

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
ASSOCIAÇÃO AMPLA ENTRE CEFET-MG E UFSJ

Mariella Maia Quadros

CONTROLADORES PI HÍBRIDOS ADAPTATIVOS ROBUSTOS PARA
REGULAÇÃO

Belo Horizonte
2018

Mariella Maia Quadros

CONTROLADORES PI HÍBRIDOS ADAPTATIVOS ROBUSTOS PARA
REGULAÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEL) do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Valter J. S. Leite

Coorientador: Prof. Dr. Ignacio Rubio Scola

Belo Horizonte
2018

(Catalogação - Biblioteca Universitária – Campus Divinópolis – CEFET-MG)

Q1c Quadros, Mariella Maia.
Controladores PI híbridos adaptativos robustos para regulação. /
Mariella Maia Quadros. – Divinópolis, 2018.
155f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Valter Júnior de Souza Leite.
Coorientador: Prof. Dr. Ignacio Rubio Scola.

Área de Concentração: Modelagem e Controle de Sistemas.

Linha de Pesquisa: Sistema de Controle.

Dissertação (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/Universidade Federal de São João del-Rei. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

1. Controladores híbridos. 2. Controladores PI. 3. Controladores Híbridos Discretos. 4. Adaptação- Reiniciação. 5. Estabilidade – Sistemas Híbridos. 6. Sistemas de Controle. 7. Modelagem. I. Leite, Valter Júnior de Souza. II. Rubio Scola, Ignacio. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Universidade Federal de São João del-Rei. V. Título.

CDU: 621:681.5

Mariella Maia Quadros

CONTROLADORES PI HÍBRIDOS ADAPTATIVOS ROBUSTOS PARA
REGULAÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEL) do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Comissão Avaliadora:

Prof. Dr. Valter Júnior de Souza Leite
CEFET-MG

Prof. Dr. Márcio Júnior Lacerda
UFSJ

Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores
UFRGS

Prof.^a Dra. Sophie Tarbouriech
LAAS / Toulouse - France

Belo Horizonte
2018

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
ASSOCIAÇÃO AMPLA ENTRE CEFET-MG E UFSJ

Dissertação intitulada “*Controladores PI Híbridos Adaptativos Robustos para Regulação*”,
de autoria da aluna Mariella Maia Quadros, aprovada pela banca examinadora constituída
pelos seguintes professores:

Prof. Dr. Valter Júnior de Souza Leite - CEFET-MG / *Campus* Divinópolis - PPGEL
CEFET-MG / UFSJ

Prof. Dr. Márcio Júnior Lacerda - Universidade Federal de São João Del-Rei - PPGEL
CEFET-MG / UFSJ

Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof.^a Dra. Sophie Tarbouriech - LAAS-CNRS / Toulouse - France

DEDICO ESTE TRABALHO AOS
MEUS PAIS AROLDO E SÔNIA E
AO MEU IRMÃO CÉSAR, QUE FO-
RAM MEU PORTO SEGURO PE-
RANTE AS DIFICULDADES DURANTE
ESTE PERCURSO.

Agradecimentos

Agradeço,

Primeiramente a Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, ao longo da minha vida, e não somente nestes anos como estudante, mas que em todos os momentos é o maior mestre que alguém pode conhecer.

À minha família, por sua capacidade de acreditar e investir em mim. Mãe, seu cuidado e sua dedicação foram o que, em alguns momentos, me deu a esperança para seguir. Pai, sua presença significou segurança e certeza de que não estou sozinha nessa caminhada. E César, pelo apoio e paciência.

Ao meu orientador Valter Leite, que me transmitiu seus conhecimentos e experiências profissionais, com dedicação, sabedoria e paciência. E que me guiou para além das teorias e das técnicas. Expresso meu maior agradecimento e respeito, que sempre serão poucos, diante do muito que me foi oferecido.

Ao meu coorientador Ignacio, pela sua amizade e por seus ensinamentos, que não foram poucos.

Agradeço a todos os professores por me proporcionarem o conhecimento não apenas racional, mas a manifestação do caráter e afetividade da educação no processo de formação profissional, por tanto que se dedicaram a mim, não somente por terem me ensinado, mas por terem me feito aprender. A palavra mestre, nunca fará justiça aos professores dedicados aos quais sem nominar terão os meus eternos agradecimentos.

Aos meus amigos e colegas do Laboratório de Sinais e Sistemas e do CEFET-MG que foram pessoas importantes em todo esse processo de apoio e aprendizado.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

Não é o desafio com que nos deparamos que determina quem somos ou o que estamos nos tornando, mas a maneira com que respondemos ao desafio. Problemas para vencer, liberdade para provar. E, enquanto acreditamos no nosso sonho, nada será por acaso.

Henfil

Resumo

Neste trabalho são propostos controladores PI híbridos com adaptação no valor de reiniciação, visando o controle de sistemas lineares incertos, com seguimento de referência e rejeição de perturbações do tipo constante por partes. Geralmente, as características desejadas para a resposta de um sistema controlado são pequenos tempos de subida e acomodação e baixo valor de sobressinal. Porém, ao utilizar controladores lineares, torna-se uma tarefa difícil obter um controlador que atenda a todas essas especificações simultaneamente. Por outro lado, essa limitação pode ser contornada pelos controladores híbridos, em que um melhor desempenho pode ser alcançado. Entretanto, a maioria dos controladores híbridos encontrados na literatura não são robustos a erros de modelagem e não são capazes de rejeitar perturbações. De modo a contornar esses problemas, primeiramente é elaborado um controlador PI adaptativo robusto (PIHA), que tem o valor de reiniciação do integrador adaptado ao longo do tempo. Em seguida, é proposto um controlador PI híbrido adaptativo com procedimento de *plug-in* (PIHP), que por meio de um estado adicional, não altera a estrutura original do PI linear e que apresenta comportamento semelhante ao PIHA. Para todos esses casos, são propostas condições para assegurar a estabilidade robusta da malha fechada híbrida. Além disso, são desenvolvidas estratégias para implementação dos controladores com reiniciação de forma discreta e estudada a utilização do preditor de Smith no caso de sistemas com atraso na entrada. A utilização de controladores PI híbridos requer que a sintonia dos controladores sigam diretrizes diferentes das utilizadas no caso linear. Para tratar essa característica, são propostas diretrizes para sintonia de controladores PI híbridos para diversos modelos de processos industriais. Por último, os controladores e estratégias abordados são implementados em um sistema de tanques e em um sistema térmico, para análise e comparação quantitativa dos resultados. Assim, por meio de simulações e implementações práticas, pode-se dizer que no geral, os controladores híbridos podem apresentar desempenho bastante superior aos seus respectivos controladores lineares clássicos do tipo PI, tanto para seguimento de referência quanto para rejeição de perturbação.

Palavras-chave: Controladores híbridos. Controladores PI. Adaptação de reiniciação. Controladores híbridos discretos. Estabilidade de sistemas híbridos.

Abstract

In this work hybrid PI controllers with adaptation in the reset value are proposed, aiming the control of uncertain linear systems, with reference tracking and perturbation rejection of the piecewise constant type. Generally, the desired characteristics for the response of a controlled system are small rise time and settling time and low overshoot value. However, when using linear controllers, it becomes a difficult task to obtain a controller that meets all of these specifications simultaneously. On the other hand, this limitation can be circumvented by the hybrid controllers, in which a better performance can be achieved. However, most of the hybrid controllers found in the literature are not robust to modeling errors and are not capable of rejecting disturbances. In order to circumvent these problems, a robust adaptive PI controller (PIHA) is first developed, which has the integrator reset value adapted over time. Next, an adaptive hybrid PI controller with plug-in procedure (PIHP) is proposed, which, by means of an additional state, does not change the original structure of linear PI and presents similar behavior to PIHA. For all these cases, conditions are proposed to ensure the robust stability of the hybrid closed loop. In addition, strategies are developed to implement the reset controllers discretely and the use of the Smith predictor was studied in the case of systems with input delay. The use of hybrid PI controllers requires that the tuning of controllers follow different directives from those used in the linear case. To address this characteristic, guidelines are proposed for the tuning of hybrid PI controllers for various industrial process models. Finally, the controllers and strategies addressed are implemented in a tanks system and in a thermal system, for analysis and quantitative comparison of the results. Thus, through simulations and practical implementations, it can be said that, in general, the hybrid controllers can perform much better than their respective classical linear controllers of the PI type, both for reference and for disturbance rejection.

Key-words: Hybrid controllers. PI controllers. Reset Adaptation. Hybrid discrete controllers. Hybrid systems stability.

Sumário

Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Acrônimos e Notação	xv
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	7
1.2 Organização do Documento	7
2 Fundamentação Teórica	9
2.1 Controladores PID	9
2.1.1 Controladores PI	10
2.1.2 Sintonia por Alocação de polos	10
2.2 Preditor de Smith	12
2.2.1 Compensação do Tempo Morto	13
2.2.2 Predição	13
2.2.3 Compensação Dinâmica Ideal	14
2.3 Índices de Desempenho	15
2.3.1 Índices IAE e ISE	16
2.3.2 Índices IVU e IVE	16
2.3.3 Ganho \mathcal{L}_2	16
2.4 Sistemas Híbridos	16
2.4.1 Estrutura	17
2.4.2 Integrador de Clegg	20
2.4.3 Elemento de Primeira Ordem com Reiniciação (FORE)	23
2.5 Comentários Finais	27
3 Controlador PI Híbrido com Adaptação no Valor de Reiniciação	28
3.1 Formulação do Problema	28
3.2 Controlador Híbrido Adaptativo Robusto (PIHA)	35
3.3 Procedimento <i>Plug-in</i>	45
3.4 Comentários Finais	57

4 Aspectos Práticos de Implementação dos Controladores Híbridos	58
4.1 Processos com Atraso no Tempo	58
4.1.1 Preditor de Smith	59
4.2 Sistemas Híbridos Amostrados	61
4.2.1 Estratégia de Compensação	63
4.3 Diretrizes para a Sintonia de Controladores PI Híbridos	67
4.4 Comentários Finais	84
5 Resultados Experimentais	85
5.1 Descrição dos Processos	85
5.1.1 Sistema de Tanques	85
5.1.2 Sistema Térmico	88
5.1.3 Ruídos de medição	90
5.2 Implementação dos Controladores PI, PIH e PIHA	90
5.2.1 Testes no sistema de tanques	90
5.2.2 Testes no Sistema Térmico	96
5.3 Implementação do Controlador PIHP	100
5.4 Implementação do Sinal de Compensação em Sistemas Híbridos Amostrados	103
5.5 Comentários Finais	109
6 Considerações Finais	110
6.1 Trabalhos Desenvolvidos	111
6.2 Perspectivas	113
A Ferramentas Matemáticas	115
A.1 Funções Lipschitz	115
A.2 Funções de Comparação	116
A.3 Lema de Finsler	117
B Estabilidade de Sistemas Híbridos	118
C Soluções Obtidas no Capítulo 3	121
C.1 Exemplo 3.3	121
C.2 Exemplo 3.5	122
C.3 Exemplo 3.6 - PIHA	123
C.4 Exemplo 3.6 - PIHP	124
D Códigos	126
D.1 Simulação do PIHA	126
D.2 Análise de Estabilidade do PIHA	128
D.3 Implementação em PLC	129
Referências	133

Lista de Figuras

1.1	Estrutura FORE	4
1.2	Estrutura PI-CI	5
2.1	Planta controlada por PID	9
2.2	Preditor de Smith	12
2.3	Gráfico do <i>Exemplo 2.1</i>	19
2.4	Circuito Integrador Linear	21
2.5	Circuito Integrador Não Linear	22
2.6	Circuito Integrador de Clegg	22
2.7	Resposta integrador de Clegg	24
2.8	Estado do Integrador de Clegg	24
2.9	Seguimento de referência com FORE	26
2.10	Exemplo FORE	27
3.1	Diagrama dos controladores desenvolvidos	30
3.2	Diagrama FORE e PIH	31
3.3	Comparação FORE e PIH	32
3.4	Seguimento de referência para PI e PIH	33
3.5	Rejeição de perturbação para PI e PIH	34
3.6	Erro de modelagem para PI e PIH	35
3.7	Seguimento de referência para PI e PIHA	42
3.8	Rejeição de perturbação para PI e PIHA	43
3.9	Erro de modelagem para PI e PIHA	44
3.10	Escolha de α	45
3.11	Seguimento de referência para PI e PIP	47
3.12	Rejeição de perturbação para PI e PIP	47
3.13	Erro de modelagem para PI e PIP	48
3.14	Seguimento de referência para PI e PIHP	51
3.15	Rejeição de perturbação para PI e PIHP	52
3.16	Erro de modelagem para PI e PIHP	52
3.17	Seguimento de referência para PI e PIH - Segunda ordem	54
3.18	Seguimento de referência para PIHA e PIHP - Segunda ordem	54
3.19	Rejeição de perturbação para PI e PIH - Segunda ordem	56
3.20	Rejeição de perturbação para PIHA e PIHP - Segunda ordem	56
4.1	Exemplo sistema com atraso	59

4.2	Preditor de Smith	60
4.3	Exemplo sistema com preditor de Smith	61
4.4	Exemplo PIH amostrado	62
4.5	Saída estimada PIH e PIHA	66
4.6	Resposta do PIH e PIHA com w_k	67
4.7	Gráficos para todas as plantas (4.27a)-(4.27h)	71
4.8	Gráficos para (4.27a)	72
4.9	Histograma para (4.27a)	73
4.10	Gráficos para (4.27b)	74
4.11	Histograma para (4.27b)	75
4.12	Gráficos para (4.27c)	75
4.13	Histograma para (4.27c)	76
4.14	Gráficos para (4.27d)	76
4.15	Histograma para (4.27d)	77
4.16	Gráficos para (4.27e)	78
4.17	Histograma para (4.27e)	79
4.18	Gráficos para (4.27f)	79
4.19	Histograma para (4.27f)	80
4.20	Gráficos para (4.27g)	81
4.21	Histograma para (4.27g)	81
4.22	Gráficos para (4.27h)	82
4.23	Histograma para (4.27h)	82
4.24	Saída e sinal de controle das Eqs. (4.27a), (4.27e) e (4.27f)	84
5.1	Sistema de tanques	86
5.2	Representação do tanque	87
5.3	Diagrama dos dois tanques.	88
5.4	Sistema térmico	89
5.5	Diagrama representativo do forno.	89
5.6	Gráficos <i>Teste 1 - 5.3.1</i>	92
5.7	Gráficos <i>Teste 2 - 5.3.1 - $h_1^{eq} = 48cm$</i>	94
5.8	Gráficos <i>Teste 2 - 5.3.1 - $h_1^{eq} = 23cm$</i>	95
5.9	Gráficos <i>Teste 3 - 5.3.1</i>	96
5.10	Gráficos <i>Teste 1 - 5.3.2</i>	97
5.11	Gráficos <i>Teste 2 - 5.3.2</i>	99
5.12	Gráficos <i>Teste 3 - 5.3.2</i>	100
5.13	Gráficos <i>Teste 1 - 5.4</i>	102
5.14	Gráficos <i>Teste 1 - 5.4</i>	103
5.15	Gráficos <i>Teste 1 - 5.4</i>	106
5.16	Gráficos <i>Teste 2 - 5.4</i>	107
5.17	Gráficos <i>Teste 3 - 5.4</i>	108

Lista de Tabelas

3.1	Índices seguimento de referência PI e PIH	34
3.2	Índices perturbação PI e PIH perturbação	34
3.3	Índices perturbação PI e PIHA	43
3.4	Índices seguimento de referência - Exemplo de segunda ordem	55
3.5	Índices rejeição de perturbação - Exemplo de segunda ordem	57
4.1	Resumo das diretrizes	83
5.1	Índices de desempenho para o <i>Teste 1</i>	93
5.2	Índices de desempenho para o <i>Teste 2</i>	94
5.3	Índices de desempenho para o <i>Teste 3</i>	96
5.4	Índices de desempenho para o <i>Teste 1</i>	98
5.5	Índices de desempenho para o <i>Teste 2</i>	99
5.6	Índices de desempenho para o <i>Teste 3</i>	100
5.7	Índices de desempenho para os <i>Testes 1 e 2</i>	103
5.8	Índices de desempenho para o <i>Teste 1</i>	105
5.9	Índices de desempenho para o <i>Teste 2</i>	107
5.10	Índices de desempenho para o <i>Teste 3</i>	108

Lista de Acrônimos e Notação

PID	<i>Proportional-Integral-Derivative</i> (Proporcional-Integral-Derivativo)
PI	<i>Proportional-Integral</i> (Proporcional-Integral Linear)
PIH	Controlador PI Híbrido
PIH _W	Controlador PI Híbrido com sinal de compensação
PIHA	Controlador PI Híbrido Adaptativo
PIHA _W	Controlador PI Híbrido Adaptativo com sinal de compensação
PIP	Controlador PI Híbrido com procedimento <i>plug-in</i>
PIHP	Controlador PI Híbrido Adaptativo com procedimento <i>plug-in</i>
CLP	Controlador Lógico Programável
IAE	<i>Integrated Absolute Error</i> (Integral do Erro Absoluto)
ISE	<i>Integrated Square Error</i> (Integral do Quadrado do erro)
IVU	Desvio padrão do sinal de controle
IVE	Desvio padrão do erro
SISO	<i>Single-Input/Single-Output</i> (Única-Entrada/Única-Saída)
BIBO	<i>Bounded-Input/Bounded-Output</i> (Entrada-Limitada/Saída-Limitada)
FORE	<i>First Order Reset Element</i> (Elemento de Primeira Ordem com Reiniciação)
PI-CI	Controlador PI em paralelo com integrador de Clegg
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i> (Desigualdade Matricial Linear)
★	denota os elementos ou blocos simétricos em relação à diagonal nas LMIs
$P > 0$	indica que a matriz P é simétrica definida positiva
$P \geq 0$	indica que a matriz P é simétrica semi-definida positiva
A^T	transposta da matriz A
\mathbb{R}	conjunto dos números reais
\mathbb{R}^n	conjunto dos vetores reais de dimensão n
$\mathbb{R}^{n \times m}$	conjunto das matrizes reais de dimensão $n \times m$
I_n	matriz identidade de dimensão n
(t, i)	variável independente (tempo híbrido)
$[t_i, t_{i+1}]$	período de fluxo
x	$x(t, i)$ para sistemas híbridos
x^+	$x(t_{i+1}, i + 1)$ para sistemas híbridos

Introdução

Nos processos industriais, os controladores lineares mais utilizados são do tipo PID (Proporcional-Integral-Derivativo), já que estão presentes em mais de 95% dos laços de controle, sendo a maioria do tipo PI (Proporcional-Integral) (Åström & Hägglund, 1995). Com base em uma pesquisa com mais de onze mil controladores nas indústrias de refino, química e papel e celulose, 97% dos controladores reguladores utilizam um algoritmo de controle de realimentação PID (Desborough & Miller, 2002). Isso se deve ao fato desses controladores serem suficientes para muitos problemas de controle, particularmente quando as dinâmicas do processo são simples e as especificações de desempenho pouco exigentes (Åström & Hägglund, 2006). Dessa forma, esse tipo de controlador permite, com um algoritmo de realimentação relativamente simples, eliminar erros de regime permanente (para sinais de referência constantes) e obter um desempenho de malha fechada razoável em vários processos (Normey-Rico, 2007). Os controladores PID podem ser utilizados de diferentes formas, como controladores independentes ou como parte de sistemas de controle hierárquicos (Åström & Murray, 2008). Nesta última, o PID é usado no nível mais baixo e controladores multivariáveis (em níveis superiores) fornecem os valores de referência a serem seguidos. Desse modo, há a possibilidade de implementação conjunta com estratégias de controle mais sofisticadas, como por exemplo, controle preditivo, possibilitando sua aplicação em processos mais complexos (Åström & Hägglund, 1995). Na literatura podem ser encontrados facilmente diversos métodos de sintonia de controladores PID, como por exemplo em (O'Dwyer, 2006), em que são estabelecidas numerosas regras de ajuste para diferentes modelos de processo, organizadas em 116 tabelas para diferentes sintonias.

