



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

# **AVALIAÇÃO DE RETORNO E RISCO EM ALOCÇÃO DE RECURSOS DE FUNDO DE PENSÃO**

**JÉBUS AMARANTE DOS REIS**

BELO HORIZONTE  
JUNHO DE 2018

**JÉSUS AMARANTE DOS REIS**

**AVALIAÇÃO DE RETORNO E RISCO EM ALOCAÇÃO  
DE RECURSOS DE FUNDO DE PENSÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional

Linha de pesquisa: Métodos Matemáticos Aplicados

Orientador: Prof. Dr. Adriano César Machado Pereira

Coorientador: Prof. Dr. Marconi de Arruda Pereira  
Universidade Federal de São João Del Rei

BELO HORIZONTE  
JUNHO DE 2018

R375a Reis, J3sus Amarante dos  
Avalia33o de retorno e risco em aloca33o de recursos de fundo de pens33o. / J3sus Amarante dos Reis. -- Belo Horizonte, 2018.  
xvii, 114 f. : il.

Disserta33o (mestrado) -- Centro Federal de Educa33o Tecnol33gica de Minas Gerais, Programa de P3s-Gradua33o em Modelagem Matem33tica e Computacional, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Adriano C3sar Machado Pereira

Coorientador: Prof. Dr. Marconi de Arruda Pereira

#### Bibliografia

1. Modelos Matem33ticos. 2. Mercado de A33oes - Previs33o. 3. Fundos de Pens33o. I. Pereira, Adriano C3sar Machado. II. Centro Federal de Educa33o Tecnol33gica de Minas Gerais. III. T3tulo

CDD 511.8



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**“AVALIAÇÃO DE RETORNO E RISCO EM ALOCAÇÃO DE RECURSOS  
DE FUNDO DE PENSÃO”**

Dissertação de Mestrado apresentada por **Jésus Amarante dos Reis**, em 15 de junho de 2018, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Adriano César Machado Pereira (Orientador)  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Marconi de Arruda Pereira (Coorientador)  
Universidade Federal de São João del-Rei

Prof. Dr. Arthur Rodrigo Bosco de Magalhães  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Felipe Dias Paiva  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

Prof. Dr. José Geraldo Peixoto de Faria  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Modelagem Matemática e Computacional

Dedico este trabalho à mulher da minha vida Verônica pelo apoio incondicional em todos os momentos, principalmente nos de incerteza, muito comum para quem tenta trilhar novos caminhos. Sem você nenhuma conquista valeria a pena.

Às minhas filhas Isabela e Letícia que sempre me receberam com muito carinho após as longas jornadas de estudos.

# Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Adriano César Machado Pereira, pela dedicação durante o desenvolvimento deste trabalho estando sempre disponível, paciente e motivado a seguirmos juntos para concluir este projeto.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Marconi de Arruda Pereira, pelas permitinetes e valiosas observações realizadas no decorrer da dissertação.

Aos professores Dr. Arthur Rodrigo Bosco de Magalhães e Dra. Elisangela Martins de Sá pelas oportunas observações e correções realizadas no projeto de qualificação.

À minha família por sempre me apoiar e incentivar nos novos desafios.

Aos colegas das disciplinas ministradas no programa de mestrado, que juntos estudamos e discutimos os vários trabalhos realizados.

Aos colegas de trabalho da Fundambras Sociedade de Previdência Privada (Complementar), que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

*“A sociedade produziu uma revolução na Medicina que aumentou a vida do homem, mas ela não foi capaz de criar uma revolução financeira que a sustentasse com dignidade”*  
(John F. Kennedy)

# Resumo

As alterações de fatores econômicos e sociais ocorridas nos últimos anos estão modificando significativamente a maneira de se planejar para aposentadoria. A gradativa redução da capacidade laboral, que acontece naturalmente com o passar dos anos, faz refletir sobre o período da incapacidade para o trabalho e, neste momento, reconhecemos a importância dos benefícios pagos pela Previdência Oficial, que há tempos vive uma expectativa de crise financeira favorecendo o surgimento e posterior crescimento das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC). Neste mercado de previdência complementar, o período de acumulação de recursos é muito importante e a rentabilidade obtida nesta fase interfere diretamente na reserva financeira acumulada para a aposentadoria. Por isso, este trabalho tem como objetivo criar uma modelagem para selecionar e sugerir aos gestores de EFPC um portfólio de investimentos usando também renda variável em sua composição e que tenha rentabilidade suficiente para o cumprimento das expectativas do plano a um baixo nível de risco, medido pelo CVaR. Para tornar possível esta seleção de ativos é necessário observar a legislação atual relacionada aos limites da meta atuarial e da composição da carteira conforme a classificação dos ativos na B3. Dispondo das cotações diárias da BOVESPA do período de 2008 a 2016 será aplicada a Teoria do Portfólio de Markowitz para obter uma carteira ativos com o retorno adequado à legislação e risco minimizado. As simulações realizadas apresentaram retorno acumulado em oito anos superior em 128,45% à meta atuarial e 193,55% ao IBOVESPA que em média representa retorno anual superior em 16,00% e 24,00%, respectivamente. Os resultados foram validados com Fundos de Investimentos selecionados e com uma solução proposta pelo algoritmo evolutivo multiobjetivo NSGA-II, que também foram superados. De posse dos melhores ativos selecionados, pode-se então recomendar sugestões de carteiras para fundos de pensão.

**Palavras-chave:** Fundos de Pensão. Alocação de Recursos. Mercado Financeiro. Risco Financeiro.

# Abstract

Changes in economic and social factors that have occurred in the recent years are significantly modifying the way to plan for retirement. The gradual reduction in work capacity, which happens naturally over the years, reflects on the period of incapacity for work and, at this moment, we recognize the importance of the benefits paid by the official Pension Plan, which has long lived an expectation of financial crisis favoring the emergence and subsequent growth of Pension Funds. In this pension plan market, the resource accumulation period is very important and the profitability obtained at this stage directly affects the accumulated financial reserves for retirement. Therefore, this work aims to create a model to select and suggest to the managers of Pension Funds a portfolio of investments also using variable income in its composition and that has sufficient profitability to the fulfillment of the expectations of the plan to a low level of risk, measured by CVaR. To make this asset selection possible, it is necessary to observe the current legislation related to the limits of the actuarial target and the composition of the portfolio according to the classification of the assets in B3. With the BOVESPA daily quotations from 2008 to 2016, the Markowitz Portfolio Theory will be applied to obtain a portfolio of assets with the appropriate return to legislation and minimized risk. The simulations showed higher cumulative return in eight years at 128.45% to actuarial target and 193.55% to the IBOVESPA, which on average represents an annual return of 16.00% and 24.00%, respectively. The results were validated with selected Investment Funds and a solution proposed by the NSGA-II multiobjective evolution algorithm, which were also overcome. With the possession of the best selected assets, one can then recommend portfolio suggestions for pension funds.

**Keywords:** Pension funds. Resource allocation. Financial market. Financial risk.

# Lista de Figuras

Figura 1 – Evolução das Rendas Fixa e Variável nas EFPCs . . . . .	3
Figura 2 – Histórico do CDI de 2008 a 2016 . . . . .	4
Figura 3 – Evolução dos ativos / PIB (R\$ Bilhões) . . . . .	17
Figura 4 – Fronteira eficiente de Markowitz . . . . .	21
Figura 5 – Esquema Metodológico . . . . .	28
Figura 6 – Variação da Amostra em Relação a População com $E_0 = 5,0\%$ . . . . .	33
Figura 7 – Vetores para Geração da Amostra . . . . .	34
Figura 8 – Fluxo para definição da cardinalidade . . . . .	36
Figura 9 – Fluxo para definição da carteira inicial . . . . .	40
Figura 10 – Fluxo do ajuste de peso dos ativos do portfólio conforme Resolução CMN 3.792 . . . . .	46
Figura 11 – Posicionamento do Perfil de Investimento no Portfólio Eficiente . . . . .	48
Figura 12 – Fluxograma básico do algoritmo NSGA-II . . . . .	53
Figura 13 – Fluxo da Janela Móvel com Análise da Rentabilidade . . . . .	55
Figura 14 – Rentabilidade anual dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 . . . . .	62
Figura 15 – Rentabilidade anual acumulada dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 . . . . .	62
Figura 16 – Risco medido pelo CVaR dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 . . . . .	63
Figura 17 – Rentabilidade com peso balanceado e peso ajustado de 2009 a 2016 . . . . .	68
Figura 18 – Rentabilidade anual dos portfólios e dos indicadores selecionados de 2009 a 2016 . . . . .	70
Figura 19 – Rentabilidade acumulada dos portfólios e dos indicadores selecionados de 2009 a 2016 . . . . .	71
Figura 20 – Rentabilidade anual dos portfólios selecionados e de Fundos de Investi- mentos selecionados de 2009 a 2016 . . . . .	72
Figura 21 – Rentabilidade acumulada dos portfólios selecionados de Fundos de In- vestimentos selecionados de 2009 a 2016 . . . . .	73
Figura 22 – Validação da rentabilidade anual dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 com NSGA-II . . . . .	77
Figura 23 – Validação da rentabilidade acumulada dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 com NSGA-II . . . . .	78
Figura 24 – Risco medido pelo CVaR dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 com NSGA-II . . . . .	79

# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Quantidade de Ativos Seleccionados e Descartados por Ano . . . . .	30
Tabela 2 – Carteira Inicial para Simulação Geral. Ano 2008 . . . . .	41
Tabela 3 – Ativos seleccionados com a respectiva classificação e peso balanceado.	44
Tabela 4 – Exemplo de ajuste de peso dos ativos classificados como N1 . . . . .	45
Tabela 5 – Exemplo de ajuste de peso dos ativos do portfólio . . . . .	45
Tabela 6 – Resultado anual dos Indicadores Seleccionados - de 2008 a 2016 . . . . .	49
Tabela 7 – Aplicação em Fundos de Investimentos pelas EFPCs (R\$ milhões) . . . . .	50
Tabela 8 – Simulação Geral - Ativos seleccionados em 2008 com a rentabilidade apurada em 2009 . . . . .	57
Tabela 9 – Simulação Positivo - Ativos seleccionados em 2008 com a rentabilidade apurada em 2009 . . . . .	59
Tabela 10 – Simulação Índice - Ativos seleccionados em 2008 com a rentabilidade apurada em 2009 . . . . .	60
Tabela 11 – Simulação NSGA-II - Ativos seleccionados em 2008 com a rentabilidade apurada em 2009 . . . . .	76
Tabela 12 – Simulação Geral - Ativos seleccionados em 2009 com a rentabilidade apurada em 2010 . . . . .	95
Tabela 13 – Simulação Geral - Ativos seleccionados em 2010 com a rentabilidade apurada em 2011 . . . . .	96
Tabela 14 – Simulação Geral - Ativos seleccionados em 2011 com a rentabilidade apurada em 2012 . . . . .	96
Tabela 15 – Simulação Geral - Ativos seleccionados em 2012 com a rentabilidade apurada em 2013 . . . . .	97
Tabela 16 – Simulação Geral - Ativos seleccionados em 2013 com a rentabilidade apurada em 2014 . . . . .	98
Tabela 17 – Simulação Geral - Ativos seleccionados em 2014 com a rentabilidade apurada em 2015 . . . . .	98
Tabela 18 – Simulação Geral - Ativos seleccionados em 2015 com a rentabilidade apurada em 2016 . . . . .	99
Tabela 19 – Simulação Positivo - Ativos seleccionados em 2009 com a rentabilidade apurada em 2010 . . . . .	100
Tabela 20 – Simulação Positivo - Ativos seleccionados em 2010 com a rentabilidade apurada em 2011 . . . . .	101
Tabela 21 – Simulação Positivo - Ativos seleccionados em 2011 com a rentabilidade apurada em 2012 . . . . .	101

Tabela 22 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2012 com a rentabilidade apurada em 2013 . . . . .	102
Tabela 23 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2013 com a rentabilidade apurada em 2014 . . . . .	102
Tabela 24 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2014 com a rentabilidade apurada em 2015 . . . . .	103
Tabela 25 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2015 com a rentabilidade apurada em 2016 . . . . .	104
Tabela 26 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2009 com a rentabilidade apurada em 2010 . . . . .	105
Tabela 27 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2010 com a rentabilidade apurada em 2011 . . . . .	106
Tabela 28 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2011 com a rentabilidade apurada em 2012 . . . . .	106
Tabela 29 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2012 com a rentabilidade apurada em 2013 . . . . .	107
Tabela 30 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2013 com a rentabilidade apurada em 2014 . . . . .	107
Tabela 31 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2014 com a rentabilidade apurada em 2015 . . . . .	108
Tabela 32 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2015 com a rentabilidade apurada em 2016 . . . . .	109
Tabela 33 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2009 com a rentabilidade apurada em 2010 . . . . .	110
Tabela 34 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2010 com a rentabilidade apurada em 2011 . . . . .	111
Tabela 35 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2011 com a rentabilidade apurada em 2012 . . . . .	111
Tabela 36 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2012 com a rentabilidade apurada em 2013 . . . . .	112
Tabela 37 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2013 com a rentabilidade apurada em 2014 . . . . .	112
Tabela 38 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2014 com a rentabilidade apurada em 2015 . . . . .	113
Tabela 39 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2015 com a rentabilidade apurada em 2016 . . . . .	114

# Lista de Quadros

Quadro 1 – Publicações selecionadas sobre portfólio de EFPC . . . . .	11
Quadro 2 – Relação do total dos Ativos / PIB em 2013 de países selecionados . . .	16
Quadro 3 – Resoluções e os limites de aplicação (2001-2017) . . . . .	25
Quadro 4 – Alocação de recursos das EFPC - Carteira Consolidada . . . . .	26
Quadro 5 – Configurações da função <i>efficientPortfolio</i> . . . . .	36
Quadro 6 – Estatística dos Portfólios Selecionados . . . . .	39
Quadro 7 – Composição do Perfil de Investimento . . . . .	48
Quadro 8 – Intervalo de Cotações dos Ativos por Ano . . . . .	54
Quadro 9 – Resultado anual da Simulação Geral - Valores em percentual . . . . .	58
Quadro 10 – Resultado anual da Simulação Positivo - Valores em percentual . . . . .	59
Quadro 11 – Resultado anual da Simulação Índice - Valores em percentual . . . . .	60
Quadro 12 – Aplicação anual dos portfólios selecionados - Simulação Geral . . . . .	65
Quadro 13 – Aplicação anual dos portfólios selecionados - Simulação Positivo . . . . .	66
Quadro 14 – Aplicação anual dos portfólios selecionados - Simulação Índice . . . . .	67
Quadro 15 – Resultado acumulado em percentual de indicadores do período de 2009 a 2016. . . . .	68
Quadro 16 – Resultados dos Perfis de Investimento . . . . .	69
Quadro 17 – Resultado anual da simulação utilizando Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo NSGA-II - Valores em percentual . . . . .	77
Quadro 18 – Ativos selecionados em 2008 utilizados no início da janela móvel . . . . .	80
Quadro 19 – Rentabilidade acumulada da janela móvel com o peso balanceado . . . . .	81
Quadro 20 – Rentabilidade acumulada da janela móvel com o peso ajustado . . . . .	81
Quadro 21 – Rentabilidade acumulada da janela móvel com o peso balanceado e repetição de portfólio . . . . .	82
Quadro 22 – Rentabilidade acumulada da janela móvel com o peso ajustado e repetição de portfólio . . . . .	82
Quadro 23 – Ativos selecionados em ordem alfabética . . . . .	93

# Lista de Algoritmos

Algoritmo 1 – Simulação Inicial para Definição da Cardinalidade . . . . .	38
Algoritmo 2 – Simulação Inicial dos Portfólios . . . . .	42
Algoritmo 3 – Ajuste de peso do Portfólio conforme Resolução CMN 3.792 . . . . .	47

# Lista de Abreviaturas e Siglas

ABRAPP	Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar
AML	<i>Asset Liability Management</i>
AG	Algoritmo Genético
B3	Brasil, Bolsa, Balcão
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CGPC	Conselho de Gestão de Previdência Complementar
CNPC	Conselho Nacional de Previdência Complementar
CRPC	Câmara de Recursos da Previdência Complementar
CD	Contribuição Definida
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
CVaR	<i>Conditional Value at Risk</i>
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
EDERs	Equações Diferenciais Estocásticas Reversas
EFPC	Entidade Fechada de Previdência Complementar
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IBOVESPA	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
ICSS	Instituto Cultural de Seguridade Social
IN	Índice de Negociabilidade
INSS	Instituto Nacional do Seguro Social
INPC	Índice Nacional de Preços ao Consumidor
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
MPAS	Ministério da Previdência e Assistência Social

MPS	Ministério da Previdência Social
MSP	Programa Estocástico Multiestágio
MTP	Moderna Teoria do Portfólio
MTPS	Ministério do Trabalho e Previdência Social
NSGA-II	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II</i>
NC	Não Classificado
OCDE	Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Econômico
PIB	Produto Interno Bruto
PREVIC	Superintendência Nacional de Previdência Complementar
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>
SPEA2	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2</i>
SINDAPP	Sindicato Nacional das Entidades Fechadas de Previdência Complementar
TJP	Taxa de Juros Padrão
TMA	Taxa Máxima Atuarial
VaR	<i>Value at Risk</i>

# Lista de Símbolos

$\alpha$	Letra grega Alfa
$\beta$	Letra grega Beta
$\gamma$	Letra grega Gama
$\Delta$	Letra grega Delta
$\mu$	Letra grega Mi
$\omega$	Letra grega Ômega

# Sumário

<b>1 – Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Justificativa	2
1.2 Motivação	3
1.3 Objetivos	5
1.4 Organização do trabalho	5
<b>2 – Trabalhos Relacionados</b>	<b>7</b>
2.1 Revisão da Literatura	7
2.2 Fundos de Pensão no Brasil	10
<b>3 – Fundamentação Teórica</b>	<b>15</b>
3.1 Mercado da Entidade Fechada de Previdência Complementar	15
3.1.1 A meta atuarial da Entidade Fechada de Previdência Complementar	17
3.2 O Mercado de Ações	18
3.3 Teoria do Portfólio de Markowitz	20
3.4 Cardinalidade do Portfólio	22
3.5 Risco nos Investimentos	23
3.6 Limites da Resolução CMN 3.792	24
<b>4 – Metodologia</b>	<b>27</b>
4.1 Coleta de dados na BM&F BOVESPA	28
4.2 Seleção de Ativos	29
4.3 Seleção da Amostra	30
4.4 Seleção da Carteira Inicial por Markowitz	34
4.5 Definição da Cardinalidade	36
4.6 Cálculo da Carteira Inicial	39
4.7 Apuração da Rentabilidade e Risco	42
4.8 Enquadramento dos Portfólios Seleccionados à Resolução CMN 3.792	43
4.9 Elaboração do Perfil de Investimentos com Portfólios Seleccionados	48
4.10 Validação dos Resultados	49
4.10.1 Validação dos resultados com indicadores	49
4.10.2 Validação dos resultados com fundos de investimentos	50
4.10.3 Validação dos resultados com um Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo NSGA-II	51
4.11 Avaliação do Portfólio selecionado utilizando Janela Móvel	54

<b>5 – Experimentos: Resultados e Análises</b> . . . . .	<b>56</b>
5.1 Seleção inicial dos ativos da Simulação Geral . . . . .	56
5.2 Seleção inicial dos ativos da Simulação Positivo . . . . .	58
5.3 Seleção inicial dos ativos da Simulação Índice . . . . .	60
5.4 Consolidação dos Resultados Apurados nas Simulações . . . . .	61
5.4.1 Análise da utilização dos pesos Balanceado e Ajustado nos resultados	67
5.5 Resultados dos Perfis de Investimentos . . . . .	68
5.6 Validação dos Resultados com Indicadores . . . . .	69
5.7 Validação dos Resultados com Fundos de Investimentos Selecionados . . . .	71
5.8 Validação dos Resultados com um Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo NSGA-II	73
5.9 Avaliação dos Resultados utilizando Janela Móvel . . . . .	79
5.9.1 Janela móvel sem repetição de portfólio . . . . .	80
5.9.2 Janela móvel com repetição de portfólio . . . . .	81
<b>6 – Conclusões e Trabalhos Futuros</b> . . . . .	<b>84</b>
6.1 Oportunidades para trabalhos futuros . . . . .	85
<b>Referências</b> . . . . .	<b>87</b>
<b>Apêndices</b>	<b>92</b>
<b>APÊNDICE A – Ativos utilizados em ordem alfabética</b> . . . . .	<b>93</b>
<b>APÊNDICE B – Resultados da Simulação Geral</b> . . . . .	<b>95</b>
<b>APÊNDICE C – Resultados da Simulação Positivo</b> . . . . .	<b>100</b>
<b>APÊNDICE D – Resultados da Simulação Índice</b> . . . . .	<b>105</b>
<b>APÊNDICE E – Resultados da simulação utilizando algoritmo genético NSGA-II</b>	<b>110</b>

# 1 Introdução

A gradativa diminuição da capacidade laboral faz refletir sobre a forma de subsistência mais digna possível durante o período da aposentadoria. Neste momento vemos a importância dos benefícios pagos pelo Instituto Nacional do Seguro Social (INSS), que é um órgão do Ministério da Previdência Social, ligado diretamente ao Governo Federal. Observa-se nas últimas décadas que o valor inicial pago para estes benefícios sofre uma redução no momento da concessão do benefício da aposentadoria.

Dentre os diversos fatores que influenciam na redução do valor inicial da aposentadoria podemos destacar o aumento da longevidade e a redução da taxa de natalidade, que são fenômenos sociais que abrangem toda a população mundial. Em artigo publicado há quase 20 anos, [Moreira \(1998\)](#) relata que o significativo declínio da taxa de crescimento populacional tem como consequência principal a transformação da composição etária da população.

A expectativa de uma crise financeira na Previdência Social favoreceu o surgimento e posterior crescimento das instituições de Previdência Complementar, também conhecido como Fundo de Pensão. De acordo com [Reis \(2006\)](#), a tendência é a Previdência Social pagar benefício cada vez menor. Por isso, faz-se necessário buscar por opções de poupança previdenciária à disposição no mercado brasileiro, que são os planos disponibilizados por entidades abertas e fechadas.

O sistema de pensões tornou-se cada vez mais complexo e estruturado em toda a Europa nas últimas décadas. Por causa da crise financeira e social, vários países implementaram fortes reformas no sistema de previdência estatal, a fim de reduzir os custos com pensões no saldo do orçamento do Estado. Além disso, incentivaram a criação e facilidades para a previdência complementar ([OECD, 2013](#)).

O marco regulatório da Previdência Complementar brasileira, a Lei 6.435, [Brasil \(1977\)](#) visa criar mecanismos para uma proteção adicional da renda do trabalhador na incapacidade para o trabalho. Em resumo, a atividade básica de uma entidade de previdência complementar é arrecadar contribuições, aplicar esses recursos no mercado financeiro da forma mais eficiente possível, considerando a relação retorno x risco do investimento, e por fim pagar os benefícios de aposentadoria.

Em um plano de Previdência Complementar é necessário observar três importantes fatores: o volume das contribuições realizadas, o período de realização das contribuições e a rentabilidade alcançada durante todo o período de existência do plano, considerando os períodos de acumulação e de pagamento.

Conforme a Tábua Completa de Mortalidade - Ambos os Sexos de 2016<sup>1</sup> publicada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) a expectativa de vida de um jovem aos 20 anos de idade é de viver mais 57,5 anos. Então, efetivando uma adesão a este tipo de plano aos 20 anos de idade, esperamos que o tempo de permanência ou de vínculo com a entidade de previdência complementar seja de aproximadamente 57 anos considerando o período de acumulação e de pagamento, e este é um longo período para se administrar recursos de terceiros em momentos e cenários econômicos diversos no Brasil e no mundo.

Neste longo período de realização de aplicações financeiras, é necessário decidir entre portfólios que tragam retorno aos investimentos no mínimo suficiente para alcançar a meta atuarial, que é a rentabilidade mínima a ser obtida nas aplicações financeiras com objetivo de garantir o cumprimento dos compromissos futuros estabelecidos em um plano de previdência, e com o menor risco possível, pois não se trata de trabalhar apenas com recursos de terceiros mas com o sonho de um futuro melhor, e isto eleva consideravelmente a responsabilidade no momento de elaborar uma carteira de investimentos.

Estruturar uma carteira inicial de investimentos em renda variável para planos de Entidade Fechada de Previdência Complementar (EFPC), obtendo retorno superior a meta atuarial, correndo o mínimo de risco possível e atendendo ao arcabouço legal atualmente em vigor deste mercado é o escopo de trabalho deste projeto.

## 1.1 Justificativa

Observa-se no mercado financeiro uma migração dos investidores entre as aplicações em renda fixa e renda variável conforme a variação crescente da taxa básica de juros brasileira, a SELIC<sup>2</sup>. Em momentos de taxas de juros elevadas aumenta-se o volume de recursos aplicados em produtos com rentabilidade atreladas a renda fixa e ocorre uma grande diminuição dos investimentos em renda variável. Quando ocorre a diminuição da taxa de juros, o movimento das aplicações se inverte.

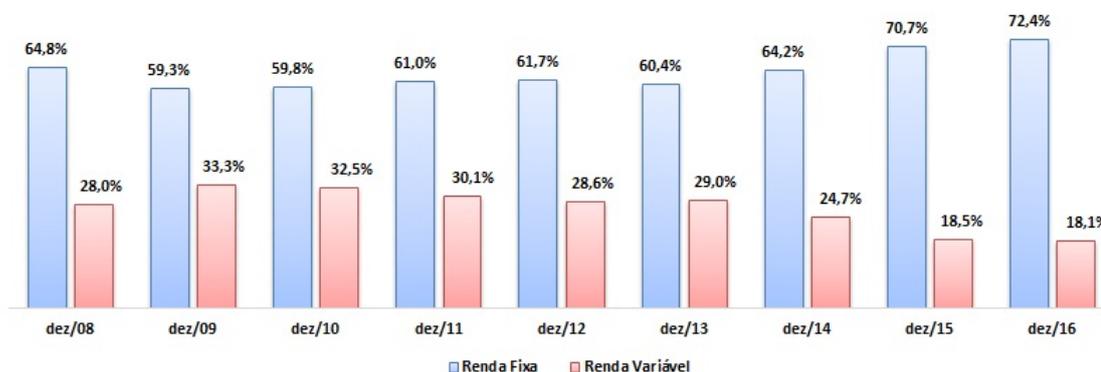
No mercado brasileiro, onde a taxa de juros permanece elevada há muitos anos, as EFPCs pouco se arriscam em produtos de renda variável e a cada ano o percentual de investimento vem reduzindo ao longo do tempo. A Figura 1, adaptada do relatório Consolidado Estatístico publicado pela Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP<sup>3</sup>) demonstra claramente o movimento de retirada de investimento nestes ativos. Esta figura apresenta somente as aplicações em renda fixa e renda variável e não demonstra os demais tipos de investimento que compõem o portfólio total da entidade.

<sup>1</sup> IBGE, Diretoria de Pesquisas (DPE), Coordenação de População e Indicadores Sociais (COPIS). Disponível em [ftp://ftp.ibge.gov.br/Tabuas\\_Completas\\_de\\_Mortalidade](ftp://ftp.ibge.gov.br/Tabuas_Completas_de_Mortalidade)

<sup>2</sup> Taxa de financiamento no mercado interbancário para operações de um dia

<sup>3</sup> [www.abrapp.org.br](http://www.abrapp.org.br)

Figura 1 – Evolução das Rendas Fixa e Variável nas EFPCs



Adaptado pelo autor. ABRAPP. Consolidado Estatístico, dez/2012 e dez/2016.

Atualmente existe uma forte tendência de redução da taxa básica de juros que resulta em retorno cada vez menor nas aplicações em renda fixa e contribui para que os gestores de carteira de investimentos da EFPC busquem no mercado financeiro aplicações com maior rentabilidade mas que carregam também uma maior volatilidade e risco.

Neste cenário onde busca-se diversificar o portfólio dos investimentos, justifica-se esta pesquisa pela sua contribuição no desenvolvimento e análise de uma alocação inicial de investimentos dos recursos oriundos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar brasileira, observando a melhor relação entre retorno e risco e atendendo sempre as atuais normas em vigor referentes aos limites das aplicações, o que a diferencia de um simples fundo de investimentos.

## 1.2 Motivação

De acordo com o relatório Consolidado Estatístico de dezembro/2016 elaborado pela Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar<sup>4</sup>, em dezembro/2016 os recursos das entidades representavam 12,6% do Produto Interno Bruto (PIB), que corresponde a aproximadamente R\$ 790 bilhões e que em 2014 contribuía para uma cobertura previdenciária para mais de 3,2 milhões de participantes entre ativos, assistidos e pensionistas. Todo este recurso possui enorme relevância para os participantes dos planos que contribuem para este patrimônio, pois visa garantir uma renda complementar na incapacidade para o trabalho, seja por aposentadoria, morte ou invalidez.

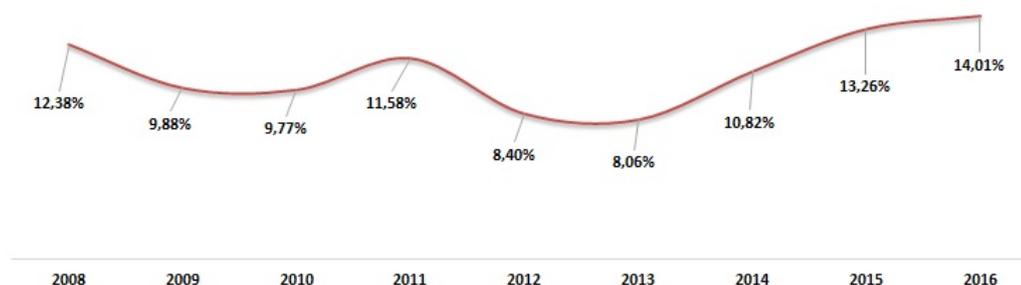
Existe uma forte relação entre a maximização do retorno dos investimentos com o risco envolvido na mesma operação. Isto é, quanto maior a rentabilidade prometida por um determinado investimento, maior é o risco de não se obter este retorno. Com o pensamento estritamente previdenciário, o objetivo dos administradores das EFPCs é garantir uma

<sup>4</sup> ABRAPP, Consolidado Estatístico. Disponível em <http://www.abrapp.org.br/SitePages/ConsolidadoEstatistico.aspx>

rentabilidade suficientemente adequada aos objetivos dos planos para que a expectativa do participante seja satisfeita no momento da aposentadoria. Por isso, é necessário administrar estes recursos sob o mínimo de risco possível.

Nos últimos anos, com a taxa de juros brasileira se mantendo em elevados patamares conforme apresentado na Figura 2, as EFPCs investiram a maior parte dos recursos disponíveis em ativos de renda fixa para cumprirem os objetivos de rentabilidade traçados nas políticas de investimentos e com certo conforto por não assumirem elevado grau de risco. Com a tendência de diminuição desta taxa de juros, é necessário que os administradores saiam da zona de conforto para alcançar os objetivos estabelecidos e neste caso assumirem mais riscos, buscar informações atualizadas sobre o mercado de renda variável, pesquisas recentes relacionadas ao tema, novas ferramentas e tecnologias para o embasamento de suas decisões.

Figura 2 – Histórico do CDI de 2008 a 2016



Fonte: Elaborado pelo autor.

Identificamos neste momento um problema a ser vivenciado pelos administradores que precisam em muitos casos iniciar uma alocação em renda variável sem ter nenhum ativo deste segmento no portfólio da entidade ou ter que ampliar e diversificar este tipo de investimento. Estas informações reforçam a relevância deste segmento para a poupança de longo prazo do país e que, de acordo com [Leal, Silva e Ribeiro \(2002\)](#), os fundos de pensão se configuram como um dos mais importantes investidores institucionais do país. Por isso a importância do desenvolvimento de pesquisas que busquem apoiar e ampliar o conhecimento na alocação dos seus ativos.

O estudo de elaboração de portfólio de investimentos para as EFPC torna este trabalho importante e relevante devido ao momento previdenciário vivido atualmente não só no Brasil mas em diversos países do mundo. A importância das Entidades Fechadas de Previdência Complementar para a economia do País por promover o aumento da poupança interna, o seu destaque em possibilitar bem estar social para seus participantes na aposentadoria e o atual momento de estabilidade econômica brasileira com o controle da inflação e redução da taxa de juros, tornam relevante este trabalho.

### 1.3 Objetivos

O Objetivo geral desta pesquisa é propor uma metodologia para selecionar ativos de renda variável para compor o portfólio de uma Entidade Fechada de Previdência Complementar com o intuito de ter um retorno superior à Meta Atuarial do plano, minimizando o risco e cumprindo os limites de aplicação por segmento, conforme estabelecido na legislação. Alcançando esse objetivo, tem-se os perfis de investimentos a serem disponibilizados para os gestores dos planos destas entidades.

Dispondo das cotações diárias da BOVESPA para o período de 2008 a 2016, será utilizada a teoria de seleção de portfólios para obter uma carteira ótima de investimentos para determinado nível de risco admitido pelo gestor. Utiliza-se neste trabalho a Teoria do Portfólio de Markowitz para a seleção dos ativos e o *Conditional Value at Risk* (CVaR) como medida de risco. Espera-se obter uma carteira eficiente para o período analisado e com rentabilidade suficiente para alcançar a meta atuarial máxima estabelecida na legislação bem como o enquadramento do portfólio na legislação atual e a elaboração dos perfis de investimentos.

Para alcançar este objetivo, foram definidas os seguintes objetivos específicos:

- Estabelecer, por meio de simulações de carteira e utilizando-se da Teoria do Portfólio de Markowitz, a cardinalidade adequada a uma carteira de investimentos.
- Propor um modelo para seleção dos ativos considerando o retorno da carteira e o risco.
- Analisar os resultados para identificar o melhor portfólio considerando o risco da carteira ao nível aceitável e com retorno esperado dentro dos limites estabelecidos na legislação referente a Meta Atuarial máxima (Resolução MTPS/CNPC nº 22, de 25/11/2015 (BRASIL, 2015)), observando os segmentos estabelecidos e os percentuais máximo de aplicação conforme a Resolução CMN 3.792, de 24 de setembro de 2009.
- Comparar os resultados obtidos com alguns indicadores selecionados, com fundos de investimentos disponíveis no mercado financeiro e com outra metodologia de seleção de portfólio que utilize algoritmo genético.
- Desenvolver os perfis de investimentos a serem disponibilizados aos gestores.
- Desenvolver um algoritmo de previsão simulando carteiras com janelas móvel de três meses, seis meses e um ano.

### 1.4 Organização do trabalho

Esta dissertação de mestrado está organizada em seis capítulos. O atual trata desta introdução, no qual são expostos o tema, a relevância e os objetivos deste trabalho.

No Capítulo 2 são apresentados os trabalhos relacionados, com um estudo bibliográfico referente a aplicação de recursos em uma Entidade Fechada de Previdência Complementar (EFPC). A fundamentação teórica é exposta no Capítulo 3, com subseções específicas para discorrer sobre mercado de previdência complementar, mercado financeiro, teoria de Markowitz, cardinalidade de portfólio, risco dos investimentos e Resolução CMN 3.792.

No Capítulo 4 é apresentada a metodologia proposta (materiais e métodos), evidenciando principalmente o sequenciamento das atividades e a justificativa das escolhas da pesquisa.

Os resultados deste trabalho são apresentados no Capítulo 5 e, por fim, as conclusões e sugestões de trabalho futuro são descritos no Capítulo 6.

## 2 Trabalhos Relacionados

Uma revisão da literatura foi realizada com o auxílio do site de busca Scopus<sup>1</sup>, que é um dos maiores banco de dados de resumo e citações de literatura revisada por pares, o site de busca de periódicos da CAPES<sup>2</sup> que disponibiliza para seus assinantes um acesso direto à produção dos autores, periódicos e sociedades internacionais mais conceituados, garantindo densidade à sua produção acadêmica, e o Google Scholar<sup>3</sup>, sendo os últimos utilizados principalmente para localizar publicações referentes à realidade brasileira de alocação de ativos em entidades fechadas de previdência privada para apresentar o estado da arte de forma consistente.

