



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Rafael Barroso de Macedo

**MESHLESS IEFGM APLICADO A
PROBLEMAS DE ATERRAMENTO
ELÉTRICO EM BAIXA FREQUÊNCIA
EXCITADO POR CORRENTE**

Belo Horizonte

2018



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Rafael Barroso de Macedo

MESHLESS IEFGM APLICADO A PROBLEMAS DE ATERRAMENTO ELÉTRICO EM BAIXA FREQUÊNCIA EXCITADO POR CORRENTE

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - ASSOCIAÇÃO AMPLA ENTRE A UFSJ E O CEFET-MG, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Elétricos
Linha de Pesquisa: Eletromagnetismo Aplicado

Orientadora: Profa. Dra. Úrsula do Carmo Resende
Coorientador: Prof. Dr. Rafael Silva Alípio

Belo Horizonte

2018

M141m Macedo, Rafael Barroso de
Meshless IEFGM aplicado a problemas de aterramento elétrico em
baixa frequência excitado por corrente / Rafael Barroso de Macedo. –
2018.
xii, 88 f.: il., gráfs, tabs..

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica em associação ampla entre a UFSJ
e o CEFET-MG.

Orientadora: Úrsula do Carmo Resende.

Coorientador: Rafael Silva Alípio.

Banca examinadora: Úrsula do Carmo Resende, Rafael Silva
Alípio, Williams Lara de Nicomedes e Gláucio Lopes Ramos.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica
de Minas Gerais.

1. Linhas elétricas subterrâneas – Teses. 2. Métodos livres de
malha (Análise numérica) – Teses. 3. Galerkin, Métodos de – Teses.
4. Interpolação (matemática) – Teses. I. Resende, Úrsula do Carmo.
II. Alípio, Rafael Silva. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de
Minas Gerais. IV. Universidade Federal de São João del-Rei. V. Título.

CDD 621.31923



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Associação Ampla entre a Universidade Federal de São João Del Rei e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais em 04 de abril de 2018 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Profa. Dra. Úrsula do Carmo Resende – Orientadora
Eng. Elétrica (CEFET-MG)

Prof. Dr. Rafael Silva Alípio – Coorientador
Eng. Elétrica (CEFET-MG)

Prof. Dr. Williams Lara de Nicomedes
Eng. Elétrica (UFMG)

Prof. Dr. Gláucio Lopes Ramos
Eng. Elétrica (UFSJ)

“A persistência é o menor caminho do êxito.”

(Charles Chaplin)

Agradecimentos

Agradeço a Deus, por iluminar meu caminho durante toda a minha trajetória, além de me dar forças para alcançar os meus objetivos.

À minha família, por me oferecerem condições e oportunidades para o meu crescimento profissional e pessoal. Aos meus pais, Nilda e José, pelo amor, educação, e apoio de sempre. Aos meus irmãos, Weberson, Tiago, Daniela e Samuel, pelo carinho e apoio nessa árdua caminhada.

Aos amigos de Mestrado que compartilharam comigo esses momentos de aprendizado, alegrias e sofrimento.

À minha orientadora Úrsula Resende, um agradecimento carinhoso por todos os momentos de paciência, compreensão e competência. Por conduzir esse trabalho com imensa dedicação. Muito obrigado pelos seus conselhos e incentivo que não me deixaram desistir deste sonho.

Agradeço ao meu coorientador Rafael Alípio, pela sua paciência, disposição e pelas grandes contribuições no trabalho.

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos a Maísa Oliveira pela sua contribuição nas simulações do trabalho, sugestões e conselhos.

A todos os professores do CEFET-MG que fizeram parte dessa caminhada, pela compreensão, companheirismo e ensinamentos passados ao longo desses dois anos de curso.

Enfim, a todos aqueles que de uma maneira ou de outra contribuíram para que este trabalho pudesse ser concluído.

Resumo

Esta dissertação apresenta um estudo do método sem malhas *Element-Free Galerkin* aplicado na solução problemas de aterramento elétrico em baixa frequência. O modelo eletromagnético do sistema de aterramento é desenvolvido a partir da aplicação da técnica de injeção de corrente diretamente no ponto de defeito, como forma de excitação da haste de aterramento. Inicialmente, apresentam-se as principais características do método sem malhas e seus conceitos gerais. Então, é desenvolvida a formulação do problema para cálculo da resistência de aterramento e determinação da distribuição de potencial para uma haste inserida em solo homogêneo, bem como, em solo heterogêneo estratificado em duas e três camadas. Para implementação do modelo eletromagnético foi desenvolvida uma ferramenta computacional utilizando-se o ambiente MATLAB. Os resultados obtidos por meio da aplicação do método sem malha são comparados com valores gerados pelo Método dos Momentos, demonstrando a validade e a precisão da técnica desenvolvida.

Palavras Chaves: Aterramento elétrico, IEFGM, Método sem Malha, MLS.

Abstract

This work presents a study of the Element-Free Galerkin-free meshed method applied in solving low-frequency electrical grounding problems. The electromagnetic model of the grounding system is developed from the application of the current injection technique directly at the defect point as a way of excitation the grounding electrode. Initially, the main characteristics of meshless method and its general concepts are presented. Then, the formulation of the problem to calculate the ground resistance and determination of the potential distribution for an electrode inserted in homogeneous soil will be developed, as well as in a heterogeneous soil stratified in two and three layers. For the implementation of the electromagnetic model, a computational tool was developed using the MATLAB environment. The results obtained through the application of the meshless method are compared with values generated by MoM, demonstrating the validity and precision of the developed technique.

Keywords: *Grounding system, IEFGM, Meshless Method, MLS.*

Sumário

Capítulo 1.....	13
Introdução	13
1.1. Relevância do Tema	13
1.2. Contextualização do Trabalho	15
1.3. Objetivos.....	17
1.4. Metodologia.....	17
1.5. Organização do Texto.....	19
Capítulo 2.....	20
Aterramentos Elétricos	20
2.1. Introdução	20
2.2. Modelagem Eletromagnética de Aterramentos Elétricos.....	21
2.3. Resistividade do Solo.....	23
2.4. Estratificação do Solo	25
2.5. Técnicas de Melhoria da Resistência de Aterramento.....	26
2.8. Métodos Numéricos	30
2.9. Considerações Finais	32
Capítulo 3.....	33
Método dos Elementos Livres de Galerkin Interpolante IIEFGM	33
3.1. Introdução	33
3.2. EFGM.....	36
3.2.1. Introdução ao EFGM.....	36
3.2.2. Função Janela	36
3.2.3. Método de Galerkin	38
3.2.4. Mínimos Quadrados Móveis (MLS)	39
3.2.5. Mínimos Quadrados Móveis Interpolantes (IMLS)	41
3.2.6. Critério da Visibilidade.....	42
3.3. Considerações Finais	43
Capítulo 4.....	44

Modelagem de Problemas de Aterramento em Baixa Frequência.....	44
4.1. Descrição do Problema	44
4.2. Modelagem Matemática do Problema de uma Haste	46
4.3. Imposição das Condições de Contorno Essenciais.....	50
4.3.1. Condição Dirichlet na Borda Γ_d para Solos Homogêneos	52
4.3.2. Condição Dirichlet na Borda Γ_d para Solos Heterogêneos com Duas Camadas ...	53
4.4. Aplicação do Método IEFGM ao Problema	55
4.4.1. Equações Matriciais do Problema de Aterramento	55
4.4.2. Parâmetros do IEFGM.....	56
4.5. Tratamento da Não Homogeneidade	58
4.6. Resultados.....	60
4.6.1. Descrição dos Problemas Sobre Análise.....	61
4.6.2. Erro	62
4.6.3. Estudo de Caso Solo Homogêneo	63
4.6.4. Estudo de Caso Solo Heterogêneo em Duas Camadas.....	65
4.6.5. Estudo de Caso Solo Heterogêneo com Hastes Profundas	69
4.6.6. Estudo de Caso Solo Heterogêneo com Três Camadas	73
4.7. Considerações Finais	78
Capítulo 5.....	79
Conclusões	79
5.1. Principais Contribuições	82
5.2. Propostas de Continuidade	83

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Aterramento elétrico: segmento de eletrodo(a) e circuito equivalente (b) (VISACRO, 2002)..	21
Figura 2.2 – Simplificação do circuito equivalente de uma pequena parte do aterramento elétrico para solicitações de fenômenos de baixa frequência.....	22
Figura 2.3 – Representação do solo real (a) e do solo estratificado (b).....	25
Figura 2.4 – Solo estratificado em duas camadas horizontais de resistividades distintas.	26
Figura 3.1 – Principais técnicas sem malha	34
Figura 3.2 – Discretização do domínio na aplicação do método sem malha (OLIVEIRA, 2016).....	35
Figura 3.3- Domínios de influência circulares distribuídos por todo o domínio do problema (OLIVEIRA, 2016).	35
Figura 3.4 – Formatos da função janela aplicada sobre os nós do domínio (VIANA, 1998).....	37
Figura 3.5 – Comparação entre as funções janela MLS e no IMLS (OLIVEIRA, 2016).	42
Figura 3.6 – Representação dos domínios de influência dos nos após aplicação do Critério da Visibilidade (COPPOLI, 2010).	43
Figura 4.1 – Sistema de aterramento constituído de uma haste de aterramento inserida em solo de condutividade σ_s	45
Figura 4.2 – Modelo de sistema de aterramento alimentado em tensão(a) e em corrente(b).....	45
Figura 4.3 – Imposição das condições de contorno.	47
Figura 4.4 – Simplificação do problema de aterramento.	49
Figura 4.5 – Representação do ponto de injeção de corrente Γ_i da haste de aterramento.	50
Figura 4.6 – Imposição das condições de contorno do problema de aterramento.....	51
Figura 4.7 – Fonte e objeto localizados na primeira camada de um solo com duas camadas horizontais. ...	53
Figura 4.8 – Representação da reflexão total no plano S_I	53
Figura 4.9 – Distribuição dos nós não uniforme no domínio do problema.....	56
Figura 4.10 – Exemplo de distribuição dos pontos de integração no domínio do problema.....	57
Figura 4.11 – Distribuição de nós não uniforme para problemas em solo homogêneo (a) e em solo heterogêneo (b).	59
Figura 4.12 – Sistema de aterramento composto por uma haste inserida em solo homogêneo (a) e em solo heterogêneo (b).	60
Figura 4.13 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solos homogêneos e $R_h = 0,05m$	64
Figura 4.14 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo de 2 camadas e $R_h = 0,05m$, caso 1.	67

Figura 4.15 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo de 2 camadas e $R_h = 0,05m$, caso 3.....	67
Figura 4.16 – Potencial elétrico ao longo de uma linha vertical e $R_h = 0,05m$, caso 1.....	69
Figura 4.17 – Sistema de aterramento composto por haste profunda inserida em um solo estratificado em duas camadas.....	70
Figura 4.18 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo com hastes profundas e $R_h = 0,05m$, caso 1.....	72
Figura 4.19 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo com hastes profundas e $R_h = 0,05m$, caso 3.....	72
Figura 4.20 – Sistema de aterramento composto por uma haste inserida em um solo estratificado em três camadas.....	73
Figura 4.21 – Sistema de aterramento composto por uma haste inserida em um modelo equivalente de duas camadas.....	74
Figura 4.22 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo com três camadas e $R_h = 0,05m$, caso 1.....	76
Figura 4.23 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo com três camadas e $R_h = 0,05m$, caso 3.....	77

Lista de Tabelas

Tabela 2-1 – Resistividades típicas de alguns tipos de solo.....	25
Tabela 4-1 – Resultados – Potencial na borda Γ_d para solos heterogêneos com duas camadas.	54
Tabela 4-2 – Resultados – Haste inserida em solo homogêneo para diferentes valores de R_h	63
Tabela 4-3 – <i>Emed</i> e <i>E_{max}</i> para o potencial ao nível do solo considerando a haste inserida em solo homogêneo para diferentes valores de R_h	64
Tabela 4-4 – Estudos de casos – solo heterogêneo de duas camadas.	65
Tabela 4-5 – Resultados – Haste encapsulada inserida em solo heterogêneo de duas camadas $R_h = 0,05$ m.	65
Tabela 4-6 – Resultados – Haste convencional inserida em solo heterogêneo de duas camadas $R_h = 0,0127$ m.....	66
Tabela 4-7 – <i>Emed</i> e <i>E_{max}</i> para o potencial ao nível do solo para haste encapsulada inserida em solos heterogêneos de duas camadas $R_h = 0,05$ m.	68
Tabela 4-8 – <i>Emed</i> e <i>E_{max}</i> para o potencial ao nível do solo para haste convencional inserida em solos heterogêneos de duas camadas $R_h = 0,0127$ m.....	68
Tabela 4-9 – Estudos de casos – solo heterogêneo com hastes profundas.....	70
Tabela 4-10 – Resultados – Haste profunda do tipo encapsulada inserida em solo heterogêneo de duas camadas $R_h = 0,05$ m e $L_h = 2,5$ m.	70
Tabela 4-11 – <i>Emed</i> e <i>E_{max}</i> para o potencial ao nível do solo para haste profunda do tipo encapsulada inserida em solos heterogêneos de duas camadas $R_h = 0,05$ m.	72
Tabela 4-12 – Estudos de casos – solo heterogêneo com três camadas.....	75
Tabela 4-13 – Resultados – Haste encapsulada inserida em solo heterogêneo com três camadas $R_h = 0,05$ m.....	75
Tabela 4-14 – Resultados – Haste convencional inserida em solo heterogêneo com três camadas $R_h = 0,0127$ m.	75

Lista de Abreviaturas

DEM	<i>Diffuse Element Method</i> – Método dos Elementos Difusos
EDP	<i>Partial Differential Equations</i> - Equação Diferencial Parcial
EFGM	<i>Element Free-Galerkin Method</i> – Método de Galerkin sem Elemento
FEM	<i>Finite Element Method</i> – Método dos Elementos Finitos
FDM	<i>Finite Difference Method</i> – Método das Diferenças Finitas
FDTD	<i>Finite Difference Time-Domain</i> – Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo
FPM	<i>Finite Point Method</i> – Método de Ponto Finito
GEA	Grupo de Eletromagnetismo Aplicado
IEFGM	<i>Interpolating Element-Free Galerkin Method</i> – Método dos Elementos Livres de Galerkin Interpolantes
IMLS	<i>Interpolating Moving Least Squares</i> – Mínimos Quadrados Móveis Interpolantes
MATLAB	<i>Matrix Laboratory</i>
MLPG	<i>Meshless Local Petrov-Galerkin</i> - Método Local de Petrov-Galerkin sem Malha
MLS	<i>Moving Least Squares</i> – Mínimos Quadrados Móveis
MM	<i>Meshless Methods</i> – Métodos sem Malha
MoM	<i>Method of Moments</i> – Método dos Momentos
NN	Número de nós
NPI	Número de pontos de integração
PVC	<i>Boundary Value Problem</i> - Problemas de Valor de Contorno
RGN	Relação entre o número de pontos de integração e o número de nós nos métodos sem malha
RKPM	<i>Reproducing Kernel Particle Method</i> – Método de Partícula com Núcleo Reproduzido
SPH	<i>Smoothed Particle Hydrodynamics Method</i> - Método Partícula Hidrodinâmica Suavizada
UFSJ	Universidade Federal de São João Del Rei

Lista de Símbolos

p	Base polinomial completa
E	Campo elétrico
$v(x_i)$	Coefficiente desconhecido do nó i
$a(x)$	Coefficientes desconhecidos e que dependem da posição de x
a_n	Coefficientes desconhecidos
u_j	Coefficientes indeterminados
L_h	Comprimento da haste de aterramento
σ	Condutividade elétrica
σ_h	Condutividade elétrica da haste
σ_s	Condutividade elétrica de solo
γ	Constante escalar para o domínio de influência
r, ϕ, z	Coordenadas do sistema cilíndrico
I	Corrente elétrica
I_s	Corrente elétrica injetada na haste de aterramento
J	Densidade de corrente elétrica
ψ	Derivada de u na Direção \hat{n}
d_n	Distância entre os nós
d	Domínio de influência da função janelada
Ω	Domínio do problema
$\bar{\Omega}$	Domínio fechado
E_{med}	Erro médio
E_{max}	Erro máximo
E_r	Erro relativo
$\mathcal{V}(\bar{\Omega})$	Espaço de funções lineares de dimensão infinita
$\mathcal{V}^h(\bar{\Omega})$	Espaço de dimensão finita
H	Espessura da camada do solo estratificado
H_1	Espessura da primeira camada do solo estratificado
H_2	Espessura da segunda camada do solo estratificado
α	Fator de proporcionalidade para o tamanho da região 1 para a distribuição de nós não uniforme
β	Fator de proporcionalidade para o espaçamento dos nós na região 2 para a distribuição de nós não uniforme

Γ_n	Fronteira de Neumann
Γ_d	Fronteira de Dirichlet
Γ_b	Fronteira de interface entre meios heterogêneos
Γ_i	Fronteira de interface da seção da haste de aterramento
Γ	Fronteira do domínio do problema ($\Gamma_n \cup \Gamma_d \cup \Gamma_h$)
Γ_h	Fronteira de interface no topo do eletrodo
Φ	Função de forma
W	Função janela
u^h	Função local
\mathbb{P}	Função de peso
T	Função de ponderação
K	Matriz dos coeficientes do IEFGM
N_p	Número de nós envolvidos na aproximação
m	Número de termos da base polinomial
n	Número de pontos onde a solução é avaliada
N	Número total de nós
V	Potencial escalar elétrico
V_h	Potencial elétrico da haste de aterramento
U	Potencial elétrico injetado na haste de aterramento
V_d	Potencial imposto na fronteira Γ_d
R_D	Raio do domínio do problema
R_h	Raio da haste de aterramento
ρ	Resistividade elétrica
ρ_1	Resistividade elétrica da primeira camada do solo
ρ_2	Resistividade elétrica da segunda camada do solo
R	Resistência elétrica
R_T	Resistência de aterramento
S^{MoM}	Solução obtida a partir do MoM
S^{IEFGM}	Solução obtida a partir do IEFGM
\mathbf{n}	Vetor normal à Γ

Capítulo 1

Introdução

1.1. Relevância do Tema

O sistema de aterramento é um elemento fundamental para garantir o bom funcionamento dos sistemas elétricos e proporcionar a segurança dos seres vivos. Sua função principal é escoar as correntes de falta para o solo, sem causar qualquer diferença de potencial ou tensão induzida perigosa para os seres humanos ou que possa danificar os equipamentos localizados nas proximidades (MATTOS, 2004).

Na maioria das situações, os sistemas de aterramento são projetados para atender solicitações lentas, como as correntes de curto-circuito. As frequências representativas desse tipo de ocorrência são próximas da frequência fundamental do sistema elétrico, 50/60Hz; por isso, é importante analisar o comportamento do aterramento em baixa frequência. Essa análise pode ser realizada a partir de parâmetros típicos dos projetos de aterramento, como a resistência de aterramento e a distribuição de potencial ao nível do solo (VISACRO, 2002).

Para a avaliação do comportamento do aterramento frente a solicitações elétricas também é importante modelar o meio em que os eletrodos estão inseridos, ou seja, o solo. Assim, a correta determinação desses parâmetros típicos de projeto, depende diretamente do modelo de solo empregado, expresso por suas características eletromagnéticas e sua estratificação em camadas.

Existem várias formas para o cálculo da resistência de aterramento e da distribuição de potencial ao nível do solo. Os primeiros trabalhos envolvendo o cálculo das grandezas associadas a aterramentos elétricos foram de cunho analítico (SUNDE, 1949), permitindo a solução apenas para configurações de aterramento mais simples. Entretanto, com o aumento da capacidade de processamento dos computadores, foi possível tratar problemas de aterramento mais complexos por meio de métodos

numéricos computacionais (HARRINGTON, 1993), permitindo obter soluções com um maior grau de exatidão.

Entre os principais métodos numéricos utilizados na solução das equações associadas a problemas de aterramento, destacam-se o Método dos Momentos (*Method of Moments* – MoM) (HARRINGTON, 1993), o Método dos Elementos Finitos (*Finite Element Method* – FEM) (JIN, 2002) e o Método das Diferenças Finitas (*Finite Difference Method* – FDM) (JOHSON, 2009). Embora a validade e precisão desses métodos já têm sido extensivamente demonstradas na literatura, sua aplicação em problemas de aterramento implica em algumas dificuldades. No caso do MoM, apesar de serem bastante apropriados para análises de problemas de aterramento por tratarem de forma natural problemas de fronteiras abertas, apresentam dificuldade em considerar meios heterogêneos, como é o caso de solos reais em que as hastes estão inseridas. Já o FEM, tem como vantagem a capacidade de tratar naturalmente os meios heterogêneos, porém é necessário realizar o truncamento do domínio para análise de problemas abertos. Assim, dependendo da dimensão do arranjo de aterramento analisado, a modelagem do domínio do problema pode implicar alto custo computacional, uma vez que o método requer a geração de malha.

Nas últimas décadas foi desenvolvida uma nova classe de métodos para solução de equações diferenciais, conhecida como Métodos sem Malha (*Meshless Methods* – MM) (LIU, 2002). Os MM têm como objetivo obter a solução aproximada por meio da distribuição de nós no domínio do problema a ser analisado, sem utilizar nenhum tipo de malha. Assim, a aplicação dos métodos sem malha é uma opção muito atraente para solução de problemas de geometrias complexas e não homogêneas, pois, não há nenhuma conexão ou relação entre os nós distribuídos sobre o domínio do problema, o que flexibiliza sua solução.

Dentre os MM disponíveis na literatura, o Método de Galerkin sem Elemento (*Element-Free Galerkin Method* – EFGM) (BELYTSCHKO; DOLBOW, 1998) é um dos mais investigados, e vem ganhando destaque na literatura. O mesmo é extremamente robusto, tem boa taxa de convergência e possui formulação relativamente simples. Embora exija o uso de uma grade de fundo para realizar a integração numérica, o seu processo de integração não depende da distribuição de nós. O EFGM utiliza a técnica dos Mínimos Quadrados Móveis (*Moving Least Squares* – MLS) (LANCASTER; SALKAUSKAS, 1981) como forma de aproximação para a função de forma, juntamente com a forma fraca de

Galerkin. Entretanto, o MLS fornece funções de forma que não satisfazem a propriedade do delta de Kronecker; assim, são necessárias técnicas adicionais para impor as condições de contorno essenciais e para tratar as descontinuidades de materiais devido à propriedade não interpoladora da aproximação. Porém, é possível contornar essa restrição utilizando uma função de peso singular no processo de construção da função de forma. Este procedimento é conhecido como Método dos Mínimos Quadrados Móveis Interpolantes (*Interpolating Moving Least Squares – IMLS*) (COPPOLI; MESQUITA; SILVA, 2009). O EFGM aplicado juntamente com a técnica IMLS é chamado de Método dos Elementos Livres de Galerkin Interpolantes (*Interpolating Element-Free Galerkin Method – IEFGM*).

Assim, tendo em vista as vantagens dos MM, destacando-se o fato do IEFGM não necessitar da utilização de uma malha, no sentido clássico, e ser facilmente aplicado a geometrias complexas e não homogêneas, o presente trabalho propõe um estudo sobre a modelagem de sistemas de aterramentos elétricos por meio da aplicação do método sem malhas, a partir da técnica de injeção de corrente diretamente no ponto de defeito. Essa aplicação é inovadora por se tratar de uma abordagem ainda não explorada pelos métodos sem malha, além de possibilitar a análise de sistemas de aterramentos em solos heterogêneos sem incremento dos requisitos computacionais.