Assim, ao projetar um controlador PID é necessário definir seus parâmetros de acordo com a dinâmica do processo e as especificações de funcionamento. Geralmente, espera-se que o sistema de malha fechada seja robusto às incertezas do modelo utilizado para representar os processos de interesse, e que rejeite de forma satisfatória perturbações a

que estão sujeitos. Além disso, deseja-se que o sistema tenha os menores valores de tempos de subida e de acomodação possíveis com pequeno ou nenhum sobressinal. Porém, ao deixar o sistema mais rápido, conseqüentemente o valor de sobressinal é aumentado, assim como o gasto de energia e a redução das margens de estabilidade, como pode ser visto em (Middleton, 1991), (Goodwin *et al.*, 2001) e (Seron *et al.*, 2012). Portanto, tendo em vista essas limitações, é necessário definir quais são as prioridades de controle e estabelecer um compromisso entre esses índices ao sintonizar um controlador linear que as atenda de forma equilibrada. Por outro lado, controladores não lineares com reiniciação ou chaveados, os chamados controladores híbridos, são capazes de superar as principais limitações dos controladores lineares, como discutido por Feuer *et al.* (1997), Beker *et al.* (2001) e Zhao *et al.* (2013). Produzindo, por exemplo, uma resposta com baixos tempos de subida e acomodação e, ao mesmo tempo, com pequeno ou nenhum sobressinal. Em (Feuer *et al.*, 1997) são realizadas análises comparativas entre controladores lineares e chaveados, com esquema análogo à reiniciação, no controle de sistemas de malha aberta com integrador ou polo real positivo. A partir de desenvolvimento matemático e simulações, é mostrado que os controladores chaveados são capazes de diminuir o valor de sobressinal obtido pelos lineares. Além disso, em (Beker *et al.*, 2001) são determinadas especificações de desempenho em relação ao sobressinal, tempo de subida e erro de regime permanente para entrada rampa, no controle de uma planta representada por um integrador. Porém, é demonstrado que um controlador linear não é capaz de atender as especificações de forma simultânea. Por outro lado, ao utilizar um controlador híbrido, as limitações são superadas e todos os objetivos de controle satisfeitos. E em (Zhao *et al.*, 2013), de forma semelhante ao anterior, é apresentado que os controladores híbridos possuem melhor desempenho no controle de sistemas com integradores ou polos reais positivos, quando não é desejável a presença de sobressinal na saída. Além disso, são definidos alguns problemas em aberto, em relação ao projeto sistemático de controladores com reiniciação para os sistemas investigados no trabalho. Isso porque o projeto desses controladores deve ser realizado de forma que a condição de reiniciação seja atendida pelo menos uma vez, permitindo a atuação do controlador de forma não linear. Portanto, geralmente é importante que o controlador linear de base apresente sintonia agressiva, de modo que apresente sobressinal, para que sua utilização de forma híbrida melhore significativamente o desempenho do sistema de malha fechada.

Sistemas dinâmicos híbridos ou, simplesmente, sistemas híbridos combinam comportamentos que são típicos de sistemas contínuos no tempo com os que são típicos de sistemas discretos no tempo. Por exemplo, em um circuito elétrico chaveado, tensões e correntes que mudam continuamente de acordo com as leis clássicas da teoria de eletricidade também mudam descontinuamente devido à chaves abrindo ou fechando. Similarmente, velocidade

des em um sistema com vários corpos mudam continuamente de acordo com a segunda lei de Newton mas são submetidos a mudanças instantâneas na velocidade e momento devido, por exemplo, à colisões. Sistemas embarcados e, mais geralmente, sistemas envolvendo componentes digitais e analógicos formam outra classe de exemplos. Finalmente, modernos algoritmos de controle frequentemente levam a ambos os tipos de comportamento, devido à componentes digitais utilizados na implementação ou lógica e tomada de decisão codificada no algoritmo de controle. Todos esses exemplos podem ser classificados como sistemas híbridos (Goebel *et al.* , 2009). Além disso, um sistema que possui exclusivamente dinâmicas que variam de forma contínua no tempo é tipicamente modelado por equações diferenciais, enquanto um que exhibe apenas mudanças instantâneas é modelado por equações de diferenças (Teel, 2014). Portanto, um sistema híbrido é um sistema dinâmico que exhibe características de sistemas dinâmicos contínuos e discretos no tempo, ou sistemas dinâmicos modelados como uma combinação de equações diferenciais e de diferenças (Goebel *et al.* , 2004), (Goebel *et al.* , 2012), (Lunze & Lamnabhi-Lagarrigue, 2009).

Dessa forma, um controlador híbrido possui dinâmicas contínua e discreta no tempo e podem ser classificados em controladores chaveados e com reiniciação. Os sistemas chaveados consistem em vários subsistemas e uma lei de chaveamento que especifica os subsistemas ativos em cada instante de tempo. Embora os modelos de sistemas chaveados sejam relativamente simples e diretos, essa classe de sistema exhibe vários comportamentos típicos de sistemas dinâmicos híbridos (Zhu & Antsaklis, 2015). Conceitos, resultados de estabilidade e aplicações de sistemas chaveados podem ser encontrados em (Antsaklis *et al.* , 1998), (Mosterman *et al.* , 2002), (Lin & Antsaklis, 2009), (Goebel *et al.* , 2009) e (Tabuada, 2009). Já os controladores com reiniciação, apresentam comportamento linear durante a maior parte do tempo, e tem seu estado reiniciado quando uma certa condição de salto é atendida. A condição de reiniciação é tipicamente o cruzamento da entrada do controlador por zero, mas outras escolhas também são possíveis (Baños & Barreiro, 2011). Neste trabalho são abordados, especificamente, a classe de controladores híbridos com reiniciação.

O primeiro controlador com reiniciação foi desenvolvido por Clegg (1958), em que é proposto um integrador que age de forma linear quando sua saída e entrada possuem o mesmo sinal, e reinicia sua saída para zero, caso contrário. Esse é o denominado integrador de Clegg, que é capaz de superar as limitações de um integrador linear, diminuindo seu atraso de fase em 51,9°. Além disso, é o ponto de partida para o desenvolvimento e aplicação de controladores híbridos.

Os primeiros projetos sistemáticos para os controladores com reiniciação foram realizados na década de 70 nos trabalhos de Krishnan & Horowitz (1974) e Horowitz & Rosenbaum

(1975). No primeiro, é explorado o projeto para o integrador de Clegg e no segundo é proposto um novo tipo de compensador com reiniciação, o chamado Elemento de Reiniciação de Primeira Ordem (FORE, do inglês *First Order Reset Element*). Em ambos os trabalhos a condição de reiniciação é semelhante ao desenvolvido por Clegg (1958). Em (Zaccarian *et al.*, 2005), (Zaccarian *et al.*, 2007) e (Nešić *et al.*, 2011) esses controladores são revisitados e possuem formulação que pode ser interpretada como de um controlador PI com reiniciação de estado, assim como em (Loquen *et al.*, 2008), (Baños & Vidal, 2007), (Vidal & Baños, 2009), (Loquen *et al.*, 2010) e (Paesa *et al.*, 2011).

A estrutura de um sistema controlado por um FORE é apresentado na Figura 1.1, em que o bloco *FORE* é um controlador de primeira ordem com reiniciação de estado, \mathcal{P} a planta controlada e \hat{F} um ganho *feedforward* utilizado no seguimento de referência. Dessa forma, o FORE possui dinâmica linear durante a maior parte do tempo e é reiniciado quando sua entrada (v) e saída (x_r) satisfazem certas condições, como por exemplo, quando a saída do sistema (y) cruza o valor de referência (r). A partir disso, em (Zaccarian *et al.*, 2005) são propostas formulações mais gerais do integrador de Clegg e do FORE que são mais apropriadas para descrição dos sistemas com reiniciação. Além disso, são apresentadas condições suficientes de estabilidade \mathcal{L}_2 para sistemas lineares SISO de fase mínima com grau relativo unitário, com a utilização de FORE. Em (Zaccarian *et al.*, 2007) é desenvolvida uma solução para seguimento de referências constantes para plantas com parâmetros precisamente conhecidos, por meio de ação *feedforward*. Além disso, em (Nešić *et al.*, 2011) são desenvolvidas condições necessárias e suficientes para estabilidade de ganho exponencial \mathcal{L}_2 finito para um sistema SISO de fase mínima com grau relativo unitário controlado por um novo FORE. É importante ressaltar que os controladores propostos nesses trabalhos não são robustos a erros de modelagem e não possuem capacidade de rejeitar perturbações de forma satisfatória. Nesses casos, a variável controlada apresenta ondulações nas proximidades da referência, pois a reiniciação do estado do controlador é realizada para um valor fixo incorreto. Porém, para sistemas precisamente conhecidos, é possível obter uma resposta de malha fechada rápida sem a presença de sobressinal.

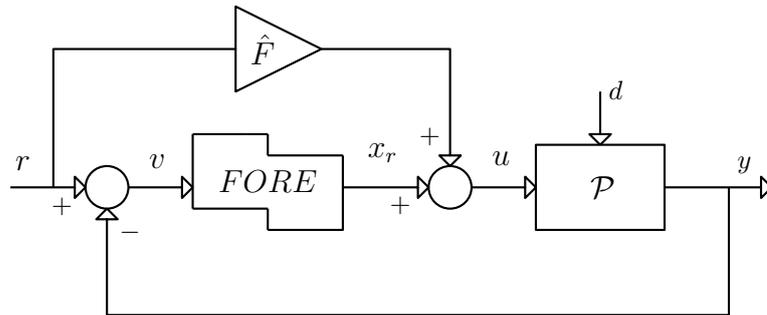


Figura 1.1: Estrutura de um sistema com FORE. Adaptada de (Nešić *et al.*, 2011)

No trabalho de Baños & Vidal (2007) é desenvolvido um novo tipo de controlador híbrido, denominado PI-CI, mostrado na Figura 1.2, que é basicamente um controlador PI com um integrador de Clegg em paralelo, de modo que a reiniciação seja realizada de forma percentual no termo integral do controlador, reduzindo de forma significativa o sobressinal e o tempo de acomodação do sistema de malha fechada. Os resultados são desenvolvidos para plantas de primeira ordem com e sem atraso. Assim, na Figura 1.2, k_p é ganho proporcional e τ_i o tempo integral do controlador PI e CI representa o integrador de Clegg. Além disso, a porcentagem de reiniciação p_{reset} representa a parte do termo integral sobre a ação de reiniciação aplicada, e é utilizada para definir a reiniciação parcial do termo integral. Em (Vidal & Baños, 2009) são elaboradas condições restritas de estabilidade utilizando técnicas de Lyapunov dadas em forma de LMIs, para demonstrar a estabilidade exponencial de um sistema de controle com reiniciação baseado em PI-CI. Em (Baños & Vidal, 2007) são desenvolvidas novas regras de sintonia desse tipo de controlador para plantas de segunda ordem com e sem atraso. Já em (HosseinNia *et al.*, 2013), (HosseinNia *et al.*, 2013), (HosseinNia *et al.*, 2014), (HosseinNia *et al.*, 2015) e (Zarghami & HosseinNia, 2017) são utilizadas leis de reiniciação baseadas em controladores PI de dinâmica de ordem fracionária.

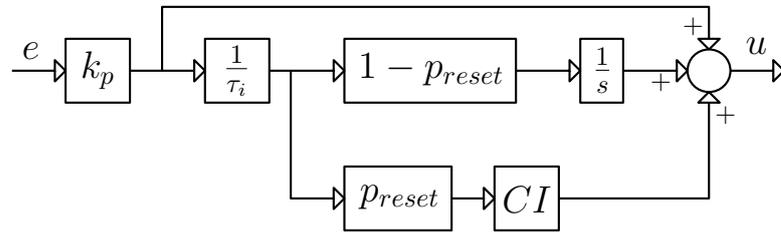


Figura 1.2: Estrutura de um sistema com PI-CI. Adaptada de (Vidal & Baños, 2009)

Na literatura podem ser encontrados diversos sistemas com uma ampla variedade de dinâmicas que utilizam abordagens de controle híbrido, como por exemplo, modelagem e controle de robôs (Ames & Poulakakis, 2017), pequenos satélites (Lee *et al.*, 2018), conversores DC-DC (Albea *et al.*, 2015) e acionamento de máquinas de indução (Zhai *et al.*, 2017); controle adaptativo para a indústria automotiva (Girard *et al.*, 2005); operações autônomas de atracação de espaçonaves (Malladi *et al.*, 2016); nas usinas de energia híbridas da indústria naval (Miyazaki *et al.*, 2016); em sistemas automobilísticos (Panni *et al.*, 2012), (Panni *et al.*, 2014), (Cordioli *et al.*, 2015); posicionamento de cabeçote (Zhu *et al.*, 2017) e de embarcações marítimas (Brodtkorb *et al.*, 2018). Além disso, em (Montiel *et al.*, 2018) é realizado o projeto e implementação de nível de um controlador híbrido ótimo para o controle de um sistema de tanques acoplados. Controladores do tipo PI-CI são utilizados em (Vidal *et al.*, 2008) para o controle de temperatura em um coletor solar, com utilização de reiniciação variável, e em (Nair *et al.*, 2018) para

realizar a regulação de tensão de rede em sistemas de armazenamento de energia. Em ambas as aplicações, os controladores PI-CI apresentam melhor desempenho que seus respectivos PI lineares no seguimento de referência. Já em (Baños & Barreiro, 2011), (Barreiro & Baños, 2012), (Davó & Baños, 2016), (Baños & Davó, 2014) e (Davó *et al.*, 2018), são utilizados controladores PI-CI para sistemas com atraso na saída. Para isso, é proposta uma lei de reiniciação que depende da derivada do erro, permitindo que o efeito prejudicial do atraso seja reduzido e obtendo um desempenho superior em comparação aos compensadores PI.

É importante ressaltar que nenhum dos trabalhos mencionados anteriormente consideraram perturbações no sistema e incertezas no modelo utilizado para a síntese dos controladores. No entanto, perturbações e incertezas são inevitáveis em aplicações reais. Dessa forma, os controladores desenvolvidos podem apresentar perda de desempenho e deixar de atender as especificações de projeto ao serem implementados na prática. Tendo como objetivo superar essas limitações, em (Panni *et al.*, 2012), (Panni *et al.*, 2014), (Cordioli *et al.*, 2015) e (HosseinNia *et al.*, 2015) são propostos controladores híbridos com leis de adaptação que são robustos a erros de modelagem e que são capazes de rejeitar perturbações. Porém, é importante ressaltar que essas estratégias de controle adaptativo fazem com que a convergência em tempo finito obtida pelo controladores híbridos convencionais seja perdida.

Nos trabalhos de Panni *et al.* (2012) e Panni *et al.* (2014), é adicionada uma lei de adaptação ao FORE proposto em (Nešić *et al.*, 2011), de modo a rejeitar perturbações inseridas na entrada da planta e se tornar robusto a erros de modelagem. Para isso, a ação *feedforward* é adaptada nos instantes de reiniciação do controlador, garantindo a convergência da saída controlada para o valor de referência constante. Em (Cordioli *et al.*, 2015) é realizado o mesmo desenvolvimento, só que para seguimento de referências variantes no tempo. Porém, os resultados estabelecidos por esses trabalhos são válidos apenas para sistemas SISO de primeira ordem sem atraso. Já em (HosseinNia *et al.*, 2015) é elaborado um controlador PI de ordem fracionária com reiniciação com uma técnica de aprendizado iterativo, que após certo número de iterações se torna robusto a erros de modelagem e capaz de rejeitar perturbações.

A contribuição central desta dissertação é a proposição de um controlador PI com reiniciação baseado no FORE apresentado em (Nešić *et al.*, 2011), para seguimento de referência constante por partes e rejeição de perturbações constante por partes, robusto a erros de modelagem. Para isso, é desenvolvida uma lei de adaptação capaz de ajustar os valores de reiniciação ao longo do tempo. Além disso, são estabelecidas condições de estabilidade necessárias e suficientes para o controlador adaptativo desenvolvido, de acordo com (Nešić *et al.*, 2008). Os resultados obtidos podem ser aplicados em sistemas

SISO de fase mínima com grau relativo unitário. A partir disso, também é elaborado um controlador adaptativo *plug-in*, ideal para processos que já possuem um PI sintonizado. Isso porque nesse caso, o estado do integrador linear existente não é alterado, sendo a reiniciação realizada em um estado auxiliar que é adicionado ao sinal de controle. Portanto a ação híbrida da reiniciação do integrador é implementada por meio de um sinal constante por partes que é adicionado ao sinal de controle. Em relação aos aspectos práticos de implementação dos controladores híbridos, são propostas estratégias que tornam possíveis sua utilização de forma digital e em sistemas com atraso na saída. E ainda, são elaboradas regras de sintonia de controladores PI para uso de forma híbrida, para diferentes tipos de processos industriais autorreguláveis, já que na literatura não são encontrados métodos específicos para projeto de controladores com reiniciação. Finalmente, os controladores desenvolvidos são implementados em um sistema de tanques e em um sistema térmico, para análise e comparação dos resultados teóricos obtidos.

1.1 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é de desenvolver um controlador PI híbrido para seguimento de referência constante por partes e rejeição de perturbações constante por partes, robusto a erros de modelagem; e estabelecer testes de estabilidade para garantir que esse controlador seja estável. Além disso, tem-se como objetivo secundário, desenvolver estratégias de controle para que seja possível a implementação dos controladores híbridos em sistemas industriais.

1.2 Organização do Documento

Para melhor apresentação dos resultados obtidos, este trabalho está dividido em seis capítulos.

No Capítulo 2 são abordados os principais conceitos teóricos necessários para desenvolvimento e compreensão deste trabalho, dentre eles controladores PI e seu principal método de sintonia utilizado; preditor de Smith e suas propriedades; e uma introdução à formulação de sistemas híbridos, integrador de Clegg e FORE.

O Capítulo 3 apresenta os principais resultados obtidos no trabalho, como o desenvolvimento do controlador PI híbrido adaptativo (PIHA) e sua demonstração de estabilidade. Além disso, é proposto um controlador híbrido com procedimento de *plug-in* (PIHP), que não altera o estado do controlador PI, ideal para processos que já tenham um controlador sintonizado e implementado.

No Capítulo 4 são abordados aspectos práticos de implementação dos controladores híbridos, tais como a utilização do preditor de Smith em processos com atraso e o de-

envolvimento de um sinal de compensação para implementação discreta dos PIs com reiniciação. Além disso, são elaboradas diretrizes de sintonia de controladores PI para uso de forma híbrida.

Já no Capítulo 5, são implementados os controladores e estratégias desenvolvidos nos capítulos 3 e 4 para o controle de nível em um sistema de tanques e no controle de temperatura em um sistema de aquecimento de ar. Os resultados obtidos são utilizados para comparar o desempenho das técnicas de controle investigadas.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta algumas considerações finais sobre o trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Fundamentação Teórica

Neste capítulo são apresentados alguns fundamentos teóricos e ferramentas matemáticas utilizados para desenvolvimento dos principais resultados do trabalho. São introduzidos os controladores PID e PI, assim como a sintonia pelo método de alocação de polos; e o preditor de Smith e suas propriedades. Além disso, são apresentados os índices de desempenho utilizados para análise dos controladores simulados e implementados. Por último, é apresentada a estrutura de sistemas híbridos utilizada e a formulação do integrador de Clegg e do controlador FORE.

2.1 Controladores PID

A relação entrada/saída de um controlador PID é geralmente definida por:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} = k_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.1)$$

em que u é o sinal de controle e e o sinal de erro ($e = r - y$). Sendo r a referência, y a saída do sistema e q um sinal de perturbação (Åström & Murray, 2008). A Figura 2.1 apresenta uma planta $P(s)$ controlada por um PID.

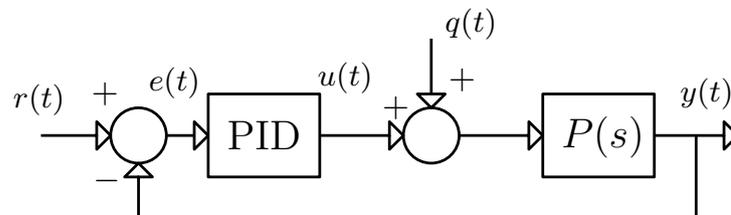


Figura 2.1: Planta $P(s)$ controlada por um PID. Adaptada de (Normey-Rico, 2007)

O sinal de controle é então a soma de três termos: o termo proporcional ao erro, o proporcional à integral do erro e o proporcional à derivada do erro (Åström & Hägglund, 1995). Os parâmetros do controlador são o ganho proporcional k_p , o ganho integral k_i e

o ganho derivativo k_d . As constantes de tempo T_i e T_d , chamadas de tempo integral e derivativo, são também muitas vezes utilizadas no lugar dos ganhos integral e derivativo (Åström & Murray, 2008).

A ação integral fornece erro nulo em regime permanente para referências e perturbações do tipo degrau. A ação derivativa ocasiona em uma melhor resposta transitória e a ação proporcional tem a função de aumentar a velocidade da resposta. Sendo o controlador PID uma combinação das vantagens proporcionadas por esses três termos (Åström & Hägglund, 1995).

2.1.1 Controladores PI

Segundo Åström & Hägglund (1995), a maioria dos controladores PID utilizados na indústria não apresentam o termo derivativo, sendo controladores do tipo PI (Proporcional-Integral). Isso porque com esse controlador é possível alcançar um desempenho satisfatório em processos mais simples, com a sintonia de somente dois parâmetros. A equação que define o PI é (Åström & Hägglund, 2006):

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau = k_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \quad (2.2)$$

em que k_p é o ganho proporcional, k_i o ganho integral e T_i o tempo integral.

2.1.2 Sintonia por Alocação de polos

Neste trabalho, o método de sintonia dos controladores PI utilizados é o de alocação de polos. Essa escolha pode ser justificada pelo fato de que por meio desse método, é possível obter um controlador que atenda às especificações de malha fechada em função do sobressinal e do tempo de acomodação desejados. Além disso, é um método que pode ser aplicado em sistemas de primeira ordem sem tempo de atraso.

Muitas propriedades de um sistema em malha fechada são caracterizadas por seus polos. A ideia da alocação de polos é projetar um controlador que origine um sistema em malha fechada com os polos de malha fechada desejados. Portanto, a partir de um modelo completo do processo, é possível encontrar um controlador que atenda às especificações de desempenho. Para utilizar o método para o controle PI é necessário restringir a complexidade do modelo por métodos de aproximação e os polos selecionados devem ser definidos com cuidado a fim de garantir que o modelo aproximado seja válido para as frequências que correspondem aos polos escolhidos.