Os resultados das pesquisas nas fontes de dados mencionadas serão detalhadas nas duas seções a seguir. A Seção 2.1 descreve uma revisão da literatura e a Seção 2.2 contempla os trabalhos relacionados para a legislação brasileira.

### 2.1 Revisão da Literatura

Nas primeiras pesquisas utilizou-se como critério de busca as palavras chave: *Pension Funds*, *Allocation* e *Risk*. Num segundo momento as palavras *Allocation* e *Risk* foram substituídas pela palavra Markowitz. O resultado da pesquisa é apresentado a seguir na revisão da literatura.

Müller, Capitelli e Granzol (1984) analisam carteiras ótimas para fundos de pensão e companhias de seguros de vida em termos reais ou nominais calculadas pelo método de Markowitz utilizando dados suíços. Os autores consideram as características dos investidores institucionais suíços e concluem que as ações ordinárias desempenham um papel menor em carteiras eficientes, que títulos e imóveis prevalecem no portfólio e que a perda de eficiência devido à otimização em termos nominais é extremamente pequena.

Um modelo de apoio à decisão para sustentar a gestão dos fundos de pensão no planejamento estratégico é descrito por Boender (1997). A característica principal da abordagem é que os fatores de risco relevantes são modelados por cenários, e não por distribuições de probabilidade. A geração de cenários é utilizada pelos gestores de fundos de pensões para simular e melhorar as estratégias até que uma beneficiada seja identificada.

Cairns (2000) propõe um controle ótimo de um fundo de pensão usando a estratégia de alocação de ativos e a estratégia de contribuição para o plano considerando que há  $n$  ativos de risco mais o ativo livre de risco bem como aleatoriedade no nível do benefício. Os

---

<sup>1</sup> <http://www.scopus.com/>

<sup>2</sup> <http://www.periodicos.capes.gov.br/>

<sup>3</sup> <https://scholar.google.com.br/>

resultados apresentados neste artigo consideram a legislação do Reino Unido referente a aplicação de recursos de EFPC e corroboram com as observações de [Bouher, Trussant e Florens \(1995\)](#). Dentre as considerações finais deste artigo, observa-se, para uma função de perda geral, que as proporções ótimas do fundo investido em cada um dos ativos de risco permanecem constantes um em relação ao outro. Além disso, a estratégia de alocação de ativos sempre está em linha com mercado de capitais e com a moderna teoria da carteira de Markowitz.

[Battocchio e Menoncin \(2004\)](#) consideram um modelo estocástico para um fundo de pensão de Contribuição Definida (CD) em tempo contínuo, onde as contribuições são corrigidas e os benefícios dependem dos retornos do portfólio do fundo. Apenas as contribuições são fixadas antecipadamente, enquanto o saldo de contas final para a aposentadoria depende fundamentalmente das habilidades administrativas e financeiras dos gestores de fundos sendo que uma gestão financeira eficiente é essencial para se ganhar a confiança dos contribuintes.

O problema proposto por [Battocchio e Menoncin \(2004\)](#) é de um portfólio com objetivo de maximizar a utilidade esperada de sua riqueza terminal em um mercado financeiro completo com taxa de juros estocástica. O gestor do fundo deve lidar com dois riscos de fundo: o risco salarial e o risco de inflação, onde se estabelece a dinâmica estocástica da taxa de juros e dos valores dos ativos e apresenta os processos estocásticos que descrevem o comportamento de dois riscos do fundo: salários e inflação. Em sua simulação numérica mostrou que os pesos dos ativos de risco diminuem ao longo do tempo, enquanto o peso do recurso sem risco aumenta.

Em um problema de alocação de ativos de um fundo de pensão de contribuição definida (CD) apresentado por [Siu \(2012\)](#) foi introduzida uma abordagem com Equações Diferenciais Estocásticas Reversas (EDERs) para discutir em uma dinâmica de inflação, preços de mercado de títulos financeiros e renda salarial estocástica moduladas por uma corrente de Markov<sup>4</sup> de tempo contínuo, finito e oculto. A solução forneceu algumas informações sobre a alocação de ativos e o preço dos ativos através da minimização do risco em uma economia com risco de inflação e risco de mudança das políticas públicas.

[Yao, Yang e Chen \(2013\)](#) relatam que, para criar fundos suficientes para a aposentadoria, os participantes do plano investem sua contribuição em uma carteira de ativos. O problema de alocação ótima de ativos para os participantes do plano que enfrentam inflação estocástica é resolvido pelo critério de média-variância de Markowitz. Diferente dos tradicionais modelos de maximização de utilidade esperados na literatura, adotou-se o critério M-V para selecionar a estratégia de investimento ótima na fase de acumulação de um fundo de pensão com plano de contribuição definida.

<sup>4</sup> Andrei Andrejevitch Markov (1856-1922) – matemático russo.

Yao et al. (2014) analisam a alocação de ativos para um plano de contribuição definida em um fundo de pensão com renda estocástica e risco de mortalidade, sendo considerada tanto para melhorar o retorno quanto para controlar o risco a média da variância do preço dos ativos. Yao et al. (2014) estabelecem um modelo de alocação de ativos adotando um método de programação dinâmica e a teoria dupla de Lagrange e define expressões de forma fechada para a estratégia de investimento e fronteira eficiente.

Ao desconsiderar as palavras chave citadas anteriormente, a pesquisa resultou em artigos como o de Thomas, Spataro e Mathew (2014) que utilizando dados de 34 países da OCDE de 2000 a 2010, analisam a relação empírica entre a participação dos ativos de fundos de pensão investidos em ações e a volatilidade do mercado de ações e concluem que existe uma relação negativa significativa entre a participação dos fundos de pensão investidos em ações e a volatilidade nos mercados da OCDE. Os modelos validam ainda mais o argumento de que os fundos de pensão como investidores institucionais podem reduzir a volatilidade do mercado de ações.

A principal contribuição do trabalho de Liang e Ma (2015) é demonstrar a eficiência da aproximação pelo método martingale<sup>5</sup> e da programação dinâmica na configuração do mercado incompleto e revelar a influência do risco salarial e do risco de mortalidade na estratégia de investimento ideal para resolver um problema de *Asset Liability Management* (AML). A aleatoriedade da intensidade de mortalidade aumenta a responsabilidade dos gestores e portanto, o investimento torna-se prudente em todo o tempo. A aleatoriedade do salário em tempo real demonstra que a estratégia de investimento está correlacionada negativamente com o salário.

Choi et al. (2016) analisam os custos de transação fixos e proporcionais com relação as ações e mudanças na contribuição líquida e apresentam uma estratégia ótima de equilíbrio de carteira para um gestor de fundos de pensão. Uma solução analítica para o problema de um período é apresentada e é desenvolvido um método heurístico para um problema multi período. Choi et al. (2016) demonstram que a contribuição líquida e a liquidez têm impactos significativos na alocação ótima de ativos de um fundo de pensão.

Boubaker et al. (2017) quantifica os efeitos de taxas de juros persistentemente baixas próximas ao limite zero e a política monetária não convencional sobre incentivos ao risco de fundos de pensão públicos dos Estados Unidos. Os autores demonstram que os choques monetários, identificados pelas mudanças nos rendimentos do Tesouro, seguido das mudanças nas taxas de juros do banco central Americano, levaram a um aumento substancial em alocação de fundos de pensão aos ativos de capital próprio. Descobertas adicionais mostram uma correlação positiva entre a tomada de risco do fundo de pensão, as baixas taxas de juros e o declínio nos rendimentos do Tesouro em planos de previdência

<sup>5</sup> Método binário originário da França no século XVIII usado nas apostas de jogos com moedas em que o apostador apostava em cara ou coroa.

pública, que é consistente com um incentivo estrutural para mudança de risco.

Vitali, Moriggia e Kopa (2017) separam os participantes do plano por perfil para identificar a alocação ótima de modo a combinar as características dos empregados e cumprir as normas e leis italianas. Para isso propõe um Programa Estocástico Multiestágio (MSP), que inclui uma função objetivo multi-critérios. A escolha ideal é a alocação de portfólio que minimiza o valor médio em desvio de risco da riqueza final, satisfaz a um objetivo de riqueza na etapa final e outras restrições em relação aos regulamentos do plano de pensão. A estocasticidade decorre da variação salarial e dos retornos dos ativos e os resultados numéricos mostram as carteiras dinâmicas ótimas em relação às preferências do investidor.

Pode-se observar, dentre os artigos citados, que em diferentes épocas e em países distintos, a análise e busca por melhores portfólios é uma constante preocupação dos gestores e dos pesquisadores que lidam com variadas taxas de juros, momentos econômicos não triviais e legislação específica. Entretanto, não foi encontrada uma publicação que utilize a modelagem e os métodos matemáticos para auxiliar os gestores de EFPC a obterem resultados satisfatórios sobre os investimentos, com o mínimo retorno necessário conforme legislação específica e com um determinado nível de risco que não comprometa a longo prazo a gestão dos ativos. E este é um dos objetivos deste trabalho de mestrado.

## 2.2 Fundos de Pensão no Brasil

Nesta seção foram utilizadas como critério de busca nos sites de pesquisa as palavras chave: Entidade Fechada de Previdência, Fundos de Pensão e Alocação com o objetivo de pesquisar fontes de informações relacionadas a situação previdenciária brasileira.

Em geral se busca rentabilidade elevada e baixo risco. E esta necessidade independe se o investidor é pessoa física ou jurídica, se existe uma legislação que limita o montante a ser aplicado, se o momento econômico é favorável ou desfavorável ou o grau de risco a ser exposto. Por isso, busca-se nesta seção com as publicações selecionadas, analisar a motivação e os resultados obtidos para o cenário brasileiro.

O estudo de Pinto (1985) analisa os efeitos da regulamentação econômica dos investidores institucionais e concluiu que a regulamentação altera o processo de escolha dos investidores aumentando o risco da carteira por deslocar a fronteira eficiente para baixo. Em seu trabalho, Neder (1998) concluí que o efeito da regulamentação aumenta o risco das carteiras dos investidores institucionais no Brasil.

Tomando como base o trabalho de Pinto (1985) e considerando as alterações realizadas na legislação, Contador e Costa (1999) concluíram que além da regulamentação

mover a fronteira eficiente para baixo também localiza a carteira dos fundos de pensão em seu interior. Com isso, ocorre uma perda de eficiência da carteira independente dos efeitos da regulamentação.

Pode-se citar outros artigos publicados em épocas diferentes e que também analisam a eficiência dos portfólios em relação a legislação. O Quadro 1 apresenta três publicações sobre portfólio de investimentos para as EFPC considerando a legislação em vigor em sua respectiva publicação. Obtém-se com estes trabalhos uma análise de um período de 12 anos sobre os investimentos realizadas pelas EFPC.

Quadro 1 – Publicações selecionadas sobre portfólio de EFPC

Autor(es)	Data Publicação	Período Analisado
Baima e Costa Júnior	1998	01/1995 a 12/1997
Leal, Silva e Ribeiro	2002	1996 a 2000
Valladão	2008	04/1996 a 04/2007

Fonte: Elaborada pelo autor.

[Baima e Jr \(1998\)](#) avaliam o desempenho das carteiras de 12 fundos de pensão e demonstram que apenas três apresentaram desempenho positivo. Em sua análise, com base nas tradicionais medidas de avaliação de [Treydor \(1965\)](#), [Sharpe \(1966\)](#) e [Jensen \(1968\)](#) concluíram que o desempenho dos fundos de pensão brasileiros, com a desregulamentação e a utilização de sofisticadas técnicas de gestão, pode-se obter melhor retorno sobre os investimentos.

O trabalho de [Leal, Silva e Ribeiro \(2002\)](#) realiza uma simulação de Monte Carlo de fronteiras eficientes, de forma que cada fronteira eficiente simulada seja estatisticamente equivalente à fronteira eficiente original. O objetivo deste não é mensurar a perda de eficiência pela regulamentação, mas pela decorrência da administração ineficiente da carteira após a aplicação da legislação. Os resultados indicaram a existência de uma possibilidade de melhores retornos caso sejam utilizados recursos mais sofisticadas para a gestão dos investimentos.

Em sua dissertação de mestrado, [Valladão \(2008\)](#) utiliza a *Asset and Liability Management* (ALM) e observa que aplicação de modelos de programação estocástica para problemas de ALM em fundos de pensão é dificultada pelos longos prazos envolvidos. [Valladão \(2008\)](#) busca mitigar os erros identificados pelo longo período necessário aos investimentos de um fundo de pensão com um modelo que identifique a alocação ótima de recursos de uma EFPC medindo a sua probabilidade de insolvência e conclui que o percentual máximo permitido pela legislação da época para aplicação em renda variável em um cenário de queda de juros será um limitador para as entidades que buscam ativos mais arriscados para obter melhor rentabilidade.

[Silveira e Branco \(2011\)](#) analisam os determinantes empíricos da alocação de

recursos oriundos da poupança para a aposentadoria no Brasil. Os resultados observados são em geral consistentes e alinhados com os avanços recentes da teoria da alocação de portfólio para investidores de longo prazo, onde a destinação dos recursos entre os ativos de maior volatilidade depende não apenas do grau de aversão ao risco, mas também de outras variáveis demográficas, sociais e econômicas.

Komura (2011) realizou uma análise de fundos de investimentos para investidores institucionais e observou que os fundos de pensão são os investidores com a maior quantidade de recursos disponíveis para investimento no Brasil. Com a flexibilização das leis e a tendência de queda de juros, os fundos de pensão passaram a considerar em seu portfólio os fundos de investimento como alternativa para atingir as suas metas. Neste contexto, fundos de investimento em *Private Equity*<sup>6</sup> se tornam alternativas atraentes (KOMURA, 2011).

Komura (2011) observa que as leis que estabelecem os limites de alocação dos fundos de pensão mudaram com uma alta frequência, e estes limites se flexibilizaram a cada mudança. Isto permitiu que os fundos de pensão pudessem realizar uma alocação maior em risco e também permitiu que eles investissem em uma gama maior de ativos e em ativos de maior risco. Entre as conclusões do trabalho, o autor identifica que os grandes fundos de pensão brasileiros aplicam diretamente seus recursos em *Private Equity*. Komura (2011) utiliza para selecionar os fundos de investimento a teoria moderna de portfólios, baseada no modelo de Markowitz. Este modelo busca uma composição de ativos ou fundos que resultem em uma carteira de menor variância, isto é, a carteira com o menor risco de acordo com os dados históricos.

Uma abordagem via programação estocástica linear para tomada de decisão em um fundo de investimento estruturado, conforme descrita por Vanzetto e Costa (2014), com a metodologia de média de vários cenários, é aplicada para definição da alocação inicial de uma carteira formada por caixa e derivativos de índice de ações. Utilizando dados históricos de 2009 a 2013, a metodologia proposta realiza a geração uma árvore de cenários, simula uma rotina de otimização utilizando método Simplex para definição da alocação ótima no primeiro nó e realiza a repetição do processo por um número M de vezes, sendo utilizado M=200. A alocação inicial a ser implementada pelo gestor será então a média de todas as M alocações iniciais obtidas.

Os autores concluíram que o bom desempenho da carteira proposta, que superou o índice BOVESPA no o período analisado, e que sua performance se mostrou superior por apresentar melhor relação risco retorno. Vanzetto e Costa (2014) também concluíram que a metodologia aplicada se mostrou como sendo uma boa ferramenta para uma análise

<sup>6</sup> *Private Equity* é uma expressão em inglês que pode ser traduzida para “Ativo Privado”, uma modalidade de fundo de investimento que consiste na compra de ações de empresas que possuam boas faturações monetárias e que estejam em notável crescimento.

comparativa entre estratégias a serem implementadas por um gestor de investimentos.

Utilizando o modelo de otimização de carteiras de Markowitz, [Cortez \(2015\)](#) avalia a aplicabilidade do modelo e propõe encontrar a máxima rentabilidade média para um determinado nível de risco em um Plano de Benefício Definido e, conseqüentemente, dar suporte ao gestor nas decisões. Utilizando informações do período de 30/03/2011 a 31/03/2015, foram utilizadas três estratégias e, todas tiveram resultados satisfatórios tanto em retorno absoluto quanto melhor relação risco/retorno.

Acredita-se que o modelo aqui exposto possa contribuir para o desempenho dos Planos de Benefício Definido, ou seja, o gestor pode utilizar este modelo para buscar melhores resultados para o plano, uma vez que o resultado da estratégia “Retorno Maior Igual” na Alocação Trimestral superou a carteira com 26,22 pontos percentuais. É um resultado relevante e deve ser levado em consideração pelos gestores dos Fundos de Pensão ([CORTEZ, 2015](#)).

Analisando os dados de 2003 a 2013 das três maiores entidades brasileiras de previdência complementar, a Caixa de Previdência dos Funcionários do Banco do Brasil (PREVI), a Fundação Petrobras de Seguridade Social (PETROS) e a Fundação dos Economistas Federais (FUNCEF), [Conti \(2016\)](#) identificou que em 2014, as mesmas detinham cerca de 45% do total dos recursos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs) e concluiu que, apesar de deterem uma maior participação de investimentos em renda variável e investimentos estruturados se comparadas ao conjunto das EFPCs, estas três entidades têm uma gestão também bastante conservadora de suas carteiras, com grande concentração de recursos alocados em títulos públicos e que a PREVI e FUNCEF têm procurado gradualmente reduzir a participação das ações em suas carteiras.

Apesar da postura menos conservadora, se comparada àquela dos demais fundos de previdência, PREVI, PETROS e FUNCEF também detêm parcelas bastante relevantes de seus recursos alocados em títulos públicos federais. Esta postura é facilmente compreensível pela segurança, liquidez e rentabilidade oferecida por estes títulos, que normalmente permitem às entidades atingirem as metas atuariais de seus planos sem exposição a risco ([CONTI, 2016](#)). Por outro lado, com a tendência constante de queda dos juros, é provável que os investimentos realizados em títulos de renda fixa não sejam suficientes para o cumprimento da meta atuarial. Assim, os investidores das três maiores EFPCs deverão procurar diversificar seu portfólio e o mercado acionário brasileiro passa a ser uma das opções.

Nota-se pelos textos citados que existe uma preocupação em justificar a rentabilidade influenciadas pelas regulamentações incidentes sobre a previdência complementar fechada, que pode limitar o montante a ser aplicado em determinado ativo, bem como na baixa performance dos gestores.

A legislação estabelecida que visa minimizar a probabilidade de perdas e o aumento de exposição ao risco não é garantia de melhores resultados por longos períodos. Por isto este trabalho de mestrado tem como objetivo, dada a legislação, contribuir para que os gestores tenham opções eficientes de portfólio a serem utilizadas, conforme os critérios estabelecidos pela entidade, com retorno suficiente para cumprir as obrigações do plano com a menor exposição possível ao risco.

## 3 Fundamentação Teórica

Este capítulo está organizado em seis seções principais. A Seção 3.1 apresenta uma contextualização do mercado de previdência complementar fechada. A Seção 3.2 apresenta definições sobre o mercado de ações, a Seção 3.3 apresenta a Teoria de Markowitz para seleção de portfólios e a Seção 3.4 apresenta a cardinalidade do portfólio. Na Seção 3.5 é apresentado o risco nos investimentos e por fim, a Seção 3.6 possui o histórico da legislação referente ao enquadramento dos limites para aplicação dos ativos.

### 3.1 Mercado da Entidade Fechada de Previdência Complementar

O mercado brasileiro de previdência complementar fechada ganha destaque a cada ano, pois de acordo com Reis (2006) existe uma tendência da Previdência Social pagar benefício cada vez menor. Um dos motivos que resulta nas dificuldades enfrentadas pela previdência oficial é a adoção do regime de repartição, onde as despesas previdenciárias são cobertas principalmente com a contribuição das empresas e dos empregados. Dentre os diversos fatores que influenciam negativamente para o declínio do regime de repartição destacamos o aumento da longevidade e a redução da taxa de natalidade.

A previdência complementar fechada é um benefício opcional oferecido pelas empresas aos seus empregados com a finalidade de complementar a renda do trabalhador na incapacidade para o trabalho. Foi regulamentada no Brasil pela Lei 6.435, de 15 de julho de 1977, e possui como característica principal a sua vinculação a uma determinada empresa ou grupo econômico. Atualmente é regida pela Lei Complementar 109, de 29 de maio de 2001 (BRASIL, 2001).

Subordinado ao Governo Federal, o Ministério do Trabalho e Previdência Social (MTPS) com o papel de regulamentar e fiscalizar as Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs), possui o apoio de dois órgãos colegiados: Conselho Nacional de Previdência Complementar (CNPC), que possui a função de regular o regime de previdência complementar e a Câmara de Recursos da Previdência Complementar (CRPC), que aprecia e julga os recursos interpostos contra decisões da Diretoria Colegiada da Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), e de um órgão de fiscalização, a PREVIC, uma autarquia que atua como entidade de fiscalização e supervisão das atividades das entidades fechadas de previdência complementar.

As entidades fechadas de previdência complementar possuem três entidades representativas: a Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar

(ABRAPP) que possui o objetivo de reunir as EFPCs promovendo a defesa de seus interesses, contribuir para a expansão, o fortalecimento e o aperfeiçoamento do sistema, sua estrutura e seus procedimentos; o Sindicato Nacional das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (SINDAPP) constituído para fins de estudo, coordenação, proteção e representação legal da categoria; e o Instituto Cultural de Seguridade Social (ICSS) fundado em 1992 para promover no País o desenvolvimento da cultura da Seguridade e de uma consciência coletiva acerca do papel insubstituível que ela desempenha como fator do desenvolvimento nacional.

Independente dos motivos que levaram ao surgimento e desenvolvimento do setor de Previdência Complementar, sabe-se que este tem se tornado muito importante para a poupança interna de diversos países, entre eles, o Brasil. Observa-se no Quadro 2 o montante de recursos acumulados por estas entidades em relação ao Produto Interno Bruto (PIB) de países selecionados.

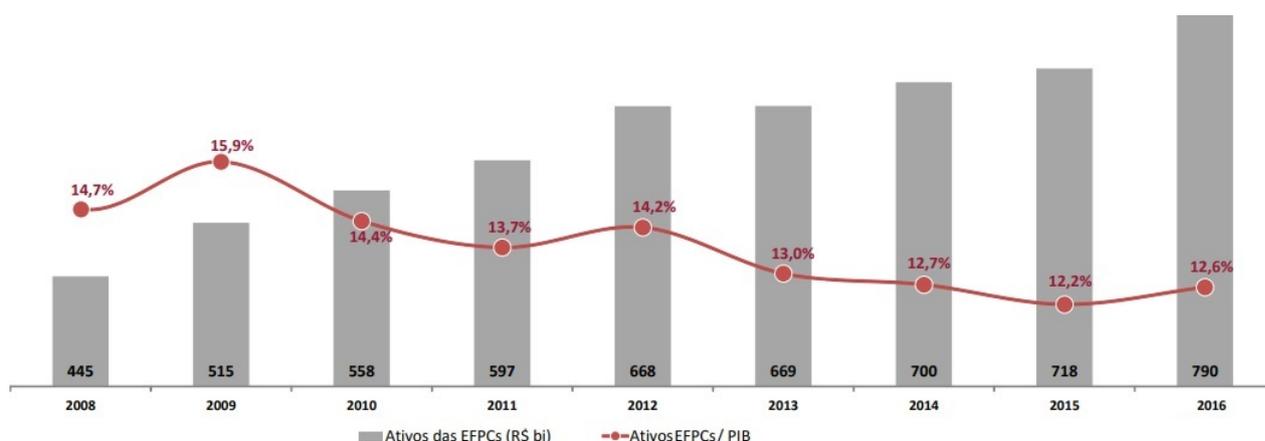
Quadro 2 – Relação do total dos Ativos / PIB em 2013 de países selecionados

País	Ativos / PIB (%)
Países Baixos	156
Suíça	118
Reino Unido	112
Estados Unidos	108
Austrália	101
Canadá	84
Alemanha	15
Brasil	14
França	7

Fonte: Global Pension Assets Study 2013  
(<https://www.towerswatson.com>)

No Brasil, observa-se pela Figura 3 o montante dos ativos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) em relação ao PIB nacional.

Figura 3 – Evolução dos ativos / PIB (R\$ Bilhões)



Fonte: IBGE / ABRAPP, Dezembro 2016.

O Ativo representa o disponível + realizável + permanente.

PIB referente ao I, II, III e IV trim/2016 valor estimado.

Observa-se que nos últimos anos, a previdência complementar brasileira, fechada ou aberta, tem demonstrado crescimento, melhorando a qualidade de vida dos cidadãos na sua incapacidade para o trabalho bem como aumentando o poupança interna do país.

### 3.1.1 A meta atuarial da Entidade Fechada de Previdência Complementar

A taxa de desconto, conhecida entre as entidades de previdência como meta atuarial, é a rentabilidade mínima a ser obtida nas aplicações financeiras com objetivo de garantir o cumprimento dos compromissos futuros estabelecidos em um plano de previdência. Em geral é fixada como a taxa de juros do plano e é acumulada com um índice que reflita a inflação.

A meta atuarial funciona como uma taxa de desconto por trazer os compromissos futuros assumidos pela entidade a valor presente. A sua variação em sentido crescente resulta em aumento do volume das contribuições necessárias no presente, podendo gerar déficit para os plano. Em sentido contrário, diminui o valor das contribuições atuais, podendo gerar neste caso um superávit.

O estabelecimento da meta atuarial pelas entidades e posteriormente o trabalho realizado com o objetivo de alcançá-la é uma tarefa tão importante das entidades de previdência que o acompanhamento e seu respectivo monitoramento é uma preocupação constante do órgão regulatório brasileiro, onde a primeira legislação que direcionava a meta atuarial para as EFPC foi a Resolução MPAS/CGPC N° 11, de 21 de agosto de 2002 (BRASIL, 2002), que em seu artigo 4 estabelecia que “A taxa máxima real de juros admitida nas projeções atuariais do plano de benefícios é de 6% (seis por cento) ao ano ou a sua equivalência mensal”.

Esta resolução foi revogada pela Resolução MPS/CGPC N° 18, de 28/03/2006 (BRASIL, 2006), determinando que “A EFPC poderá adotar taxa de juros real anual limitada ao intervalo compreendido entre 70% (setenta por cento) da taxa de juros parâmetro e 0,4% (quatro décimos por cento) ao ano acima da taxa de juros parâmetro. Posteriormente, a Resolução MPS/CNPC n.º 09, de 29/11/2012 (BRASIL, 2012), reduz gradativamente a taxa de juros de 6% para 4,5% a partir de 2018.

A Resolução MPS/CNPC n° 15, de 19/11/2014 (BRASIL, 2014), cria mecanismos baseado na rentabilidade futura: “A taxa de juros real anual, a ser utilizada como taxa de desconto para apuração do valor presente dos fluxos de benefícios e contribuições de um plano de benefícios, corresponderá ao valor esperado da rentabilidade futura de seus investimentos”. A Resolução MTPS/CNPC n° 22, de 25/11/2015, reduz em pontos percentuais as taxas estabelecidas, firmando que a “taxa máxima de juros real anual correspondente ao teto estabelecido no item 4 do Regulamento Anexo à Resolução CGPC n° 18, de 28 de março de 2006, do Conselho de Gestão da Previdência Complementar, para o respectivo plano de benefícios, reduzida em um ponto percentual.”

Nota-se claramente que o legislador, além de estabelecer um intervalo legal flexibilizando o planejamento das entidades de previdência complementar, reduz a taxa de juros anual tornando o sistema mais conservador e com a necessidade de possuir em seu patrimônio um maior volume de recursos a valor presente para a garantia das suas obrigações futuras.

Em 2016 a taxa SELIC anual ficou em 13,65%. No mesmo período o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) acumulou uma inflação de 6,29% que, acrescida a uma taxa de juros de 6% a.a., por exemplo, ter-se-ia como meta atuarial anual de 12,66%. Observa-se por estes números que a meta atuarial direciona a determinação do risco mínimo aceitável na aplicação dos investimentos e, neste cenário, não se faz necessário investir em ativos de risco para cumprir a meta atuarial.

## 3.2 O Mercado de Ações

De acordo com Pinheiro (2012) as ações surgiram como forma jurídica na Inglaterra, em 1553, para financiar a posteriormente chamada *Muscovy Company*. Havia a necessidade de enviar navios mercantes para alcançar a Rússia e para financiar este projeto foi realizada uma operação para captar 6.000 libras. Cada um dos mercadores subscreveu uma parte (*share*) daquele montante, suportando parte do risco e adquirindo o direito de sua contraparte no lucro da operação.

Pode-se disponibilizar recursos para investimento em agentes com necessidade financeira quando se tem poupança, que é a parte da renda não consumida integralmente. Para estimular a poupança no Brasil, o Imperador Dom Pedro II em 12 de janeiro de 1861

através de um decreto criou a Caixa Econômica e Monte de Socorro, que também concedia empréstimos sob penhor com a garantia do governo imperial.

A função de se canalizar a poupança até o investimento demandado pelos agentes com necessidade financeira é do sistema financeiro de um país, que é um conjunto de instituições, instrumentos e mercados agrupados de forma harmônica. Estimular a formação da poupança e sua aplicação em valores mobiliários também é uma das atribuições previstas em lei da Comissão de Valores Mobiliários (CVM).

Nota-se uma grande importância da formação da poupança mas, muito relevante é a destinação desta aos agentes que possuem esta deficiência para que possam investir em produção e serviços e conseqüentemente contribuir para crescimento econômico. O ambiente onde se realiza a transferência dos recursos da poupança para os agentes com necessidade de fundos e se estabelece o preço desta operação é definido como mercado financeiro.

As instituições e os instrumentos que têm o objetivo de transferir os recursos dos agentes compradores para os agentes vendedores com a negociação de títulos e valores mobiliários estabelecem o mercado de capitais. Conforme [Pinheiro \(2012\)](#), o mercado de capitais representa um sistema de distribuição de valores mobiliários que tem o propósito de viabilizar a capitalização das empresas e dar liquidez aos títulos emitidos.

A bolsa de valores possui um sistema de negociação eletrônico adequado ao objetivo da negociação pública mercantil de títulos e valores mobiliários, ou seja, é um local onde se compram e vendem ações. Neste ambiente ocorre efetivamente a canalização da oferta e demanda dos investidores bem como a publicação oficial dos preços ou cotações resultantes das operações realizadas.

O conceito básico de ações é utilizado desde os mercantes da Inglaterra até os tempos atuais, mas com uma grande evolução do mercado financeiro e da tecnologia para a operacionalização dos processos de compra e venda dos ativos. A evolução da estrutura de intermediação financeira de um país está relacionada ao seu desenvolvimento econômico, ao nível e grau de estabilidade da inflação e sua estrutura econômica. Atualmente nos EUA encontra-se o maior e mais sofisticado mercado de capitais do mundo.

Os títulos patrimoniais, que representam a participação na propriedade de uma empresa negociada na bolsa de valores, não prometem rendimento específico aos seus proprietários, os acionistas. Sua remuneração é baseada nos dividendos que a empresa possa pagar e na valorização de seus ativos. Considerando que uma empresa está inserida em um mercado financeiro e sujeito as suas interferências, ocorrendo sucesso em suas atividades em geral o seu valor patrimonial aumenta e no insucesso este valor diminui. Neste caso podemos dizer que os títulos possuem renda variável.

Um dos grandes dilemas para os investidores é não ter conhecimento suficiente se o

preço pago por uma ação está adequado para sua expectativa de retorno bem como prever se no futuro seu valor será superior, inferior ou igual ao adquirido no momento da compra. Por ser um ativo de renda variável não existe um conhecimento prévio dos rendimentos futuros. Mantegna e Stanley (2004) relatam que a crença amplamente aceita em teoria financeira é que séries temporais de preços de ativos são imprevisíveis e que a descrição da dinâmica do preço é um processo estocástico.

A busca por um modelo que apresentasse um preço adequado de uma ação perdurou por muito anos. Black e Scholes (1973) apresentaram um modelo de precificação de ativos que representou um grande avanço na área de finanças ao demonstrar como os preços teórico das ações podem ser determinados.

De acordo com Mantegna e Stanley (2004) na década de 1980 a negociação eletrônica foi adaptada para o mercado de câmbio resultando nos dias atuais em um grande volume de dados financeiros de alta frequência, armazenados eletronicamente e facilmente disponíveis. O estudo de toda a informação disponível no mercado sobre determinada empresa, com a finalidade de obter o adequado valor de sua ação e assim formular uma recomendação de investimento é conceituada de análise fundamentalista.

Pinheiro (2012) relata que a análise técnica, que é um estudo dos movimentos passados dos preços e dos volumes de negociação de ativos financeiros, possui o objetivo de fazer previsões sobre o comportamento futuro. Segundo Pinheiro (2012), o principal objetivo dessa análise é a identificação de “tendência” e “pontos de reversão” por meio da observação de formações de preços anteriores. O analista financeiro resume e analisa essas informações partindo do passado para fazer previsões sobre seu comportamento futuro, embasando então a sua opinião. Para a análise técnica, as séries de preços de mercado apresentam padrões identificáveis, e cabe ao analista desenvolver a arte de identificar tendências e saber interpretá-las.

Um dos objetivos deste trabalho de mestrado é contribuir com a disponibilização de informações estruturadas pela análise do histórico de preços de ativos aplicadas à Teoria do Portfólio de Markowitz para que os analistas financeiros das entidades fechadas de previdência complementar possam utilizá-las juntamente com as informações de mercado para identificar as possíveis tendências e sugerir aos gestores os ativos mais indicados para investimento considerando o risco e o retorno desta aplicação.

### 3.3 Teoria do Portfólio de Markowitz

Harry M. Markowitz, nascido em 1927 na cidade de Chicago, EUA, foi agraciado em 1990 com o prêmio Nobel de Ciências Econômicas por ter sido a sua teoria a base

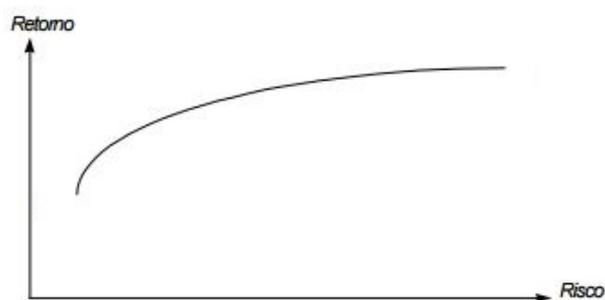
para a Moderna Teoria de Finanças. Em sua autobiografia<sup>1</sup> relata que o foco do trabalho sempre foi sobre a aplicação de técnicas matemáticas ou informática a problemas práticos, particularmente problemas de decisões empresariais sob incerteza e que o artigo *Portfolio Selection* foi publicado em 1952 (MARKOWITZ, 1952).

O *Portfolio Selection* ou Seleção de Portfólio foi o primeiro trabalho formal sobre seleção de carteira e estabelecia, utilizando a média e a variância, o cálculo do retorno e do risco respectivamente. Markowitz (1952) demonstrou que o risco da carteira é sempre inferior ao menor risco dos ativos que compõem uma carteira de investimentos, contribuindo para a cultura de diversificação com a desagregação do risco entre todos os ativos.

Considerar que o investidor racional busca maximizar sua utilidade ao invés de maximizar apenas o retorno foi relevante para o trabalho de Markowitz que originou a Teoria Moderna do Portfólio (MTP) ou simplesmente teoria do portfólio. A função utilidade do investidor pode ser aproximada por uma função que depende apenas do retorno esperado e da variância do retorno de uma determinada carteira. Assim, o investidor pode minimizar o risco de seu portfólio estabelecendo um determinado retorno, ou optar por maximizar o retorno a certo nível de risco. As carteiras formadas a partir deste processo são denominadas carteiras eficientes (MARKOWITZ, 1952).

De acordo com Bodie, Kane e Marcus (2010), o modelo de Markowitz consiste em identificar um conjunto eficiente de carteiras. Considerando o eixo X como o risco da carteira e o Y como retorno do portfólio, cada conjunto de pontos (X, Y) identifica uma carteira eficiente para determinada combinação de ativos. Ao variar estas combinações obtém-se diversos pontos no gráfico e a união destes pontos representa a fronteira eficiente conforme ilustra a Figura 4. Cada investidor irá buscar seu ponto da fronteira que melhor se adéque ao seu perfil de aversão ao risco.

