mostra a Figura 89 e a Figura 90, para os momentos fletores iguais a 9210,6 kN.cm e 10710,0 kN.cm, observa-se um aumento das regiões com concentração de tensões. As tensões σ_y e σ_z estão concentradas na região da mesa do pilar próxima ao plano médio da alma do pilar, na região dos furos dos parafusos tracionados e comprimidos, e na região onde a mesa do pilar está em contato com a parte inferior da chapa de extremidade. As tensões atuantes ultrapassam os valores da resistência ao escoamento de 30 kN/cm² e da tensão de ruptura de 40 kN/cm².

Figura 90 – Tensões σ_y e σ_z na mesa do pilar em contato com a ligação para o M = 10710,0 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Conforme mostra a Figura 90, para o momento fletor último da ligação, onde o momento é igual a 10710,0 kN.cm, a mesa do pilar atinge tensões elevadas, apresentando elevado grau de plastificação. Assim, pode-se fazer uma correlação da tensão atuante na chapa com os gráficos de deslocamentos apresentados nas figuras 77 a 83.

Observa-se que a distribuição das tensões na mesa do pilar ocorreu de forma diferente da chapa de extremidade.

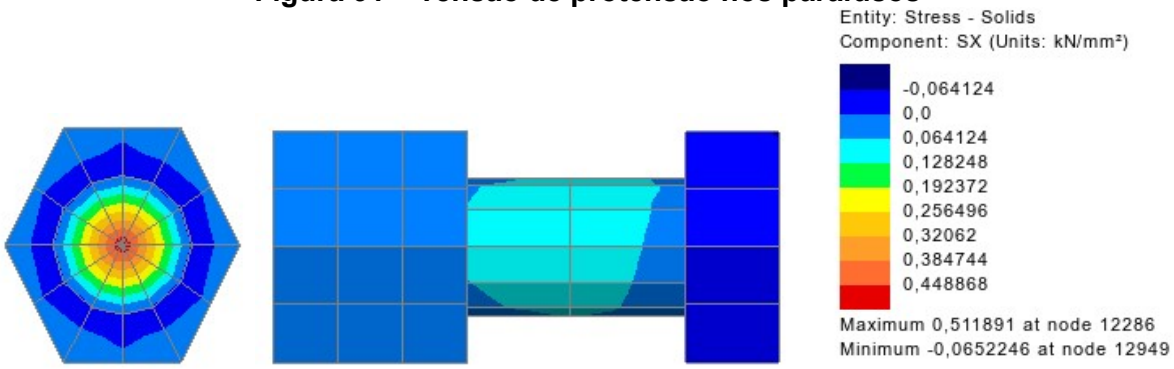
Ostrander (1970) não apresentou os resultados experimentais referentes aos deslocamentos e às tensões obtidas na mesa do pilar, assim não foi possível comparar com os resultados da análise numérica.

6.4.5 Parafusos

Na sequência, faz-se uma breve análise do comportamento dos parafusos na ligação pelo modelo numérico.

Conforme mencionado no início do capítulo, a protensão inicial aplicada nos parafusos apresenta um valor igual a 34,7 kN/parafuso. Na modelagem numérica, a protensão é considerada por meio de uma carga de tração aplicada na extremidade do parafuso, do lado da porca, e locada em seu eixo. A Figura 91 apresenta o estado de tensão do parafuso.

Figura 91 – Tensão de protensão nos parafusos

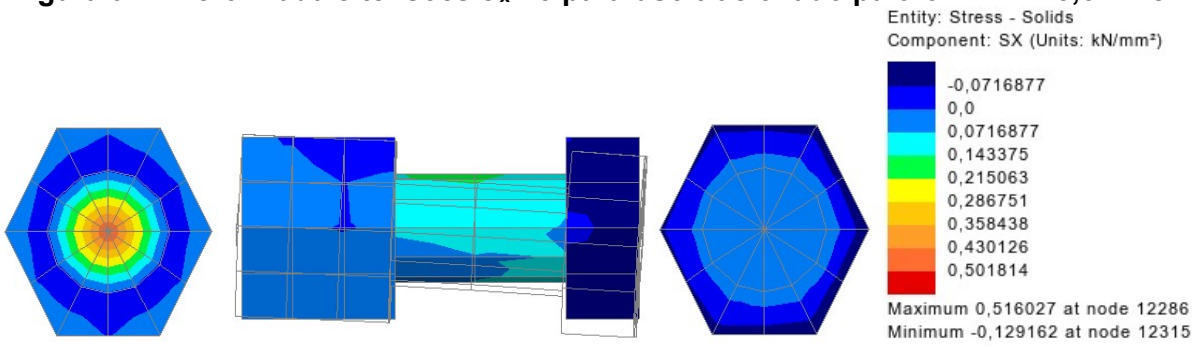


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Devido ao modo de aplicação da protensão ocorre uma variação da tensão na região da porca, com valor diminuindo gradativamente do eixo central até a extremidade. Nota- se também, uma pequena variação de tensão, com valor diminuindo da extremidade do parafuso em direção à cabeça ao longo do comprimento do parafuso.

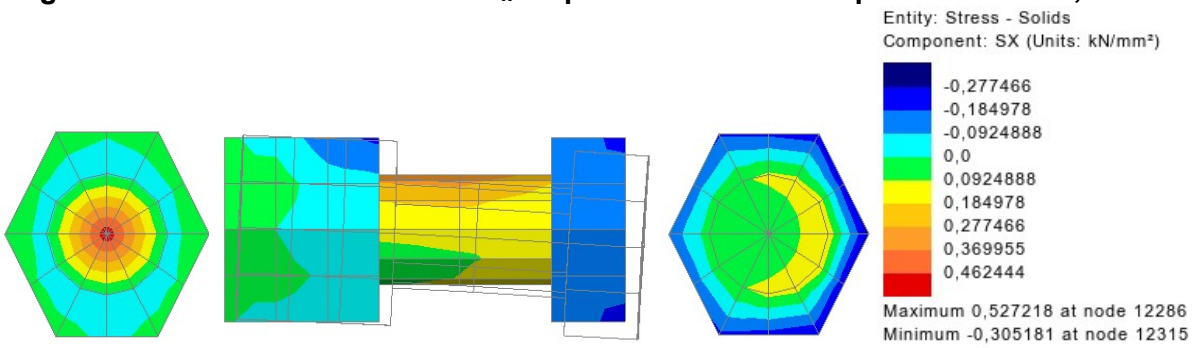
Com a aplicação do carregamento externo, o parafuso tracionado passa a resistir aos esforços de tração crescentes. Nas figuras 92 a 97 são apresentadas as tensões e deformações no parafuso tracionado referente aos momentos fletores iguais a 1713,6 kN.cm, 3641,4 kN.cm, 5515,7 kN.cm, 7336,4 kN.cm, 9210,6 kN.cm e 10710,0 kN.cm.

Figura 92 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 1713,6 kN.cm



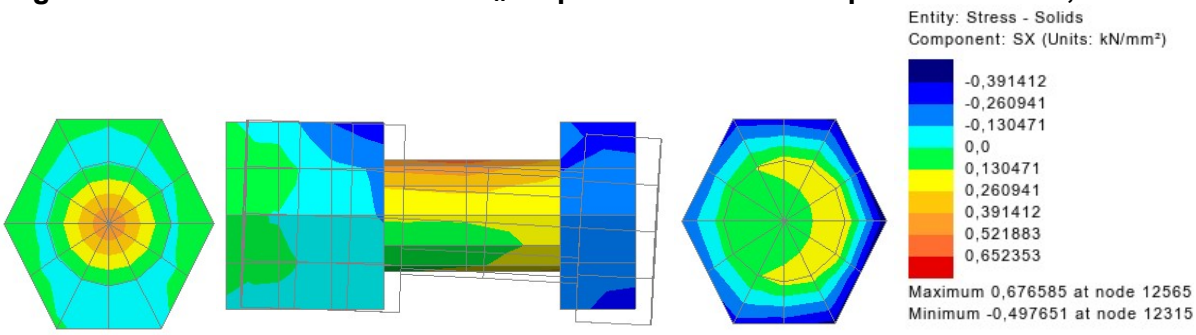
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 93 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 3641,4 kN.cm



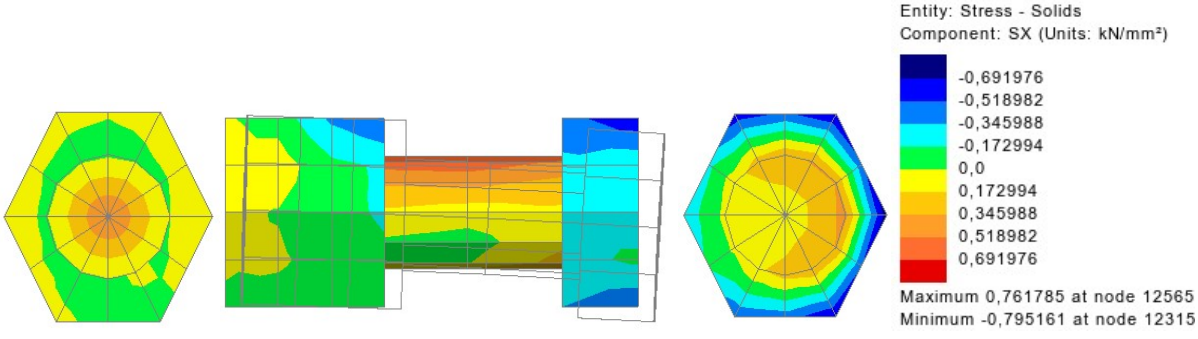
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 94 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 5515,7 kN.cm



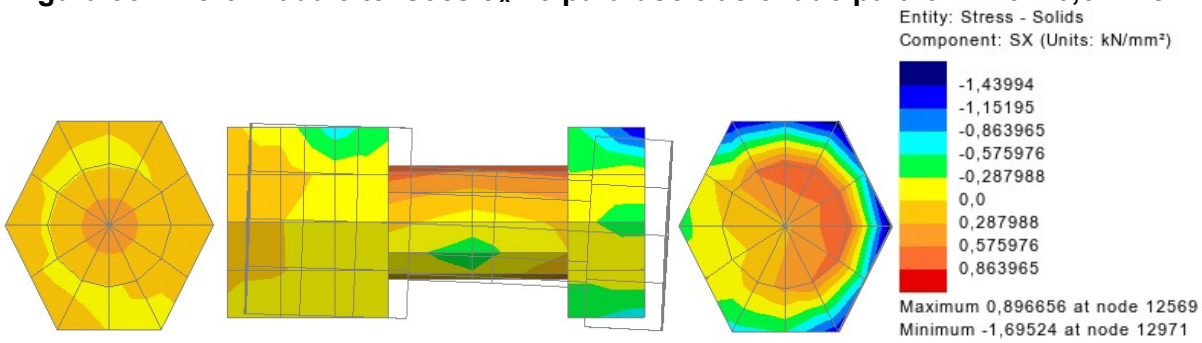
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 95 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 7336,4 kN.cm



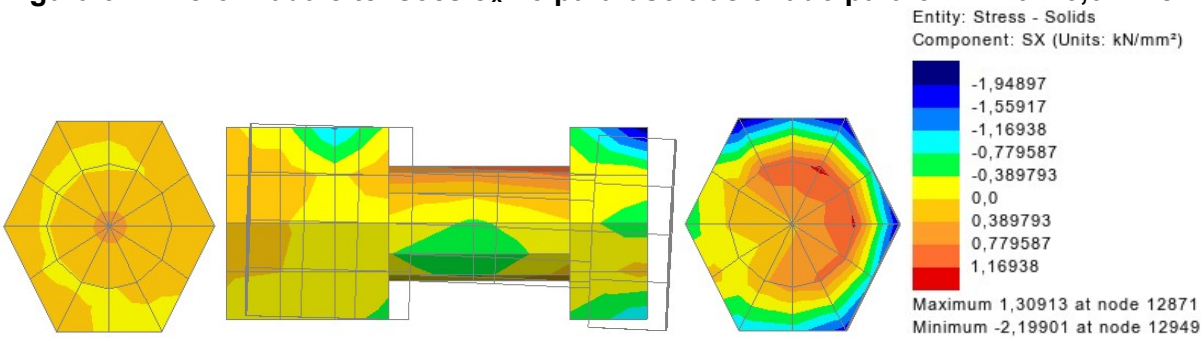
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 96 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 9210,6 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 97 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado para o M = 10710,0 kN.cm



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Nas figuras 92 a 97 são apresentados os resultados das tensões atuantes no parafuso tracionado em função do aumento do momento fletor na ligação. Observa-se uma concentração de tensões na extremidade da cabeça do parafuso e na região do fuste que está em contato com a chapa de extremidade. Até o momento fletor igual a 7336,4 kN.cm as tensões atuantes no parafuso são inferiores a tensão de escoamento de 63,5 kN/cm². A partir do momento fletor igual a 9210,6 kN.cm a extremidade do parafuso atinge tensões elevadas, ultrapassando a tensão de ruptura de 82,5 kN/cm², e a região do fuste que está em contato com a chapa de extremidade, atinge a tensão de ruptura de 82,5 kN/cm². Quando a ligação atinge o momento fletor último (10710,0 kN.cm), o parafuso apresenta elevados níveis de tensões atuantes na cabeça do parafuso e na região do fuste que está em contato com a chapa de extremidade, ultrapassando a tensão de ruptura de 82,5 kN/cm², gerando um alto grau de plastificação no parafuso.

Em Ostrander (1970), o parafuso rompe na rosca para um momento fletor igual a 10172,7 kN.cm e alonga-se 1,20 mm. Na análise numérica, o parafuso atinge a tensão de ruptura (F_u) de 82,5 kN/cm² no fuste quando o momento solicitante é igual a

8996,4 kN.cm. O parafuso apresenta um alongamento de 1,16 mm na análise numérica quando o momento fletor solicitante é igual a 10228,1 kN.cm, próximo ao valor do momento na ruptura no ensaio experimental de Ostrander (1970).

O resultado obtido se mostra dentro do aceitável uma vez que Ostrander (1970) não apresentou a lei constitutiva do parafuso ensaiado.

Ostrander (1970) não apresentou os resultados experimentais referentes aos deslocamentos e às tensões obtidas no parafuso, assim não foi possível fazer uma análise comparativa detalhada com os resultados da análise numérica.

7 ANÁLISE NUMÉRICA AVANÇADA DO PÓRTICO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo é apresentado um exemplo numérico para verificar a eficiência da utilização da análise numérica tridimensional para a Análise Avançada de um pórtico simples de aço. Os efeitos de 2ª ordem na estrutura, as propriedades do material, a não linearidade geométrica e o comportamento das ligações semirrígidas são considerados.

A ligação com chapa de extremidade ajustada estudada no Capítulo 6 é considerada na análise do pórtico semirrígido. Assim, todas as considerações, características dos materiais e calibrações feitas para a análise numérica anterior são mantidas.

Os resultados obtidos pelo programa LUSAS são comparados com os resultados obtidos pelo programa PPLANLEP.

7.1 Programa PPLANLEP

O programa PPLANLEP (Pórticos Planos de Aço, considerando a Análise Não Linear Elastoplástica), desenvolvido por Lavall (1996) e aprimorado por Silva (2010), escrito na linguagem FORTRAN 90, considera as análises em teoria de 2ª ordem elástica e elastoplástica de pórticos planos com ligações semirrígidas.

O programa utiliza o método Newton-Raphson Puro para a solução numérica das equações não lineares. Assim, no processo incremental-iterativo, averigua-se o equilíbrio da estrutura em cada iteração de acordo com um critério de convergência baseado nos deslocamentos.