Assim, para um sistema de primeira ordem da forma,

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT} \quad (2.3)$$

que possui como parâmetro apenas a constante de tempo (T) e o ganho (K), é possível sintonizar um controlador PI representado por,

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) \quad (2.4)$$

originando um sistema em malha fechada de segunda ordem dado por,

$$G_{cl}(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad (2.5)$$

Dessa forma, os dois polos de malha fechada podem ser escolhidos de modo que seja obtida a resposta desejada para o sistema controlado, sendo assim determinados os valores de k_p e T_i .

Os polos em malha fechada são dados pelas raízes da equação característica,

$$1 + C(s)G(s) = s^2 + s \frac{1 + Kk_p}{T} + \frac{Kk_p}{TT_i} = 0 \quad (2.6)$$

Uma vez que a equação característica desejada de um sistema de segunda ordem é dada em relação à sua frequência natural (ω_0) e fator de amortecimento (ζ), por,

$$s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2 = 0 \quad (2.7)$$

é possível então igualar os coeficientes das equações (2.6) e (2.7) para determinar os valores de k_p e T_i , então

$$\omega_0^2 = \frac{Kk_p}{TT_i}, \quad 2\zeta\omega_0 = \frac{1 + Kk_p}{T} \quad (2.8)$$

Resolvendo as equações, os parâmetros k_p e T_i são dados por,

$$k_p = \frac{2\zeta\omega_0T - 1}{K}, \quad (2.9)$$

$$T_i = \frac{2\zeta\omega_0T - 1}{\omega_0^2T}$$

Assim, os parâmetros do controlador PI são determinados por meio do modelo da planta e dos polos de malha fechada desejados (Åström & Hägglund, 2006). Estes são dados por

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.10)$$

em que ω_0 e ζ são determinados pelo percentual de sobressinal ($\%OS$) e tempo de acomodação (t_s) desejados, calculados, respectivamente por (Nise, 2007):

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}} \quad (2.11)$$

e

$$\omega_0 = \frac{4}{\zeta t_s} \quad (2.12)$$

2.2 Preditor de Smith

Diversos sistemas de controle podem exibir tempos de atraso significativos. Como os que envolvem transporte de fluidos por longas distâncias ou que possuem dispositivos de medição que requerem extensos períodos de tempo para completar a amostragem e análise da saída medida. Estão presentes também em sistemas nos quais o elemento final de controle precise de algum tempo para desenvolver o sinal de atuação.

Por esse motivo, podem ocorrer comportamentos que não são satisfatórios, sendo uma fonte de instabilidade para respostas em malha fechada. Isso pode ser devido à perturbações que entram no processo que são detectadas com um certo atraso e a ação de controle levar algum tempo para influenciar o processo. Além disso, o sinal de controle pode ser aplicado com relação à última medição, e se tornar inadequado por causa de uma tentativa em eliminar um erro que foi originado há um tempo atrás (Stephanopoulos, 1984).

Dessa forma, é aconselhável realizar a compensação do tempo de atraso de modo a melhorar o desempenho do controlador e aumentar a estabilidade do sistema. Uma das maneiras de efetuar essa compensação é com a utilização do preditor de Smith. Essa estratégia possui uma estrutura preditiva no processo, de forma a prever comportamentos futuros e levar isso em consideração quando realizar ações de controle.

A estrutura do preditor de Smith, mostrada na Figura 2.2, pode ser dividida em duas partes: o controlador primário $C(s)$ e a estrutura do preditor. O controlador $C(s)$ é tipicamente um PID, mas também pode ser um controlador de ordem superior. O preditor é composto de um modelo da planta sem atraso ($G_n(s)$), também conhecido como modelo rápido, e um modelo do tempo de atraso $e^{-L_n s}$. Portanto, o modelo completo do processo é dado por

$$P_n(s) = G_n(s)e^{-L_n s} \quad (2.13)$$

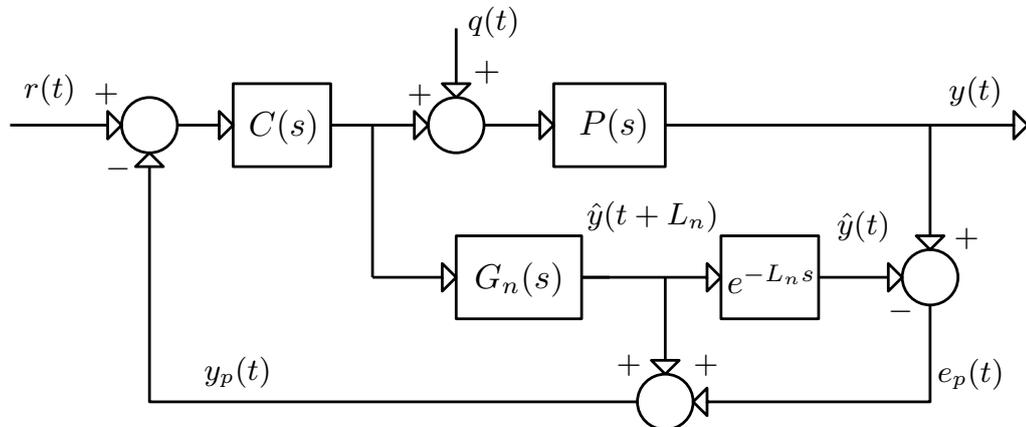


Figura 2.2: Estrutura do preditor de Smith. Adaptada de (Normey-Rico, 2007)

O modelo rápido $G_n(s)$ é utilizado para calcular uma predição em malha aberta. Para

considerar os erros de modelagem, a diferença entre a saída do processo e do modelo incluindo o atraso é adicionada à predição de malha aberta. Assim, se não há erros de modelagem ou perturbações, o erro entre a saída do processo atual e a saída do modelo será nulo e o sinal de saída do preditor $y_p(t)$ será a saída da planta sem atraso. Logo, a partir dessas condições, $C(s)$ pode ser sintonizado, para o caso nominal, como se a planta não tivesse atraso, e a função de transferência de malha fechada é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}e^{-Ls} \quad (2.14)$$

Portanto, além de compensar os efeitos negativos causados pelo tempo morto, a utilização do preditor pode facilitar o projeto do controlador. Uma vez que a presença de atraso no modelo do sistema pode dificultar a sintonia e piorar o seu desempenho. Como será apresentado na seção 4.1, o controlador híbrido desenvolvido não é diretamente aplicável a sistemas com atraso, já que a reiniciação do estado do controlador ocorre de forma atrasada. Assim, o preditor de Smith apresenta-se como uma boa solução a esse problema.

Além disso, como discutido em (Normey-Rico, 2007), o preditor de Smith filtrado é indicado para atenuar os efeitos negativos de incertezas no atraso na resposta do sistema. Porém, ele apresenta a desvantagem de deixar a rejeição de perturbação mais lenta. Como nos sistemas abordados no trabalho as incertezas no atraso não são importantes, e são desejadas respostas rápidas do controlador (para sua implementação híbrida), o preditor convencional será utilizado, ao invés do filtrado.

Considerando o caso nominal, ou seja,

$$P(s) = P_n(s), \quad G(s) = G_n(s), \quad L = L_n, \quad (2.15)$$

pode-se apresentar as seguintes propriedades do preditor de Smith.

2.2.1 Compensação do Tempo Morto

O tempo de atraso é eliminado da equação característica de malha fechada. Assim, se $q(t) = 0$ e $G(s)e^{-Ls} = G_n(s)e^{-L_n s}$, o sinal de erro $e_p(t)$ é zero. Sob essa condição $y_p(t) = \hat{y}(t + L_n)$ e a equação característica é

$$1 + C(s)G_n(s) = 0 \quad (2.16)$$

em que não há a presença do atraso.

2.2.2 Predição

O sinal de realimentação $y_p(t)$ produzido pelo preditor antecipa a saída do sistema para mudanças na referência, mas isso não acontece para perturbações. Primeiramente,

considerando $q(t) = 0$ e uma referência r , tem-se

$$Y_p(s) = G_n(s)U(s) = e^{L_n s} P_n(s)U(s) = e^{L_n s} Y(s) \quad (2.17)$$

$$y_p(t) = \hat{y}(t + L_n) \quad (2.18)$$

Porém, quando $r(t)$ e $q(t)$ não são nulos, nota-se que

$$Y_p(s) = P(s)U(s) + P(s)Q(s) + G_n(s)U(s) - P_n(s)U(s) = G_n(s)U(s) + P_n(s)Q(s) \quad (2.19)$$

Adicionando e subtraindo $G_n(s)Q(s)$, resulta-se em

$$\begin{aligned} Y_p(s) &= G_n(s) [U(s) + Q(s)] - G_n(s)Q(s) + P_n(s)Q(s) \\ Y_p(s) &= e^{L_n s} Y(s) - P_n(s)e^{L_n s} Q(s) + P_n(s)Q(s) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$Y_p(s) = e^{L_n s} Y(s) + P_n(s) [Q(s) - e^{L_n s} Q(s)]$$

que é equivalente a

$$y_p(t) = \hat{y}(t + L_n) + P_n(s) [q(t) - q(t + L_n)] \quad (2.21)$$

Então, para mudanças lentas na perturbação $q(t) \simeq q(t + L_n)$, $y_p(t)$ é uma boa predição de $\hat{y}(t + L_n)$, mas se $q(t)$ muda rapidamente, a perturbação pode não ser eliminada do sinal de realimentação $y_p(t)$.

2.2.3 Compensação Dinâmica Ideal

A estrutura do preditor de Smith implicitamente fatoriza a planta em duas partes: $G_n(s)$, que em alguns casos pode ser invertível, e $e^{-L_n s}$, que é não invertível devido ao tempo de atraso. Utilizando essa ideia e considerando que um controlador ideal (com ganho infinito) pode ser aplicado, segue-se que

$$C'(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)} = (G_n(s))^{-1} \quad (2.22)$$

Considerando $P(s) = P_n(s)$, a seguinte saída ideal é obtida

$$y(t) = r(t - L_n) + P_n(s) [q(t) - q(t - L_n)] = r(t - L_n) + [P_n(s) - e^{-L_n s} P_n(s)] q(t) \quad (2.23)$$

Note que a função de transferência ideal entre a referência e a saída é um simples atraso. Além disso, mesmo no caso ideal, se uma perturbação é aplicada em $t = 0$, é necessário esperar até $t = 2L$ para notar o efeito do controlador na saída. O efeito direto da perturbação na saída é $P_n(s)q(t) = G_n(s)e^{-L_n s}q(t)$, que possui um atraso L_n . A parte restante, $-e^{-L_n s} P_n(s) = -e^{-L_n s} e^{-L_n s} G_n(s)$, é o efeito do controlador com um atraso de

$2L_n$. E ainda, de $t = 0$ a $t = L_n$ a resposta obtida apresenta um comportamento do tipo malha aberta.

Essas três características do preditor de Smith permitem obter um melhor desempenho que um controlador PID quando um processo com tempo morto é controlado. A diferença de desempenho é mais evidente quando a atraso é dominante. E em geral, a melhora no rastreamento de referência é mais notável que na rejeição de perturbação (Normey-Rico, 2007).

2.3 Índices de Desempenho

A teoria de controle moderna supõe que o engenheiro de sistemas possa especificar quantitativamente o desempenho requerido do sistema. Dessa forma, um certo índice de desempenho pode ser calculado e utilizado para medir esse desempenho. Como exemplo, a medida quantitativa do desempenho de um sistema pode ser necessária para a operação de sistemas de controle adaptativos modernos, para a otimização paramétrica e para o projeto ótimo de sistemas. Assim, os índices são escolhidos para avaliação do sistema de modo que seja dada ênfase às especificações de controle mais relevantes.

Geralmente, um índice de desempenho, para ser útil, deve ser sempre um número positivo ou nulo. Então, o melhor sistema é definido como o aquele que minimiza esse índice (Dorf & Bishop, 2009). Assim, para comparar diferentes controladores é necessário calcular índices que demonstrem quantitativamente qual apresenta o melhor desempenho.

Na literatura, como em (Dorf & Bishop, 2009) e (Åström & Hägglund, 1995), são encontrados índices relacionados à integral do erro para cálculo do desempenho dos sistemas: integral do erro absoluto (IAE), integral do quadrado do erro (ISE), integral do tempo multiplicado pelo valor absoluto do erro (ITAE) e integral do tempo multiplicado pelo quadrado do erro (ITSE). Além disso, nos artigos estudados na área de controle híbrido, também são utilizados alguns índices para análise e comparação quantitativa de desempenho de controladores, como por exemplo em (Vidal & Baños, 2010), em que são usados o IAE e o ITAE.

Dessa forma, neste trabalho, são utilizados os índices IAE e ISE, relacionados à integral do erro e que são frequentemente utilizados na literatura, e o desvio padrão do sinal de controle (IVU) e desvio padrão do erro (IVE), que levam em consideração a variabilidade das variáveis analisadas e permitem uma avaliação do desempenho por meio do sinal de controle e do erro entre a referência e a saída.

A seguir são apresentados os índices que serão utilizados neste trabalho, a fim de determinar o desempenho dos controladores simulados e implementados.

2.3.1 Índices IAE e ISE

O índice IAE, que é a integral do valor absoluto do erro e o índice ISE, que é a integral do quadrado do erro são dados por,

$$\mathbf{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt, \quad (2.24)$$

e

$$\mathbf{ISE} = \int_0^T e^2(t) dt, \quad (2.25)$$

em que $e(t) = r(t) - y(t)$ e T é o período de tempo avaliado (Dorf & Bishop, 2009).

2.3.2 Índices IVU e IVE

A variabilidade da variável manipulada $u(t)$ e do erro $e(t)$ é estimada pelo desvio padrão

$$\mathbf{IVU} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |u(t) - \bar{u}|^2 dt}, \quad (2.26)$$

e

$$\mathbf{IVE} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |e(t) - \bar{e}|^2 dt}, \quad (2.27)$$

em que T é o período de tempo em que se deseja estimar a variabilidade, \bar{u} e \bar{e} são, respectivamente, o valor médio do sinal de controle e do erro. (Braga, 2015).

2.3.3 Ganho \mathcal{L}_2

O ganho \mathcal{L}_2 pode ser utilizado como um índice de desempenho para medir, por exemplo, a variação da saída do sistema em relação a uma determinada perturbação de entrada.

Assim, $\mathcal{L}_2(-\infty, \infty)$ é o espaço de sinais de tempo com valor vetorial quadrado integrável com norma

$$\|x\|_{\mathcal{L}_2(-\infty, \infty)} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} \quad (2.28)$$

Além disso, $\mathcal{L}_2[0, \infty)$ é um subespaço de $\mathcal{L}_2(-\infty, \infty)$, em que os sinais de tempo são definidos como zero para tempo negativo (Bhattacharyya *et al.*, 2009).

2.4 Sistemas Híbridos

Um sistema dinâmico é usualmente classificado como sistema dinâmico contínuo no tempo ou como sistema dinâmico discreto no tempo. Porém, inúmeros sistemas escapam a essa classificação, ou seja, apresentam características típicas das duas classes. São os chamados sistemas dinâmicos híbridos. Alguns exemplos de sistemas híbridos são circuitos

que combinam componentes analógicos e discretos e dispositivos mecânicos controlados por computadores digitais.

Além disso, muitos sistemas dinâmicos estão além do poder descritivo das ferramentas de modelagem comuns para sistemas contínuos no tempo, tais como equações diferenciais, e ferramentas de modelagem para sistemas discretos no tempo, tais como equações diferenças. Por exemplo, equações diferenciais padrão não podem descrever mudanças de uma variável lógica que pode assumir somente os valores 0 e 1. Consequentemente, também não podem modelar um sistema contínuo no tempo controlado por um algoritmo envolvendo lógica. Tal sistema em malha fechada pode ser modelado, portanto, por meio de uma combinação de equações diferenciais com equações diferenças.

Então, um sistema híbrido é um sistema dinâmico que apresenta características de sistemas dinâmicos contínuos e discretos no tempo, ou um sistema dinâmico que é modelado com a combinação de ferramentas comuns de modelagem para sistemas dinâmicos contínuos e discretos no tempo (Goebel *et al.*, 2012).

2.4.1 Estrutura

O modelo de um sistema híbrido pode ser representado da seguinte forma:

$$\mathcal{H} = \begin{cases} x \in C & \dot{x} = f(x) \\ x \in D & x^+ = g(x) \end{cases} \quad (2.29)$$

Essa representação sugere que o estado do sistema híbrido, representado por x , pode mudar de acordo com a equação diferencial $\dot{x} = f(x)$ enquanto no conjunto C , e pode mudar de acordo com a equação diferença $x^+ = g(x)$ enquanto no conjunto D . Sendo que \dot{x} representa a velocidade do estado x e x^+ o valor do estado após uma mudança instantânea.

Além disso, o comportamento de um sistema dinâmico que pode ser descrito por uma equação diferencial é referido como fluxo (do inglês *flow*). E o comportamento de um sistema dinâmico que pode ser descrito por uma equação diferença é chamado como saltos (do inglês *jumps*). Que leva aos seguintes nomes (Goebel *et al.*, 2012):

- C é o conjunto de fluxo (*flow set*)
- f (ou F) é o mapa de fluxo (*flow map*)
- D é o conjunto de saltos (*jump set*)
- g (ou G) é o mapa de saltos (*jump map*)

As notações utilizadas são as mesmas de Goebel *et al.* (2012), em que a variável independente do sistema (tempo híbrido) é definido como subconjunto de $[0, \infty] \times \mathbb{N}_0$,

dado pela união finita ou infinita $[t_i, t_{i+1}] \times \{i\}$. Neste caso, os instantes i correspondem aos momentos de saltos enquanto os intervalos $[t_i, t_{i+1}]$ correspondem aos períodos de fluxo da dinâmica do sistema. $x(t, i)$ é o vetor de estados que depende do tempo híbrido (t, i) . Para simplificar a notação, a dependência temporal é sempre que possível omitida e assim, $x \equiv x(t, i)$. Dessa forma, uma função $f(x(t, i))$ é denotada de forma simplificada como $f(x)$. Além disso, $x^+ \equiv x(t_{i+1}, i + 1)$.

A seguir é apresentado um exemplo de modelagem e simulação de um sistema que pode ser descrito como híbrido.

Exemplo 2.1. Considere uma massa pontual (bola) saltando verticalmente sobre uma superfície horizontal. Entre os impactos, a dinâmica da massa flui de forma contínua, em que apresenta aceleração devido à gravidade. Nos impactos, quando a bola atinge a superfície, a mudança de velocidade é aproximada como sendo invertida instantaneamente e possivelmente diminuída em magnitude devido à dissipação de energia.

O estado da massa pontual pode ser descrito por:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad (2.30)$$

em que x_1 representa a altura da bola acima da superfície e x_2 a sua velocidade vertical. O fluxo é possível quando a massa pontual está acima da superfície, ou quando ela está na superfície e sua velocidade aponta pra cima, ou seja, no instante após o impacto. Portanto, o conjunto de fluxo é

$$C = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 > 0 \text{ ou } x_1 = 0, x_2 \geq 0\}. \quad (2.31)$$

E o mapa de fluxo, definido por equações diferenciais, determina as dinâmicas dos estados no tempo contínuo. Isto é, $\dot{x}_1 = x_2$ e $\dot{x}_2 = -\gamma$, em que $\gamma = 9,81m/s^2$ é a aceleração devido à gravidade. Então, o mapa de fluxo pode ser representado por

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\gamma \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Por outro lado, os impactos ocorrem quando a bola está na superfície com velocidade negativa. Logo, o conjunto de saltos é

$$D = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 = 0, x_2 < 0\}. \quad (2.33)$$

E, ao realizar o salto, o estado que representa a altura da massa é reiniciado para zero e o que representa a velocidade, é reiniciado para x_2 que é atenuado por um fator $\lambda = 0,8$, devido à dissipação de energia. Assim,

$$g(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda x_2 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Portanto, o sistema híbrido dado pelas equações (2.30)-(2.34) pode ser descrito por

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\gamma \end{bmatrix}, & \text{se } (x_1 > 0) \text{ ou } (x_1 = 0 \text{ e } x_2 \geq 0) \\ x^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda x_2 \end{bmatrix}, & \text{se } x_1 = 0 \text{ e } x_2 < 0. \end{cases} \quad (2.35)$$

Com a utilização da *Hybrid Equations Toolbox* no *software MATLAB/Simulink*[®] (Sanfelice *et al.*, 2013), o sistema híbrido é simulado com as condições iniciais $x_0 = (1; 0)^T$. A Figura 2.3 apresenta o gráfico das respostas da posição e velocidade (x_1 e x_2) em função do tempo, em que a linha contínua representa a dinâmica contínua e os asteriscos os saltos. A parte superior da figura mostra a posição da bola, que diminui de amplitude até se aproximar de zero, devido à dissipação de energia. A parte inferior da figura apresenta a velocidade da bola, que se inicia em zero e diminui até o instante em que a massa atinge o solo. Nesse momento, x_2 é reiniciado para um valor positivo e diminui até tocar o solo novamente (Goebel *et al.*, 2012).