Figura 4 – Fronteira eficiente de Markowitz



Markowitz (1952) desenvolveu um método que registra a variância de uma carteira como a soma das variâncias individuais de cada ação e covariâncias entre pares de ações da carteira, de acordo com o peso de cada ação na carteira. Markowitz comenta que deve

<sup>1</sup> MARKOWITZ, Harry M. Autobiography [on line] 1990.

Disponível em: [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/economics/laureates/1990/markowitz-autobio.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1990/markowitz-autobio.html)

haver uma carteira de ações que maximiza o retorno esperado e minimiza a variância, sendo que esta deve ser a carteira recomendada para um investidor.

Os cálculos realizados por [Markowitz \(1952\)](#) para obtenção de determinado portfólio ou da fronteira eficiente utiliza informações históricas dos ativos para a obtenção dos resultados que refletem as possíveis variações dos preços já realizados. Portanto, para utilizar as ferramentas desta teoria será analisado o valor de fechamento diário dos ativos a serem incluídos no problema de maximizar o retorno dos investimentos com o mínimo de risco para uma entidade fechada de previdência complementar.

### 3.4 Cardinalidade do Portfólio

A Bolsa de Valores disponibiliza aos investidores uma grande quantidade de ativos e, de acordo com [Markowitz \(1952\)](#), o risco da carteira é sempre inferior ao menor risco dos ativos que compõem um portfólio. Esta ideia contribui para a cultura de diversificação com a desagregação do risco entre todos os ativos. Portanto, pode-se concluir inadequadamente que quanto maior for o número de ativos para compor o portfólio melhor será a carteira.

Toda operação de compra e venda de ativos possui custos envolvidos e a administração de uma carteira com grande número de ações torna a administração complexa e trabalhosa. Na prática, alguns fatores como as imperfeições do mercado ou custos de transação envolvidos fazem com que exista um limite nessa diversificação de forma que, a partir desse limite, a inclusão de mais ativos diminua ganhos no investimento ([MANSINI; OGRYCZAK; SPERANZA, 2015](#)).

De acordo com [Lwin, Qu e Kendall \(2014\)](#), os custos envolvidos na administração e a dificuldade em gerenciar um grande portfólio faz com que os investidores prefiram uma quantidade limitada de ativos. [Cheng e Gao \(2015\)](#) também relacionam os custos de transação e de gestão como determinantes para os investidores optarem por um número menor de ativos. Em geral os gestores de portfólio estabelecem um limite de ativos para compor a carteira de investimentos e esta definição do número de ativos é o que definimos como Cardinalidade.

Diversos trabalhos incluem a restrição de cardinalidade com o objetivo de encontrar um número adequado de ativos para o portfólio. Nos testes realizados no trabalho de [Chang, Yang e Chang \(2009\)](#) os autores variaram a cardinalidade e concluíram que carteiras de menor cardinalidade dominam carteiras com mais de um terço do total de ativos disponíveis. [Ruiz-Torrubiano e Suárez \(2015\)](#) afirmam que as carteiras geradas com restrição de cardinalidade são melhores em termos de performance em relação a carteiras contendo todos os ativos possíveis.

[Cesarone, Moretti e Tardella \(2016\)](#) demonstram que os portfólios que possuem

os menores riscos geralmente são compostos de poucos ativos e que ficou constatado que existe uma cardinalidade crítica que minimiza o risco e que, a partir dela, aumentar a quantidade de ativos significa aumentar o risco. Os autores também concluíram que a cardinalidade crítica é menor que 15 e que quase sempre existe um portfólio com 10 ou menos ativos tal que a diferença entre seu risco e o menor risco dentre todos os portfólios é menor que 1%.

### 3.5 Risco nos Investimentos

Os investidores quando operam em um mercado com taxa de juros elevada geralmente optam por investimentos atrelados a esta taxa por serem opções de baixo risco. Quando ocorre a redução desta taxa é comum a migração dos recursos investidos para outros portfólios com um certo nível de risco na tentativa de se obter sempre a melhor rentabilidade entre as opções de investimentos disponíveis. Na constante busca da melhor rentabilidade com o menor risco possível é necessário compreender as medidas de risco existentes e utilizar a mais adequada para a atual carteira de investimentos.

De acordo com [Righi e Ceretta \(2014\)](#), após o trabalho marcante de Markowitz (1952), o risco de uma posição financeira passou a ser tratado de forma mais científica. Existem diversas métricas para medida de risco, entre elas podemos citar a Variância, a Semi variância, o *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH), o *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA), o *Value at Risk* (VaR) ou Valor em Risco em português e o *Conditional Value at Risk* (CVaR), em português Valor em Risco Condicional.

A partir dos estudos de 1952 de Markowitz, o mercado financeiro adotou o uso de medidas de variabilidade, como variância, para representar o risco. Com a evolução e integração dos mercados financeiros foi consolidada a utilização da medida de risco baseada no quantil da distribuição dos resultados, o conhecida VaR ([RIGHI; CERETTA, 2014](#)). O VaR é definido como a perda máxima provável num determinado horizonte de tempo dentro de um determinado nível de confiança e fornece uma medida do risco de mercado resumida num único valor monetário. O VaR ao nível de confiança de 100 (1- $\alpha$ )%, ou nível de significância  $\alpha$ %, é definido como o simétrico do quantil  $\alpha$  superior da distribuição dos retornos ([SILVA, 2004](#)).

O VaR tornou-se uma medida padrão usada no gerenciamento de risco devido a simplicidade de seu conceito, facilidade computacional e sua imediata aplicabilidade. Entretanto, muitos autores têm levantado alguns problemas com relação ao VaR. [Artzner et al. \(1999\)](#), por exemplo, citaram que o VaR mede somente percentis da distribuição de lucros e perdas, não considerando quaisquer perdas além do nível do VaR. Apesar de satisfazer as propriedades da monotocidade, homogeneidade e invariância de translação, o

VaR histórico falha no critério da sub-aditividade, não sendo, portanto, uma medida coerente de risco (SILVA, 2004).

A partir das críticas ao VaR em relação a sua consistência como medida de risco e as dificuldades na obtenção da solução na programação matemática, foram propostas novas medidas para representar o risco do portfólio, como o CVaR. O CVaR, chamado também *Mean Excess Loss*, *Mean Shortfall*, Tail VaR, é considerado como uma medida de risco mais consistente que o VaR (ROCKAFELLAR; URYASEV, 2000).

O CVaR possui como vantagem a superação as duas limitações do VaR mensurando a perda, satisfazendo a condição de sub-atividade, sendo coerente e geralmente é utilizado quando houver grande aversão ao risco. O trabalho de Rockafellar e Uryasev (2000) foi o primeiro a utilizar a medida de risco CVaR na otimização de portfólios. O autor mostrou que minimizar o risco CVaR do portfólio  $X$  é equivalente a minimizar a função  $F_{\beta}(X; \alpha)$ , em que  $\alpha$  é o valor do risco VaR de  $X$ , com um nível de confiança  $\beta$ .

Palmquist, Uryasev e Krokmal (1999) definem o CVaR como a perda média excedida do VaR. Segundo Marzano (2004), o CVaR a nível de confiança  $\alpha\%$  é definido como o valor esperado condicional das perdas de um portfólio, dado que as perdas a serem contabilizadas são as maiores ou iguais ao VaR. Segundo Moreira (2006) o CVaR, da mesma maneira que o VaR, apresenta um simples número que representa o risco de um investimento financeiro, mas indica o quanto será perdido, em média, com a extrapolação do VaR. Rockafellar e Uryasev (2000) afirmam que a definição do CVaR assegura que o VaR a nível de confiança  $\alpha$  nunca é maior do que o CVaR a nível de confiança  $\alpha$ , assim os portfólios com baixo CVaR devem ter também baixo VaR, necessariamente.

## 3.6 Limites da Resolução CMN 3.792

Conforme descrito por Andonov, Bauer e Cremers (2017), a regulamentação única dos fundos públicos de pensão dos EUA vincula sua taxa de desconto, correspondente a meta atual no Brasil, ao retorno esperado dos ativos, o que lhes dá incentivos para investir mais em ativos de risco a fim de manter altas taxas de desconto e apresentar passivos mais baixos. Comparando fundos de pensão públicos e privados nos Estados Unidos, Canadá e Europa, observa-se que os fundos de pensão públicos dos EUA atuam sobre seus incentivos regulatórios e que o aumento da tomada de riscos por estes fundos está negativamente relacionado ao seu desempenho.

A legislação brasileira limita os percentuais máximo a ser aplicado no segmento de renda variável, passível de um maior risco, e não relaciona estes percentuais ao critério de estabelecimento da meta atuarial. Busca-se por publicação de leis, normas e resoluções uma segurança financeira do mercado de previdência complementar para que os participantes do plano possam ter confiança ao disponibilizar seus recursos para a entidade bem como a

segurança que futuramente receberá o benefício de aposentadoria.

Uma das medidas adotadas para esta proteção ao sistema é a Resolução CMN n. 3.792, de 24 de Setembro de 2009, que dispõe sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas entidades fechadas de previdência complementar. Nela consta no artigo 17 os seguimentos de aplicação permitidos a uma Entidade Fechada de Previdência Complementar e dos artigos 35 ao 40 os percentuais do patrimônio da entidade permitidos para aplicação em cada seguimento.

Esta resolução substitui as anteriores que abrangiam outros limites de aplicação bem como diferentes segmentos. A evolução da legislação visa acompanhar as mudanças no cenário econômico nacional e o desenvolvimento do mercado de previdência complementar. O Quadro 3 apresenta esta evolução do ano de 2001 até o momento atual.

Quadro 3 – Resoluções e os limites de aplicação (2001-2017)

Segmento	Limites máximos por plano			
	CMN 2.829 de 2001	CMN 3.121 de 2003	CMN 3.456 de 2007	CMN 3.792 de 2009
Renda Fixa	Até 100%	Até 100%	Até 100%	Até 100%
Renda Variável	Até 60%	Até 50%	Até 50%	Até 70%
Imóveis	Até 16%	Até 11%	Até 11%	Até 8%
Empréstimos e Financiamentos	Até 10%	Até 15%	—	—
Financ. imobiliários a Particip. e Assistidos	—	—	Até 10%	—
Investimentos	—	—	Até 15%	—
Operações com Particip.	—	—	—	Até 15%
Invest. Estruturados	—	—	—	Até 20%
Invest. no Exterior	—	—	—	Até 10%

Fonte: Conselho Monetário Nacional (CMN). Elaborada pelo autor.

O Quadro 4 demonstra que o mercado de previdência complementar brasileiro investe basicamente nos seguimentos de renda fixa e variável e também que ainda não existem recursos aplicados no exterior para o grupo de entidades pertencentes a Associação Brasileira de Entidades Fechada de Previdência Complementar (ABRAPP). Observa-se também a transferência de valores entre os segmentos com maior volume de recursos financeiros com crescimento em ativos de renda fixa e a consequente diminuição de ativos de renda variável.

Quadro 4 – Alocação de recursos das EFPC - Carteira Consolidada

Segmento	Plano de Contribuição Definida (%)				
	dez/12	dez/13	dez/14	dez/15	dez/16
Renda Fixa	84,90	86,50	89,10	91,30	92,70
Renda Variável	11,50	10,60	8,00	5,80	4,90
Investimentos Estruturados	0,80	0,80	0,90	0,70	0,60
Investimentos no Exterior	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Imóveis	0,50	0,50	0,60	0,60	0,50
Operações com Participantes	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00
Outros	0,90	0,20	0,30	0,50	0,20

Fonte: ABRAPP. Consolidado Estatístico, dezembro/2016. Elaborada pelo autor.

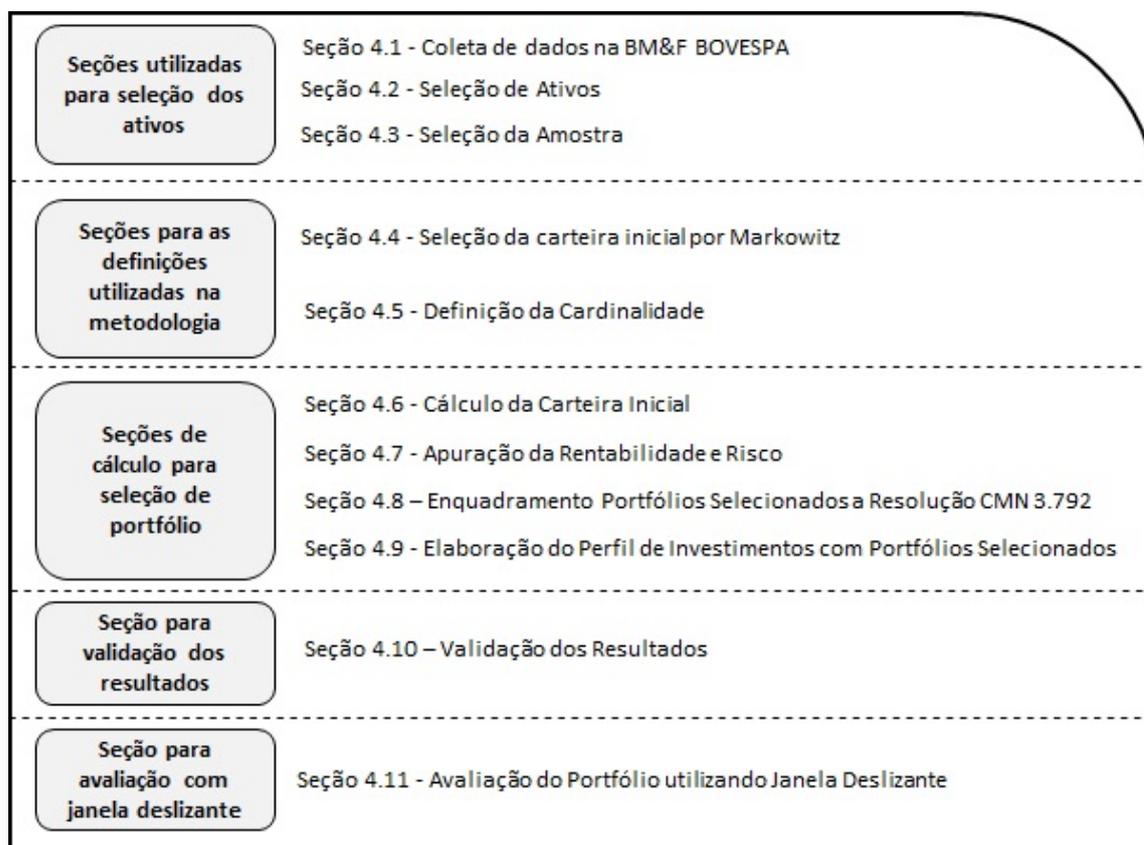
Há uma expectativa que nos próximos anos ocorra uma redução da taxa de juros, a SELIC. Com isso as EFPCs tendem a buscar ativos de maior risco para tentar auferir rentabilidade no mínimo equivalente a meta atuarial. Como demonstrado anteriormente, a elevada taxa de juros contribuiu, nos últimos anos, para que o maior volume dos investimentos fossem canalizados para o segmento de renda fixa e, confirmando-se a redução da taxa de juros, é necessário que os gestores tenham ferramentas para auxiliá-los na tomada de decisão referente a ampliação do montante de recursos destinados para o segmento de renda variável.

## 4 Metodologia

Este capítulo está organizado em onze seções. A Seção 4.1 apresenta a coleta de dados na BM&F BOVESPA e a Seção 4.2 a seleção de ativos. A Seção 4.3 apresenta o método para a seleção da amostra, a Seção 4.4 contém os detalhes da seleção da carteira inicial pela Teoria de Markowitz e a Seção 4.5 contempla os métodos para a apuração da cardinalidade do portfólio. A Seção 4.6 demonstra a forma de apuração da carteira inicial, a Seção 4.7 referente a Apuração da Rentabilidade e do Risco demonstra o método para apuração do retorno e risco carteira selecionada e a Seção 4.8 apresenta o enquadramento dos ativos selecionados conforme os limites estabelecidos na Resolução CMN 3.792. A Seção 4.9 estabelece os perfis de investimentos a serem disponibilizados aos gestores. A Seção 4.10 realiza a validação dos resultados obtidos com outros indicadores e métodos de seleção de ativos e, por fim, a Seção 4.11 apresenta a avaliação dos portfólios selecionados utilizando janela móvel.

A metodologia descrita pode ser aplicada em trabalhos de outros países quando houver legislação específica que limite a utilização dos recursos disponíveis para aplicação em ativos de renda variável. Uma visão geral da metodologia que exhibe as fases deste trabalho de mestrado é ilustrada na Figura 5. Nesta figura consta a primeira coluna com o agrupamento das seções com as mesmas características e a segunda coluna contendo o indicativo de cada seção.

Figura 5 – Esquema Metodológico



Fonte:Elaborada pelo autor.

## 4.1 Coleta de dados na BM&F BOVESPA

A Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBOVESPA), uma das maiores bolsas do mundo em termos de valor de mercado, realiza em março/2017 uma combinação dos negócios com a Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos (CETIP) criando a empresa Brasil, Bolsa, Balcão (B3) mas, neste trabalho de mestrado será utilizado o termo BM&FBOVESPA ou, simplesmente, BOVESPA.

A BOVESPA possui sistema informatizado de grande complexidade onde são disponibilizados entre outros instrumentos financeiros o serviço de negociação de ações, onde consta o maior volume de informações disponíveis sobre as cotações destes ativos. Destas informações será extraído o preço de fechamento diário dos ativos do período de 01/01/2008 a 31/12/2016 conforme dados coletados pelo software *Bloomberg*<sup>®</sup> para serem aplicados nos experimentos realizados neste trabalho de mestrado.

Os ativos selecionados compõem o Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA) que é um indicador de desempenho das ações negociadas na BOVESPA. A carteira teórica do índice tem vigência de 4 (quatro) meses, para os períodos de janeiro a abril, maio a agosto e setembro a dezembro, entrando em vigor na primeira segunda-feira

do mês inicial de vigência (ou dia útil imediatamente posterior no caso de nesse dia não haver negociação no segmento BOVESPA). Ao final de cada quadrimestre a carteira é rebalanceada utilizando-se os procedimentos e critérios integrantes da Metodologia do Índice Bovespa<sup>1</sup> que estabelece a seleção dos ativos que compõem o IBOVESPA e que necessitam atender cumulativamente os seguintes critérios:

- Estar entre os ativos elegíveis que, no período de vigência das 3 (três) carteiras anteriores, em ordem decrescente de Índice de Negociabilidade (IN), representem em conjunto 85% (oitenta e cinco por cento) do somatório dos indicadores Índice de Retorno Total e Índice de Negociabilidade.
- Ter presença em pregão de 95% (noventa e cinco por cento) no período de vigência das 3 (três) carteiras anteriores.
- Ter participação em termos de volume financeiro maior ou igual a 0,1% (zero vírgula um por cento), no mercado a vista (lote-padrão), no período de vigência das 3 (três) carteiras anteriores.
- Não ser classificado como *Penny Stock*.

Os ativos classificados como como *Penny Stock* são cotados a valor inferior a cinco dólares, considerados altamente especulativos e de alto risco porque têm pouca liquidez. O preço atrativo e a presunção que sua cotação poderá aumentar com o passar do tempo pode levar prejuízo aos investidores, pois pode-se tratar de ativos de pequenas empresas sem capacidade de crescimento ou de perenidade.

As informações extraídas do *Bloomberg*<sup>®</sup> possuem informações como volume negociado, preço de abertura dentre outras. Porém, serão consideradas apenas o nome do ativo e o preço de fechamento diário para a realização das simulações propostas.

## 4.2 Seleção de Ativos

Após realizada a extração dos dados de 01/01/2008 a 31/12/2016, é necessário analisar se existem as cotações diárias para cada ano do período selecionado de todos os ativos que compõem a base de dados para a pesquisa. Nos casos em que os ativos apresentem até 10 cotações faltantes nas séries, os preços ausentes foram preenchidos pelo valor da cotação disponível do dia anterior, gerando um retorno nulo neste intervalo de datas. Os ativos com mais de 10 dados incompletos foram retirados para eliminar uma possível interferência nos resultados dos cálculos a serem realizados e que utilizem estas informações, como a média e a variância. Este nível de ajuste permitiu trabalharmos com um número maior de ativos no ano.

<sup>1</sup> Disponível em [http://www.bmfbovespa.com.br/pt\\_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-bovespa-ibovespa.htm](http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-bovespa-ibovespa.htm)

Os preços coletados foram ajustados pelo software *Bloomberg*<sup>®</sup>, representam apenas a cotação diária dos ativos e desconsideram valores em relação a dividendos, juros do capital próprio e acertados em relação a *split* (desdobramento) e *inplit* (agrupamento). A Tabela 1 apresenta a quantidade de ativos selecionados e descartados para este trabalho. Na primeira coluna consta a distinção entre os ativos selecionados por apresentem até 10 cotações faltantes e os descartados por terem mais de 10 dados incompletos. As demais colunas apresentam estas quantidades por ano.

Tabela 1 – Quantidade de Ativos Selecionados e Descartados por Ano

Ano	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Ativos Selecionados	44	49	53	54	55	56	58	59	60
Ativos Descartados	6	4	1	1	1	3	1	1	0
Total	50	53	54	55	56	59	59	60	60

Fonte:Elaborado pelo autor.

A sigla utilizada para os ativos, a sua respectiva descrição e o período em que foi selecionado para as simulações propostas estão listados no Quadro 23 disponibilizado no Apêndice A.

### 4.3 Seleção da Amostra

Para a seleção de um portfólio inicial contendo ativos do IBOVESPA é necessário utilizar uma amostra de todas as possibilidades de combinações de ativos para o período em análise. A população ou o número de combinações possíveis é muito grande, tomando como exemplo ao ano 2012 selecionamos do IBOVESPA 55 ativos e, fazendo combinações de 1 em 1 obtemos 55 combinações, fazendo combinações de 2 a 2 o número de possibilidades passa a ser de 1.485, de 3 a 3, 26.265 e assim por diante. A Análise Combinatória tem fundamental importância para se contar o número de casos favoráveis e o total de casos. Para problemas simples ou com poucos elementos, pode-se contar o número de resultados de forma direta, sem necessidade de recorrer às fórmulas matemáticas da análise combinatória. Para problemas menos simples, recorre-se as combinações e arranjos para determinar o número de casos (CORREA, 2003).

Para encontrarmos o número  $C$  de combinações possíveis para um determinado conjunto de ativos com  $r$  elementos combinados  $p$  a  $p$ , sendo  $p$  a quantidade de ativos em cada combinação e considerando  $p < r$ , temos a Equação 1.

$$C_{r,p} = \binom{r}{p} = \frac{r!}{p!(r-p)!} \quad (1)$$

Sabendo que existem possibilidades de carteiras com  $p=1, p=2, p=3, \dots, p = 54$ , pois  $p < r$ , então podemos modelar a Equação 1 de forma a obter a Equação 2.

$$C_{r,p} = \binom{r}{p} = \sum_{i=1}^p \frac{r!}{p_i!(r - p_i)!} \quad (2)$$

Calculando para o exemplo de 55 ativos, obtemos  $3,6 \times 10^{16}$  (36 quadrilhões) de combinações possíveis de portfólios por ano, o que torna a simulação de todas as carteiras uma operação com custo elevado de processamento e com alta demanda de tempo. Por isso, neste trabalho serão consideradas simulações de portfólio a partir de uma amostra da população.

Escolher a amostra por um percentual ou aumentar este percentual para se obter melhor resultado não é estatisticamente adequado. Assim, utilizaremos os métodos apropriados para a identificação da grandeza da amostra bem como de sua qualidade. Na realização de qualquer estudo, é praticamente impossível examinar todos os elementos da população de interesse. Geralmente se trabalha com uma amostra da população. A inferência estatística dá elementos para generalizar, de maneira segura, as conclusões obtidas da amostra para a população (CORREA, 2003).

Ainda de acordo com Correa (2003) é incorreto pensar que, em caso de acesso a todos os elementos da população, haja mais precisão. Os erros de coleta e manuseio de um grande número de dados são maiores que as imprecisões quando se generalizam, via inferência, as conclusões de uma amostra bem selecionada.

É importante definir o conceito de amostra e amostragem. População ou universo é o conjunto de seres animados ou inanimados que apresentam pelo menos uma característica em comum. Amostra é um subconjunto da população, é uma parte do todo. Já a amostragem é um campo da estatística bastante sofisticado que estuda técnicas de planejamento de pesquisa para possibilitar inferências sobre um universo a partir do estudo de uma pequena parte de seus componentes, uma amostra (CORREA, 2003). De acordo com Oliveira (2001), existem duas grandes divisões no processo de amostragem: a probabilística e a não-probabilística.

No campo da Amostragem Probabilística temos:

- Amostragem Aleatória Simples
- Amostragem Sistemática
- Amostragem Estratificada
- Amostragem por Conglomerados

Neste trabalho será utilizada a Técnica de Amostragem Aleatória Simples, onde a probabilidade de um elemento da população ser escolhido é conhecida, ou seja, igual para

todos os elementos. Nesta técnica aplica-se as seguintes etapas:

1. Faz-se uma lista da população e sorteiam-se os elementos que farão parte da amostra.

2. Cada subconjunto da população com o mesmo número de elementos tem a mesma chance de ser incluído na amostra  $p = n / N$ , sendo  $N$  o tamanho da população e  $n$  o tamanho da amostra.

Para identificarmos a primeira aproximação do tamanho da amostra utilizamos a Equação 3 conforme abaixo:

$$n_0 = \frac{1}{E_0^2} \quad (3)$$

onde:

$n_0$  primeira aproximação do tamanho da amostra.

$E_0$  erro amostral tolerável.

O erro amostral tolerável é um percentual que o pesquisador admite errar na avaliação dos parâmetros de interesse numa população. Como o resultado final após escolhida a amostra será a cardinalidade do portfólio e provavelmente este é um número pequeno para que 5,0% represente uma unidade, podemos concluir portanto que este percentual possui um alto nível de confiança.

A Equação 4 é utilizada para encontrarmos o tamanho da amostra.

$$n = \frac{N \cdot n_0}{N + n_0} \quad (4)$$

onde:

$n$  tamanho da amostra.

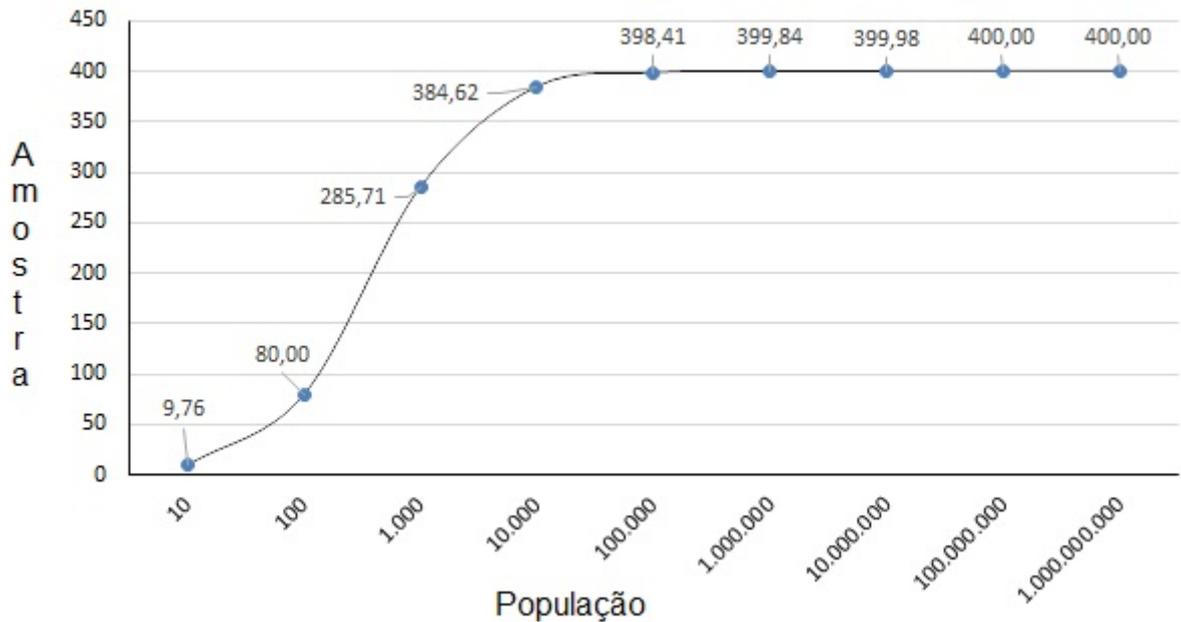
$N$  tamanho da população.

$n_0$  primeira aproximação do tamanho da amostra.

Podemos observar que se  $N$  é muito grande não é necessário considerar o tamanho exato  $N$  da população. Nesse caso, o cálculo da primeira aproximação já é suficiente para o cálculo da amostra conforme demonstra a Equação 5.

$$n = n_0 = \frac{1}{E_0^2} \quad (5)$$

Considerando o erro amostral tolerável  $E_0 = 5,0\%$  e variando o tamanho da população obtemos a curva da Figura 6 onde a amostra tende a 400 elementos a partir de população superior a 100.000.

Figura 6 – Variação da Amostra em Relação a População com  $E_0 = 5,0\%$ .

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observamos na Figura 6 que para população muito grande o que determina o tamanho da amostra é o erro amostral tolerável que, escolhendo um  $E_0$  de 5,0%, teremos 400 amostras a serem geradas.

Conforme descrito anteriormente, para a geração da mostra devemos ter todas as possibilidades e escolher entre elas de forma aleatória. Como isto é inviável devido a quantidade elevada de combinações, serão geradas amostras de forma aleatória com a certeza que os participantes das amostras se encontram na população.

A amostra será gerada de acordo com as seguintes etapas:

1. Gerar um vetor aleatório  $A$  com 400 posições com valores entre 1 e  $r$ , sendo  $r$  o número de ativos selecionados do IBOVSPA do ano a ser analisado.
2. Gerar uma matriz aleatória  $B$  de 400 posições, sem repetição de ativos em cada linha da matriz, onde o número de ativos constante em cada linha da matriz será o equivalente ao número de ativos gerados no vetor  $A$ .

A Figura 7 representa um exemplo de como será gerada a amostra e  $a_i$  representa o ativo do IBOVSPA.

Figura 7 – Vetores para Geração da Amostra

$$\begin{array}{c} \text{Vetor } A \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \text{Matriz } B \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 12 \\ 8 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 10 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a1 & a18 & a23 & \square \\ a1 & a2 & a18 & a55 & a34 & a15 & a6 & a44 & a32 & a23 & 14 & a12 \\ a45 & a50 & a54 & a13 & a7 & a16 & a12 & a55 & \square & \square & \square & \square \\ \cdot & \square \\ \cdot & \square \\ \cdot & \square \\ a1 & a3 & a7 & a9 & a11 & a15 & a55 & a54 & a13 & a28 & \square & \square \end{bmatrix}$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Concluída a geração da amostra serão realizadas 400 simulações utilizando a função *efficientPortfolio* para cálculo da Teoria do Portfólio de Markowitz (1952) que está disponível no pacote *fPortfolio*<sup>2</sup> e configurada para obter portfólios com o mínimo de risco para cada ano do período considerado. Este processo será realizado 30 vezes buscando garantir a consistência das simulações.

A função *efficientPortfolio* utiliza a Teoria do Portfólio de Markowitz que realiza o balanceamento dos pesos dos ativos dentro de um portfólio com o objetivo de incluir esta carteira na fronteira eficiente (melhor retorno x menor volatilidade). Por isso, identificamos quantos ativos foram registrados na entrada da função conforme a matriz *B* para comparar posteriormente com o número de ativos com peso maior que zero após a aplicação desta função, ou seja, identificaremos os ativos selecionados.

#### 4.4 Seleção da Carteira Inicial por Markowitz

A Teoria do Portfólio descrita por Markowitz (1952) distribui os ativos de uma carteira estabelecida previamente com o objetivo de torná-la mais eficiente considerando a relação melhor retorno x menor risco. Na fase inicial de coleta de dados foram selecionados os ativos listados no IBOVESPA para justificar a comparação dos resultados obtidos por este trabalho a este índice, que é amplamente conhecido entre os investidores em renda variável. Mas a comparação mais relevante será realizada com a meta atuarial do período conforme legislação em vigor.

Os dados iniciais selecionados foram transformados em tabela pois, neste formato obtém-se uma maior facilidade para a importação e manipulação das informações no software R Core Team (2017) versão 1.0.143, utilizado para desenvolvimento e cálculo da carteira eficiente pela Teoria de Markowitz. A teoria pode ser descrita como um problema

<sup>2</sup> <https://www.rmetrics.org>

de programação quadrática e é representada pelo modelo da Equação 6:

$$\text{Min} f(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \cdot \text{Cov}_{ij}$$

Sujeito a :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n E(r_i) &= E^* \\ \sum_{i=1}^n x_i &= 1 \end{aligned} \tag{6}$$

onde:

$x_i$  participação do ativo  $i$  na carteira;

$x_j$  participação do ativo  $j$  na carteira;

$\text{Cov}_{ij}$  covariância entre  $i$  e  $j$ ;

$E(r_i)$  retorno esperado do ativo  $i$ ;

$E^*$  retorno esperado da carteira.

A primeira restrição estabelece o nível de retorno esperado sendo a solução deste problema a distribuição das participações de cada ativo na carteira de forma a minimizar o risco. A segunda restrição indica que o somatório das participações dos ativos selecionados deve ser igual a um, equivalente a 100% da carteira. [Stern \(2000\)](#) destaca que os indicadores de risco e a rentabilidade esperada dos ativos de um portfólio são definidos e calculados pelo investidor, sendo posteriormente determinadas as carteiras ótimas que fornecem esta combinação.

Considerando a complexidade das operações a serem realizadas para o cálculo do portfólio eficiente, os algoritmos foram desenvolvidos no software [R Core Team \(2017\)](#) e utilizada a função *efficientPortfolio* que apresenta adequadamente os resultados esperados para a seleção de portfólio. A função será utilizada com os parâmetros configurados conforme descrito no [Quadro 5](#) em todas as simulações realizadas neste trabalho de mestrado.

Quadro 5 – Configurações da função *efficientPortfolio*

Parâmetro	Configuração
Model List	Type: MV
	Optimize: minRisk
	Estimator: covEstimator
	Params: alpha = 0.05 a = 1
Portfolio List	Target Weights: NULL
	Target Return: NULL
	Target Risk: NULL
	Risk-Free Rate: 0
	Number of Frontier Points: 50
	Status: NA
Optim List	Solver: solveRquadprog
	Objective: portfolioObjective portfolioReturn portfolioRisk
	Options: meq = 2
	Trace: FALSE

Fonte: Elaborado pelo autor.

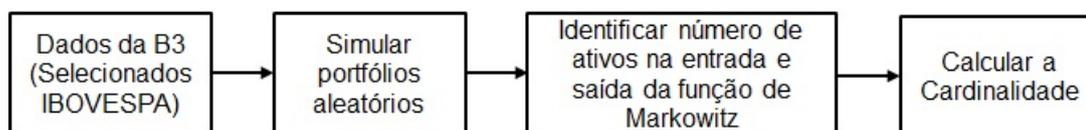
Com estas configurações o cálculo da melhor carteira considera a média como retorno, a variância como cálculo do risco e a distribuição do capital disponível realizada de forma a se obter a rentabilidade com o menor risco possível dentre as diversas combinações de carteiras existentes. Selecionado o portfólio inicial, será analisado se o retorno financeiro da carteira é de fato melhor que o índice IBOVESPA e/ou da meta atuarial para mesmo período das cotações utilizadas no cálculo.

## 4.5 Definição da Cardinalidade

A definição da cardinalidade dos portfólios será realizada após a seleção da carteira inicial por Markowitz. Após a geração da matriz *B* e da execução da função *efficientPortfolio* identificamos a quantidade de ativos constante em cada carteira gerada aleatoriamente e dos ativos selecionados após a execução desta função. O número médio da quantidade de ativos dos portfólios gerados e do resultado obtido após a execução da função serão utilizados como cardinalidade.

A Figura 8 apresenta o fluxo dos processos para a definição dos intervalos de entrada e saída para a Função de Markowitz, sendo que a saída consiste na cardinalidade do portfólio.