Os efeitos *P-*Δ e *P-*δ, oriundos da análise não linear geométrica são contemplados no programa por meio da teoria de Bernoulli-Euler. A não linearidade do material é considerada pelo método da plasticidade distribuída ou método da zona plástica, que permite acompanhar o processo de plastificação ao longo do comprimento da barra ao dividi-la em elementos finitos e ao longo da altura da seção transversal ao se considerar a técnica das fatias. Dessa forma, o programa permite que as fibras

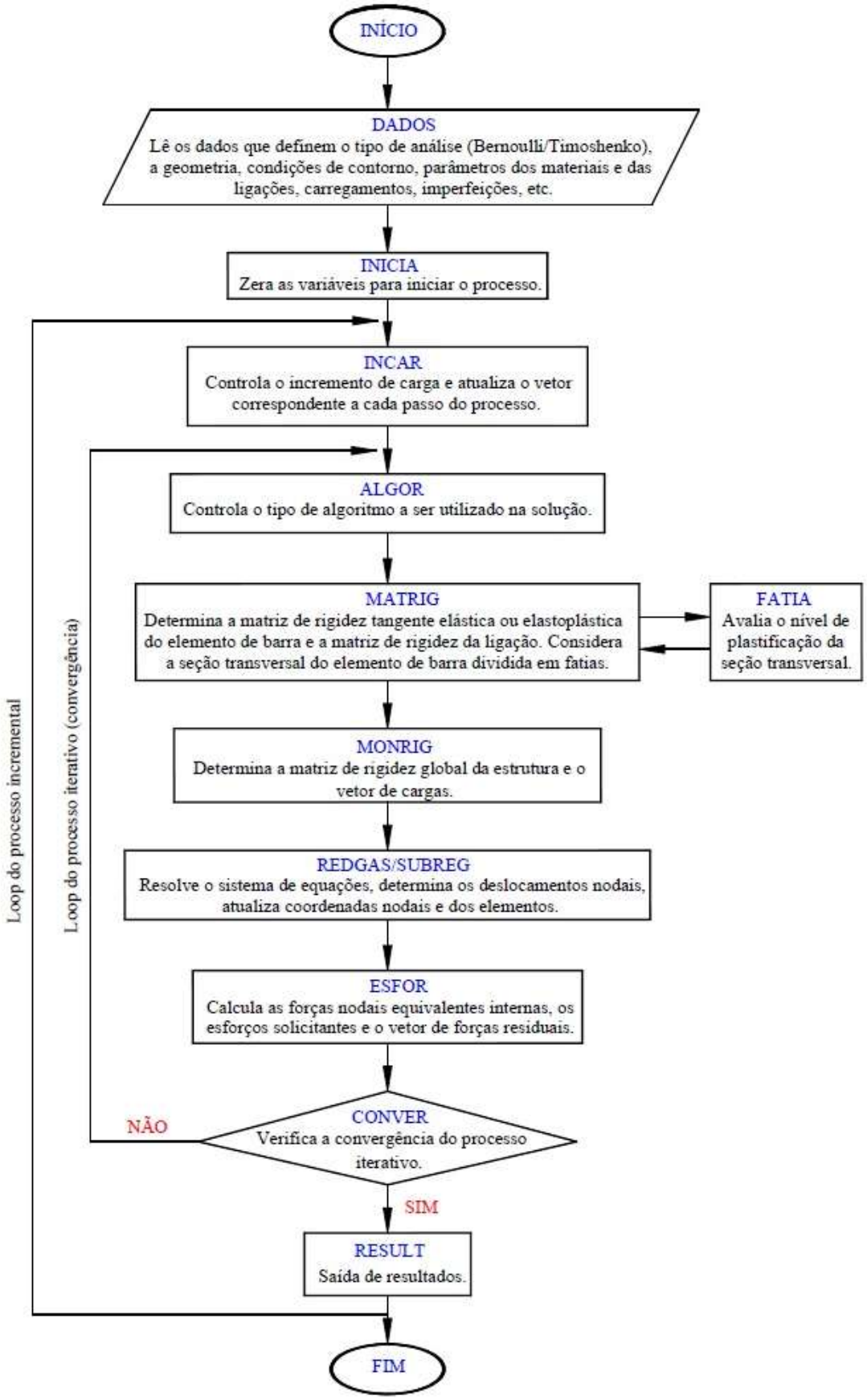
constituintes da seção transversal plastifiquem quando as tensões provenientes do carregamento aplicado forem superiores à tensão de escoamento do material.

A técnica das fatias, além de permitir visualizar as variações de tensões e a propagação do escoamento ao longo da altura da seção transversal, permite também a implementação de qualquer modelo de distribuição de tensões residuais. O valor do estado de tensão no centro de cada fatia é considerado com o valor de toda ela. Admite-se então que, se esta tensão alcançar a tensão local de escoamento, toda a fatia se torna plástica, enquanto que aquelas com tensão inferior à tensão de escoamento local permanecem elásticas.

O programa permite uma representação multilinear da curva momento x rotação, com até cinco trechos lineares, para modelar o comportamento não linear de uma ligação semirrígida e considera o elemento de mola para representar a ligação. Este elemento possui os mesmos graus de liberdade por extremidade (nó) que os elementos de barra. A rigidez rotacional nos trechos é determinada automaticamente pelo programa por meio das curvas multilinearizadas.

O programa é dividido em duas partes: o programa principal, que estabelece a sequência das sub-rotinas e controla o número de iterações a serem executadas, e as sub-rotinas, que executam os procedimentos para que seja feita a análise não linear da estrutura em questão. A Figura 98 apresenta o fluxograma indicando a sequência dos procedimentos.

Figura 98 – Fluxograma geral para análise não linear incremental e iterativa no programa PPLANLEP

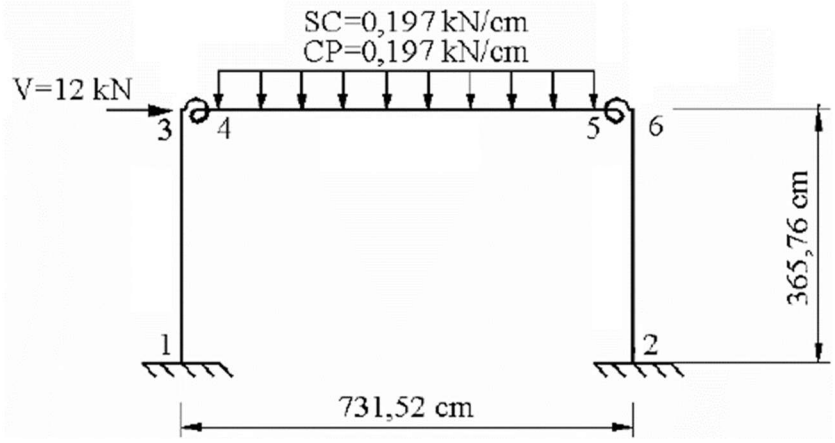


Fonte: Silva (2010), p. 82.

7.2 Pórtico de um andar e um vão

O pórtico possui um andar e um vão com ligação viga-pilar com chapa de extremidade ajustada, classificada como semirrígida. As bases engastadas, com carregamento e dimensões de barras conforme apresentadas na Figura 99. A viga e os pilares são constituídos, respectivamente, pelos perfis W 310x38,7 e W 200x59,0.

Figura 99 – Pórtico de um andar e um vão



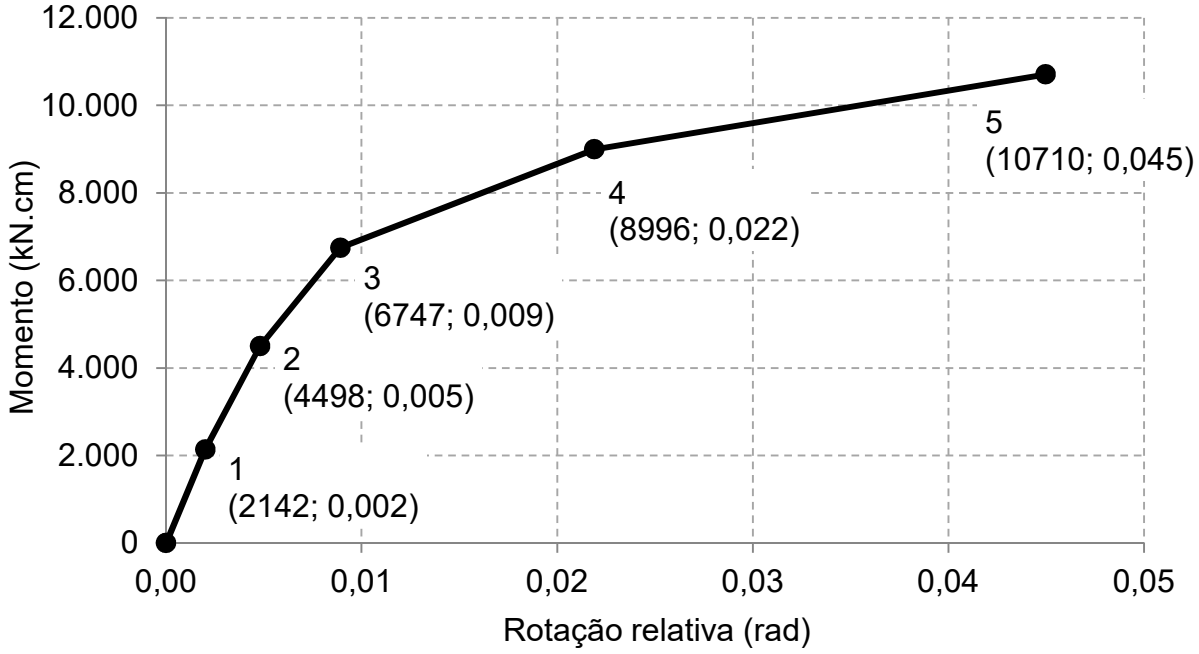
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

7.3 Discretização dos modelos

7.3.1 Discretização do modelo no PPLANLEP

Para implementação dos dados do programa PPLANLEP, os pilares e as vigas são discretizados em 4 e 8 elementos de barra, respectivamente, e as seções transversais em vinte fatias, sendo uma fatia para cada mesa e dezoito para a alma do perfil. Os elementos de mola são considerados para simular o efeito de flexibilidade das ligações com chapa de extremidade ajustada. O carregamento uniformemente distribuído é modelado manualmente como um conjunto de cargas nodais equivalentes. Para considerar o comportamento da ligação é adotado a curva momento x rotação relativa obtida no item 6.4.1. A curva não linear da ligação é aproximada por uma curva multilinear, considerando cinco trechos lineares conforme mostra a Figura 100. Os pares momentos fletor - rotação relativa são inseridos como dados de entrada no programa.

Figura 100 – Curva multilinear momento x rotação da ligação



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

7.3.2 Discretização do modelo no LUSAS

Os elementos utilizados na modelagem do pórtico seguem o mesmo conceito da modelagem da ligação. Dessa forma, os elementos finitos sólidos HX8M e PN6 são utilizados na modelagem da mesa do pilar em contato com a ligação, das mesas da viga, da chapa de extremidade e dos parafusos. Os elementos finitos de casca QST4 são utilizados na modelagem da mesa do pilar oposta a ligação, da alma do pilar e da alma da viga. E o elemento de junta JNT4 foram utilizados para modelar o contato entre os parafusos e a chapa de extremidade e a mesa do pilar. Na Tabela 15 pode-se observar a quantidade de elementos utilizados, com a somatória de 65906 elementos.

Tabela 15 – Elementos finitos LUSAS

Elemento	Quantidade (un)
HX8M	21882
PN6	320
QTS4	43512
JNT4	192

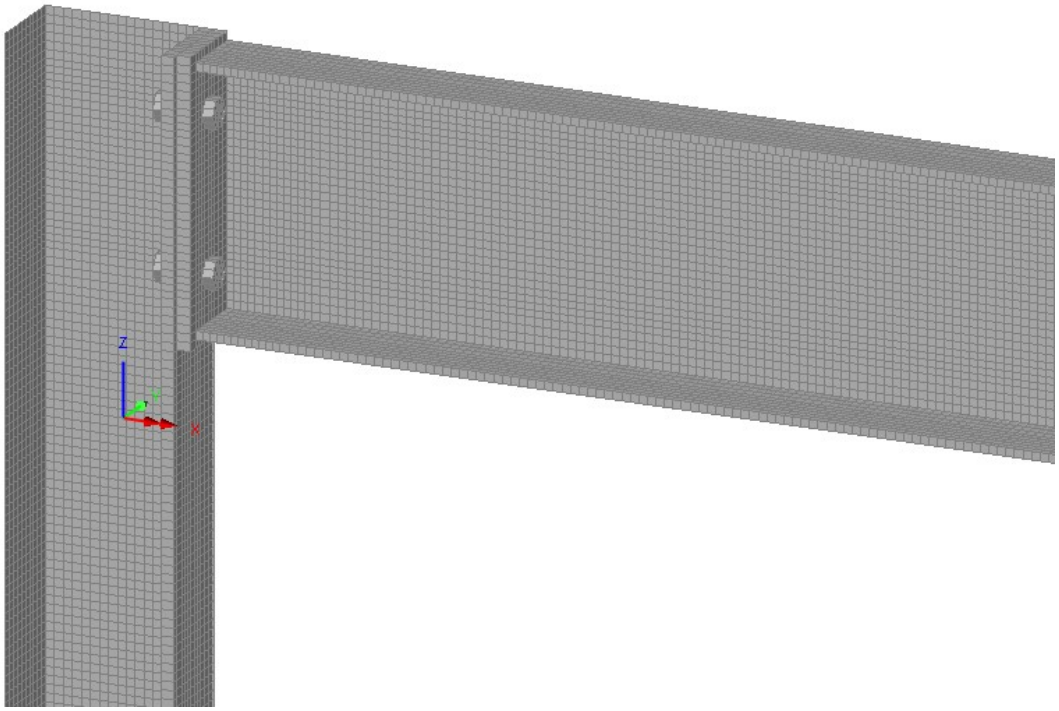
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A malha é discretizada na escala de um para um, aproximadamente, para todos os elementos do pórtico, assim apresentando um aspecto regular, conforme a Figura 101 e a Figura 102. Para otimização da análise é utilizada a simetria do pórtico, sendo modelada a metade do pilar, metade da viga e metade da ligação, impondo a condição de contorno de deslocamento nulo na direção Y (perpendicular ao plano de simetria).

Figura 101 – Discretização do modelo no LUSAS

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 102 – Zoom na discretização do modelo no LUSAS



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

7.4 Análise e discussão dos resultados

Nesta etapa apresentam-se os resultados finais da modelagem numérica tridimensional do pórtico. Os resultados obtidos pelo programa LUSAS são comparados com os resultados obtidos pelo programa PPLANLEP com o propósito de comprovar a eficiência da análise numérica de um pórtico tridimensional.

Considerando-se o programa PPLANLEP, o pórtico atinge o colapso para o valor de 105,5% do carregamento aplicado. Já, considerando-se o programa LUSAS, o pórtico converge até 100% da carga aplicada.