1.2. Contextualização do Trabalho

O tema aterramentos elétricos tem despertado ao longo do tempo o interesse de diversos pesquisadores. Muito provavelmente, tal interesse está relacionado à carência de metodologias consistentes para avaliação do comportamento do sistema elétrico frente à incidência de descargas atmosféricas. Além disso, os pesquisadores buscam também novas formas de solução para problemas de aterramentos elétricos.

O assunto em questão despertou amplo interesse do Grupo de Eletromagnetismo Aplicado (GEA) do CEFET-MG. O grupo de pesquisa GEA tem como principal objetivo a aplicação de métodos numéricos na busca de novas formas de solução para problemas de eletromagnetismo aplicado. Dentre as principais técnicas investigadas pelo GEA destacam-se: FEM, FDM, MoM e MM.

Esta dissertação pretende dar continuidade aos trabalhos desenvolvidos pelo GEA e tem como objetivo de estudo a aplicação do Método sem Malha na análise de problemas de aterramentos em baixa frequência. Alguns dos trabalhos desenvolvidos pelo GEA que aplicaram o método sem malha para solução de problemas eletromagnéticos são apresentados cronologicamente:

1. Análise Paramétrica do Método Sem Malha Element-Free Galerkin em Problemas Eletrostáticos (PORTO, 2012).
2. Técnicas de Computação Paralela Aplicadas em Métodos Sem Malha (ARAÚJO, 2014).
3. Método sem malhas EFG aplicado a um espalhamento eletromagnético por um cilindro dielétrico infinito (LOURO, 2014).
4. Analysis of Element-Free Galerkin interloping moving least square method in an electrostatic problem (RESENDE *et al.*, 2015).
5. A meshless approach using EFG interpolating moving least-squares method in 2-d electromagnetic scattering analysis (RESENDE; COPPOLI; AFONSO, 2015).
6. Desenvolvimento do método híbrido IEFGM-MoM aplicado à solução do espalhamento eletromagnético em duas dimensões (ROSA, 2015)
7. Otimização do método meshless – EFG aplicado a problemas de espalhamento eletromagnético utilizando algoritmo de evolução diferencial (LOPES, 2015).
8. Estudo de aterramento em baixas frequências utilizando o método sem malha (OLIVEIRA, 2016).
9. Analysis of Grounding Problems using Interpolation Element-Free Galerkin Method with Reduction of Computational Domain (OLIVEIRA *et al.*, 2017).
10. Analysis of Grounding Problems using IEFGM Meshless Method with Current Injection (MACEDO *et al.*, 2017).
11. Proposals for Inclusion of the Electrode Radius in Grounding Systems Analysis Using Interpolating Element-Free Galerkin Method (RESENDE; ALÍPIO; OLIVEIRA, 2018).

Assim, essa dissertação é um trabalho de continuidade dos trabalhos desenvolvidos pelo GEA, aplicando método sem malha EFGM, para a solução de problemas de aterramento em baixa frequência.

1.3. Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é a aplicação do método IEFGM na solução de problemas de aterramento em baixa frequência. Para isso, o sistema de aterramento é modelado por uma haste inserida em solos com características homogêneas e heterogêneas e as soluções numéricas para esses problemas são obtidas por meio da aplicação do método sem malha.

A fim de alcançar o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos são propostos:

1. Realizar uma revisão bibliográfica sobre o método numérico IEFGM;
2. Apresentar os principais métodos numéricos utilizados na solução de problemas de aterramento.
3. Estabelecer uma modelagem matemática para o sistema de aterramento composto por uma haste, quando solicitado por fenômenos em baixa frequência;
4. Aplicar a técnica de injeção de corrente diretamente no ponto de defeito na modelagem de sistemas de aterramento elétrico em baixa frequência.
5. Desenvolver código computacional na linguagem de programação MATLAB para a modelagem matemática do sistema de aterramento a partir do método sem malha IEFGM;
6. Validar a ferramenta computacional implementada por meio de comparações dos resultados obtidos com aqueles gerados pelo MoM;
7. Verificar a viabilidade da aplicação do IEFGM para a análise do sistema de aterramento inserido em solos homogêneos e heterogêneos.

1.4. Metodologia

É desenvolvida uma modelagem matemática, em baixas frequências, para sistemas de aterramento elétrico baseada na solução direta das equações de Maxwell. A partir dessa formulação é elaborada uma ferramenta computacional em ambiente MATLAB com a implementação do modelo eletromagnético desenvolvido. A solução do problema é então obtida a partir da utilização da técnica sem malha IEFGM.

A ferramenta computacional elaborada é aplicada a sistemas de aterramento composto por hastes inseridas em solos com características homogêneas e heterogêneas. É apresentada a proposta para utilização do MM na análise de sistemas de aterramento por meio da técnica de injeção de corrente diretamente no ponto de defeito e assim são avaliados os principais parâmetros dos projetos de aterramento, tais como a resistência de aterramento e a distribuição de potenciais no nível do solo considerando a haste cravada tanto em solos homogêneos quanto em solos heterogêneos. Os resultados obtidos são comparados com aqueles gerados a partir do MoM.

Para a análise do comportamento de hastes de aterramento inseridas em solos heterogêneos a partir do IEFGM é realizado o tratamento da interface entre as camadas distintas utilizando o critério da visibilidade. Além disso, também é proposta uma nova metodologia para aproximação do potencial V_d na fronteira de truncamento do problema inserido em solos estratificados.

Na implementação do método sem malha, é adotada uma distribuição de nós não uniforme sobre o domínio do problema, a partir da utilização de duas regiões com densidades de nós distintas. Tal metodologia proporciona uma redução do custo computacional quando comparado com os resultados obtidos por meio da utilização de uma distribuição uniforme de nós em todo o domínio do problema, o que permite a análise de problemas com hastes de aterramento com raios reduzidos.

A forma como é realizada a distribuição de nós também permite realizar a análise de qualquer tipo de haste de aterramento, pois, o raio da haste é inserido naturalmente na formulação do problema, por meio da distribuição de nós sobre o perímetro do eletrodo de aterramento. A única exigência para modelagem da haste de aterramento é que seja inserido o material referente à composição do eletrodo, no qual é aplicada uma condição de contorno para verificar a descontinuidade, por meio do critério da visibilidade.

Outro fator relevante a ser destacado na metodologia proposta, é que para a análise do comportamento de hastes de aterramento inseridas em solos heterogêneos a partir do IEFGM não é necessário modificar a distribuição de nós do problema. Como o número de nós distribuídos sobre o domínio do problema é definido em função do raio da haste de aterramento, a demanda computacional é a mesma para a solução problemas de aterramento em solos com uma ou mais camadas, desde que seja utilizado o mesmo eletrodo nas duas análises. Assim, a metodologia proposta é capaz de avaliar

problemas de aterramento elétrico em solos heterogêneos sem incremento dos requisitos computacionais.

1.5. Organização do Texto

Este trabalho está dividido em cinco capítulos, incluindo este de introdução.

No segundo Capítulo é introduzido o conceito de sistemas de aterramento em baixa frequência. São apresentados os conceitos básicos e os principais parâmetros do aterramento elétrico. Também é realizado neste capítulo um breve estudo do estado da arte sobre a modelagem eletromagnética dos sistemas de aterramento. Além disso, são destacadas as principais técnicas numéricas utilizadas para solução dos problemas.

No terceiro Capítulo são apresentados os conceitos básicos sobre métodos sem malha, além da fundamentação teórica e os detalhes de aplicação do método EFGM.

No quarto Capítulo é desenvolvida a modelagem matemática para solução dos sistemas de aterramentos estáticos. Então, o EFGM é aplicado ao problema de aterramento constituído por uma haste inserida em solos homogêneos e heterogêneos. Os resultados obtidos são comparados com aqueles gerados a partir do MoM.

No quinto Capítulo é apresentada a conclusão do trabalho e são apresentadas propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Aterramentos Elétricos

Neste capítulo são descritos os conceitos básicos e a modelagem eletromagnética dos sistemas de aterramento. São definidos os parâmetros resistência de aterramento, resistividade elétrica do solo e distribuição de potencial. Além disso, são apresentados os métodos numéricos que tradicionalmente vem sendo utilizados para análise do comportamento dos sistemas de aterramento.

2.1. Introdução

O termo Aterramento Elétrico refere-se a qualquer conexão elétrica intencional ao solo de um sistema elétrico, eletrônico ou de corpos metálicos (VISACRO, 2002). Um sistema de aterramento é constituído basicamente pelos condutores metálicos que ligam o sistema a ser aterrado aos eletrodos de aterramento, pelos eletrodos de aterramento propriamente ditos e pela terra que envolve os eletrodos.

O principal objetivo de um sistema de aterramento é fornecer um caminho seguro e de baixa impedância, em direção a terra, para as correntes provenientes de faltas e descargas atmosféricas. O sistema de aterramento também garante uma rápida atuação da proteção na ocorrência de faltas para a terra e tem a função de manter as tensões de passo e toque dentro de níveis toleráveis aos seres humanos (KINDERMANN, 1998).

É de fundamental importância realizar a análise dos sistemas de aterramento de sistemas elétricos, além de dimensioná-los adequadamente, a fim de garantir um bom desempenho do sistema elétrico e proporcionar segurança aos seres vivos. Caso o sistema de aterramento não seja adequadamente dimensionado, a ocorrência de uma falta pode gerar elevações de potencial perigosas, ocasionando situações de riscos para os seres humanos localizados nas proximidades do local de incidência da descarga, além

de impor condições severas aos equipamentos da instalação, acarretando em dano ou mau funcionamento (ALIPIO, 2008).

Na maioria dos projetos elétricos, o aterramento é dimensionado para atender solicitações lentas como, por exemplo, aquelas associadas às correntes de curto-circuito. Nesse sentido, são analisados alguns parâmetros importantes como a resistência de aterramento e a distribuição de potencial ao nível do solo, a fim de verificar o comportamento do aterramento nas condições particulares de baixa frequência. Este é o objetivo principal deste capítulo, além de apresentar um breve estudo do estado da arte sobre a modelagem matemática de aterramentos elétricos.

2.2. Modelagem Eletromagnética de Aterramentos Elétricos

Para análise do comportamento do sistema de aterramento considera-se que, em geral, a conexão a terra apresenta efeitos resistivo, indutivo e capacitivo (ALIPIO, 2008), cada qual influenciando de forma específica na capacidade de condução de corrente para a terra. A oposição oferecida pelo solo à dispersão da corrente elétrica é chamada de impedância de aterramento, que é um parâmetro importante para a compreensão da natureza do sistema de aterramento.

Com objetivo de ilustrar a impedância de aterramento, é apresentado na Figura 2.1(a) um segmento de eletrodo de aterramento enterrado no solo e o seu circuito elétrico equivalente Figura 2.1(b). Verifica-se que a corrente no segmento é composta de duas componentes diferentes: uma corrente transversal I_T , que é dispersa para o solo, e outra, corrente longitudinal I_L , que é transferida para o restante do eletrodo.

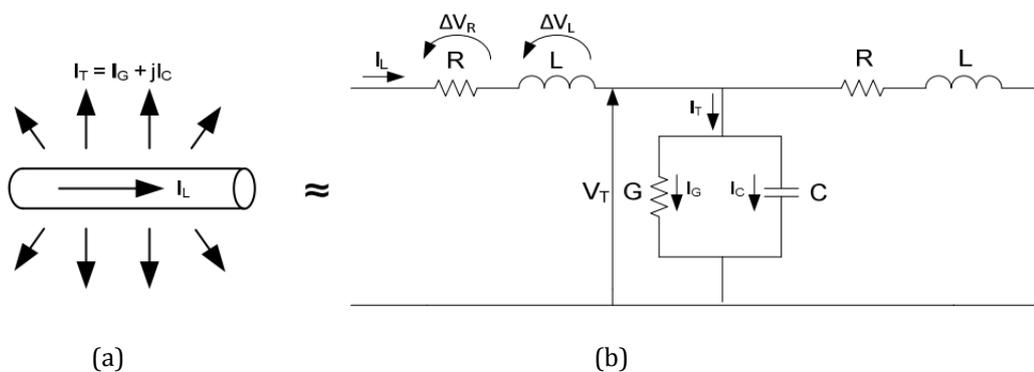


Figura 2.1 – Aterramento elétrico: segmento de eletrodo(a) e circuito equivalente (b) (VISACRO, 2002).

A componente longitudinal da corrente é responsável pelas perdas referentes à resistividade do eletrodo e pelos campos magnéticos internos e em volta dele. A oposição à passagem da corrente longitudinal é representada por dois elementos associados em serie: resistência R e indutância L .

Já a componente transversal da corrente corresponde à parcela da corrente que sai da superfície do eletrodo para a terra adjacente e pode ser dividida em duas componentes: uma parcela condutiva I_G e outra capacitiva I_C . Os efeitos associados à corrente transversal são representados por dois elementos em paralelo: uma condutância G e uma capacitância C . Para análise do comportamento do aterramento completo é necessário avaliar uma serie de segmentos similares ao da Figura 2.1(a) conectados conforme a geometria do aterramento sob investigação. A solução desse circuito completo fornece o valor da impedância vista do ponto de injeção de corrente (ALIPIO, 2008).

Na análise de sistemas de aterramento em baixas frequências, é comum adotar uma aproximação estática ou em regime estacionário. Pelo fato de serem consideradas correntes de frequências de mais baixas (50/60Hz) algumas simplificações podem ser consideradas no circuito da Figura 2.1 (VISACRO, 2002). Em função do valor reduzido de frequência, a reatância longitudinal de natureza indutiva e a susceptância transversal de natureza capacitiva podem ser desprezadas, uma vez que são ambas proporcionais à frequência. Também, pode-se desconsiderar a resistência longitudinal já que, nessa faixa de frequência, a queda de tensão ao longo do eletrodo é desprezível. Assim, o circuito equivalente para aterramento em baixas frequências fica reduzido a uma condutância, conforme Figura 2.2, cujo inverso corresponde à resistência de aterramento.

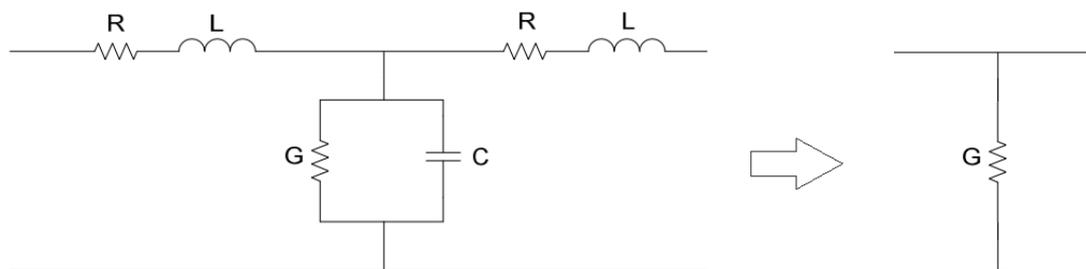


Figura 2.2 – Simplificação do circuito equivalente de uma pequena parte do aterramento elétrico para solicitações de fenômenos de baixa frequência.

Com base no exposto, no estudo de fenômenos de baixa frequência, o sistema de aterramento passa a ser caracterizado eletromagneticamente somente por meio de uma

resistência de aterramento R_T , que pode ser definida como a razão entre a elevação de potencial em relação ao infinito V_T , desenvolvida no ponto de injeção de corrente, e a corrente injetada, I_j , dada por (ALIPIO, 2008):

$$R_T = \frac{V_T}{I_j} \quad (2.1)$$

No caso de solicitações lentas, a quantificação da resistência de aterramento e da distribuição de potenciais depende das características do solo em que o sistema de aterramento está enterrado, mais especificamente de sua resistividade elétrica ($\rho = 1/\sigma$), onde σ refere-se à condutividade elétrica do solo. Em particular, pode-se mostrar que a resistência de aterramento relaciona-se com a resistividade do solo ρ por meio de um fator de proporcionalidade K que depende da dimensão e da forma dos eletrodos de aterramento (VISACRO, 2002):

$$R_T = K \cdot \rho \quad (2.2)$$

A relação da Equação (2.2) é válida considerando-se o solo como um meio homogêneo. Na prática, o solo, em geral, apresenta uma estrutura complexa no que se refere à sua composição. Na maioria dos casos ele não pode ser considerado homogêneo e é modelado por uma série de camadas com diferentes resistividades. Além disso, fatores tais como a umidade, a concentração de sais, a temperatura e a compactação do solo influenciam a resistividade do solo. Dada a importância da modelagem do solo nos cálculos envolvendo aterramentos elétricos, a Seção 2.3 apresenta, de forma sucinta, alguns aspectos relevantes relativos a essa modelagem no âmbito de fenômenos de baixas frequências.

2.3. Resistividade do Solo

A resistividade elétrica do solo (ρ) pode ser definida, como a resistência elétrica (R) medida entre as faces opostas de um cubo de dimensões unitárias, comprimento $L = 1$ m e área $A = 1$ m², preenchido com este solo. Dada por (VISACRO, 2002):

$$\rho = R \frac{A}{L} \quad (2.3)$$

Sabe-se que o solo tem uma composição bastante heterogênea, sendo que o valor da sua resistividade elétrica pode variar de local para local em função do tipo de solo, do nível de umidade, da profundidade das camadas, da idade de formação geológica, da temperatura, da salinidade e de outros fatores naturais, além de fatores externos como contaminação e compactação do solo.

Os diferentes tipos de solo não são claramente definidos. Em função disso, não é possível atribuir-se um valor específico de resistividade a um determinado tipo de solo. É comprovado experimentalmente que, usualmente, são encontrados valores diferentes de resistividade para a mesma variedade de solo de localidades distintas (KINDERMANN, 1998).

Em baixas frequências, a condução no solo se realiza essencialmente por mecanismos eletrolíticos. Tais mecanismos dependem da presença de água e dos sais que vão prover os íons para condução da corrente elétrica. Assim, um aumento da umidade do solo normalmente implica em uma diminuição de sua resistividade (VISACRO, 2002).

Em relação à influência de temperatura, destaca-se que a elevação da mesma provoca a evaporação da água presente no solo, diminuindo sua umidade e conseqüentemente aumentando sua resistividade.

Outro fator que também influencia na resistividade do solo é a compactação. Um solo mais compacto apresenta uma maior continuidade física, o que proporciona menores valores de resistividade do solo. Por isso, é recomendável aguardar um certo tempo, após a instalação de um sistema de aterramento, para realização das medições do valor da resistência de aterramento, visando a acomodação do solo, no sentido de obter um solo mais compacto.

Sabe-se que, em seu estado natural o solo, geralmente, é um mau condutor, sobretudo se estiver totalmente seco, pelo fato de sua resistividade ser muito elevada quando comparada a condutores convencionais. Por exemplo, a resistividade dos solos comuns varia de 5 a 20.000 $\Omega.m$, enquanto o Cobre puro possui uma resistividade igual a $1,6 \times 10^{-8} \Omega.m$ (KINDERMANN, 1998). A variação da resistividade do solo considerando solos típicos é apresentada na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 – Resistividades típicas de alguns tipos de solo.

Tipos de solo	Faixa de resistividades [$\Omega.m$]
Água do mar	Menor do que 10
Alagadiço, limo, húmus, lama	Até 150
Água destilada	300
Argila	300 – 5.000
Calcário	500 – 5.000
Areia	1.000 – 8.000
Granito	1.500 – 10.000
Basalto	A partir de 10.000
Concreto	Molhado: 20 – 100
	Úmido: 300 – 1.000
	Seco: 3.000 – 2.000.000

2.4. Estratificação do Solo

Na sua grande maioria, o solo é constituído por diversas camadas, sendo que cada camada apresenta um valor de resistividade (ρ_n) e uma espessura (e_n), conforme Figura 2.3.

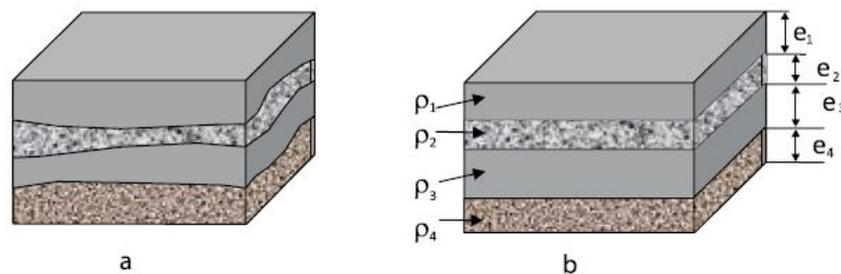


Figura 2.3 – Representação do solo real (a) e do solo estratificado (b).

Devido à formação geológica, as camadas do solo, em geral, são horizontais e aproximadamente paralelas à superfície do solo. Existem casos em que as camadas se apresentam inclinadas e até mesmo verticais devido a alguma falha geológica. Assim, o solo pode apresentar características anisotrópicas, ou seja, a sua resistividade pode variar de acordo com a direção considerada (VISACRO, 2002). Uma aproximação muito utilizada para tratar esse tipo de solo é atribuir um valor médio para representar sua resistividade. Esse valor médio é denominado de resistividade equivalente do solo.

Na prática, recorre-se aos modelos de estratificação do solo, os quais consideram sua constituição em diversas camadas, cada qual com um valor específico de

resistividade e espessura definida, sendo que a última camada é considerada infinita. A Figura 2.4 apresenta uma estratificação do solo em duas camadas horizontais, comumente utilizada em engenharia. Vale ressaltar que, quanto maior o número de camadas, mais complexa torna-se a modelagem.

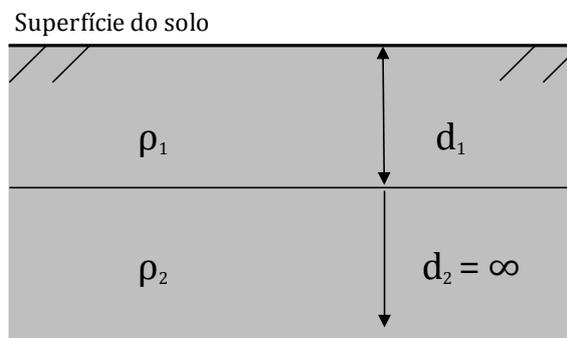


Figura 2.4 – Solo estratificado em duas camadas horizontais de resistividades distintas.

2.5. Técnicas de Melhoria da Resistência de Aterramento

O aterramento pode desempenhar diferentes funções no sistema elétrico. Para atender a essas diversas funções ele pode assumir topologias variadas, considerando-se a forma, o posicionamento e a dimensão dos eletrodos (VISACRO, 2002).

O desempenho do sistema aterrado está relacionado diretamente com o valor de sua resistência ou impedância, dependendo do caso. Quando ocorre uma falta no sistema que envolva a terra, essa resistência é responsável por limitar a corrente que flui para a terra e a elevação de potencial resultante. Em alguns casos, a obtenção de baixos valores para a resistência de aterramento está relacionada com a filosofia de proteção do sistema elétrico. Em sistemas solidamente aterrados, por exemplo, o baixo valor da resistência de aterramento, permite a circulação de correntes de curto-circuito elevadas, resultando em uma atuação mais rápida do sistema de proteção.

Muitas vezes, após a instalação de um sistema de aterramento, observa-se através de medições que o valor da resistência deste é superior ao valor desejado. Nesses casos normalmente são utilizadas algumas técnicas capazes de reduzir o valor da resistência de aterramento. Tais técnicas consistem, basicamente, em alterar a quantidade e a profundidade dos eletrodos enterrados no solo, aumentar a seção reta da haste de aterramento, além de alterar fatores químicos e físicos por meio do tratamento do solo.

É muito comum a instalação de hastes de aterramento em paralelo, a fim de obter uma redução no valor da resistência de aterramento. Contudo, deve-se lembrar que os eletrodos devem ser instalados suficientemente afastados, a fim de minimizar os efeitos da resistência mútua. Além disso, a partir de um certo número de eletrodos em paralelo, a resistência passa a diminuir muito pouco para a colocação de novos eletrodos, quando, então, a técnica deixa de ser eficaz.