Figura 8 – Fluxo para definição da cardinalidade



Fonte: Elaborada pelo autor.

Concluída a geração da amostra, serão realizadas as 400 simulações e aplicada a função de Markowitz configurada para obter portfólios com o mínimo de risco para cada ano do período considerado. Este processo aleatório será realizado 30 vezes. Portanto, para o período compreendido entre 2008 a 2016 foram realizadas 108.000 ( $400 \times 30 \times 9$ ) simulações de carteiras. Estas simulações foram realizadas com a aplicação do Algoritmo 1 que possui como entrada a cotação diária dos ativos selecionados e como saída o portfólio calculado pela função *efficientPortfolio*.

As linhas de 1 a 3 são as variáveis de entrada onde se estabelecem o *ano* inicial relacionado ao período de 2008 a 2016, o *qtdPosicoes* onde é definido o número de carteiras geradas que serão 400 conforme definido anteriormente e a *repeticao* que será realizada 30 vezes para garantir a consistência das gerações aleatórias. O laço compreendido entre as linhas 4 e 16 apura o *ano* em que se está calculando o portfólio.

Nas linhas 5 e 6 as cotações dos ativos são importadas para o software R e ocorre a identificação de quantos ativos o ano possui conforme descrito na Tabela 1, onde consta a quantidade de ativos selecionados por ano. O laço compreendido entre as linhas 7 e 14 repete a geração aleatória do vetor *A* e da matriz *B* contendo os portfólios a serem calculados. E o último laço entre as linhas 10 e 13 realiza o cálculo das 400 carteiras para identificar o peso de cada ativo para cada portfólio gerado aleatoriamente. Após todo o processamento do ano, na linha 15 do algoritmo o *ano* é alterado para o posterior e se inicia

todas as gerações e cálculos.

---

**Algoritmo 1:** Simulação Inicial para Definição da Cardinalidade
 

---

**Input:** cotação dos ativos  
**Output:** portfolio

```

1 ano ← 2008
2 qtdPosicoes ← 400
3 repeticao ← 30
4 for ano in 2008 : 2016 do
5   importa cotações ano
6   qtdeativos ← quantidade de ativos no ano
7   for j in 1 : repeticao do
8     gera o vetor aleatório [A] de tamanho qtdPosicoes linhas e registros
       entre 1 e qtdeativos
9     gera a matriz [B] de tamanho qtdPosicoes linhas
10    for t in 1 : qtdPosicoes do
11      executa a função efficientPortfolio[t]
12      salva resultado da função efficientPortfolio[t]
13    end
14  end
15  ano ← ano + 1
16 end
```

---

Após a execução do Algoritmo 1 e da análise das informações resultantes, constatou-se que quantidade média de ativos na entrada da função de Markowitz (função *efficientPortfolio*), conforme amostra aleatória gerada, é de aproximadamente 27 ativos. Considerando o desvio padrão, serão considerados entre 12 e 43 ativos para a entrada da função, isto é, serão geradas carteiras aleatórias contendo no mínimo 12 e no máximo 43 ativos. A função retorna em média 6 ativos e, incluindo o desvio padrão para mais e para menos, serão considerados como limites inferior e superior a quantidade de ativos para a saída da função o intervalo de 3 a 9, respectivamente.

Posteriormente, as careiras que contêm estes ativos serão classificados nos segmentos descritos na Resolução do Conselho Monetário Nacional (CMN) nº 3.792 que dispõe sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas entidades fechadas de previdência complementar.

O Quadro 6, que apresenta as estatísticas das informações apuradas após a execução do Algoritmo 1, possui o cálculo dos limites inferior e superior para a entrada e saída da função *efficientPortfolio* e para determinar estes valores, que representam a quantidade de ativos, foram arredondados os valores da média e do desvio padrão.

Quadro 6 – Estatística dos Portfólios Seleccionados

Estatística Ativos	Entrada da Função	Saída da Função
Média	27,5528	5,8953
Mediana	27	6
Desvio Padrão	15,8764	3,047
Coeficiente de Variação	57,62%	51,68%
Mínimo Ativos (média - desvio padrão)	12	3
Máximo Ativos (média + desvio padrão)	43	9

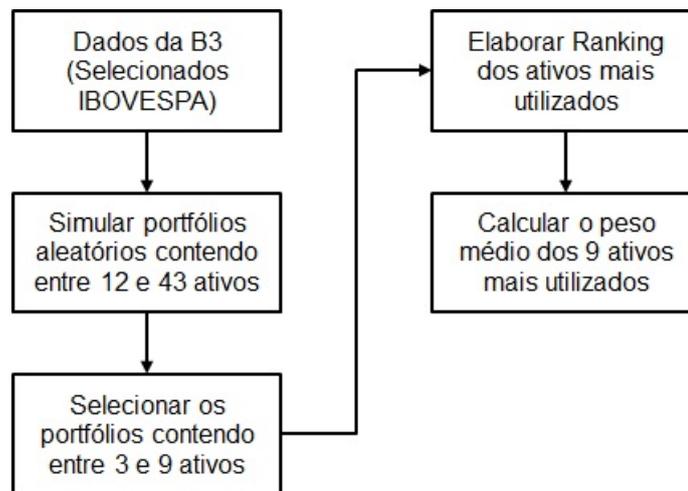
Fonte: Elaborado pelo autor.

Para este trabalho serão consideradas carteiras com no mínimo 3 e no máximo 9 ativos por representar a quantidade de portfólio mais eficiente para a amostra gerada no intervalo dos anos 2008 a 2016, considerando o mínimo de risco e rentabilidade superior à Meta Atuarial, que fazem parte dos objetivos deste trabalho. Quando possível serão utilizados portfólios com 9 ativos que possuem congruência com outros trabalhos. Por exemplo, [Cesarone, Moretti e Tardella \(2016\)](#) de maneira análoga descrevem em seu trabalho que portfólios mais eficientes possui menos de 15 ativos. [Chang, Yang e Chang \(2009\)](#) concluíram que os melhores resultados são obtidos com as carteiras contendo menos de um terço do total dos ativos analisados. [Ferreira \(2018\)](#) também concluiu em seus experimentos que o melhor portfólio possui 9 ativos. Assim, definimos a cardinalidade para seleção de ativos de renda variável para compor o portfólio de uma Entidade Fechada de Previdência Complementar.

## 4.6 Cálculo da Carteira Inicial

Identificados os parâmetros de restrição para a entrada (entre 12 e 43) e saída (entre 3 e 9) da função *efficientPortfolio*, será calculada a carteira inicial para cada ano do período entre 2008 e 2016 de acordo com o fluxo dos dados conforme apresentado na Figura 9.

Figura 9 – Fluxo para definição da carteira inicial



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o cálculo da carteira inicial definimos alguns parâmetros a serem utilizados a partir deste ponto do trabalho de mestrado. Quando utilizarmos a palavra “Simulação” significa que será realizado o processamento do Algoritmo 2 deste trabalho considerando determinados grupos de ativos conforme convencionamos a seguir:

“Simulação Geral”, que a partir deste ponto será referenciada apenas como Geral, será a simulação para a seleção da carteira inicial considerando todos os ativos do IBOVESPA para o ano. Para a Simulação Geral foram geradas 108.000 portfólios.

“Simulação Positivo”, que a partir deste ponto será referenciada apenas como Positivo, será a simulação para a seleção da carteira inicial considerando somente os ativos do IBOVESPA com rentabilidade positiva para o ano. Para esta simulação foram geradas 96.000 portfólios. Para o ano de 2008, somente 5 ativos obtiveram rentabilidade positiva e por isto não foram geradas amostras aleatórias. Após a execução da função *efficientPortfolio* restaram apenas 3 ativos e esta quantidade está dentro dos limites estabelecidos.

“Simulação Índice”, que a partir deste ponto será referenciada apenas como Índice, será a simulação para a seleção da carteira inicial considerando apenas 43 ativos do ano, que corresponde ao número máximo de ativos para a entrada da função *efficientPortfolio*, com o melhor índice (rentabilidade/volatilidade). Para a Simulação Índice foram geradas 108.000 portfólios.

Também convencionados que o peso “Balanceado” significa que após a apuração da carteira inicial para as simulações descritas anteriormente, é realizado o balanceamento da carteira para que a soma total dos pesos dos ativos resulte em 100% da alocação do portfólio.

O Algoritmo 2 possui como entrada a cotação diária dos ativos selecionados e como saída o portfólio calculado pela função *efficientPortfolio*. As linhas de 1 a 3 são as

variáveis de entrada onde se estabelecem o *ano* inicial relacionado ao período de 2008 a 2016, o *qtdPosicoes* onde é definido o número de carteiras geradas que serão 400 conforme definido anteriormente e a *repeticao* que será realizada 30 vezes para garantir a consistência das gerações aleatórias. O laço compreendido entre as linhas 4 e 21 apura o *ano* em que se está calculando o portfólio.

Nas linhas 5 e 6 as cotações dos ativos são importadas para o software R e ocorre a identificação de quantos ativos o ano possui conforme descrito na Tabela 1, onde consta a quantidade de ativos selecionados por ano. O laço compreendido entre as linhas 7 e 14 repete a geração aleatório do vetor *A* e da matriz *B* contendo os portfólios a serem calculados. E o último laço entre as linhas 10 e 13 realiza o cálculo das 400 carteiras para identificar o peso de cada ativo para cada portfólio gerado aleatoriamente.

A linha 15 seleciona dos resultados apurados para o ano somente os portfólios contendo entre 3 e 9 ativos, a linha 16 é a parte do algoritmo que identifica a quantidade de vezes que um ativo é escolhido pela função e elabora uma lista em ordem decrescente para que sejam selecionados as nove primeiras ações. Após esta seleção, na linha 17 é calculado o peso médio destes ativos considerando o peso de todas as vezes em que foram selecionados e na linha 18 é realizada a gravação estas informações. Nas linhas 19 e 20 são calculados os pesos Balanceado e Ajustado respectivamente. Após todo o processamento do ano, na linha 21 do algoritmo o *ano* é alterado para o posterior e se inicia novamente todas as gerações e cálculos.

A Tabela 2 apresenta o resultado da seleção da carteira inicial para a simulação Geral para o ano 2008. Para realizar o balanceamento soma-se todos os pesos dos ativos e posteriormente o peso de cada ação é dividido por este total.

Tabela 2 – Carteira Inicial para Simulação Geral. Ano 2008

Ativo	Quantidade Seleção	Peso Médio	Peso Balanceado
VIVT4	7.615	0,07616	0,03278
ABEV3	7.579	0,58261	0,25072
NATU3	7.572	0,06077	0,02615
CMIG4	7.447	0,36558	0,15733
RADL3	3.450	0,35128	0,15117
ITSA4	3.024	0,45217	0,19459
TIMP3	2.271	0,21712	0,09344
ENBR3	1.757	0,19770	0,08508
BBDC3	1.511	0,02032	0,00874
Total	—	2,32372	1,00000

Fonte: Elaborada pelo autor.

**Algoritmo 2:** Simulação Inicial dos Portfólios

---

```

Input: cotação dos ativos
Output: portfolio
1 ano ← 2008
2 qtdPosicoes ← 400
3 repeticao ← 30
4 for ano in 2008 : 2016 do
5   importa cotações ano
6   qtdeativos ← quantidade de ativos no ano
7   for j in 1 : repeticao do
8     gera o vetor aleatório [A] de tamanho qtdPosicoes linhas e registros
       entre 1 e qtdeativos
9     gera a matriz [B] de tamanho qtdPosicoes linhas
10    for t in 1 : qtdPosicoes do
11      executa a função efficientPortfolio[t]
12      salva resultado da função efficientPortfolio[t]
13    end
14  end
15  seleciona portfólios contendo 9 ativos
16  elabora ranking com os ativos mais utilizados
17  calcula o peso médio dos 9 ativos mais utilizados
18  salva o portfólio contendo ativos e peso médio
19  calcula o peso Balanceado do portfólio
20  calcula o peso Ajustado do portfólio (Algoritmo 3)
21  ano ← ano + 1
22 end

```

---

## 4.7 Apuração da Rentabilidade e Risco

A rentabilidade ou retorno de cada ativo ou do portfólio será calculada de forma direta considerando a data inicial e final para a apuração conforme apresentado na Equação 7.

$$R = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (7)$$

Onde:

$R$  rentabilidade.

$P$  preço do ativo.

$t$  data da cotação do ativo.

Na apuração da rentabilidade anual, por exemplo, o primeiro dia de cotação no ano será o  $t - 1$  e o último dia de cotação do ativo no mesmo ano será o  $t$ . Este conceito será utilizado também para outros períodos como o trimestral e o semestral.

Em relação ao risco do portfólio, a função de Markowitz utilizada no software [R Core](#)

Team (2017) está configurada para utilizar a volatilidade como medida de risco, que na área financeira é uma medida de dispersão dos retornos de um título ou índice de mercado. Quanto mais o preço de uma ação varia num período curto de tempo, maior o risco de se ganhar ou perder dinheiro negociando esta ação e, por isso, a volatilidade é considerada como uma medida de risco. A mesma função calcula automaticamente os indicadores de risco *Value at Risk* (VaR) e *Conditional Value at Risk* (CVaR) e este último será considerado para as análises deste trabalho.

## 4.8 Enquadramento dos Portfólios Seleccionados à Resolução CMN 3.792

Definidos os ativos que irão compor a sugestão de portfólio para o gestor da Entidade Fechada de Previdência Complementar (EFPC), a próxima etapa é a alocação destes ativos conforme a classificação no segmento de renda variável descrita na Resolução CMN 3.792 (BRASIL, 2009) que estabelece os seguimentos permitidos para alocação de até 70% dos recursos da EFPC. A seguir o detalhamento de cada um dos seguimentos definidos na Resolução.

- NM (Novo Mercado): permite aplicar recursos em Companhias listadas como Novo Mercado.
- N1 (Nível 1): permite aplicar recursos em Companhias listadas como Nível 1 de Governança Corporativa.
- N2 (Nível 2): permite aplicar recursos em Companhias listadas como Nível 2 de Governança Corporativa.
- BM (BOVESPA Mais): permite aplicar recursos em Companhias listadas como BOVESPA Mais.
- Outros: permite aplicar recursos em Companhias não classificadas conforme descrições anteriores.

Para o Seguimento Outros será utilizada para este trabalho a sigla NC (Não Classificado). Dentro dos limites atuais, da Resolução CMN 3.792, para aplicação estabelecidos para a renda variável, de 70,0% do patrimônio líquido, existem os incisos do artigo 36 que serão considerados para estabelecer o limite de aplicação dos recursos por seguimento. Os limites são:

- “I - Ações de companhias abertas admitidas à negociação no segmento Novo Mercado - Limite de aplicação até 70,0% do patrimônio.
- II - Ações de companhias abertas admitidas à negociação no segmento Nível 2 - Limite de aplicação até 60,0% do patrimônio.

III - Ações de companhias abertas admitidas à negociação no segmento Bovespa Mais - Limite de aplicação até 50,0% do patrimônio.  
 IV - Ações de companhias abertas admitidas à negociação no segmento Nível 1 - Limite de aplicação até 45,0% do patrimônio.  
 V - Ações de companhias abertas não mencionadas nos itens 1 a 4 - Limite de aplicação até até 35,0% do patrimônio.”  
 (BRASIL, 2009).

Os incisos VI, referente a títulos e valores mobiliários de emissão de SPE<sup>3</sup> e VII referente aos demais investimentos classificados no segmento de renda variável não serão considerados neste trabalho por não haver correlação específica na BOVESPA.

Para a implementação deste cálculo foi elaborado o fluxo da Figura 10 e posteriormente o Algoritmo 3 que foi incluído no Algoritmo 2 para a apuração da carteira inicial com o objetivo de listar o portfólio com os limites de aplicação por segmento adequado à legislação.

Para um melhor entendimento da Figura 10 será apresentado um exemplo sobre o cálculo do peso ajustado considerando o conjunto de ativos com o peso médio e o peso Balanceado, que será a entrada de dados do fluxo, conforme disposto na Tabela 3.

Tabela 3 – Ativos selecionados com a respectiva classificação e peso balanceado.

Ativo	Classificação	Peso Médio	Peso Balanceado
ITSA4	N1	0,772228	0,483745
EMBR3	NM	0,156885	0,098277
ABEV3	NC	0,106734	0,066861
NATU3	NM	0,015816	0,009908
SUZB5	NM	0,138392	0,086692
SBSP3	NM	0,023756	0,014881
VALE5	NM	0,024569	0,015391
CMIG4	N1	0,224574	0,140679
WEGE3	NM	0,133401	0,083566
Total	—	1,596355	1,000000

Fonte: Elaborada pelo autor.

Após identificar para todos os ativos a sua respectiva classificação, o próximo passo é identificar se o portfólio possui apenas uma classificação, pois para nenhuma delas é permitido a alocação de 100% dos recursos. Nas simulações realizadas não foi registrada esta situação mas é importante o tratamento desta consistência antes de se iniciar o ajuste dos pesos.

<sup>3</sup> Sociedade de Propósito Específico - é uma sociedade empresária cuja atividade é bastante restrita, podendo em alguns casos ter prazo de existência determinado, normalmente utilizada para isolar o risco financeiro da atividade desenvolvida.

Somando o peso Balanceado total para as classificações deste exemplo temos:

NC = 0,066861

N1 = 0,624424

NM = 0,308715

A somatória para NC é menor que 0,35, então nada a fazer até o momento para os ativos desta classificação. Dando prosseguimento ao fluxo temos que a somatória de N1 é maior que 0,45 e então temos que ajustar o peso dos ativos desta classe para regras da Resolução CMN 3.792. Para isso é realizado o ajuste de peso dos ativos identificados como N1 conforme os cálculos apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Exemplo de ajuste de peso dos ativos classificados como N1

Linha	Ativo	Classificação	Peso Balanceado	Peso Ajustado	Cálculo
1	ITSA4	N1	0,483745	0,348618	(Linha 1/Linha 3)*0,45
2	CMIG4	N1	0,140679	0,101382	(Linha 2/Linha 3)*0,45
3	Total	—	0,624424	0,450000	—

Fonte: Elaborada pelo autor.

O valor excedente de peso para a classificação N1 no valor de 0,174424 (0,624424 - 0,450000) será dividido em partes iguais para os ativos que ainda não foram ajustados que neste caso serão os classificados como NM. Como temos 6 ativos classificados como NM, ao peso Balanceado de cada um deles será acrescido 0,0290707. A soma dos novos pesos dos ativos NM resulta em 0,483139 que é menor que 0,70 e portando todo o portfólio já está ajustado conforme as regras da Resolução. A Tabela 5 apresenta este resultado.

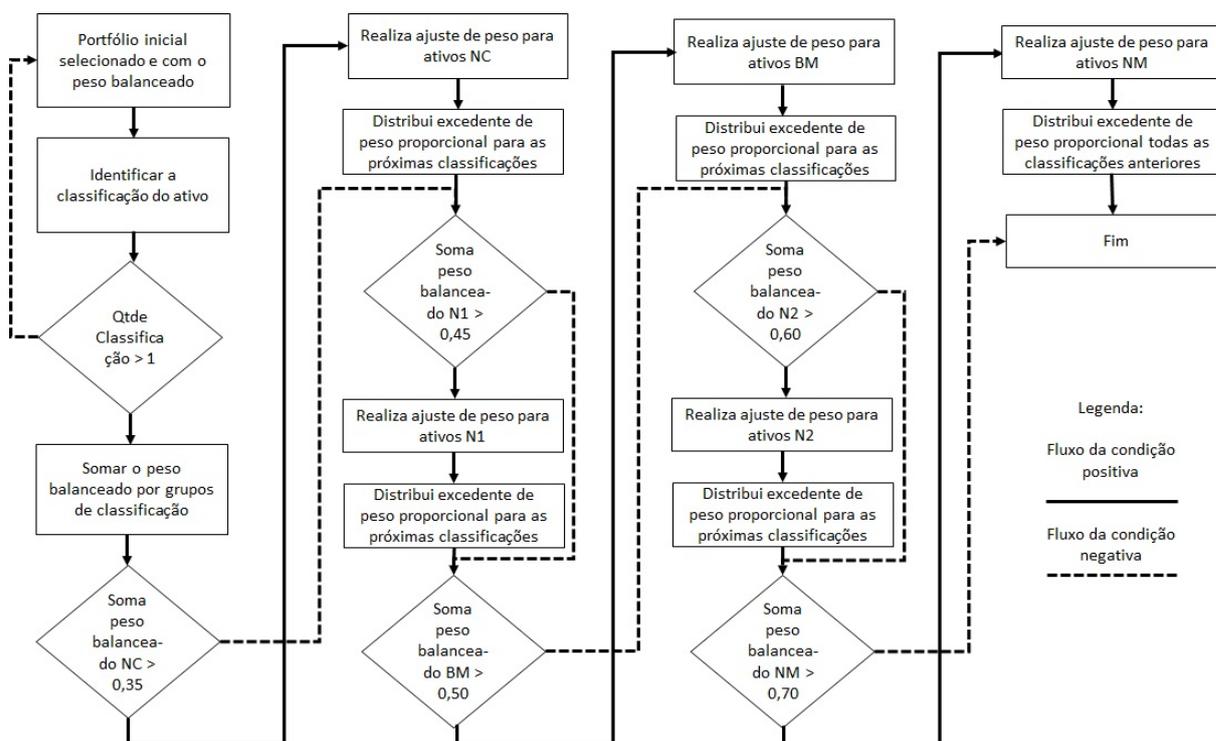
Tabela 5 – Exemplo de ajuste de peso dos ativos do portfólio

Ativo	Classificação	Peso Médio	Peso Balanceado	Peso Ajustado
ITSA4	N1	0,772228	0,483745	0,348618
EMBR3	NM	0,156885	0,098277	0,127348
ABEV3	NC	0,106734	0,066861	0,066861
NATU3	NM	0,015816	0,009908	0,038979
SUZB5	NM	0,138392	0,086692	0,115763
SBSP3	NM	0,023756	0,014881	0,043952
VALE5	NM	0,024569	0,015391	0,044462
CMIG4	N1	0,224574	0,140679	0,101382
WEGE3	NM	0,133401	0,083566	0,112637
Total	—	1,596355	1,000000	1,000000

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 10 a seguir apresenta o fluxo do ajuste de peso para todas as classificações constantes na Resolução CMN 3.792.

Figura 10 – Fluxo do ajuste de peso dos ativos do portfólio conforme Resolução CMN 3.792



Fonte: Elaborada pelo autor.

O Algoritmo 3 possui como entrada o portfólio selecionado já com o peso Balanceado e como saída o portfólio com o peso Ajustado para as normas da Resolução CMN 3.792. Nas linhas de 1 a 3 as variáveis recebem o *portfolio* com o peso balanceado, o registro da classificação de cada ativo do *portfolio* e o número de classificações identificadas. A condição constante das linhas de 4 a 7 verifica se o portfólio possui apenas uma classificação. Se positivo é necessário escolher outro portfólio balanceado e reiniciar o algoritmo.

A linha 8 recebe o somatório dos pesos para os ativos classificados como NC e o laço das linhas 9 a 13 realizam o ajuste de peso para estes ativos e distribui o saldo excedente de peso para os ativos das próximas classificações. Os demais laços do algoritmo realizam este mesmo procedimento mas para classificações diferentes e a diferença entre eles consta na linha 36 onde o saldo excedente de peso é redistribuído para todos os ativos das classificações anteriores.

**Algoritmo 3:** Ajuste de peso do Portfólio conforme Resolução CMN 3.792

---

**Input:** portfólio balanceado

**Output:** portfólio ajustado

- 1  $portfolio \leftarrow$  portfólio balanceado
- 2 registra a classificação dos ativos no  $portfolio$
- 3  $QtdeClassificacao \leftarrow$  número de classificações diferentes do  $portfolio$
- 4 **if**  $QtdeClassificacao = 1$  **then**
- 5 seleciona outro portfólio balanceado
- 6 reinicia o algoritmo
- 7 **end**
- 8  $SomaPesoNC \leftarrow$  somatório dos pesos dos ativos classificados como NC
- 9 **if**  $SomaPesoNC > 0,35$  **then**
- 10  $pesoajustadoNC \leftarrow (\text{peso balanceado} / SomaPesoNC) * 0,35$
- 11  $excedente \leftarrow (SomaPesoNC - 0,35) / \text{qtde ativos das próximas class.}$
- 12 distribui  $excedente$  para os ativos das próximas classificações
- 13 **end**
- 14  $SomaPesoN1 \leftarrow$  somatório dos pesos dos ativos classificados como N1
- 15 **if**  $SomapesoN1 > 0,45$  **then**
- 16  $pesoajustadoN1 \leftarrow (\text{peso balanceado} / SomaPesoN1) * 0,45$
- 17  $excedente \leftarrow (SomaPesoN1 - 0,45) / \text{qtde ativos das próximas class.}$
- 18 distribui  $excedente$  para os ativos das próximas classificações
- 19 **end**
- 20  $SomaPesoBM \leftarrow$  somatório dos pesos dos ativos classificados como BM
- 21 **if**  $SomapesoBM > 0,50$  **then**
- 22  $pesoajustadoBM \leftarrow (\text{peso balanceado} / SomaPesoBM) * 0,50$
- 23  $excedente \leftarrow (SomaPesoBM - 0,50) / \text{qtde ativos das próximas class.}$
- 24 distribui  $excedente$  para os ativos das próximas classificações
- 25 **end**
- 26  $SomaPesoN2 \leftarrow$  somatório dos pesos dos ativos classificados como N2
- 27 **if**  $SomapesoN2 > 0,60$  **then**
- 28  $pesoajustadoN2 \leftarrow (\text{peso balanceado} / SomaPesoN2) * 0,60$
- 29  $excedente \leftarrow (SomaPesoN2 - 0,60) / \text{qtde ativos das próximas class.}$
- 30 distribui  $excedente$  para os ativos das próximas classificações
- 31 **end**
- 32  $SomaPesoNM \leftarrow$  somatório dos pesos dos ativos classificados como NM
- 33 **if**  $SomapesoNM > 0,70$  **then**
- 34  $pesoajustadoNM \leftarrow (\text{peso balanceado} / SomaPesoNM) * 0,70$
- 35  $excedente \leftarrow (SomaPesoNM - 0,70) / \text{qtde ativos das próximas class.}$
- 36 distribui  $excedente$  para os ativos das classificações anteriores
- 37 **end**

---

## 4.9 Elaboração do Perfil de Investimentos com Portfólios Seleccionados

Diferentes opções de investimentos e diferentes cenários de ganho e risco podem ser apresentados aos participantes das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) como Perfil de Investimento. Existem infinitas possibilidades e diversas nomenclaturas a serem utilizadas para esta finalidade mas, para este trabalho, foram estabelecidos os perfis conforme descrito no Quadro 7 a serem sugeridos como possíveis portfólios de investimentos aos gestores de entidade fechada de previdência complementar.

Quadro 7 – Composição do Perfil de Investimento

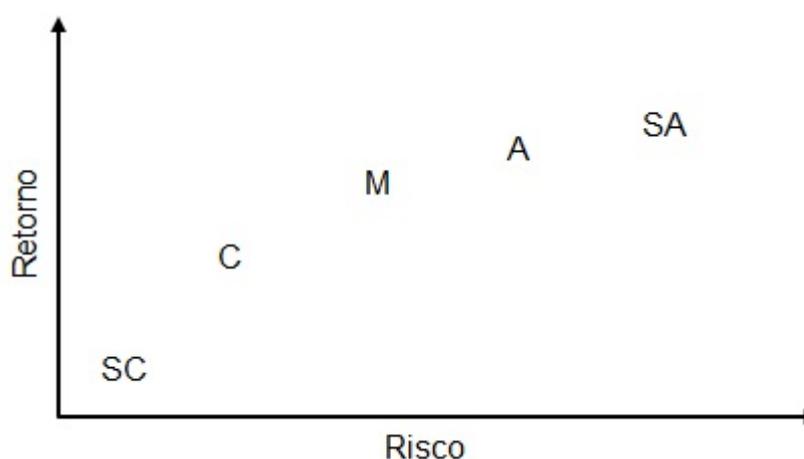
Descrição do Perfil	Sigla	Composição do Portfólio
Super Conservador	SC	100% RF
Conservador	C	90% RF e 10% RV
Moderado	M	70% RF e 30% RV
Agressivo	A	50% RF e 50% RV
Super Agressivo	SA	30% RF e 70% RV

Fonte: Elaborado pelo autor.

RF: Renda Fixa, RV: Renda Variável.

O Super Conservador é o perfil para portfólio com menor risco, baixa rentabilidade e maior segurança nos investimentos. O Super Agressivo apresenta maior risco com possibilidade de maior retorno e por consequência pouca segurança aos investimentos. A Figura 11 apresenta a curva do portfólio eficiente um posicionamento teórico de cada perfil de investimento.

Figura 11 – Posicionamento do Perfil de Investimento no Portfólio Eficiente



Fonte: Elaborada pelo Autor

Considerando os ativos selecionados e os perfis de investimentos descritos anteriormente, finalizamos as possíveis sugestões de portfólios a serem inicialmente apresentadas

aos gestores de investimentos dos Fundos de Pensão e, na Seção 5.9 será apresentada uma metodologia de acompanhamento e evolução deste portfólio utilizando um algoritmo de janela móvel.

## 4.10 Validação dos Resultados

Uma forma de avaliar a coerência e a eficiência dos resultados obtidos é compará-los com outras formas de apuração do retorno dos recursos investidos. Esta comparação deve considerar outros cenários, indicadores diferentes e métodos para seleção de ativos. Os resultados obtidos com as carteiras selecionadas anteriormente nas simulações do período de 2008 a 2016 serão confrontados ano a ano com os indicadores escolhidos, com os fundos de investimentos selecionados e com o resultado obtido pela utilização do algoritmo genético NSGA-II.

### 4.10.1 Validação dos resultados com indicadores

Os indicadores utilizados nesta comparação serão os mesmos utilizados pela Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (ABRAPP) na sua divulgação mensal no Consolidado Estatístico. A Tabela 6 apresenta o resultado anual dos indicadores para o período de 2008 a 2016.

Tabela 6 – Resultado anual dos Indicadores Selecionados - de 2008 a 2016

Período	TMA/TJP	CDI	IBOVESPA	EFPCs
2008	12,87	12,38	-41,22	-1,62
2009	10,36	9,88	82,66	21,50
2010	12,85	9,77	1,04	13,26
2011	12,44	11,58	-18,11	9,80
2012	12,57	8,40	7,40	15,37
2013	11,63	8,06	-15,50	3,28
2014	12,07	10,82	-2,91	7,07
2015	17,55	13,26	-13,31	5,22
2016	13,60	14,01	38,94	14,56
Acumulado	197,24	153,52	-5,72	128,60
Acumulado anualizado	12,87	10,89	-0,65	9,62

Fonte: Adaptado Consolidado Estatístico da ABRAPP. Disponível em <http://www.abrapp.org.br/SitePages/ConsolidadoEstatistico.aspx>

Uma breve explicação sobre cada um dos indicadores selecionados é importante para equiparar as informações destes e contribuir na validação com os resultados obtidos nas simulações deste trabalho de mestrado. A Taxa Máxima Atuarial (TMA) foi utilizada até dezembro/2014 e é calculada de acordo com as premissas previstas na Resolução CNPC nº 9 de 29/11/2012. A partir de fevereiro de 2015 passou-se a utilizar Taxa de Juros

Padrão (TJP) que era calculada considerando o Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) + limite superior de 5,65% a.a. considerando 10 anos. A forma de cálculo da TJP foi alterada ao longo dos anos e partir de abril de 2017 é calculada considerando o INPC + limite superior de 6,66% a.a. considerando 10 anos - de acordo com a Portaria PREVIC nº 375 de 17/04/2017.

O Certificado de Depósito Interbancário (CDI) é um título negociado entre os bancos que por obrigação legal precisam encerrar o dia com saldo positivo de caixa. Quando no movimento diário o volume de recursos sacados superam os depósitos, os bancos negociam este certificado com objetivo de cumprir com a legislação. A taxa média diária de negociação entre os banco se tornou um indicador muito utilizado no mercado financeiro e representa um ativo de renda fixa e com baixo risco.

O IBOVESPA mede o desempenho médio das cotações das ações, e se dá pelas ações com maior negociabilidade e representatividade no mercado de ações brasileiro. O indicador “EFPCs” corresponde a rentabilidade média, obtida pelo retorno dos investimentos das EFPCs associadas da ABRAPP e que enviam mensalmente as informações para a elaboração do Consolidado Estatístico.

#### 4.10.2 Validação dos resultados com fundos de investimentos

Em geral os Fundos de Pensão patrocinados por empresas privadas possuem estrutura funcional com poucos empregados. O número reduzido de funcionários dificulta em parte a criação de comitês de investimentos com grupo especializado e capacitado em operar no mercado financeiro de renda variável. Com isso, uma opção bem aceita e adotada para investimentos em renda variável são os Fundos de Investimentos. A Tabela 7 demonstra que do total dos investimentos realizados do período de 2008 a 2016 pelas EFPCs aproximadamente 51% foram aplicados em Fundos de Investimentos.

Tabela 7 – Aplicação em Fundos de Investimentos pelas EFPCs (R\$ milhões)

Referência	Ações	Fundo de Investimento	Total Renda Variável	% do Total
dez/2008	54.381	62.925	117.306	53,6418
dez/2009	82.800	80.953	163.753	49,4360
dez/2010	88.251	86.651	174.902	49,5426
dez/2011	80.407	92.013	172.420	53,3656
dez/2012	89.404	94.217	183.621	51,3106
dez/2013	84.213	101.542	185.755	54,6645
dez/2014	77.026	89.241	166.267	53,6733
dez/2015	58.445	68.424	126.869	53,9328
dez/2016	71.536	65.478	137.014	47,7893
Total	686.463	741.444	1.427.907	51,9252

Fonte: Adaptado Consolidado Estatístico da ABRAPP. Disponível em <http://www.abrapp.org.br/SitePages/ConsolidadoEstatistico.aspx>

Atualmente existem poucos Fundos de Investimentos ainda em operação e que tiveram o início da captação de recursos a partir de janeiro de 2008. A descrição dos fundos listados e os resultados anuais foram obtidos da plataforma de investimentos online Rico <sup>4</sup> que recentemente foi adquirida pela XP Investimentos<sup>5</sup>.

#### Fundo A: XP INVESTOR FIA

O Fundo busca superar o IBOVESPA, através de uma gestão ativa, mediante investimentos prioritariamente em ações, que são criteriosamente selecionadas. Os investimentos visam maximizar o retorno de longo prazo o que eventualmente exige tolerância no período que antecede a concretização da estratégia visada.

#### Fundo B: BTG PACTUAL DIVIDENDOS FIC FI AÇÕES

O Fundo destina-se a receber aplicações de recursos provenientes exclusivamente de investidores pessoas físicas e jurídicas em geral, de acordo com a regulamentação vigente.

#### Fundo C: LEBLON AÇÕES FIC FIA

O Fundo tem como objetivo atingir elevados retornos absolutos no longo prazo a partir de investimentos realizados predominantemente no mercado de ações no Brasil. O fundo implementará uma gestão ativa dos investimentos e utilizará variados instrumentos tanto no mercado a vista quanto no de derivativos visando atingir seu objetivo.

Os Fundos selecionados possuem como objetivo obter rentabilidade nos investimentos pela aplicação dos recursos em ativos negociados na bolsa de valores.

### 4.10.3 Validação dos resultados com um Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo NSGA-II

A Teoria do Portfólio de [Markowitz \(1952\)](#) além de buscar o portfólio mais próximo da fronteira eficiente considerando a melhor relação retorno x risco realiza também uma seleção dos melhores ativos para a composição da carteira. Esta seleção é realizada no cálculo do peso dos ativos que irão compor o portfólio de forma a torná-lo mais próximo possível da fronteira eficiente. Neste cálculo também são considerados ativos com peso zero e este resultado é claramente demonstrado quando registramos entre 12 e 43 ativos na entrada da função e obtemos como resposta a seleção de 3 a 9 ações com peso superior a zero. Este resultado apresenta uma seleção de ativos.

O NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*) é um Algoritmo Genético (AG) elitista para problemas de otimização multiobjetivo onde as soluções não dominadas são preservadas através de várias gerações do AG. A utilização de um AG, entre outras aplicações, com boas soluções no processo de seleção de ativos foi apresentado por [Deb et al. \(2000\)](#). Outros algoritmos genéticos como o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm*

<sup>4</sup> Site: [www.rico.com.vc](http://www.rico.com.vc)

<sup>5</sup> Site: [investimentos.xpi.com.br](http://investimentos.xpi.com.br)

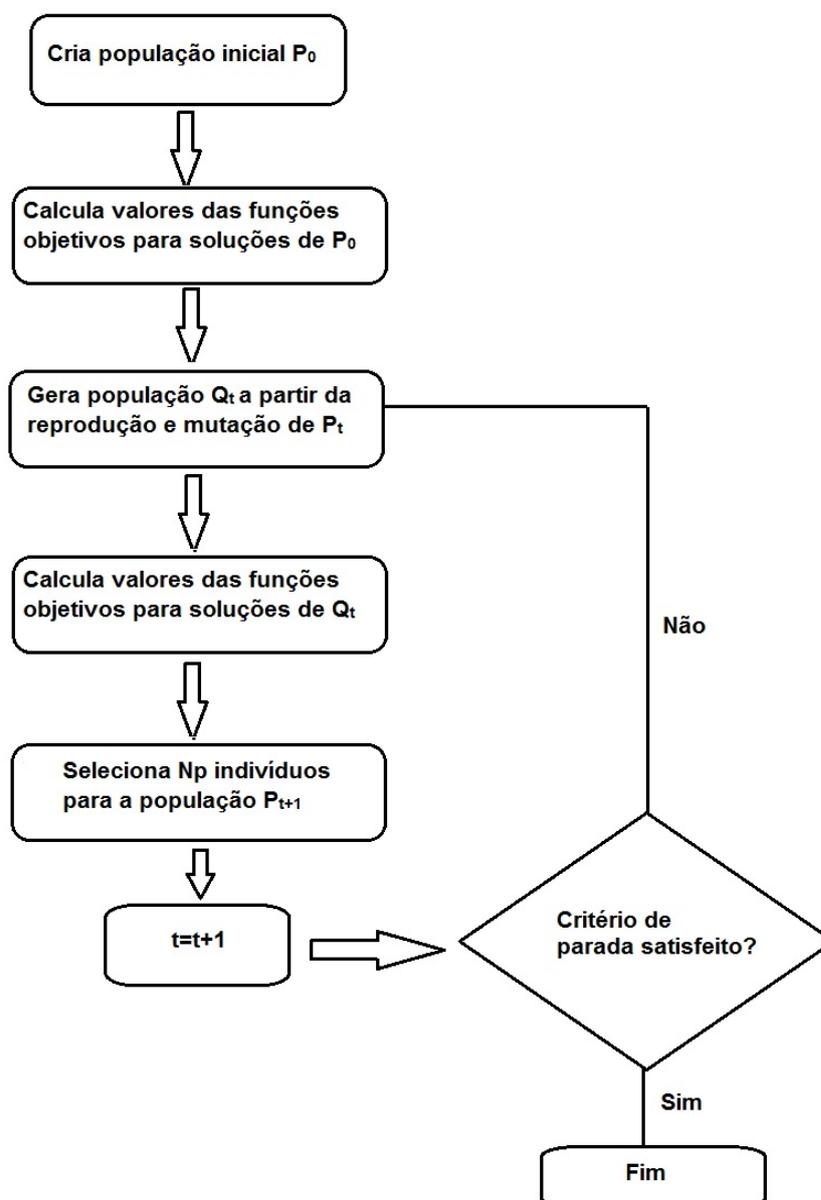
(SPEA) proposto por Zitzler (1999) e posteriormente na sua versão melhorada *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2* (SPEA2) descrita por Zitzler, Laumanns e Thiele (2001), dentre as suas diversas aplicações, também é utilizado para a seleção de portfólios.

Verificando em trabalhos semelhantes de otimização de portfólios, encontramos soluções como o de Oliveira (2016) que apresenta resposta semelhante ao obtido por Anagnostopoulos e Mamanis (2011) onde o algoritmo SPEA2 indica melhores resultados em relação ao NSGA-II em alguns casos analisados.

Ferreira (2018) conclui pelos experimentos apresentados em sua dissertação que o NSGA-II é o algoritmo que apresenta melhor desempenho identificando melhores fronteiras eficientes em testes *in-sample* e maiores ganhos financeiros em testes *out-of-sample* sendo seguido pela SPEA2 como segundo algoritmo com maior ganho nas simulações.

Estes algoritmos são utilizados em problemas de otimização de portfólio com restrição de cardinalidade e que dependendo das características das simulações realizadas apresentam vantagens e desvantagens um em relação ao outro. Mas será utilizado para comparação dos resultados o algoritmo apresentado na dissertação de Ferreira (2018) que propõe o fluxo do algoritmo conforme a Figura 12.

Figura 12 – Fluxograma básico do algoritmo NSGA-II



Fonte: [Ferreira \(2018\)](#)

Para a utilização deste algoritmo, analisamos a Tabela 1 e identificamos que a menor quantidade de ativos selecionados se encontra no ano de 2008. Por isso, foram selecionados os 44 ativos com cotações em todos os dias de negociação na BOVESPA, durante o período de 2008 a 2016, para serem utilizados como entrada do algoritmo NSGA-II e para os algoritmos deste trabalho quando comparamos com outra metodologia de seleção de ativos.

## 4.11 Avaliação do Portfólio selecionado utilizando Janela Móvel

Após concluída a seleção do portfólio inicial para o ano de 2008 teremos três carteiras a serem testadas pela aplicação da janela móvel que correspondem as simulações Geral, Positivo e Índice. Serão construídos três intervalos de janelas com a utilização das cotações dos ativos para o período de 2009 a 2016 conforme descrito a seguir:

- Intervalo de 3 em 3 meses.
- Intervalo de 6 em 6 meses.
- Intervalo de 12 em 12 meses.

Como os dados estão dispostos em uma tabela em ordem crescente de data de cotação do preço do ativo, foi necessário incluir uma estrutura paralela ao algoritmo de cálculo da janela móvel para que os intervalos em meses fossem corretamente respeitados. O Quadro 8 apresenta a posição inicial e final do conjunto de dados a serem considerados para o período de 12 meses. Estas informações também foram geradas para a apuração dos períodos trimestral e semestral.

Quadro 8 – Intervalo de Cotações dos Ativos por Ano

Ano	Posição Inicial	Posição Final
2009	1	246
2010	247	493
2011	494	742
2012	743	987
2013	988	1.235
2014	1.236	1.483
2015	1.484	1.729
2016	1.730	1.978

Fonte: Elaborado pelo Autor.

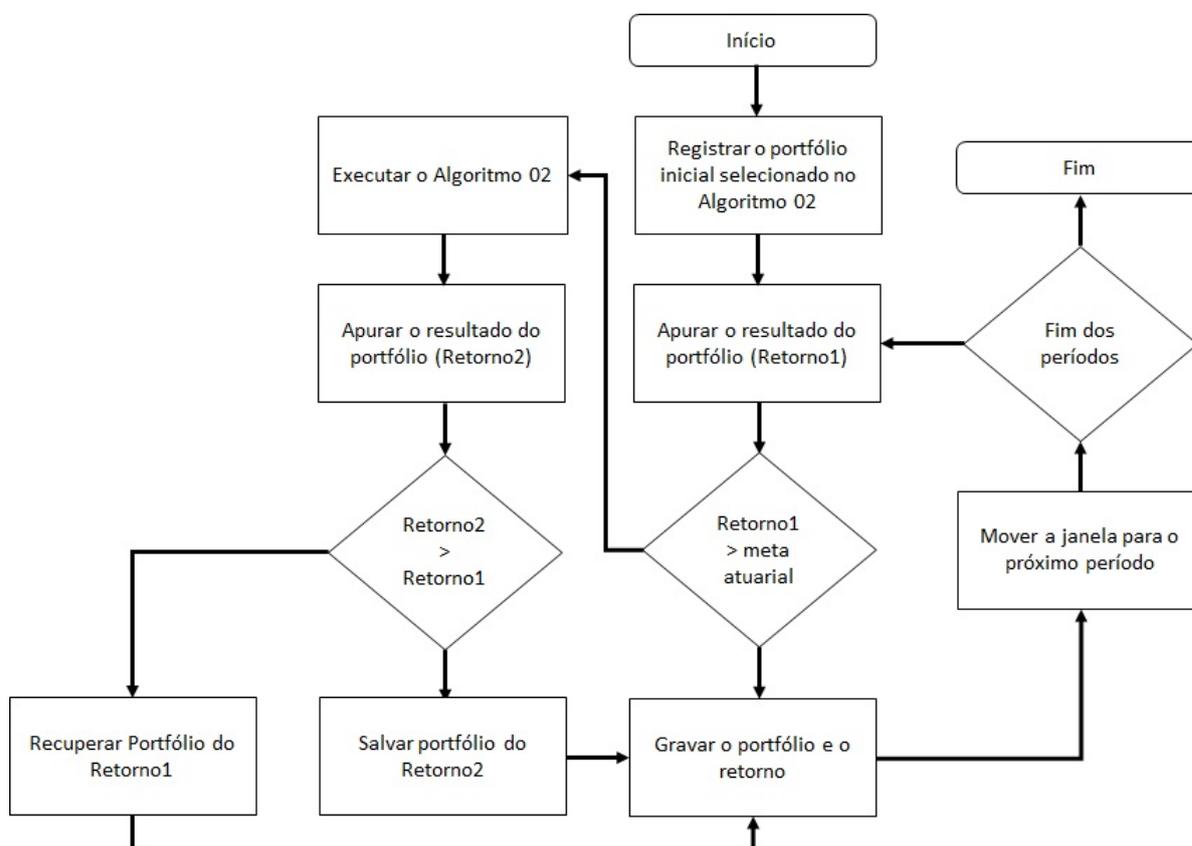
A janela móvel irá considerar no primeiro instante o portfólio selecionado no Algoritmo 2, apurar o resultado com as cotações do período de igual intervalo imediatamente à frente da posição da janela, salvar o resultado e se descolar para o próximo período para novamente aplicar o Algoritmo 2. Este processo será realizado até que seja utilizada a última cotação dos ativos.

Outra metodologia de janela móvel será aplicada considerando a meta atuarial como gatilho para a execução do Algoritmo 2. Após a apuração do resultado, será verificado se o retorno do portfólio foi superior à meta atuarial do mesmo intervalo de dados da janela. Sendo superior, a informação será gravada e a janela deslocada para o próximo período preservando a carteira atual até que em determinado momento a meta não seja superada e então o Algoritmo 2 é novamente executado para se encontrar um melhor portfólio. Esta

metodologia aplicada na janela móvel contribui para a manutenção da carteira por intervalo superior ao da janela permitindo a redução de custos na operação do portfólio.

A Figura 13 apresenta o fluxo deste método onde no início é registrado o portfólio selecionado pelo Algoritmo 2 com o peso dos ativos Balanceado e Ajustado. Em seguida é apurada a rentabilidade com as cotações do ciclo posterior ao da janela móvel conforme o período em questão. Se a rentabilidade for superior à meta atuarial este resultado é salvo e a janela deslocada para o próximo ciclo. Ficando a rentabilidade menor que a meta atuarial, é selecionada uma nova carteira com a utilização do Algoritmo 2 e realizada uma comparação entre o resultado do portfólio anterior e do novo portfólio para identificar qual entre eles possui o melhor retorno. O que obter melhor resultado segue adiante para o próximo ciclo da janela móvel.

Figura 13 – Fluxo da Janela Móvel com Análise da Rentabilidade



Fonte: Elaborada pelo Autor.

Todos os resultados apurados após a execução dos algoritmos descritos nesta metodologia, bem como as análises e comparações realizadas, estão apresentados no Capítulo 5.

# 5 Experimentos: Resultados e Análises

Este capítulo está organizado em nove seções que permitirão apresentar o andamento dos resultados das atividades da pesquisa. A Seção 5.1 apresenta seleção inicial dos ativos da Simulação Geral, onde consta todos os ativos selecionados do IBOVSPA de 2008 a 2016 e a Seção 5.2 a seleção inicial dos ativos da simulação Positivo, que inclui os ativos selecionados com rentabilidade positiva no ano. A Seção 5.3 contém os detalhes da seleção inicial dos ativos da simulação Índice, que possui quarenta e quatro ativos por ano com a melhor relação rentabilidade/volatilidade. A Seção 5.4 apresenta uma consolidação dos resultados obtidos nas seções anteriores. A Seção 5.5 define os perfis de investimentos a serem disponibilizados para os gestores e a Seção 5.6 contempla a validação dos resultados com indicadores selecionados. A Seção 5.7 faz a validação com fundos de investimentos do mercado financeiro e a Seção 5.8 utiliza para validação algoritmo evolutivo multiobjetivo NSGA-II. Por último, a Seção 5.9 apura os resultados utilizando a janela móvel.

## 5.1 Seleção inicial dos ativos da Simulação Geral

A simulação Geral, definida anteriormente no Capítulo 4, possui como entrada da função de Markowitz (1952) todos os ativos pertencentes ao Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVSPA) e selecionados para este trabalho de mestrado do período de 2008 a 2016. Esta simulação é realizada com a execução do Algoritmo 2, onde é elaborado o ranking em ordem decrescente dos ativos que mais foram selecionados pela função e os 9 (nove) primeiros são separados para compor a simulação Geral. O peso estabelecido para cada ativo selecionado representa a média aritmética simples de todas as vezes em que o ativo é selecionado.

O cálculo do peso médio leva em consideração apenas o ativo que está sendo selecionado e quando escolhemos os 9 (nove) ativos que mais representam a amostra. Em geral a soma do peso total ultrapassa o valor da unidade ou o correspondente a 100% como é o caso da seleção dos ativos de 2008, em que a soma do peso médio corresponde a 2,3227 ou 232,27%. Como a soma dos pesos do portfólio deve corresponder a unidade por representar o total do valor disponível do investidor, é realizado o que convencionamos de Balanceamento da Carteira para acomodar o peso total do portfólio conforme demonstrado na Tabela 2 do Capítulo 4 referente a metodologia.

No cálculo do resultado do portfólio também é considerado o peso definido como Ajustado que considera a soma do peso Balanceado dos ativos com a mesma classificação e

efetua a sua adequação à Resolução CMN 3.792, que estabelece os limites de investimento para uma Entidade Fechada de Previdência Complementar (EFPC) em renda variável por seguimento, pela execução do Algoritmo 3.

A Tabela 8 possui informações sobre a escolha do portfólio inicial para a simulação Geral para o ano 2008. Na tabela consta o nome do ativo, a quantidade de vezes em que são selecionados para compor o portfólio na coluna QTDE, a sua classificação conforme estabelecido na BOVESPA e os pesos Balanceado e Ajustado. As tabelas também apresentam a rentabilidade do ativo no período compreendido entre o primeiro e o último pregão do ano, posterior ao da simulação, e a sua correspondente rentabilidade. O resultado da coluna (A) é obtido pela multiplicação do peso Balanceado pela Rentabilidade do Ativo e o da coluna (B) pela multiplicação do peso Ajustado com a Rentabilidade do Ativo.

A última linha da tabela demonstra que os pesos Balanceado e Ajustado correspondem a uma unidade e a rentabilidade anual obtida pela carteira selecionada, calculada pela aplicação da rentabilidade alcançada no ano posterior ao da seleção dos ativos. A apuração do resultado do portfólio inicial para o período de 2008 a 2016 é realizada de forma que os ativos selecionados em 2008 são utilizados para apuração dos resultados em 2009. Desta forma, os ativos selecionados em 2016 não apresentam resultados nestas tabelas por não constar na população inicial a rentabilidade dos ativos apurada em 2017.

A Tabela 8 apresenta os ativos selecionados em 2008 e com a rentabilidade apurada em 2009. Os ativos escolhidos foram classificados como Nível 1 de Governança Corporativa (N1), Não Classificado (NC) e Novo Mercado (NM) e o peso Balanceado atendeu a Resolução CMN 3.792. Por isso, o peso Ajustado apresenta os mesmos valores. A ano de 2009 foi de alta na BOVESPA e a rentabilidade total obtida por esta carteira foi de 86,21%.

Tabela 8 – Simulação Geral - Ativos selecionados em 2008 com a rentabilidade apurada em 2009

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
VIVT4	7.615	NC	0,03278	0,03278	-0,66617	-0,02	-0,02
ABEV3	7.579	NC	0,25072	0,25072	71,29032	17,87	17,87
NATU3	7.572	NM	0,02615	0,02615	90,02732	2,35	2,35
CMIG4	7.447	N1	0,15733	0,15733	26,07914	4,10	4,10
RADL3	3.450	NM	0,15117	0,15117	268,87755	40,65	40,65
ITSA4	3.024	N1	0,19459	0,19459	62,92835	12,25	12,25
TIMP3	2.271	NM	0,09344	0,09344	42,09302	3,93	3,93
ENBR3	1.757	NM	0,08508	0,08508	54,93562	4,67	4,67
BBDC3	1.511	N1	0,00874	0,00874	46,62983	0,41	0,41
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	86,21	86,21

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

O resultado da simulação Geral referente ao período de 2009 a 2016 pode ser verificado no Apêndice B. O Quadro 9 apresenta o resultado anual para a simulação Geral.

Quadro 9 – Resultado anual da Simulação Geral - Valores em percentual

Ano	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rentabilidade	86,21	15,21	26,89	42,28	11,63	26,26	6,97	20,01
Meta Atuarial	10,36	12,85	12,44	12,57	11,63	12,07	17,55	13,60
CVaR	4,457	7,450	7,634	8,454	9,365	8,491	11,545	9,973

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Concluídos os experimentos, registramos que o resultado da simulação Geral obteve retorno igual ao valor da meta atuarial em 2013 e inferior em 2015, ano de baixa na bolsa de valores. Nos demais períodos a simulação Geral apresentou resultado superior, onde destacamos o ano 2009, com rentabilidade de 86,21% enquanto a meta atuarial foi 10,26% e, sendo o resultado obtido com o menor nível de exposição ao risco, medido pelo CVaR, no valor de 4,457%.

O ativo mais escolhido pela simulação Geral foi o TIMP3, classificado como Novo Mercado (NM), com 32.823 registros do total de 108.000 simulações conforme apresentado no Capítulo 4. Este ativo obteve uma rentabilidade média de 23,75% nos seis anos em que foi incluído no portfólio. Este ativo representou 18,16% do total da carteira em 2010, ano em que obteve rentabilidade anual de 38,73%.

Dos portfólios selecionados, a exposição média ao risco para o período de 2009 a 2016 foi de 8,421%. Um resultado que é somente um parâmetro pois, o investidor é quem determina se este nível de risco é adequado às sua política de investimentos.

## 5.2 Seleção inicial dos ativos da Simulação Positivo

Definida anteriormente no Capítulo 4, a simulação Positivo possui como entrada da função de Markowitz apenas os ativos pertencentes ao IBOVESPA com rentabilidade positiva no ano de apuração do resultado do ativo para o período de 2008 a 2016. Esta simulação é realizada com a execução do Algoritmo 2, onde a entrada dos dados é adequada às características desta simulação.

Os cálculos e resultados apresentados na Tabela 9 possuem as mesmas metodologias e informações descritas anteriormente para a simulação Geral. A Tabela 9 apresenta apenas três ativos após a execução da função de Markowitz, apesar de encontrarmos somente cinco ações com rentabilidade positiva em 2008, ano de crise no mercado brasileiro.

Um portfólio com três ativos está coerente com a definição inicial de cardinalidade (de 3 a 9 ativos) e estes foram classificados como N1, NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução

CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 23,58% para a carteira com o peso Balanceado e de 46,67% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2009.

Tabela 9 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2008 com a rentabilidade apurada em 2009

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
CMIG4	1	N1	0,81100	0,45000	26,07914	21,15	11,74
NATU3	1	NM	0,02820	0,38920	90,02732	2,54	35,04
VIVT4	1	NC	0,16080	0,16080	-0,66617	-0,11	-0,11
TOTAL	---	---	1,00000	1,00000	---	23,58	46,67

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

O resultado da simulação Positivo referente ao período de 2009 a 2016 pode ser verificado no Apêndice C. O Quadro 10 apresenta o resultado anual para a simulação Positivo.

Quadro 10 – Resultado anual da Simulação Positivo - Valores em percentual

Ano	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rentabilidade	46,67	18,37	4,89	25,26	9,77	23,04	15,81	89,11
Meta Atuarial	10,36	12,85	12,44	12,57	11,63	12,07	17,55	13,60
CVaR	12,000	7,232	7,755	10,685	11,342	9,673	9,966	9,733

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Mesmo iniciando a apuração dos resultados com um portfólio de três ativos, a rentabilidade obtida superou a meta atuarial em 2009, apesar da exposição ao risco de 12,000% ser a maior para esta simulação. Em 2011, 2013 e 2015 o resultado obtido foi inferior a meta atuarial e nos demais anos foi superior. Destacamos o ano de 2016 com rentabilidade de 89,11% enquanto a meta atuarial foi de 13,60%.

O ativo NATU3 foi escolhido apenas uma vez e o SUZB5, apesar de não compor o portfólio, foi o mais selecionado e participou de 24.600 do total de 96.000 simulações. O ativo SUZB5 é classificado como NM e obteve rentabilidade média de 39,11% nos três anos em que foi escolhido para compor o portfólio.

O resultado médio da simulação Positivo foi de 29,12%, enquanto a meta atuarial para o mesmo período foi de 12,88% e o risco médio, medido pelo CVaR, de 9,798%.

### 5.3 Seleção inicial dos ativos da Simulação Índice

Definida anteriormente no Capítulo 4, a simulação Índice possui como entrada da função de Markowitz os 43 ativos pertencentes ao IBOVESPA com a melhor relação rentabilidade/volatilidade no ano de apuração do resultado do ativo para o período de 2008 a 2016. Esta simulação é realizada com a execução do Algoritmo 2, onde os dados para a entrada do algoritmo são selecionados conforme as características da simulação. O peso estabelecido para cada ativo selecionado representa a média aritmética simples de todas as vezes em que o ativo é selecionado.

Os cálculos e resultados apresentados na Tabela 10 possuem as mesmas metodologias e informações descritas anteriormente para a simulação Geral. A Tabela 10 apresenta os ativos selecionados em 2008 e com a rentabilidade apurada em 2009. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. O peso Balanceado e Ajustado apresentaram os mesmos valores e rentabilidade total obtida foi de 55,17% para a carteira.

Tabela 10 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2008 com a rentabilidade apurada em 2009

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
ABEV3	7.704	NC	0,24848	0,24848	71,29032	17,71	17,71
CMIG4	7.665	N1	0,16160	0,16160	26,07914	4,21	4,21
NATU3	7.630	NM	0,02270	0,02270	90,02732	2,04	2,04
VIVT4	7.625	NC	0,03205	0,03205	-0,66617	-0,02	-0,02
ITSA4	3.511	N1	0,20493	0,20493	62,92835	12,90	12,90
TIMP3	2.248	NM	0,09852	0,09852	42,09302	4,15	4,15
ENBR3	2.072	NM	0,10539	0,10539	54,93562	5,79	5,79
BBDC3	1.538	N1	0,00899	0,00899	46,62983	0,42	0,42
CCRO3	925	NM	0,11734	0,11734	67,93722	7,97	7,97
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	55,17	55,17

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

O resultado da simulação Índice referente ao período de 2009 a 2016 pode ser verificado no Apêndice D. O Quadro 11 apresenta o resultado anual para a simulação Índice.

Quadro 11 – Resultado anual da Simulação Índice - Valores em percentual

Ano	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rentabilidade	55,17	18,17	6,47	31,58	9,86	16,28	16,54	72,55
Meta Atuarial	10,36	12,85	12,44	12,57	11,63	12,07	17,55	13,60
CVaR	4,767	7,172	8,771	9,311	11,359	11,474	11,222	10,678

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para o período de oito anos, de 2009 a 2016, a simulação Índice superou a meta atuarial em 5 deles: 2009, 2010, 2012, 2014 e 2016. A maior rentabilidade foi obtida em 2016 com 72,55% enquanto a meta atuarial foi de 13,60% e a exposição ao risco ficou em 10,678%. O ativo mais selecionado foi CMIG4 que participou em 34.700 dos portfólios, do total de 108.000 simulações e a sua rentabilidade média foi de 15,83% para os cinco anos em que foi selecionado.

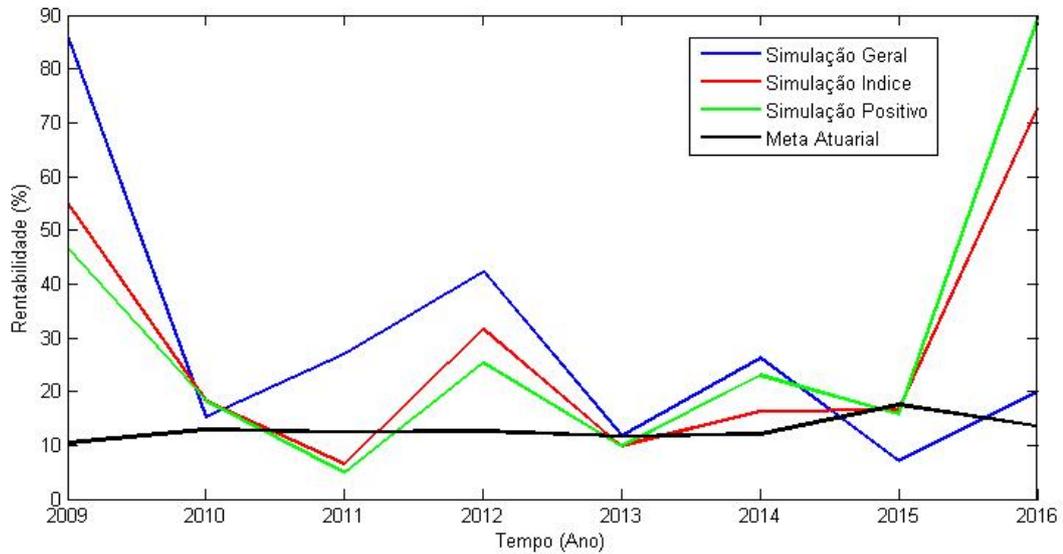
Os resultados das simulações Geral, Positivo e Índice apresentaram resultados consistentes e em média superiores à meta atuarial estabelecida para o período de realização dos experimentos. Os resultados de 2009 e 2016 se destacaram em relação aos demais porque acompanharam o crescimento de preços da bolsa de valores, quando o IBOVESPA obteve rentabilidade de 82,66% e 38,94% para os anos 2009 e 2016 respectivamente.

Para o período de 2010 a 2015, a simulação Geral foi mais consistente e superou a meta atuarial em cinco anos, enquanto as simulações Positivo e Índice superaram apenas em três anos. Considerando todo o período dos experimentos, a simulação Geral também apresentou melhor rentabilidade média de 29,43% enquanto a meta atuarial média foi de 12,88% e a menor exposição ao risco de 8,421%. A simulação Positivo apresentou resultado médio de 29,12% com nível de risco em 9,798% e a Índice obteve retorno médio de 28,33% e 9,344% de exposição ao risco.

## 5.4 Consolidação dos Resultados Apurados nas Simulações

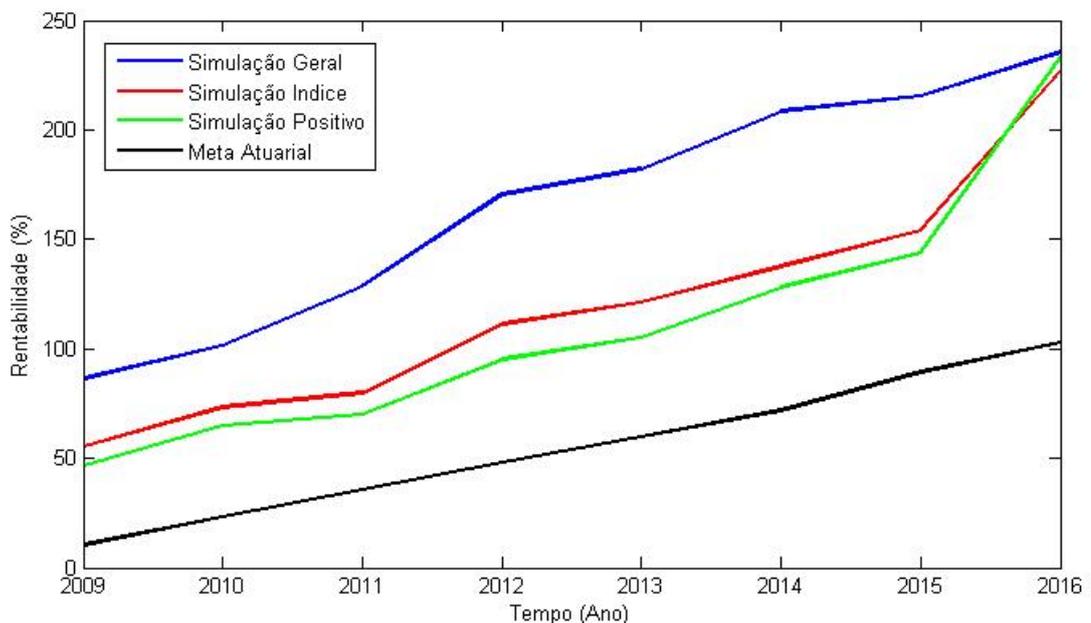
A Figura 14 apresenta a rentabilidade anual dos portfólios selecionados que possuem como destaque o ano de 2009, que foi posterior ao ano de baixa na bolsa de valores e por isso a rentabilidade inicial ficou bem elevada devido à recuperação da BOVESPA e o ano 2016, que possui recuperação similar após o ano ruim de 2015 em relação a baixa no preço dos ativos. Observamos que a carteira Geral aparentemente teve melhor desempenho por aparecer em grande parte do período de 2009 a 2016 com rentabilidade superior às simulações Positivo e Índice.

Figura 14 – Rentabilidade anual dos portfólios selecionados de 2009 a 2016



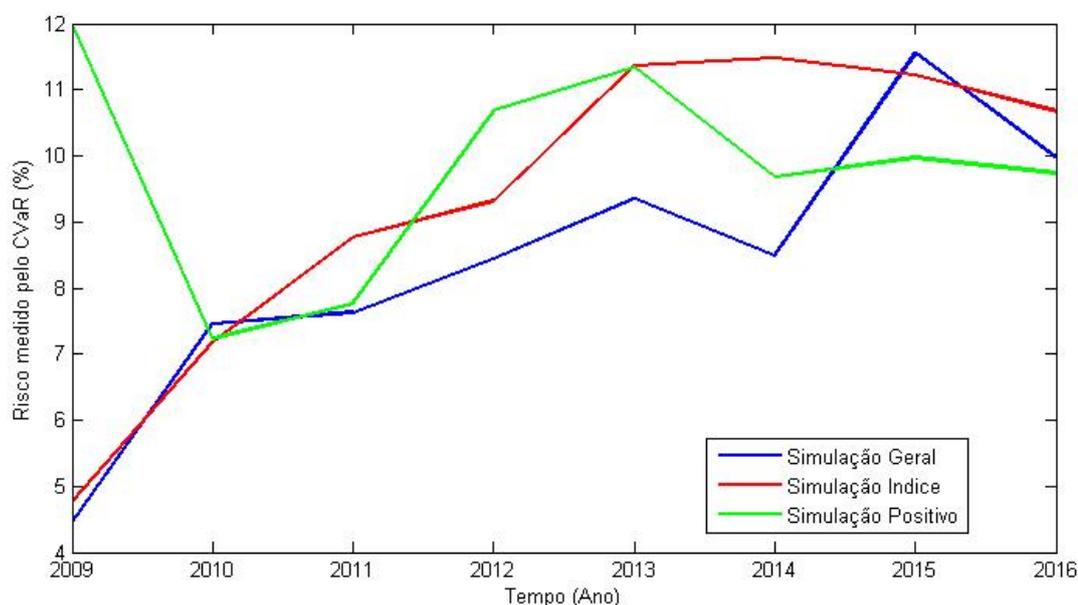
A Figura 15 apresenta a rentabilidade acumulada dos portfólios selecionados do período de 2009 a 2016 e demonstra que a simulação Geral, onde todos os ativos selecionados do IBOVESPA podem compor o portfólio de entrada para a função de Markowitz possui melhor desempenho acumulado com 235,46%, seguido da simulação Positivo com 232,92% e da simulação Índice com 226,62%. Podemos observar que mesmo utilizando regras diferenciadas para a entrada dos dados na função os resultados acumulados apresentam uma certa uniformidade não havendo grandes variações entre eles.

Figura 15 – Rentabilidade anual acumulada dos portfólios selecionados de 2009 a 2016



A Figura 16 apresenta o risco apurado pelo *Conditional Value at Risk* (CVaR) para a simulação Geral, simulação Positivo e Simulação Índice. Com exceção do risco apurado em 2009 para a simulação Positivo, ano em que o portfólio apresentou apenas três ativos, as demais simulações apresentaram uma mesma tendência para o período de 2009 a 2016. Considerando um risco médio para este período, encontramos como menor risco a simulação Geral com 8,421%, seguido da simulação Índice com 9,344% e com o maior risco a simulação Positivo com 9,798%.

Figura 16 – Risco medido pelo CVaR dos portfólios selecionados de 2009 a 2016



Com os dados apurados podemos identificar que a carteira com simulação Geral é a mais adequada a ser indicada para os gestores de investimentos de uma Entidade Fechada de Previdência Complementar porque apresentou a melhor rentabilidade entre as simulações e também o menor risco medido pelo CVaR.

Os Quadros 12 a 14 apresentam uma combinação das simulações Geral, Positivo e Índice onde é apurado o portfólio inicial para o ano 2008 e este portfólio é aplicado com a rentabilidade dos anos de 2009 a 2016. Este método é repetido com o portfólio inicial de 2009 onde é apurada a rentabilidade de 2010 até o ano de 2016. Repetindo esta metodologia para os anos seguintes de 2010 até 2016 elaboramos o Quadro 12 que compara o retorno obtido com a meta atuarial estabelecida para o ano conforme a legislação em vigor.

No Quadro 12 consta na coluna de nome “Ano”, o ano de seleção dos ativos para a composição do Portfólio. As colunas que representam o período de apuração dos resultados de 2009 a 2016 possuem as colunas de nome “Rent.” que corresponde a rentabilidade

obtida, a meta atuarial do período e a coluna  $\Delta$  (delta) representa a variação para maior ou para menor da rentabilidade obtida em relação a meta atuarial. Podemos citar como exemplo que o portfólio selecionado em 2008 quando aplicado em 2009 obteve a rentabilidade de 86,21% e neste mesmo período a meta atuarial a ser alcançada pelas Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs) foi de 10,36%. Então, a variação  $\Delta$ , calculada conforme a Equação 8, significa que o resultado obtido foi mais de sete vezes (732,14% a mais) superior à meta atuarial para o período.

$$\Delta = \frac{\text{Retorno da Simulação} - \text{Meta Atuarial do Período}}{\text{Meta Atuarial do Período}} * 100 \quad (8)$$

O resultado utilizado como exemplo está destacado no Quadro 12 por apresentar o melhor portfólio que superou a meta atuarial para a simulação Geral para o período de 2009 a 2016. Destacamos também na coluna “Média” que este mesmo portfólio selecionado em 2008 obteve o melhor retorno médio e por consequência a melhor média positiva em relação a meta atuarial para o período.