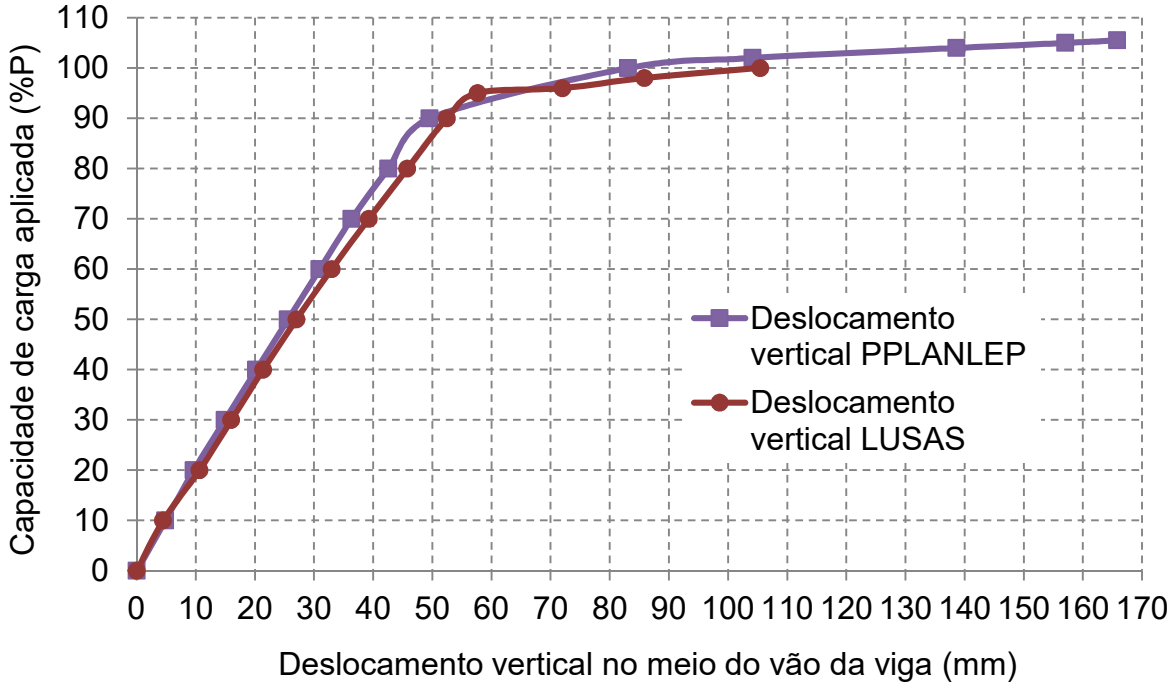
A seguir, uma análise comparativa dos resultados obtidos pelos programas é apresentada para: o deslocamento vertical máximo no meio do vão na viga, o deslocamento lateral máximo no topo do pórtico, as reações de apoio, as tensões e as deformações ao longo da altura da seção transversal da viga, bem como o comportamento local de cada ligação.

7.4.1 Deslocamento vertical máximo no meio do vão da viga

O gráfico da Figura 103 mostra as curvas capacidade de carga aplicada versus deslocamento vertical no meio do vão da viga, obtidas pelos programas PPLANLEP e LUSAS. Analisando os deslocamentos no meio do vão da viga observa-se a formação do mecanismo de viga, com o aumento exponencial do deslocamento vertical a partir de 90% do carregamento aplicado.

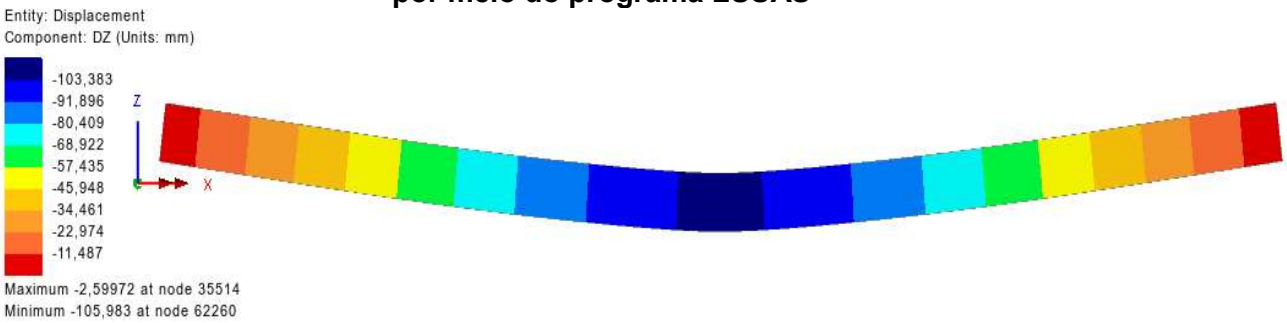
Observa-se uma boa correlação entre os resultados obtidos pelos programas. Para o incremento de 100% da carga, o pórtico apresentou uma flecha de 105,4 mm pelo LUSAS e uma flecha de 83,1 mm pelo PPLANLEP. Esta diferença pode estar relacionada com a presença de algumas não linearidades que podem ser capturadas na análise numérica tridimensional. Na Figura 104 é apresentada a deformada da viga para 100% da carga aplicada.

Figura 103 – Curvas capacidade de carga aplicada x deslocamento vertical no meio do vão da viga



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 104 – Deslocamento da viga na direção Z para 100% da carga aplicada obtido por meio do programa LUSAS



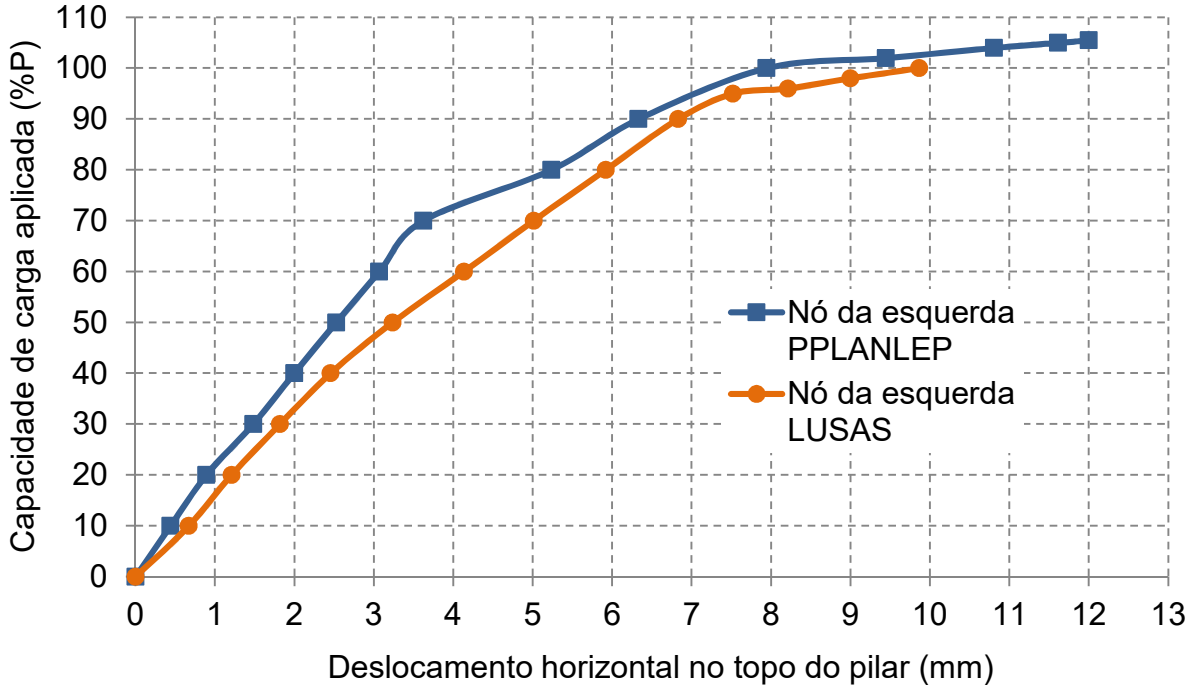
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

7.4.2 Deslocamento lateral máximo no topo do pórtico

Os resultados do deslocamento lateral no topo do pilar são apresentados na Figura 105 e na Figura 106 para cada incremento de carga até o último carregamento convergido. Para 100% da carga aplicada o PPLANLEP apresentou um deslocamento igual a 7,94 mm no nó esquerdo (nó 3) e igual a 5,46 mm no nó direito (nó 6). Considerando o programa computacional LUSAS, o pórtico apresentou um deslocamento igual a 9,86 mm no nó esquerdo e igual a 7,13 mm no nó direito.

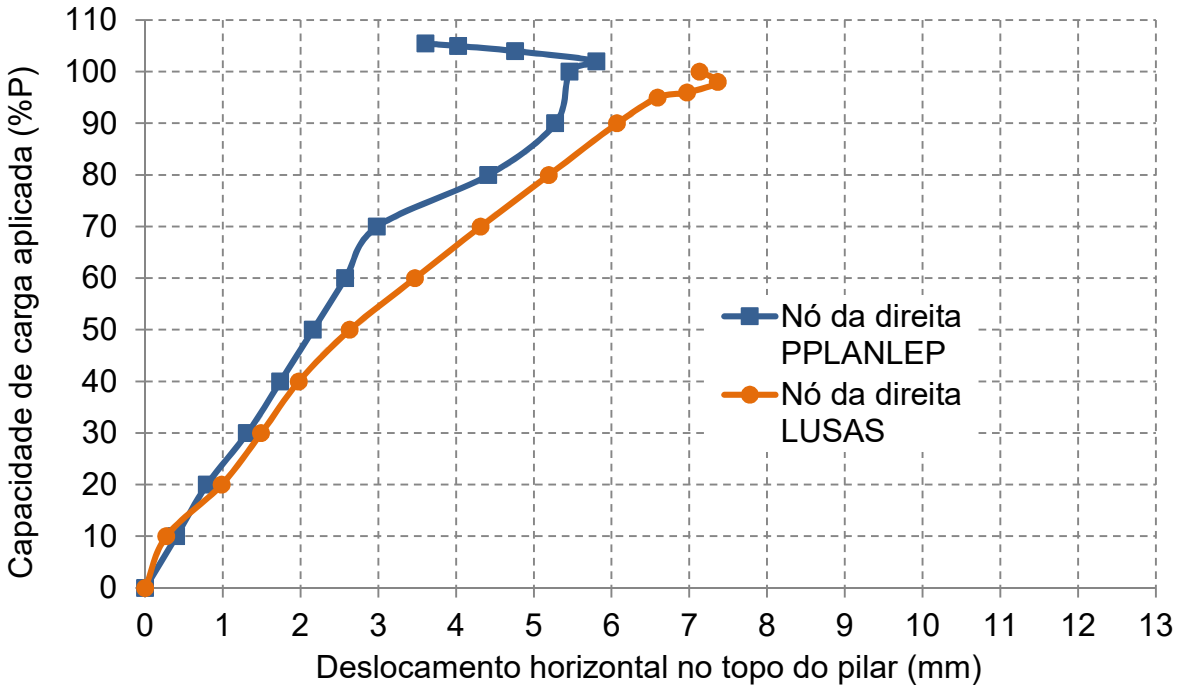
O pórtico analisado considerando o programa LUSAS mostrou-se mais flexível do que o analisado pelo programa PPLANLEP. Esta diferença se deve ao fato de o programa PPLANLEP utilizar elementos de barra. Entretanto, essa diferença é aceitável, demonstrado que a análise numérica tridimensional é capaz de representar o comportamento da estrutura quando calibrado da maneira correta. Na Figura 107 é apresentada a deformada da estrutura na direção X em escala ampliada para 100% da carga aplicada.

Figura 105 – Curvas capacidade de carga aplicada x deslocamento horizontal no topo do pilar esquerdo



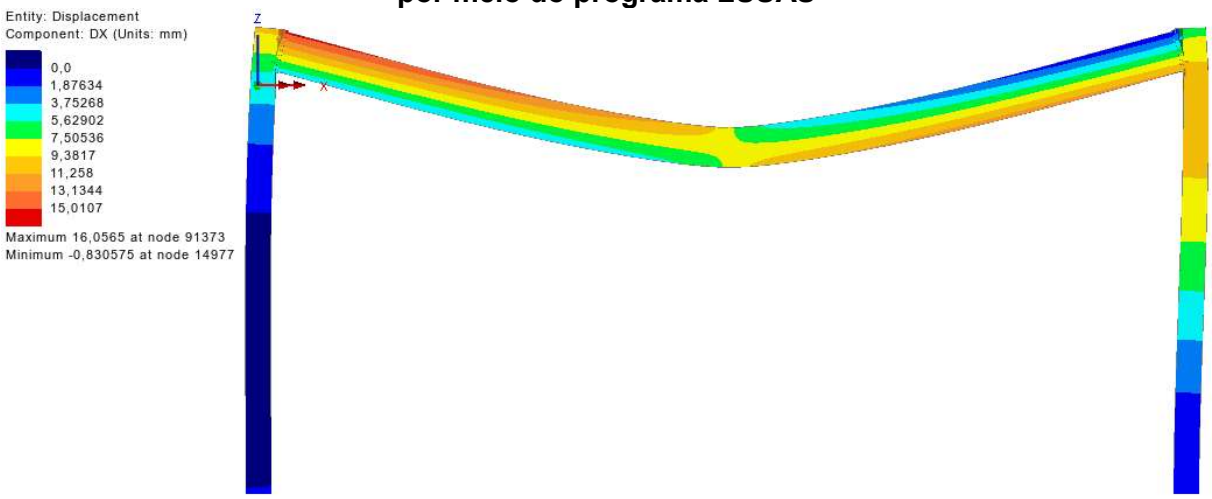
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 106 – Curvas capacidade de carga aplicada x deslocamento horizontal no topo do pilar direito



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 107 – Deformada da estrutura na direção X para 100% da carga aplicada obtido por meio do programa LUSAS



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A inversão no sentido do deslocamento horizontal do nó da direita apresentada nas curvas da Figura 106 ocorre devido ao mecanismo de viga. A flecha excessiva no meio do vão da viga, conforme apresentado na Figura 103, provoca uma transição repentina brusca do deslocamento quando o carregamento externo se aproxima do colapso estrutural.

7.4.3 Reações de apoio

Na Tabela 16 e na Tabela 17 são apresentados os resultados das reações normal (N) e cortante (V) para 100% da carga aplicada, obtidos pelos programas PPLANLEP e LUSAS.

Tabela 16 – Reações de apoio para 100% da carga aplicada obtidos por meio do programa PPLANLEP

	Engaste esquerda	Engaste direita
V (kN)	29,148	-41,148
N (kN)	143,283	145,083

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Tabela 17 – Reações de apoio para 100% da carga aplicada obtidos por meio do programa LUSAS

	Engaste esquerda	Engaste direita
V (kN)	31,72	-43,58
N (kN)	140,98	141,44

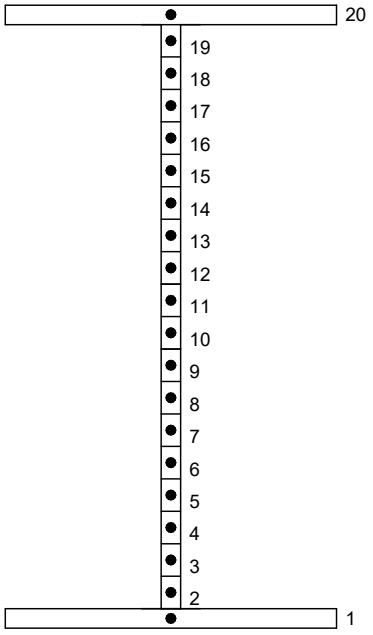
Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A partir da análise das tabelas é possível verificar a concordância dos resultados referentes as reações de apoio das forças normais e cortantes.

7.4.4 Tensão normal na seção transversal no meio do vão da viga

Na Figura 108 apresenta a distribuição da tensão normal ao longo da altura da seção transversal no meio do vão da viga para 105,5% da carga aplicada, obtida por meio do programa PPLANLEP. O valor da tensão no centro de cada fatia é considerado como o valor da tensão de toda a área da fatia. Pode-se observar que apenas as fatias 10 e 11 estão na fase elástica. As demais fatias escoaram atingindo a resistência ao escoamento igual a 30 kN/cm² devido ao comportamento elástico perfeitamente plástico.