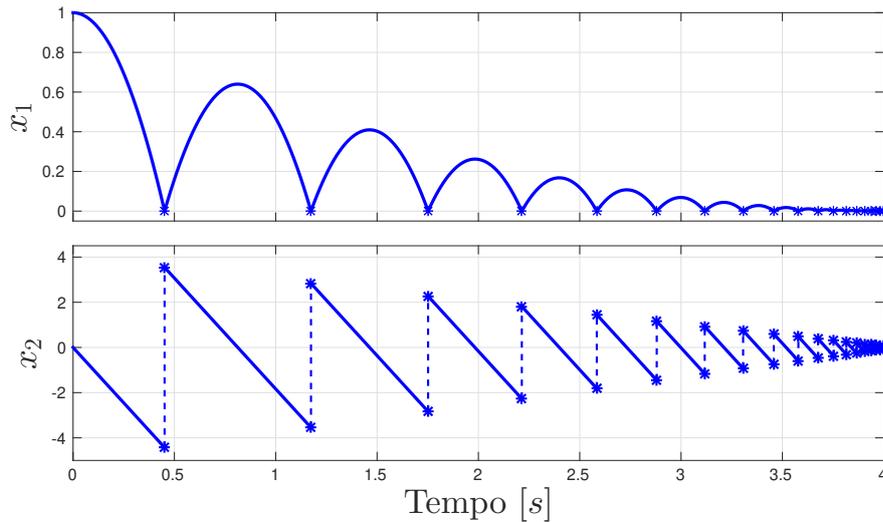


Figura 2.3: Gráficos dos estados x_1 e x_2 em relação ao tempo

Por meio desse exemplo, a determinação dos mapas e conjuntos híbridos se torna mais clara, permitindo uma maior compreensão da modelagem proposta.

Conceito de solução

Em sistemas contínuos, as soluções são parametrizadas por $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, em outras palavras, pelo tempo. E em sistemas discretos, as soluções são parametrizadas por $j \in \mathbb{N}$, ou seja, pelo número de saltos, ou degraus discretos. Para sistemas híbridos, é natural sugerir que as soluções são parametrizadas por t , a quantidade de tempo passada; e j , o número de saltos ocorridos. É importante ressaltar que é impossível parametrizar uma evolução particular de um sistema híbrido com todos $(t, j) \in \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{N}$. Mais precisamente, somente

certos subconjuntos de $\mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{N}$ podem corresponder às evoluções de sistemas híbridos. Tais conjuntos são chamados de *domínio de tempo híbrido* (Goebel *et al.*, 2012).

Para compreender melhor o conceito de solução para um sistema híbrido, é introduzida definição de arco híbrido, como apresentado a seguir.

Definição 2.1. (Goebel *et al.*, 2012) *Uma função $\phi : E \rightarrow \mathbb{R}^n$ é um arco híbrido se E é um domínio de tempo híbrido e se para cada $j \in \mathbb{N}$, a função $t \mapsto \phi(t, j)$ é localmente absolutamente contínua no intervalo $I^j = \{t : (t, j) \in E\}$.*

Além disso, dado um arco híbrido ϕ , a notação $\text{dom}\phi$ representa seu domínio, que é um domínio de tempo híbrido. Assim, dado um sistema híbrido (C, F, D, G) , suas soluções são arcos híbridos ϕ que satisfazem certas condições determinadas pelo domínio de tempo híbrido $\text{dom}\phi$ e os dados (C, F, D, G) do sistema híbrido. A definição de solução para um sistema híbrido é apresentada a seguir.

Definição 2.2. (Goebel *et al.*, 2012) *Um arco híbrido ϕ é uma solução para o sistema híbrido (C, F, D, G) se $\phi(0, 0) \in \bar{C} \cup D$, sendo \bar{C} um complemento do conjunto C , e*

(i) *para todo $j \in \mathbb{N}$ tal que $I^j := \{t : (t, j) \in \text{dom}\phi\}$ tem interior não vazio*

$$\begin{aligned} \phi(t, j) &\in C && \text{para todo } t \in \text{int } I^j, \\ \dot{\phi}(t, j) &\in F(\phi(t, j)) && \text{para todo } t \in I^j; \end{aligned} \quad (2.36)$$

(ii) *para todo $(t, j) \in \text{dom}\phi$ tal que $(t, j + 1) \in \text{dom}\phi$,*

$$\begin{aligned} \phi(t, j) &\in D, \\ \phi(t, j + 1) &\in G(\phi(t, j)). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Pode-se dizer que definição é bem ampla. Não requer que $\phi(t, j) \in C$ nos pontos finais de I^j , nem insiste que $\phi(t, j) \notin D$ quando $t \in \text{int } I^j$. Além disso, uma solução é dita completa se $\text{dom } \phi$ é ilimitado, ou seja, se $\text{length}(E) = \sup_t E + \sup_j E = \infty$.

2.4.2 Integrador de Clegg

Os controladores com reiniciação foram propostos pela primeira vez por Clegg (1958) com o objetivo de fornecer mais flexibilidade no projeto de controladores e de remover potencialmente as limitações fundamentais de desempenho de controladores lineares. Um controlador com reiniciação é um controlador linear cuja saída é reiniciada para zero sempre que sua entrada e saída satisfazem uma relação algébrica apropriada (Zaccarian *et al.*, 2005).

A utilização de integração em sistemas de controle é conhecida há muito tempo para reduzir os erros de regime permanente. Com um integrador perfeito, não haverá erro de estado estacionário após uma entrada degrau; com dois integradores em série, não

haverá erro de regime permanente para entrada em rampa, e assim por diante. Porém, o integrador linear tem como principal desvantagem o atraso de tempo envolvido. Isso porque cada integrador introduz 90 graus de atraso de fase em todas as frequências e, portanto, são necessários apenas dois integradores para criar um sistema instável. A partir disso, foi então desenvolvido um controlador não linear capaz de superar essas limitações, o chamado integrador de Clegg.

O integrador linear convencional pode ser implementado por meio da utilização de um amplificador operacional, um resistor (R) e um capacitor (C), como mostrado na Figura 2.4. A equação que descreve esse circuito é dada por:

$$x_r(t) = -\frac{1}{RC} \int v(t) dt \quad (2.38)$$

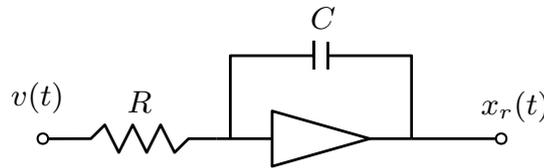


Figura 2.4: Circuito eletrônico de um integrador linear. Adaptada de (Clegg, 1958)

Se forem adicionados dois diodos ao circuito, como apresentado na Figura 2.5, obtém-se um comportamento não linear do integrador. Para valores positivos de $v(t)$, o diodo conectado na entrada não conduzirá e por causa da reversão de polaridade do amplificador, a tensão de saída será negativa, então o diodo através do capacitor também não conduzirá. Como nenhum dos diodos conduz, ambos podem ser desprezados. Assim, a equação (2.38) descreve o comportamento do circuito (desde que $v(t)$ seja positiva), e o circuito da Figura 2.5 é simplesmente um integrador. Porém, assim que $v(t)$ passa por zero e se torna negativo, o diodo através do resistor conduz, causando um curto-circuito em R . Logo, o valor de R em (2.38) se aproxima de zero e o ganho do integrador se aproxima de infinito. Com esse ganho muito elevado, é necessário apenas um instante de integração da tensão de entrada levemente negativa para afastar toda a tensão anteriormente presente na saída. O diodo através do capacitor impede que $x_r(t)$ seja positivo. Portanto, o circuito da Figura 2.5 integra sempre que a entrada é positiva e reinicia sua saída para zero quase instantaneamente quando a entrada se torna negativa.

Ao conectar dois integradores não lineares em paralelo, é obtido o circuito apresentado na Figura 2.6, que é denominado integrador de Clegg. Em que os dois resistores R_d são muito pequenos em comparação a R e são utilizados com a finalidade de impedir que os diodos provoquem um curto-circuito na tensão de entrada. Os diodos são conectados com diferentes polaridades para os dois amplificadores, de modo que o amplificador superior integre tensões positivas e reinicie rapidamente para zero quando a entrada for negativa;

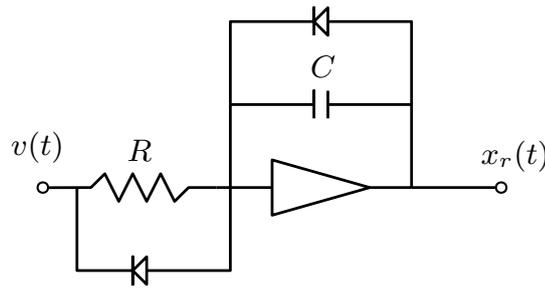


Figura 2.5: Circuito eletrônico de um integrador não linear. Adaptada de (Clegg, 1958)

e que o amplificador inferior integre tensões negativas e reinicie quando a entrada for positiva. Assim, as saídas dos dois amplificadores são somadas, $x_r(t) := -v_{C1}(t) - v_{C2}(t)$, de modo que o circuito seja capaz de lidar com tensões de entrada positivas ou negativas. Dessa forma, sempre que a tensão de entrada passa por zero em qualquer direção, a tensão de saída é rapidamente reiniciada para zero (Clegg, 1958).

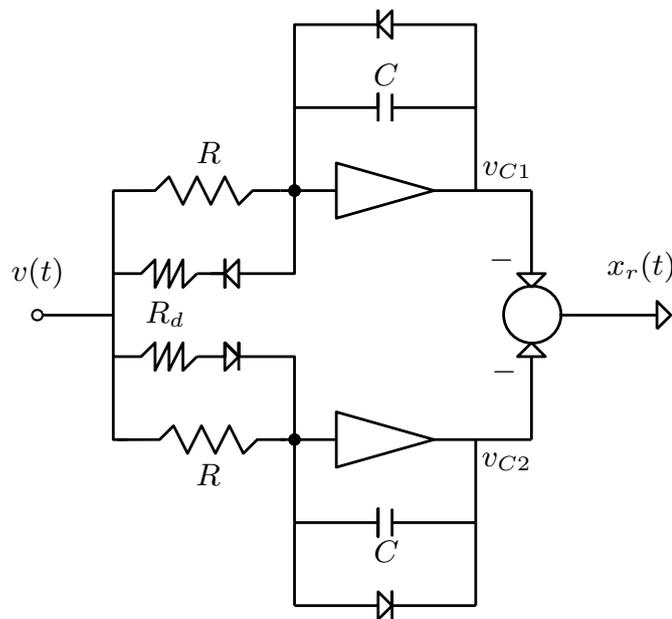


Figura 2.6: Circuito eletrônico de um integrador de Clegg. Adaptada de (Zaccarian *et al.*, 2005)

Em (Clegg, 1958) é mostrado que o integrador não linear da Figura 2.6 possui apenas $38,1^\circ$ de atraso de fase, enquanto o integrador linear apresenta 90° . Então, há uma melhoria de $51,9^\circ$ graus na margem de fase em todas as frequências e todas as amplitudes.

Para análise do integrador de Clegg como sistema híbrido, a integração e as condições de reiniciação podem ser escritas como (Zaccarian *et al.*, 2005):

$$\begin{cases} \dot{x}_r = \frac{1}{RC}v, & \text{se } x_r v \geq 0, \\ x_r^+ = 0, & \text{se } x_r v \leq 0. \end{cases} \quad (2.39)$$

Além disso, é necessário levar em consideração as soluções Zeno (*Zeno solutions*), em que o estado salta infinitas vezes em um intervalo de tempo limitado. Isso se torna um problema, uma vez que efeitos que não foram modelados podem fazer com que a solução real exiba um comportamento imprevisível. Assim, para evitar a presença de soluções Zeno, sistemas de controle com reiniciação são aumentados com uma regra adicional de salto que impõe que depois de qualquer salto, um intervalo pré-determinado de tempo ρ deve ser esperado até que o próximo salto seja permitido. Essa regra é chamada de regularização temporal (Zaccarian *et al.*, 2005). Dessa forma, a equação (2.39) se torna:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_r &= \frac{1}{RC}v \\ \dot{\tau} &= 1 \end{aligned} \right\} \text{ se } x_r v \geq 0 \text{ ou } \tau \leq \rho, \quad (2.40)$$

$$\left. \begin{aligned} x_r^+ &= 0 \\ \tau^+ &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ se } x_r v \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho.$$

Por meio da utilização da *Hybrid Equations Toolbox* no *software MATLAB/Simulink*[®] (Sanfelice *et al.*, 2013), as equações em (2.40) são implementadas para uma entrada senoidal v de amplitude 1 e frequência de 1 *rad/s*. A parte superior da Figura 2.7 apresenta a entrada do integrador v em vermelho e sua saída x_r em azul. Além disso, na parte inferior é mostrado o estado auxiliar τ , responsável pela regularização temporal. Os asteriscos e as linhas tracejadas representam os instantes de salto dos estados. Assim, como é possível observar, o integrador se comporta de forma linear quando sua entrada e saída possuem o mesmo sinal, e tem sua saída reiniciada para zero caso contrário. E ainda, quando ocorre a reiniciação, o estado τ também é levado para zero. A Figura 2.8 apresenta o estado do integrador x_r em relação ao fluxo (t) e aos saltos (j). Dessa forma, em azul é representada a saída contínua em t e em vermelho o número do salto j .

2.4.3 Elemento de Primeira Ordem com Reiniciação (FORE)

Um elemento de reiniciação mais geral é o chamado Elemento de Primeira Ordem com Reiniciação (do inglês *First Order Reset Element*) que é referido normalmente como FORE. Um FORE opera da mesma forma que o integrador de Clegg, exceto que contém um filtro de primeira ordem, em vez de um integrador (Nešić *et al.*, 2005).

Então, foi proposto por Nešić *et al.* (2011) um modelo de FORE que age como um sistema de primeira ordem linear e quando satisfeita a condição de salto, tem seu valor reiniciado para zero. A sua modelagem é realizada pela seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{x}_r = a_c x_r + b_c v, & \text{se } \epsilon v^2 + 2v x_r \geq 0 \\ x_r^+ = 0, & \text{se } \epsilon v^2 + 2v x_r \leq 0 \end{cases} \quad (2.41)$$

em que a_c e b_c são respectivamente o polo e o ganho de entrada do FORE; $x_r \in \mathbb{R}$ e $v \in \mathbb{R}$ são o estado e a entrada do FORE; e ϵ é um número pequeno associado à inclinação do

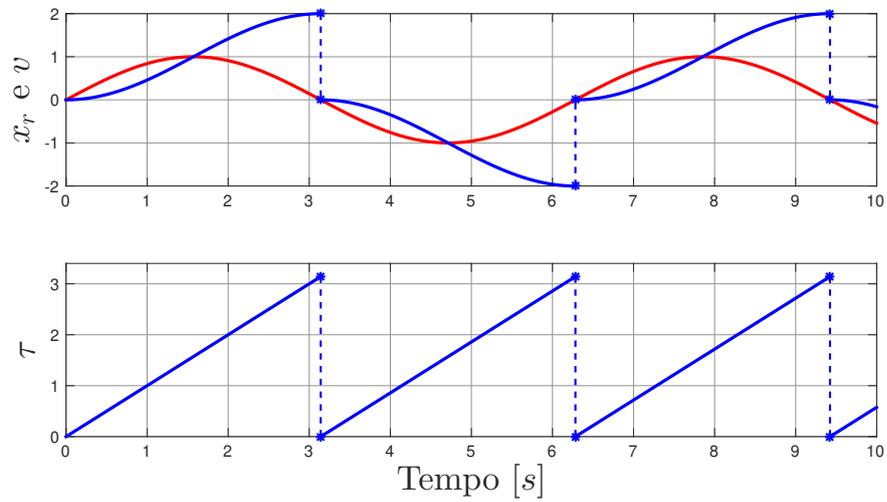


Figura 2.7: Entrada do integrador de Clegg (em vermelho) e sua saída (em azul - parte superior) e o estado auxiliar τ (em azul - parte inferior).

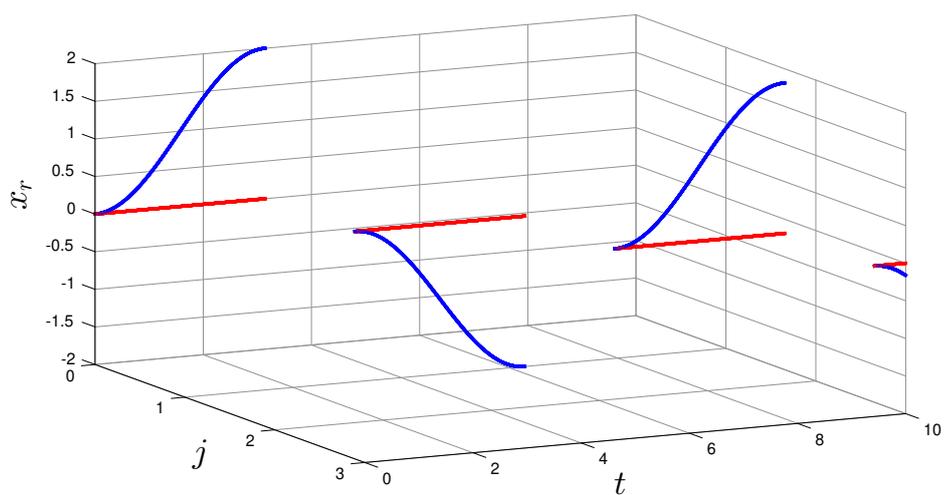


Figura 2.8: Resposta do integrador de Clegg em relação ao fluxo e aos saltos.

limite do conjunto de fluxo, para mais detalhes veja (Nešić *et al.*, 2011). O *flow map* e o *jump map* são determinados por meio de análises realizadas sobre o conjunto de fluxo e saltos.

Logo, com a implementação da regularização temporal, o modelo do FORE se torna (Nešić *et al.*, 2011):

$$\begin{cases} \dot{\tau} = 1 \\ \dot{x}_r = a_c x_r + b_c v, & \text{se } \epsilon v^2 + 2v x_r \geq 0 \quad \text{ou } \tau \leq \rho \\ \tau^+ = 0 \\ x_r^+ = 0, & \text{se } \epsilon v^2 + 2v x_r \leq 0 \quad \text{e } \tau \geq \rho \end{cases} \quad (2.42)$$

em que a_c e b_c são respectivamente o polo e o ganho de entrada do FORE; $x_r \in \mathbb{R}$ e $v \in \mathbb{R}$ são o estado e a entrada do FORE; ϵ é um número pequeno; τ é um estado auxiliar utilizado na regularização temporal e ρ é uma constante que determina o tempo a ser esperado até que o próximo salto seja permitido.

Para realizar o seguimento de referência com a utilização de FORE é utilizada uma planta SISO descrita por:

$$\mathcal{P} \begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_{pu} u + B_{pd} d \\ y = C_p x_p \end{cases} \quad (2.43)$$

em que $x_p \in \mathbb{R}^{n_p}$ é o estado da planta, $u \in \mathbb{R}$ é o sinal de controle, $d \in \mathbb{R}^{n_d}$ é uma perturbação de entrada e $y \in \mathbb{R}$ é a saída da planta. Além disso, as matrizes A_p , B_{pu} , B_{pd} e C_p são matrizes de dimensões apropriadas.

Supondo que a função de transferência da planta (2.43) de u para y não possui zeros na origem, pode-se dizer que a regulação de referência da saída y pode ser obtida a partir de u . Para alcançar esse objetivo, define-se o seguinte escalar:

$$F = \begin{cases} -\frac{1}{C_p A_p^{-1} B_{pu}}, & \text{se } A_p \text{ é invertível} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.44)$$

que corresponde ao inverso do ganho estático da planta e define-se \hat{F} como um valor nominal de F . Dessa forma, a Figura 2.9 apresenta a configuração da planta \mathcal{P} controlada pelo FORE juntamente com a ação *feedforward* realizada por \hat{F} .

Assim, se a malha fechada entre o FORE (2.42) e a planta (2.43), com $d = 0$ $u = x_r$ e $v = -y$ é assintoticamente estável, a regulação de referência pode ser obtida com a utilização de (2.42) com a interconexão de realimentação dada por:

$$u = x_r + \hat{F} r \quad \text{e} \quad v = r - y. \quad (2.45)$$

É importante destacar que segundo Nešić *et al.* (2011) para que o sistema de controle seja assintoticamente estável, é preciso que a planta seja SISO, de fase mínima e com grau relativo um. Em seguida é apresentado um exemplo de simulação de uma planta controlada por um FORE com valores de \hat{F} nominal e com incerteza.