Quadro 12 – Aplicação anual dos portfólios selecionados - Simulação Geral

Ano	Ano 2009			Ano 2010			Ano 2011		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$
2008	<b>86,21</b>	<b>10,36</b>	<b>732,14</b>	24,39	12,85	89,84	16,90	12,44	35,82
2009	—	—	—	15,20	12,85	18,31	19,99	12,44	60,72
2010	—	—	—	—	—	—	26,90	12,44	116,26
2011	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2012	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2013	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2014	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2015	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ano	Ano 2012			Ano 2013			Ano 2014		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$
2008	22,11	12,57	75,91	0,02	11,63	-99,80	16,59	12,07	37,49
2009	6,55	12,57	-47,90	10,22	11,63	-12,09	10,33	12,07	-14,44
2010	11,70	12,57	-6,95	20,19	11,63	11,63	12,90	12,07	6,88
2011	42,29	12,57	236,40	8,52	11,63	-26,74	15,77	12,07	30,62
2012	—	—	—	11,63	11,63	-0,02	11,44	12,07	-5,25
2013	—	—	—	—	—	—	26,27	12,07	117,64
2014	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2015	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ano	Ano 2015			Ano 2016			Média		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$
2008	-2,23	17,55	-112,71	33,99	13,60	149,92	<b>24,75</b>	<b>12,88</b>	<b>92,10</b>
2009	-12,76	17,55	-172,71	28,22	13,60	107,50	11,11	13,24	-16,13
2010	-14,37	17,55	-181,85	31,62	13,60	132,50	14,82	13,31	11,37
2011	-6,60	17,55	-137,61	25,21	13,60	85,40	17,04	13,48	26,35
2012	-1,71	17,55	-109,74	55,04	13,60	304,71	19,10	13,71	39,28
2013	-5,39	17,55	-130,72	30,84	13,60	126,76	17,24	14,41	19,66
2014	6,97	17,55	-60,31	27,15	13,60	99,63	17,06	15,58	9,52
2015	—	—	—	20,01	13,60	47,12	20,01	13,60	47,12

Fonte: Elaborado pelo Autor.

O Quadro 13 apresenta os resultados obtidos com a simulação Positivo e foi elaborado considerando a mesma metodologia para a apuração do Quadro 12. O resultado de melhor portfólio que superou a meta atuarial para a simulação Positivo foi o do ano 2016 e que também apresentou o melhor resultado médio, superando a meta atuarial em 2016 em 555,23% e em média apuramos uma variação  $\Delta$  de 555,23%.

Quadro 13 – Aplicação anual dos portfólios selecionados - Simulação Positivo

Ano	Ano 2009			Ano 2010			Ano 2011		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$
2008	46,67	10,36	350,45	12,94	12,85	0,69	12,37	12,44	-0,58
2009	—	—	—	18,36	12,85	42,90	19,22	12,44	54,47
2010	—	—	—	—	—	—	4,90	12,44	-60,60
2011	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2012	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2013	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2014	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2015	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ano	Ano 2012			Ano 2013			Ano 2014		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$
2008	27,96	12,57	122,43	-11,81	11,63	-201,56	2,66	12,07	-77,97
2009	13,65	12,57	8,61	7,94	11,63	-31,74	5,09	12,07	-57,83
2010	30,83	12,57	145,30	1,14	11,63	11,63	10,51	12,07	-12,96
2011	25,26	12,57	100,99	-1,78	11,63	-115,31	-2,94	12,07	-124,40
2012	—	—	—	9,78	11,63	-15,94	16,02	12,07	32,76
2013	—	—	—	—	—	—	23,04	12,07	90,85
2014	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2015	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ano	Ano 2015			Ano 2016			Média		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Retorno	Meta	$\Delta$
2008	-33,38	17,55	-290,20	26,10	13,60	91,94	10,44	12,88	-18,98
2009	-9,42	17,55	-153,65	33,04	13,60	142,98	12,56	13,24	-5,20
2010	-13,40	17,55	-176,36	39,94	13,60	193,69	12,32	13,31	-7,44
2011	-7,13	17,55	-140,61	41,33	13,60	203,92	10,95	13,48	-18,80
2012	3,95	17,55	-77,52	48,37	13,60	255,68	19,53	13,71	42,42
2013	0,23	17,55	-98,71	20,24	13,60	48,82	14,50	14,41	0,65
2014	15,81	17,55	-9,92	75,60	13,60	455,90	45,71	15,58	193,46
2015	—	—	—	<b>89,11</b>	<b>13,60</b>	<b>555,23</b>	<b>89,11</b>	<b>13,60</b>	<b>555,23</b>

Fonte: Elaborado pelo Autor.

O Quadro 14 apresenta os resultados obtidos com a simulação Índice e foi elaborado considerando a mesma metodologia para a apuração do Quadro 12. O resultado de melhor portfólio que superou a meta atuarial para a simulação Índice foi o do ano 2016 e que também apresentou o melhor resultado médio, superando a meta atuarial em 2016 em 433,25% e em média apuramos uma variação  $\Delta$  de 433,25%.

Quadro 14 – Aplicação anual dos portfólios selecionados - Simulação Índice

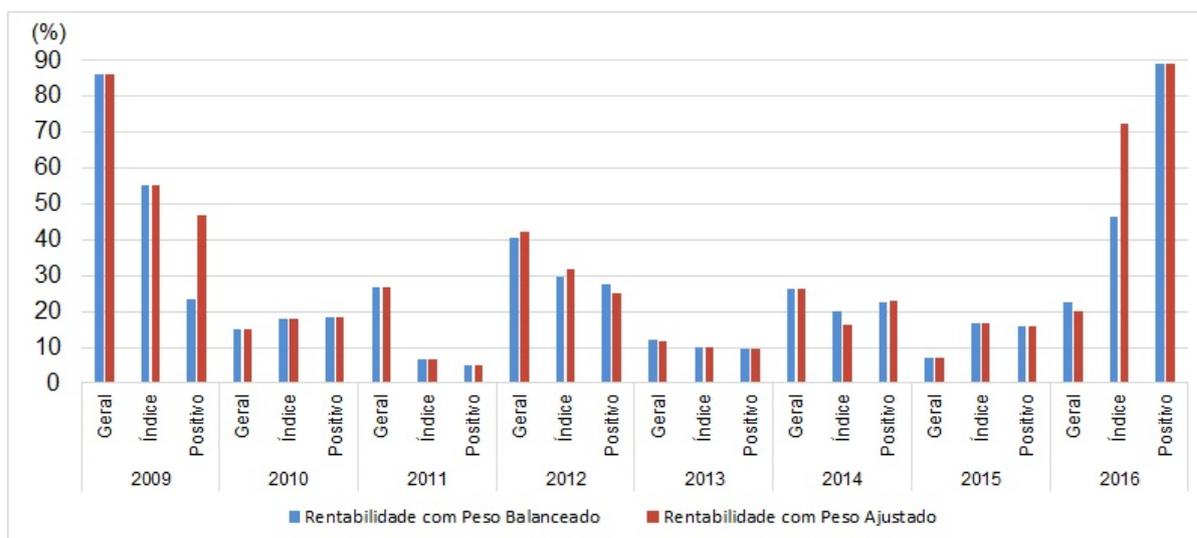
Ano	Ano 2009			Ano 2010			Ano 2011		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$
2008	55,17	10,36	432,57	19,95	12,85	55,22	18,72	12,44	50,48
2009	—	—	—	18,18	12,85	41,51	19,56	12,44	57,27
2010	—	—	—	—	—	—	6,47	12,44	-47,99
2011	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2012	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2013	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2014	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2015	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ano	Ano 2012			Ano 2013			Ano 2014		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$
2008	16,42	12,57	30,65	4,79	11,63	-58,83	5,14	12,07	-57,45
2009	12,46	12,57	-0,88	8,12	11,63	-30,16	5,65	12,07	-53,20
2010	10,47	12,57	-16,71	0,89	11,63	11,63	5,68	12,07	-52,94
2011	31,59	12,57	151,33	7,36	11,63	-36,69	2,86	12,07	-76,33
2012	—	—	—	9,87	11,63	-15,16	16,03	12,07	32,78
2013	—	—	—	—	—	—	16,28	12,07	34,85
2014	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2015	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ano	Ano 2015			Ano 2016			Média		
	Ret.	Meta	$\Delta$	Ret.	Meta	$\Delta$	Retorno	Meta	$\Delta$
2008	-9,90	17,55	-156,39	28,35	13,60	108,44	17,33	12,88	34,51
2009	-9,87	17,55	-156,25	32,61	13,60	139,76	12,39	13,24	-6,47
2010	-8,45	17,55	-148,14	46,93	13,60	245,05	10,33	13,31	-22,38
2011	-12,56	17,55	-171,59	47,62	13,60	250,14	15,37	13,48	14,01
2012	3,97	17,55	-77,35	48,31	13,60	255,19	19,54	13,71	42,52
2013	0,35	17,55	-98,00	21,73	13,60	59,81	12,79	14,41	-11,24
2014	16,54	17,55	-5,77	61,39	13,60	351,43	38,97	15,58	150,18
2015	—	—	—	<b>72,55</b>	<b>13,60</b>	<b>433,45</b>	<b>72,55</b>	<b>13,60</b>	<b>433,45</b>

Fonte: Elaborado pelo Autor.

#### 5.4.1 Análise da utilização dos pesos Balanceado e Ajustado nos resultados

A Figura 17 apresenta o resultado anual das simulações Geral, Positivo e Índice com a apuração considerando o peso Balanceado que corresponde a não aplicação da Resolução CMN 3.792 e o peso Ajustado com a aplicação das normas desta Resolução.

Figura 17 – Rentabilidade com peso balanceado e peso ajustado de 2009 a 2016



Podemos observar na Figura 17 que para o período de 2009 a 2016 com a seleção dos ativos realizada e com a metodologia aplicada neste trabalho de mestrado não podemos concluir se a aplicação da legislação interfere diretamente nos resultados conforme apurado nos trabalhos de [Baima e Jr \(1998\)](#) e [Leal, Silva e Ribeiro \(2002\)](#).

## 5.5 Resultados dos Perfis de Investimentos

Para a apuração dos resultados de cada perfil de investimentos utilizamos os resultados obtidos na seleção inicial de portfólio para as simulações Geral, Positivo e Índice, conforme descrito na seção anterior. O perfil de investimentos utiliza resultados da Renda Variável, que aplicaremos os dados das simulações, e da Renda Fixa que será calculada pela variação anual do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) para o período de 2009 a 2016. Para este mesmo período, obtemos como retorno da simulação Geral com 235,46%, da simulação Positivo com 232,92% e da Simulação Índice com 226,62%. O Quadro 15 apresenta os indicadores que utilizaremos como referência para a apuração dos resultados dos perfis de investimentos.

Quadro 15 – Resultado acumulado em percentual de indicadores do período de 2009 a 2016.

Indicador	Percentual Acumulado entre 2009 e 2016
META ATUARIAL	103,07
EFPC	90,06
CDI	85,78
IBOVESPA	80,21

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Com a composição dos perfis de investimento descritos no Quadro 7 apresentado na seção Metodologia e as informações do Quadro 15, elaboramos o Quadro 16 que possui o nome das simulações, a sigla do perfil de investimento ou do indicador utilizado e o resultado apurado conforme os percentuais estabelecidos para combinar os níveis de aplicação entre renda fixa e renda variável.

Destacamos no quadro a seguir a linha referente a Meta Atuarial que é o indicador mínimo a ser obtido e observamos que somente os perfis Moderado, Agressivo e Super Agressivo, que possuem em sua composição percentual em Renda Variável igual ou superior a 30%, superaram este indicador.

Quadro 16 – Resultados dos Perfis de Investimento

Simulação	Perfil	Resultado	Simulação	Perfil	Resultado	Simulação	Perfil	Resultado
Geral	SA	190,56	Índice	SA	184,37	Positivo	SA	188,78
Geral	A	160,62	Índice	A	156,20	Positivo	A	159,35
Geral	M	130,68	Índice	M	128,03	Positivo	M	129,92
—	<b>META</b>	<b>103,07</b>	—	<b>META</b>	<b>103,07</b>	—	<b>META</b>	<b>103,07</b>
Geral	C	100,75	Índice	C	99,86	Positivo	C	100,49
—	EFPC	90,06	—	EFPC	90,06	—	EFPC	90,06
—	CDI	85,78	—	CDI	85,78	—	CDI	85,78
Geral	SC	85,78	Índice	SC	85,78	Positivo	SC	85,78
—	IBOV	80,21	—	IBOV	80,21	—	IBOV	80,21

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Os resultados apresentados indicam que somente investimentos em renda fixa não são suficientes para cumprir a meta atuarial estabelecida na legislação e portanto existe a necessidade de incorporar outros tipos de investimentos ao portfólio da entidade e a renda variável é uma opção que demonstra bons resultados quando realizada com estudos específicos e análises preliminares. Esses resultados contribuem para reforçar a relevância deste trabalho de mestrado.

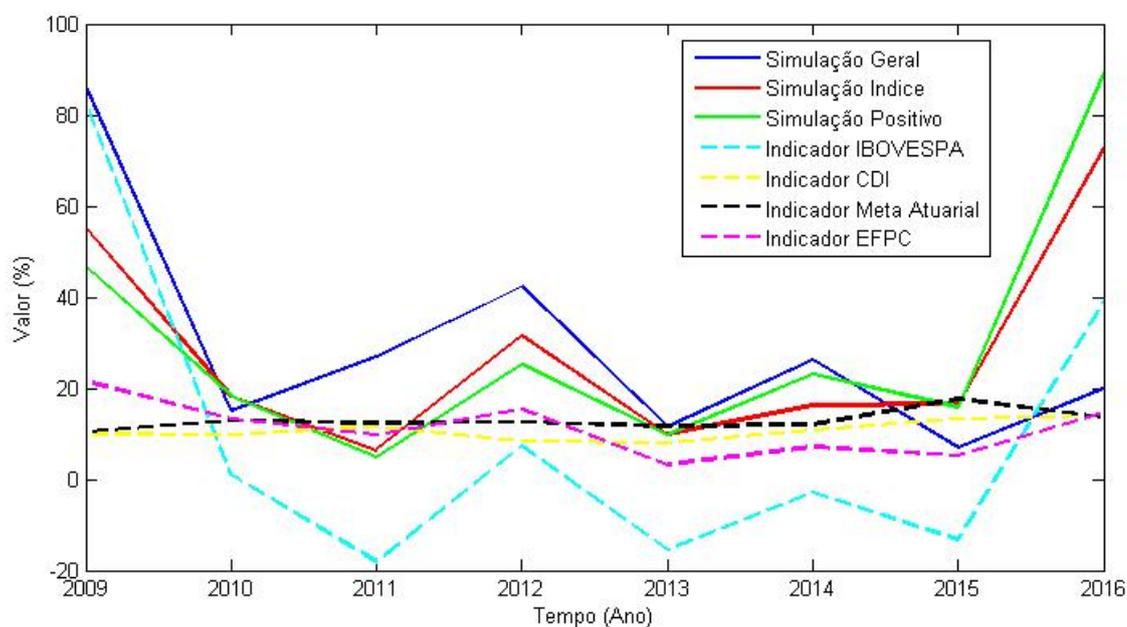
## 5.6 Validação dos Resultados com Indicadores

Alguns dos indicadores relevantes para as entidades de previdência privada e apresentados no relatório Consolidado da ABRAPP são a Meta Atuarial, calculada pela TMA/TJP, o CDI, o IBOVESPA e a rentabilidade média obtida pelas EFPCs, que para o período de 2009 a 2016 apresentam variação acumulada de 103,07%, 85,78%, 80,21% e 90,06% respectivamente. A Figura 18 apresenta as curvas dos indicadores e das simulações Geral, Positivo e Índice.

Desconsiderando os anos atípicos de 2009 e 2016, podemos observar que a curva da simulação Geral permanece por mais ciclos com resultado superior as demais simulações

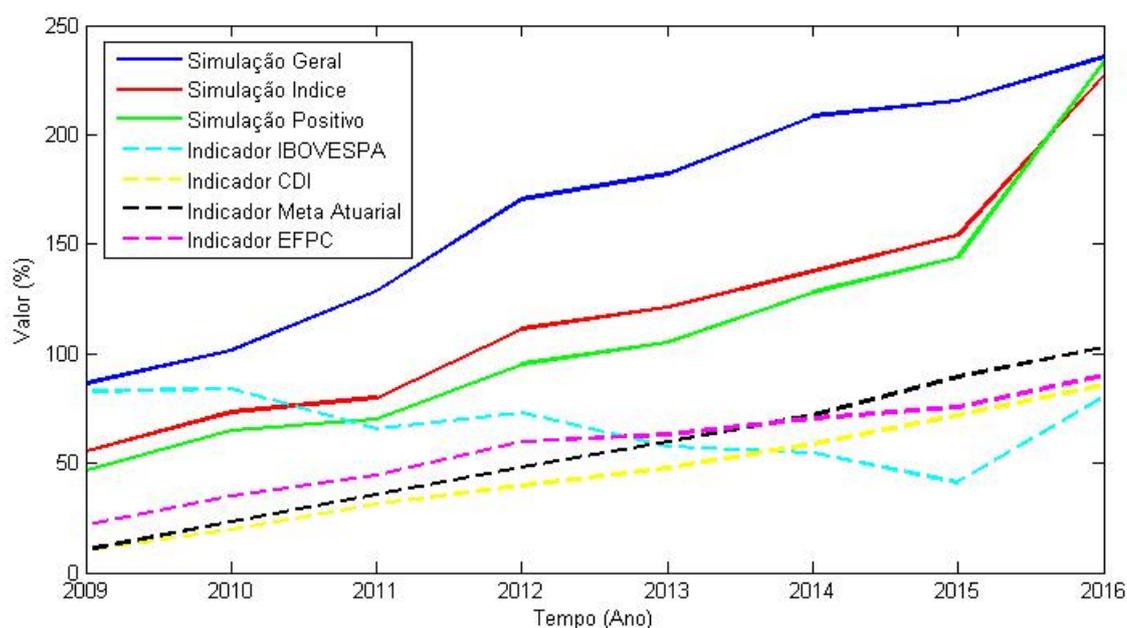
bem como os demais indicadores e que somente a curva que representa o retorno do IBOVESPA apresenta resultados negativos.

Figura 18 – Rentabilidade anual dos portfólios e dos indicadores selecionados de 2009 a 2016



Na Figura 19 apresentamos o resultado acumulado dos indicadores e das simulações para o período de 2009 a 2016 e temos as simulações Geral, Positivo e Índice com desempenho superior aos indicadores. O melhor resultado, obtido pela simulação Geral com 235,46%, superou a meta atuarial em 128,45% para o período em análise, o que representa uma superação média anual de aproximadamente 16,00%, ou seja, um retorno maior que o CDI médio anual, que para este período foi de 10,72%.

Figura 19 – Rentabilidade acumulada dos portfólios e dos indicadores selecionados de 2009 a 2016



## 5.7 Validação dos Resultados com Fundos de Investimentos Selecionados

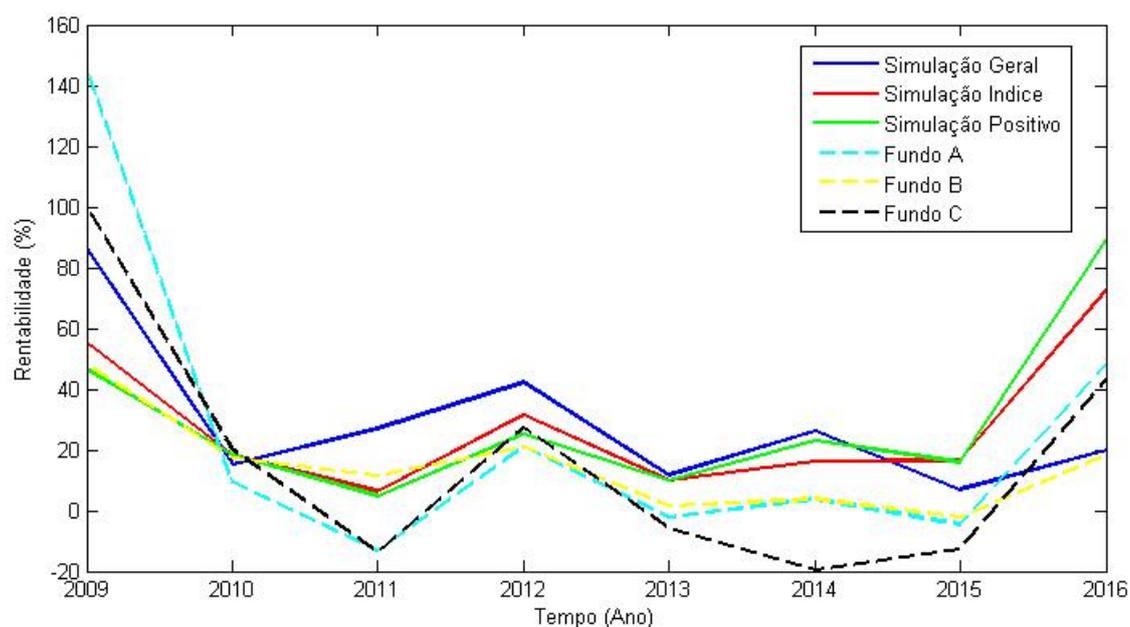
O mercado financeiro com toda a sua complexidade exige dos profissionais que nele atuam uma ampla análise de todas as variáveis que podem de alguma forma interferir nos resultados de suas aplicações. O estudo desta complexa e densa gama de informações contribui para a tomada de decisão no momento de aplicar o recurso financeiro em um ativo de renda variável. Mesmo trabalhando com o maior cuidado nem sempre o retorno obtido é equivalente ao esperado pelos investidores.

Um dos fatores que contribui para termos o resultado dos investimentos às vezes diferente do esperado é que os estudos são realizados utilizando dados históricos e o comportamento das informações analisadas podem ser alteradas no momento seguinte ao da aplicação do recurso. Neste trabalho de mestrado também são utilizados dados históricos para a realização das simulações e a validação do resultado com a rentabilidade de ativos reais disponibilizados pelo mercado onde as aplicações são definidas após o estudo de um grupo de analistas financeiros contribui para a confirmação dos resultados obtidos nas simulações Geral, Positivo e Índice.

A Figura 20 apresenta o resultado anual das simulações realizadas neste trabalho com três fundos de investimentos que estiveram em operação no período de 2009 a 2016 conforme descrito no Capítulo 4, o Fundo XP INVESTOR FIA denominado de Fundo A,

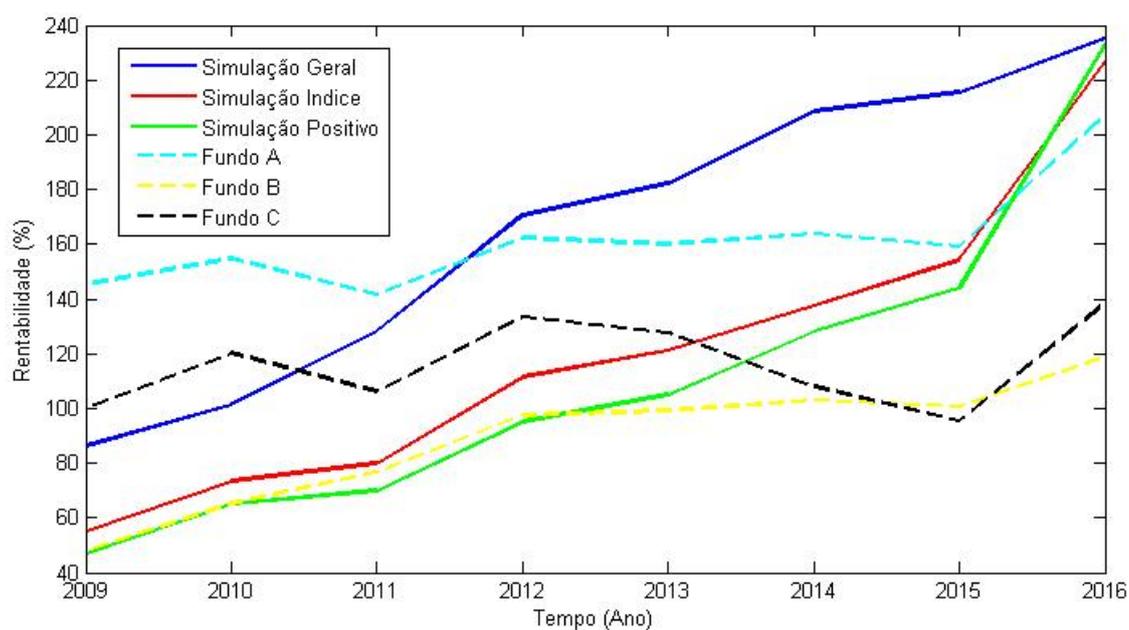
o BTG PACTUAL DIVIDENDOS FIC FI AÇÕES, Fundo B e o LEBLON AÇÕES FIC FIA, Fundo C. Podemos observar que todas as curvas possuem comportamento parecido e que a simulação Geral aparentemente está superior às demais curvas.

Figura 20 – Rentabilidade anual dos portfólios selecionados e de Fundos de Investimentos selecionados de 2009 a 2016



A rentabilidade acumulada para o período de 2009 a 2016 para as simulações e os três fundos de investimento está apresentada na Figura 21. O Fundo A apresentou o resultado mais próximo das três simulações, mas ainda assim ficou com resultado inferior por apresentar 207,27% no período contra o resultado da simulação Geral, que ficou em 235,46%.

Figura 21 – Rentabilidade acumulada dos portfólios selecionados de Fundos de Investimentos selecionados de 2009 a 2016



## 5.8 Validação dos Resultados com um Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo NSGA-II

As validações realizadas anteriormente com outros indicadores e com fundos de investimentos contribuem para a validação da metodologia apresentada neste trabalho de mestrado. Utilizamos o algoritmo apresentado na dissertação de mestrado de [Ferreira \(2018\)](#) que realiza simulações para seleção de portfólio com cardinalidade nove pelo algoritmo evolutivo multiobjetivo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II). A comparação dos resultados apresentados pelas simulações Geral, Positivo e Índice com os obtidos pelo algoritmo genético contribuem para a validade das soluções.

[Ferreira \(2018\)](#) propõe um modelo de otimização de portfólios conforme descrito na Equação 9.

$$\begin{aligned} \min_{x_1, \dots, x_n} \quad & \alpha + (1 - \beta)^{-1} \sum_{t=1}^T p_t [f(x, y_t) - \alpha]^+ \\ \max_{x_1, \dots, x_n} \quad & \sum_{i=1}^n \omega_i \mu_i \end{aligned}$$

Sujeito a :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n z_i &= k \\ \sum_{i=1}^n m_i c_i [(x_i - x_i^{(0)}) + \gamma |(x_i - x_i^{(0)})|] &\leq C - Fv \\ z_i &= \begin{cases} 0 & \text{se } x_i = 0 \\ 1, & \text{caso contrario} \end{cases}, \forall i, i = 1, \dots, n \\ v &= \begin{cases} 0 & \text{se } \sum_{i=1}^n |(x_i - x_i^{(0)})| = 0 \\ 1, & \text{caso contrario} \end{cases} \\ x_i &\in \mathbb{N}, \forall i, i = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{9}$$

Onde:

$x_i$  é uma variável de decisão que representa o número de lotes do ativo  $i$  que foram selecionados para o portfólio.

$\alpha$  é o valor da medida de risco VaR aplicada ao portfólio.

$\beta$  é o nível de confiança para o  $\beta$ -quantil desejado na medida CVaR.

$T$  representa a quantidade de cenários utilizados ou o tamanho da série histórica de retornos.

$p_t$  é a probabilidade do cenário  $t$  ocorrer

$f(x, y_t)$  é a função perda do portfólio  $x$  para o cenário  $t$ .

$\omega_i$  é uma variável auxiliar que representa a porcentagem do capital investido no ativo  $i$ .

$\mu_i$  representa a média histórica dos retornos apresentados pelo ativo  $i$ .

$n$  é o número de ativos disponíveis para investimento.

$z_i$  é uma variável binária auxiliar que indica se o ativo  $i$  está presente nesse portfólio.

$k$  é a cardinalidade escolhida para o portfólio.

$m_i$  é a quantidade de ações que compõem um lote.

$c_i$  define o custo para a compra de uma ação do ativo  $i$ .

$x_i^{(0)}$  representa a quantidade de lotes do ativo  $i$  presente em um portfólio prévio.

$\gamma$  é um valor entre zero e um que indica a proporção do capital investido em um ativo que será incorporado ao custo de transação, considerando a mesma proporção para todos os ativos.

$C$  é o capital disponível para investimento.

$F$  é um valor fixo de custo de transação, cobrado em adição ao valor proporcional, para uma operação.

$v$  é uma variável binária auxiliar que indica se deve haver alguma operação para se obter o portfólio otimizado.

Conforme descrito por [Ferreira \(2018\)](#), tanto a restrição de cardinalidade, quanto o rebalanceamento tornam o modelo não linear e suas soluções descontínuas, como afirmam [Cheng e Gao \(2015\)](#). Por isso, visando proporcionar boas soluções em tempo aceitável, na prática, foram utilizados métodos meta-heurísticos para a otimização do modelo proposto.

A entrada do algoritmo genético apresenta os 44 ativos com cotação em todos os anos do período a ser analisado de 2008 a 2016. O algoritmo genético utilizado inicia a carteira com o valor de R\$ 100.000,00 para realizar as operações de compra e venda e, no final do ano, são apresentados os nove ativos selecionados com a respectiva quantidade de lotes adquiridos. Para que seja possível a seleção anual dos ativos, o saldo da carteira em reais é zerado e, para o próximo ano, o capital inicial é novamente de R\$ 100.000,00 e uma nova busca pelo melhor portfólio é realizada e com sua respectiva quantidade de lotes adquiridos. Este processo é realizado para o período de 2008 a 2016.

É importante destacar que o algoritmo genético foi utilizado apenas para selecionar os melhores ativos para o período de 2008 a 2016 e, após obter os melhores portfólios, foi realizado o mesmo procedimento de apurar o resultado dos ativos selecionados em 2008 com a variação de preço obtida entre o primeiro e o último pregão realizado no ano posterior (2009) ao da seleção.

Assim, os resultados dos ativos selecionados pelo algoritmo genético ficam comparáveis aos obtidos com as simulações Geral, Positivo e Índice. As informações do portfólio selecionado pelo algoritmo genético foram inseridas no Algoritmo 3 para a realização do Balanceamento e Ajuste dos pesos para tornar válido o peso total do portfólio. A quantidade dos lotes adquiridos foi utilizada como o peso médio de cada ativo.

A Tabela 11 possui informações sobre a escolha do portfólio inicial do período de 2008 a 2016. Na tabela consta o nome do ativo, a quantidade de lotes adquiridos no ano, que foram utilizados como peso médio inicial no Algoritmo 3, a sua classificação conforme estabelecido na BOVESPA e os pesos Balanceado e Ajustado. A tabela também apresenta a rentabilidade do ativo no período compreendido entre o primeiro e o último pregão do ano posterior ao da simulação e a sua correspondente rentabilidade. O resultado da coluna (A) é obtido pela multiplicação do peso Balanceado pela Rentabilidade do Ativo e o da coluna (B) pela multiplicação do peso Ajustado com a Rentabilidade do Ativo.

A última linha da tabela demonstra que os pesos Balanceado e Ajustado corres-

pondem a uma unidade e a rentabilidade anual obtida pela carteira selecionada com a aplicação da rentabilidade obtida no ano posterior ao da seleção dos ativos.

Para a apuração do portfólio inicial para o período de 2008 a 2016, os ativos selecionados em 2008 são utilizados para apuração dos resultados em 2009. Desta forma os ativos selecionados em 2016 não apresentam resultados nestas tabelas por não constar na população inicial a rentabilidade dos ativos apurada em 2017.

A Tabela 11 apresenta os ativos selecionados em 2008 e com a rentabilidade apurada em 2009. Para este portfólio os ativos foram classificados como Nível 1 de governança corporativa (N1), Não classificado (NC) e Novo Mercado (NM). Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender as normas da Resolução CMN 3.792. Por isso, o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 50,82% para a carteira com o peso Balanceado e de 89,53% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2009. Destacamos o ativo BBDC3 que possui ao final do ano 2008, 118 lotes.

Tabela 11 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2008 com a rentabilidade apurada em 2009

ATIVO	QTDE LOTES	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
ABEV3	1	NC	0,00794	0,00794	71,29032	0,57	0,57
BBDC3	118	N1	0,93651	0,44250	46,62983	43,67	20,63
CCRO3	1	NM	0,00794	0,10841	67,93722	0,54	7,37
ENBR3	1	NM	0,00794	0,10841	54,93562	0,44	5,96
ITSA4	1	N1	0,00794	0,00375	62,92835	0,50	0,24
LAME4	1	N1	0,00794	0,00375	143,27869	1,14	0,54
LREN3	1	NM	0,00794	0,10841	141,39194	1,12	15,33
NATU3	1	NM	0,00794	0,10841	90,02732	0,71	9,76
RADL3	1	NM	0,00794	0,10841	268,87755	2,13	29,15
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	50,82	89,53

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

O resultado da simulação utilizando algoritmo evolutivo multiobjetivo NSGA-II referente ao período de 2009 a 2016 pode ser verificado no Apêndice E. O Quadro 17 apresenta o resultado anual desta simulação.

Quadro 17 – Resultado anual da simulação utilizando Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo NSGA-II - Valores em percentual

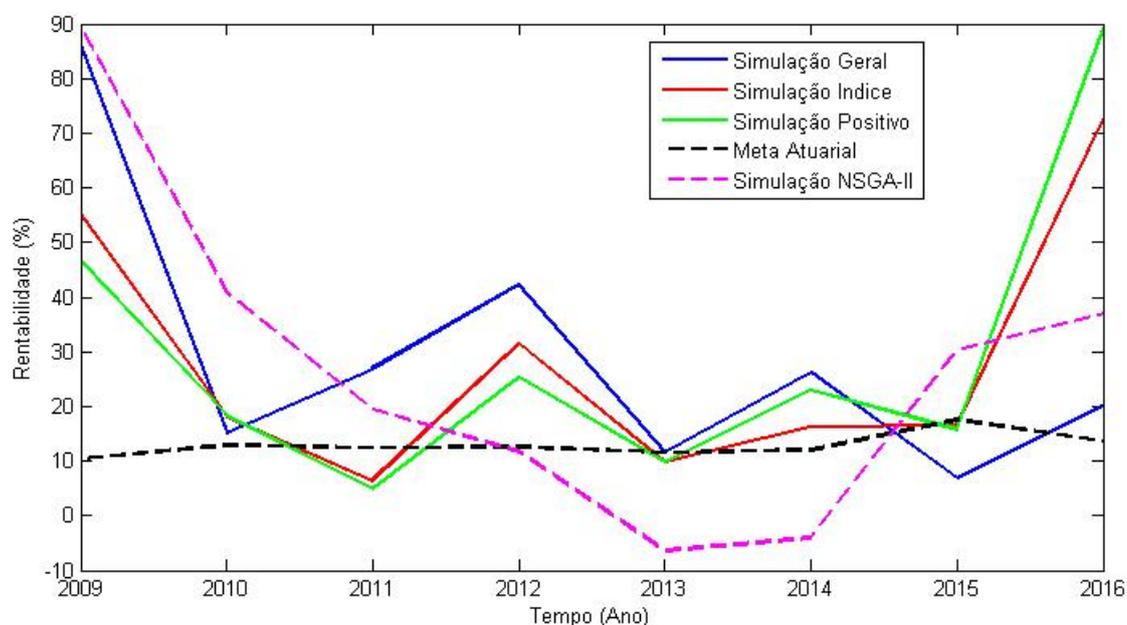
Ano	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rentabilidade	89,53	40,79	19,48	11,69	-6,41	-4,05	30,22	37,08
Meta Atuarial	10,36	12,85	12,44	12,57	11,63	12,07	17,55	13,60
CVaR	7,947	11,204	12,282	12,702	21,161	17,041	19,271	22,869

Fonte: Elaborado pelo Autor.

A maior rentabilidade obtida pela simulação utilizando o algoritmo genético foi em 2009 com 89,53% enquanto a meta atuarial foi de 10,36% e a exposição ao risco ficou em 7,947%. O retorno médio para o período foi de 27,29% e o ativo com mais lotes adquiridos foi BBDC3 com 118 lotes. O ativo BBDC3 é classificado como N1 e obteve rentabilidade de 46,63% em 2009, único ano em que foi selecionado pelo algoritmo.

Após a realização dos cálculo do retorno dos portfólios selecionados pelo algoritmo genético, apresentamos na Figura 22 o resultado anual das simulações Geral, Positivo, Índice e do modelo utilizando o NSGA-II. O resultado anual do modelo utilizando o NSGA-II ficou superior apenas nos anos 2009, 2010 e 2015 e em alguns anos apresentou desempenho negativo.