Figura 108 – Tensão atuante na seção transversal da viga no meio do vão para carga última aplicada obtida por meio do programa PPLANLEP



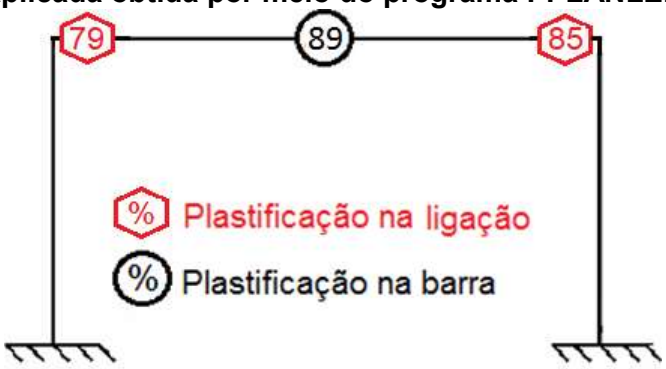
FATIA	TENSÃO (kN/cm²)
20	- 30,0
19	- 30,0
18	- 30,0
17	- 30,0
16	- 30,0
15	- 30,0
14	- 30,0
13	- 30,0
12	- 30,0
11	-16,69
10	10,67
9	30,0
8	30,0
7	30,0
6	30,0
5	30,0
4	30,0
3	30,0
2	30,0
1	30,0

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 109 e a Figura 110 mostram, para 100% de carga e para a carga de colapso (105,5%) da estrutura, os percentuais de plastificação no meio do vão da viga e os percentuais do momento último nas ligações semirrígidas. O valor percentual de plastificação na seção transversal da viga é representado por círculo e os valores percentuais de momento último nas ligações são representados por hexágonos. O percentual de plastificação na barra é dado pela soma de todas as áreas das fatias escoadas em relação a área da seção transversal e o percentual de plastificação nas ligações é dado pela relação do momento fletor a que a ligação está solicitada pelo momento último resistente da curva momento x rotação relativa da ligação.

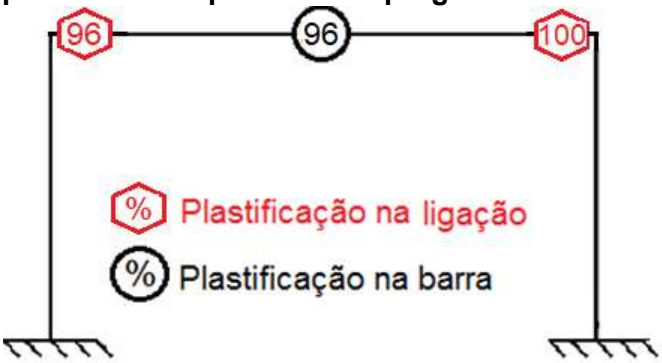
Comparando a Figura 109 e a Figura 110, pode-se observar que a plastificação no meio do vão e a solicitação nas ligações aumentam com o aumento de carga aplicada, como esperado. Observa-se que o colapso do pórtico ocorre por mecanismo de viga, devido ao elevado grau de plastificação no meio do vão da viga e nas ligações da esquerda e da direita, sendo que a ligação da direita atingiu sua resistência última.

Figura 109 – Percentual de plastificação na viga e na ligação para 100% da carga aplicada obtida por meio do programa PPLANLEP



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 110 – Percentual de plastificação na viga e na ligação para carga última aplicada obtida por meio do programa PPLANLEP



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

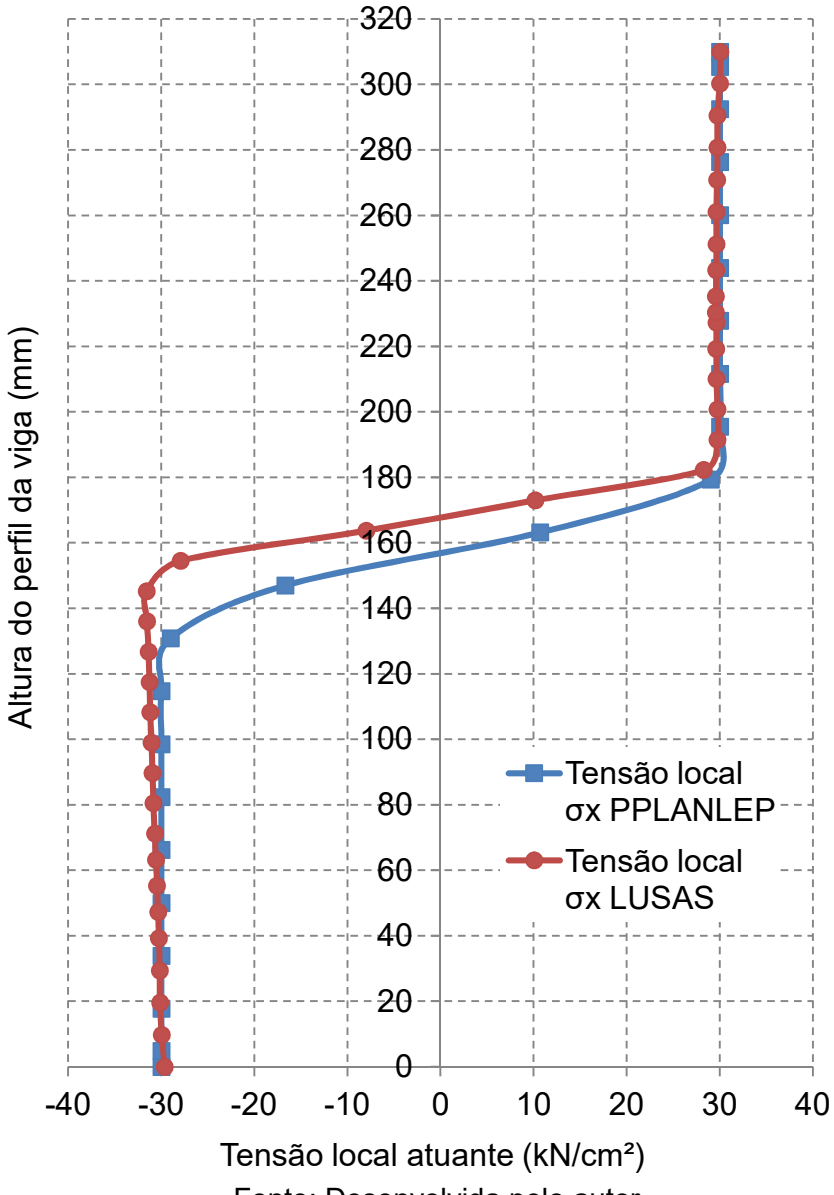
O programa LUSAS fornece as tensões normais para o elemento sólido e o elemento de casca de forma separada. Além disso, o elemento sólido fornece as tensões ao longo da fibra superior e inferior do elemento. Assim, para efeito de comparação com os resultados obtidas pelo PPLANLEP, foi determinada a média das tensões atuantes na mesa superior e inferior. A tensão média atuante na mesa superior é igual a 29,65 kN/cm² e na mesa inferior igual a 30,05 kN/cm².

Para o elemento finito de casca, utilizado na modelagem da alma, não foi necessário fazer a média das tensões atuantes, pois este elemento possui apenas uma tensão atuante na seção transversal analisada. Desse modo, analisando a Figura 111 pode-se observar que apenas duas tensões atuantes na parte intermediária da alma são as únicas que estão distantes da tensão de escoamento, com tensões de 7,99 kN/cm² e 10,17 kN/cm². O restante das tensões está bem próxima da tensão de escoamento, algumas até na fase plástica, com variação de tensão de 29,56 kN/cm² a 31,58 kN/cm².

Comparando as duas análises, pode-se observar proximidade nos resultados. O programa PPLANLEP considerou o modelo constitutivo dos materiais elástico perfeitamente plástico, onde a tensão máxima é de 30,0 kN/cm². O modelo constitutivo do LUSAS é elastoplástico e incorpora o encruamento isotrópico não linear do material.

Analisando-se as distribuições de tensões obtidas pelos programas, pode-se observar um comportamento condizente com as hipóteses básicas da teoria da flexão, caracterizando a consistência da modelagem realizada no programa LUSAS.

Figura 111 – Tensão normal ao longo da altura da seção transversal da viga no meio do vão para carga última aplicada

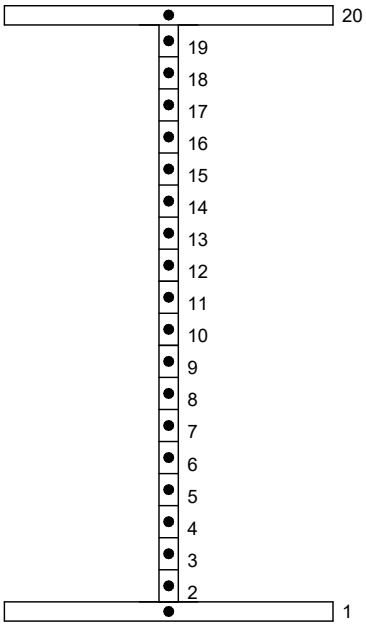


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

7.4.5 Deformação longitudinal seção transversal no meio do vão da viga

Na Figura 112 observa-se a deformação longitudinal por fatia na seção transversal da viga. Da fatia 20 a 11 a seção está sujeita a deformações devido a compressão, e da fatia 10 a 1 a seção está sujeita a deformações devido a tração. Na Figura 113 pode-se comparar as deformações longitudinais ao longo da altura da seção transversal do perfil, obtidas pelos programas. Pode-se observar que o modelo numérico consegue representar, com boa precisão, o comportamento da viga em termos da deformação longitudinal ao longo da altura da seção transversal.

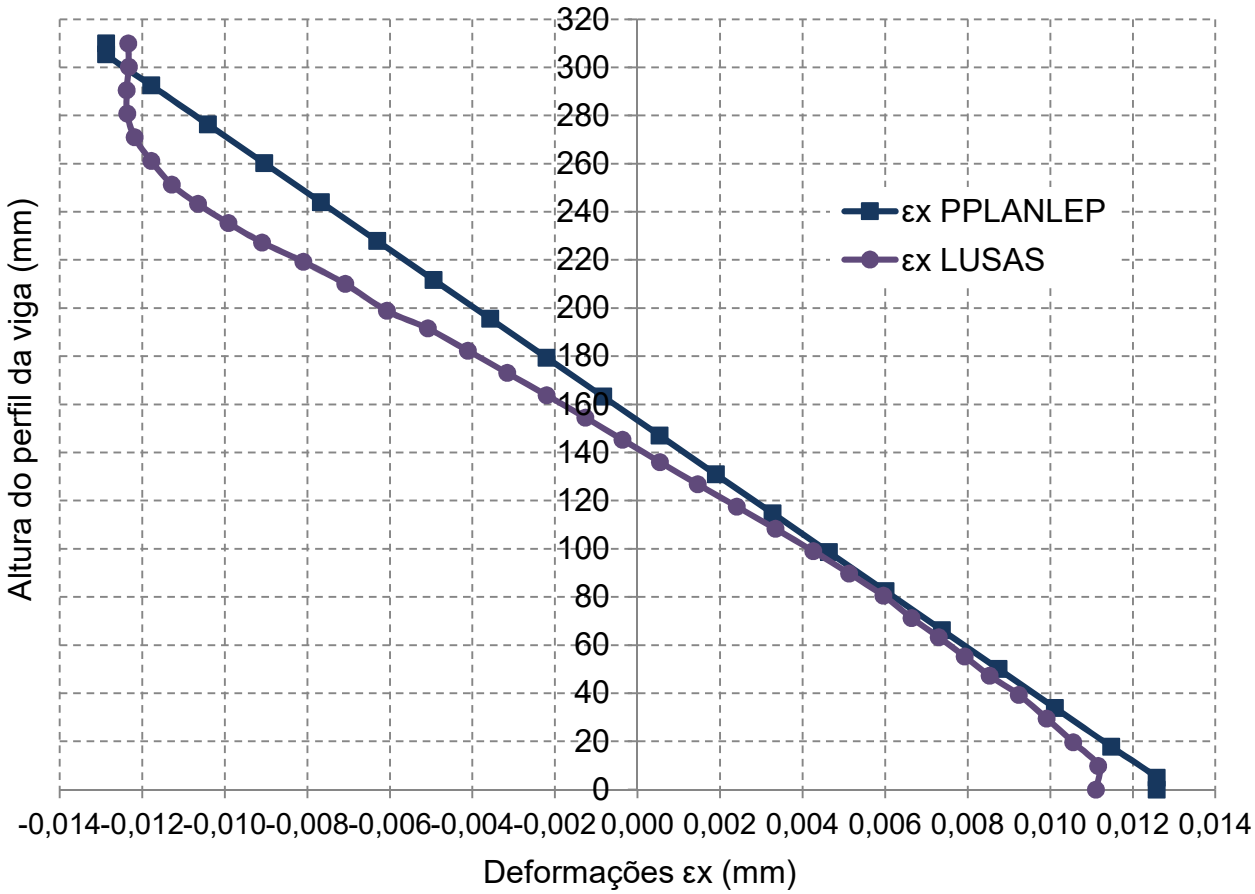
Figura 112 – Deformação longitudinal ao longo da altura da seção transversal da viga no meio do vão para carga última aplicada obtida por meio do programa PPLANLEP



FATIA	DEFORMAÇÕES (mm)
20	-0,0128755
19	-0,0117806
18	-0,0104125
17	-0,00904427
16	-0,00767602
15	-0,00630776
14	-0,00493950
13	-0,00357125
12	-0,00220299
11	-0,000834734
10	0,000533522
9	0,00190178
8	0,00327003
7	0,00463829
6	0,00600655
5	0,00737480
4	0,00874306
3	0,0101113
2	0,0114794
1	0,0125743

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Figura 113 – Comparação da altura do perfil da viga x ε_x atuante na seção transversal da viga no meio do vão para carga última aplicada

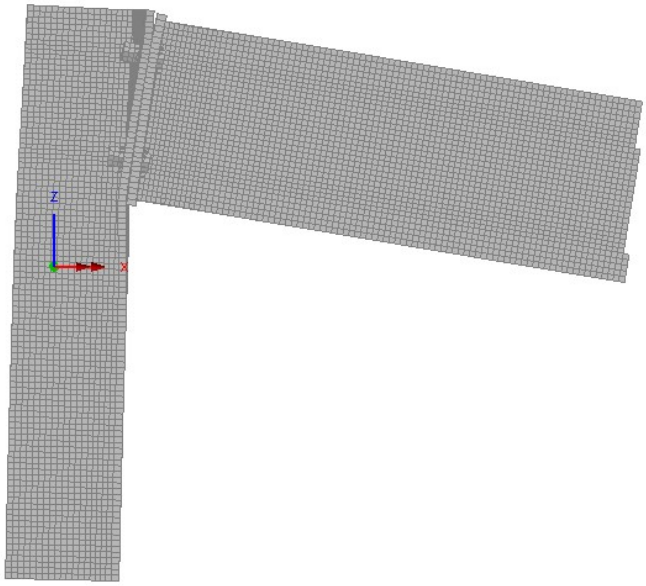


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

7.4.6 Comportamento local da ligação da esquerda

O programa LUSAS possibilita que seja realizada uma análise local da ligação devido ao comportamento do pórtico. Na Figura 114, observa-se a deformada da ligação da esquerda do pórtico para 100% da carga aplicada.