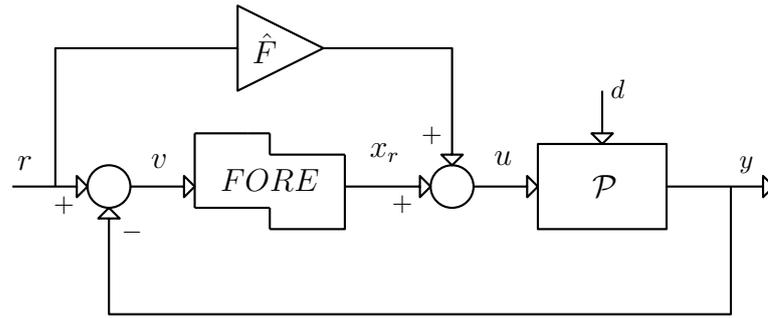


Figura 2.9: Seguimento de referência com utilização de FORE. Adaptada de (Nešić *et al.*, 2011)

Exemplo 2.2. Considere a planta (2.43) em interconexão de realimentação (2.45) com o FORE (2.42), com os seguintes parâmetros:

$$A_p = -1,5; \quad B_{pu} = 1; \quad C_p = 1; \quad b_c = 2 \quad \text{e} \quad a_c = 1 \quad (2.46)$$

Com a utilização de (2.44), obtém-se $F = 1,5$. A Figura 2.10 apresenta as saídas do sistema e seus respectivos sinais de controle. Pode-se observar que a saída do sistema com FORE sem ação *feedforward* (linha em verde) apresenta ondulações nas proximidades da referência, pois a reiniciação é realizada para zero, e não para 1,5, como visto por meio do sinal de controle. O mesmo comportamento pode ser notado para o FORE com valor de \hat{F} incerto, ou seja, com $\hat{F} = 0,75$ (em cinza) e $\hat{F} = 2,25$ (em magenta). Isso ocorre porque o sinal de controle é reiniciado para valores incorretos repetidas vezes, fazendo com que a referência não seja seguida de forma satisfatória. Por outro lado, a resposta do sistema controlado com o FORE e com o valor exato de F (em azul) não apresenta tais ondulações, já que a reiniciação do sinal de controle é realizada para o valor exato de equilíbrio quando a saída cruza a referência. Dessa forma, a saída controlada não apresenta sobressinal e o tempo de acomodação é menor que 1 segundo. O mesmo controlador implementado de forma linear (em vermelho) apresenta sobressinal de mais de 100% e tempo de acomodação superior a 10 segundos. Logo, por meio desse exemplo, fica evidente como o controlador híbrido, implementado de forma adequada, pode melhorar o desempenho do sistema controlado (Nešić *et al.*, 2011).

Além disso, pode-se afirmar que para uma planta sem incertezas, ao utilizar um controlador FORE, as principais limitações de um controlador linear são superadas. Isso se deve ao fato de que o tempo de subida dos dois controladores é o mesmo, porém, a saída do sistema com FORE não apresenta nenhum valor de sobressinal. Isso porque, quando a condição de reiniciação é satisfeita, ou seja, quando a saída cruza a referência, o sinal de controle é instantaneamente reiniciado para seu valor de equilíbrio. Portanto, com a utilização do FORE, é possível que a resposta de malha fechada se torne mais rápida, sem que haja ocorrência de sobrepassagem.

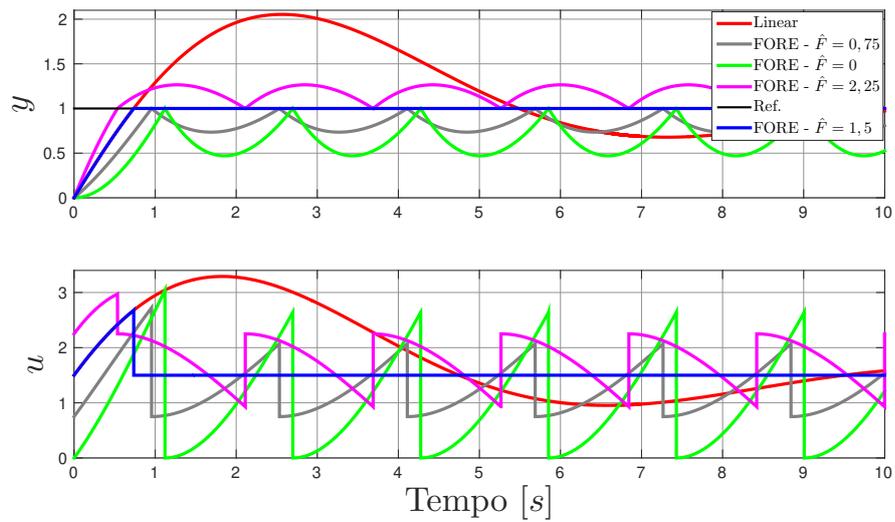


Figura 2.10: Saída do sistemas com utilização dos controladores FORE e linear (parte superior) e seus respectivos sinais de controle (parte inferior).

2.5 Comentários Finais

Neste capítulo foram abordados os principais conceitos teóricos e ferramentas matemáticas utilizados no desenvolvimento do trabalho, como por exemplo, controladores PID, preditor de Smith e sistemas híbridos. Neste último tema, especificamente, foi apresentado sobre sua estrutura e formulação e controladores típicos (integrador de Clegg e FORE).

Controlador PI Híbrido com Adaptação no Valor de Reiniciação

Neste capítulo são apresentados os principais resultados do trabalho. Primeiramente, é realizada a formulação do problema, e em seguida é proposto um controlador híbrido adaptativo robusto. Por último, para o mesmo problema é desenvolvido um controlador adaptativo robusto com procedimento *plug-in*. Parte dos resultados deste capítulo podem ser encontrados nos artigos (Quadros *et al.*, 2016) e (Rubio Scola *et al.*, 2017).

3.1 Formulação do Problema

Sejam dois conjuntos fechados $\mathbf{C} \subset \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{D} \subset \mathbb{R}^n$ tais que $\mathbf{C} \cup \mathbf{D} = \mathbb{R}^n$ e duas funções $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $g : \mathbf{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$. Seja o sistema híbrido dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x), & \forall x \text{ em } \mathbf{C} \\ x^+ &= g(x), & \forall x \text{ em } \mathbf{D} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &:= \{x \in \mathbb{R}^n : x^T M x \geq 0\} \\ \mathbf{D} &:= \{x \in \mathbb{R}^n : x^T M x \leq 0\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

cuja solução $x(\cdot, \cdot)$ é uma função definida no domínio do tempo híbrido e M é a matriz de reiniciação. Neste trabalho é abordada a classe de sistemas híbridos caracterizados por

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bd \\ \dot{\tau} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad x \text{ em } \mathbf{C} \text{ ou } \tau \leq \rho$$

$$\left. \begin{aligned} x^+ &= A_r x \\ \tau^+ &= 0 \end{aligned} \right\} \quad x \text{ em } \mathbf{D} \text{ e } \tau \geq \rho \quad (3.3)$$

em que $x \in \mathbb{R}^n$ é o estado do sistema, $d \in \mathbb{R}^{n_d} \in \mathcal{L}_2$ é uma perturbação de energia finita e ρ é uma constante positiva. É introduzido o estado auxiliar $\tau \geq 0$ para a regularização temporal e evitar as soluções do tipo Zeno (Nešić *et al.*, 2011), em que, $\dot{\tau} = 1$ para $\tau \in [0, 2\rho)$, que em particular, mantém τ limitado (Goebel *et al.*, 2012). Os conjuntos

\mathbf{C} e \mathbf{D} são definidos em (3.2). Além disso, de acordo com (Nešić *et al.*, 2008) e com o conceito de solução apresentado na Seção 2.4.1, assume-se que

$$x \in \mathbf{D} \Rightarrow A_r x \in \mathbf{C}, \quad (3.4)$$

que assegura que depois de cada reiniciação, isto é, depois de cada salto, as soluções serão mapeadas no conjunto \mathbf{C} em que a dinâmica contínua governa o sistema.

Dentre as tentativas de resolver o problema de rastreamento de referência com utilização de controladores híbridos, Zaccarian *et al.* (2007) assumem que o processo controlado não possui zeros na origem, e é adicionada uma ação *feedforward* à saída do controlador para permitir o seguimento de referências do tipo constante por partes. Portanto, a compensação *feedforward* é ativada tanto nas condições de fluxo quanto de saltos, como apresentado na Seção 2.4.3. Neste trabalho, com a mesma formulação encontrada em (Zaccarian *et al.*, 2007), é desenvolvido um controlador PI híbrido. Esse controlador possui dinâmica semelhante ao PI linear durante o fluxo, e tem o estado do integrador reiniciado para seu valor de equilíbrio quando a condição de salto é satisfeita.

Especificamente, considera-se um processo auto-regulável modelado como um sistema de grau relativo unitário, dado por

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p (u(t) + d(t)), \quad (3.5)$$

$$y(t) = C_p x(t), \quad (3.6)$$

em que $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}$ é o sinal de controle, $y(t) \in \mathbb{R}$ é o vetor de saída e $d(t) \in \mathbb{R}$ é uma perturbação de energia finita, como por exemplo, $d(t) \in \mathcal{L}_2$. Além disso, as equações para o controlador PI linear são:

$$\dot{x}_I = e, \quad (3.7)$$

$$u = k_p e + k_I x_I, \quad (3.8)$$

em que $x_I \in \mathbb{R}$ é o estado do integrador, $e = r - y = r - C_p x$ o sinal de erro entre a referência r e a saída y , k_p o ganho proporcional e k_I o ganho integral.

A implementação híbrida desse controlador com a dinâmica do sistema controlado, assumindo (3.8) e

$$\eta = [e (x_I - x_{eq})] M [e (x_I - x_{eq})]^T, \quad (3.9)$$

pode ser descrita por:

Equações de fluxo:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = A_p x + B_p (u + d) \\ \dot{x}_I = e \\ \dot{\tau} = 1 \end{array} \right\} \eta \geq 0 \text{ ou } \tau \leq \rho, \quad (3.10)$$

Equações de salto:

$$\left. \begin{array}{l} x^+ = x \\ x_I^+ = x_{eq} \\ \tau^+ = 0 \end{array} \right\} \eta \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho, \quad (3.11)$$

em que $x_{eq} = Fr/k_I$ e F é dado por:

$$F = -\frac{1}{C_p A_p^{-1} B_p}. \quad (3.12)$$

A reiniciação ocorre sob a regularização temporal $\tau \leq \rho$ e se o vetor de estados do sistema em malha fechada pertence ao conjunto de saltos, \mathbf{D} . Essa última questão pode ser avaliada por meio da matriz de reiniciação $M^T = M \in \mathbb{R}^2$ em (3.2). O processo de reiniciação pode ser compreendido com auxílio da Figura 3.1, em que o diagrama utiliza dois tipos de espessura de linhas: as mais finas correspondem ao sistema de malha fechada com o controlador híbrido descrito anteriormente, e as mais espessas representam a nova estrutura proposta neste trabalho e que será descrita posteriormente.

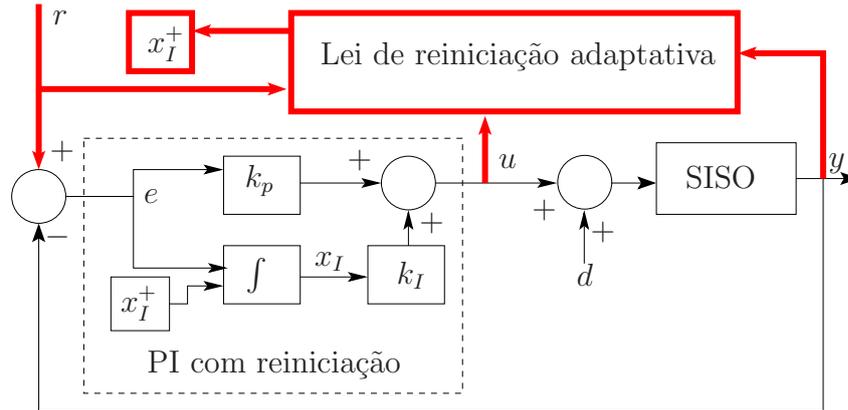


Figura 3.1: Controlador PI com reiniciação (linhas em preto) e a lei de reiniciação adaptativa proposta neste trabalho (linhas vermelhas).

Essa abordagem garante que o ganho estático do sistema em malha fechada seja igual a um. É evidente que a formulação (3.12) pode levar a valores incorretos de F em caso de incerteza nos parâmetros do modelo. Embora esta abordagem permita rastrear referências não-nulas constantes por partes, o controlador PI híbrido resultante pode não rejeitar perturbações externas. Essas questões são demonstradas em (Nešić *et al.*, 2011) em que a estabilidade de malha fechada e o ganho \mathcal{L}_2 (γ^2) entre a perturbação d e a saída y pode ser avaliada com a utilização de uma função híbrida de Lyapunov. A factibilidade pode ser testada numericamente por meio da solução de um problema de otimização na forma de LMI. Veja (Nešić *et al.*, 2011, Teorema 1).

Dessa forma, é interessante observar algumas limitações do controlador híbrido descrito por (3.10)-(3.11), em que pode-se notar que toda a estratégia de controle pressupõe o conhecimento preciso do processo controlado. Portanto, incertezas no modelo não são

admitidas. De maneira semelhante, a rejeição à perturbação é limitada por um ganho \mathcal{L}_2 e, assim, a reiniciação do integrador faz com que a saída do sistema apresente ondulações dentro de uma faixa que tem a referência como um de seus limites. Outro aspecto relevante é que a técnica não é diretamente aplicável em sistemas com atraso na saída.

Observação 3.1. Para facilitar a denominação dos controladores ao longo do texto, o controlador com reiniciação proposto por Zaccarian *et al.* (2007) e dado pelas equações (2.42), (2.44) e (2.45) é denominado por FORE; e o controlador PI híbrido representado pelas equações (3.10)-(3.11) e (3.12), por PIH. Além disso, o controlador PI linear (sem reiniciação), dado por (3.7)-(3.8), é representado simplesmente por PI.

Em seguida, são apresentados dois exemplos, o primeiro refere-se à comparação dos controladores FORE e PIH, demonstrando que são semelhantes para determinados valores de parâmetros. E o segundo, apresenta as vantagens e limitações do controlador PIH. Como vantagens, é mostrado que o PIH supera as limitações do PI linear, uma vez que possui o mesmo tempo de subida, mas sem apresentar sobressinal. E como desvantagens, é demonstrado que o PIH não é capaz de rejeitar perturbações constantes por partes de forma satisfatória e que não é robusto a erros de modelagem.

Exemplo 3.1. O objetivo desse exemplo é demonstrar que o controlador PIH desenvolvido no trabalho é equivalente ao controlador FORE apresentado na Seção 2.4.3, para determinados valores de k_p , k_I , a_c e b_c . Dessa forma, pode-se dizer que as propriedades, características e dinâmicas dos dois controladores são semelhantes.

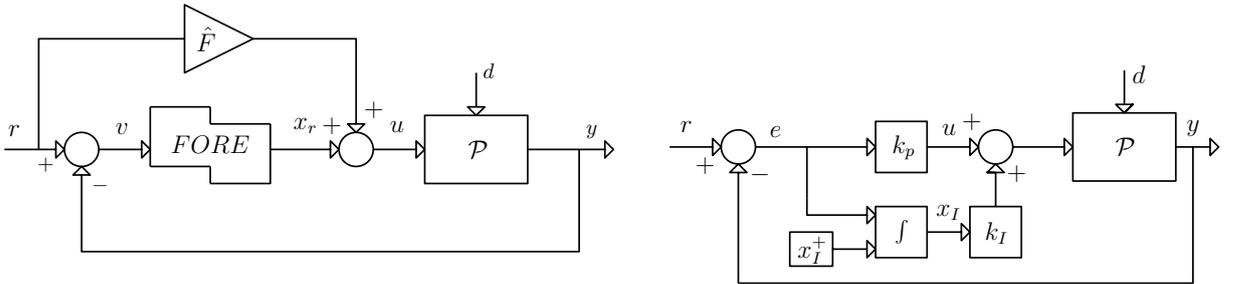


Figura 3.2: Diagrama de comparação do FORE (esquerda) e do PIH (direita).

Por meio do diagrama da Figura 3.2 e das equações (2.42), (2.44), (2.45), (3.8) e (3.9)-(3.12), pode-se observar que:

$$\begin{aligned} x_{eq} &= \hat{F}r; \\ e &= v; \end{aligned} \quad (3.13)$$

Portanto, os dois controladores apresentam o mesmo comportamento e são similares se

$$\begin{aligned} a_c &= 0 \quad \text{e} \quad b_c = 1; \\ k_p &= 0 \quad \text{e} \quad k_I = 1 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Considere a planta modelada como um sistema de primeira ordem dado por

$$A_p = -0,0553; \quad B_p = 1; \quad C_p = 0,0789; \quad D_p = 0 \quad (3.15)$$

e

$$\hat{F} = x_{eq} = 0,7009 \quad (3.16)$$

São implementados os controladores FORE e PIH com parâmetros dados em (3.14) para controlar a saída do sistema (3.15). As respostas para os dois controladores são apresentadas na Figura 3.3. Como é possível observar, tanto a saída controlada (gráfico superior), quanto o sinal de controle (gráfico intermediário) são idênticos. Ou seja, os controladores FORE e PIH são equivalentes.

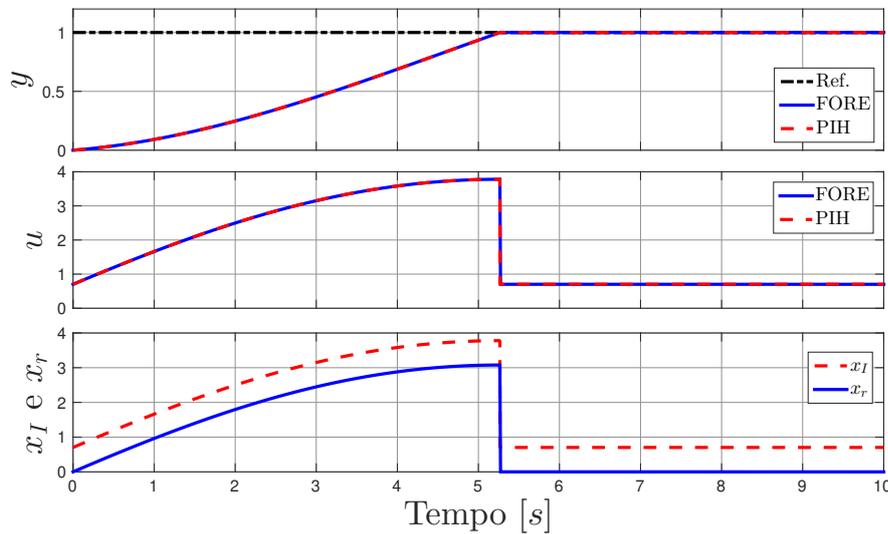


Figura 3.3: Saída do sistema com utilização dos controladores FORE e PIH (gráfico superior), seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior).

Por outro lado, como pode-se observar por meio do gráfico inferior da Figura 3.3, os estados dos dois controladores apresentam valores diferentes ao longo do tempo. Isso porque, o estado do PIH (x_I), representado pela linha vermelha, é reiniciado para x_{eq} quando a condição de salto é satisfeita; enquanto o estado do FORE (x_r), em azul, é reiniciado para zero. Neste último, o seguimento de referência é realizado por meio da adição de $\hat{F}r$ ao sinal de controle pela ação *feedforward*.

Exemplo 3.2. O exemplo busca evidenciar as vantagens e limitações do controlador PIH para seguimento de referência, rejeição de perturbações do tipo constante por partes e robustez a erros de modelagem em relação ao controlador PI.

Considere novamente a planta (3.15). É projetado então, um controlador PI por alocação de polos de acordo com a Seção 2.1.2 para um sobressinal desejado de 50% e

tempo de acomodação de 40 segundos. Os ganhos do controlador obtido são

$$k_p = 1,8339; \quad k_I = 2,7303 \quad (3.17)$$

e $F = 0,7009$. Em seguida, são simulados os controladores PI e PIH para os mesmos valores de k_p e k_I , mas com a diferença que o último tem seu estado reiniciado para x_{eq} quando a condição de salto é atendida. A Figura 3.4 apresenta a resposta dos controladores para o seguimento de referência. Como é possível observar, o PI possui aproximadamente 52% de sobressinal e tempo de acomodação de 36 segundos, que são valores próximos aos desejados. Por outro lado, o PIH não apresenta sobressinal e seu tempo de acomodação foi de 3,19 segundos, ou seja, cerca de 10 vezes mais rápido. Além disso, o tempo de subida dos dois controladores foi o mesmo, 2,43 segundos. Portanto, o PIH é capaz de superar as limitações do PI, já que obtém tempo de subida similar ao linear, mas não possui sobressinal. E ainda, é capaz de reduzir o tempo de acomodação, uma vez que elimina as oscilações do sinal de controle, e consequentemente, da saída do sistema. Isso pode ser visto por meio dos gráficos intermediário e inferior da Figura 3.4, que mostram que o estado do integrador e consequentemente, o sinal de controle, são reiniciados quando a saída do sistema cruza o sinal de referência. A Tabela 3.1 mostra os índices de desempenho para os dois controladores, em que pode-se concluir que PIH obteve melhor resultado para todos os índices.