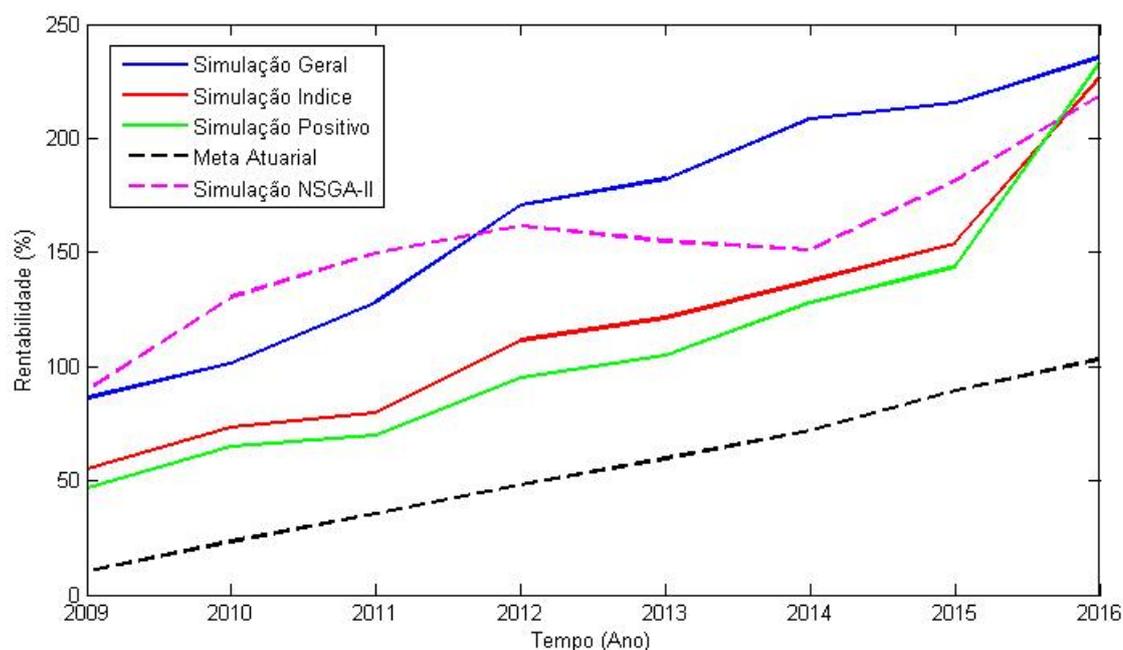
Figura 22 – Validação da rentabilidade anual dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 com NSGA-II



A Figura 23 apresenta a rentabilidade acumulada dos portfólios selecionados do período de 2009 a 2016 e do resultado do NSGA-II e demonstra que a simulação Geral possui melhor desempenho acumulado com 235,46%, seguido da simulação Positivo com

232,92%, da simulação Índice com 226,62% e por último o resultado da carteira NSGA-II com retorno acumulado de 218,33%. Podemos observar que mesmo utilizando metodologias diferenciadas para a seleção do portfólio os resultados apresentam uma certa uniformidade não havendo grandes variações entre eles.

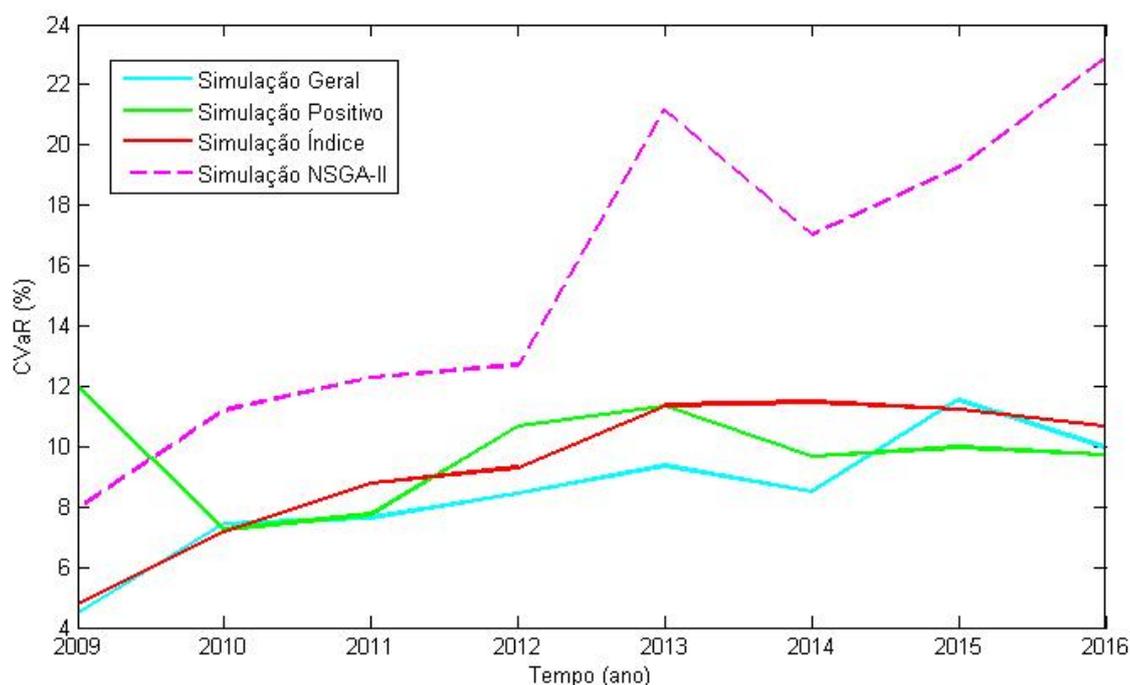
Figura 23 – Validação da rentabilidade acumulada dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 com NSGA-II



É importante salientar que a função de otimização utilizada nos experimentos de [Ferreira \(2018\)](#), que considera além de outras, a restrição de cardinalidade, o capital inicialmente investido e custo de transação, é diferente da função deste trabalho de mestrado. O fato de utilizar o mesmo período de cotações e os mesmos ativos nos dois trabalhos tem o objetivo de identificar a diferença na seleção de portfólio, validar os resultados das simulações Geral, Positivo e Índice e identificar possíveis discrepâncias nos resultados, o que não ocorreu.

A Figura 24 apresenta o risco apurado pelo CVaR para a simulação Geral, simulação Positivo, simulação Índice e simulação pelo NSGA-II. Com exceção do risco apurado em 2009 para a simulação Positivo, ano em que o portfólio apresentou apenas três ativos, as demais simulações apresentaram uma mesma tendência para o período de 2009 a 2016. Considerando um risco médio para este período, encontramos como menor risco a simulação Geral com 8,42%, seguido da simulação Índice com 9,34% e com o maior risco a simulação pelo NSGA-II com 22,86%, que é um risco muito superior ao associado ao portfólio da simulação Geral.

Figura 24 – Risco medido pelo CVaR dos portfólios selecionados de 2009 a 2016 com NSGA-II



Podemos observar dos resultados apresentados que a simulação Geral apresentou melhor rentabilidade em relação ao portfólio selecionado pelo algoritmo genético bem como menor risco medido pelo CVaR.

## 5.9 Avaliação dos Resultados utilizando Janela Móvel

Nesta seção são apresentados os resultados referentes a seleção de portfólio e cálculo da rentabilidade com a utilização da janela móvel.

Para este trabalho de mestrado o portfólio selecionado em 2008 para as simulações Geral, Positivo e Índice serão utilizados apenas como carteira inicial da janela móvel. A partir do segundo ciclo, a nova seleção de portfólio irá considerar como entrada da função de Markowitz os 43 ativos com cotação para todo o período da janela, não sendo assim caracterizado, por exemplo, a seleção de ativos que atendam aos requisitos da simulação Positivo.

Esta adequação é necessária porque a janela móvel está sempre selecionando os ativos do ciclo anterior e apurando a rentabilidade do próximo ciclo, portanto poderia ocorrer da seleção apontar um portfólio com ativos que não estejam no ciclo seguinte por que este poderia não atender aos critérios da simulação. Serão então utilizados para o período de 2008 a 2016 o mesmo conjunto de ativos.

A janela móvel utilizará os ativos selecionados em 2008 para a movimentação das janelas subsequentes conforme os intervalos estabelecidos de 3 em 3 meses, de 6 em 6 meses e de 12 em 12 meses. A simulação Positivo apresenta apenas três ativos após a execução da função de Markowitz, pois em 2008 somente cinco ações tiveram rentabilidade positiva. O Quadro 18 apresenta os ativos que irão iniciar o cálculo da janela móvel.

Quadro 18 – Ativos selecionados em 2008 utilizados no início da janela móvel

Simulação Geral		Simulação Positivo		Simulação Índice	
Ativo	Peso Ajustado	Ativo	Peso Ajustado	Ativo	Peso Ajustado
ABEV3	0,25072	CMIG4	0,45000	ABEV3	0,24848
BBDC3	0,00874	NATU3	0,38920	BBDC3	0,00899
CMIG4	0,15733	VIVT4	0,16080	CCRO3	0,11734
ENBR3	0,08508	————	————	CMIG4	0,16160
ITSA4	0,19459	————	————	ENBR3	0,10539
NATU3	0,02615	————	————	ITSA4	0,20493
RADL3	0,15117	————	————	NATU3	0,02270
TIMP3	0,09344	————	————	TIMP3	0,09852
VIVT4	0,03278	————	————	VIVT4	0,03205

Fonte: Elaborado pelo Autor.

### 5.9.1 Janela móvel sem repetição de portfólio

No algoritmo que calcula a janela móvel são inseridas as informações da carteira inicial contendo os 9 (nove) ativos selecionados para o ano de 2008 e posteriormente aplica-se a rentabilidade destes ativos com o retorno obtido em 2009. Os resultados são armazenados e, em seguida, é realizada uma apuração do portfólio inicial para o próximo ciclo pela aplicação do Algoritmo 2. Aplicamos esta sequência de operações até a conclusão do período da janela. O algoritmo utilizado também possui a função de apurar a rentabilidade do portfólio com o peso Balanceado e com o peso Ajustado para análises futuras.

Os resultados obtidos estão apresentados no Quadro 19, que possui na primeira coluna o intervalo da janela móvel e as demais colunas informam para cada simulação realizada a rentabilidade acumulada em percentual e o risco médio da carteira em percentual e medido pelo CVaR.

Podemos observar que, quando o resultado é apurado pelo peso Balanceado, a simulação Geral apresentou melhor resultado para o intervalo de 6 meses e que as simulações Positivo e Índice apresentaram rentabilidade superior para o intervalo de 3 meses. Os portfólios apresentaram menor risco para todas as simulações quando o intervalo da janela móvel foi de 3 meses.

Quadro 19 – Rentabilidade acumulada da janela móvel com o peso balanceado

Janela (meses)	Simulação Geral		Simulação Positivo		Simulação Índice	
	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)
3	252,67	8,979	254,00	9,098	248,32	8,896
6	258,31	9,594	221,23	9,365	236,48	9,307
12	207,97	10,028	147,00	9,845	178,47	9,434

Fonte: Elaborado pelo Autor.

O Quadro 20 apresenta o resultado pelo peso ajustado e observamos que também a simulação Geral apresentou melhor resultado para o intervalo de 6 meses e que as simulações Positivo e Índice apresentaram rentabilidade superior para o intervalo de 3 meses. Os portfólios apresentaram menor risco para todas as simulações quando o intervalo da janela móvel foi de 3 meses.

Quadro 20 – Rentabilidade acumulada da janela móvel com o peso ajustado

Janela (meses)	Simulação Geral		Simulação Positivo		Simulação Índice	
	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)
3	243,97	9,163	246,63	9,381	236,88	9,109
6	247,62	9,569	219,70	9,676	226,81	9,279
12	213,63	10,144	175,73	10,772	184,03	9,635

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para a janela móvel sem a repetição de portfólio parece intuitivo que os ciclos menores são os mais eficientes. Para as três simulações, a apuração do resultado com o peso Balanceado apresentou melhor resultado para os ciclos de 3 e 6 meses, enquanto o melhor resultado do peso Ajustado ficou para o período de 12 meses.

### 5.9.2 Janela móvel com repetição de portfólio

Na aplicação do algoritmo que calcula a janela móvel com repetição de portfólio são inseridas as informações da carteira inicial contendo os 9 (nove) ativos selecionados para o ano de 2008 e, posteriormente, apuramos a rentabilidade destes ativos com o retorno obtido em 2009 para verificar se a seleção inicial poderia obter rentabilidade superior a meta atuarial. Se a rentabilidade obtida for superior à meta atuarial, permanecemos com esta seleção de ativo a ser aplicada no próximo ciclo da janela móvel.

Esta rotina é realizada até o momento em que o resultado obtido ficar aquém da meta atuarial correspondente ao período em análise. Neste caso é recalculada uma nova carteira com a aplicação do Algoritmo 2, considerando o mesmo período do intervalo da janela para a apuração do histórico de cotação dos ativos. Aplicamos esta sequência de

operações até a conclusão do período da janela. O algoritmo utilizado também possui a função de apurar a rentabilidade do portfólio com o peso Balanceado e com o peso Ajustado para análises futuras.

Esta forma de apurar o resultado contribui para a redução dos custos operacionais do portfólio e das transações por haver menor fluxo de compra e venda de ativos. Os resultados obtidos estão apresentados no Quadro 21 que possui na primeira coluna o intervalo da janela móvel e as demais colunas informam para cada simulação realizada a rentabilidade acumulada em percentual e o risco médio da carteira em percentual e medido pelo CVaR.

Podemos observar que quando o resultado é apurado pelo peso balanceado que a simulação Geral apresentou melhor resultado para o intervalo de 6 meses e que as simulações Positivo e Índice apresentaram rentabilidade superior para o intervalo de 3 meses. Os portfólios apresentaram menor risco para a simulação Geral no intervalo de três meses e no ciclo de 6 meses para as simulações Positivo e Índice.

Quadro 21 – Rentabilidade acumulada da janela móvel com o peso balanceado e repetição de portfólio

Janela (meses)	Simulação Geral		Simulação Positivo		Simulação Índice	
	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)
3	262,48	9,116	221,97	9,525	284,41	9,036
6	265,36	9,271	208,87	9,486	235,17	8,192
12	211,57	9,453	152,13	10,840	164,38	9,886

Fonte: Elaborado pelo Autor.

O Quadro 22 apresenta o resultado pelo peso ajustado e observamos que também a simulação Geral apresentou melhor resultado para o intervalo de 6 meses e que as simulações Positivo e Índice apresentaram rentabilidade superior para o intervalo de 3 meses. Os portfólios apresentaram menor risco para a simulação Geral no intervalo de três meses e no ciclo de 6 meses para as simulações Positivo e Índice.

Quadro 22 – Rentabilidade acumulada da janela móvel com o peso ajustado e repetição de portfólio

Janela (meses)	Simulação Geral		Simulação Positivo		Simulação Índice	
	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)	Rentab. Acumulada	CVaR (Médio)
3	256,93	9,198	236,16	10,242	273,71	9,092
6	264,12	9,203	226,88	10,120	234,90	8,177
12	221,51	9,705	172,07	14,254	174,35	10,170

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para a janela móvel com a repetição de portfólio permanece a intuição de que os

ciclos menores são os mais eficientes. Para as três simulações, a apuração do resultado com o peso Ajustado apresentou melhor resultado para os ciclos de 3 e 6 meses para as simulações Geral e Índice enquanto a simulação Positivo apresentou melhor resultado para todos os ciclos quando utilizado o peso Ajustado.

Dos experimentos realizados utilizando a janela móvel e considerando a média aritmética simples entre os resultados das simulações Geral, Positivo e Índice, encontramos nas janelas móveis com ou sem repetição o ciclo de três meses como o melhor resultado. Em relação as simulações utilizando os pesos Balanceado e Ajustado, o primeiro demonstrou melhor desempenho e o algoritmo utilizado da simulação sem a repetição de portfólio obteve rentabilidade superior. Em resumo, o melhor desempenho utilizando a janela móvel foi para o algoritmo sem a repetição de portfólio, utilizando o peso Balanceado, sem a aplicação das normas da resolução CMN 3.792, e para o período de três meses.

## 6 Conclusões e Trabalhos Futuros

O presente trabalho apresentou como objetivo geral propor uma metodologia para selecionar ativos de renda variável para compor o portfólio de uma Entidades Fechada de Previdência Complementar. O portfólio proposto deverá obter retorno superior à Meta Atuarial do período com a menor exposição possível ao risco e cumprindo os limites de aplicação por segmento conforme estabelecido na legislação.

Para cumprir este objetivo foi necessário realizar simulações de carteira utilizando a Teoria do Portfólio de Markowitz para definir a cardinalidade dos portfólios, desenvolver o algoritmo para selecionar os ativos da carteira dentre as inúmeras possibilidades com a melhor rentabilidade possível, calcular o nível de exposição ao risco medido pelo CVaR, apurar se a rentabilidade obtida estava no mínimo suficiente para cumprir a meta atuarial estabelecida em legislação e elaborar algoritmo para adequar a solução as regras da resolução CMN 3.792.

A utilização de técnicas estatísticas para a definição da amostra a ser utilizada nos experimentos contribuiu para a obtenção de resultados semelhantes durante os testes e simulações realizadas, tornando, assim, uma ferramenta essencial para o bom desenvolvimento deste trabalho de mestrado. As simulações iniciais também contribuíram para a definição da cardinalidade do portfólio com 9 ativos e proporcionaram maior confiabilidade aos experimentos por meio da elaboração do Algoritmo 1. A cardinalidade estabelecida é congruente com trabalhos descritos na fundamentação teórica.

Formas distintas de selecionar os ativos a serem utilizados na entrada da função de Markowitz através da simulação Geral, Positivo e Índice contribuíram para demonstrar que o método utilizado neste trabalho para a seleção de portfólio se apresentou adequado pois não foram encontrados resultados incongruentes nas soluções apresentadas. Obteve-se, através dos experimentos, resultados superiores a meta atuarial, de 103,07%, para o período de 2009 a 2016 como a Geral que superou a meta em 128,45%, a Positivo com retorno superior em 125,98% e a Índice que obteve um excedente de 119,87%.

A validação dos resultados com os indicadores, com fundos de investimentos e com a seleção de portfólio utilizando o algoritmo genético NSGA-II foi importante para identificar que o retorno dos investimentos apurado pela metodologia estabelecida neste trabalho apresentou resultado superior mas, não desconexo.

Observa-se que a utilização da Teoria do Portfólio de Markowitz para selecionar ativos foi tão eficiente quando o algoritmo genético descrito neste trabalho. Para o portfólio selecionado em 2008 identificamos que a simulação Índice e a carteira listada pelo algoritmo NSGA-II apresentaram 6 ativos iguais, o que corresponde a 66,67% das carteiras com a

mesma composição. Fazendo os ajustes necessários para adequar o peso total a estes seis ativos dos dois portfólios, a simulação Índice obteve um retorno de 66,17% e a carteira NSGA-II alcançou 57,11%. A diferença destes resultados está na distribuição dos pesos dos ativos que compõem o portfólio e neste caso a função de Markowitz fez melhor a distribuição destes pesos.

A aplicação da janela móvel com a repetição do portfólio demonstrou que o retorno obtido de todas as simulações para todos os ciclos ficou maior em 1,81% para a apuração dos resultados com o peso Balanceado e 65,63% quando utilizado o peso Ajustado. Portanto, este método de aplicação da janela móvel pode ser mais eficiente por contribuir para um menor nível de manutenção da carteira, redução de custos operacionais e de transações e ainda obter uma rentabilidade superior a janela móvel sem a repetição do portfólio. Considerando todas as simulações realizadas, observamos que a revisão trimestral da carteira obteve retorno superior e na maioria das vezes menor risco quando comparado aos demais períodos da janela móvel.

Alguns trabalhos relacionados na fundamentação teórica concluíram que a aplicação da legislação vigente na época da elaboração dos estudos realizados, que atualmente está em vigor a resolução CMN 3.792, contribui para a redução do nível de rentabilidade obtida pelas EFPCs. Neste trabalho os resultados apurados nem sempre convergem para esta mesma conclusão pois temos como exemplo o resultado da simulação Geral onde nos anos de 2009, 2010, 2011, 2014 e 2015 o resultado da carteira com ou sem a adequação a legislação tiveram resultados iguais, em 2012 o resultado foi melhor após a aplicação das regras da resolução. Já para os anos de 2013 e 2016 obteve melhor resultado o portfólio sem aplicar as regras da legislação em vigor.

Pode-se concluir que as carteiras sugeridas neste trabalho de mestrado, pelos resultados apresentados, provavelmente poderiam contribuir no trabalho dos gestores de Entidade Fechada de Previdência Complementar a elaborar o portfólio de investimentos pois, estão adequados a legislação do setor e possuem rentabilidade ideal para o cumprimento das obrigações da entidade.

## 6.1 Oportunidades para trabalhos futuros

Trabalhos futuros poderão utilizar outras formas de selecionar portfólio de ativos em renda variável, mas considerando a aplicação nas normas vigentes para as Entidades Fechadas de Previdência Complementar.

A apuração do risco considerando outras métricas podem ser consideradas em trabalhos futuros utilizando esta mesma metodologia de seleção de ativos para composição do portfólio ou por outras formas de se realizar esta seleção.

A melhoria nos algoritmos descritos neste trabalho e na forma de distribuir os pesos dos ativos conforme a sua classificação para atender a resolução CMN 3.792 também é uma sugestão para trabalhos futuros.

Outra oportunidade será aprofundar no estudo da utilização da Teoria do Portfólio de Markowitz como instrumento para seleção de ativos de uma massa de dados ao invés de utilizá-la na distribuição de pesos dos ativos de um portfólio já estabelecido.

# Referências

ANAGNOSTOPOULOS, K. P.; MAMANIS, G. The mean-variance cardinality constrained portfolio optimization problem: An experimental evaluation of five multiobjective evolutionary algorithms. **Expert Systems with Applications**, v. 38, p. 14208–14217, 2011. Citado na página 52.

ANDONOV, A.; BAUER, R.; CREMERS, K. Pension fund asset allocation and liability discount rates. **The Review of Financial Studies**, Oxford University Press, p. hxx020, 2017. Citado na página 24.

ARTZNER, P. et al. Coherent measures of risk. **Mathematical Finance**, v. 9, p. 203–228, 1999. Citado na página 23.

BAIMA, F.; JR, N. C. Avaliação de desempenho dos investimentos dos fundos de pensão. **Revista do 19º Congresso dos Fundos de Pensão**, p. 145–156, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 68.

BATTOCCHIO, P.; MENONCIN, F. Optimal pension management in a stochastic framework. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 34, n. 1, p. 79–95, 2004. Citado na página 8.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. **The Journal of Political Economy**, v. 81, n. 3, p. 637–654, 1973. Citado na página 20.

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Investimentos**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2010. Citado na página 21.

BOENDER, G. A hybrid simulation/optimisation scenario model for asset/liability management. **European Journal of Operational Research**, v. 99, n. 1, p. 126–135, 1997. Citado na página 7.

BOUBAKER, S. et al. Assessing the effects of unconventional monetary policy and low interest rates on pension fund risk incentives. **Journal of Banking and Finance**, n. 77, p. 35–52, 2017. Citado na página 9.

BOUHER, J.; TRUSSANT, E.; FLORENS, D. A dynamic model for pension funds management. **Proceedings of the 5th AFIR International Colloquium I**, p. 361–384, 1995. Citado na página 8.

BRASIL. Ministério da Previdência e Assistência Social. **Lei 6.435, de 15 de julho de 1977**. Brasília, DF, 1977. Citado na página 1.

BRASIL. Presidência da República. **Lei Complementar n. 109, de 29 de maio de 2001**. Brasília, DF, 2001. Citado na página 15.

BRASIL. Ministério da Previdência e Assistência Social/Conselho de Gestão da Previdência Complementar. **Resolução MPAS/CGPC n. 11, de 21 de agosto de 2002**. Brasília, DF, 2002. Citado na página 17.

- BRASIL. Ministério da Previdência Social/Conselho de Gestão da Previdência Complementar. **Resolução MPS/CGPC n. 18, de 28 de março de 2006**. Brasília, DF, 2006. Citado na página 18.
- BRASIL. Banco Central do Brasil. **Resolução CVM 3.792, de 24 de setembro de 2009**. Brasília, DF, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.
- BRASIL. Ministério da Previdência Social/Conselho Nacional de Previdência Complementar. **Resolução MPS/CNPC n. 09, de 29 de novembro de 2012**. Brasília, DF, 2012. Citado na página 18.
- BRASIL. Ministério da Previdência Social/Conselho Nacional de Previdência Complementar. **Resolução MPS/CNPC n. 15, de 19 de novembro de 2014**. Brasília, DF, 2014. Citado na página 18.
- BRASIL. Ministério do Trabalho e da Previdência Social/Conselho Nacional de Previdência Complementar. **Resolução MTPS/CNPC n. 22, de 25 de novembro de 2015**. Brasília, DF, 2015. Citado na página 5.
- CAIRNS, A. Some notes on the dynamics and optimal control of stochastic pension fund models in continuous time. **ASTIN Bulletin**, n. 30 (1), p. 19–55, 2000. Citado na página 7.
- CESARONE, F.; MORETTI, J.; TARDELLA, F. Optimally chosen small portfolios are better than large ones. **Economics Bulletin**, v. 36, n. 4, p. 1876–1891, 2016. Disponível em: <<https://ideas.repec.org/a/ebl/ecbull/eb-16-00671.html>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 39.
- CHANG, T.-J.; YANG, S.-C.; CHANG, K.-J. **Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm**. [S.l.]: Elsevier, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 39.
- CHENG, R.; GAO, J. On cardinality constrained mean-cvar portfolio optimization. **27th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)**, p. 1074–1079, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 75.
- CHOI, C. et al. Net contribution, liquidity, and optimal pension management. **The Journal of Risk and Insurance**, v. 83, n. 4, p. 913–948, 2016. Citado na página 9.
- CONTADOR, C.; COSTA, M. Os efeitos da regulamentação nos investidores institucionais. **Relatório CEPS/COPPEAD**, n. 20, 1999. Citado na página 10.
- CONTI, B. de. PREVI, PETROS e FUNCEF: Uma análise da alocação das carteiras das três maiores entidades brasileiras de previdência complementar (2003-2013). **Texto para Discussão, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA)**, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), Brasília, n. 2.216, 2016. Citado na página 13.
- CORREA, S. M. B. B. **Probabilidade e estatística**. [S.l.]: PUC Minas Virtual, 2003. 116 p. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- CORTEZ, E. C. **Aplicação da Teoria de Markowitz em um plano de Benefício Definido – Caso Elos**. Monografia (TCC em Ciências Econômicas.) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. Citado na página 13.

DEB, K. et al. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: Nsga-ii. **Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI: 6th International Conference Paris, France, September 18–20, 2000 Proceedings.**, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, p. 849–858, 2000. ISSN 978-3-540-45356-7. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/3-540-45356-3\\_83](http://dx.doi.org/10.1007/3-540-45356-3_83)>. Citado na página 51.

FERREIRA, F. **Estudo comparativo de modelos e técnicas para otimização de portfólios com restrição de cardinalidade.** Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2018. Citado 6 vezes nas páginas 39, 52, 53, 73, 75 e 78.

JENSEN, M. The performance of mutual funds in the period 1945-1964. **Journal of Finance**, n. 23, p. 389–416, 1968. Citado na página 11.

KOMURA, B. T. **Análise e Proposta de um Fundo de Investimento voltado para Investidores Institucionais.** Monografia (TCC em Engenharia de Produção.) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011. Citado na página 12.

LEAL, R.; SILVA, A.; RIBEIRO, T. **Alocação Ótima de Ativos em Fundos de Pensão.** Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002. Disponível em: <<http://www.coppead.ufrj.br/upload/publicacoes/351.pdf>>. Citado 3 vezes nas páginas 4, 11 e 68.

LIANG, Z.; MA, M. Optimal dynamic asset allocation of pension fund in mortality and salary risks framework. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 64, p. 151–161, 2015. Citado na página 9.

LWIN, K.; QU, R.; KENDALL, G. A learning-guided multi-objective evolutionary algorithm for constrained portfolio optimization. **Applied Soft Computing**, v. 24, p. 757–772, 2014. Citado na página 22.

MANSINI, R.; OGRYCZAK, W.; SPERANZA, M. G. **Linear and Mixed Integer Programming for Portfolio Optimization.** [S.l.]: Springer International Publishing, 2015. ISBN 978-3-319-18481-4. Citado na página 22.

MANTEGNA, R. N.; STANLEY, H. E. An introduction to econophysics. **Cambridge University Press**, 2004. Citado na página 20.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. Citado 5 vezes nas páginas 21, 22, 34, 51 e 56.

MARZANO, L. G. B. **Otimização de Portfólio de Contratos de Energia em Sistemas Híbridos com Despacho Centralizado.** Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2004. Citado na página 24.

MOREIRA, L. d. L. **Risco de mercado: análise comparativa de métodos de mensuração de risco aplicado ao mercado brasileiro.** Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2006. Citado na página 24.

MOREIRA, M. de M. O envelhecimento da população brasileira em nível regional: 1940-2050. In: **XI Encontro Nacional de Estudos Populacionais da ABEP**, Caxambú, MG, p. 3103–3124, 1998. Citado na página 1.

- MÜLLER, H.; CAPITELLI, R.; GRANZIOL, M. Optimale portefeuilles für institutionelle anleger. **Zeitschrift für Operations Research**, v. 28, n. 6, p. B163–B176, 1984. Citado na página 7.
- NEDER, M. **Imóveis e a Carteira do Investidor Institucional**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1998. Citado na página 10.
- OECD. Pensions at a glance 2013: OECD and G20 indicators. **OECD Publishing**, p. 18–25, 2013. Citado na página 1.
- OLIVEIRA, M. d. S. d. **Análise Comparativa entre Medidas de Risco na Otimização Multiobjetivo de Carteira de Ações com Restrição de Cardinalidade**. Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2016. Citado na página 52.
- OLIVEIRA, T. Amostragem não probabilística: adequação de situações para uso e limitações de amostras por conveniência, julgamento e cotas. **Rev Adm On Line**, 2001. Citado na página 31.
- PALMQUIST, J.; URYASEV, S.; KROKHMAL, P. Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints. **Journal of risk**, 1999. Citado na página 24.
- PINHEIRO, J. L. **Mercado de Capitais**. [S.l.]: Editora Atlas - 6ª edição, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 18, 19 e 20.
- PINTO, A. C. F. **Investidores Institucionais: Efeitos da Regulamentação Econômica**. Tese (Doutorado) — Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 1985. Citado na página 10.
- R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2017. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 43.
- REIS, A. Reforma da previdência: crescimento não virá sem ela. **Revista Fundos de Pensão**, São Paulo, SP, n. 323, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 15.
- RIGHI, M. B.; CERETTA, P. S. Teoria de medidas de risco: uma revisão abrangente. **Revista Brasileira de Finanças**, p. 411–464, 2014. ISSN 1679-0731. Citado na página 23.
- ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of conditional value-at-risk. **Journal of risk**, p. 21–42, 2000. Citado na página 24.
- RUIZ-TORRUBIANO, R.; SUÁREZ, A. A memetic algorithm for cardinality-constrained portfolio optimization with transaction costs. v. 36, p. 125–142, 2015. Citado na página 22.
- SHARPE, W. F. Mutual fund performance. **The Journal of Business**, v. 39, n. 1, p. 119 – 139, 1966. Citado na página 11.
- SILVA, A. C. R. da. **Análise da Coerência de Medidas de Risco no Mercado Brasileiro de Ações e Críticas ao Desenvolvimento de uma Metodologia Híbrida**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPEAD, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- SILVEIRA, M. A. C.; BRANCO, T. C. C. Alocação de portfólio da poupança para aposentadoria no brasil: um estudo de caso para fundos fechados de pensão. **IPEA: Texto para Discussão**, n. 1.680, 2011. Citado na página 11.

SIU, T. A bsde approach to risk-based asset allocation of pension funds with regime switching. **Annals of Operations Research**, v. 201, n. 1, p. 449–473, 2012. Citado na página 8.

STERN, J. M. **Otimização e Processos Estocásticos Aplicados à Economia e Finanças**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2000. Citado na página 35.

THOMAS, A.; SPATARO, L.; MATHEW, N. Pension funds and stock market volatility: An empirical analysis of oecd countries. **Journal of Financial Stability**, v. 11, p. 92–103, 2014. Citado na página 9.

TREYNOR, J. L. How to rate management of investment funds. **Harvard Business Review**, v. 43, n. 1, p. 63–75, 1965. Citado na página 11.

VALLADÃO, D. M. **Alocação Ótima e Medida de Risco de um ALM para Fundo de Pensão Via Programação Estocástica Multi-Estágio e Bootstrap**. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008. Citado na página 11.

VANZETTO, B. M.; COSTA, O. L. Aplicação de programação estocástica para estratégias de investimentos em fundos estruturados. **Sociedade de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC)**, v. 1, n. 2, 2014. Disponível em: <<https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/view/289/291>>. Citado na página 12.

VITALI, S.; MORIGGIA, V.; KOPA, M. Optimal pension fund composition for an italian private pension plan sponsor. **Computational Management Science**, v. 14, n. 1, p. 135–160, 2017. Citado na página 10.

YAO, H. et al. Asset allocation for a dc pension fund with stochastic income and mortality risk: A multi-period mean-variance framework. **Insurance: Mathematics and Economics**, n. 54 (1), p. 84–92, 2014. Citado na página 9.

YAO, H.; YANG, Z.; CHEN, P. Markowitz's mean-variance defined contribution pension fund management under inflation: A continuous-time model. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 53, n. 3, p. 851–863, 2013. Citado na página 8.

ZITZLER, E. **Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications**. Tese (Doutorado) — Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, Switzerland, 1999. Citado na página 52.

ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. Spea2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm. v. 103, 07 2001. Citado na página 52.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Ativos utilizados em ordem alfabética

Os ativos utilizados pertencem ao IBOVESPA e foram selecionados por apresentarem cotações diárias em todos os dias de pregão para o período de 01/01/2008 a 31/12/2016. O Quadro 23 apresenta em ordem alfabética os ativos selecionados, a respectiva descrição, a classificação e o respectivo ano em que foram utilizados nesta pesquisa. Em relação a classificação temos: NM (Novo Mercado), N1 (Nível 1), N2 (Nível 2), BM (BOVESPA Mais) e NC (Não Classificado) conforme descrito no Capítulo 4.