Figura 114 – Deformada da ligação esquerda para 100% da carga aplicada

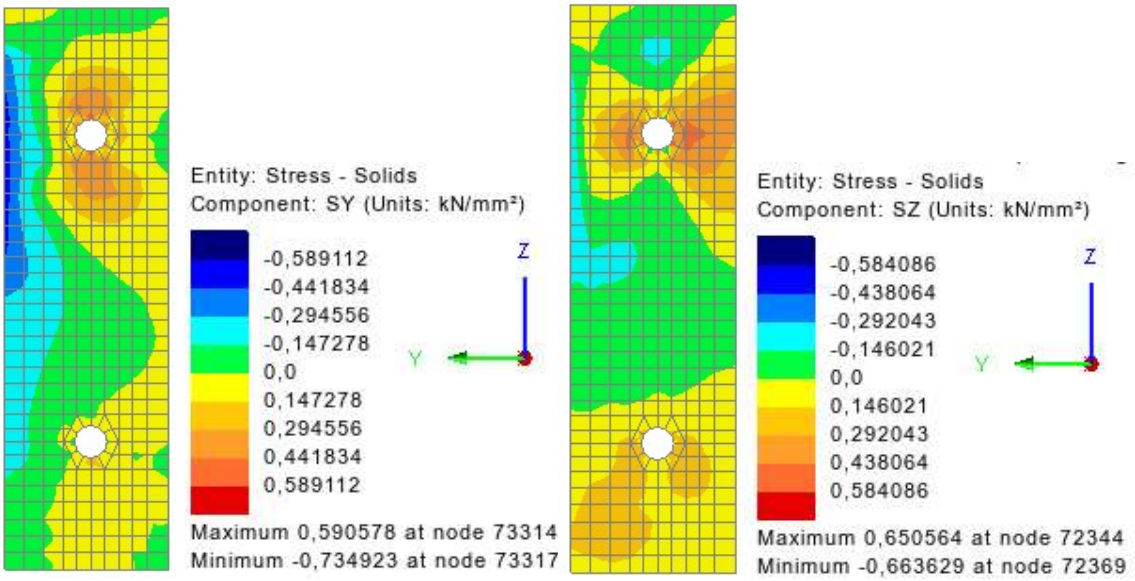


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Na Figura 115 pode-se observar as tensões atuantes nas direções Y e Z na chapa de extremidade da ligação na face que está em contato com a mesa do pilar devido a 100% da carga aplicada. E na Figura 116 observa-se as tensões atuantes nas direções Y e Z na chapa de extremidade da ligação na face que está em contato com a viga.

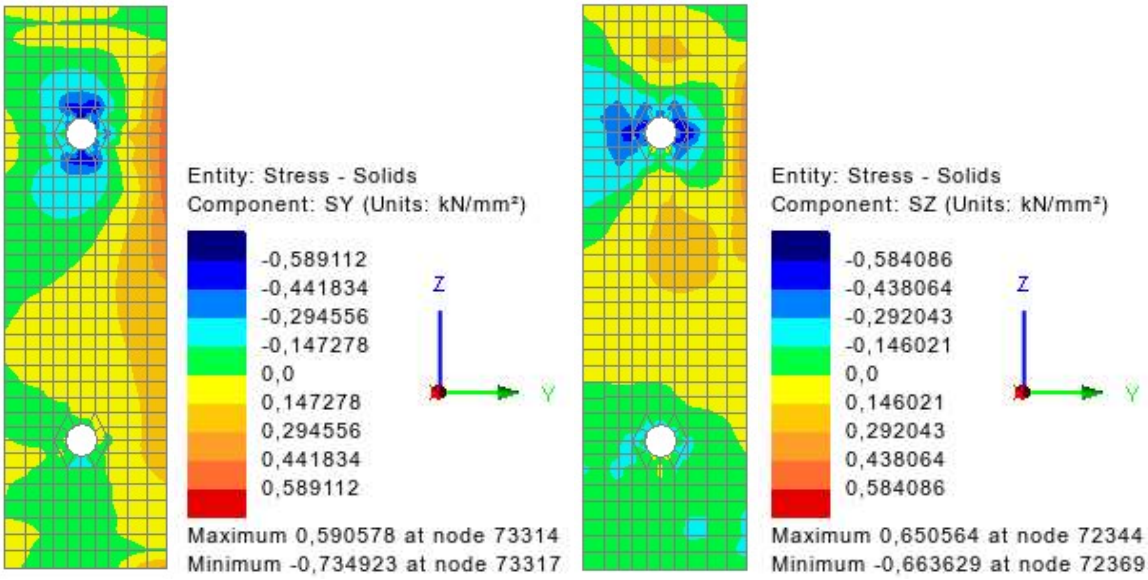
Observa-se uma concentração de tensões na região onde a parte superior da alma da viga está em contato com a chapa de extremidade e na região do furo do parafuso tracionado. As tensões σ_y e σ_z concentradas nessas regiões ultrapassam os valores da tensão de ruptura de 41 kN/cm², gerando pontos de plastificação na chapa de extremidade.

Figura 115 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade da ligação esquerda na face em contato com a mesa do pilar para 100% da carga aplicada



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

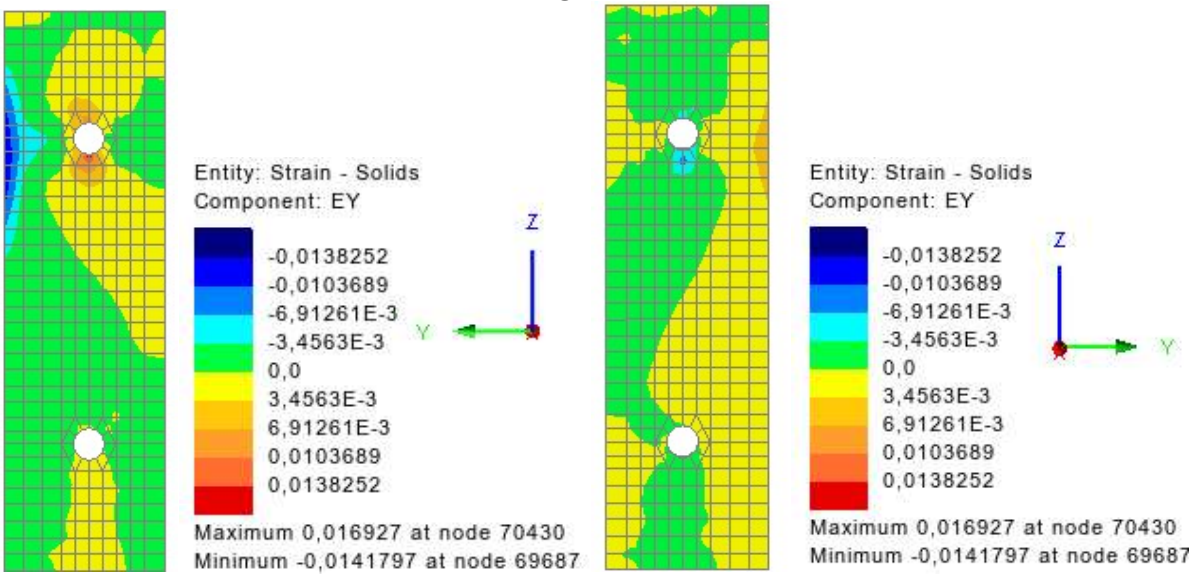
Figura 116 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade da ligação esquerda na face em contato com a viga para 100% da carga aplicada



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Conforme mostra a Figura 117, pode-se observar deformação longitudinal na direção Y, onde as maiores deformações ocorrem em pontos localizados na parte superior da alma da viga está em contato com a chapa de extremidade e em ponto localizados na região do furo do parafuso tracionado.

Figura 117 – Deformação ε_y na chapa de extremidade da ligação esquerda para 100% da carga aplicada

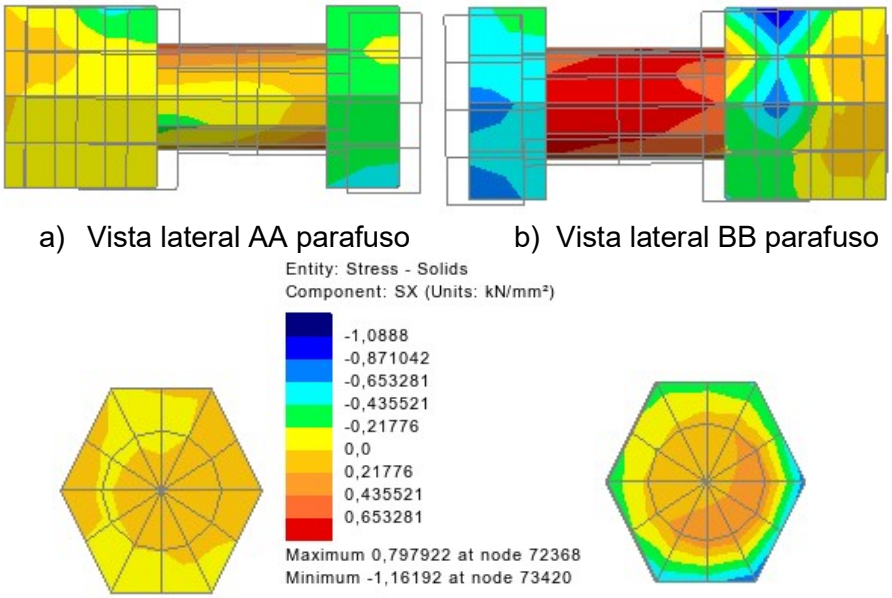


a) Face em contato com a mesa do pilar b) Face em contato com a viga

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 118 mostra a tensão normal atuante e a deformada do parafuso tracionado. Na Figura 118b, pode-se notar que o corpo do parafuso atinge uma tensão normal atuante de 65,3 kN/cm², acima da tensão de escoamento de 63,5 kN/cm². A cabeça e a porca do parafuso, apresentam regiões com a tensão variando de 65,3 kN/cm² a 108,8 kN/cm², sendo que a tensão de ruptura do parafuso é de 82,5 kN/cm².

Figura 118 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado da ligação esquerda para 100% da carga aplicada



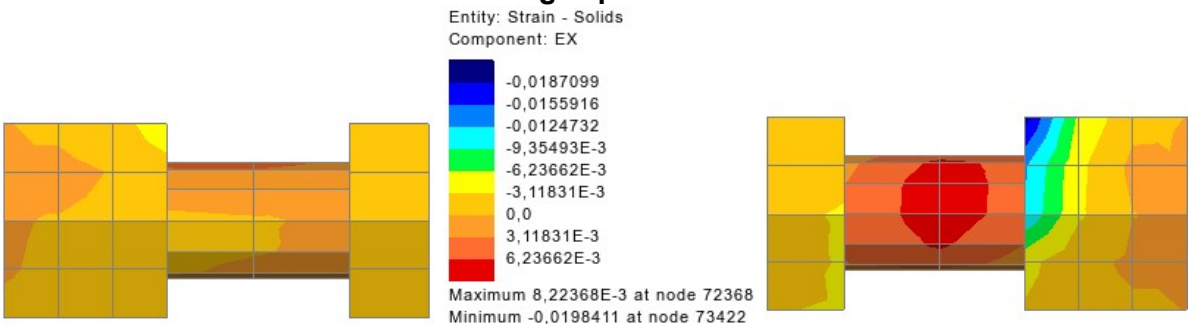
a) Vista lateral AA parafuso b) Vista lateral BB parafuso

c) Vista porca d) Vista cabeça parafuso

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Na Figura 119 observa-se a deformação longitudinal no parafuso. De acordo com a Figura 119b, nota-se que os maiores valores da deformação longitudinal ocorreram nas regiões de maiores tensões, como esperado.

Figura 119 – Deformação ε_x no parafuso tracionado da ligação esquerda para 100% da carga aplicada



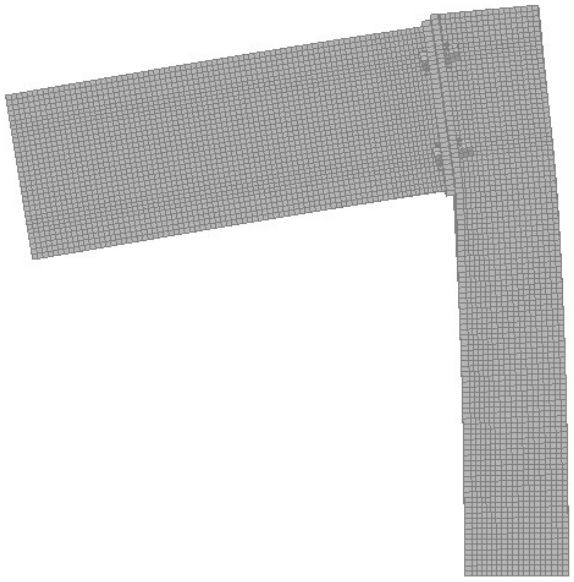
a) Vista lateral AA parafuso b) Vista lateral BB parafuso

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

7.4.7 Comportamento local da ligação da direita

O comportamento local da ligação direita é analisado (Figura 120). De acordo com a análise realizada no PPLANLEP (Figura 110), o pórtico falha devido a ruptura da ligação da direita que atinge a sua capacidade resistente, para 105,5% da carga aplicada. Assim, nesta etapa será realizada uma análise do comportamento local dessa ligação.

Figura 120 – Deformada da ligação direita para 100% da carga aplicada

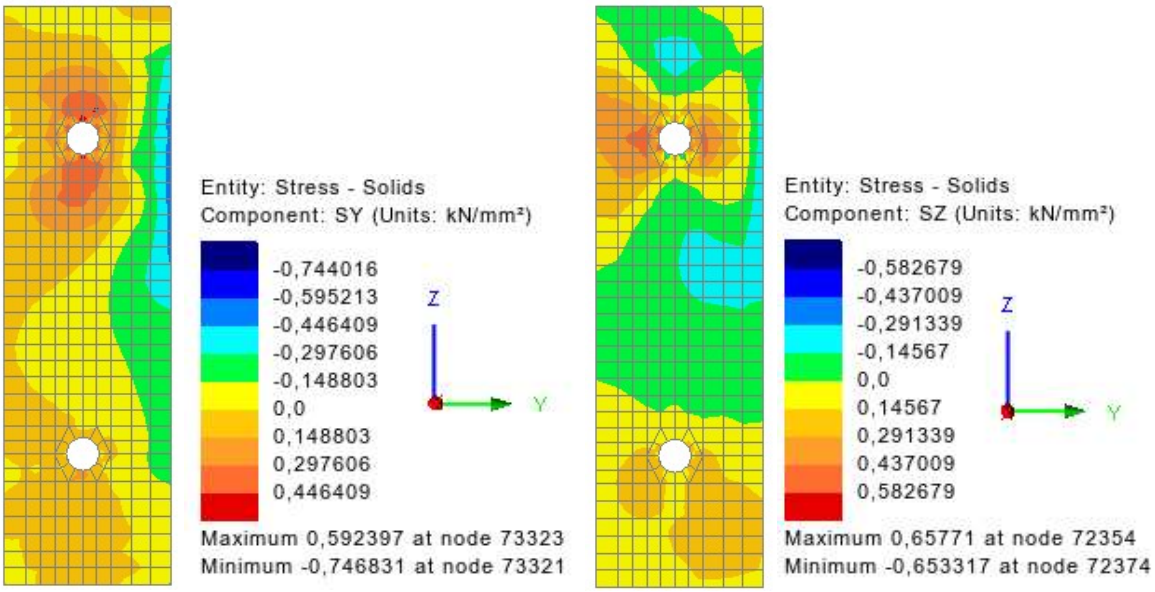


Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 121 e a Figura 122 mostram as tensões atuantes nas direções Y e Z na chapa de extremidade para a face que está em contato com a mesa do pilar e para a face que está em contato com a viga, respectivamente.