Outra técnica muito utilizada para obter uma redução no valor da resistência de aterramento é a utilização de hastes profundas (KINDERMANN, 1998). O processo de aprofundamento dos eletrodos pode ser eficiente e se mostra particularmente viável na aplicação de hastes. Quando o solo apresenta camadas mais profundas de menor resistividade, essa técnica é peculiarmente eficaz, pois com a emenda de hastes consegue-se atingir camadas mais profundas, de menor valor de resistividade.

Também se observa uma diminuição da resistência de um aterramento por meio do aumento da área de seção reta do eletrodo. Contudo, o que ocorre, na maioria das vezes, é o dimensionamento da seção do eletrodo levando em consideração as questões de resistência mecânica ou em função da sua capacidade de condução de corrente, pois a variação no valor da resistência de aterramento pela modificação da área da seção reta é pequena.

Em alguns casos, também é muito comum realizar o tratamento químico ou físico do solo, para obter um menor valor da resistência de aterramento. A adição de sais na terra circunvizinha a um aterramento diminui sua resistividade e, conseqüentemente, a sua resistência de aterramento. É muito comum o emprego de gel químico para o tratamento do solo de alta resistividade. Nesses casos, o produto utilizado deve atender a algumas recomendações importantes, como a de não causar danos à natureza, não ser tóxico, além de ser quimicamente estável e possuir baixa resistividade elétrica.

2.6. Determinação da resistência de aterramento

O cálculo exato da resistência de aterramento requer a realização de desenvolvimentos analíticos, que podem ser mais simples ou mais complicados, conforme à configuração dos eletrodos do sistema de aterramento analisado. A

resistência de aterramento é definida pela relação entre a elevação de potencial referida ao infinito e a corrente que a gerou.

Para determinar o valor da resistência de aterramento (R_T), inicialmente, deve-se calcular a elevação de potencial (V_T) de um ponto qualquer localizado na superfície do aterramento (S_{AT}) com relação ao infinito, dado por (VISACRO, 2002):

$$V_T = - \int_{\infty}^{S_{AT}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.4)$$

A partir do valor de V_T , calcula-se o valor da resistência do sistema de aterramento, dada pela relação $R_T = V_T/I_T$, em que I_T representa o valor da corrente elétrica injetada no aterramento.

Para geometrias mais simples, por exemplo um eletrodo hemisférico é possível resolver a Equação (2.4) analiticamente. Já para o caso de uma haste de aterramento inserida em um solo estratificado em camadas, a equação torna-se mais complexa de ser resolvida analiticamente, fazendo necessário o uso de métodos numéricos. Assim, para os arranjos de aterramentos com geometrias mais complexas ou quando se deseja uma boa exatidão na determinação da distribuição de potenciais no nível do solo, técnicas mais elaboradas, como as descritas na Seção 2.8, devem ser empregadas.

2.7. Arranjos Típicos de Aterramento

Os sistemas de aterramento elétrico podem assumir configurações diversificadas devido à ampla variedade de arranjos de aterramento. O tipo de arranjo a ser utilizado depende, dentre outros fatores, da área disponível para a instalação e da função principal a ser desempenhada pelo aterramento. Dentre as configurações mais usuais e de aplicação prática, destacam-se as hastes dispostas verticalmente, os cabos contrapesos e as malhas de aterramento, ambos dispostos horizontalmente no solo.

A utilização dos termos topologia, geometria ou arranjo do aterramento descrevem as principais características do sistema de aterramento, tais como: a configuração geométrica, a quantidade, a direção e o posicionamento dos condutores de um eletrodo ou malha de aterramento. As características mencionadas são as grandes

responsáveis pela diminuição das tensões superficiais de passo e de toque, perigosas aos seres vivos.

A malha de aterramento é um arranjo típico utilizado em instalações de grande porte, sendo essenciais em sistemas de energia elétrica, em particular nas usinas e subestações. Trata-se de um reticulado de cabos horizontalmente enterrados, interligados por juntas mecânicas ou soldadas exotérmicas, e hastes cravadas verticalmente. Os principais conceitos relacionados ao projeto desse tipo de aterramento são apresentados no IEEE Std 80-2000 (IEEE, 2000) e na ABNT NBR 15751 (ABNT, 2013). Assim, o condutor da malha de aterramento de uma subestação é dimensionado levando em conta os efeitos térmicos e mecânicos das correntes de falta, principalmente as correntes de curto-circuito. Outra função importante da malha de aterramento de uma subestação é reduzir os níveis das tensões de toque e de passo, perigosas aos seres vivos, além de limitar as elevações de potencial na malha que podem danificar os equipamentos da instalação.

Os cabos contrapesos, por sua vez, são utilizados, principalmente, em linhas de transmissão (LTs) de energia elétrica. O sistema de aterramento de uma torre de transmissão é composto por eletrodos enterrados, a certa profundidade, verticalmente e/ou horizontalmente. Os eletrodos são hastes cilíndricas de copperweld ou grelhas dispostas no pé da torre. Já os eletrodos horizontais são denominados de cabos contrapeso, que são constituídos de condutores longos de cobre ou ferro galvanizado. Normalmente, esse comprimento é selecionado de modo a reduzir a impedância no pé da torre, com a finalidade de minimizar as sobretensões geradas quando da incidência de descargas atmosféricas em LTs (HE *et al.*, 2005).

A utilização de hastes de aterramento constitui uma das formas mais simples e mais empregadas como meio de conexão do sistema elétrico a terra. Esse tipo de configuração é predominantemente adotada nos sistemas de aterramento de neutros de transformadores de redes de distribuição, em linhas de distribuição localizadas em áreas urbanas, em aterramentos de sistemas de telecomunicações e em sistemas de aterramento residenciais e prediais.

2.8. Métodos Numéricos

Para os arranjos de aterramentos mais complexos ou quando se deseja obter soluções com maior grau de exatidão recorre-se, em geral, a métodos numéricos, que correspondem a um conjunto de ferramentas adotadas para se determinar de forma aproximada, soluções numéricas de problemas descritos por equações matemáticas. Nesta seção, é apresentada uma breve descrição dos principais métodos numéricos utilizados na solução dos problemas de aterramento elétrico em baixa frequência.

Os métodos numéricos são classificados de acordo com as características das equações do problema a ser resolvido, podendo ser do tipo integral ou diferencial. Dentre os métodos integrais empregados na modelagem de sistemas de aterramentos, destaca-se o MoM. Já dentre a classe dos métodos diferenciais, aquele que predomina no caso de aterramentos elétricos é o FEM.

A aplicação do MoM em problemas de aterramento elétrico é realizada discretizando o sistema de aterramento em diversos elementos e a interação entre eles é determinada pela aplicação das equações do eletromagnetismo. Alguns trabalhos que adotam essa abordagem ou similar são apresentados em (DAWALIBI; BARBEITO, 1991) (DAWALIBI; MUKHEDKAR, 1979) (DAWALIBI; MUKHEDKAR, 1976) (DAWALIBI; MA; SOUTHEY, 1994) (RÜDENBERG, 1968) (VISACRO; DE CAMPOS, 1989) (GIAO; SARMA, 1972) (STRATTON, 1941) (JOY; WILSON, 1986).

As vantagens em se utilizar o MoM na solução de problemas de aterramento residem no fato de que essa técnica é adequada para tratar problemas abertos e é de fácil aplicação em geometrias simples, como é o caso das configurações típicas de aterramento.

Por outro lado, ao se utilizar esse método tem-se dificuldade em se considerar meios heterogêneos, como é o caso de solos reais em que os eletrodos estão inseridos. A consideração de meios com mais de uma camada demanda um elevado custo computacional, principalmente dependendo do arranjo de aterramento avaliado.

Já na aplicação do FEM na solução dos problemas de aterramento elétrico, o domínio do problema é dividido em pequenos subdomínios com formas e comprimentos arbitrários, denominados de elementos. Em cada elemento, os valores dos potenciais são aproximados por meio de funções de interpolação e, utilizando-se o Método dos Resíduos Ponderados ou o Método Variacional, a equação diferencial parcial é

transformada em uma equação integro-diferencial e, em seguida é convertida a um sistema algébrico de equações.

A grande vantagem da utilização do FEM na modelagem de sistemas de aterramento consiste na facilidade de tratar o solo onde o aterramento está inserido como sendo um meio heterogêneo. Como desvantagem, pode-se destacar a necessidade do método de delimitar o domínio de problemas abertos, como é o caso dos sistemas de aterramento, o que pode ter impacto na solução caso não seja realizado de forma adequada. Outra desvantagem está relacionada com o tamanho do domínio do problema que, dependendo da dimensão do arranjo de aterramento analisado, pode implicar um alto custo computacional, uma vez que o método requer a geração de uma malha. Trabalhos que utilizam o método dos elementos finitos para a modelagem de sistemas de aterramento são (CARDOSO, 1993) (NEKHOUL *et al.*, 1995) (SILVA *et al.*, 1997) (TRLEP; HAMLER; HRIBERNIK, 1998).

Nas últimas décadas foi desenvolvida uma nova classe de métodos para solução de equações diferenciais. Conhecidos como MM por dispensarem a utilização de uma malha, esse método aproxima a solução utilizando apenas uma nuvem de nós sobre o domínio do problema a ser analisado. Esses nós não estão conectados entre si e não há nenhuma relação pré-definida entre eles, o que torna os MM uma opção muito atraente para lidar com geometrias complexas e com não-homogeneidades. Assim, a grande vantagem desse método em relação ao FEM é o fato de não utilizar malhas explicitamente.

Apesar de serem relativamente novos, os métodos sem malha têm sido utilizados de forma eficaz para solucionar muitos problemas complexos na área do eletromagnetismo. De acordo com a pesquisa bibliográfica realizada pelo autor deste trabalho, até a data de submissão desta dissertação, existe apenas um trabalho (OLIVEIRA, 2016) que emprega MM na análise de aterramentos elétricos. No modelo proposto por Oliveira é utilizada a técnica de imposição de um potencial à haste de aterramento para análise do problema. Assim, a partir da equação de Laplace escrita para o potencial na região (solo), é possível solucionar o problema sob análise e obter o valor da resistência de aterramento R_T . Porém, para obtenção desse parâmetro, primeiramente, é necessário determinar o valor da corrente elétrica I que dispersa para o solo que, por sua vez, depende do campo elétrico E que é obtido indiretamente pela derivada numérica do potencial elétrico V ao longo de uma superfície equipotencial.

Entretanto, a utilização de uma derivada sob a grandeza potencial elétrico, que também é inicialmente desconhecida, introduz imprecisões a solução do problema.

Neste trabalho é adotada uma abordagem diferente na aplicação do MM para análise de problemas de aterramento. A haste de aterramento é alimentada diretamente pela injeção da corrente I_s no ponto de defeito, conforme descrito na Seção 4.1, e também são analisados problemas de aterramento considerando solos com uma ou mais camadas sem aumento do custo computacional, conforme apresentado na Seção 4.5.

2.9. Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados os parâmetros básicos dos sistemas de aterramentos elétricos, assim como as principais metodologias que vêm sendo empregadas para a sua análise.

Percebe-se que existem várias técnicas consagradas para solução de problemas de aterramentos, porém cada uma delas apresenta uma limitação específica. O MoM, por exemplo, apresenta dificuldade em considerar meios heterogêneos, introduzindo um elevado custo computacional. Já o FEM, embora tenha a capacidade de tratar naturalmente os meios heterogêneos, dependendo da dimensão do arranjo de aterramento analisado, pode implicar um alto custo computacional, devido à necessidade de utilização de uma malha. Nesse contexto, uma proposta inovadora é a aplicação do MM na análise de problemas de aterramentos por meio da técnica de injeção de corrente no ponto de defeito, o que facilita muito a solução dos problemas de aterramento. Essa técnica permite simplificar a implementação do problema eliminando algumas etapas e proporcionando um ganho de exatidão no resultado final. É importante destacar que a metodologia proposta também permite realizar a análise de problemas de aterramento considerando solos com características homogêneas e heterogêneas sem incremento dos requisitos computacionais.

Capítulo 3

Método dos Elementos Livres de Galerkin Interpolante IEFGM

Neste capítulo é apresentada a fundamentação teórica básica sobre Métodos sem Malha. São descritas as características da função janela e da função de forma, é apresentada a passagem do problema do domínio contínuo para o domínio discreto, por meio da aplicação do método de Galerkin. Também são expostas as técnicas MLS e IMLS utilizadas para construção das funções de forma. Finalmente, é apresentado o critério da visibilidade.

3.1. Introdução

A modelagem matemática dos problemas de engenharia frequentemente é realizada por meio das Equações Diferenciais Parciais (*Partial Differential Equations – EPDs*), que descrevem o comportamento do problema sob análise. Como a maioria das EPDs, associadas a problemas práticos, geralmente não possuem uma solução analítica, devem ser empregados métodos numéricos para a obtenção da solução do Problema de Valor de Contorno (*Boundary Value Problem – PVC*) associado.

A construção do modelo matemático que define o PVC é baseada na determinação de um modelo que represente a geometria original do problema e o conjunto de equações matemáticas válidas em seu domínio e fronteira. Para obtenção de uma solução particular devem ser impostas restrições específicas ao problema, chamadas de condições de contorno ou condições de fronteira, que tem por objetivo delimitar a região de espaço para solução do problema (DIPRIMA, 2001). Então, a solução de um PVC é aquela que satisfaz, simultaneamente, as equações diferenciais parciais e as condições de contorno, em todo o domínio do problema. Quando o comportamento do problema é também em função do tempo devem também ser impostas restrições em relação a essa variável.

Especialmente problemas eletromagnéticos, quando modelados por meio de EDPs, podem ser resolvidos utilizando métodos numéricos que podem ser separados em dois grupos: *mesh-based* ou *meshfree*. De acordo com essa classificação, os métodos que utilizam uma malha como forma de discretização do domínio de solução são classificados como *mesh-based*. Dentre os diversos *mesh-based*, destacam-se o FDM (JOHSON, 2009) e o FEM (JIN, 2002). Já as técnicas numéricas que não utilizam malhas são classificadas como *meshfree* ou *meshless*, dentre as quais pode-se citar: o Método da Partícula Hidrodinâmica Suavizada (*Smoothed Particle Hydrodynamics Method* – SPH) (GINGOLD; MONAGHAN, 1977), Método dos Elementos Difusos (*Diffuse Element Method* – DEM) (NAYROLES; TOUZOT; VILLON, 1992), Método dos Elementos Livres de Galerkin (BELYTSCHKO; LU; GU, 1994), Método de Partícula com Núcleo Reproduzido (*Reproducing Kernel Particle Method* – RKPM) (LIU *et al.*, 1995), Método de Ponto Finito (*Finite Point Method* – FPM) (OÑATE *et al.*, 1996) e Método sem malha Petrov - Galerkin Local (*Meshless Local Petrov – Galerkin Method* ou MLPG) (ATLURI; ZHU, 1998), apresentados cronologicamente, de acordo com o ano de sua criação, na Figura 3.1.

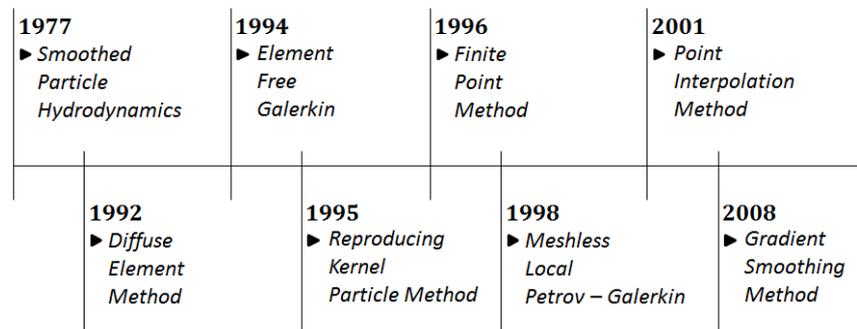


Figura 3.1 – Principais técnicas sem malha

Os métodos MM consistem basicamente na distribuição de nós sobre o domínio do problema a ser analisado e suas fronteiras, conforme representado na Figura 3.2, que mostra uma distribuição de nós sobre um domínio de duas dimensões $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$, onde cada nó é um ponto $\mathbf{x}_I = (x, y)$. Assim, a principal característica, que difere os métodos sem malha das demais técnicas *mesh-based*, é o fato de não haver nenhuma conexão ou relação entre os nós distribuídos sobre o domínio do problema. Dessa forma, a aplicação dos métodos sem malha é uma opção muito atraente para solução de problemas de geometrias complexas ou variáveis. Pois, nestes casos, a criação de uma malha requer

um elevado custo computacional para obtenção da solução do problema ao aplicar um método *mesh-based* (VIANA, 1998).

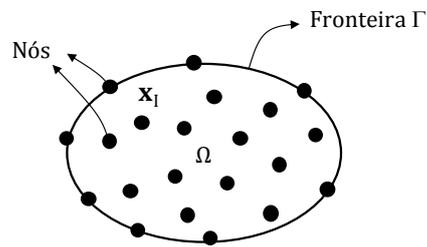


Figura 3.2 – Discretização do domínio na aplicação do método sem malha (OLIVEIRA, 2016).

A fim de discretizar o domínio do problema deve ser feita uma distribuição de nós sobre todo o domínio do problema e suas fronteiras, na aplicação do método sem malha. Assim, é associado a cada nó desse conjunto um subdomínio fechado, chamado de domínio de influencia, que forma o apoio para construção da função de aproximação ao redor do nó, conforme Figura 3.3. Vale ressaltar que, os subdomínios podem ser sobrepostos uns aos outros e também podem possuir formas bastante variadas. A única exigência para os subdomínios no método sem malha, é que a união deles cubra toda a área do problema (LIU, 2002).

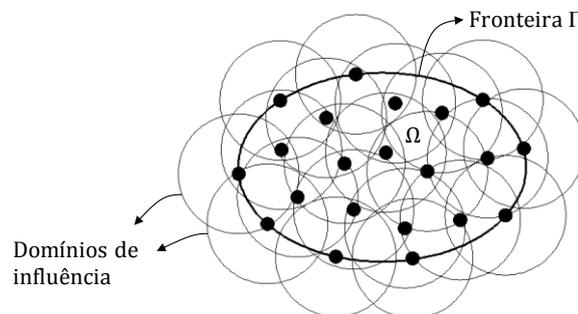


Figura 3.3- Domínios de influência circulares distribuídos por todo o domínio do problema (OLIVEIRA, 2016).

Além do mais, na aplicação do método sem malha, cada nó está associado a uma função de forma, que tem o propósito de relacionar, de forma aproximada, os nós distribuídos ao longo do domínio do problema (VIANA, 1998).

3.2. EFGM

3.2.1. Introdução ao EFGM

Proposto em 1994 por Belytschko, o método EFGM tem sido aplicado nas diversas áreas da engenharia. Inicialmente foi utilizado para a solução de problemas de mecânica (BELYTSCHKO; LU; GU, 1994) e (BELYTSCHKO; DOLBOW, 1998), posteriormente teve sua aplicação estendida para outras áreas da engenharia tais como, propagação de onda (LU; BELYTSCHKO; TABBARA, 1995), acústica (BOUILLARD; SULEAU, 1998) e (SULEAU; DERAEMAER; BOUILLARD, 2000), fluxo de fluidos (SINGH, 2004), modelagem de problemas eletromagnéticos (COPPOLI, 2010) e aterramentos elétricos (OLIVEIRA, 2016).

Dentre os métodos sem malha disponíveis na literatura, o EFGM tem sido um dos mais utilizados e aplicado, pois é muito simples, extremamente robusto, tem boa taxa de convergência e seu processo de integração não depende da distribuição de nós, embora exija a utilização de uma célula de fundo para realizar a integração numérica.

O EFGM utiliza o MLS (LANCASTER; SALKAUSKAS, 1981) como uma forma de aproximação para construção das funções de forma, o método de Galerkin para desenvolver o sistema de equações discretizado, e uma malha de fundo para calcular as integrais (LIU, 2002). Como as funções de forma MLS não atendem a propriedade do delta de Kronecker, técnicas adicionais como os multiplicadores de Lagrange (BELYTSCHKO; LU; GU, 1994) e o método das penalidades (ATLURI; ZHU, 1998) são necessárias para impor as condições de contorno de essenciais. Porém, caso sejam utilizadas funções janela singulares no MLS é possível interpolar ao invés de aproximar. Assim, nesse trabalho, é utilizada a técnica dos IMLS a fim de satisfazer a propriedade do delta de Kronecker (COPPOLI; MESQUITA; SILVA, 2009) e também garantir a imposição direta das condições de contorno essenciais ao sistema de equações lineares.

3.2.2. Função Janela

A função janela de suporte compacto pondera a relevância de cada nó sobre a vizinhança a sua volta. Então, ao considerar um ponto arbitrário x , o valor da função

janela é maior nos locais mais próximos do ponto arbitrário considerado e menor na região mais afastada do ponto x de interesse.

Assim, sobre cada nó do domínio é aplicada uma função janela de suporte compacto, simbolizada por $W(x)$. Vale lembrar que, o suporte de uma função é definido como a região do seu domínio onde ela é diferente de zero, de forma que essa região seja limitada. Além do mais, o suporte compacto pode ter formatos oval, circular ou retangular, de forma que os nós abrangidos pela função de suporte compacto determinem a aproximação do problema na região de um ponto x_I , conforme Figura 3.4.

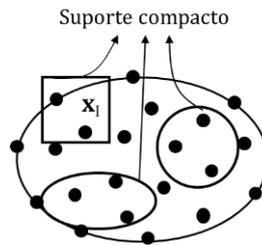


Figura 3.4 – Formatos da função janela aplicada sobre os nós do domínio (VIANA, 1998).

Dessa forma, o suporte compacto da função janela nos métodos sem malha é proporcional a distancia entre dois pontos distintos do domínio do problema. Assim, tem-se a função janela definida por (VIANA, 1998):

$$W_I(r_I) = \begin{cases} W(r_I) \neq 0, & \text{se } 0 \leq \frac{|\mathbf{x}_I - \mathbf{x}|}{d} \leq 1, \\ W(r_I) = 0, & \text{se } \frac{|\mathbf{x}_I - \mathbf{x}|}{d} > 1, \end{cases} \quad \forall \mathbf{x}_I \in \bar{\Omega}, I = 1, 2, \dots, N. \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{x}_I = (x, y)$ é a posição do nó I , d é o tamanho do raio suporte e N é o número total de nós distribuídos no domínio $\bar{\Omega}$. Para um ponto \mathbf{x} de interesse, a dimensão do domínio de influência é dada por:

$$d = \gamma \cdot d_n, \quad (3.2)$$

em que γ é uma constante para o ajuste do tamanho do domínio de influência que, em geral, varia entre 1,5 e 4, e d_n é a distância nodal que depende da distribuição dos nós considerada na análise (LIU, 2002).

Outra característica importante da função janela são as propriedades referentes aos movimentos de translação e dilatação. A propriedade da translação, permite que a função desloque sobre todo o domínio do problema dispensando, assim, o uso de

malhas. Já a propriedade de dilatação, é empregada como parâmetro de refinamento e está associada ao tamanho do raio suporte d (VIANA, 1998).

Portanto, pelo fato de na aplicação do método sem malha não haver conexão entre os nós distribuídos sobre o domínio do problema, deve haver uma maneira de relaciona-los. Então, a função de forma é construída a partir de uma função janela $W_I(\mathbf{x})$ de suporte compacto e tem por objetivo relacionar os nós distribuídos ao longo do domínio. Sendo assim, a função de forma utiliza a função janela como base e acaba herdando suas características de suporte compacto e da continuidade. Além disso, os diferentes tipos dos métodos sem malha são caracterizados devido aos diferentes métodos empregados para a construção da função de forma (LIU, 2002).