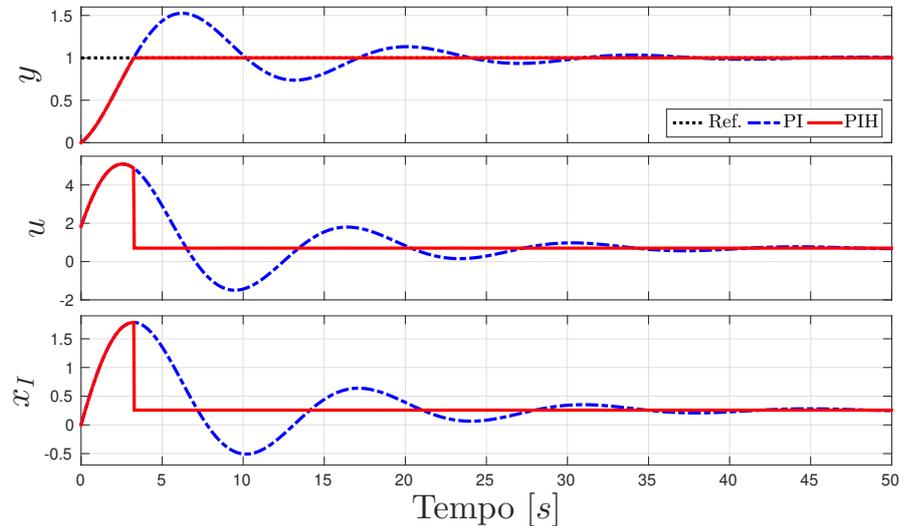


Figura 3.4: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIH (parte superior) e seus respectivos sinais de controle (parte inferior) para seguimento de referência.

Em seguida, são realizadas simulações para avaliar a rejeição de perturbação constante por partes dos dois controladores. A Figura 3.5 apresenta a saída dos sistemas controlados, seus respectivos sinais de controle e estados do integrador. Como é possível observar, o controlador PI rejeita de forma satisfatória a perturbação inserida na entrada em 100

Tabela 3.1: Índices de desempenho para os controladores PI e PIH para seguimento de referência

Controlador	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	0,1267	1,2978	0,2252	0,0507
PIH	0,0358	0,9008	0,1558	0,0256

segundos e retirada em 162 segundos, já que seu sinal de controle é ajustado de forma que a saída continue seguindo a referência. Por outro lado, o PIH não é capaz de rejeitar a perturbação, pois o estado do integrador é reiniciado diversas vezes para um valor incorreto, o que provoca ondulações nas proximidades da referência. Além disso, o sinal de controle se torna agressivo e com variações bruscas, o que na prática não é desejável, porque pode ocasionar o surgimento de defeitos e desgastes nos atuadores. Por meio da Tabela 3.2, pode-se notar que o controlador PI, como esperado, demonstra melhor desempenho para todos os índices calculados. Logo, quando há a presença de perturbações no sistema, o PIH não se mostra adequado de aplicação.

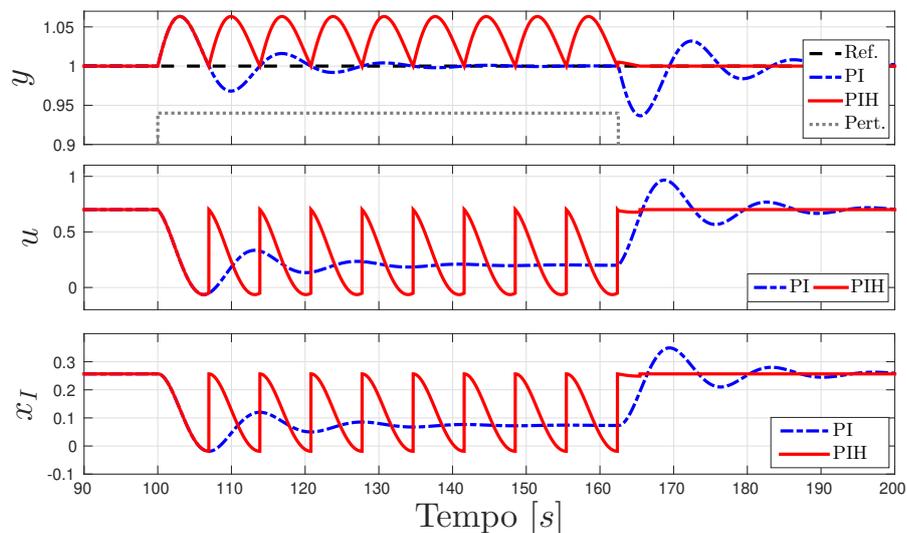


Figura 3.5: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIH (gráfico superior), seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do integrador (gráfico inferior) para rejeição de perturbação.

Tabela 3.2: Índices perturbação PI e PIH perturbação

Controlador	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	0,0089	0,1013	0,0168	$2,9246 \times 10^{-4}$
PIH	0,0397	0,2620	0,0197	0,0020

Por último, são avaliadas as respostas dos controladores mediante erro de modelagem no modelo da planta. Portanto, o valor de F em (3.16) é perturbado em $\pm 50\%$, ou seja, $F = 0,3505$ e $F = 1,4018$. A Figura 3.6 mostra as respostas do sistema e os sinais de controle aplicados para os dois valores incertos de F e para seu valor nominal. Quando há a presença de incerteza no ganho estático da planta, e consequentemente em F , há a ocorrência de ondulações nas proximidades da referência, pois o estado do integrador é reiniciado várias vezes para um valor que não é o de equilíbrio, fazendo com que o sinal de controle varie o tempo todo. Ou seja, quando o sistema possui incerteza, o PIH não apresenta desempenho satisfatório.

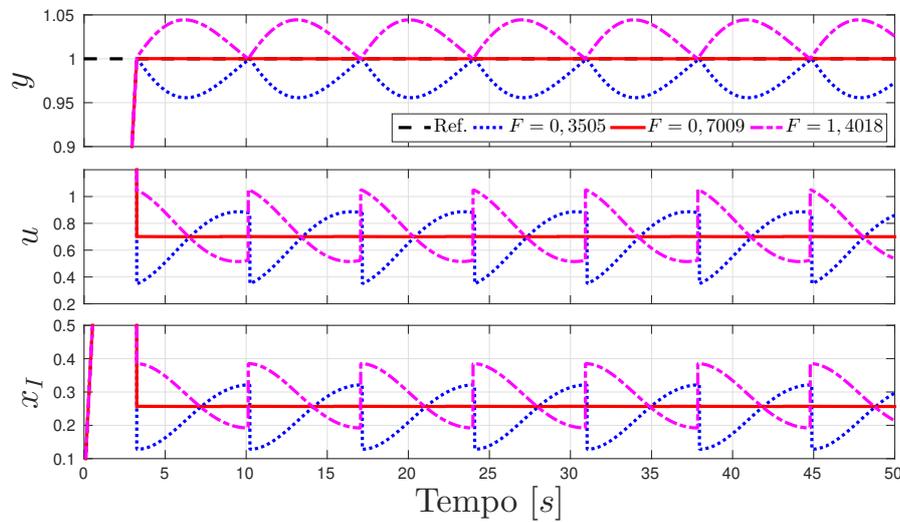


Figura 3.6: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIH (primeiro gráfico) e seus respectivos sinais de controle (segundo gráfico) e seus estados (terceiro gráfico) para erros de modelagem.

Como já explicado, o FORE e o PIH não são robustos a erros de modelagem e nem conseguem rejeitar perturbações. Portanto, tendo como motivação essas limitações, é formulado o principal problema investigado neste trabalho.

Problema 3.1. *Projetar um controlador híbrido que estabilize de forma robusta processos modelados como sistemas SISO com grau relativo unitário incertos para referência constante por partes, assegurando rastreamento de referência e rejeição a perturbação.*

3.2 Controlador Híbrido Adaptativo Robusto (PIHA)

Diferentemente da proposição em (Zaccarian *et al.*, 2007) que emprega um valor constante do ganho F , é proposto que esse valor seja atualizado nas condições de salto. O principal argumento para isso é que, nas condições de fluxo, a ação integral busca compensar perturbações e os efeitos de incertezas. Assume-se que o sistema controlado é

modelado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_p(\zeta)x(t) + B_p(\zeta)(u(t) + d(t)) \\ y(t) &= C_p(\zeta)x(t) \end{aligned} \quad (3.18)$$

em que $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}$ é o sinal de controle, $y(t) \in \mathbb{R}$ é o vetor de saída, $d(t) \in \mathbb{R}$ é uma perturbação de energia finita, ou seja, $d(t) \in \mathcal{L}_2$, o parâmetro incerto $\zeta \in \Omega$, $\Omega = \left\{ \zeta \in \mathbb{R}^N : \sum_{i=1}^N \zeta_i = 1, \zeta_i \geq 0 \right\}$, e as matrizes

$$[A_p, B_p, C_p](\zeta) = \sum_{i=1}^N \zeta_i [A_{p,i}, B_{p,i}, C_{p,i}], \zeta \in \Omega \quad (3.19)$$

em que as matrizes $A_{p,i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_{p,i} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ e $C_{p,i} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, $i = 1, \dots, N$, são conhecidas.

O sinal de controle é dado por,

$$u(t) = k_p e(t) + k_I x_I(t) \quad (3.20)$$

em que k_p e k_I são respectivamente, os ganhos proporcional e integral, $e(t) = r(t) - y(t)$ é o erro de regulação, $r(t)$ é o sinal de referência assumido como constante por partes e $x_I(t)$ é o estado do integrador. Além disso, $x_I(t)$ pode ser reiniciado quando algumas condições são alcançadas.

A partir disso, é realizada a seguinte mudança de variáveis para utilizar a informação carregada pelo estado do integrador:

$$\xi = x_I - x_{eq}, \quad (3.21)$$

sujeito a $\dot{F} = 0$ e $\dot{r} = 0$ durante as condições de fluxo. Omitindo o tempo e a dependência de incertezas, e considerando

$$\eta = 2e\xi + \epsilon_1 e^2 - \epsilon_2 \xi^2, \quad (3.22)$$

pode-se determinar o sistema híbrido de malha fechada como,

Equações de fluxo:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= (A_p - B_p k_p C_p)x + B_p k_I x_I + B_p k_p r + B_p d \\ \dot{e} &= -C_p A_p x - C_p B_p k_p e - C_p B_p k_I x_I - C_p B_p d \\ \dot{x}_I &= e \\ \dot{\xi} &= e \\ \dot{\tau} &= 1 \end{aligned} \right\} \eta \geq 0 \text{ ou } \tau \leq \rho, \quad (3.23)$$

Equações de salto:

$$\left. \begin{aligned} x^+ &= x \\ e^+ &= e \\ x_I^+ &= x_I - \alpha \xi \\ \xi^+ &= 0 \\ \tau^+ &= 0 \end{aligned} \right\} \eta \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho, \quad (3.24)$$

em que $\rho > 0$ é uma constante dada e é inserido um estado auxiliar $\tau \geq 0$ para regularização temporal, em que $\dot{\tau} = 1$ para $\tau \in [0, 2\rho)$, mantendo τ limitado. Além disso, $\alpha \in [0, 1]$ é a taxa de adaptação ajustável. Uma interessante questão nesse controlador PI adaptativo é que ele pode recuperar a) o controlador PI linear clássico (sem ação de reiniciação) por seleção de $\alpha = 0$; ou b) o controlador PI híbrido com ação de reiniciação sem adaptação proposta em (Zaccarian *et al.*, 2007) por seleção de $\alpha = 1$. Assim, o uso de $\alpha \in]0, 1[$ permite melhorar as propriedades de rejeição a perturbação e rastreamento de referência mesclando as propriedades vantajosas do PI linear clássico com as do híbrido.

Portanto, selecionando $\alpha = 0$, as equações (3.23) e (3.24) se tornam:

Equações de fluxo:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= (A_p - B_p k_p C_p)x + B_p k_I x_I + B_p k_p r + B_p d \\ \dot{e} &= -C_p A_p x - C_p B_p k_p e - C_p B_p k_I x_I - C_p B_p d \\ \dot{x}_I &= e \\ \dot{\xi} &= e \\ \dot{\tau} &= 1 \end{aligned} \right\} \eta \geq 0 \text{ ou } \tau \leq \rho, \quad (3.25)$$

Equações de salto:

$$\left. \begin{aligned} x^+ &= x \\ e^+ &= e \\ x_I^+ &= x_I \\ \xi^+ &= 0 \\ \tau^+ &= 0 \end{aligned} \right\} \eta \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho, \quad (3.26)$$

retornando ao PI linear.

Por outro lado, selecionando $\alpha = 1$ e utilizando (3.21), as equações (3.23)-(3.24) se tornam:

Equações de fluxo:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= (A_p - B_p k_p C_p)x + B_p k_I x_I + B_p k_p r + B_p d \\ \dot{e} &= -C_p A_p x - C_p B_p k_p e - C_p B_p k_I x_I - C_p B_p d \\ \dot{x}_I &= e \\ \dot{\xi} &= e \\ \dot{\tau} &= 1 \end{aligned} \right\} \eta \geq 0 \text{ ou } \tau \leq \rho, \quad (3.27)$$

Equações de salto:

$$\left. \begin{aligned} x^+ &= x \\ e^+ &= e \\ x_I^+ &= x_{eq} \\ \xi^+ &= 0 \\ \tau^+ &= 0 \end{aligned} \right\} \eta \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho, \quad (3.28)$$

ou seja, retorna às equações (3.10) e (3.11), que é o controlador PI híbrido sem adaptação no valor de reiniciação.

Além disso, a descrição (3.23)-(3.24) pode ser escrita na forma de estrutura proposta em (Goebel *et al.*, 2012), definindo um vetor de estados aumentado:

$$x_a = [x^T \quad e^T \quad x_I^T \quad \xi^T]^T \quad (3.29)$$

e as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} A_p - B_p k_p C_p & 0 & B_p k_I & 0 \\ -C_p A_p & -C_p B_p k_p & -C_p B_p k_I & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_r = \begin{bmatrix} B_p k_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [C_p \ 0 \ 0 \ 0], \quad (3.30)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} B_p \\ -C_p B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_r = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\epsilon_2 \end{bmatrix}$$

que permitem escrever

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_a = Ax_a + B\bar{d} \\ \dot{\tau} = 1 \end{array} \right\} x_a \in \mathbf{C} \text{ ou } \tau \leq \rho$$

$$\left. \begin{array}{l} x_a^+ = A_r x_a \\ \tau^+ = 0 \end{array} \right\} x_a \in \mathbf{D} \text{ e } \tau \geq \rho \quad (3.31)$$

em que $B = [B_r \ B_d]$ e $\bar{d} = [r \ d]^T$. Os conjuntos fechados $\mathbf{C} \subset \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{D} \subset \mathbb{R}^n$, são respectivamente os conjuntos de fluxo e de saltos, verificando $\mathbf{C} \cup \mathbf{D} = \mathbb{R}^n$ tal que

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &:= \{x_a \in \mathbb{R}^n : x_a^T M x_a \geq 0\}, \\ \mathbf{D} &:= \{x_a \in \mathbb{R}^n : x_a^T M x_a \leq 0\}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

O seguinte teorema garante a estabilidade robusta de malha fechada do controlador híbrido proposto.

Teorema 3.1. *Considere o sistema de malha fechada descrito por (3.23)-(3.24) com matrizes dadas por (3.30) com (3.19). Se existem as matrizes simétricas definidas positivas $P_i \in \mathbb{R}^{n+3 \times n+3}$, $i = 1, \dots, N$, matrizes F_1, F_2, G_1, G_2 pertencentes a $\mathbb{R}^{n \times n}$, constantes $\lambda_F > 0$, $\lambda_J > 0$, $\epsilon_1 > 0$ e $\epsilon_2 > 0$ tais que*

$$\Theta_{J,i} \equiv \begin{bmatrix} F_2 A_r + A_r^T F_2^T - P_i - \lambda_J M & \star \\ G_2 A_r - F_2^T & P_i - (G_2 + G_2^T) \end{bmatrix} \preceq 0 \quad (3.33)$$

$$\Theta_{F,i} \equiv \begin{bmatrix} \lambda_F M + F_1 A_i + A_i^T F_1^T & \star \\ P_i + G_1 A_i - F_1^T & -(G_1 + G_1^T) \end{bmatrix} \prec 0 \quad (3.34)$$

e se $x \in \mathbf{D} \Rightarrow A_r x_a \in \mathbf{C}$, então existe um ρ suficientemente pequeno tal que o sistema considerado é exponencialmente estável, o que é assegurado por uma função de Lyapunov, $\zeta \in \Omega$, dada por

$$V(x) = x_a^T P(\zeta) x_a; \quad P(\zeta) = \sum_{i=1}^N \zeta_i P_i. \quad (3.35)$$

Prova: Utilizando a convexidade de $A(\zeta)$, multiplica-se $\Theta_{F,i}$ por ζ_i e soma-se, obtendo $\Theta_F(\zeta)$ que é (3.34) com A_i substituído por $A(\zeta)$ dado em (3.19) e P_i substituído por $P(\zeta)$ dado em (3.35). Isso resulta em $\Theta_F(\zeta) \prec 0$. Ou seja,

$$\Theta_F(\zeta) = \begin{bmatrix} \lambda_F M + F_1 A(\zeta) + A^T(\zeta) F_1^T & \star \\ P(\zeta) + G_1 A(\zeta) - F_1^T & -(G_1 + G_1^T) \end{bmatrix} \prec 0 \quad (3.36)$$

Então, a equação (3.36) é pré- e pós multiplicada por $x_a^T [I \ A^T(\zeta)]$ e sua transposta, respectivamente. Assim,

$$x_a^T [I \ A^T(\zeta)] \begin{bmatrix} \lambda_F M + F_1 A(\zeta) + A^T(\zeta) F_1^T & P(\zeta) + A^T(\zeta) G_1^T - F_1 \\ P(\zeta) + G_1 A(\zeta) - F_1^T & -(G_1 + G_1^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ A(\zeta) \end{bmatrix} x_a \prec 0 \quad (3.37)$$

resulta em

$$x_a^T (\lambda_F M + A^T(\zeta) + P(\zeta) A(\zeta)) x_a < 0. \quad (3.38)$$

Como $\dot{x} = A(\zeta)x$, então

$$x_a^T \lambda_F M x_a + \dot{x}_a^T P(\zeta) x_a + x_a^T P(\zeta) \dot{x}_a < 0 \quad (3.39)$$

Similarmente, multiplica-se $\Theta_{J,i}$ por ζ_i e soma-se, resultando em $\Theta_J(\zeta)$ que é (3.33) com P_i substituído por $P(\zeta)$ dado em (3.35). Isso leva a $\Theta_J(\zeta) \preceq 0$. Isto é,

$$\Theta_J(\zeta) = \begin{bmatrix} F_2 A_r + A_r^T F_2^T - P(\zeta) - \lambda_J M & \star \\ G_2 A_r - F_2^T & P(\zeta) - (G_2 + G_2^T) \end{bmatrix} \preceq 0 \quad (3.40)$$

Assim, a equação (3.40) é pré- e pós-multiplicada por $x_a^T [I \ A_r^T]$ e sua transposta, respectivamente. Logo, por

$$x_a^T [I \ A_r^T] \begin{bmatrix} F_2 A_r + A_r^T - P(\zeta) - \lambda_J M & A_r^T G_2^T - F_2 \\ G_2 A_r - F_2^T & P(\zeta) - (G_2 + G_2^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ A_r \end{bmatrix} x_a \preceq 0 \quad (3.41)$$

obtem-se

$$x_a^T (-P(\zeta) - \lambda_J M + A_r^T P(\zeta) A_r) x_a \leq 0. \quad (3.42)$$

Definindo $x^+ = A_r x$, tem-se

$$(x_a^+)^T P(\zeta) x_a^+ - x_a^T P(\zeta) x_a - \lambda_J x_a^T M x_a \leq 0 \quad (3.43)$$

A partir disso, existe um $\varepsilon > 0$ tal que adicionando $-2\varepsilon \lambda_F x_a^T x_a$ ao lado direito de (3.39), resulta em:

$$\dot{x}_a^T P(\zeta) x_a + x_a^T P(\zeta) \dot{x}_a < -\lambda_F x_a^T (M + \varepsilon I_d) x_a - \varepsilon \lambda_F x_a^T x_a \quad (3.44)$$

e

$$(x_a^+)^T P(\zeta) x_a^+ - x_a^T P(\zeta) x_a \leq \lambda_J x_a^T M x_a. \quad (3.45)$$

Definindo $V(x) := x_a^T P(\zeta) x_a$ e $V^+(x_a) := V(x_a^+)$, obtém-se:

$$\dot{V}(x_a) < -\varepsilon \lambda_F |x_a|^2 \quad \text{se} \quad x_a^T (M + \varepsilon I_d) x_a \geq 0 \quad (3.46)$$

e

$$V^+(x_a) \leq V(x_a) \quad \text{se} \quad x_a^T M x_a \leq 0 \quad (3.47)$$

Denominando-se as funções de comparação $\kappa_1 = \lambda_{\min}(P(\zeta))$, $\kappa_2 = \lambda_{\max}(P(\zeta))$, $\kappa_3 = \varepsilon \lambda_F$, como apresentado na Seção A.2, $\forall \zeta \in \mathbb{R}^N : \sum_{i=1}^N \zeta_i = 1$ e $\zeta_i \geq 0$, tem-se:

- (i) $\kappa_1 |x_a|^2 \leq V(x_a) \leq \kappa_2 |x_a|^2$ para $x_a \in \mathbb{R}^n$;
- (ii) $\dot{V}(x_a) < -\kappa_3 |x_a|^2$ para quase todo $x_a^T (M + \varepsilon I_d) x_a \geq 0$; e
- (iii) $V(x_a)^+ - V(x_a) \leq 0$ para todo $x_a^T M x_a \leq 0$.