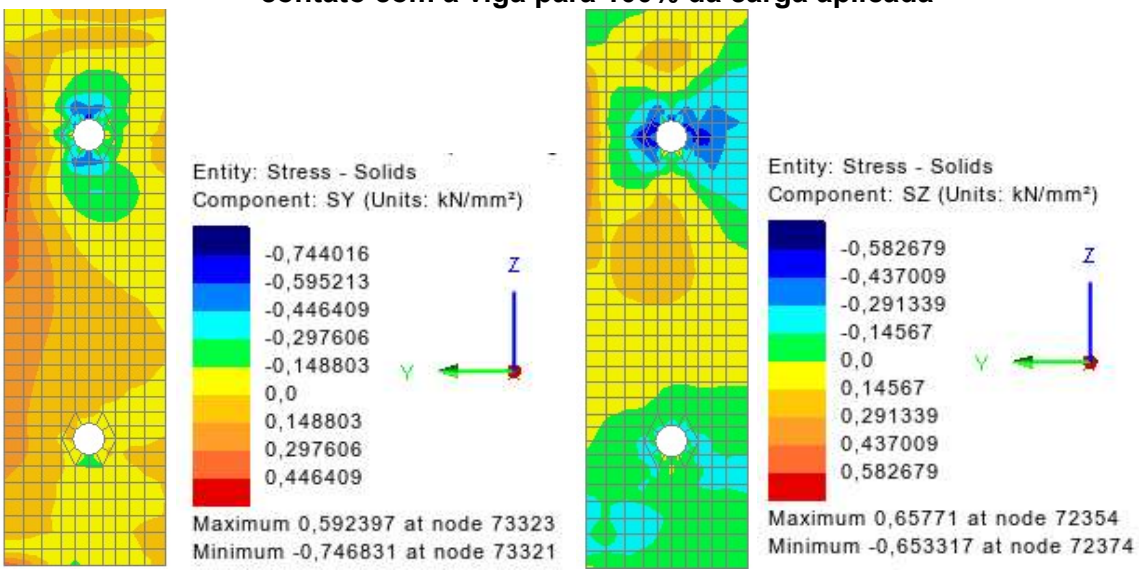
Observa-se uma concentração de tensões na região onde a parte superior da alma da viga está em contato com a chapa de extremidade e na região do furo do parafuso tracionado. As tensões σ_y e σ_z concentradas nessas regiões ultrapassam os valores da tensão de ruptura de 41 kN/cm², gerando pontos de plastificação na chapa de extremidade. Comparando as tensões atuantes na chapa de extremidade da ligação direita da viga com as tensões na chapa de extremidade da ligação esquerda (Figura 115 e Figura 116) verifica-se que as tensões são maiores na ligação da direita, como esperado, uma vez que essa ligação, está sempre em carga. A ligação na extremidade da viga, oposta à aplicação da carga de vento, continua a girar no mesmo sentido, enquanto que a ligação na extremidade da viga onde a carga horizontal é aplicada pode ocorrer descarregamentos. Dessa forma, a ligação da extremidade da direita torna-se mais solicitada, atingindo a ruptura.

Figura 121 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade da ligação direita na face em contato com a mesa do pilar para 100% da carga aplicada



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

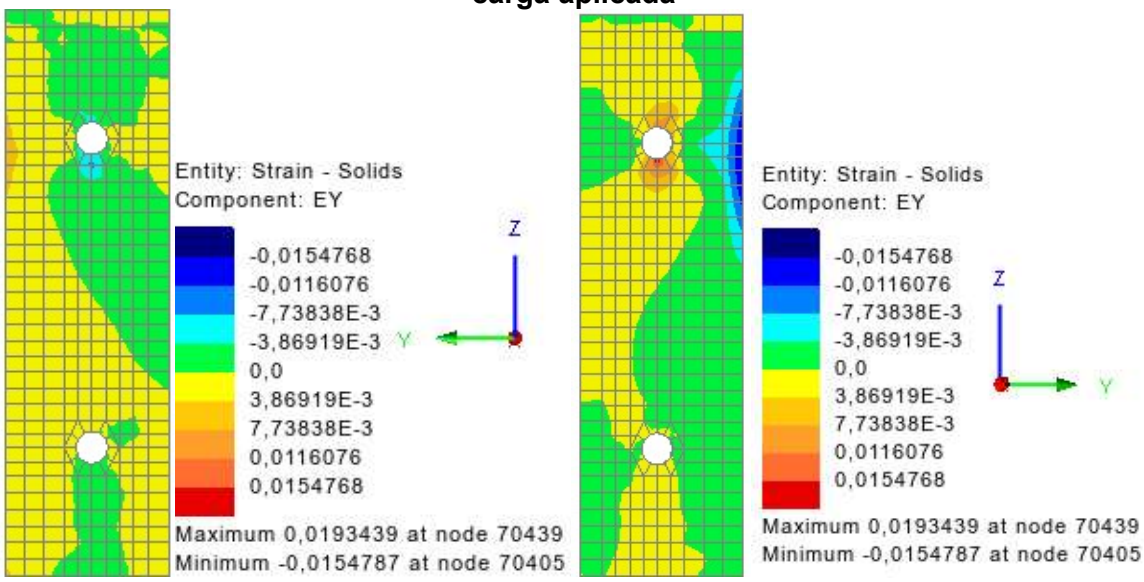
Figura 122 – Tensões σ_y e σ_z na chapa de extremidade da ligação direita na face em contato com a viga para 100% da carga aplicada



Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 123 mostra a deformação longitudinal na direção Y na chapa da ligação da extremidade da direita da viga, para 100% de carga aplicada. Observa-se que as maiores deformações na chapa ocorrem em pontos localizados na parte superior da chapa em contato com a alma da viga e na região do furo do parafuso tracionado. As deformações ε_y nesta chapa de extremidade foram maiores que as deformações da chapa de extremidade da ligação esquerda (Figura 117).

Figura 123 – Deformação ε_y na chapa de extremidade da ligação direita para 100% da carga aplicada

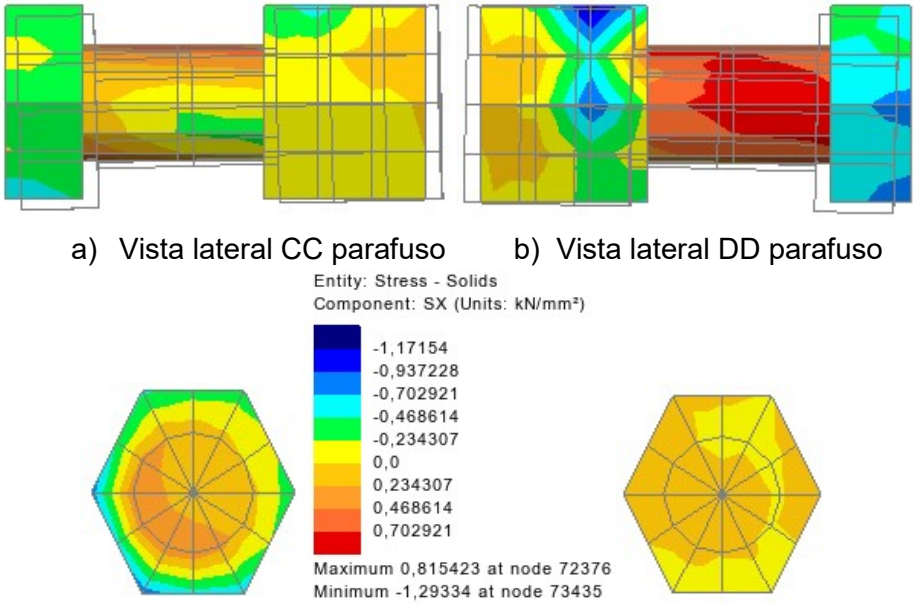


a) Face em contato com a viga b) Face em contato com a mesa do pilar

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 124 mostra a forma deformada e a tensão atuante no parafuso tracionado da ligação da direita. Observa-se na Figura 124b, que o corpo do parafuso atinge uma tensão de 70,2 kN/cm², situando-se entre os valores da resistência ao escoamento e da tensão de ruptura do material. A cabeça e a porca do parafuso possuem regiões com a tensão variando de 70,2 kN/cm² a 117,1 kN/cm². As tensões atuantes no parafuso da ligação direita são superiores as tensões do parafuso da ligação esquerda, como esperado (Figura 118).

Figura 124 – Deformada e tensões σ_x no parafuso tracionado da ligação direita para 100% da carga aplicada



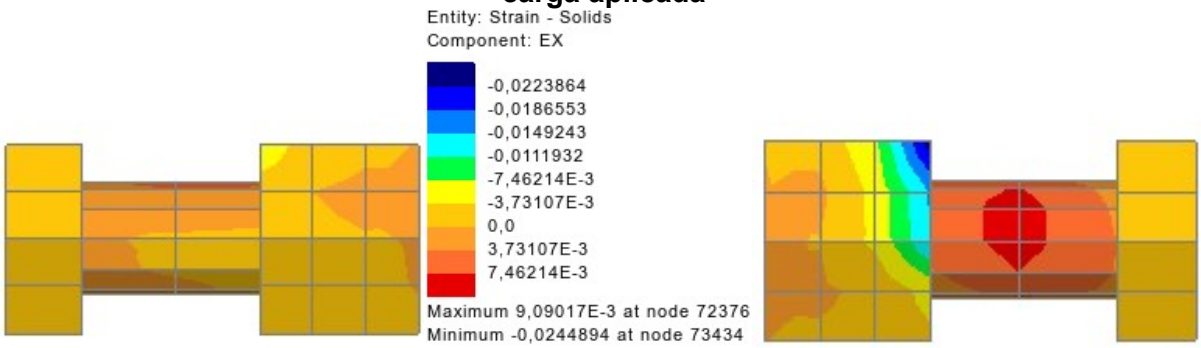
a) Vista lateral CC parafuso b) Vista lateral DD parafuso

c) Vista cabeça parafuso d) Vista porca

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

A Figura 125 apresenta a distribuição da deformação longitudinal ε_x no parafuso para 100% da carga aplicada. O parafuso da ligação da direita apresentou uma deformação maior do que o parafuso da ligação esquerda (Figura 119).

Figura 125 – Deformação ε_x no parafuso tracionado da ligação direita para 100% da carga aplicada



b) Vista lateral CC parafuso b) Vista lateral DD parafuso

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

De modo geral, verifica-se que a ligação da direita foi mais solicitada que a ligação da esquerda, estando de acordo com o resultado obtido pelo programa PPLANLEP.

8 CONCLUSÕES

Neste capítulo são descritas as considerações finais, as conclusões obtidas do estudo desenvolvido e as sugestões para trabalhos futuros, visando à continuidade da pesquisa.

Conforme demonstrado ao longo do trabalho, a análise numérica é uma ferramenta de grande utilidade para o estudo do comportamento de estruturas em geral. A análise numérica, se feita de maneira coerente, assegura bons resultados. Além disso, permite o estudo de diferentes configurações da estrutura com a variação dos parâmetros, como, por exemplo, no caso do estudo da ligação de chapa de extremidade ajustada, onde é possível variar a espessura da chapa, o diâmetro e quantidade de parafusos, com a presença ou não de enrijecedores, as bitolas dos perfis adotados na viga e no pilar, as propriedades dos materiais, e outros parâmetros.

O objetivo principal do trabalho é apresentar um estudo do comportamento elastoplástico de um pórtico simples de aço com ligação semirrígida considerando os conceitos da Análise Avançada. Assim, baseado nos resultados obtidos, conclui-se que a metodologia adotada no trabalho para a realização da análise numérica foi satisfatória. A calibração do modelo e a utilização de parâmetros coerentes garantiram a representatividade dos resultados obtidos em comparação com os resultados da literatura.

Uma conclusão importante do trabalho diz respeito à estratégia de modelagem numérica adotada. A utilização de elementos finitos sólidos, apenas nos elementos onde se torna necessário uma análise mais refinada, contribuiu para a otimização do modelo. Outra estratégia de modelagem que assegurou eficiência no modelo foi a utilização da simetria. Com isso, foi possível simplificar o modelo sem a perda de eficácia, com a garantia de resultados satisfatórios, redução do tempo e custo de processamento do modelo.

Ainda em relação a estratégia da modelagem numérica adotada é importante ressaltar que o diâmetro do parafuso foi utilizado sem considerar a área de rosca. E, o modo como a protensão nos parafusos por meio de uma carga aplicada na sua extremidade

foi introduzida, originou uma grande concentração de tensão na extremidade do parafuso. Estes fatores não influenciaram nos resultados obtidos, mas para trabalhos futuros considera-se interessante inserir o diâmetro do parafuso considerando a rosca e o carregamento como uma protensão inicial distribuída em todo o parafuso, fazendo com que a tensão seja uniformemente.

A solda não foi modelada para a análise da ligação. Para simular seu comportamento foi considerando um modelo simplificado, onde um único nó rígido conecta um elemento ao outro. A utilização deste modelo não interferiu nos resultados obtidos.

O elemento de mola utilizado neste trabalho foi a formulação de mola simples. A constante de rigidez desta mola foi calibrada para simular a separação entre os pontos nodais em contato quando ocorre o esforço de tração, e permitir que esses elementos trabalhem em conjunto quando ocorre esforço de compressão. Em outros trabalhos de referência, como o de Bose *et al.* (1997), Ribeiro (1998) e Tahir *et al.* (2011), os autores adotaram a formulação de mola de contato, onde a mola trabalha apenas a compressão. A utilização de elementos de mola diferentes não interferiu no resultado final obtido na modelagem.

O elemento de contato *Slideline* adotado para representar o contato entre a mesa do pilar e a chapa de extremidade funcionou de maneira coerente e representou a deformada da ligação conforme o esperado. O elemento de contato permitiu que os elementos deformassem de maneira independente e impediu que um elemento penetrasse no outro. Em outros trabalhos de referência foi utilizado o elemento de mola para representar esse comportamento, no entanto, não era possível verificar o descolamento entre as chapas. Assim, certifica-se que o elemento *Slideline* representa melhor o comportamento da ligação.

O modelo constitutivo adotado foi o elastoplástico considerando a curva de encruamento do material. Ostrander (1970) não apresentou o modelo constitutivo dos materiais utilizados, mas com a calibração dos valores, baseado nos trabalhos de Bose *et al.* (1997) e Ribeiro (1998), foi possível chegar a um comportamento próximo do real.

Quanto à analise experimental realizada por Ostrander (1970), pode-se observar que o autor não apresentou todos os resultados do ensaio experimental. Mesmo assim, os resultados apresentados foram suficientes para o desenvolvimento do trabalho.

O modelo de elemento finito tridimensional permite considerar o comportamento não linear elastoplástico da ligação. As comparações entre os resultados experimentais e os obtidos pelo presente modelo de elementos finitos indicam que o modelo numérico é capaz de simular e prever, com uma precisão relativamente boa, o comportamento da ligação. As comparações incluem a curva momento x rotação relativa e o modo de falha.

A curva momento x rotação relativa da ligação apresentou boa concordância com a curva experimental, indicando uma boa representatividade do comportamento da ligação. Verificou-se que o alongamento do parafuso tracionado obtido na análise numérica apresentou resultado próximo ao alongamento obtido pelo ensaio experimental. Não foi possível efetuar a comparação com outros parâmetros estudados, por falta de informações do ensaio experimental. Entretanto, as análises foram realizadas com o intuito de estudar o comportamento da ligação, e para futuramente auxiliar em outras pesquisas.

Na segunda etapa do trabalho, realizou-se uma análise numérica em um pórtico simples tridimensional considerando os conceitos da Análise Avançada. Para esta análise foram consideradas todas as premissas realizadas no Capítulo 6 para o estudo do comportamento da ligação. Para a realização da Análise Avançada foram considerandos os efeitos não lineares, geométrico e do material, e o comportamento das ligações semirrígidas. Para comparação dos resultados obtidos pelo programa LUSAS também foi realizada uma análise numérica deste pórtico utilizando o programa PPLANLEP, capaz de realizar uma análise não linear do material e geométrica de pórticos planos com ligações semirrígidas.

É importante enfatizar que cada programa possui uma limitação relacionada a análise. Dessa forma, não foi possível fazer uma comparação direta em todos os resultados obtidos. O programa PPLANLEP é um programa de elementos finitos de barra, 2D, logo não considera os efeitos de torção, da flambagem local dos elementos que

compõe os perfis e da flambagem lateral com torção. Com os elementos finitos 3D no programa LUSAS é possível assimilar estes comportamentos. Entretanto, o LUSAS possui também limitações, e estas serão expostas ao longo desta conclusão em conjunto com as possíveis melhorias na análise.

Neste trabalho, a carga horizontal de vento foi aplicada em um único nó, tornando a estrutura assimétrica em relação a distribuição de cargas e suscetível a torção no pilar. Para a não ocorrência desse comportamento, torna-se necessário aplicar a carga de vento de forma distribuída ao longo da superfície próxima ao topo do pilar do pórtico.