3.2.3. Método de Galerkin

O método de Galerkin é utilizado para passar o espaço e as funções do problema do domínio contínuo para o domínio discreto. A grandeza de interesse, a saber, o potencial elétrico V , pertence a certo espaço de funções $\mathcal{V}(\bar{\Omega})$ de dimensões infinitas. A partir das funções de forma, é construído um espaço de dimensão finita $\mathcal{V}^h(\bar{\Omega})$ e então se procura por uma aproximação V^h para o potencial elétrico entre os elementos de $\mathcal{V}^h(\bar{\Omega})$.

Seja $\mathcal{V}^h(\bar{\Omega})$ o espaço de todas as combinações lineares tais que:

$$\mathbb{P}^h = \sum_{I=1}^N \alpha_I a_I, \quad (3.3)$$

onde α_I , com $I = 1, 2, \dots, N$ são funções de forma que pertencem ao espaço $\mathcal{V}^h(\bar{\Omega})$ e a_I são constantes arbitrárias.

Então, aplica-se o método de Galerkin à forma fraca do problema. Assim, os elementos do espaço $\mathcal{V}^h(\bar{\Omega})$ são caracterizados por combinações lineares das funções de forma, de tal modo que um elemento arbitrário $u^h \in \mathcal{V}^h(\bar{\Omega})$ pode ser representado como:

$$u^h = \sum_{J=1}^N \Phi_J u_J, \quad (3.4)$$

onde Φ_J é a função de forma associada ao nó J , e u_J é o respectivo coeficiente de expansão (uma das N incógnitas a serem determinadas).

3.2.4. Mínimos Quadrados Móveis (MLS)

No EFGM um conjunto de N nós é espalhado sobre o domínio do problema Ω , cada nó, I , é um ponto $\mathbf{x}_I = (x, y) \in \Omega$ para o qual existe uma função de forma, $\Phi_I(\mathbf{x})$, associada. Então, a função desconhecida $u(\mathbf{x})$ pode ser aproximada por (LIU, 2002):

$$u(\mathbf{x}) \approx u^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^N \Phi_I(\mathbf{x}) v(\mathbf{x}_I) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}) \mathbf{v}, \quad (3.5)$$

onde $v(\mathbf{x}_I)$ é o coeficiente desconhecido do nó I .

Então, a aproximação de $u(\mathbf{x})$ em um ponto \mathbf{x} é realizada no MLS empregando uma base polinomial e um conjunto de coeficientes, da seguinte forma (BELYTSCHKO; DOLBOW, 1998):

$$u^h(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) = \sum_{i=1}^m p_i(\mathbf{x}_I) a_i(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_I) \mathbf{a}(\mathbf{x}), \quad (3.6)$$

onde $\mathbf{a}(\mathbf{x}) = [a_1(\mathbf{x}), a_2(\mathbf{x}), \dots, a_m(\mathbf{x})]$ são coeficientes a serem determinados e que dependem da posição espacial \mathbf{x} e $\mathbf{p}^T(\mathbf{x}_I) = [1, x, y, \dots, p_m(\mathbf{x}_I)]$ é uma base polinomial completa com m termos linearmente independentes.

O MLS utiliza um funcional $J(x)$, representado por uma norma discreta ponderada em L_2 , dado por:

$$J(x) = \sum_{I=1}^{N_p} W(r_I) [u(\mathbf{x}_I) - u^h(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I)]^2, \quad (3.7)$$

onde N_p é o número de nós envolvidos na aproximação, $W(r_I)$ é a função janela que depende da distância entre dois pontos e $r_I = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_I|/d_I$.

Na aproximação MLS para determinar os coeficientes $\mathbf{a}(\mathbf{x})$, minimiza-se o funcional $J(\mathbf{x})$ de modo que (VIANA, 1998):

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{a}(\mathbf{x})} = 0. \quad (3.8)$$

Assim, os coeficientes $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ são determinados por:

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) \mathbf{B}_I(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) \mathbf{v}, \quad (3.9)$$

onde

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) = \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_I) \mathbf{W}(r_I) \mathbf{P}(\mathbf{x}_I), \quad (3.10)$$

$$\mathbf{B}_I(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) = \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_I) \mathbf{W}(r_I), \quad (3.11)$$

$$\mathbf{v} = [u(\mathbf{x}_1), u(\mathbf{x}_2), \dots, u(\mathbf{x}_{N_P})], \quad (3.12)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}_I) = \begin{bmatrix} p_1(\mathbf{x}_1) & \cdots & p_m(\mathbf{x}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(\mathbf{x}_{N_P}) & \cdots & p_m(\mathbf{x}_{N_P}) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

e

$$\mathbf{W}(r_I) = \begin{bmatrix} W(r_1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & W(r_{N_P}) \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

A função de aproximação $u^h(\mathbf{x})$ pode ser expressa em termos da função de forma como:

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^{N_P} \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) \mathbf{B}_I(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) \mathbf{v}_I = \sum_{I=1}^{N_P} \Phi_I(\mathbf{x}) \mathbf{v}_I, \quad (3.15)$$

onde o vetor das funções de forma $\Phi(\mathbf{x})$ é dada por:

$$\Phi(\mathbf{x}) = [\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I) \mathbf{B}_I(\mathbf{x}, \mathbf{x}_I)] \quad (3.16)$$

Para determinar as derivadas parciais da função de aproximação $u^h(\mathbf{x})$, deve-se obter as derivadas das funções de forma. Dessa forma, as derivadas espaciais de $\Phi_I(\mathbf{x})$ podem ser obtidas por (VIANA, 1998):

$$\Phi_I(\mathbf{x})_{,i} = [\mathbf{p}^T]_{,i} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_I + \mathbf{p}^T [\mathbf{A}^{-1}]_{,i} \mathbf{B}_I + \mathbf{p}^T \mathbf{A}^{-1} [\mathbf{B}_I]_{,i}, \quad (3.17)$$

onde o subscrito, i denota as derivadas espaciais.

3.2.5. Mínimos Quadrados Móveis Interpolantes (IMLS)

O EFGM emprega o MLS e é construído a partir de uma função janela de suporte compacto, uma base polinomial, e um conjunto de coeficientes. Na aplicação do MLS são utilizadas diferentes tipos de função janela, entretanto, as mais comuns são: Função gaussiana, *Spline* cúbica e *Spline* quadrática (VIANA, 1998), que conduzem a funções de forma que não atendem o delta de Kronecker, assim, a imposição das condições de contorno essenciais se torna difícil, demandando a utilização de técnicas adicionais para sua imposição. Essa limitação pode ser evitada utilizando funções janela singulares, e assim é possível interpolar ao invés de aproximar (COPPOLI; MESQUITA; SILVA, 2009). O MLS empregando funções de forma singulares é chamado de método dos mínimos quadrados móveis interpolante. A função de forma resultante do IMLS atende à propriedade do delta de Kronecker, garantindo assim a imposição direta das condições de contorno essenciais ao sistema de equações lineares (COPPOLI, 2010).

A função janela com singularidade $W(r_I)$ do IMLS torna-se infinita no nó \mathbf{x}_I . Isto é, garante que a função de forma nos pontos próximos a esse nó possuam algum valor e à medida que os pontos se afastam de \mathbf{x}_I , a função $W(r_I)$ se aproxima de zero rapidamente (COPPOLI, 2010). Um exemplo de função janela capaz de fazer com que a função $W(r_I)$ tenda a zero assintoticamente à medida que r_I aumenta é dado por:

$$W(r_I) = \frac{1}{\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_I|}{d}\right)^{2n} + \delta}, \quad (3.18)$$

onde n é um número inteiro positivo para ajustar a precisão dos resultados e δ consiste em um número inteiro real positivo pequeno, na ordem de 10^{-10} , para evitar a singularidade da função $W(r_I)$.

O comportamento de uma função janela $W(r_I)$ do IMLS em uma dimensão, com $n = 5$, $d = 0,3$, $\delta = 1 \times 10^{-10}$ e $\mathbf{x}_I = 2$, conforme Equação (3.18) é apresentado na Figura 3.5. Percebe-se que a função $W(r_I)$ possui um valor muito grande, tendendo a infinito,

nos pontos próximos de $x = 2$, o que força a função de forma a atender a propriedade do delta de Kronecker. Já nos demais pontos fora do domínio de influência do nó analisado o valor da função tende a zero. Além disso, para efeito de comparação uma função janela do tipo *spline* cúbica comumente utilizada no MLS, também é representada mesma figura. Observa-se que, no ponto $x = 2$ a função *spline* cúbica possui valor próximo de um, já nos pontos localizados fora do domínio de influência do nó, o valor da função tende a zero.

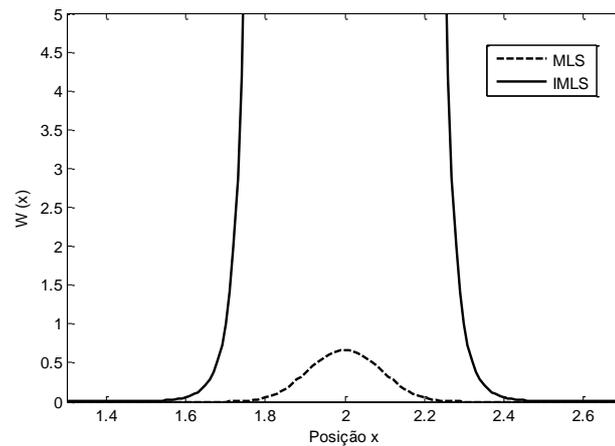


Figura 3.5 – Comparação entre as funções janela MLS e no IMLS (OLIVEIRA, 2016).

Neste trabalho é utilizado o EFGM empregando o IMLS que, por essa razão, é chamado de IEFGM.

3.2.6. Critério da Visibilidade

Para solução dos problemas de contorno cujo domínio é composto por meios contendo materiais diferentes, surge o problema de como tratar a descontinuidade na interface entre esses meios. Uma das técnicas mais utilizadas para resolução desse problema é a aplicação do Critério da Visibilidade (VIANA, 1998).

Na aplicação desse método, considera-se que os pontos distribuídos ao longo da fronteira entre dois meios distintos deverão exercer influencia sobre os dois lados dessa interface. Já aqueles nós cujo subdomínio possui interseção com a interface entre os dois meios, conforme Figura 3.6, terão o seu subdomínio truncado. Assim, permanecem dentro desse subdomínio apenas os pontos localizados na região do material no qual o nó está inserido (COPPOLI, 2010).

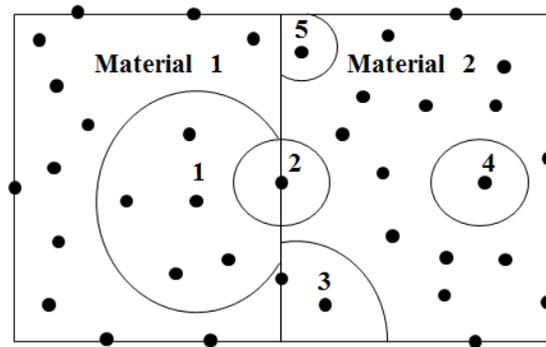


Figura 3.6 – Representação dos domínios de influência dos nós após aplicação do Critério da Visibilidade (COPPOLI, 2010).

Então, o critério da visibilidade introduz descontinuidades na função janela quando o suporte da função ultrapassa a interface entre os dois meios. Pois, os pontos localizados fora da região truncada não são incluídos no domínio de influência do nó. Dessa forma, força-se que a função janela seja nula nos nós que são excluídos do domínio de influencia, introduzindo assim, descontinuidades na função janela e consequentemente na função de forma (VIANA, 1998).

3.3. Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentadas as principais características dos métodos sem malha, dando ênfase ao IEFGM. Para desenvolvimento matemático do problema de aterramento em estudo, verificou-se que a implementação do IEFGM passa por diversas etapas, que vão desde a obtenção da forma fraca discretizada do PVC, à criação da função de forma a partir do IMLS, e por fim, a aplicação do critério da visibilidade.

Capítulo 4

Modelagem de Problemas de Aterramento em Baixa Frequência

Neste capítulo é realizada a modelagem dos problemas de aterramento em baixa frequência e são definidos os aspectos para análise do sistema de aterramento utilizando o método IEFGM. Também são apresentados os resultados da distribuição de potencial e da resistência de aterramento obtidos a partir da aplicação do IEFGM a sistemas de aterramento composto por uma haste inserida em solos homogêneos e heterogêneos.

A ferramenta computacional que implementa o IEFGM foi desenvolvida utilizando o ambiente MATLAB. Todas as simulações foram realizadas em um microcomputador Intel i5, 3,4 GHz e 8 GB de memória RAM.

Para a comparação dos resultados obtidos a partir do IEFGM é utilizado o Software comercial SEGround desenvolvido pela NSA Consultoria e Informática Ltda., cujo método implementado é o MoM (HEPPE, 1979).

4.1. Descrição do Problema

O problema de aterramento em estudo neste trabalho é composto por uma haste de aterramento comprimento L_h , raio R_h e condutividade elétrica σ_h enterrada em um solo de condutividade elétrica σ_s , definido por um volume esférico de raio R_D , submetida a um surto de corrente I_s injetada na extremidade da haste. O problema é ilustrado na Figura 4.1.

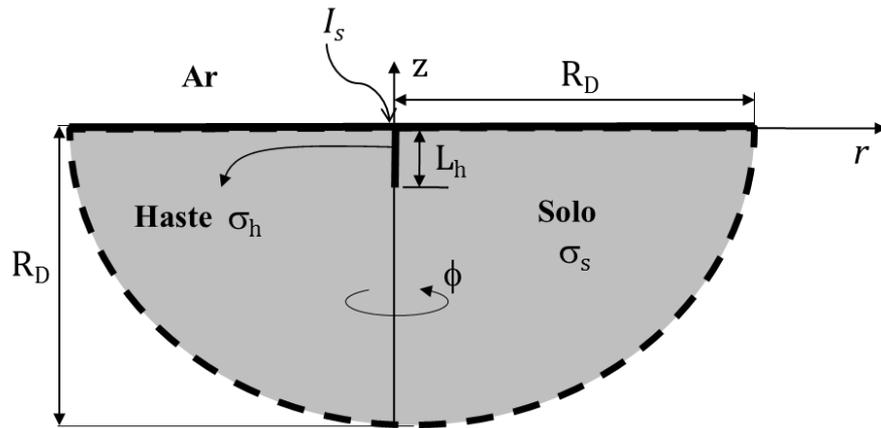


Figura 4.1 – Sistema de aterramento constituído de uma haste de aterramento inserida em solo de condutividade σ_s .

Tradicionalmente, os trabalhos que utilizam FEM para modelagem de sistemas de aterramentos (CARDOSO, 1993), (NEKHOUL *et al.*, 1995), (CARDOSO, 1994), resolvem as equações do problema impondo-se um potencial U diferente de zero no ponto de defeito, conforme Figura 4.2(a). Mas, na prática, isso não representa a realidade, porque o valor de U , em geral, é desconhecido, o que se conhece é o valor da corrente I injetada na haste, conforme Figura 4.2(b).

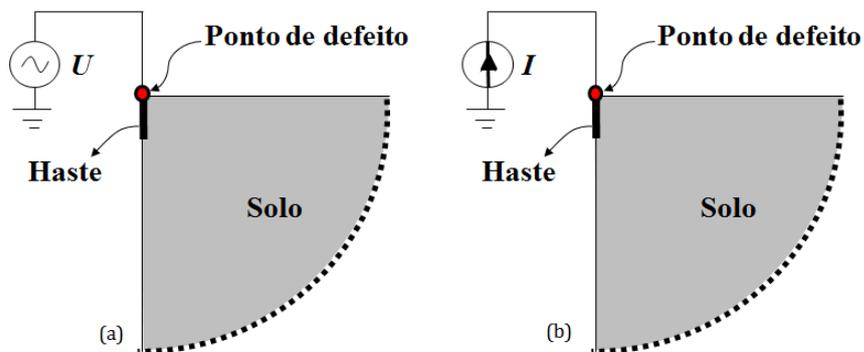


Figura 4.2 – Modelo de sistema de aterramento alimentado em tensão(a) e em corrente(b).

Outra desvantagem da imposição do potencial U no ponto de defeito é a dificuldade para o cálculo da resistência de aterramento. Nesse caso, para obtenção do valor de R_T é necessário calcular a corrente I que se dispersa para o solo. Para isso, deve-se encontrar a distribuição do potencial elétrico V em todo o domínio do problema, e escolher uma equipotencial para o cálculo do campo elétrico E . A partir da equipotencial escolhida, calcula-se a derivada do potencial elétrico V ao longo dessa superfície equipotencial, obtém-se o valor E e calcula-se a densidade de corrente J .

Posteriormente, por meio da integração numérica de J na superfície dessa mesma equipotencial é possível encontrar o valor de I . Finalmente, a resistência do sistema de aterramento é obtida a partir da razão entre a tensão U aplicada na haste e a corrente I calculada.

Percebe-se que a modelagem de problemas de aterramento a partir da imposição de potencial U no ponto de defeito permite solucionar o problema proposto e obter o valor da resistência de aterramento R_T ; porém essa técnica utiliza uma derivada sob a variável desconhecida que introduz imprecisão a solução do problema.

Após realizar uma ampla pesquisa bibliográfica, verificou-se que alguns trabalhos (TUMA, 2005) e (SILVA, 2006) solucionam as equações do problema de aterramento a partir da injeção de corrente diretamente no ponto de defeito, o que facilita muito a solução dos problemas de aterramento. Assim, a resistência do sistema de aterramento R_T pode ser obtida aplicando diretamente a lei de Ohm, a partir da razão entre a tensão calculada na haste V_h e a corrente injetada na haste I_s , sem a necessidade de derivar a variável desconhecida na solução do problema, no caso o potencial elétrico.

É importante destacar que de acordo com a pesquisa bibliográfica realizada neste trabalho, até a data de submissão desta dissertação, há apenas um trabalho (OLIVEIRA, 2016) que emprega MM na análise de aterramentos elétricos. Além disso, no modelo proposto por Oliveira é utilizada a técnica de imposição de um potencial U no ponto de defeito para análise do problema de aterramento. Então, a aplicação do MM na análise de problemas de aterramentos por meio da técnica de injeção de corrente é uma proposta inovadora. Com isso, pretende-se simplificar a implementação do problema eliminando-se algumas etapas e conseguir um ganho de precisão no resultado final do problema.

4.2. Modelagem Matemática do Problema de uma Haste

O problema de aterramento em baixa frequência sob investigação é um problema tridimensional e pode ser modelado a partir das seguintes equações:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (4.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (4.2)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (4.3)$$

em que \mathbf{E} é o campo elétrico, \mathbf{J} é a densidade de corrente elétrica e σ é a condutividade elétrica.

A Equação de Maxwell (4.1) indica que o campo elétrico é irrotacional para o regime estacionário, e assim, deve existir um potencial elétrico escalar V , tal que:

$$\mathbf{E} = -\nabla V. \quad (4.4)$$

Ao substituir (4.4) em (4.3) e (4.2), obtém-se o seguinte problema de contorno para solo homogêneo ($\sigma = \text{constante}$) (OLIVEIRA, 2016):

$$\nabla \cdot (-\sigma \nabla V) = 0 \text{ em } \Omega, \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{n}} = 0 \text{ em } \Gamma_n, \quad (4.6)$$

$$V = V_d \text{ em } \Gamma_d, \quad (4.7)$$

$$V = V_h \text{ em } \Gamma_h, \quad (4.8)$$

$$I = I_s \text{ em } \Gamma_t, \quad (4.9)$$

em que Γ_n corresponde às fronteiras de Neumann, onde a derivada do potencial V na direção normal é conhecida, Γ_d corresponde às fronteiras de Dirichlet, onde o potencial V é imposto ou conhecido, Γ_h representa a área lateral ao longo da haste de aterramento, nessa fronteira o valor do potencial V ao longo do eletrodo é constante e Γ_t representa o topo do eletrodo, onde é feita a injeção de corrente. Já Ω representa o domínio do problema e $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal externo a Γ_n , conforme Figura 4.3.

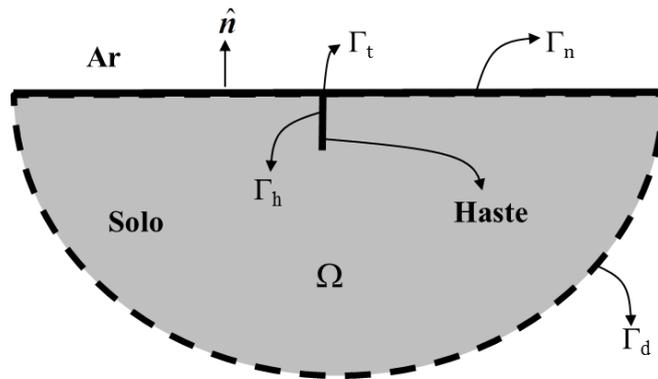


Figura 4.3 – Imposição das condições de contorno.

É utilizada uma abordagem diferencial para modelagem do problema, a Equação diferencial (4.5) que descreve o fenômeno corresponde à equação de Laplace, sujeita às condições de contorno de Neumann homogênea (4.6) em Γ_n e de Dirichlet (4.7) em Γ_d .

A solução do problema formulado por (4.5) a (4.9) fornece o potencial escalar elétrico V em qualquer ponto do domínio Ω , quando o mesmo é submetido a uma elevação de potencial relativo ao terra remoto (infinito). Essas equações são conhecidas como forma forte do problema. Para alguns casos práticos, como o problema sob estudo, a solução analítica a partir da forma forte é difícil ou até mesmo impossível. Assim, é necessário formular o problema de modo a admitir condições mais fracas para a solução e suas derivadas.

Para a análise do sistema de aterramento em estudo, é conveniente a adoção do sistema de coordenadas cilíndricas. Assim, a Equação (4.5) pode ser reescrita como:

$$\sigma \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \sigma \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \sigma \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \text{ em } \Omega. \quad (4.10)$$

Para obter a forma fraca da Equação (4.10) aplica-se o Método dos Resíduos Ponderados, utilizando T como função de ponderação, conforme indicado na Equação (4.11):

$$\int_{\Omega} \left[\sigma \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \sigma \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \sigma \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right] T d\Omega = 0, \quad (4.11)$$

em que $d\Omega$ representa o diferencial de volume, que para este caso é igual a $rdrd\phi dz$.

Aplicando a 2ª identidade de Green a Equação (4.11) obtém-se:

$$\begin{aligned} \sigma \int_{\Omega} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^3} \frac{\partial T}{\partial \phi} \left(r \frac{\partial V}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial z} \left(r \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right] d\Omega \\ - \oint_{\Gamma} T \sigma r \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \mathbf{n} d\Gamma = 0, \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde $\Gamma = \Gamma_d \cup \Gamma_n \cup \Gamma_h \cup \Gamma_t$, é toda a fronteira superficial do problema, sendo que Γ_h representa a área lateral ao longo da haste e Γ_t o topo do eletrodo.

Devido à simetria axial do problema, é possível abordá-lo de forma bidimensional. Para isso, considera-se a parcela $\partial V / \partial \phi$ da Equação (4.11), igual à zero, uma vez que o potencial elétrico não varia na direção ϕ . Assim, apenas o plano rz deve

ser considerado. Analisando a simetria do problema bidimensional ele pode ser reduzido conforme ilustrado na Figura 4.4. Neste caso, a fronteira de simetria sob o eixo z é composta pela haste de aterramento e uma fronteira onde é aplicada a condição de Neumann.