Estas são as condições suficientes de (Nešić *et al.*, 2008, Teorema 2), apresentadas no Apêndice B, para provar a existência de um $\rho > 0$ suficientemente pequeno tal que o sistema híbrido de malha fechada (3.31) com matrizes (3.30) seja exponencialmente estável.

Para obter a inequação (3.36) é aplicado o Lema de Finsler, como mostrado na Seção A.3, em (3.39) com $\dot{x} = A(\zeta)x$ com

$$w = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{Q} = \begin{bmatrix} \lambda_F M & P(\zeta) \\ P(\zeta) & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B} = [A(\zeta) \quad -I] \quad \text{e} \quad \mathcal{X} = \begin{bmatrix} F_1 \\ G_1 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

De forma semelhante, para obter (3.40) é aplicado o Lema de Finsler, como apresentado na Seção A.3, em (3.43) com $x^+ = A_r x$ para

$$w = \begin{bmatrix} x \\ x^+ \end{bmatrix}, \quad \mathcal{Q} = \begin{bmatrix} -P(\zeta) - \lambda_J M & 0 \\ 0 & P(\zeta) \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B} = [A_r \quad -I] \quad \text{e} \quad \mathcal{X} = \begin{bmatrix} F_2 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

■

Assim, por meio do Teorema 1, são fornecidas condições convexas para análise de estabilidade robusta do sistema de malha fechada incerto (3.23)-(3.24) com matrizes dadas por (3.30) com (3.19). Está incluído nas condições do Teorema 1 que o vetor incerto ζ é invariante no tempo. Isso pode não ser o caso quando lida-se com sistemas não lineares que possuem um modelo linearizado válido em torno de um ponto operacional. Assim, a mudança de ponto de operação pode levar a parâmetros variantes no tempo A_p , B_p e C_p e, conseqüentemente, ζ variante no tempo. Esse caso não pode ser tratado pela função de Lyapunov depende de parâmetros utilizada no Teorema 1, mas por uma função de Lyapunov quadrática, ou seja, por uma função de Lyapunov com uma P constante e independente de parâmetros. Isto é afirmado no próximo corolário, cuja prova é omitida por ser muito semelhante à do Teorema 1.

Corolário 3.1. *Considere o sistema de malha fechada descrito por (3.23)-(3.24) com matrizes dadas por (3.30) com (3.19) e ζ variante no tempo. Se existe a matriz $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simétrica definida positiva, matrizes F_1, F_2, G_1, G_2 pertencentes a $\mathbb{R}^{n \times n}$, constantes $\lambda_F > 0, \lambda_J > 0, \epsilon_1 > 0$ e $\epsilon_2 > 0$ tais que*

$$\hat{\Theta}_{J,i} \preceq 0 \text{ e } \hat{\Theta}_{F,i} \prec 0, i = 1, \dots, N, \quad (3.50)$$

em que $\hat{\Theta}_J$ e $\hat{\Theta}_F$ são obtidas de $\Theta_{J,i}$ e $\Theta_{F,i}$, respectivamente, substituindo P_i por P , e se a equação (3.4) é verificada, então existe um $\rho > 0$ suficientemente pequeno tal que o sistema em malha fechada considerado é exponencialmente estável, o que é assegurado por uma função de Lyapunov dada por $V(x) = x^T P x$.

Observação 3.2. (Perturbação constante por partes). Por causa da modelagem utilizada, uma perturbação d , mesmo que não seja quadraticamente integrável, pode ser vista como um erro de modelagem: $\hat{p} = \delta A_p x + \delta B_p u$ com δA_p e δB_p representando erros de modelagem aditivos nos parâmetros A_p e B_p , respectivamente. Nesse caso, tem-se $\dot{x} = A_p x + B_p u + \hat{p}$ e assim $\dot{x} = (A_p + \delta A_p)x + (B_p + \delta B_p)u$. Portanto, com utilização do controlador proposto (3.23)-(3.24), os erros de modelagem são compensados e perturbações são rejeitadas, sejam do tipo \mathcal{L}_2 ou não, mas constante por partes e com duração suficientemente longa.

Assim, para uma solução viável ao *Problema 3.1*, é proposta a utilização do controlador PI híbrido dado por (3.23)-(3.24), que é implementado como mostrado na Figura 3.1 em linhas vermelhas.

Observação 3.3. O controlador PI híbrido adaptativo robusto desenvolvido nesta seção, dado pelas equações (3.23) e (3.24), é denominado como controlador PIHA, para facilitar a notação.

Observação 3.4. É importante destacar que a estrutura da matriz M em (3.30) é escolhida de modo que a LMI (3.34) seja factível. Isso porque, a matriz de fluxo A em (3.30) possui uma coluna de zeros, indicando a presença de um autovalor igual a zero. Dessa forma, a LMI (3.34) não poderá ser estritamente menor que zero. Por esse motivo, como a condição de reiniciação e, conseqüentemente, a matriz M são parâmetros de projeto, é inserido na última posição da diagonal da matriz o termo $-\epsilon_2$. Com isso, como $\lambda_F M$ é somado a $F_1 A$, é como se fosse inserido um autovalor negativo na matriz A , tornando possível a factibilidade da matriz (3.34).

Observação 3.5. Para funcionamento adequado do controlador PIHA, a primeira reiniciação deve ser realizada para o valor nominal. Ou seja, x_I é reiniciado para $x_{eq} = Fr/k_I$. É importante ressaltar que para $\alpha = 0$, isto é, para utilização do controlador PIH, todas as reiniciações são realizadas para o valor nominal.

Em seguida, é apresentado um exemplo que mostra que o controlador PIHA apresenta as vantagens do PIH, porém, é capaz de rejeitar perturbações do tipo constante por partes e é robusto a erros de modelagem, ou seja, mostra-se como boa solução para o *Problema 3.1*.

Exemplo 3.3. Considere novamente o sistema (3.15) e o controlador PI com ganhos dados em (3.17). Além disso, seleciona-se um $\alpha = 0,6$, como apresentado na Observação 3.6 após este exemplo. Primeiramente, é simulado o sistema em malha fechada com os controladores PI e PIHA para seguimento de referência. A Figura 3.7 apresenta as respostas do sistema para os dois controladores. Como é possível observar, os gráficos são semelhantes aos da Figura 3.4 do *Exemplo 3.2*. Ou seja, como não há presença de incertezas no modelo e nem de perturbações, o PIHA apresenta o mesmo desempenho que o PIH. Dessa forma, não apresenta sobressinal, e os tempos de acomodação e subida possuem os mesmos valores. Como esperado, os índices de desempenho para o PIHA são os mesmos apresentados na Tabela 3.1 para o PIH. Logo, assim como o PIH, o PIHA é capaz de superar as limitações do PI linear, apresentando desempenho satisfatório para seguimento de referência.

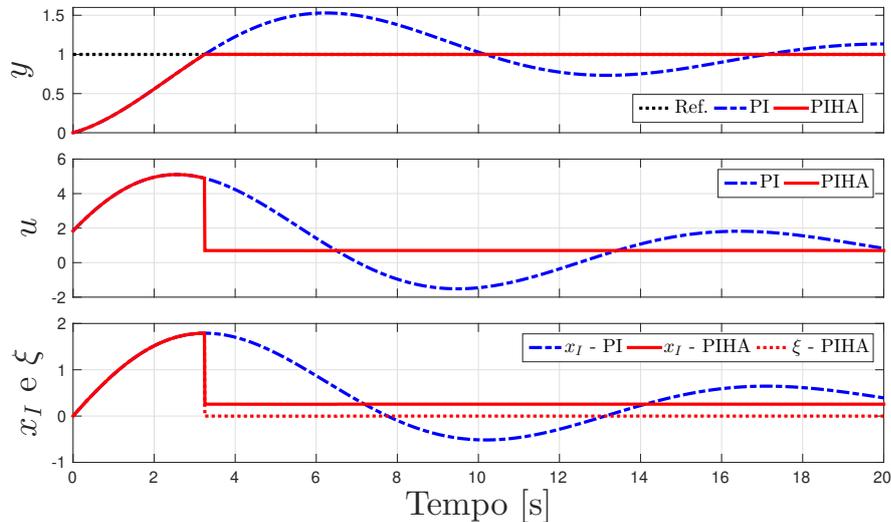


Figura 3.7: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIHA (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para seguimento de referência.

Em seguida, são realizadas simulações para avaliar o desempenho dos dois controladores para rejeição de perturbação constante por partes. Para isso, é inserida uma perturbação na entrada do sistema de amplitude 0,5, entre os instantes de 100 e 162 segundos. A Figura 3.8 mostra as saídas do sistema para o PI e PIHA, assim como os sinais de controle correspondentes e os estados dos controladores. Como é possível observar, o controlador PI (como no *Exemplo 3.2*) rejeita de forma adequada a perturbação, assim como o PIHA.

Nesse caso, como pode ser visto no gráfico inferior, o valor de reiniciação do estado do integrador x_I é adaptado ao longo do tempo, devido ao estado ξ , fazendo com que a perturbação seja rejeitada de forma satisfatória. Dessa forma, o estado x_I converge para um valor de equilíbrio e ξ converge para zero, indicando que a reiniciação chegou ao seu valor correto. Como pode ser visto na Tabela 3.3, o PIHA possui melhor desempenho para rejeição de perturbação que o PI. Portanto, o PIHA pode ser utilizado para rejeição de perturbações do tipo constante por partes.

Tabela 3.3: Índices de desempenho para os controladores PI e PIHA para rejeição de perturbação

Controlador	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	0,0089	0,1013	0,0168	$2,9246 \times 10^{-4}$
PIHA	0,0073	0,0953	0,0143	$2,5913 \times 10^{-4}$

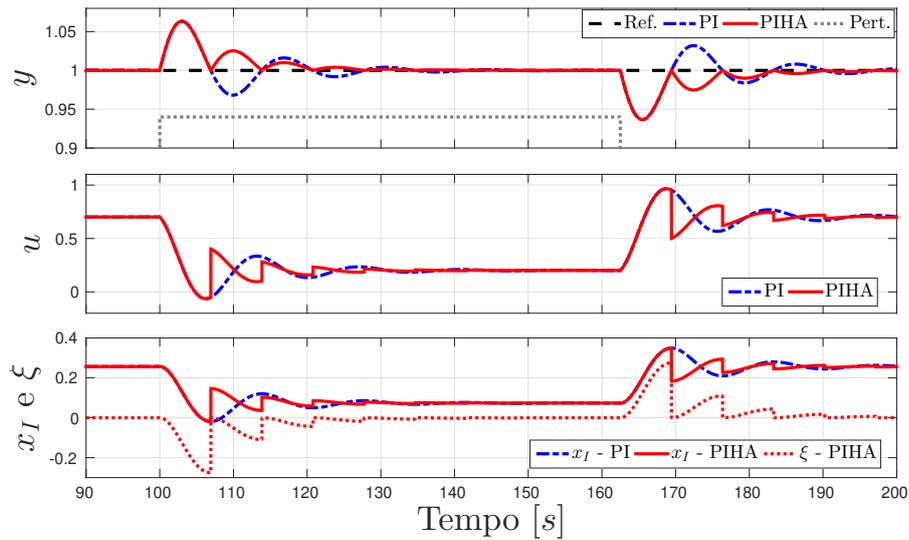


Figura 3.8: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIHA (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para rejeição de perturbação.

E por último, são realizadas simulações para avaliar o comportamento do controlador PIHA para erros de modelagem. Assim, são inseridas incertezas de $\pm 50\%$ no valor de F , assim como no *Exemplo 3.2*. No caso do PIHA, a primeira reiniciação do integrador é feita para o valor com incerteza, fazendo com que a saída apresente uma ondulação. Mas em seguida, tem esse valor adaptado, de forma com que a saída convirja para a referência, como pode ser visto na Figura 3.9. Assim, pode-se dizer que o controlador PIHA é robusto a erros de modelagem.

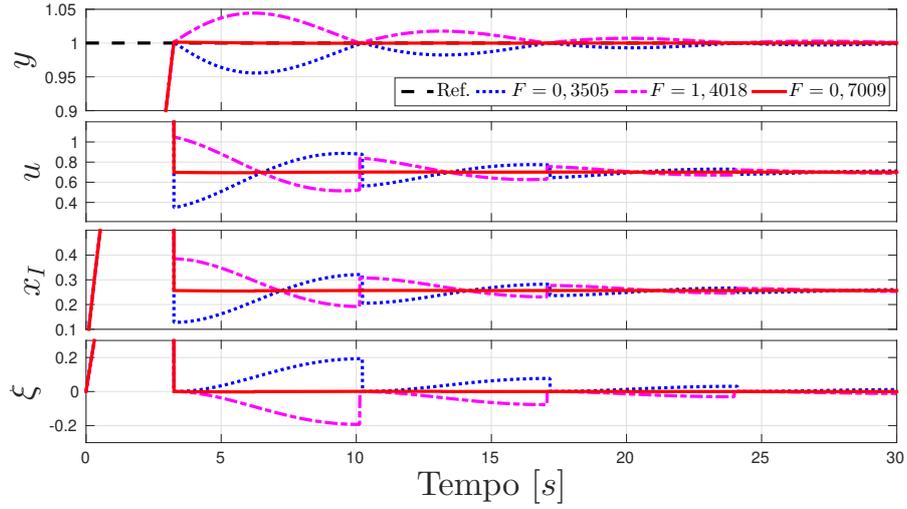


Figura 3.9: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIHA (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráficos inferiores) para erro de modelagem.

Para concluir é realizada a análise de estabilidade por meio do *Teorema 3.1*. Resolvendo as LMIs (3.33) e (3.34) para a planta com matrizes (3.15), controlador com ganhos (3.17), $\alpha = 0,6$, $\epsilon_1 = 1 \times 10^{-7}$ e $\epsilon_2 = 1 \times 10^{-7}$, os resultados obtidos são:

$$\lambda_F = 3,0733 \times 10^7; \quad \lambda_J = 9,6621; \quad (3.51)$$

e as matrizes em (C.1) apresentadas no Apêndice C.

Assim, como é encontrada uma matriz P definida positiva que satisfaz as LMIs (3.33) e (3.34), pode-se dizer que o sistema de malha fechada controlado é estável. Portanto, por meio desse exemplo, é possível constatar que o controlador PIHA mostra-se como uma solução adequada para o *Problema 3.1*.

Observação 3.6. A constante de adaptação α utilizada no controlador PIHA pode ser selecionada de modo que o sistema de malha fechada apresente o melhor desempenho. Normalmente, realiza-se simulações com o controlador híbrido para diferentes valores de α , e aquele que provoca a melhor resposta é escolhido. Um exemplo de teste que pode ser realizado é por meio da análise da resposta de rejeição de perturbação, como mostrado na Figura 3.10.

A partir das equações (3.23) e (3.24), pode-se observar que o controlador PIHA tem como sinal de controle a equação do controlador PI linear, em que o estado do integrador é reiniciado quando a condição de salto é satisfeita. É evidente que o estado do PI é diretamente afetado pelas reiniciações, o que requer uma modificação da estrutura original do controlador PI linear previamente implementado para o controle do processo. Portanto, para implementar o controlador PIHA em sistemas industriais que já possuem

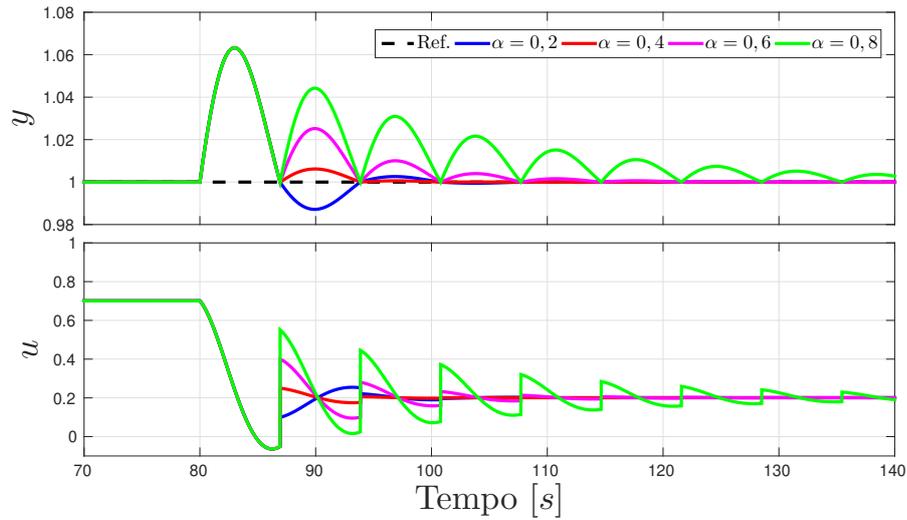


Figura 3.10: Saída do sistema com utilização do controlador PIHA (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico inferior) para diferentes valores de α .

um controlador PI linear, é necessário modificar o controlador para realizar a reiniciação do integrador. Entretanto, como em muitos casos não é possível ou apropriado realizar tal modificação, uma solução para implementar os controladores híbridos nestes casos é de grande interesse para melhorar o desempenho de malha fechada. Assim, com esse objetivo, é proposto o controlador desenvolvido na próxima seção.

3.3 Procedimento *Plug-in*

Nesta seção é apresentado o desenvolvimento dos controladores PI híbrido com procedimento *plug-in* (PIP) e PI híbrido adaptativo robusto com procedimento *plug-in* (PIHP). Este último mostra-se como uma solução alternativa ao *Problema 3.1*. Primeiramente é proposto o PIP, que em seguida é modificado para inclusão da lei de adaptação, se tornando o PIHP.

Sabe-se que o PIHA tem como sinal de controle a equação de um PI linear (3.20), em que o estado do integrador é reiniciado quando a condição de salto é satisfeita. Dessa forma, o estado do PI é diretamente afetado pelas reiniciações. Propõe-se então um controlador híbrido que não altere o estado original x_I do PI linear. Portanto, o sinal de controle do PIP é:

$$u = k_p e + k_I x_I - k_I \xi \quad (3.52)$$

em que k_p é o ganho proporcional, k_I o ganho integral e x_I o estado do integrador. É inserido um estado adicional ξ , que é subtraído de x_I , de modo que no instante de salto (quando a saída cruza a referência), u seja reiniciado para seu valor de equilíbrio. Define-se

então,

$$\Upsilon = \frac{F}{k_I}r, \quad (3.53)$$

em que F é dado por (3.12). Como o erro é zero quando a condição de salto é atendida, $k_I\Upsilon = Fr$ é o valor de equilíbrio de u . A partir disso, considerando

$$\eta = [e(x_I - \xi - \Upsilon)], \quad (3.54)$$

o PIP é definido como:

Equações de fluxo:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_I = e \\ \dot{\xi} = 0 \\ \dot{\tau} = 1 \end{array} \right\} \eta \geq 0 \text{ ou } \tau \leq \rho, \quad (3.55)$$

Equações de salto:

$$\left. \begin{array}{l} x_I^+ = x_I \\ \xi^+ = x_I - \Upsilon \\ \tau^+ = 0 \end{array} \right\} \eta \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho. \quad (3.56)$$

Assim, o estado do PI linear não é alterado pelas reiniciações, e quando a condição de salto é satisfeita, o sinal de controle é reiniciado para seu valor de equilíbrio, de forma semelhante ao PIH. Como Υ depende dos parâmetros nominais do sistema, como pode ser visto em (3.12), quando há incerteza no modelo do sistema, a reiniciação é realizada para um valor incorreto. Além disso, a rejeição à perturbação é limitada por um ganho \mathcal{L}_2 , ou seja, a saída do sistema apresenta ondulações dentro de uma faixa, que tem como um de seus limites a referência. Logo, deve ser projetado um controlador híbrido, que seja robusto a erros de modelagem e que seja capaz de rejeitar perturbações do tipo constante por partes.

O exemplo apresentado a seguir mostra as respostas do controlador PIP para seguimento de referência, rejeição de perturbação e erros de modelagem.

Exemplo 3.4. Considere novamente o sistema de primeira ordem (3.15) para seguimento de um degrau unitário, com os ganhos do PI dados por (3.17) e $F = 0,7009$. Dessa forma, $\Upsilon = 0,2567$. O controlador híbrido das equações (3.55) e (3.56) é simulado e comparado ao PI linear. A Figura 3.11 mostra as respostas dos controladores para seguimento de referência. Como pode-se observar, a saída e o sinal de controle são semelhantes aos do PIH e PIHA (figuras 3.4 e 3.7). As diferenças ocorrem nos valores de x_I e ξ . Isso porque, quando a condição de salto é atendida, o valor de ξ é reiniciado para $x_I - \Upsilon$, fazendo com que x_I se mantenha constante e u seja levado a seu valor de equilíbrio. Portanto, os índices de desempenho do PI e PIP, são respectivamente, os mesmos de PI e PIH da Tabela 3.1, demonstrando o melhor desempenho de PIP.