A modelagem 3D do pórtico utilizando elementos finitos distintos otimizou o tempo na análise computacional. Entretanto, para a análise de resultados, dificultou na compreensão dos mesmos, uma vez que o programa LUSAS gera resultados para os elementos sólidos e de casca separadamente. Dessa forma, para a melhor compreensão dos resultados, considera-se ideal uma modelagem realizada com apenas um único tipo de elemento para representar a seção transversal. Para analisar a tensão normal na seção transversal da viga no meio do vão, foi necessário fazer a junção de três gráficos para representar a tensão na mesa superior, na mesa inferior e na alma.

As comparações dos resultados obtidos na análise do pórtico indicam coerência entre os números. Analisando o deslocamento lateral do pórtico e flecha máxima no meio do vão, o modelo no programa LUSAS mostrou-se mais flexível. Os resultados das tensões e das deformações na seção transversal no meio do vão da viga foram próximos dos obtidos pelo PPLANLEP. Com o estudo detalhado das ligações no pórtico pelo programa LUSAS, foi possível mostrar que a ligação da extremidade da direita da viga foi mais solicitada que a ligação da extremidade da esquerda. Tal fato foi confirmado com os resultados obtidos pelo PPLANLEP.

Do ponto de vista macro, os resultados obtidos da análise numérica do pórtico são parecidos, mas no ponto de vista micro não. O modelo utilizado pelo programa PPLANLEP é simplificado e seu uso é destinado a uma análise mais global da estrutura. O modelo com elementos sólidos tridimensionais, utilizado pelo programa

LUSAS, faz com que a distribuição dos esforços na estrutura ocorra de maneira diferente dos elementos de barra do PPLANLEP. O modelo utilizado por esse programa é mais elaborado, tornando o seu uso propício para análises localizadas, como a avaliação criteriosa do estudo de concentrações de tensões em pontos localizados na estrutura. Assim, pode-se afirmar que a escolha do tipo de modelagem está associada ao grau precisão da análise a ser realizada.

Finalmente, conclui-se que a análise realizada neste trabalho conduz a resultados consistentes, podendo ser um método que realize a Análise Avançada voltada para a análise local de estruturas. A sua aplicação pode ser estendida a estudos detalhados do comportamento de estruturas mais complexas, na verificação da precisão de métodos simplificados de análise, na comparação com resultados experimentais e na obtenção de curvas momento x rotação relativa.

8.1 Sugestões para trabalhos futuros

Ao final deste trabalho, considerando a consistência dos resultados alcançados e levando em consideração as recomendações feitas, surge a necessidade de ampliar e dar continuidade à pesquisa em desenvolvimento. Assim, sugere-se como trabalhos futuros:

- Realizar análises paramétricas, visando obter modelos analíticos simplificados de determinação de curvas momento x rotação relativa para ligações com chapas de extremidade ajustada e demais tipos de ligações;
- Avaliar a influência da espessura da chapa de extremidade ajustada e a presença ou não de enrijecedores no comportamento da ligação semirrígida estudada;
- Avaliar o efeito alavanca no comportamento da ligação com chapa de extremidade ajustada;
- Reelaborar o modelo numérico da ligação utilizando elementos finitos de casca e avaliar se o comportamento obtido é satisfatório;
- Estudar diferentes configurações de ligações semirrígidas que são utilizadas na construção civil e que já tenham sido estudadas experimentalmente;

- Realizar uma análise local no comportamento do pórtico devido a ligação semirrígida;
- Avaliar quanto o comportamento da ligação semirrígida pode afetar no comportamento do pórtico;
- Realizar a análise numérica utilizando diferentes programas computacionais para estabelecer comparações de desempenho, como melhor adequação dos resultados e menor tempo de processamento.

REFERÊNCIAS

ABNT. *NBR 8800:* Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: Associação Brasileria de Normas Técnicas, 2008. 237 p.

AGOSTINI, B. M. *Análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos com ligações semirrígidas*. 2014. 100 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

AISC. *Steel Construction Manual - 14th Ed*. Chicago: American Institute of Steel Construction, 2010.

ALISIBRAMULISI, A. B. *Analysis of corrugated web beam to column extended end plate connection using LUSAS software*. 2006. 47 f. Thesis (Master degree of Civil Engineering) - Faculty of Civil Engineering, Universiti Teknologi Malaysia, Skudai, 2006.

ALMEIDA, A. C. B. *Análise inelástica de pórticos planos considerando a plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais nos perfis estruturais de aço*. 2006. 161 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

AMAN, S. S. B. *Finite element analysis of flush end plate corrugated web beam to column bolted steel connection using LUSAS software version 14.0*. 2009. 51 f. Thesis (Master degree of Civil Engineering) - Faculty of Civil Engineering, Universiti Teknologi Malaysia, Skudai, 2009.

AZIZINAMINI, A.; BRADBURN, J.; RADZIMINSKI, J. Initial Stiffness of Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections. *Journal Constructon Steel Research*, v. 8, n. 1, p. 71-90, 1987.

AZIZINAMINI, A.; RADZIMINSKI, J. Static and Cyclic Performance of Semirigid Steel Beam-To-Column Connections. *Journal of Structural Engineering*, v. 115, n. 12, p. 2979-2999, 1989.

BALC, R.; CHIRA, A.; CHIRA, N. Finite element analysis of beam to column end plate bolted connection. *Acta Technica Napocensis: Civil Engineering & Architecture*, v. 55, n. 1, p. 24-29, 2012.

BERGAMASCO, P. D. A. *Estudo do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de topo estendida: análise numérica*. 2012. 304 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

BJORHOVDE, R.; COLSON, A.; BROZZETTI, J. Classification System for Beam-to-Column Connections. *Journal of Structural Engineering*, v. 116, n. 11, p. 3059-3076, 1990.

BOSE, B.; SARKAR, S.; WANG, Z. M. Finite-element analysis of unstiffened flush end-plate bolted joints. *Journal of Structural Engineering*, v. 123, n. 12, p. 1614-1621, 1997.

BUONICONTRO, L. M. S. *Desenvolvimento de um sistema de classificação baseado nos parâmetros de rigidez e resistência de ligações viga-pilar de estruturas de aço*. 2017. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil - Área de concentração: Estruturas) - Departamento de Engenharia Civil, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

CASSIANO, D.; D'ANIELLO, M.; REBELO, C. Parametric finite element analyses on flush end-plate joints under column removal. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 137, p. 77-92, 2017.

CASTRO, R. A. *Modelagem Computacional de Ligações Semi-Rígidas e sua Influência na Resposta Dinâmica Não-Linear de Pórticos de Aço*. 2006. 109 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

CHAN, S. L.; CHUI, P. P. T. *Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections*. Oxford: Elsevier Science Ltd, 1999. 336 p.

CHEN, W.; KISHI, N. Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections: Data Base and Modeling. *Journal of Structural Engineering*, v. 115, n. 1, p. 105-119, 1989.

CHEN, W. F.; GOTO, Y.; LIEW, J. Y. R. *Stability Design of Semi-Rigid Frames*. New York: John Wiley e Sons, Inc, 1996. 468 p.

CHEN, W. F.; TOMA, S. *Advanced analysis of steel frames: theory, software, and applications*. Florida: CRC-Press, 1994. 384 p.

CISER. *Parafusos para estruturas metálicas.* Joinville, 2008. 4 p.

CITIPITIOGLU, A. M.; HAJ-ALI, R. M.; WHITE, D. W. Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 58, n. 5, p. 995-1013, 2002.

EN1993-1-8. *Eurocode 3:* Desing of steel structures - Part 1-8: Desing of joints. Brussels: European Committee for Standardization, 2005. 135 p.

FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. C.; CALDAS, R. B. *Dimensionamento de elementos estruturais de aço misto de aço e concreto*. São Paulo: Pearson, 2016. 496 p.

GERDAU. *Perfis estruturais Gerdau - Tabela de comparações entre perfis.* Porto Alegre, 2010. 9 p.

ISMAIL, R. E. S.; FAHMY, A. S.; KHALIFA, A. M.; MOHAMED, Y. M. Numerical study on ultimate behaviour of bolted end-plate steel connections. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 13, n. 1, p. 1-22, 2015.

JOHNSTONE, N. D.; WALPOLE, W. R. Behaviour of steel beam-column connections, made using bolted end plates. *Bull. New Zealand Nat. Soc. for Earthquake Eng*, v. 15, n. 1, p. 82-92, 1982.

KISHI, N.; AHMED, A.; YABUKI, N.; CHEN, W. F. Nonlinear finite element analysis of top-and seat-angle with double web-angle connections. *Structural Engineering and Mechanics*, v. 12, n. 2, p. 201-214, 2001.

KISHI, N.; KOMURO, M.; CHEN, W. F. Four-parameter power model for M-θr curves of end-plate connections. In: Workshop connections in steel structures V: Innovative steel connections, 2004, Amsterdan. *Anais*. Amsterdan: ECCS/AISC, 2004. 12 p.

LAVALL, A. C. C. *Uma formulação consistente para análise não-linear de pórticos planos de aço considerando imperfeições iniciais e tensões residuais*. 1996. 253 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1996.

LAVALL, A. C. C.; SILVA, R. G. L.; OLIVEIRA, D. G. C.; FAKURY, R. H. Análise de pórticos planos de aço considerando as ligações semirrígidas viga-pilar. In: Jornadas sul americanas de engenharia estrutural, 2012a, Rio de Janeiro. *Anais*. Rio de Janeiro: ASAEE - Associação Sul Americana de Engenharia Estrutural, 2012a. 14 p.

LAVALL, A. C. C.; SILVA, R. G. L.; FAKURY, R. H. Comportamento Elastoplástico de Pórticos de Aço Considerando as Ligações Semirrígidas Viga-Pilar. *Revista da Estrutura de Aço*, v. 1, n. 3, p. 147-166, 2012b.

LIMA, L. R. O. *Comportamento de Ligações com Placa de Extremidade em Estruturas de Aço Submetidas a Momento Fletor e Força Axial*. 2003. 170 f. Tese (Doutorado em Ciências da Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2003.

LUI, E. M.; CHEN, W. F. Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames. *Engineering Structures*, v. 8, n. 2, p. 107-118, 1986.

LUI, E. M.; CHEN, W. F. Behavior of braced and unbraced semi-rigid frames. *International Journal of Solids and Structures*, v. 24, n. 9, p. 893-913, 1988.

LUSAS. *Modeller Application*.15.0-8. London: University of London, 2014.

MAGALHÃES, L.; REBELO, C.; JORDÃO, S. Estudo experimental e calibração numérica de ligações metálicas entre vigas I e colunas tubulares. *Revista da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões*, v. 23, n. 1, p. 65-74, 2014.

MAGGI, Y. I. *Análise do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de topo estendida*. 2004. 258 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

MAHMOUD, B.; MEHDI, G.; ALIREZA, G. Numerical Modelling of End-Plate Moment Connection Subjected to Bending and Axial Forces. *Journal of Mathematics and Computer Science*, v. 4, n. 3, p. 463-472, 2012.

MELLO, W. L. *Analise de porticos metalicos planos com conexões semi-rigidas considerando a não linearidade fisica e geometrica*. 1999. 170 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

MONTEIRO, R. C. *Análise de estruturas de aço com ligações semi-rígidas*. 1997. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1997.

NOVOTNY, A. A.; FANCELLO, E. A. Um refinamento h, pe hp adaptativo na análise de flexao de placas semi-espessas. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingenieria*, v. 14, n. 1, p. 25-48, 1998.

OLIVEIRA, L. A. R. *Análise de pórticos de aço com ligações viga-pilar e de base de pilar semirrígidas a partir do método dos componentes*. 2015. 203 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

OSTRANDER, J. R. *An Experimental Investigation of End Plate Connections*. 1970. 107 f. Thesis (Degree of Master of Science) - Department of Civil Engineering, University of Saskatchewan, Saskatoon, 1970.

PINHEIRO, L. *Análises não-lineares de sistemas estruturais metálicos rotulados e semi-rígidos*. 2003. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2003.

PINHEIRO, L.; SILVEIRA, R. A. M. Procedimentos Computacionais para Análise Não-Linear de Pórticos com Ligações Semi-Rígidas. In: XXV CILAMCE - Iberian Latin American Congress of Computational Methods in Engineering, 2004, Recife. *Anais*. Recife: CILAMCE, 2004. 15 p.

PINHEIRO, L.; SILVEIRA, R. A. M. Computational procedures for nonlinear analysis of frames with semi-rigid connections. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 2, n. 1, p. 339-367, 2005.

PIRMOZ, A.; AHMADI, M. M.; VALADI, E.; FARAJKHAH, V.; BALANOJI, S. R. Performance of the PR connections under combined Axial-tension and moment loading. *Electronic Journal of Structural Engineering*, v. 10, n. 1, p. 66-73, 2010.

PRELORENTZOU, P. A. *Um estudo sobre ligações viga-coluna em estruturas de aço*. 1991. 221 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1991.

RIBEIRO, L. F. L. *Estudo do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-coluna com chapa de topo: análise teórico-experimental*. 1998. 420 f. Tese (Doutorado

em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

RICHARD, R. M.; ABBOTT, B. J. Versatile elastic-plastic stress-strain formula. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, v. 101, n. 4, p. 511-515, 1975.

ROMANHOLO, G. A. *Análise das ligações semi-rígidas em estruturas planas*. 2001. 160 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2001.

SALAJEGHEH, E.; GHOLIZADEH, S.; PIRMOZ, A. Self-organizing back propagation networks for predicting the moment-rotation behavior of bolted connections. *Asian Journal of Civil Engineering*, v. 9, n. 1, p. 629-645, 2008.

SANTIAGO, A.; LIMA, L. R. O.; SILVA, L. S.; JORDÃO, S. Análise numérica de ligações viga-pilar submetidas a momento flector e esforço axial. In: CMNE/CILAMCE 2007, 2007, Porto. *Anais*. Porto: CILAMCE, 2007. 17 p.

SANTOS, L. B. *Influência da Rigidez das Ligações em Estruturas de Aço*. 1998. 160 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

SEKULOVIC, M.; SALATIC, R. Nonlinear analysis of frames with flexible connections. *Computers and Structures*, v. 79, n. 11, p. 1097-1107, 2001.

SEKULOVIC, M.; SALATIC, R.; NEFOVSKA, M. Dynamic analysis of steel frames with flexible connections. *Computers and Structures*, v. 80, n. 11, p. 935-955, 2002.

SHAKER, F. M. F.; ELRAHMAN, W. M. A. Analytical behavior of steel pre-tensioned bolted connections with flushed and extended end plates under bending. *World Applied Sciences Journal*, v. 30, n. 6, p. 673-684, 2014.

SILVA, A. R. D. *Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas*. 2009. 275 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.

SILVA, J. G. S.; LIMA, L. R. O.; VELLASCO, P. C. G. S.; ANDRADE, S. A. L.; CASTRO, R. A. Nonlinear dynamic analysis of steel portal frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures*, v. 30, n. 9, p. 2566-2579, 2008.

SILVA, R. G. L. *Análise inelástica avançada de pórticos planos de aço considerando as influências do cisalhamento e de ligações semirrígidas*. 2010. 261 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

STEENHUIS, M.; GRESNIGT, A. M.; WEYNAND, K. Strategies for economic design of unbraced steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 46, n. 1, p. 1-11, 1998.

STEENHUIS, M.; GRESNIGT, N.; WEYNAND, K. Pre-design of semi-rigid joints in steel frames. *Proceedings of the Second State of the Art Workshop on Semi-Rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections*, v. 1, n. 1, p. 1-19, 1994.

TAHIR, M.; JUKI, I.; YONG, L.; MOHAMMAD, S.; NGIAN, S. Finite element analysis of flush end-plate connections connected to column web. *International Journal of Steel Structures*, v. 11, n. 3, p. 247-258, 2011.