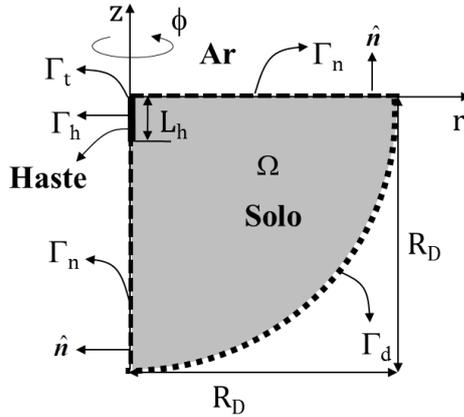


Figura 4.4 – Simplificação do problema de aterramento.

Rearranjando a Equação (4.11) tem-se:

$$2\pi \int_{\Omega} \left[\frac{\partial T}{\partial r} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial T}{\partial z} \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right) \right] d\Omega - \oint_{\Gamma} T \sigma r \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \mathbf{n} d\Gamma = 0, \quad (4.13)$$

em que $d\Omega$ representa, neste caso, o diferencial de área que é igual a $rdrdz$.

A segunda parcela da Equação (4.13) envolve derivadas na direção normal a fronteira Γ . Sobre a parcela Γ_n essa derivada é igual à zero, conforme Equação (4.6). Já sobre a parcela Γ_d o valor de V é conhecido e pode ser imposto diretamente no sistema linear e, portanto não precisa ser calculada. Além disso, devido ao fato da análise ser realizada em baixa frequência e da haste ser considerada como condutor quase perfeito, o valor do potencial V na fronteira Γ_h ao longo do eletrodo é constante. Assim, a lateral da haste pode ser considerada uma superfície equipotencial, dispensando a resolução da segunda parcela da Equação (4.13) sobre essa fronteira. Restando assim, a parcela sobre o topo do eletrodo Γ_t que pode ser reescrita como:

$$\int_{\Gamma_t} T \sigma r \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \mathbf{n} d\Gamma_t = \int_{\Gamma_t} T \sigma r \nabla V \cdot \mathbf{n} d\Gamma_t. \quad (4.14)$$

Ao substituir a Equação (4.4) na Equação (4.14), tem-se que:

$$\int_{\Gamma_t} T \sigma r \nabla V \cdot \mathbf{n} d\Gamma_t = \int_{\Gamma_t} T \sigma (-\mathbf{E}) r \cdot \mathbf{n} d\Gamma_t = - \int_{\Gamma_t} T \mathbf{J} r \cdot \mathbf{n} d\Gamma_t. \quad (4.15)$$

Então, a forma fraca do problema também pode ser escrita como:

$$2\pi \int_{\Omega} \left[\frac{\partial T}{\partial r} \left(\sigma \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial T}{\partial z} \left(\sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right] d\Omega + \int_{\Gamma_t} T \mathbf{J} r \cdot \mathbf{n} d\Gamma_t = 0. \quad (4.16)$$

A 2ª integral na Equação (4.16) pode ser simplificada para:

$$\int_{\Gamma_t} T \mathbf{J} r \cdot \mathbf{n} d\Gamma_t = T \cdot I_s |_{\Gamma_i}. \quad (4.17)$$

onde Γ_i é o ponto de injeção de corrente no centro da área de seção reta do eletrodo, conforme ilustrado na Figura 4.5 (SILVA, 2006).

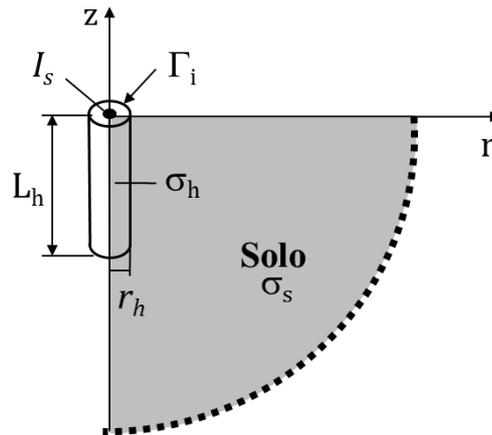


Figura 4.5 – Representação do ponto de injeção de corrente Γ_i da haste de aterramento.

Desta forma, a Equação (4.16) se reduz a:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial T}{\partial r} \left(\sigma \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial T}{\partial z} \left(\sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right] d\Omega + T \frac{I_s}{2\pi} \Big|_{\Gamma_i} = 0. \quad (4.18)$$

4.3. Imposição das Condições de Contorno Essenciais

Conforme apresentado na Seção 4.2, o problema de aterramento composto por uma haste enterrada no solo pode ser modelado pelas Equações (4.5) a (4.9). Assim, a Equação diferencial (4.5) que rege o problema está sujeita às condições de contorno de

Dirichlet na fronteira Γ_d , de Neumann homogênea nas fronteiras Γ_n e à condição de Neumann não homogênea no ponto Γ_i , conforme Figura 4.6, onde são incluídos os nós para aplicação do IEFGM.

Nas fronteiras Γ_n são impostas as condições de contorno de Neumann homogênea. Uma vez que são fronteiras onde a derivada do potencial na direção normal é nula, não é necessário nenhum processo adicional para imposição dessas condições de contorno. Já a imposição das condições de contorno de Dirichlet na fronteira Γ_d é descrita a seguir nas seções 4.3.1 e 4.3.2, respectivamente.

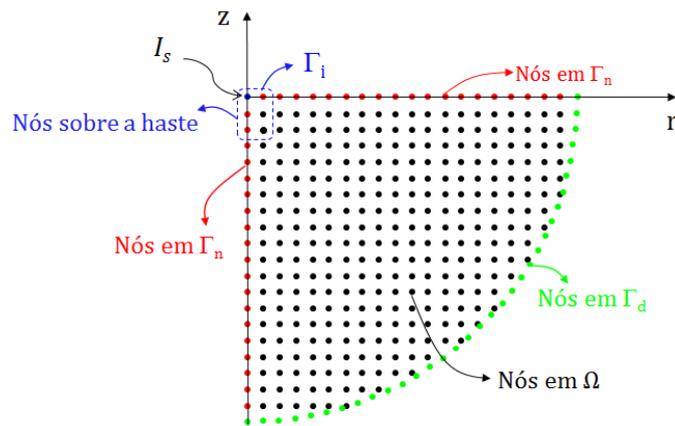


Figura 4.6 – Imposição das condições de contorno do problema de aterramento.

Para a solução de problemas abertos utilizando métodos diferenciais como o IEFGM é necessário truncar a região de análise do problema utilizando uma fronteira de forma a limitar o tamanho do domínio computacional e impor uma condição de contorno apropriada na fronteira. Essa ação impacta diretamente na precisão da solução do problema.

No caso do problema sob estudo neste trabalho a modelagem correta implicaria em colocar Γ_d no infinito, onde o valor de V_d é efetivamente zero. Porém, como essa solução é impossível computacionalmente, Γ_d é trazida para uma região próxima ao eletrodo, mas longe o suficiente para que ainda possa assumir $V_d = 0$. Entretanto, essa aproximação implica em perda de precisão nos resultados. Assim, a fim de melhorar a precisão da solução, sem elevar de sobremaneira o custo computacional, neste trabalho é aplicada a metodologia para aproximação do potencial V_d na fronteira Γ_d , para problemas de aterramento, considerando solos homogêneos, proposta em (OLIVEIRA, 2016), e descrita na Seção 4.3.1.

Para solos heterogêneos, neste trabalho é proposta uma nova forma para inclusão do valor de V_d na fronteira Γ_d , na análise de problemas modelados por equação diferencial. Nesse caso, o método das imagens é utilizado juntamente com a metodologia de aproximação da haste por uma fonte pontual de corrente em um solo de duas camadas horizontais. Assim, é aplicada uma adaptação da abordagem para solução de problemas de aterramento considerando solos com mais de uma camada proposta por (RAGGI, 2010). Na análise realizada por Raggi são consideradas quatro situações distintas para a posição relativa da fonte de corrente $P_o(x_o, y_o, z_o)$, e do ponto $P(x, y, z)$, em que se deseja calcular o valor do potencial. Após testar cada uma das situações, verificou-se que quando a fonte de corrente P_o e o ponto P são considerados na primeira camada do solo obtêm-se a melhor aproximação para o potencial V_d na fronteira Γ_d , para problemas de aterramento, considerando solos heterogêneos, conforme apresentado na Figura 4.7 e descrito na Seção 4.3.2.

4.3.1. Condição Dirichlet na Borda Γ_d para Solos Homogêneos

Para os problemas de aterramento considerando solos homogêneos, a aproximação do potencial V_d na fronteira Γ_d é realizada a partir do potencial gerado em um ponto no espaço devido a uma corrente pontual, em detrimento de se impor um valor igual a zero. A equação que expressa o potencial em um dado ponto em relação ao infinito devido a uma corrente pontual é dada por (OLIVEIRA, 2016):

$$V_d = \frac{\rho I}{2 \pi D}, \quad (4.19)$$

em que ρ é a resistividade do solo uniforme, I é a corrente que dispersa pelo aterramento e D é a distância do ponto ao sistema de aterramento.

Essa aproximação só é válida para pontos distantes do sistema de aterramento em solos homogêneos, onde as equipotenciais podem ser assumidas como aproximadamente hemisféricas, independentemente da geometria do arranjo de aterramento.

4.3.2. Condição Dirichlet na Borda Γ_d para Solos Heterogêneos com Duas Camadas

Para os problemas de aterramento considerando solos heterogêneos com duas camadas, a aproximação do potencial V_d na fronteira Γ_d é realizada a partir do potencial gerado em um ponto $P(x, y, z)$, localizado na primeira camada do solo, devido a uma fonte de corrente pontual i situada no ponto $P_0(x_0, y_0, z_0)$, também inserida na primeira camada de um solo de duas camadas (ρ_1 e ρ_2), sendo H a altura da camada superior, conforme Figura 4.7.

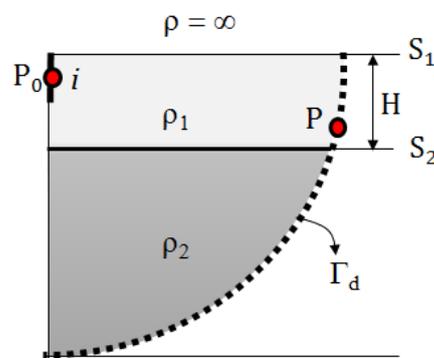


Figura 4.7 – Fonte e objeto localizados na primeira camada de um solo com duas camadas horizontais.

Considerando a resistividade do ar tendendo ao infinito, tem-se uma reflexão no plano S_1 , localizado entre a interface do ar com a primeira camada do solo. Aplicando o método das imagens, o sistema é substituído pelo sistema equivalente da Figura 4.8, no qual a reflexão em S_1 é representada por uma segunda fonte de corrente i , em P'_0 , equidistante de P_0 em relação ao plano S_1 .

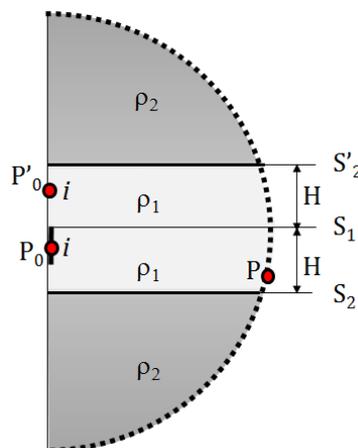


Figura 4.8 – Representação da reflexão total no plano S_1 .

Considerando-se as sucessivas reflexões nos planos S_2 e S'_2 , devido as ondas irradiadas a partir de P_0 e P'_0 , tem-se uma série infinita de imagens. Assim, o potencial V em um ponto genérico P em relação ao infinito devido a uma fonte de corrente pontual é dado por (RAGGI, 2010):

$$V = \frac{\rho_1 I}{4 \pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(r^2 + (z - z_0)^2)}} + \frac{1}{\sqrt{(r^2 + (z - z_0)^2)}} + \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left[\frac{1}{\sqrt{(r^2 + (z - 2nH + z_0)^2)}} + \frac{1}{\sqrt{(r^2 + (z - 2nH + z_0)^2)}} + \frac{1}{\sqrt{(r^2 + (z + 2nH + z_0)^2)}} + \frac{1}{\sqrt{(r^2 + (z + 2nH + z_0)^2)}} \right] \right\} \quad (4.20)$$

em que ρ_1 é a resistividade da primeira camada, I é a corrente que dispersa pelo aterramento e r é a distância do ponto ao sistema de aterramento. Além disso, n é o número de imagens consideradas e k é o fator de reflexão dado por:

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad (4.21)$$

Para a validação da metodologia proposta, são realizadas algumas simulações variando os valores dos seguintes parâmetros: resistividade das camadas (ρ_1 e ρ_2), espessura H da primeira camada, comprimento da haste L_h , raio da haste R_h e domínio de truncamento do problema D , conforme os resultados apresentados na Tabela 4-1.

Tabela 4-1 – Resultados – Potencial na borda Γ_d para solos heterogêneos com duas camadas.

Estudos de caso	R_h (m)	L_h (m)	1ª Camada ρ_1 ($\Omega.m$)	2ª Camada ρ_2 ($\Omega.m$)	H (m)	D (m)	V_{dIEFGM} (V)	V_{dMoM} (V)	E_r de V_d (%)
Caso 1	0,05	1	1000	100	2	10	1691,3	1694,9	0,21
Caso 2	0,05	1	100	1000	2	10	9457,4	9458,9	0,01
Caso 3	0,05	1	1000	100	8	10	6207,8	6225,8	0,28
Caso 4	0,05	1	100	1000	8	10	4690,5	4691,4	0,02
Caso 5	0,05	2,5	1000	100	2	25	638,8	640,6	0,29
Caso 6	0,05	2,5	100	1000	2	25	5102,5	5105,1	0,05
Caso 7	0,05	2,5	1000	100	8	25	858,3	866,2	0,92
Caso 8	0,05	2,5	100	1000	8	25	3066,4	3065,7	0,02
Caso 9	0,05	1	1000	354,83	2	10	5886,7	5878,7	0,13
Caso 10	0,05	1	1000	179,48	2	10	3013,6	3008,5	0,16
Caso 11	0,05	1	100	645,16	2	10	7203,1	7201,3	0,02
Caso 12	0,05	1	100	641,02	2	10	7172,5	7170,7	0,02

Os valores do potencial $V_{d\ IEFGM}$ na fronteira Γ_d obtidos são comparados com os valores do potencial $V_{d\ MoM}$ obtidos a partir do Software SEGround que implementa uma modelagem baseada no MoM. Nessa avaliação é considerado o erro percentual relativo (E_r), a partir da seguinte definição de erro:

$$E_r = \left| \frac{S^{MoM} - S^{IEFGM}}{S^{MoM}} \right| \cdot 100\%, \quad (4.22)$$

Como pode ser verificado na Tabela 4-1, os valores dos potenciais $V_{d\ IEFGM(V)}$ e $V_{d\ MoM(V)}$ obtidos são muito próximos, o que demonstra uma boa exatidão da metodologia desenvolvida para obtenção da aproximação do potencial na borda Γ_d para solos heterogêneos com duas camadas. Ao comparar os valores do potencial V_d calculado a partir de cada método, é possível verificar uma boa concordância entre os métodos, caracterizada por um desvio inferior a 1%.

4.4. Aplicação do Método IEFGM ao Problema

4.4.1. Equações Matriciais do Problema de Aterramento

Com o objetivo de facilitar a aplicação do método IEFGM ao problema sob estudo, a Equação (4.16), deve ser reescrita em formato matricial da seguinte forma:

$$[K][v] = [F], \quad (4.23)$$

onde:

$$K_{IJ} = K(\Phi_I, \Phi_J) = \int_{\Omega} \left[\frac{\partial T_I}{\partial r} \left(\sigma \frac{\partial V_J}{\partial r} \right) + \frac{\partial T_I}{\partial z} \left(\sigma \frac{\partial V_J}{\partial z} \right) \right] d\Omega = 0, \quad (4.24)$$

$$F_I = T_I \frac{I_s}{2\pi} \Big|_{I=\Gamma_i}. \quad (4.25)$$

Os elementos da matriz K são calculados solucionando a integral numericamente utilizando a Quadratura Gaussiana, a qual é aplicada a uma estrutura auxiliar de células retangulares sobre o domínio do problema. Dessa forma, a solução do sistema linear da

Equação (4.23) proporciona como resultado a distribuição de potencial V em todos os nós do problema, inclusive dos nós colocados sobre a haste de aterramento.

4.4.2. Parâmetros do IEFGM

Com a finalidade de encontrar respostas mais precisas para o método IEFGM, deve-se analisar o impacto da variação dos valores de alguns parâmetros utilizados no método sem malhas aplicado ao problema de aterramento.

Primeiramente deve-se avaliar o impacto da variação do número de nós (NN) na solução do problema a partir do IEFGM. Para que o método produza uma boa aproximação para V é importante que NN seja suficientemente grande, capaz de descrever adequadamente a variação de V . A Figura 4.9 apresenta a distribuição de nós não uniforme sobre o domínio do problema de aterramento em estudo, constituída por duas regiões com densidades de nós distintas. A maior densidade de nós próximo da haste é adequada, pois esta região é onde ocorre a maior variação de V .

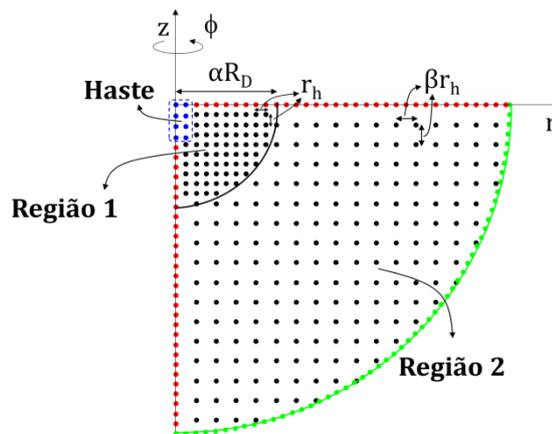


Figura 4.9 – Distribuição dos nós não uniforme no domínio do problema.

Ao adotar a distribuição de nós não uniforme é possível obter uma redução significativa do tempo de processamento, além de uma boa precisão dos resultados. Vale ressaltar que, o parâmetro α representa um fator de proporcionalidade em relação à R_D e define o tamanho do raio da região 1, β por sua vez, é um fator de proporcionalidade para a determinação do espaçamento dos nós da região 2 em função do espaçamento dos nós da região 1, que é igual ao raio do eletrodo r_h .

Além disso, é utilizada uma distribuição regular de nós em cada região do problema, em função do raio do eletrodo R_h , o que torna possível realizar a análise para qualquer tipo de haste de aterramento. Assim, a haste é inserida naturalmente na formulação do problema, por meio da distribuição de nós sobre o perímetro do eletrodo de aterramento, conforme Figura 4.9. A única exigência para modelagem da haste de aterramento é que seja informada a condutividade elétrica σ_h do eletrodo, no qual é aplicada uma condição de contorno para verificar a descontinuidade, por meio do critério da visibilidade, conforme descrito na Seção 3.2.6.

Outro parâmetro importante para o método IEFGM refere-se à distribuição de pontos de integração. Esses pontos, também chamados de pontos de Gauss, correspondem ao local onde é realizada a integração numérica e são gerados com o auxílio de um arranjo de células de integração. Esse arranjo deve envolver todo o domínio do problema e suas células são independentes dos nós distribuídos. A Figura 4.10 apresenta um exemplo de malha de fundo utilizada no processo de integração numérica com um conjunto de 2×2 pontos de Gauss para cada célula. Ressalta-se que o tamanho das células, bem como, a quantidade de pontos de Gauss por célula são parâmetros que podem ser alterados.

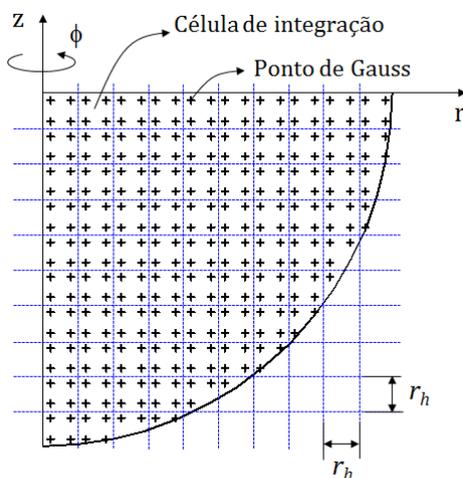


Figura 4.10 – Exemplo de distribuição dos pontos de integração no domínio do problema.

A razão entre o número de pontos de integração, NPI , e o número de nós, NN , é outro parâmetro muito importante para a convergência do método, denominado Razão Gauss Nós (RGN). De acordo com (LIU, 2002), para problemas 2D essa razão deve ser maior que 67%, para que a precisão dos resultados seja mantida. Essa regra é um

requisito necessário, mas para alguns casos não é garantia de ser suficiente. Por isso, para cada problema, é necessário realizar uma análise da RGN.

O tamanho do domínio de influência dos nós se relaciona diretamente com a eficiência e a precisão do método sem malha. Esse parâmetro indica a quantidade de nós envolvida na determinação da solução aproximada ao redor de um determinado nó. O domínio de influência deve variar entre 1,5 a 4 vezes a distância entre os nós (LIU, 2002). A avaliação desse parâmetro representa uma etapa importante na busca por bons resultados e bom desempenho computacional.

Para um ponto x de interesse, a dimensão do domínio de influência é dada pela Equação (3.2), onde γ é uma constante para o ajuste do tamanho do domínio de influência que, em geral, varia entre 1,5 e 4.

4.5. Tratamento da Não Homogeneidade

Na análise do comportamento de sistemas de aterramento em baixa frequência são utilizados métodos numéricos para a solução das equações do problema. Dentre os métodos empregados na modelagem de sistemas de aterramentos, destaca-se o MoM. Entretanto, ao se utilizar esse método tem-se dificuldade em se considerar meios heterogêneos, como é o caso dos solos reais em que os eletrodos estão inseridos. Na maioria dos casos analisados, os solos estratificados são analisados pela extensão do Método das Imagens (STRATTON, 1941), porém, a consideração de meios com mais de uma camada eleva custo computacional, principalmente em arranjos de aterramento mais complexos. A fim de simplificar as análises, em alguns casos, os solos estratificados são transformados em um modelo equivalente, composto por um solo homogêneo com uma dada resistividade equivalente, o que nem sempre leva a resultados precisos.

Neste trabalho é realizada a aplicação do IEFGM para solução de problemas de aterramento em solos com uma ou mais camadas. A grande vantagem desse método é o fato de não utilizar malhas explicitamente. Assim, a distribuição de nós não requer conectividade entre eles, é necessário apenas que essa distribuição cubra todo o domínio do problema analisado e suas fronteiras Γ . A Figura 4.11(a) apresenta a distribuição de nós não uniforme adotada para o problema de aterramento considerando solos homogêneos. Já para a avaliação de solos não homogêneos, além de

realizar a distribuição de nós nas fronteiras de Neumann, Γ_n , e Dirichlet, Γ_d , também devem ser colocados nós na interface em Γ_b que separa os dois meios, conforme representado na Figura 4.11(b). Além disso, verifica-se que o potencial V tem derivadas descontínuas na direção normal a Γ_b . Para o tratamento da descontinuidade entre as camadas do solo com resistividades distintas aplica-se o critério de visibilidade, conforme Seção 3.2.6.

Sabe-se que tratar meios não homogêneos é sempre complicado, devido à descontinuidade existente na interface que separa os dois meios. Porém, a técnica utilizada neste trabalho, *meshless* com funções interpolantes, permite uma transição suave entre os meios distintos, evitando oscilação na interface em Γ_b , o que faz com que a solução seja mais precisa.