Quadro 23 – Ativos selecionados em ordem alfabética

Ativo	Descrição	Classificação	Continua
			Período Selecionado
ABEV3	AMBEV S/A	NC	2008 - 2016
BBAS3	BANCO DO BRASIL	NM	2008 - 2016
BBDC3	BANCO BRADESCO	N1	2008 - 2016
BBDC4	BANCO BRADESCO	N1	2008 - 2016
BBSE3	BB SEGURIDADE PARTICIPAÇÕES	NM	2014 - 2016
BOVA11	ISHARES IBOVESPA INDEX	NC	2009 - 2016
BRAP4	BRADESPAR	N1	2008 - 2016
BRFS3	BRF SA	NM	2008 - 2016
BRKM5	BRASKEM	N1	2008 - 2016
BRML3	BR MALLS PARTICIPAÇÕES	NM	2008 - 2016
BVMF3	B3	NM	2009 - 2016
CCRO3	CCR SA	NM	2008 - 2016
CIEL3	CIELO	NM	2010 - 2016
CMIG4	CEMIG	N1	2008 - 2016
CPFE3	CPFL ENERGIA	NM	2008 - 2016
CPLE6	COPEL	N1	2008 - 2016
CSAN3	COSAN	NM	2008 - 2016
CSNA3	COMPANHIA SIDERURGICA NACIONAL	NC	2008 - 2016
CTIP3	GUGGENHEIM DEFINED PORTFÓLIOS	NC	2010 - 2016
CYRE3	CYRELA REALT	NM	2008 - 2016
ECOR3	ECORODOVIAS	NM	2011 - 2016
EGIE3	ENGIE BRASIL	NM	2008 - 2016
ELET3	ELETROBRAS	N1	2008 - 2016
EMBR3	EMBRAER	NM	2008 - 2016
ENBR3	ENERGIAS BR	NM	2008 - 2016
EQTL3	EQUATORIAL	NM	2009 - 2016
ESTC3	ESTACIO PARTICIPAÇÕES	NM	2009 - 2016

Quadro 23 - Ativos selecionados em ordem alfabética

Ativo	Descrição	Classificação	Conclusão
			Período Selecionado
FIBR3	FIBRIA CELULOSE	NM	2008 - 2016
GGBR4	GERDAU	N1	2008 - 2016
GOAU4	GERDAU METALÚRGICA	N1	2008 - 2016
HYPE3	HYPERA	NM	2009 - 2016
ITSA4	ITAUSA	N1	2008 - 2016
ITUB4	ITAU UNIBANCO	N1	2008 - 2016
JBSS3	JBS	NM	2008 - 2016
KLBN11	KLABIN S/A	N2	2015 - 2016
KROT3	KROTON	NM	2013 - 2016
LAME4	LOJAS AMERICANAS	N1	2008 - 2016
LREN3	LOJAS RENNER	NM	2008 - 2016
MRFG3	MARFRIG	NM	2008 - 2016
MRVE3	MRV	NM	2008 - 2016
MULT3	MULTIPLAN	N2	2008 - 2016
NATU3	NATURA	NM	2008 - 2016
PCAR4	COMPANHIA BRAS. DE DISTRIBUIÇÃO	N1	2008 - 2016
PETR3	PETROBRAS	NC	2008 - 2016
PETR4	PETROBRAS	NC	2008 - 2016
QUAL3	QUALICORP	NM	2012 - 2016
RADL3	RAIA DROGASIL	NM	2008 - 2016
RENT3	LOCALIZA	NM	2010 - 2016
RUMO3	RUMOF	NM	2016
SANB11	BANCO SANTANDER BR	NC	2010 - 2016
SBSP3	SABESP	NM	2008 - 2016
SMLS3	SMILES	NM	2004 - 2016
SUZB5	SUZANO PAPEL	NM	2008 - 2016
TIMP3	TIM PART S/A	NM	2008 - 2016
UGPA3	ULTRAPAR	NM	2008 - 2016
USIM5	USIMINAS	N1	2008 - 2016
VALE3	VALE	NM	2008 - 2016
VALE5	VALE	NM	2008 - 2016
VIVT4	TELEF BRASIL	NC	2008 - 2016
WEGE3	WEG	NM	2008 - 2016

Fonte: Elaborado pelo autor.

## APÊNDICE B – Resultados da Simulação Geral

As Tabelas 12 a 18 apresentam os resultados da simulação Geral. A Tabela 12 apresenta os ativos selecionados em 2009 e com a rentabilidade apurada em 2010. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM e o peso Balanceado atendeu a Resolução CMN 3.792, por isso, o peso Ajustado apresenta os mesmos valores. A rentabilidade total obtida por esta carteira foi de 15,21% em 2010.

Tabela 12 – Simulação Geral - Ativos selecionados em 2009 com a rentabilidade apurada em 2010

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
EMBR3	6.657	NM	0,05090	0,05090	24,12664	1,23	1,23
TIMP3	6.614	NM	0,15865	0,15865	-4,26929	-0,68	-0,68
CMIG4	6.610	N1	0,20401	0,20401	4,00572	0,82	0,82
VIVT4	3.718	NC	0,03813	0,03813	5,14541	0,20	0,20
ABEV3	2.278	NC	0,11072	0,11072	47,52294	5,26	5,26
CPFE3	1.804	NM	0,08655	0,08655	22,44898	1,94	1,94
ITSA4	1.647	N1	0,12954	0,12954	9,68921	1,26	1,26
ENBR3	1.193	NM	0,13098	0,13098	23,86207	3,13	3,13
WEGE3	705	NM	0,09051	0,09051	22,68519	2,05	2,05
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	15,21	15,21

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 13 apresenta os ativos selecionados em 2010 e com a rentabilidade apurada em 2011. Para este portfólio destacamos o ativo CMIG4 como o mais selecionado pela Função de Markowitz, os ativos foram classificados como N1, NC e NM e o peso Balanceado atendeu a Resolução CMN 3.792, por isso, o peso Ajustado apresenta os mesmos valores. A rentabilidade total obtida por esta carteira foi de 26,89% em 2011.

Tabela 13 – Simulação Geral - Ativos selecionados em 2010 com a rentabilidade apurada em 2011

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
CMIG4	6.268	N1	0,27711	0,27711	33,24361	9,21	9,21
TIMP3	6.213	NM	0,18167	0,18167	38,73720	7,04	7,04
CIEL3	6.189	NM	0,20312	0,20312	52,21374	10,61	10,61
JBSS3	6.153	NM	0,07712	0,07712	-15,89205	-1,23	-1,23
ENBR3	6.109	NM	0,14767	0,14767	12,06140	1,78	1,78
EQTL3	4.956	NM	0,05596	0,05596	27,37430	1,53	1,53
MRFG3	4.466	NM	0,02507	0,02507	-44,53836	-1,12	-1,12
PETR3	3.708	NC	0,01322	0,01322	-21,80617	-0,29	-0,29
GOAU4	3.269	N1	0,01907	0,01907	-33,31992	-0,64	-0,64
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	26,89	26,89

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 14 apresenta os ativos selecionados em 2011 e com a rentabilidade apurada em 2012. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1 e NM a não apresentou ativos NC. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 40,65% para a carteira com o peso Balanceado e de 42,28% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2012.

Tabela 14 – Simulação Geral - Ativos selecionados em 2011 com a rentabilidade apurada em 2012

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
WEGE3	6.175	NM	0,11710	0,09368	47,86325	5,60	4,48
TIMP3	6.168	NM	0,20164	0,17822	-11,87050	-2,39	-2,12
RADL3	6.129	NM	0,05151	0,02809	84,27835	4,34	2,37
ESTC3	6.107	NM	0,08824	0,06482	135,10848	11,92	8,76
LAME4	6.095	N1	0,11267	0,30000	58,15508	6,55	17,45
ECOR3	6.035	NM	0,13059	0,10717	31,65537	4,13	3,39
CIEL3	5.615	NM	0,05188	0,02846	47,90419	2,49	1,36
CCRO3	5.438	NM	0,13160	0,10818	63,58209	8,37	6,88
ENBR3	4.942	NM	0,11479	0,09137	-3,16518	-0,36	-0,29
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	40,65	42,28

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 15 apresenta os ativos selecionados em 2012 e com a rentabilidade apurada em 2013. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1 e NM a não

apresentou ativos NC. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 12,29% para a carteira com o peso Balanceado e de 11,63% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2013.

Tabela 15 – Simulação Geral - Ativos selecionados em 2012 com a rentabilidade apurada em 2013

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
WEGE3	6.036	NM	0,16775	0,15918	13,85042	2,32	2,20
ENBR3	6.020	NM	0,24701	0,23439	-7,63889	-1,89	-1,79
ITSA4	5.998	N1	0,19510	0,21394	2,22222	0,43	0,48
TIMP3	5.987	NM	0,10987	0,10426	59,52712	6,54	6,21
ELET3	5.877	N1	0,06722	0,08606	-4,43686	-0,30	-0,38
QUAL3	5.858	NM	0,06845	0,06495	4,47339	0,31	0,29
EGIE3	5.815	NM	0,04375	0,04151	20,23317	0,89	0,84
EQTL3	4.418	NM	0,03946	0,03744	21,42457	0,85	0,80
ESTC3	3.250	NM	0,06141	0,05827	51,15880	3,14	2,98
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	12,29	11,63

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 16 apresenta os ativos selecionados em 2013 e com a rentabilidade apurada em 2014. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1 e NM a não apresentou ativos NC. Os pesos Balanceado e Ajustado apresentam os mesmos valores e adequados a Resolução CMN 3.792. A rentabilidade total obtida foi de 26,26% para a carteira com os pesos Balanceado e Ajustado para o ano 2014.

Tabela 16 – Simulação Geral - Ativos selecionados em 2013 com a rentabilidade apurada em 2014

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.)	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
EMBR3	5.906	NM	0,06996	0,06996	28,36383	1,98	1,98
ITSA4	5.906	N1	0,32783	0,32783	23,71324	7,77	7,77
MRFG3	5.884	NM	0,07665	0,07665	59,11458	4,53	4,53
SUZB5	5.884	NM	0,12348	0,12348	22,01117	2,72	2,72
ECOR3	5.812	NM	0,13153	0,13153	-19,76936	-2,60	-2,60
WEGE3	5.678	NM	0,06997	0,06997	33,41625	2,34	2,34
KROT3	5.260	NM	0,09166	0,09166	64,34978	5,90	5,90
RADL3	4.195	NM	0,03099	0,03099	70,79890	2,19	2,19
CMIG4	4.160	N1	0,07792	0,07792	18,35507	1,43	1,43
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	26,26	26,26

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 17 apresenta os ativos selecionados em 2014 e com a rentabilidade apurada em 2015. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NM e NC. Os pesos Balanceado e Ajustado apresentam os mesmos valores e adequados a Resolução CMN 3.792. A rentabilidade total obtida foi de 6,97% para a carteira com os pesos Balanceado e Ajustado para o ano 2015.

Tabela 17 – Simulação Geral - Ativos selecionados em 2014 com a rentabilidade apurada em 2015

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
ABEV3	5.679	NC	0,23748	0,23748	15,20429	3,61	3,61
SUZB5	5.594	NM	0,18508	0,18508	71,99248	13,32	13,32
GGBR4	5.555	N1	0,08075	0,08075	-48,55556	-3,92	-3,92
WEGE3	5.473	NM	0,11314	0,11314	-1,10769	-0,13	-0,13
ECOR3	5.155	NM	0,06805	0,06805	-49,59267	-3,37	-3,37
ITSA4	5.069	N1	0,12050	0,12050	-13,12977	-1,58	-1,58
VALE3	4.828	NM	0,02537	0,02537	-36,45272	-0,92	-0,92
CYRE3	4.544	NM	0,07518	0,07518	-25,78680	-1,94	-1,94
MRVE3	3.748	NM	0,09445	0,09445	20,08547	1,90	1,90
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	6,97	6,97

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 18 apresenta os ativos selecionados em 2015 e com a rentabilidade apurada em 2016. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, N2 e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para

atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 22,58% para a carteira com o peso Balanceado e de 20,01% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2016.

Tabela 18 – Simulação Geral - Ativos selecionados em 2015 com a rentabilidade apurada em 2016

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
TIMP3	5.570	NM	0,15967	0,12327	18,27795	2,92	2,25
MRFG3	5.565	NM	0,26292	0,20299	6,09952	1,60	1,24
SUZB5	5.539	NM	0,07395	0,05709	-20,97941	-1,55	-1,20
ECOR3	5.497	NM	0,21436	0,16550	77,58621	16,63	12,84
EMBR3	4.728	NM	0,04519	0,03489	-45,20548	-2,04	-1,58
BRFS3	4.646	NM	0,01967	0,01518	-9,64419	-0,19	-0,15
MRVE3	4.635	NM	0,13092	0,10108	35,22868	4,61	3,56
KLBN11	4.616	N2	0,05529	0,15863	-16,93472	-0,94	-2,69
BRKM5	4.547	N1	0,03804	0,14137	40,48400	1,54	5,72
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	22,58	20,01

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

## APÊNDICE C – Resultados da Simulação Positivo

As Tabelas 19 a 25 apresentam os resultados da simulação Positivo. A Tabela 19 apresenta os ativos selecionados em 2009 e com a rentabilidade apurada em 2010. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. O peso Balanceado estava adequado a Resolução CMN 3.792 e por isso o peso Ajustado apresenta os mesmos valores do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 18,37% para a carteira com o peso Balanceado e Ajustado.

Tabela 19 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2009 com a rentabilidade apurada em 2010

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
TIMP3	7.001	NM	0,13029	0,13029	-4,26929	-0,56	-0,56
CMIG4	6.992	N1	0,19176	0,19176	4,00572	0,77	0,77
CPFE3	2.479	NM	0,07476	0,07476	22,44898	1,68	1,68
ITSA4	2.250	N1	0,12066	0,12066	9,68921	1,17	1,17
ABEV3	1.659	NC	0,10911	0,10911	47,52294	5,19	5,19
ENBR3	873	NM	0,13919	0,13919	23,86207	3,32	3,32
WEGE3	576	NM	0,09470	0,09470	22,68519	2,15	2,15
SBSP3	188	NM	0,08883	0,08883	33,57664	2,98	2,98
EGIE3	149	NM	0,05069	0,05069	32,86319	1,67	1,67
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	18,37	18,37

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 20 apresenta os ativos selecionados em 2010 e com a rentabilidade apurada em 2011. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1 e NM. O peso Balanceado estava adequado a Resolução CMN 3.792 e por isso o peso Ajustado apresenta os mesmos valores do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 4,89% para a carteira com o peso Balanceado e Ajustado.

Tabela 20 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2010 com a rentabilidade apurada em 2011

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
CMIG4	8.134	N1	0,24337	0,24337	33,24361	8,09	8,09
ITSA4	8.013	N1	0,11117	0,11117	-13,20132	-1,47	-1,47
ENBR3	7.992	NM	0,10666	0,10666	12,06140	1,29	1,29
ESTC3	1.714	NM	0,07160	0,07160	-31,21622	-2,24	-2,24
CPFE3	440	NM	0,06254	0,06254	32,46173	2,03	2,03
BVMF3	394	NM	0,10726	0,10726	-22,71415	-2,44	-2,44
WEGE3	328	NM	0,14449	0,14449	-11,98502	-1,73	-1,73
CCRO3	300	NM	0,14486	0,14486	10,85526	1,57	1,57
VALE3	202	NM	0,00804	0,00804	-25,75970	-0,21	-0,21
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	4,89	4,89

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 21 apresenta os ativos selecionados em 2011 e com a rentabilidade apurada em 2012. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 27,49% para a carteira com o peso Balanceado e de 25,26% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2012.

Tabela 21 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2011 com a rentabilidade apurada em 2012

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
ECOR3	9.826	NM	0,18156	0,14129	31,65537	5,75	4,47
ENBR3	9.794	NM	0,31222	0,24297	-3,16518	-0,99	-0,77
CSAN3	9.772	NM	0,01995	0,01553	60,09524	1,20	0,93
CCRO3	9.737	NM	0,32033	0,24929	63,58209	20,37	15,85
BBDC3	4.084	N1	0,02771	0,07758	37,17775	1,03	2,88
TIMP3	1.960	NM	0,06544	0,05093	-11,87050	-0,78	-0,60
CMIG4	667	N1	0,04152	0,09140	3,68475	0,15	0,34
CTIP3	73	NC	0,00684	0,05672	-4,42755	-0,03	-0,25
ABEV3	35	NC	0,02443	0,07430	32,46869	0,79	2,41
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	27,49	25,26

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 22 apresenta os ativos selecionados em 2012 e com a rentabilidade apurada em 2013. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. O

peso Balanceado estava adequado a Resolução CMN 3.792 e por isso o peso Ajustado apresenta os mesmos valores do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 9,77% para a carteira com o peso Balanceado e Ajustado.

Tabela 22 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2012 com a rentabilidade apurada em 2013

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
CMIG4	7.728	N1	0,08811	0,08811	-2,49042	-0,22	-0,22
SANB11	7.721	NC	0,24534	0,24534	-1,32200	-0,32	-0,32
QUAL3	7.661	NM	0,12451	0,12451	4,47339	0,56	0,56
EGIE3	7.573	NM	0,07578	0,07578	20,23317	1,53	1,53
WEGE3	7.564	NM	0,15310	0,15310	13,85042	2,12	2,12
JBSS3	7.551	NM	0,14861	0,14861	44,75524	6,65	6,65
BRAP4	7.415	N1	0,05298	0,05298	-23,36152	-1,24	-1,24
SUZB5	6.938	NM	0,07338	0,07338	23,32402	1,71	1,71
MRVE3	5.599	NM	0,03819	0,03819	-26,57993	-1,02	-1,02
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	9,77	9,77

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 23 apresenta os ativos selecionados em 2013 e com a rentabilidade apurada em 2014. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 22,72% para a carteira com o peso Balanceado e de 23,04% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2014.

Tabela 23 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2013 com a rentabilidade apurada em 2014

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
ITSA4	9.014	N1	0,42735	0,37069	23,71324	10,13	8,79
EMBR3	8.988	NM	0,07371	0,08747	28,36383	2,09	2,48
SUZB5	8.981	NM	0,03246	0,04621	22,01117	0,71	1,02
ABEV3	7.517	NC	0,09880	0,09880	-1,56556	-0,15	-0,15
WEGE3	2.347	NM	0,06318	0,07694	33,41625	2,11	2,57
BBDC3	2.064	N1	0,05957	0,05168	11,26961	0,67	0,58
CPLE6	2.016	N1	0,03186	0,02764	30,61538	0,98	0,85
QUAL3	1.388	NM	0,04908	0,06284	21,14868	1,04	1,33
JBSS3	633	NM	0,16399	0,17774	31,35802	5,14	5,57
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	22,72	23,04

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 24 apresenta os ativos selecionados em 2014 e com a rentabilidade apurada em 2015. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. O peso Balanceado estava adequado a Resolução CMN 3.792 e por isso o peso Ajustado apresenta os mesmos valores do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 15,81% para a carteira com o peso Balanceado e Ajustado.

Tabela 24 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2014 com a rentabilidade apurada em 2015

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
SUZB5	8.681	NM	0,16303	0,16303	71,99248	11,74	11,74
ELET3	8.646	N1	0,16587	0,16587	2,30906	0,38	0,38
ITSA4	3.546	N1	0,24841	0,24841	-13,12977	-3,26	-3,26
FIBR3	2.132	NM	0,03594	0,03594	72,67186	2,61	2,61
MRFG3	766	NM	0,10097	0,10097	11,01399	1,11	1,11
SANB11	674	NC	0,08050	0,08050	33,69863	2,71	2,71
CPFE3	554	NM	0,07579	0,07579	-11,83971	-0,90	-0,90
VIVT4	410	NC	0,02371	0,02371	-16,65440	-0,39	-0,39
JBSS3	378	NM	0,10578	0,10578	17,08044	1,81	1,81
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	15,81	15,81

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 25 apresenta os ativos selecionados em 2015 e com a rentabilidade apurada em 2016. Destacamos o ativo ELET3 que foi selecionado para 9.298 portfólios. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. O peso Balanceado estava adequado a Resolução CMN 3.792 e por isso o peso Ajustado apresenta os mesmos valores do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 89,11% para a carteira com o peso Balanceado e Ajustado.

Tabela 25 – Simulação Positivo - Ativos selecionados em 2015 com a rentabilidade apurada em 2016

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
ELET3	9.298	N1	0,25002	0,25002	320,07366	80,03	80,03
ABEV3	9.291	NC	0,07433	0,07433	-1,56721	-0,12	-0,12
MRFG3	9.272	NM	0,20269	0,20269	6,09952	1,24	1,24
MRVE3	9.204	NM	0,17142	0,17142	35,22868	6,04	6,04
LAME4	1.297	N1	0,17030	0,17030	9,33677	1,59	1,59
JBSS3	845	NM	0,04073	0,04073	-0,86957	-0,04	-0,04
EMBR3	709	NM	0,02987	0,02987	-45,20548	-1,35	-1,35
HYPE3	418	NM	0,03201	0,03201	26,05911	0,83	0,83
ENBR3	329	NM	0,02863	0,02863	30,98729	0,89	0,89
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	89,11	89,11

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

## APÊNDICE D – Resultados da Simulação Índice

As Tabelas 26 a 32 apresentam os resultados da simulação Índice. A Tabela 26 apresenta os ativos selecionados em 2009 e com a rentabilidade apurada em 2010. Destacamos o ativo TIMP3 que foi selecionado 7.757 vezes. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. O peso Balanceado estava adequado a Resolução CMN 3.792 e por isso o peso Ajustado apresenta os mesmos valores do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 18,17% para a carteira com o peso Balanceado e Ajustado.

Tabela 26 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2009 com a rentabilidade apurada em 2010

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
TIMP3	7.757	NM	0,13389	0,13389	-4,26929	-0,57	-0,57
CMIG4	7.690	N1	0,19551	0,19551	4,00572	0,78	0,78
CPFE3	2.318	NM	0,07725	0,07725	22,44898	1,73	1,73
ITSA4	1.960	N1	0,12217	0,12217	9,68921	1,18	1,18
ABEV3	1.431	NC	0,11777	0,11777	47,52294	5,60	5,60
ENBR3	711	NM	0,14057	0,14057	23,86207	3,35	3,35
WEGE3	482	NM	0,09266	0,09266	22,68519	2,10	2,10
SBSP3	147	NM	0,07275	0,07275	33,57664	2,44	2,44
EGIE3	143	NM	0,04743	0,04743	32,86319	1,56	1,56
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	18,17	18,17

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 27 apresenta os ativos selecionados em 2010 e com a rentabilidade apurada em 2011. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 6,77% para a carteira com o peso Balanceado e de 6,47% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2011.

Tabela 27 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2010 com a rentabilidade apurada em 2011

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
PETR3	7.674	NC	0,03054	0,03054	-21,80617	-0,67	-0,67
ENBR3	7.663	NM	0,26294	0,26464	12,06140	3,17	3,19
GOAU4	7.620	NM	0,03239	0,03180	-33,31992	-1,08	-1,06
CMIG4	7.609	NM	0,30329	0,29767	33,24361	10,08	9,90
ITSA4	6.935	NM	0,12281	0,12053	-13,20132	-1,62	-1,59
SUZB5	2.161	NM	0,06149	0,06319	-51,51292	-3,17	-3,26
CPFE3	1.953	NM	0,10117	0,10286	32,46173	3,28	3,34
ESTC3	1.825	NM	0,06677	0,06846	-31,21622	-2,08	-2,14
HYPE3	1.310	NM	0,01860	0,02030	-61,44749	-1,14	-1,25
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	6,77	6,47

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 28 apresenta os ativos selecionados em 2011 e com a rentabilidade apurada em 2012. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 29,70% para a carteira com o peso Balanceado e de 31,58% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2012.

Tabela 28 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2011 com a rentabilidade apurada em 2012

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
ENBR3	7.726	NM	0,13148	0,11089	-3,16518	-0,42	-0,35
CCRO3	7.681	NM	0,16787	0,14158	63,58209	10,67	9,00
RADL3	7.674	NM	0,06908	0,05826	84,27835	5,82	4,91
LAME4	7.661	N1	0,13291	0,19791	58,15508	7,73	11,51
TIMP3	7.648	NM	0,23735	0,20017	-11,87050	-2,82	-2,38
USIM5	7.643	N1	0,03708	0,10209	21,86002	0,81	2,23
CIEL3	7.587	NM	0,07536	0,06355	47,90419	3,61	3,04
ECOR3	7.388	NM	0,13065	0,11019	31,65537	4,14	3,49
VALE3	6.394	NM	0,01821	0,01536	8,74467	0,16	0,13
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	29,70	31,58

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 29 apresenta os ativos selecionados em 2012 e com a rentabilidade apurada em 2013. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. O

peso Balanceado estava adequado a Resolução CMN 3.792 e por isso o peso Ajustado apresenta os mesmos valores do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 9,86% para a carteira com o peso Balanceado e Ajustado.

Tabela 29 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2012 com a rentabilidade apurada em 2013

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
QUAL3	7.712	NM	0,12403	0,12403	4,47339	0,55	0,55
SANB11	7.663	NC	0,24494	0,24494	-1,32200	-0,32	-0,32
CMIG4	7.627	N1	0,08861	0,08861	-2,49042	-0,22	-0,22
JBSS3	7.622	NM	0,14925	0,14925	44,75524	6,68	6,68
WEGE3	7.564	NM	0,15227	0,15227	13,85042	2,11	2,11
EGIE3	7.503	NM	0,07666	0,07666	20,23317	1,55	1,55
BRAP4	7.428	N1	0,05315	0,05315	-23,36152	-1,24	-1,24
SUZB5	6.967	NM	0,07435	0,07435	23,32402	1,73	1,73
MRVE3	5.513	NM	0,03673	0,03673	-26,57993	-0,98	-0,98
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	9,86	9,86

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 30 apresenta os ativos selecionados em 2013 e com a rentabilidade apurada em 2014. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 20,24% para a carteira com o peso Balanceado e de 16,28% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2014.

Tabela 30 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2013 com a rentabilidade apurada em 2014

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
ITSA4	7.675	N1	0,48374	0,34862	23,71324	11,47	8,27
EMBR3	7.656	NM	0,09828	0,12735	28,36383	2,79	3,61
ABEV3	7.381	NC	0,06686	0,06686	-1,56556	-0,10	-0,10
NATU3	7.332	NM	0,00991	0,03898	-16,97740	-0,17	-0,66
SUZB5	7.039	NM	0,08669	0,11576	22,01117	1,91	2,55
SBSP3	5.825	NM	0,01488	0,04395	-32,54390	-0,48	-1,43
VALE5	5.481	NM	0,01539	0,04446	-35,51736	-0,55	-1,58
CMIG4	4.109	N1	0,14068	0,10138	18,35507	2,58	1,86
WEGE3	2.873	NM	0,08357	0,11264	33,41625	2,79	3,76
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	20,24	16,28

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 31 apresenta os ativos selecionados em 2014 e com a rentabilidade apurada em 2015. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 16,81% para a carteira com o peso Balanceado e de 16,54% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2015.

Tabela 31 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2014 com a rentabilidade apurada em 2015

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
SUZB5	7.718	NM	0,15151	0,17603	71,99248	10,91	12,67
MRVE3	7.686	NM	0,13366	0,15818	20,08547	2,68	3,18
CSNA3	7.573	NC	0,08451	0,05950	-17,86448	-1,51	-1,06
ABEV3	7.524	NC	0,38570	0,27154	15,20429	5,86	4,13
TIMP3	7.186	NM	0,07495	0,09948	-40,56940	-3,04	-4,04
ELET3	5.897	N1	0,11047	0,13499	2,30906	0,26	0,31
HYPE3	4.842	NM	0,02707	0,05159	34,25450	0,93	1,77
SANB11	4.397	NC	0,02694	0,01896	33,69863	0,91	0,64
ESTC3	3.013	NM	0,00520	0,02973	-35,69199	-0,19	-1,06
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	16,81	16,54

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 32 apresenta os ativos selecionados em 2015 e com a rentabilidade apurada em 2016. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 46,36% para a carteira com o peso Balanceado e de 72,55% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2016.

Tabela 32 – Simulação Índice - Ativos selecionados em 2015 com a rentabilidade apurada em 2016

ATIVO	QTDE	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
CCRO3	7.746	NM	0,13113	0,10665	37,46770	4,91	4,00
ELET3	7.725	N1	0,11150	0,19184	320,07366	35,69	61,40
MRFG3	7.681	NM	0,39109	0,31808	6,09952	2,39	1,94
MRVE3	7.438	NM	0,17668	0,14370	35,22868	6,22	5,06
BRFS3	7.358	NM	0,03122	0,02539	-9,64419	-0,30	-0,24
EMBR3	7.351	NM	0,05731	0,04661	-45,20548	-2,59	-2,11
VIVT4	7.192	NC	0,02782	0,10816	28,88758	0,80	3,12
SUZB5	6.361	NM	0,03311	0,02693	-20,97941	-0,69	-0,57
WEGE3	6.323	NM	0,04013	0,03264	-1,84244	-0,07	-0,06
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	46,36	72,55

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

## APÊNDICE E – Resultados da simulação utilizando algoritmo genético NSGA-II

As Tabelas 33 a 39 apresentam os resultados da simulação utilizando algoritmo genético NSGA-II. A Tabela 33 apresenta os ativos selecionados em 2009 e com a rentabilidade apurada em 2010. Para este portfólio os ativos foram classificados como NC e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 38,04% para a carteira com o peso Balanceado e de 40,79% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2010.

Tabela 33 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2009 com a rentabilidade apurada em 2010

ATIVO	QTDE LOTES	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
CSAN3	5	NM	0,06944	0,04930	10,33229	0,72	0,51
MRVE3	1	NM	0,01389	0,00986	17,82348	0,25	0,18
NATU3	14	NM	0,19444	0,13803	26,48779	5,15	3,66
CCRO3	1	NM	0,01389	0,00986	22,22222	0,31	0,22
UGPA3	13	NM	0,18056	0,12817	34,20739	6,18	4,38
RADL3	23	NM	0,31944	0,22676	49,18699	15,71	11,15
ENBR3	5	NM	0,06944	0,04930	23,86207	1,66	1,18
BRML3	9	NM	0,12500	0,08873	59,22581	7,40	5,26
ABEV3	1	NC	0,01389	0,30000	47,52294	0,66	14,26
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	38,04	40,79

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 34 apresenta os ativos selecionados em 2010 e com a rentabilidade apurada em 2011. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM e o peso Balanceado atendeu a Resolução CMN 3.792, por isso, o peso Ajustado apresenta os mesmos valores. A rentabilidade total obtida por esta carteira foi de 19,48% em 2011.

Tabela 34 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2010 com a rentabilidade apurada em 2011

ATIVO	QTDE LOTES	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
SBSP3	4	NM	0,05333	0,05333	16,08930	0,86	0,86
RADL3	5	NM	0,06667	0,06667	-0,86655	-0,06	-0,06
CPLE6	2	N1	0,02667	0,02667	-2,34640	-0,06	-0,06
UGPA3	17	NM	0,22667	0,22667	24,87891	5,64	5,64
ABEV3	26	NC	0,34667	0,34667	35,87224	12,44	12,44
ENBR3	6	NM	0,08000	0,08000	12,06140	0,96	0,96
CCRO3	4	NM	0,05333	0,05333	10,85526	0,58	0,58
BRML3	7	NM	0,09333	0,09333	9,51987	0,89	0,89
BRKM5	4	N1	0,05333	0,05333	-33,13293	-1,77	-1,77
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	19,48	19,48

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 35 apresenta os ativos selecionados em 2011 e com a rentabilidade apurada em 2012. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM e o peso Balanceado atendeu a Resolução CMN 3.792, por isso, o peso Ajustado apresenta os mesmos valores. A rentabilidade total obtida por esta carteira foi de 11,69% em 2012.

Tabela 35 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2011 com a rentabilidade apurada em 2012

ATIVO	QTDE LOTES	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
TIMP3	17	NM	0,22078	0,22078	-11,87050	-2,62	-2,62
RADL3	1	NM	0,01299	0,01299	84,27835	1,09	1,09
VIVT4	1	NC	0,01299	0,01299	2,20739	0,03	0,03
CMIG4	13	N1	0,16883	0,16883	3,68475	0,62	0,62
UGPA3	1	NM	0,01299	0,01299	47,69889	0,62	0,62
BRML3	9	NM	0,11688	0,11688	43,94489	5,14	5,14
CPFE3	14	NM	0,18182	0,18182	-12,29349	-2,24	-2,24
ABEV3	20	NC	0,25974	0,25974	32,46869	8,43	8,43
WEGE3	1	NM	0,01299	0,01299	47,86325	0,62	0,62
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	11,69	11,69

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 36 apresenta os ativos selecionados em 2012 e com a rentabilidade apurada em 2013. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, N2 e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes

do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de -3,82% para a carteira com o peso Balanceado e de -6,41% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2013. Destacamos para este ano o aparecimento de rentabilidade negativa. Este nível de rentabilidade não consta nas simulações Geral, Positivo ou Índice.

Tabela 36 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2012 com a rentabilidade apurada em 2013

ATIVO	QTDE LOTES	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
MULT3	3	N2	0,06977	0,17326	-15,20101	-1,06	-2,63
NATU3	6	NM	0,13953	0,10769	-27,16890	-3,79	-2,93
RADL3	3	NM	0,06977	0,05385	-33,47280	-2,34	-1,80
LAME4	1	N1	0,02326	0,12674	-15,13158	-0,35	-1,92
BRML3	1	NM	0,02326	0,01795	-37,68967	-0,88	-0,68
CCRO3	10	NM	0,23256	0,17949	-4,60971	-1,07	-0,83
WEGE3	15	NM	0,34884	0,26923	13,85042	4,83	3,73
FIBR3	3	NM	0,06977	0,05385	13,59136	0,95	0,73
SBSP3	1	NM	0,02326	0,01795	-4,86059	-0,11	-0,09
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	-3,82	-6,41

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 37 apresenta os ativos selecionados em 2013 e com a rentabilidade apurada em 2014. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1, NC e NM e o peso Balanceado atendeu a Resolução CMN 3.792, por isso, o peso Ajustado apresenta os mesmos valores. A rentabilidade total obtida por esta carteira foi de -4,05% em 2014.

Tabela 37 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2013 com a rentabilidade apurada em 2014

ATIVO	QTDE LOTES	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
UGPA3	3	NM	0,05882	0,05882	-3,75474	-0,22	-0,22
BRKM5	13	N1	0,25490	0,25490	-11,99026	-3,06	-3,06
EMBR3	3	NM	0,05882	0,05882	28,36383	1,67	1,67
BRFS3	1	NM	0,01961	0,01961	33,06399	0,65	0,65
EGIE3	8	NM	0,15686	0,15686	-4,00497	-0,63	-0,63
JBSS3	2	NM	0,03922	0,03922	31,35802	1,23	1,23
TIMP3	17	NM	0,33333	0,33333	-0,62389	-0,21	-0,21
CSNA3	3	NC	0,05882	0,05882	-58,68878	-3,45	-3,45
ABEV3	1	NC	0,01961	0,01961	-1,56556	-0,03	-0,03
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	-4,05	-4,05

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 38 apresenta os ativos selecionados em 2014 e com a rentabilidade apurada em 2015. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1 e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 41,70% para a carteira com o peso Balanceado e de 30,22% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2015.

Tabela 38 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2014 com a rentabilidade apurada em 2015

ATIVO	QTDE LOTES	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
EMBR3	1	NM	0,02128	0,01628	23,65282	0,50	0,39
CPLE6	1	N1	0,02128	0,09291	-26,11445	-0,56	-2,43
MRFG3	2	NM	0,04255	0,03256	11,01399	0,47	0,36
RADL3	17	NM	0,36170	0,27674	43,59918	15,77	12,07
WEGE3	2	NM	0,04255	0,03256	-1,10769	-0,05	-0,04
BRFS3	4	NM	0,08511	0,06512	-10,21631	-0,87	-0,67
ITSA4	1	N1	0,02128	0,09291	-13,12977	-0,28	-1,22
LAME4	2	N1	0,04255	0,11418	16,05206	0,68	1,83
SUZB5	17	NM	0,36170	0,27674	71,99248	26,04	19,92
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	41,70	30,22

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.

A Tabela 39 apresenta os ativos selecionados em 2015 e com a rentabilidade apurada em 2016. Para este portfólio os ativos foram classificados como N1 e NM. Foi necessário aplicar o ajuste no peso Balanceado com a execução do Algoritmo 3 para atender a Resolução CMN 3.792. Por isso o peso Ajustado apresenta valores diferentes do peso Balanceado. A rentabilidade total obtida foi de 30,30% para a carteira com o peso Balanceado e de 37,08% para o portfólio com o peso Ajustado para o ano 2016.

Tabela 39 – Simulação NSGA-II - Ativos selecionados em 2015 com a rentabilidade apurada em 2016

ATIVO	QTDE LOTES	CLASS.	PESO		RENTABILIDADE (%)		
			BALANC.	AJUSTADO	ATIVO	(A)	(B)
RADL3	5	NM	0,13514	0,12500	75,88387	10,25	9,49
FIBR3	8	NM	0,21622	0,20000	-36,14337	-7,81	-7,23
SUZB5	2	NM	0,05405	0,05000	-20,97941	-1,13	-1,05
SBSP3	1	NM	0,02703	0,02500	58,62259	1,58	1,47
ENBR3	11	NM	0,29730	0,27500	30,98729	9,21	8,52
BRKM5	7	N1	0,18919	0,20811	40,48400	7,66	8,43
ELET3	1	N1	0,02703	0,04595	320,07366	8,65	14,71
UGPA3	1	NM	0,02703	0,02500	21,80736	0,59	0,55
ITSA4	1	N1	0,02703	0,04595	48,08044	1,30	2,21
TOTAL	—	—	1,00000	1,00000	—	30,30	37,08

Fonte: Elaborada pelo Autor.

(A): Rentabilidade com peso Balanceado.

(B): Rentabilidade com peso Ajustado.