TAUFIK, S. Numerical modelling of semi-rigid connection with high strength steel. *Study of Civil Engineering and Architecture*, v. 2, n. 2, p. 38-47, 2013.

USLU, C. H. *3-D Finite element analysis of semi-rigid*. 2009. 70 f. Thesis (Master of Science in Civil Engeneering) - Graduate School of Natural and Applied Sciences, Middle Eats Technical University, Ankara, 2009.

WANG, J.; ZHANG, N.; GUO, S. Experimental and numerical analysis of blind bolted moment joints to CFTST columns. *Thin-Walled Structures*, v. 109, p. 185-201, 2016.

WEYNAND, K.; JASPART, J. P.; STEENHUIS, M. Economy studies of steel building frames with semi-rigid joints. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 46, n. 1, p. 1-15, 1998.

WILSON, W. M.; MOORE, H. F. Tests to determine the rigidity of riveted joints of steel structures. *Bulletin/University of Illinois, Engineering Experiment Station*, v. 1, n. 1, p. 1-55, 1917.

APÊNDICE A - DADOS DA CURVA MOMENTO X ROTAÇÃO PARA A ANÁLISE NUMÉRICA

Os dados da curva momento x rotação executado para análise numérica da ligação foram obtidos por intermédio da Tabela 18.

Tabela 18 – Dados da curva momento x rotação para cada incremento de carga

Incremento	Fator de Carga	Carga (kN)	Distância (cm)	Momento (kN.cm)	Deformação da Viga		Deformação da Coluna		Deformação Total		Rotação (rad)
					ΔxA (mm)	ΔzA (mm)	ΔxB (mm)	ΔzB (mm)	Δx (mm)	Δz (mm)	
0	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,10	0,9	119,0	107,1	-0,02548	-0,00568	-0,00911	0,00325	134,71637	0,00893	0,00007
2	0,30	2,7	119,0	321,3	-0,02530	-0,02292	-0,00906	0,00387	134,71625	0,02679	0,00020
3	0,50	4,5	119,0	535,5	-0,02433	-0,03937	-0,00881	0,00453	134,71552	0,04390	0,00033
4	0,65	5,9	119,0	696,2	-0,02168	-0,05771	-0,00815	0,00532	134,71353	0,06303	0,00047
5	0,85	7,7	119,0	910,4	-0,01615	-0,07937	-0,00687	0,00616	134,70927	0,08552	0,00063
6	1,00	9,0	119,0	1071,0	-0,00585	-0,10428	-0,00528	0,00670	134,70057	0,11097	0,00082
7	1,20	10,8	119,0	1285,2	0,01079	-0,13315	-0,00398	0,00704	134,68523	0,14019	0,00104
8	1,40	12,6	119,0	1499,4	0,03199	-0,16397	-0,00305	0,00740	134,66495	0,17137	0,00127
9	1,60	14,4	119,0	1713,6	0,05600	-0,19577	-0,00233	0,00785	134,64168	0,20361	0,00151
10	1,80	16,2	119,0	1927,8	0,08176	-0,22812	-0,00169	0,00834	134,61655	0,23646	0,00176
11	2,00	18,0	119,0	2142,0	0,10848	-0,26071	-0,00108	0,00887	134,59044	0,26958	0,00200
12	2,20	19,8	119,0	2356,2	0,13597	-0,29355	-0,00050	0,00943	134,56353	0,30297	0,00225
13	2,40	21,6	119,0	2570,4	0,16376	-0,32640	0,00007	0,00999	134,53631	0,33639	0,00250
14	2,60	23,4	119,0	2784,6	0,19187	-0,35931	0,00064	0,01057	134,50877	0,36988	0,00275
15	2,80	25,2	119,0	2998,8	0,22011	-0,39226	0,00120	0,01114	134,48109	0,40340	0,00300
16	3,00	27,0	119,0	3213,0	0,24855	-0,42522	0,00176	0,01172	134,45321	0,43695	0,00325
17	3,20	28,8	119,0	3427,2	0,27691	-0,45825	0,00232	0,01229	134,42541	0,47054	0,00350
18	3,40	30,6	119,0	3641,4	0,30587	-0,49167	0,00287	0,01284	134,39700	0,50451	0,00375
19	3,60	32,4	119,0	3855,6	0,33524	-0,52562	0,00343	0,01338	134,36819	0,53900	0,00401
20	3,80	34,2	119,0	4069,8	0,36496	-0,55995	0,00398	0,01391	134,33902	0,57385	0,00427
21	4,00	36,0	119,0	4284,0	0,39457	-0,59461	0,00453	0,01446	134,30997	0,60907	0,00453
22	4,20	37,8	119,0	4498,2	0,42524	-0,62989	0,00508	0,01507	134,27984	0,64496	0,00480
23	4,40	39,6	119,0	4712,4	0,45703	-0,66610	0,00563	0,01571	134,24860	0,68181	0,00508
24	4,60	41,4	119,0	4926,6	0,49025	-0,70345	0,00619	0,01640	134,21594	0,71984	0,00536
25	4,75	42,8	119,0	5087,3	0,52565	-0,74240	0,00677	0,01713	134,18112	0,75953	0,00566
26	4,95	44,6	119,0	5301,5	0,56290	-0,78276	0,00737	0,01786	134,14447	0,80062	0,00597
27	5,15	46,4	119,0	5515,7	0,60347	-0,82577	0,00798	0,01859	134,10452	0,84436	0,00630
28	5,35	48,2	119,0	5729,9	0,64792	-0,87171	0,00863	0,01929	134,06071	0,89100	0,00665
29	5,55	50,0	119,0	5944,1	0,69728	-0,92160	0,00930	0,01997	134,01202	0,94158	0,00703
30	5,75	51,8	119,0	6158,3	0,75142	-0,97573	0,01002	0,02060	133,95859	0,99633	0,00744
31	5,95	53,6	119,0	6372,5	0,81145	-1,03433	0,01077	0,02115	133,89932	1,05548	0,00788
32	6,10	54,9	119,0	6533,1	0,87972	-1,09807	0,01155	0,02165	133,83183	1,11972	0,00837
33	6,30	56,7	119,0	6747,3	0,95857	-1,16923	0,01239	0,02209	133,75381	1,19132	0,00891
34	6,50	58,5	119,0	6961,5	1,04727	-1,24777	0,01328	0,02259	133,66601	1,27036	0,00950
35	6,70	60,3	119,0	7175,7	1,15368	-1,33457	0,01421	0,02316	133,56053	1,35773	0,01017
36	6,85	61,7	119,0	7336,4	1,27990	-1,43394	0,01518	0,02392	133,43528	1,45786	0,01093
37	7,10	63,9	119,0	7604,1	1,42379	-1,54550	0,01616	0,02511	133,29237	1,57061	0,01178
38	7,25	65,3	119,0	7764,8	1,58999	-1,67255	0,01710	0,02645	133,12711	1,69900	0,01276
39	7,45	67,1	119,0	7979,0	1,77377	-1,81433	0,01804	0,02779	132,94427	1,84212	0,01386
40	7,65	68,9	119,0	8193,2	1,97566	-1,97332	0,01902	0,02881	132,74336	2,00213	0,01508
41	7,80	70,2	119,0	8353,8	2,20173	-2,15314	0,02013	0,03167	132,51840	2,18481	0,01649
42	8,00	72,0	119,0	8568,0	2,46158	-2,35912	0,02138	0,03605	132,25980	2,39517	0,01811

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

Continua.

Tabela 18 (Continuação) – Dados da curva momento x rotação para cada incremento de carga

Incremento	Fator de Carga	Carga (kN)	Distância (cm)	Momento (kN.cm)	Deformação da Viga		Deformação da Coluna		Deformação Total		Rotação (rad)
					ΔxA (mm)	ΔzA (mm)	ΔxB (mm)	ΔzB (mm)	Δx (mm)	Δz (mm)	
43	8,20	73,8	119,0	8782,2	2,73715	-2,58403	0,02270	0,04118	131,98555	2,62521	0,01989
44	8,40	75,6	119,0	8996,4	3,03651	-2,83790	0,02408	0,04622	131,68757	2,88412	0,02190
45	8,60	77,4	119,0	9210,6	3,35834	-3,11770	0,02557	0,05174	131,36723	3,16944	0,02412
46	8,80	79,2	119,0	9424,8	3,70058	-3,41581	0,02728	0,05969	131,02670	3,47550	0,02652
47	9,00	81,0	119,0	9639,0	4,06325	-3,74327	0,02908	0,06895	130,66583	3,81222	0,02917
48	9,20	82,8	119,0	9853,2	4,45083	-4,10549	0,03083	0,07836	130,28000	4,18385	0,03210
49	9,40	84,6	119,0	10067,4	4,85741	-4,48663	0,03277	0,08920	129,87536	4,57583	0,03522
50	9,55	86,0	119,0	10228,1	5,26204	-4,88606	0,03474	0,10050	129,47270	4,98656	0,03850
51	9,60	86,4	119,0	10281,6	5,37168	-4,99587	0,03521	0,10310	129,36353	5,09897	0,03940
52	9,70	87,3	119,0	10388,7	5,56822	-5,20488	0,03630	0,10925	129,16808	5,31413	0,04112
53	9,90	89,1	119,0	10602,9	5,96822	-5,51488	0,03830	0,13925	128,77008	5,65413	0,04388
54	10,00	90,0	119,0	10710,0	6,16822	-5,62488	0,03930	0,15925	128,57108	5,78413	0,04496

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

APÊNDICE B - DADOS DA CURVA MOMENTO X ROTAÇÃO PARA O REFINAMENTO-P DA MALHA

Os dados da curva momento x rotação executado para o teste de convergência da malha, por meio do refinamento-p, foram obtidos por intermédio da Tabela 19.

Tabela 19 – Dados da curva momento x rotação para cada incremento de carga referente ao refinamento-p

Incremento	Fator de Carga	Carga (kN)	Distância (cm)	Momento (kN.cm)	Deformação da Viga		Deformação da Coluna		Deformação Total		Rotação (rad)
					ΔxA (mm)	ΔzA (mm)	ΔxB (mm)	ΔzB (mm)	Δx (mm)	Δz (mm)	
0	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1	0,10	0,9	119,0	107,1	-0,02523	-0,00600	-0,00897	0,00328	134,71626	0,00928	0,00007
2	0,30	2,7	119,0	321,3	-0,02509	-0,02384	-0,00892	0,00389	134,71617	0,02773	0,00021
3	0,50	4,5	119,0	535,5	-0,02454	-0,04222	-0,00878	0,00455	134,71576	0,04678	0,00035
4	0,70	6,3	119,0	749,7	-0,02254	-0,06273	-0,00828	0,00542	134,71426	0,06815	0,00051
5	0,90	8,1	119,0	963,9	-0,01785	-0,08626	-0,00711	0,00647	134,71074	0,09273	0,00069
6	1,00	9,0	119,0	1071,0	-0,00830	-0,11423	-0,00491	0,00746	134,70339	0,12169	0,00090
7	1,10	9,9	119,0	1178,1	0,00835	-0,14618	-0,00249	0,00772	134,68916	0,15390	0,00114
8	1,30	11,7	119,0	1392,3	0,03306	-0,18052	-0,00151	0,00762	134,66543	0,18814	0,00140
9	1,50	13,5	119,0	1606,5	0,05986	-0,21424	-0,00115	0,00793	134,63899	0,22216	0,00165
10	1,70	15,3	119,0	1820,7	0,09142	-0,24892	-0,00105	0,00856	134,60753	0,25748	0,00191
11	1,90	17,1	119,0	2034,9	0,12111	-0,28266	-0,00064	0,00922	134,57825	0,29188	0,00217
12	2,10	18,9	119,0	2249,1	0,14877	-0,31584	-0,00009	0,00980	134,55114	0,32564	0,00242
13	2,30	20,7	119,0	2463,3	0,17655	-0,34903	0,00047	0,01039	134,52392	0,35943	0,00267
14	2,50	22,5	119,0	2677,5	0,20410	-0,38219	0,00103	0,01097	134,49693	0,39316	0,00292
15	2,70	24,3	119,0	2891,7	0,23193	-0,41539	0,00159	0,01156	134,46966	0,42695	0,00318
16	2,90	26,1	119,0	3105,9	0,25999	-0,44864	0,00214	0,01215	134,44215	0,46079	0,00343
17	3,10	27,9	119,0	3320,1	0,28787	-0,48185	0,00270	0,01273	134,41483	0,49458	0,00368
18	3,30	29,7	119,0	3534,3	0,31616	-0,51515	0,00325	0,01332	134,38709	0,52847	0,00393
19	3,50	31,5	119,0	3748,5	0,34447	-0,54855	0,00381	0,01391	134,35934	0,56246	0,00419
20	3,70	33,3	119,0	3962,7	0,37277	-0,58234	0,00436	0,01455	134,33159	0,59689	0,00444
21	3,90	35,1	119,0	4176,9	0,40133	-0,61653	0,00491	0,01528	134,30358	0,63181	0,00470
22	4,10	36,9	119,0	4391,1	0,42989	-0,65120	0,00546	0,01606	134,27557	0,66725	0,00497
23	4,30	38,7	119,0	4605,3	0,45886	-0,68658	0,00601	0,01687	134,24714	0,70345	0,00524
24	4,50	40,5	119,0	4819,5	0,48832	-0,72238	0,00655	0,01766	134,21823	0,74005	0,00551
25	4,70	42,3	119,0	5033,7	0,51868	-0,75953	0,00709	0,01853	134,18841	0,77806	0,00580
26	4,90	44,1	119,0	5247,9	0,55004	-0,79788	0,00764	0,01940	134,15760	0,81728	0,00609
27	5,10	45,9	119,0	5462,1	0,58370	-0,83928	0,00821	0,02022	134,12451	0,85950	0,00641
28	5,30	47,7	119,0	5676,3	0,62138	-0,88334	0,00879	0,02098	134,08740	0,90433	0,00674
29	5,50	49,5	119,0	5890,5	0,66388	-0,93296	0,00939	0,02170	134,04551	0,95465	0,00712
30	5,70	51,3	119,0	6104,7	0,71152	-0,98618	0,01000	0,02232	133,99848	1,00850	0,00753
31	5,90	53,1	119,0	6318,9	0,76250	-1,04369	0,01066	0,02292	133,94817	1,06661	0,00796
32	6,10	54,9	119,0	6533,1	0,82140	-1,10130	0,01140	0,02376	133,89000	1,12506	0,00840
33	6,30	56,7	119,0	6747,3	0,88682	-1,16732	0,01216	0,02496	133,82534	1,19228	0,00891
34	6,50	58,5	119,0	6961,5	0,96044	-1,23865	0,01293	0,02584	133,75249	1,26449	0,00945
35	6,70	60,3	119,0	7175,7	1,04638	-1,31833	0,01377	0,02668	133,66739	1,34501	0,01006
36	6,90	62,1	119,0	7389,9	1,14651	-1,41112	0,01462	0,02722	133,56811	1,43834	0,01077
37	6,90	62,1	119,0	7389,9	1,14296	-1,41980	0,01451	0,02964	133,57155	1,44944	0,01085
38	7,10	63,9	119,0	7604,1	1,23297	-1,48293	0,01555	0,02713	133,48258	1,51006	0,01131
39	7,30	65,7	119,0	7818,3	1,39889	-1,63267	0,01651	0,02934	133,31762	1,66201	0,01247
40	7,50	67,5	119,0	8032,5	1,56479	-1,78997	0,01741	0,03331	133,15262	1,82328	0,01369
41	7,70	69,3	119,0	8246,7	1,76513	-1,94929	0,01775	0,03278	132,95262	1,98207	0,01491

Fonte: Desenvolvida pelo autor.

PPGEC – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil
Av Amazonas, 7675, Belo Horizonte-MG
www.civil.cefetmg.br/mestrado