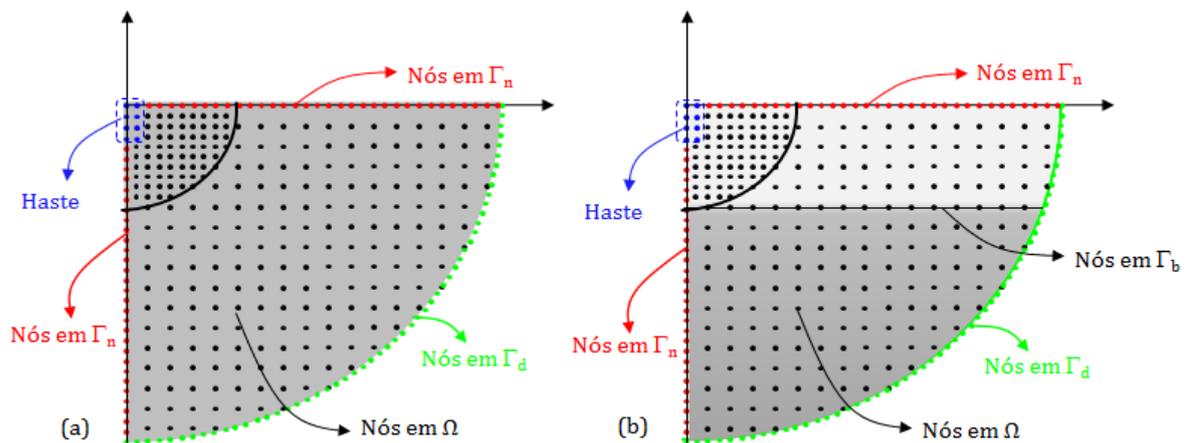


Figura 4.11 – Distribuição de nós não uniforme para problemas em solo homogêneo (a) e em solo heterogêneo (b).

Um fato importante a ser observado é que a demanda computacional para aplicação do IEFGM é determinada pelos valores de NN e NPI utilizados. Como esses valores, neste trabalho, são definidos em função do valor do raio da haste R_h , a demanda computacional é a mesma para a solução problemas de aterramento em solos com uma ou duas camadas, desde que seja utilizado o mesmo eletrodo nas duas análises. Assim, pelo fato de o número de nós do problema analisado não possuir nenhum tipo de relação com o número de camadas, é possível afirmar que a metodologia proposta é capaz de avaliar com precisão problemas de aterramento elétrico em solos com uma ou mais camadas sem incremento dos requisitos computacionais.

4.6. Resultados

Com o objetivo de avaliar o método IIEFGM em aplicações envolvendo sistemas de aterramento considerou-se uma configuração de aterramento composta por uma haste de comprimento L_h , inserida em solos homogêneos e em solos heterogêneos, estratificados em duas e três camadas horizontais, submetida a uma corrente de falta I_s injetada na extremidade superior da haste igual a 1000 A. O domínio de simulação é truncado com raio $R_D = 10 L_h$ e o valor do potencial V_d é imposto na fronteira Γ_d . Os problemas com uma e duas camadas são ilustrados na Figura 4.12.

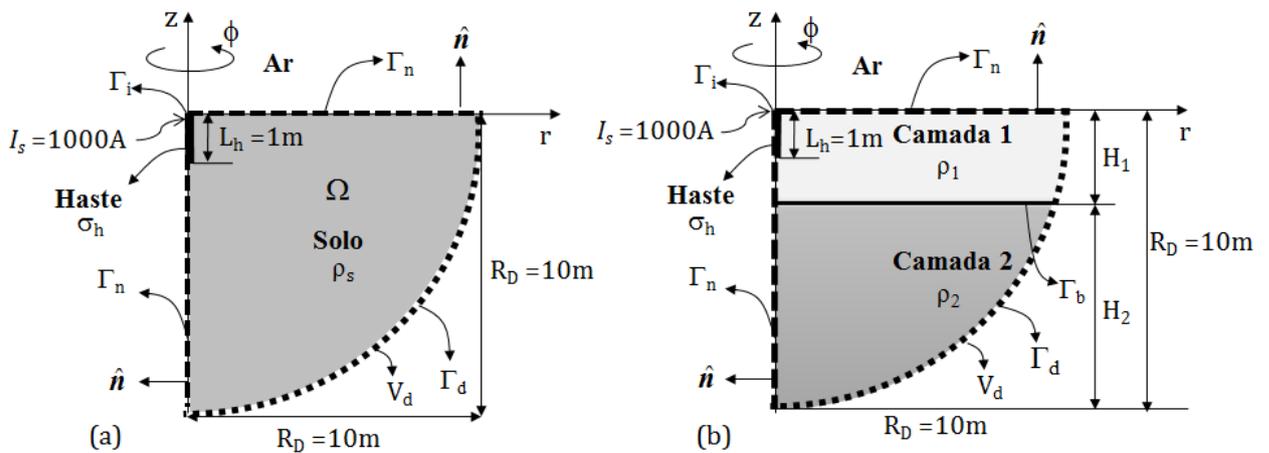


Figura 4.12 – Sistema de aterramento composto por uma haste inserida em solo homogêneo (a) e em solo heterogêneo (b).

Além disso, nas análises realizadas neste trabalho as hastes com diâmetros comerciais são denominadas de hastes convencionais. Dentre as hastes convencionais, são apresentados os resultados apenas para a de raio igual a 0,0127 m. Como pode ser observado, para este caso, o custo computacional foi bastante elevado o que inviabilizou a análise de configurações de hastes com raios inferiores a esse. Por isso, a fim de reduzir o custo computacional foi utilizada uma malha com a distribuição de nós não uniforme, conforme ilustrado na Figura 4.11.

A partir de hastes convencionais é possível projetar várias configurações de aterramento. Uma dessas configurações consiste em revestir/encapsular uma haste de aterramento com um material de resistividade inferior à do solo circunvizinho, formando um cilindro cravado no solo. Esse tipo de configuração de aterramento é denominada ao longo do texto de hastes encapsuladas. Assim, considera-se que o raio

das hastes encapsuladas é igual ao raio do cilindro formado pelo meio que envolve a haste. O tamanho desse raio é variável e no presente estudo considera-se uma faixa de valores entre 0,1 m e 0,04 m. Dessa forma, nas simulações realizadas neste trabalho considera-se o raio da haste variando de 0,1 m a 0,0127 m.

Como já mencionado, na modelagem adotada o sistema de aterramento é alimentado por uma corrente de falta I_s injetada diretamente no ponto de defeito, Γ_i . Então, a resistência do sistema de aterramento R_T é obtida a partir da razão entre a tensão calculada na haste V_h e a corrente injetada I_s . Dessa forma, são obtidos os potenciais gerados ao nível do solo e a resistência de aterramento para as configurações consideradas.

4.6.1. Descrição dos Problemas Sobre Análise

Com o intuito de avaliar a aplicação do modelo desenvolvido utilizando o IEFGM na análise de sistemas de aterramento elétrico, o problema sob estudo neste trabalho é resolvido considerando diversas situações específicas, tratadas por meio de diferentes estudos de casos.

Inicialmente é analisado o caso mais simples. Considera-se um sistema de aterramento composto por uma haste, convencional ou encapsulada, inserida em um solo homogêneo com resistividade de $1 \Omega \cdot m$. Então, são realizadas várias simulações, a fim de obter a distribuição de potencial e resistência de aterramento a partir da aplicação do IEFGM, para cada caso analisado, variando o raio da haste de 0,1 m a 0,0127 m.

Como um segundo estudo de caso, considera-se uma configuração de aterramento composta por uma haste, convencional ou encapsulada, inserida em um solo estratificado em duas camadas horizontais com resistividades de ρ_1 e ρ_2 e espessuras H_1 e H_2 . Então, são realizadas algumas análises dos problemas de aterramento variando os valores das resistividades ρ_1 e ρ_2 e espessuras H_1 e H_2 das camadas horizontais do solo estratificado. Além disso, os valores do potencial no eletrodo V_h e da resistência de aterramento R_T são calculados a partir da aplicação do IEFGM, para cada caso analisado, e comparados com os resultados obtidos pelo MoM.

Outro estudo de caso proposto, é a análise de sistemas de aterramento com hastes profundas. Esta proposta tem como objetivo principal aumentar o comprimento L_h da haste, permitindo que a haste profunda atravesse a interface Γ_b entre a primeira e a segunda camada do solo heterogêneo, reduzindo o valor da resistência de aterramento R_T . Nesse estudo de caso também são realizadas algumas análises variando os valores das resistividades ρ_1 e ρ_2 e espessuras H_1 e H_2 das camadas horizontais do solo estratificado, também é realizado o cálculo de V_h e R_T para cada caso analisado.

Por último é proposta a análise de uma configuração de aterramento composta por uma haste, convencional ou encapsulada, inserida em um solo estratificado em três camadas horizontais com resistividades de ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 e espessuras H_1 , H_2 , e H_3 . A fim de analisar a dispersão da corrente de falta em solo heterogêneo composto por três camadas, são realizadas as análises de alguns problemas de aterramento variando os valores das resistividades ρ_1 , ρ_2 e ρ_3 e espessuras H_1 , H_2 , e H_3 das camadas horizontais do solo estratificado. Os valores de V_h e R_T para os casos diferentes, considerando haste encapsulada e convencional, são comparados com os resultados obtidos a partir do MoM, utilizando um modelo equivalente de duas camadas.

A partir de todas essas análises foi possível obter os potenciais ao nível do solo e a resistência de aterramento para diferentes valores de resistividade do solo e de raio da haste de aterramento, demonstrando a viabilidade do uso do IEFGM para esse tipo de aplicação.

4.6.2. Erro

Para a avaliação da consistência dos resultados obtidos a partir do modelo desenvolvido utilizando o IEFGM, é realizada uma comparação entre esses resultados com aqueles obtidos a partir do Software SEGround que implementa uma modelagem baseada no MoM. Nessa avaliação é considerado o erro percentual médio (E_{med}), o erro percentual máximo (E_{max}) e o erro percentual relativo (E_r) a partir das seguintes definições de erro, respectivamente:

$$E_{med} = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{S_i^{MoM} - S_i^{IEFGM}}{S_i^{MoM}} \right|}{n} \cdot 100\%, \quad (4.26)$$

$$E_{max} = \max \left(\left| \frac{S^{MoM} - S^{IEFGM}}{S^{MoM}} \right| \right) \cdot 100\%, \quad (4.27)$$

$$E_r = \left| \frac{S^{MoM} - S^{IEFGM}}{S^{MoM}} \right| \cdot 100\%, \quad (4.28)$$

em que S^{MoM} corresponde à solução obtida pelo MoM, S^{IEFGM} à solução obtida pelo IEFGM e n o número de pontos onde a solução é avaliada.

4.6.3. Estudo de Caso Solo Homogêneo

Os valores de V_h e R_T para diferentes valores de raio R_h são apresentados na Tabela 4-2, juntamente com os resultados obtidos usando MoM.

Tabela 4-2 – Resultados – Haste inserida em solo homogêneo para diferentes valores de R_h .

R_h (m)	V_d (V) em Γ_d	V_h (V) IEFGM	NN	NPI	R (Ω) IEFGM	Tempo de processamento (s)	R (Ω) MoM	E_r de R_T (%)
0,0127	15,9	746,10	215255	1947797	0,746	83604	0,742	0,55
0,04	15,9	553,91	22163	196351	0,553	517	0,551	0,51
0,05	15,9	516,01	14314	125653	0,516	229	0,513	0,50
0,06	15,9	478,51	10021	87268	0,478	124	0,482	0,84
0,07	15,9	448,81	7418	64110	0,448	74	0,456	1,70
0,08	15,9	426,93	5729	49091	0,426	48	0,434	1,65
0,09	15,9	418,64	4564	38783	0,418	34	0,414	1,04
0,1	15,9	399,52	3717	31415	0,399	24	0,396	0,73

Como pode ser verificado, os valores de obtidos R_T a partir da aplicação dos métodos MM e MoM, respectivamente, são muito próximos, o que demonstra uma boa exatidão do método IEFGM. Ao comparar os valores da resistência de aterramento calculada a partir de cada método, é possível verificar uma boa concordância entre os métodos, caracterizada por um desvio inferior a 2%. Ao analisar a Tabela 4-2, é possível verificar também que à medida que o raio da haste aumenta, tem-se uma redução no valor da resistência de aterramento.

Também é realizada a comparação entre os valores dos potenciais elétricos ao nível do solo obtidos por meio do método IEFGM com aqueles obtidos a partir do MoM, conforme ilustra a Figura 4.13. Para esta análise, o potencial na fronteira Γ_d é fixado em 15,9 V, calculado por meio da aproximação apresentada na Seção 4.3.1. Considerando uma haste encapsulada com raio de 5 cm, o NN utilizados na simulação foi de 14314 e NPI de 125653 conduzindo a uma RGN de 8,7.

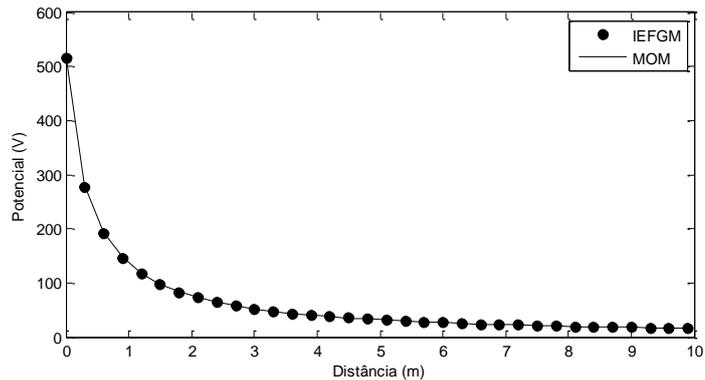


Figura 4.13 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solos homogêneos e $R_h = 0,05m$.

Percebe-se que as curvas de potenciais do IEFGM e do MoM são praticamente coincidentes. A diferença entre os potenciais pode ser quantificada em termos do erro E_{med} calculado a partir da Equação (4.26), que fornece um valor erro de 0,11% para $R_h = 0,05m$. Verifica-se que a curva de potencial ao nível do solo obtida pelo método IEFGM também apresenta boa concordância para outras configurações de haste de aterramento adotadas neste trabalho, conforme os valores dos erros E_{med} e E_{max} apresentados na Tabela 4-3.

Tabela 4-3 – E_{med} e E_{max} para o potencial ao nível do solo considerando a haste inserida em solo homogêneo para diferentes valores de R_h .

R_h (m)	E_{med} (%)	E_{max} (%)
0,0127	0,06	2,10
0,04	0,10	3,82
0,05	0,11	4,04
0,06	0,18	5,24
0,07	0,26	6,48
0,08	0,24	6,05
0,09	0,13	4,37
0,1	0,15	4,74

4.6.4. Estudo de Caso Solo Heterogêneo em Duas Camadas

Um solo heterogêneo pode ser modelado por meio de camadas, sendo que cada camada apresenta um valor de resistividade e uma espessura diferente. A determinação destes valores é chamada de estratificação do solo e é muito importante para o cálculo das características do sistema de aterramento, essenciais para o desenvolvimento dos projetos e estudos, assim como para a determinação de potenciais ao nível do solo.

Por isso, é importante que as análises realizadas a partir do IEFGM para sistemas de aterramento inseridos em solos homogêneos sejam estendidas para os solos heterogêneos. Nesta seção são abordados os aspectos relativos à aplicação do IEFGM ao problema de aterramento elétrico inserido em um solo heterogêneo, estratificado em duas camadas.

A fim de analisar a dispersão da corrente de falta no solo heterogêneo, são realizadas algumas análises dos problemas de aterramento variando os valores das resistividades ρ_1 e ρ_2 e espessuras H_1 e H_2 das camadas horizontais do solo estratificado, conforme os estudos de casos apresentados na Tabela 4-4. Os valores do potencial no eletrodo V_h e da resistência de aterramento R_T para as configurações considerando as hastes do tipo encapsulada e convencional são apresentados nas Tabelas 4-5 e 4-6, respectivamente, juntamente com os resultados obtidos usando MoM.

Tabela 4-4 – Estudos de casos – solo heterogêneo de duas camadas.

Estudos de caso	1ª Camada ρ_1 ($\Omega.m$)	2ª Camada ρ_2 ($\Omega.m$)	H_1 (m)	H_2 (m)
Caso 1	1000	100	2,0	8,0
Caso 2	1000	100	8,0	2,0
Caso 3	100	1000	2,0	8,0
Caso 4	100	1000	8,0	2,0

Tabela 4-5 – Resultados – Haste encapsulada inserida em solo heterogêneo de duas camadas $R_h = 0,05$ m.

Estudos de caso	R_h (m)	V_d (V) em Γ_d	V_h (kV) IEFGM	NN	NPI	R (Ω) IEFGM	Tempo de processamento (s)	R (Ω) MoM	E_r de R_T (%)
Caso 1	0,05	1691,3	464,20	14314	125653	464,20	231	462,06	0,46
Caso 2	0,05	6207,8	505,76	14314	125653	505,76	235	501,47	0,85
Caso 3	0,05	9457,4	65,80	14314	125653	65,80	234	65,36	0,67
Caso 4	0,05	4690,5	54,80	14314	125653	54,80	236	54,74	0,11

Tabela 4-6 – Resultados – Haste convencional inserida em solo heterogêneo de duas camadas $R_h = 0,0127$ m.

Estudos de caso	R_h (m)	V_d (V) em Γ_d	V_h (kV) IEFGM	NN	NPI	R (Ω) IEFGM	Tempo de processamento (s)	R (Ω) MoM	E_r de R_T (%)
Caso 1	0,0127	1692,4	825,24	215255	1947797	705,24	88238	691,66	1,96
Caso 2	0,0127	6213,1	748,74	215255	1947797	748,74	87781	730,55	2,49
Caso 3	0,0127	9457,7	91,98	215255	1947797	91,98	87438	88,21	4,28
Caso 4	0,0127	4690,8	78,94	215255	1947797	78,94	82098	77,64	1,67

Como pode ser verificado, os resultados obtidos são muito próximos daqueles gerados utilizando do MoM, o que demonstra boa exatidão do IEFGM. É possível comprovar essa precisão por meio da comparação entre os valores de R_T obtidos a partir do IEFGM e do MoM, em que se verifica um desvio inferior a 3% para maioria dos casos analisados.

Ao analisar os resultados obtidos a partir do IEFGM para o estudo de caso 1 da Tabela 4-5, verifica-se que o valor de R_T é igual a 464,20 Ω . Ao inverter o valor da espessura das camadas do solo mantendo as demais características do mesmo, conforme representado no estudo de caso 2 da Tabela 4-5, percebe-se um pequeno aumento no valor da resistência de aterramento para 505,76 Ω , devido ao aumento de espessura da camada do solo de maior resistividade.

Outra análise pode ser realizada invertendo o valor da resistividade das camadas do solo e mantendo as demais características do mesmo, conforme representado no estudo de caso 3 da Tabela 4-5. Verifica-se uma grande redução no valor da resistência de aterramento para 65,80 Ω , que pode ser justificada devido ao baixo valor de resistividade da primeira camada do solo.

No caso da haste convencional de raio $R_h = 0,0127$ m, os resultados obtidos possuem comportamento semelhante, conforme Tabela 4-6, e podem ser realizadas as mesmas análises invertendo a espessura e a resistividade das camadas do solo.

Para os problemas em análise, o comportamento da distribuição de potencial ao nível do solo se altera de acordo com a estratificação do solo adotada, ou seja, com os valores de ρ_1 , ρ_2 e H_1 , H_2 utilizados. Na Figura 4.14 é apresentada a curva de potencial ao nível do solo obtida a partir do IEFGM para o caso 1 da Tabela 4-5. Para comparação, nesta mesma figura é apresentada também a curva de potencial obtida a partir do MoM. Observa-se uma boa concordância entre as curvas de potencial no nível do solo. A diferença entre os valores de potenciais, quantificada em termos do erro E_{med} e E_{max} , é

de 0,07% e 4,67%, respectivamente, confirmando, assim, a consonância entre os resultados.

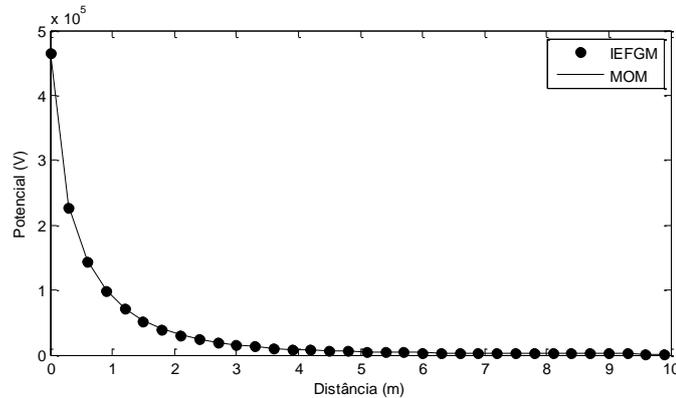


Figura 4.14 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo de 2 camadas e $R_h = 0,05m$, caso 1.

Ao analisar a curva de distribuição de potencial, percebe-se que a diminuição de potencial é muito pronunciada, ou seja, basicamente a totalidade da queda de tensão devido à dispersão da corrente para o solo está localizada numa porção de solo a 2 m de distancia da haste, como ilustrado na Figura 4.14. Tal comportamento é esperado, uma vez que, considerando esta estrutura particular do solo, a maior parte da corrente dispersa pelo eletrodo tende a fluir para a segunda camada que tem maior valor de condutividade elétrica. Isto leva a valores mais altos de tensão de passo próximo a haste de aterramento.

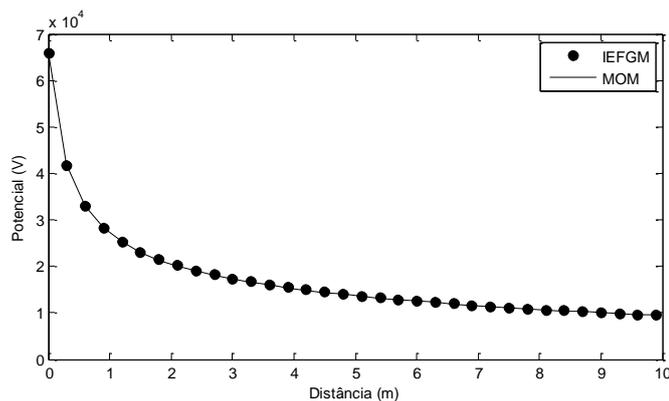


Figura 4.15 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo de 2 camadas e $R_h = 0,05m$, caso 3.

Ao inverter o valor da resistividade das camadas do solo mantendo as demais características do mesmo, conforme representado no estudo de caso 3 da Tabela 4-5, percebe-se uma alteração na taxa de decaimento da curva, apresentando uma distribuição de potencial mais suave, conforme apresentado na Figura 4.15. Isto decorre

devido ao fato de a primeira camada ter condutividade elétrica maior do que a segunda camada; assim, a corrente tende a concentrar-se na primeira camada, levando a uma distribuição de potencial mais suave e a tensões de passo menores perto da haste. Então, é possível notar que a variação da resistividade do solo provoca a alteração da dispersão de corrente por ele, o que reflete no decaimento da curva de distribuição de potencial ao nível do solo. Vale ressaltar que esse mesmo tipo de comportamento ocorre em relação à curva de distribuição de potencial para hastes convencionais com $R_h = 0,0127$ m.

Verifica-se que a curva de potencial ao nível do solo obtida pelo método IEFGM também apresenta boa concordância para demais configurações de solos heterogêneos em duas camadas considerando hastes do tipo convencional e encapsuladas, conforme os valores dos erros E_{med} e E_{max} apresentados na Tabela 4-7 e Tabela 4-8, respectivamente.

Tabela 4-7 – E_{med} e E_{max} para o potencial ao nível do solo para haste encapsulada inserida em solos heterogêneos de duas camadas $R_h = 0,05$ m.

Estudo de Caso	R_h (m)	E_{med} (%)	E_{max} (%)
Caso 1	0,05	0,07	4,67
Caso 2	0,05	0,04	3,74
Caso 3	0,05	0,03	2,75
Caso 4	0,05	0,06	4,17

Tabela 4-8 – E_{med} e E_{max} para o potencial ao nível do solo para haste convencional inserida em solos heterogêneos de duas camadas $R_h = 0,0127$ m.

Estudo de Caso	R_h (m)	E_{med} (%)	E_{max} (%)
Caso 1	0,0127	0,03	2,43
Caso 2	0,0127	0,01	2,49
Caso 3	0,0127	0,15	5,23
Caso 4	0,0127	0,05	2,55

Com o objetivo de verificar a suavidade da função proposta na transição de meios com descontinuidade é avaliado a variação do potencial elétrico V ao longo de uma linha vertical que varia com a profundidade do solo e intercepta as duas camadas.

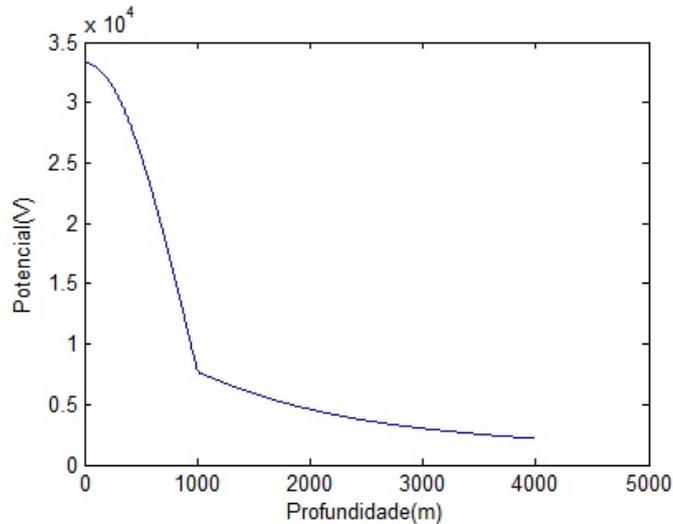


Figura 4.16 – Potencial elétrico ao longo de uma linha vertical e $R_h = 0,05m$, caso 1.

4.6.5. Estudo de Caso Solo Heterogêneo com Hastes Profundas

Sabe-se que cada camada do solo heterogêneo apresenta um valor de resistividade e uma espessura diferente. Assim, ao aumentar o comprimento L_h da haste de aterramento efetivamente cravada no solo, é possível atingir camadas mais profundas do solo, que podem apresentar resistividade menor que as camadas superficiais.

Na utilização do sistema de aterramento com hastes profundas, vários fatores ajudam a melhorar ainda mais a qualidade do aterramento, reduzindo o valor da resistência de aterramento R_T . Os principais fatores são (KINDERMANN, 1998):

- Aumento do comprimento da haste;
- Camadas mais profundas com resistividades menores;
- Condição de água presente estável ao longo do tempo;
- Condição de temperatura constante e estável ao longo do tempo;
- Produção de gradientes de potencial maiores no fundo do solo, tornando os potenciais de passo na superfície praticamente desprezíveis;

Esta proposta tem como objetivo principal aumentar o comprimento L_h da haste, permitindo que a haste profunda atravessasse a interface Γ_b entre a primeira e a segunda camada do solo heterogêneo, conforme representado na Figura 4.16.

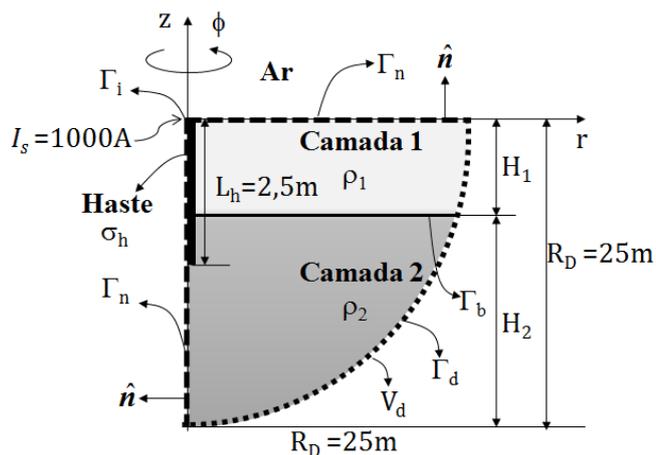


Figura 4.17 – Sistema de aterramento composto por haste profunda inserida em um solo estratificado em duas camadas.

A haste de aterramento é representada considerando-se uma configuração do tipo encapsulada com raio R_h igual a 0,05 m e o domínio de simulação é truncado com raio R_D de 25 m. Para esta análise, considera-se o problema de aterramento conforme apresentado na Figura 4.17, variando-se os valores das resistividades ρ_1 e ρ_2 e espessuras H_1 e H_2 das camadas horizontais do solo estratificado, conforme os estudos de caso apresentados na Tabela 4-9. Os valores de V_h e R_T para são apresentados na Tabela 4-10, juntamente com os resultados obtidos usando MoM.

Tabela 4-9 – Estudos de casos – solo heterogêneo com hastes profundas.

Estudos de caso	1ª Camada ρ_1 ($\Omega \cdot m$)	2ª Camada ρ_2 ($\Omega \cdot m$)	H_1 (m)	H_2 (m)
Caso 1	1000	100	2,0	8,0
Caso 2	1000	100	8,0	2,0
Caso 3	100	1000	2,0	8,0
Caso 4	100	1000	8,0	2,0

Tabela 4-10 – Resultados –Haste profunda do tipo encapsulada inserida em solo heterogêneo de duas camadas $R_h = 0,05$ m e $L_h = 2,5$ m.

Estudos de caso	R_h (m)	V_d (V) em Γ_d	V_h (kV) IEFGM	NN	NPI	R (Ω) IEFGM	Tempo de processamento (s)	R (Ω) MoM	E_r de R_T (%)
Caso 1	0,05	638,8	62,89	87294	785397	62,89	11693	65,67	4,24
Caso 2	0,05	858,3	256,51	87294	785397	256,51	11728	253,48	1,19
Caso 3	0,05	5102,5	48,28	87294	785397	48,28	12194	48	0,58
Caso 4	0,05	3065,7	30,29	87294	785397	30,29	12314	29,99	0,98

Ao comparar os resultados obtidos na Tabela 4-10 com os valores apresentados para os casos da Tabela 4-5, considerando solos heterogêneos em duas camadas e haste de 1m de comprimento, é possível verificar que os valores de R_T para os casos

analisados atenderam os objetivos pretendidos. Ao realizar o prolongamento da haste de aterramento, que era de 1m comprimento para haste profundas com comprimento L_h igual a 2,5m, foi possível obter uma redução significativa no valor de R_T para os casos analisados.

Verifica-se que para o estudo de caso 1 da Tabela 4-10, que representa uma haste encapsulada do tipo profunda inserida em um solo estratificado, a resistência de aterramento obtida a partir do IEFGM apresenta o valor de 62,89 Ω . Já o valor de R_T calculado para o estudo de caso 1 na Tabela 4-5 é de 464,20 Ω , percebe-se uma redução significativa no valor da resistência de aterramento após realizar o prolongamento da haste. Essa redução no valor de R_T ocorre devido a dois fatores: o aumento do comprimento da haste de aterramento e a penetração do eletrodo na segunda camada de solo, que possui valor de resistividade ρ_2 inferior ao da primeira camada ρ_1 .

Já ao inverter os valores da espessura das camadas do solo mantendo as demais características do mesmo, conforme representado no estudo de caso 2 da Tabela 4-10, percebe-se que, devido ao fato da primeira camada possuir grande espessura, o eletrodo não atravessou a interface Γ_b entre a primeira e a segunda camada. Ainda assim, ao comparar os valores de $R_T = 256,51 \Omega$, obtido na Tabela 4-10 considerando haste profunda de $R_h = 0,05 \text{ m}$, com o valor de resistência de aterramento $R_T = 505,76 \Omega$, calculado, conforme caso 2 da Tabela 4-5, também é possível verificar redução no valor da resistência de aterramento. Nesse caso, a redução no valor de R_T ocorre, exclusivamente, devido ao aumento do comprimento da haste de aterramento.

Em relação à distribuição de potencial na superfície do solo, para o caso 1 da Tabela 4-10, em que é considerada uma haste do tipo encapsulada de $R_h = 0,05 \text{ m}$, a diferença entre os resultados quantificada em termos do erro E_{med} é de 0,08%, conforme Figura 4.18. Ao inverter os valores da resistividade ρ_1 com ρ_2 , conforme caso 3 da Tabela 4-10, o resultado da distribuição de potencial na superfície do apresenta erro E_{med} igual a 0,01%, conforme representado na Figura 4.19.

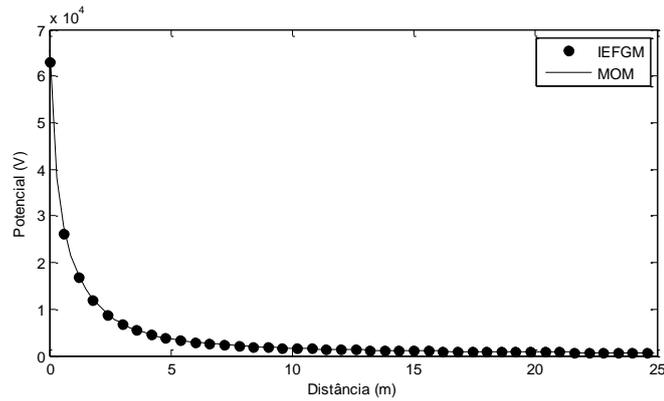


Figura 4.18 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo com hastes profundas e $R_h = 0,05\text{m}$, caso 1.

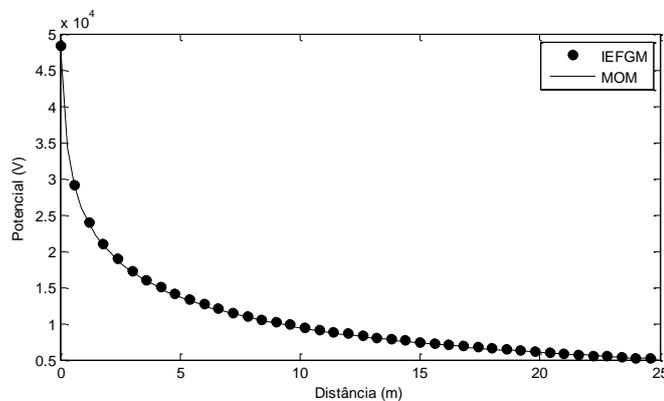


Figura 4.19 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo com hastes profundas e $R_h = 0,05\text{m}$, caso 3.

Verifica-se que a curva de potencial ao nível do solo obtida pelo método IEFGM também apresenta boa concordância para demais configurações de solos heterogêneos em duas camadas considerando hastes profundas, conforme os valores dos erros E_{med} e E_{max} apresentados na Tabela 4-11.

Tabela 4-11 – E_{med} e E_{max} para o potencial ao nível do solo para haste profunda do tipo encapsulada inserida em solos heterogêneos de duas camadas $R_h = 0,05\text{ m}$.

Estudo de Caso	R_h (m)	E_{med} (%)	E_{max} (%)
Caso 1	0,05	0,08	8,07
Caso 2	0,05	0,01	2,76
Caso 3	0,05	0,01	2,00
Caso 4	0,05	0,01	2,31

É possível verificar também que os resultados obtidos a partir do IEFGM são muito próximos daqueles gerados pelo MoM, o que valida a abordagem IEFGM e demonstra sua boa precisão. Dessa forma, comprova-se a eficiência na utilização do

método de hastes profundas, a fim de atingir camadas do solo com menores valores de resistividade, e obter a redução do valor da resistência de aterramento.

Como pode ser observado, para este caso, devido ao fato do domínio de simulação ser truncado com raio R_D igual 25 m, o custo computacional foi bastante elevado, o que inviabilizou a análise de configurações de hastes do tipo convencional com R_h igual a 0,0127 m e comprimento L_h igual a 2,5 m.

4.6.6. Estudo de Caso Solo Heterogêneo com Três Camadas

O solo tem uma composição bastante heterogênea, sendo que o valor da sua resistividade pode variar em função do tipo de solo, do nível de umidade, da profundidade das camadas, da temperatura, da salinidade e de outros fatores naturais. Assim, o solo estratificado pode ser modelado em n camadas de diferentes resistividades.

Para esta análise, considera-se uma configuração de aterramento conforme apresentado na Figura 4.20, composta por uma haste de aterramento inserida em um solo estratificado em três camadas horizontais com resistividades de ρ_1, ρ_2, ρ_3 e espessuras H_1, H_2, H_3 . A haste é representada considerando-se uma configuração do tipo encapsulada $R_h = 0,05$ m e outra do tipo convencional $R_h = 0,0127$ m com comprimento L_h igual a 1 m, e o domínio de simulação é truncado com raio R_D de 10 m.

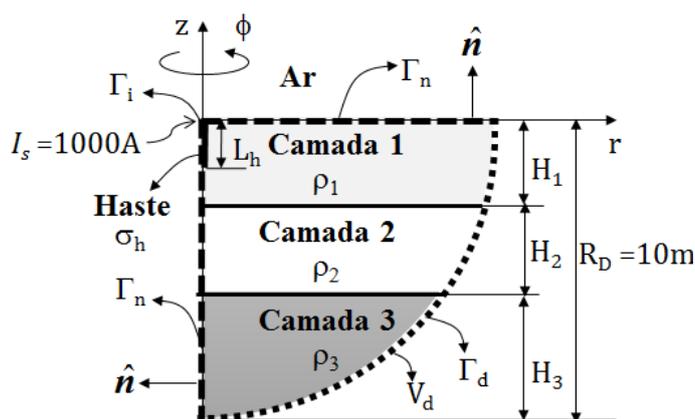


Figura 4.20 – Sistema de aterramento composto por uma haste inserida em um solo estratificado em três camadas.

Então, para a comparação dos resultados obtidos a partir do IEFGM é utilizada uma metodologia proposta por (RAGGI, 2010), baseada numa abordagem heurística,

para transformar solos estratificados em n camadas em um modelo equivalente composto por duas camadas, conforme representado na Figura 4.21. Essa metodologia mostra-se bastante eficiente, em termos dos valores da resistência de aterramento e dos potenciais no nível do solo encontrados.

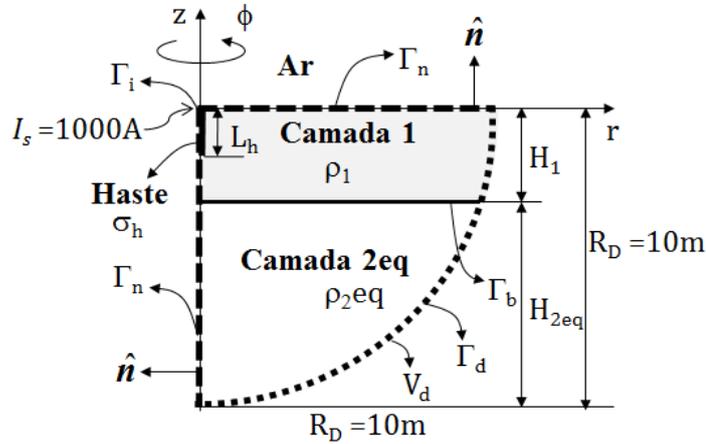


Figura 4.21 – Sistema de aterramento composto por uma haste inserida em um modelo equivalente de duas camadas.

No procedimento utilizado, para cálculo do modelo equivalente em duas camadas, a resistividade ρ_1 e a profundidade H_1 da primeira camada do modelo equivalente permanecem idênticas às obtidas no modelo original. Para se calcular o valor de ρ_{2eq} que representa os efeitos das camadas mais profundas do solo, são utilizadas as Equações (4.29) e (4.30), em função parâmetros de entrada $\rho_1, \rho_2, \rho_3, H_1, H_2$.

$$\rho_{2eq} = \frac{(\rho_1 \cdot H_2 + \rho_3 \cdot H_1)}{k \cdot (H_1 + H_2)}, \quad (4.29)$$

$$k = \frac{|(\rho_2 - \rho_1) + (\rho_2 - \rho_3)|}{|\rho_2 - \rho_1| + |\rho_2 - \rho_3|} \cdot 0,3 + 1, \quad (4.30)$$

A fim de analisar a dispersão da corrente de falta em solo heterogêneo composto por três camadas, são realizadas as análises de alguns problemas de aterramento variando os valores das resistividades ρ_1, ρ_2 e ρ_3 e espessuras H_1, H_2 , e H_3 das camadas horizontais do solo estratificado, conforme os estudos de casos apresentados na Tabela 4-12. Os valores de V_h e R_T para os diferentes estudos casos considerando haste encapsulada e convencional são apresentados na Tabela 4-13 e Tabela 4-14,

respectivamente, juntamente com os resultados obtidos a partir do MoM utilizando um modelo equivalente de duas camadas.

Tabela 4-12 – Estudos de casos – solo heterogêneo com três camadas.

Estudos de caso	1ª Camada ρ_1 ($\Omega.m$)	2ª Camada ρ_2 ($\Omega.m$)	3ª Camada ρ_3 ($\Omega.m$)	H_1 (m)	H_2 (m)	H_3 (m)	ρ_{2equi} ($\Omega.m$)	Valor K
Caso 1	1000	500	100	2,0	4,0	4,0	354,83	1,03
Caso 2	1000	100	500	2,0	4,0	4,0	179,48	1,30
Caso 3	100	500	1000	2,0	4,0	4,0	645,16	1,03
Caso 4	100	1000	500	2,0	4,0	4,0	641,02	1,30
Caso 5	1000	500	100	4,0	2,0	4,0	225,80	1,03
Caso 6	1000	100	500	4,0	2,0	4,0	282,05	1,30
Caso 7	100	500	1000	4,0	2,0	4,0	806,45	1,03
Caso 8	100	1000	500	4,0	2,0	4,0	512,82	1,30

Tabela 4-13 – Resultados – Haste encapsulada inserida em solo heterogêneo com três camadas $R_h = 0,05$ m.

Estudos de caso	R_h (m)	V_d (V) em Γ_d	V_h (kV) IEFGM	NN	NPI	R (Ω) IEFGM	Tempo de processamento(s)	R (Ω) MoM	E_r de R_T (%)
Caso 1	0,05	5878,7	487,10	14314	125653	487,10	263	480,15	1,44
Caso 2	0,05	3008,5	466,22	14314	125653	466,22	274	468,14	0,41
Caso 3	0,05	7201,3	62,18	14314	125653	62,18	266	62,21	0,04
Caso 4	0,05	7170,7	63,41	14314	125653	63,41	261	62,16	2,01
Caso 5	0,05	4830,1	498,39	14314	125653	498,39	268	493,60	0,97
Caso 6	0,05	5794,3	496,42	14314	125653	496,42	270	495,52	0,18
Caso 7	0,05	6176,8	57,48	14314	125653	57,48	268	57,40	0,13
Caso 8	0,05	4855,3	56,30	14314	125653	56,30	266	55,83	0,83

Tabela 4-14 – Resultados – Haste convencional inserida em solo heterogêneo com três camadas $R_h = 0,0127$ m.

Estudos de caso	R_h (m)	V_d (V) em Γ_d	V_h (kV) IEFGM	NN	NPI	R (Ω) IEFGM	Tempo de processamento(s)	R (Ω) MoM	E_r de R_T (%)
Caso 1	0,0127	5881,1	830,23	215255	1947797	730,23	91544	709,55	2,91
Caso 2	0,0127	3010,1	826,55	215255	1947797	726,55	87115	697,67	4,13
Caso 3	0,0127	7201,8	89,71	215255	1947797	89,71	88564	85,06	5,47
Caso 4	0,0127	7171,2	89,70	215255	1947797	89,70	88639	85,01	5,50
Caso 5	0,0127	4834,4	765,29	215255	1947797	765,29	88245	722,72	5,89
Caso 6	0,0127	5798,6	766,21	215255	1947797	766,21	89262	724,63	5,73
Caso 7	0,0127	6177,0	82,23	215255	1947797	82,23	90407	80,30	2,39
Caso 8	0,0127	4855,6	80,91	215255	1947797	80,91	89135	78,74	2,75

Como pode ser verificado, os resultados obtidos são muito próximos daqueles gerados utilizando do MoM, o que demonstra boa precisão do IEFGM para a configuração de aterramento composta por uma haste inserida em um solo estratificado em três camadas. É possível comprovar essa precisão por meio da comparação entre os

valores de R_T obtidos a partir do IEFGM e do MoM, verifica-se um desvio inferior a 6% para os casos analisados.

Ao analisar os resultados obtidos para o estudo de caso 1 da Tabela 4-13, verifica-se que o valor de R_T é igual a 487,10 Ω . Já ao inverter os valores da resistividade do solo ρ_1 com ρ_3 , conforme representado no estudo de caso 3 da Tabela 4-13, percebe-se uma significativa redução no valor da resistência de aterramento para 62,18 Ω , que pode ser justificada devido ao baixo valor de resistividade da primeira camada do solo ρ_1 . Esse mesmo tipo comportamento pode ser verificado ao comparar os valores de R_T dos estudos de caso 5 e 7 da Tabela 4-14. Percebe-se que ao inverter os valores da resistividade do solo ρ_1 com ρ_3 , obtém-se uma redução significativa do valor da resistência de aterramento de 765,29 Ω para 82,23 Ω , conforme Tabela 4-14.

Sabe-se que o comportamento da distribuição de potencial ao nível do solo se altera de acordo com a estratificação do solo adotada, ou seja, com os valores de ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 e H_1 , H_2 , H_3 utilizados. Na Figura 4.22 é apresentada a curva de potencial ao nível do solo obtida a partir do IEFGM para uma haste do tipo encapsulada inserida em um solo estratificado em três camadas, conforme caso 1 da Tabela 4-13. A título de comparação, nesta mesma figura é apresentada também a curva de potencial obtida a partir do MoM para um modelo equivalente de duas camadas com $\rho_1 = 1000 \Omega \cdot m$, $\rho_{2eq} = 354,83 \Omega \cdot m$, $H_1 = 2 \text{ m}$, $H_{2eq} = 8 \text{ m}$. Observa-se uma boa concordância entre as curvas de potencial no nível do solo. A diferença entre os valores de potenciais, quantificada em termos do erro E_{med} e E_{max} , é de 0,03% e 3,27%, respectivamente, confirmando-se assim, a consonância entre os resultados.

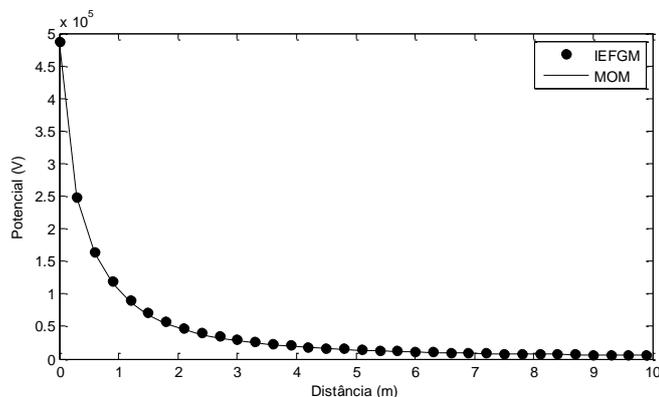


Figura 4.22 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para solo heterogêneo com três camadas e $R_h = 0,05\text{m}$, caso 1.

Ao analisar a curva de distribuição de potencial, percebe-se que a diminuição de potencial é muito pronunciada, ou seja, basicamente a totalidade da queda de tensão devido à dispersão da corrente para o solo está localizada numa porção de solo a 2 m de distancia da haste, como ilustrado na Figura 4.22. Tal comportamento é esperado uma vez que o solo da primeira camada tem uma condutividade muito menor que a segunda camada. Dessa forma, a maior parte da corrente dispersa pelo eletrodo tende a fluir para a segunda camada, que tem maior valor de condutividade.

Outra análise é realizada invertendo os valores da condutividade ρ_1 com ρ_3 , caso 3 apresentado na Tabela 4-13, sendo o resultado obtido ilustrado na Figura 4.23. Para o caso 3, o valor do erro E_{med} e E_{max} obtido, em relação à distribuição de potencial é de 0,06% e 3,78%, respectivamente.

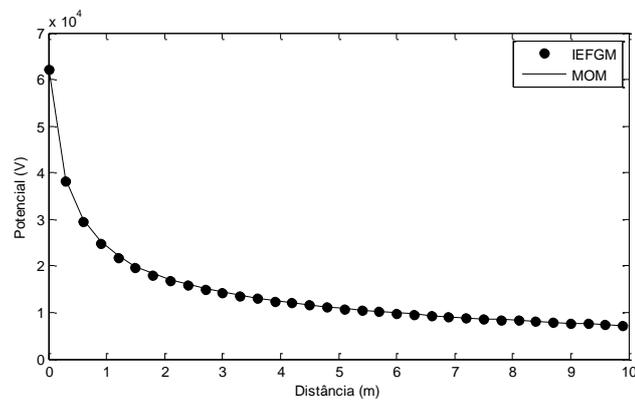


Figura 4.23 – Potenciais no nível do solo calculado a partir do IIEFGM e do MoM para solo heterogêneo com três camadas e $R_h = 0,05m$, caso 3.

Ao inverter o valor da resistividade das camadas do solo mantendo as demais características do mesmo, conforme representado no estudo de caso 3 da Tabela 4-13, percebe-se uma alteração na taxa de decaimento da curva, apresentando uma distribuição de potencial mais suave, conforme apresentado na Figura 4.23. Isto decorre devido ao fato de a primeira camada ter condutividade maior do que a segunda camada; assim, a corrente tende a concentrar-se na primeira camada, conduzindo a uma distribuição de potencial mais suave e a tensões de passo mais baixas perto da haste. Então, é possível notar que a variação da resistividade do solo provoca a alteração da dispersão de corrente por ele, o que reflete no decaimento da curva de distribuição de potencial ao nível do solo. Vale ressaltar que esse mesmo tipo de comportamento ocorre em relação à curva de distribuição de potencial para hastes convencionais com $R_h = 0,0127 m$.

4.7. Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados aspectos particulares referentes à análise do sistema de aterramento elétrico utilizando o método IEFGM. Foram apresentados os resultados de distribuição de potencial e resistência obtidos a partir da aplicação do IEFGM a sistemas de aterramento composto por hastes convencionais e encapsuladas, inseridas em solos homogêneos e heterogêneos. Os resultados foram comparados com os valores obtidos com o MoM.

Também foi apresentada a análise de uma haste de aterramento inserida em um solo estratificado em duas e três camadas. A partir dessa análise, é possível afirmar que a demanda computacional para análise de problemas de aterramento em solos como uma, duas ou três camadas é a mesma, desde que seja considerado o mesmo valor de raio da haste nas análises. Assim, é possível afirmar que a metodologia proposta é capaz de avaliar com precisão problemas de aterramento elétrico em solos com uma ou mais camadas sem incremento dos requisitos computacionais, demonstrando a viabilidade do uso do IEFGM para esse tipo de aplicação.

Capítulo 5

Conclusões

Neste trabalho é desenvolvida uma investigação a respeito de um método numérico promissor para solução de problemas eletromagnéticos, denominado *meshless*. Apesar desse método ter origem na década de 1970, sua utilização na solução de problemas na área da engenharia se intensificou a partir dos anos de 1990, com a aplicação na solução de problemas em diversas áreas tais como, propagação de onda, acústica, fluxo de fluidos, modelagem eletromagnética e aterramentos elétricos. Embora os MM aplicados na solução de problemas eletromagnéticos possuem um histórico recente quando comparado com técnicas já consagradas como o MoM e o FEM, a técnica sem malha tem se mostrado bastante apropriada para lidar com geometrias complexas e com não homogeneidades. Essas características motivaram a sua aplicação, nesta dissertação, na solução de problemas de aterramento constituído por uma haste inserida em solos com características homogêneas e heterogêneas. Destaca-se que essa proposta foi desafiadora uma vez que existe apenas um trabalho na literatura abordando o assunto.

Inicialmente, foi realizada uma revisão bibliográfica sobre os sistemas de aterramento em baixa frequência, apresentando os conceitos básicos e a modelagem eletromagnética dos sistemas de aterramento, além das principais técnicas numéricas utilizadas para solução desses problemas. A partir desse estudo, apresentado no Capítulo 2, foi possível perceber que a análise do comportamento do sistema de aterramento em baixa frequência deve ser realizada por meio da avaliação de parâmetros típicos dos projetos de aterramento, como a resistência de aterramento e a distribuição de potencial ao nível do solo. Ao longo desta revisão, observou-se também que a determinação desses parâmetros dependia diretamente do meio em que os eletrodos estavam inseridos, expresso por suas características eletromagnéticas e sua estratificação em camadas.

A partir da revisão bibliográfica apresentada no Capítulo 2, foi possível inferir que os trabalhos buscam metodologias eficientes para solucionar os modelos eletromagnéticos propostos, a fim de garantir um bom desempenho do sistema elétrico e proporcionar segurança aos seres vivos. Ao longo desta revisão, observou-se que os estudos a respeito da melhor metodologia para a solução de sistemas de aterramento ainda não é definitiva. Assim, a revisão bibliográfica realizada corrobora com a ideia da necessidade de pesquisas complementares sobre aterramento elétrico e fornece um estudo na aplicação de uma nova metodologia para solução de problemas em sistemas de aterramento.

Foi apresentada, no Capítulo 3, uma fundamentação teórica sobre os métodos sem malha. Entre as técnicas sem malha disponíveis, o método IEFGM foi escolhido para ser utilizado no trabalho devido à sua robustez, simplicidade e precisão. Também foi realizada a modelagem matemática do IEFGM para o desenvolvimento da ferramenta computacional no ambiente MATLAB.

Uma vez definida a modelagem matemática, são definidos os parâmetros para análise do sistema de aterramento utilizando o método IEFGM. Dentre as principais características e parâmetros relacionados com aterramentos, destacam-se a resistência de aterramento e a distribuição de potenciais no solo. Então, esses parâmetros foram utilizados para avaliar a precisão do modelo desenvolvido.

No Capítulo 4, foi realizada a modelagem dos problemas de aterramento em baixa frequência, por meio da formulação diferencial para o problema de aterramento elétrico composto por uma haste, no regime estacionário, com simplificações devido a sua simetria axial. Também foram apresentadas as análises do sistema de aterramento a partir da modelagem desenvolvida. Para comparação dos resultados foi utilizado o Software SEGround que implementa uma modelagem baseada no MoM.

A fim de avaliar a eficiência do código desenvolvido, procedeu-se uma investigação sobre as formas de excitação da haste de aterramento. Realizou-se uma breve pesquisa bibliográfica sobre como essa questão é abordada por outros métodos numéricos e verificou-se que os trabalhos que utilizam FEM para modelagem de sistemas de aterramento, resolvem as equações do problema impondo um potencial U diferente de zero no ponto de defeito. Embora essa técnica seja eficiente e robusta para o cálculo da corrente que dispersa pelo sistema de aterramento em solos com características homogêneas, ela apresenta dificuldades quando utilizada para o cálculo

da corrente em sistema de aterramento com solos estratificados em camadas de diferentes resistividades. Assim, foi proposto à alimentação da haste de aterramento pela injeção da corrente I diretamente no ponto de defeito, a fim de simplificar a implementação do problema e possibilitar a solução de sistemas de aterramento em solos heterogêneos.

Com o intuito de avaliar a aplicação do modelo desenvolvido utilizando o IEFGM na análise de sistemas de aterramento elétrico, o problema sob estudo foi resolvido considerando diversas situações específicas, tratadas por meio de diferentes estudos de caso. Inicialmente, considerou-se um sistema de aterramento composto por uma haste, convencional ou encapsulada, inserida em um solo homogêneo. Após realizar algumas simulações, foi possível obter a distribuição de potencial ao nível do solo e a resistência de aterramento a partir da aplicação do IEFGM, para cada caso analisado, variando o raio da haste de 0,1 m a 0,0127 m. Os resultados obtidos comprovaram a boa precisão do método IEFGM quando comparado com os resultados obtidos a partir do MoM.

As análises destacadas anteriormente foram realizadas para solos homogêneos. Como forma de avaliar a potencialidade do modelo também para configurações de aterramento inseridas em solos não homogêneos, analisou-se a distribuição de potenciais no solo gerados por um aterramento composto por uma haste cravada em um solo estratificado em duas camadas horizontais. Para o tratamento da não homogeneidade a partir da aplicação do IEFGM, além de realizar a distribuição de nós nas fronteiras de Neumann, Γ_n , e Dirichlet, Γ_d , também foi levado em consideração às condições de interface em Γ_b . Já no tratamento da interface entre as camadas do solo com resistividades distintas aplicou-se o critério de visibilidade. Os resultados obtidos demonstraram a viabilidade do uso do método para esse tipo de análise.

Um fato importante a ser observado é que a demanda computacional para aplicação do IEFGM é determinada pelos valores de NN e NPI utilizados. Como esses valores dependem do tamanho do raio da haste R_h , a demanda computacional foi à mesma para a solução problemas de aterramento em solos com uma ou duas camadas, desde que fosse utilizado o mesmo valor de R_h nas duas análises.

Pelo fato de o número de nós do problema analisado não possuir nenhum tipo de relação com o número de camadas, foi possível comprovar que a metodologia proposta é capaz de avaliar com precisão problemas de aterramento elétrico em solos com uma ou mais camadas sem incremento dos requisitos computacionais.

Outro estudo de caso proposto, foi à análise de sistemas de aterramento com hastes profundas. Esta proposta teve como objetivo principal aumentar o comprimento L_h da haste, permitindo que a haste profunda atravessasse a interface Γ_b entre a primeira e a segunda camada do solo heterogêneo, reduzindo o valor da resistência de aterramento R_T . Nesse estudo de caso também foram realizadas algumas análises variando os valores das resistividades ρ_1 e ρ_2 e espessuras H_1 e H_2 das camadas horizontais do solo estratificado, também foi realizado o cálculo da distribuição de potencial e resistência de aterramento a partir da aplicação do IEFGM para cada caso analisado.

Por último foi proposta a análise de uma configuração de aterramento composta por uma haste, convencional ou encapsulada, inserida em um solo estratificado em três camadas horizontais com resistividades de ρ_1, ρ_2, ρ_3 e espessuras H_1, H_2, H_3 . A fim de analisar a dispersão da corrente surto em solo heterogêneo composto por três camadas, foram realizadas as análises de alguns problemas de aterramento variando os valores das resistividades ρ_1, ρ_2 e ρ_3 e espessuras H_1 e H_2 das camadas horizontais do solo estratificado. Os valores do potencial no eletrodo V_h e da resistência à terra R_T para os casos diferentes casos considerando haste encapsulada e convencional foram comparados com os resultados obtidos a partir do MoM, utilizando um modelo equivalente de duas camadas.

Verificou-se que os MM, em especial o IEFGM, possuem um grande potencial de aplicação para problemas de aterramento. No entanto, investigações e desenvolvimentos relativos à sua implementação ainda são necessários de forma a torná-lo mais competitivo frente aos métodos tradicionais.

5.1. Principais Contribuições

Julga-se que as principais contribuições deste trabalho foram:

- Avaliação da viabilidade da utilização de métodos sem malha para aplicações envolvendo sistemas de aterramento a partir do desenvolvimento de um modelo matemático e computacional baseado no IEFGM para uma configuração de aterramento composta por uma haste inserida em solos homogêneos e heterogêneos;

- Utilização de uma aproximação para os potenciais na fronteira de Dirichlet onde o domínio do problema foi truncado, a partir das características das equipotenciais a uma determinada distância. Isso permitiu que o domínio de simulação fosse reduzido sem perda significativa de precisão de resultados para solos com uma ou mais camadas;
- Implementação da aproximação do potencial na fronteira externa de Dirichlet em problemas de aterramento inseridos em solos não homogêneos, a partir do Método das Imagens;
- Verificação, ainda que de forma simplificada, que distribuições não uniformes de nós são computacionalmente eficientes e precisas. Esse tipo de representação do domínio computacional é um procedimento já bem estabelecido e empregado nas técnicas que utilizam malhas;
- Aplicação da técnica de injeção de corrente diretamente no ponto de defeito na modelagem de sistemas de aterramento elétrico em baixa frequência. A utilização desse tipo de excitação facilitou o cálculo da resistência de aterramento e proporcionou maior precisão nos valores dos resultados obtidos.
- Demonstração da viabilidade, bem como das potencialidades, do IEFGM para aplicações envolvendo sistemas de aterramento inseridos em solos não homogêneos.

5.2. Propostas de Continuidade

Os resultados apresentados neste trabalho demonstraram a potencialidade da utilização do IEFGM em aplicações relacionadas com sistemas de aterramento. Assim, ainda existem muitas questões que merecem ser exploradas e aprofundadas, podendo-se citar:

- Realização de uma otimização multiobjetivo dos parâmetros do IEFGM para a determinação de uma configuração ótima de distribuição de nós não uniforme no domínio do problema;

- Implementação do código computacional desenvolvido utilizando uma linguagem de programação que resulte em um menor custo computacional.
- Modelagem do IEFGM para ser aplicado a outras configurações de aterramento, tais como eletrodos horizontais e malhas de aterramento.
- Aplicação do método IEFGM na análise do comportamento transitório dos sistemas de aterramentos, dependendo da frequência.

Referências Bibliográficas

ABNT. Sistemas de aterramento de subestações - Requisitos. **ABNT NBR 15751**, 2013.

ALIPIO, R. S. Modelagem eletromagnética de aterramentos elétricos nos domínios do tempo e da frequência. **Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais-CEFET/MG**, Belo Horizonte, 2008.

ARAÚJO, B. M. **Técnicas de Computação Paralela Aplicadas em Métodos Sem Malha**. CEFET-MG. Belo Horizonte. 2014.

ATLURI, S. N.; ZHU, T. A new meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics. **Computational Mechanics**, v. 22, n. 2, p. 117-127, Jan. 1998.

BELYTSCHKO, T.; DOLBOW, J. An introduction to programming the meshless Element free Galerkin Method. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 5, n. 3, p. 207-241, Jun. 1998.

BELYTSCHKO, T.; LU, Y. Y.; GU, L. Element free-Galerkin methods. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 37, p. 229-256, 1994.

BOUILLARD, P.; SULEAU, S. Element-free Galerkin solutions for Helmholtz problems: formulation and numerical assessment of the pollution effect. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 162, n. 1-4, p. 317-335, Oct. 1998.

CARDOSO, J. R. **GROUND-3D: Uma contribuição à análise dos sistemas de aterramento pelo método dos elementos finitos**. São Paulo, Brasil. 1993.

CARDOSO, J. R. FEM Modelling of grounded systems with unbounded approach. **IEEE Transactions on Magnetics**, 30, n. 5, Sep. 1994. 2893-2896.

COPPOLI, E. H. R. **Modelagem de dispositivos eletromagnéticos através de métodos sem malha**. LNCC. Petrópolis, Brasil. 2010.

COPPOLI, E. H.; MESQUITA, R. C.; SILVA, R. S. Periodic boundary conditions in element free Galerkin method. **The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering**, v. 28, n. 4, p. 922-934, Oct. 2009.

DAWALIBI, F.; BARBEITO, N. Measurements and computations of the performance of grounding systems buried in multilayer soils. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 6, n. 4, Oct. 1991. 1483-1490.

DAWALIBI, F.; MA, J.; SOUTHEY, R. D. Behaviour of grounding systems in multilayer soils: A parametric analysis. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 9, n. 1, Jan. 1994. 334-342.

DAWALIBI, F.; MUKHEDKAR, D. Multi step analysis of interconnected grounding electrodes. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, 95, n. 1, Jan. 1976. 113-119.

DAWALIBI, F.; MUKHEDKAR, D. Influence of grounds rods on grounding grids. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, 98, n. 6, Nov. 1979. 2089-2098.

DIPRIMA, W. E. B. A. R. C. **Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems**. 7th edition. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001.

GIAO, T. N.; SARMA, M. P. Effect of a two-layer earth on the electric field near HVDC ground electrodes. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, 91, n. 6, Nov. 1972. 2356-2365.

GINGOLD, R. A.; MONAGHAN, J. J. Smoothed particle hydrodynamics - Theory and application to non-spherical stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 181, n. 3, p. 375-389, Dec. 1977.

HARRINGTON, R. F. Field computation by moment methods. **Wiley-IEEE Press**, 1993.

HE, J. et al. Effective length of counterpoise wire under lightning current. **IEEE Transactions on power delivery 20.2 (2005): 1585-1591**, 2005.

HEPPE, R. J. Computation of potential at surface above an energized grid or other electrode, allowing for non-uniform current distribution. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, 98, n. 6, Nov. 1979. 1978-1989.

IEEE, S. 8. IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding, 2000.

JIN, J. **The finite element method in electromagnetics**. [S.l.]: [s.n.], 2002.

JOHNSON, C. **Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method**. [S.l.]: Dover Books, 2009.

JOY, E. B.; WILSON, R. E. Accuracy study of the ground grid analysis algorithm. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 1, n. 3, Jul. 1986. 97-103.

KINDERMANN, G. **Aterramento Elétrico**. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 1998.

LANCASTER, P.; SALKAUSKAS, K. Surfaces generated by moving least squares methods. **Mathematics of Computation**, v. 37, n. 155, p. 141-158, Jul. 1981.

LIU, G.-R. **Mesh free methods: moving beyond the finite element method**. [S.l.]: CRC press, 2002.

LIU, W. K. et al. Reproducing kernel particle methods for structural dynamics. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 38, n. 10, p. 1655-1679, May. 1995.

LOPES, L. B. **Otimização do método meshless - EFG aplicado a problemas de espalhamento eletromagnético utilizando algoritmo de evolução diferencial**. Belo Horizonte, Brasil. 2015.

LOURO, R. B. **Método sem malhas EFG aplicado a um espalhamento eletromagnético por um cilindro dielétrico infinito**. Belo Horizonte, Brasil. 2014.

LU, Y. Y.; BELYTSCHKO, T.; TABBARA, M. Element - free Galerkin method for wave propagation and dynamic fractures. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 126, n. 1-2, p. 131-153, Sep. 1995.

MACEDO, R. B. et al. Analysis of Grounding Problems using IEFGM Meshless Method with Current Injection. **Lightning Protection (XIV SIPDA), 2017 International Symposium on. IEEE, 2017. p. 268-272.**, 2017.

MATTOS, M. A. Técnicas de Aterramento. **Okime Eletromagnetismo Aplicado**, 2004.

NAYROLES, B.; TOUZOT, G.; VILLON, P. Generalizing the finite element method: Diffuse approximation and diffuse elements. **Computational Mechanics**, v. 10, n. 5, p. 307-318, Sep. 1992.

NEKHOUL, B. et al. A Finite element method for calculating the electromagnetic fields generated by substation grounding systems. **IEEE Transactions on Magnetics**, 31, n. 3, May. 1995. 2150-2153.

OLIVEIRA, M. L. D. F. **Estudo de aterramento em baixas frequências utilizando o método sem malha**, Belo Horizonte, Brasil, 2016.

OLIVEIRA, M. L. F. et al. Analysis of Grounding Problems using Interpolation Element-Free Galerkin Method with Reduction of Computational Domain. **IEEE Transactions on Magnetics**, 54, n. 3, 2017.

OÑATE, E. et al. A Finite point method in computational mechanics. Applications to convective transport and fluid flow. **International journal for numerical methods in engineering**, v. 39, n. 22, p. 3839-3866, Nov. 1996.

PORTO, T. D. B. **Análise paramétrica do método sem malha Element free Galerkin em problemas eletrostáticos**. Belo Horizonte, Brasil. 2012.

RAGGI, L. M. D. R. **Projeto de Malhas de Aterramento: Contribuição ao Cômputo da Estratificação do Solo**, 2010.

RESENDE, U. C.; ALÍPIO, R.; OLIVEIRA, M. L. F. Proposals for Inclusion of the Electrode Radius in Grounding Systems Analysis Using Interpolating Element-Free Galerkin Method. **IEEE Transactions on Magnetics**, 54, n. 3, 2018.

RESENDE, U. D. C. et al. Analysis of element free Galerkin interloping moving least square method in an electrostatic problem. **Microwave and optical technology letters**, v. 57, n. 6, p. 1390-1395, Jun. 2015.

RESENDE, U. D. C.; COPPOLI, E. H. D. R.; AFONSO, M. M. A meshless approach using EFG interpolating moving least-squares method in 2- electromagnetic scattering analysis. **IEEE Transactions on Magnetics**, 51, n. 3, Mar. 2015. 1-4.

ROSA, C. K. **Desenvolvimento do método híbrido IEFGM-MoM aplicado à solução do espalhamento eletromagnético em duas dimensões**. Belo Horizonte, Brasil. 2015.

RÜDENBERG, R. Electrical shock waves in power systems: traveling waves in lumped and distributed circuit elements. **Harvard Univ Pr**, 1968.

SILVA, V. C. **Método de elementos finitos aplicados à solução de problemas de aterramento elétrico**. São Paulo, Brasil. 2006.

SILVA, V. C. et al. Elemento finito unidimensional anisotrópico: Um novo elemento "linha" na análise tridimensional de sistemas de aterramento por elementos finitos. **Revista Controle & Automação**, v. 8, n. 2, p. 52-56, Mai. 1997.

SINGH, I. V. Application of meshless EFG method in fluid flow problems. **Sādhanā**, v. 29, n. 3, p. 285-296, May. 2004.

STRATTON, J. A. Electromagnetic theory. **McGraw-Hill, New York**, 1941.

STRATTON, J. A. **Electromagnetic theory. International series in pure and applied physics**. [S.l.]: [s.n.], 1941.

SULEAU, S.; DERAEMAER, A.; BOUILLARD, P. Dispersion and pollution of meshless solutions for the Helmholtz equations. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, n. 5-7, p. 639-657, Nov. 2000.

SUNDE, E. D. **Earth conduction effects in transmission systems**. [S.l.]: Dover Publications Inc., 1949.

TRLEP, M.; HAMLER, A.; HRIBERNIK, B. The analysis of complex grounding systems by FEM. **IEEE Transactions on Magnetics**, 34, n. 5, Sep. 1998. 2521-2524.

TUMA, E. T. **Proposta de um novo modelo para análise dos comportamentos transitório e estacionário de sistemas de aterramento, usando-se o método FDTD**. Belé, Brasil. 2005.

VIANA, S. A. **Estudo dos métodos sem malha na resolução de problemas eletromagnéticos**. Belo Horizonte, Brasil. 1998.

VISACRO, S. **Aterramentos elétricos**. São Paulo: Artliber, 2002.

VISACRO, S.; DE CAMPOS, M. A. Aplicação da aproximação potencial constante no projeto de malhas de aterramento: Análise de sensibilidade; Testes experimentais com modelos reduzidos. **no X SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**, Curitiba, 1989.