Em seguida, a capacidade de rejeição de perturbação do controlador PIP é avaliada. A Figura 3.12 apresenta o comportamento dos controladores PI e PIP para uma perturbação

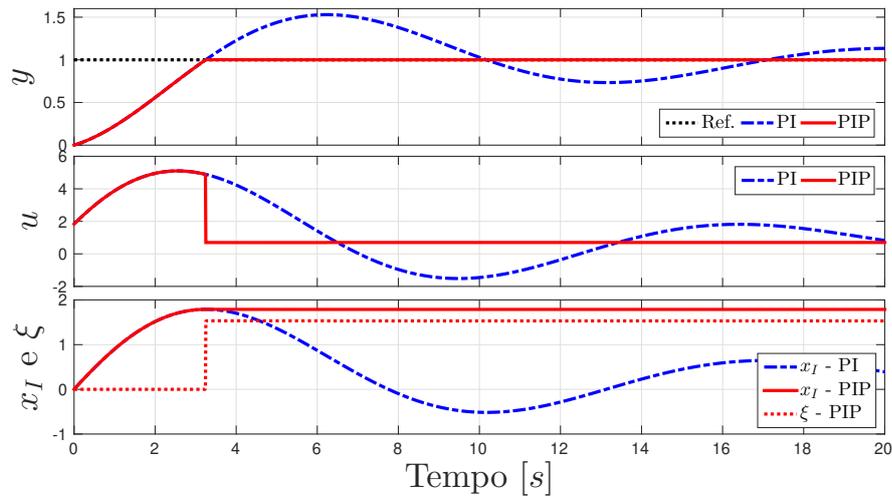


Figura 3.11: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIP (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para seguimento de referência.

de amplitude 0,5 aplicada entre 100 e 162 segundos. Pode-se verificar que os gráficos de saída e sinal de controle são equivalentes aos da Figura 3.5. Porém, por meio do gráfico inferior, pode ser visto que além de x_I e ξ não serem capazes de rejeitar a perturbação, estes se tornam instáveis durante o período de perturbação. Mas, em relação à entrada e saída, o desempenho do PIP é semelhante ao do PIH, com mesmos índices de desempenho da Tabela 3.2.

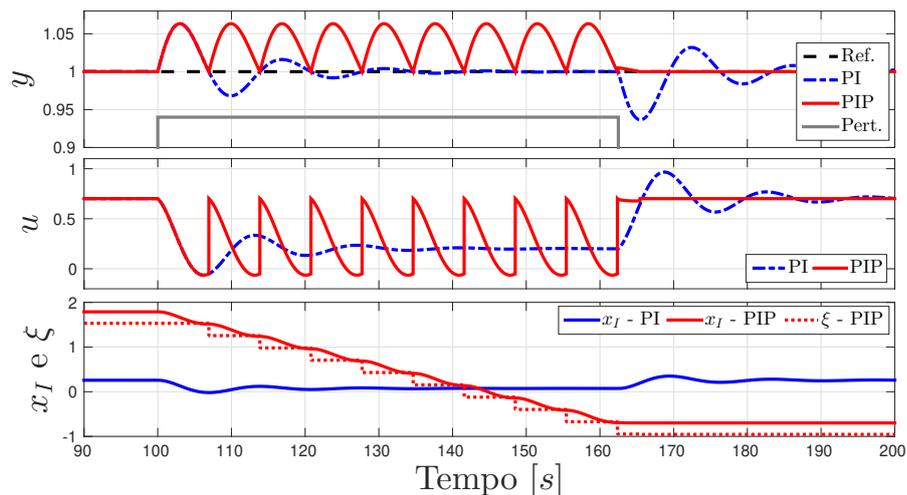


Figura 3.12: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIP (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para rejeição de perturbação.

Por último, o valor de F é modelado com $\pm 50\%$ de erro. Novamente, comparando a Figura 3.13 com a Figura 3.6, percebe-se que a saída e sinal de controle do PIP são

iguais aos do PIH. Por outro lado, os estados x_I e ξ se tornam instáveis, pois durante todo o tempo, buscam compensar o erro entre a referência e a saída. Dessa forma, pode-se afirmar que o controlador PIP não é robusto a erros de modelagem.

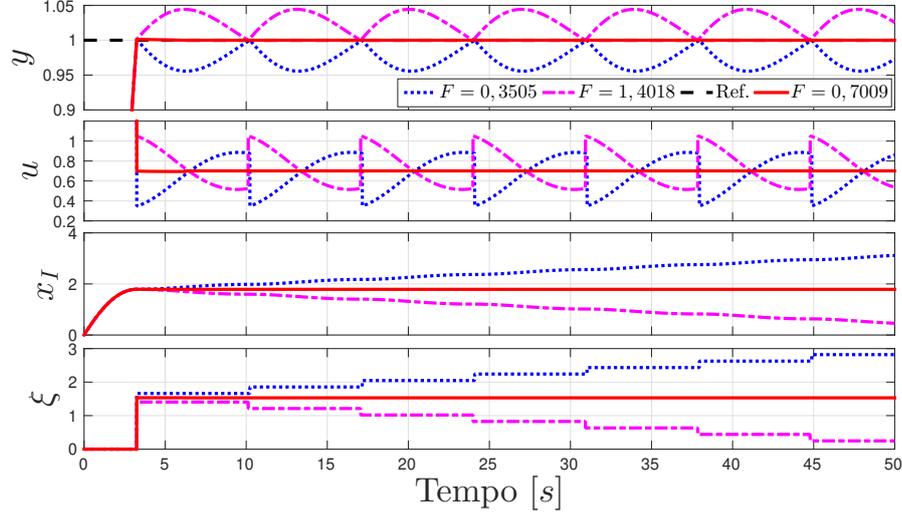


Figura 3.13: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIP (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráficos inferiores) para erro de modelagem.

Assim, o controlador PIP não é recomendado para controlar sistemas que possuem incertezas no modelo ou que estão sujeitos à perturbação. Além disso, pode-se dizer que os controladores PIH e PIP apresentam respostas semelhantes, sendo as equações (3.55) e (3.56) uma outra formulação para o FORE de (Zaccarian *et al.*, 2007). É importante ressaltar que o PIP é BIBO (Entrada limitada/Saída limitada, do inglês *Bounded-Input Bounded-Output*) estável, mas não internamente estável.

Por meio do desenvolvimento do controlador e do exemplo anterior, verifica-se a necessidade de projetar um controlador que seja robusto à incertezas, que rejeite perturbações do tipo constante por partes e que seja internamente estável. Para isso, o sinal de controle u é o mesmo de (3.52) e o estado do integrador continua sem sofrer alteração em suas dinâmicas contínua e discreta de (3.55) e (3.56).

Uma solução possível é tornar Υ um estado do sistema, de modo que seja adaptado nos instantes de reiniciação, assim como ξ . Para ξ , propõe-se que este seja reiniciado para:

$$\xi^+ = \xi + \Delta \quad (3.57)$$

em que Δ pode ser visto como a correção que deve ser feita no valor de reiniciação de ξ . Essa correção deve estar relacionada com a evolução de x_I entre os instantes de salto. Assim,

$$\xi^+ = \xi + \alpha (x_I - x_{I_r}) \quad (3.58)$$

em que α é uma constante que representa a ponderação dada ao termo de correção e x_{I_r} o valor de x_I no último instante de reiniciação. Como $\dot{\xi} = 0$, ξ se mantém constante entre os saltos do controlador. Então, x_{I_r} pode ser calculado como:

$$x_{I_r} = \xi + \Upsilon. \quad (3.59)$$

Porém, como Υ pode ser um parâmetro incerto, se for mantido constante, o valor de x_{I_r} poderá estar incorreto, causando uma reiniciação inadequada de ξ . Logo, Υ passa a ser um estado do controlador, que é modificado durante os saltos, para

$$\Upsilon^+ = x_I - \xi^+, \quad (3.60)$$

e,

$$\xi^+ = \xi + \alpha(x_I - \xi + \Upsilon). \quad (3.61)$$

Portanto, a partir desse desenvolvimento, o controlador PI híbrido adaptativo com procedimento *plug-in* (PIHP), considerando:

$$\eta = 2e(x_I - \xi - \Upsilon) + \epsilon_1 e^2 - \epsilon_2 \xi^2 - \epsilon_3 \Upsilon^2 \quad (3.62)$$

e

$$u = k_p e + k_I x_I - k_I \xi \quad (3.63)$$

é dado por:

Equações de fluxo:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = (A_p - B_p k_p C_p)x + B_p k_I x_I - B_p k_I \xi + B_p k_p r + B_p d \\ \dot{e} = -C_p A_p x - C_p B_p k_p e - C_p B_p k_I x_I + C_p B_p k_I \xi - C_p B_p d \\ \dot{x}_I = e \\ \dot{\xi} = 0 \\ \dot{\Upsilon} = 0 \\ \dot{\tau} = 1 \end{array} \right\} \eta \geq 0 \text{ ou } \tau \leq \rho, \quad (3.64)$$

Equações de salto:

$$\left. \begin{array}{l} x^+ = x \\ e^+ = e \\ x_I^+ = x_I \\ \xi^+ = \xi + \alpha(x_I - \xi - \Upsilon) \\ \Upsilon^+ = x_I - \xi - \alpha(x_I - \xi - \Upsilon) \\ \tau^+ = 0 \end{array} \right\} \eta \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho. \quad (3.65)$$

Da mesma forma que o controlador PIHA, esta versão de controlador também pode recuperar *a)* o controlador PI linear clássico (sem ação de reiniciação) por seleção de $\alpha = 0$; ou *b)* o controlador PI híbrido com ação de reiniciação sem adaptação proposta em (Zaccarian *et al.*, 2007) por seleção de $\alpha = 1$.

De forma semelhante ao PIHA, as equações (3.64) e (3.65) podem ser reescritas na forma proposta em (Goebel *et al.*, 2012). Para isso, é definido o vetor de estados aumentado

$$x_a = [x^T \quad e^T \quad x_I^T \quad \xi^T \quad \Upsilon^T]^T, \quad (3.66)$$

e as matrizes,

$$A = \begin{bmatrix} A_p - B_p k_p C_p & 0 & B_p k_I & -B_p k_I & 0 \\ -C_p A_p & -C_p B_p k_p & -C_p B_p k_I & C_p B_p k_I & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_r = \begin{bmatrix} B_p k_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} B_p \\ -C_p B_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [C_p \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad (3.67)$$

$$A_r = \begin{bmatrix} I_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1 - \alpha & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 - \alpha & \alpha - 1 & \alpha \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\epsilon_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -\epsilon_3 \end{bmatrix}.$$

Assim, é possível escrever:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_a = Ax_a + Bd \\ \dot{\tau} = 1 \end{array} \right\} x_a \in \mathbf{C} \text{ ou } \tau \leq \rho \quad (3.68)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_a^+ = A_r x_a \\ \tau^+ = 0 \end{array} \right\} x_a \in \mathbf{D} \text{ e } \tau \geq \rho$$

em que os conjuntos fechados $\mathbf{C} \subset \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{D} \subset \mathbb{R}^n$, respectivamente os conjuntos de fluxo e de saltos, verificando $\mathbf{C} \cup \mathbf{D} = \mathbb{R}^n$ tal que

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &:= \{x_a \in \mathbb{R}^n : x_a^T M x_a \geq 0\}, \\ \mathbf{D} &:= \{x_a \in \mathbb{R}^n : x_a^T M x_a \leq 0\}. \end{aligned} \quad (3.69)$$

Como a formulação do controlador PIHP dada por (3.68) com (3.69) é mesma do PIHA, com equações (3.31) e (3.32), o *Teorema 3.1* pode ser utilizado para analisar sua estabilidade.

Observação 3.7. Pode-se observar que a matriz de fluxo A em (3.67) possui duas linhas de zeros, indicando a presença de dois autovalores iguais a zero. E de modo semelhante ao apresentado na Observação 3.4, são inseridos $-\epsilon_2$ e $-\epsilon_3$ nos dois últimos elementos da diagonal da matriz M para que a factibilidade de (3.34) seja possível.

Observação 3.8. Para desempenho satisfatório do controlador PIHP, a primeira reiniciação deve ser feita para o valor nominal. Isto é, ξ é reiniciado para $\Upsilon = Fr/k_I$. Para $\alpha = 0$, ou seja, selecionando-se o controlador PIP, todas as reiniciações são realizadas para o valor nominal.

O exemplo a seguir apresenta a análise de desempenho do controlador PIHP para seguimento de referência, rejeição à perturbação e robustez a erros de modelagem.

Exemplo 3.5. Considere novamente o sistema (3.15) controlado pelo PI com ganhos dados por (3.17), $F = 0,7009$ e $\alpha = 0,6$. A Figura 3.14 mostra as respostas do PI e do PIHP para seguimento de referência. Nota-se que os gráficos são idênticos aos do PIP da Figura 3.11. Para o caso nominal e seguimento de referência, os controladores PIH, PIHA, PIP e PIHP são semelhantes, fornecendo o mesmo sinal de controle ao sistema. Assim, os índices de desempenho do PIHP são os mesmos do PIH da Tabela 3.1.

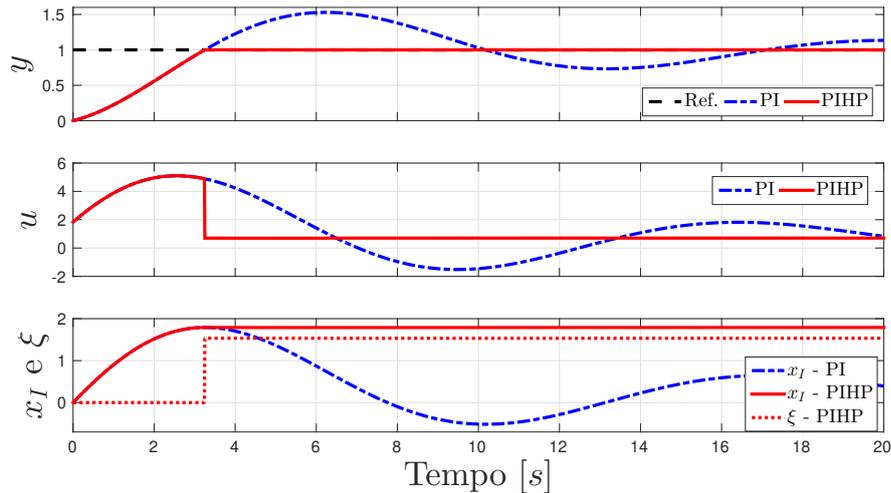


Figura 3.14: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIHP (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para seguimento de referência.

Em seguida, é realizado o teste de perturbação, como no *Exemplo 3.4* e são obtidos os gráficos da Figura 3.15. De forma idêntica ao PIHA, o PIHP rejeita satisfatoriamente a perturbação constante por partes inserida na entrada do sistema. As diferenças entre os dois controladores ocorrem apenas nos valores dos estados x_I e ξ , já que suas implementações geram os mesmos sinais de controle. No caso do PIHP, durante o período de perturbação, x_I e ξ convergem para seus valores de equilíbrio, ao contrário do PIP, que tinha os dois estados instáveis. Os índices de desempenho do PIHP são os mesmos do PIHA da Tabela 3.3. Ou seja, apresenta melhor desempenho que o PI linear na rejeição de perturbação.

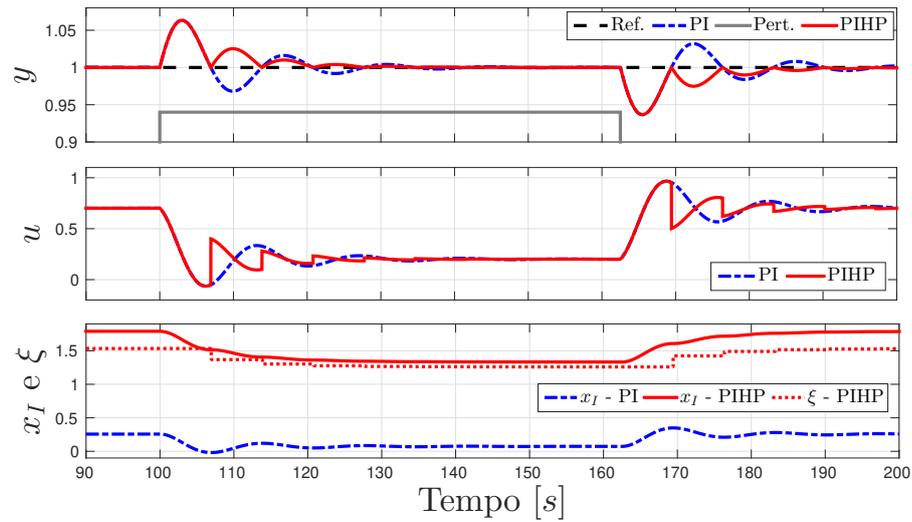


Figura 3.15: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIHP (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para rejeição de perturbação.

Finalmente, o controlador PIHP é simulado para erro de modelagem em F de $\pm 50\%$, originando a Figura 3.16. É possível observar que com a adaptação de ξ , o sinal de controle converge para um valor de equilíbrio, tornando o sistema controlado robusto à incertezas no modelo. Além disso, pode-se constatar que os gráficos são semelhantes aos da Figura 3.9, referente ao controlador PIHA. Ou seja, os dois controladores agem de forma semelhante para rejeitar o erro de modelagem, e, portanto, são semelhantes.

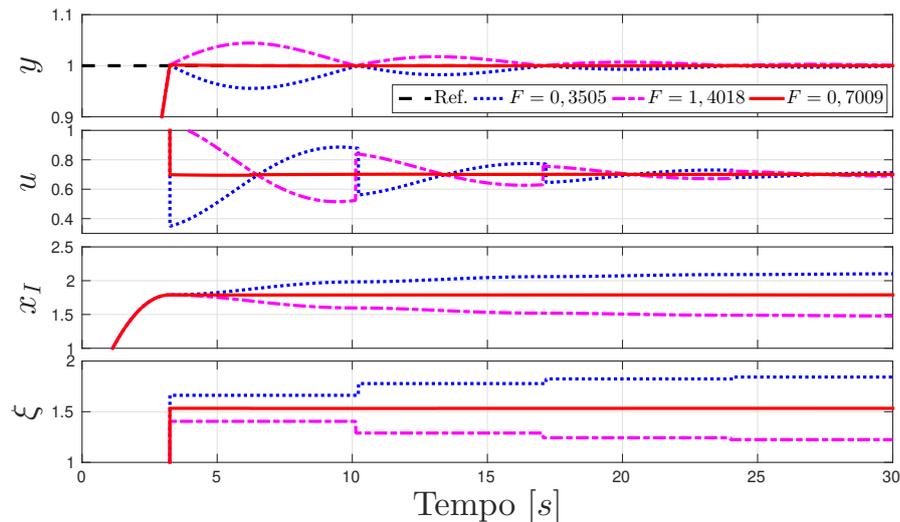


Figura 3.16: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIHP (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para erro de modelagem.

Por último, é realizada a análise de estabilidade do controlador PIHP por meio do

Teorema 3.1. Resolvendo as LMIs (3.33) e (3.34) para a planta com matrizes (3.15), controlador com ganhos (3.17), $\alpha = 0,6$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 1 \times 10^{-6}$, os resultados obtidos são:

$$\lambda_F = 0,6225; \quad \lambda_J = 3,4099 \times 10^{-6}; \quad (3.70)$$

e as matrizes em (C.2) no Apêndice C.

Dessa forma, como é encontrada uma matriz P definida positiva que satisfaz as LMIs (3.33) e (3.34), pode-se dizer que o sistema de malha fechada é estável. Assim, por meio desse exemplo, é possível constatar que o controlador PIHP, assim como o PIHA, mostra-se como uma solução adequada para o *Problema 3.1*. A principal vantagem desse controlador é que o PI linear original não é alterado como no PIHA. Porém, o controlador apresenta uma dimensão adicional, devido à inclusão do estado Υ .

O próximo exemplo mostra como é o desempenho dos controladores PIHP e PIHA para o controle de um sistema de segunda ordem com grau relativo unitário, em comparação com o PI linear e o PIH. Novamente, o desempenho obtido pelos controladores adaptativos é melhor.

Exemplo 3.6. Considere o sistema de segunda ordem de grau relativo unitário dado por:

$$A_p = \begin{bmatrix} -0,1248 & 1 \\ -0,0005 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_p = \begin{bmatrix} 0,0710 \\ 0,0009 \end{bmatrix}; \quad C_p = [1 \quad 0]; \quad D_p = 0. \quad (3.71)$$

É projetado um controlador PI de modo a ser obtido 60% de sobressinal e tempo de acomodação de 70 segundos, como apresentado na Seção 2.1.2. Então, seus ganhos são:

$$k_p = 0,08 \quad \text{e} \quad k_I = 1,6. \quad (3.72)$$

Além disso, $F = 0,5556$ é calculado pela equação (3.12) e é escolhido $\alpha = 0,4$ de forma arbitrária. Dessa forma, são simulados os controladores PI, PIH, como mostrado nas figuras 3.17 e 3.19, e PIHA e PIHP, figuras 3.18 e 3.20, para seguimento de referência e rejeição de perturbação, respectivamente. Para seguimento de referência, o PI apresenta 60% de sobressinal e 60 segundos de tempo de acomodação. Já o controlador PIH apresenta ondulações que diminuem de amplitude, convergindo para a referência. Esse efeito ocorre porque o segundo estado do sistema (x_2) têm dinâmica mais lenta, e age como uma perturbação ao primeiro estado, até atingir sua condição de equilíbrio. Assim, como pode ser visto pela Figura 3.17, o PIH é mais lento que o PI, pois o estado do integrador é reiniciado diversas vezes para um valor fixo, provocando uma convergência mais demorada da resposta.

Para melhor visualização dos resultados, as respostas do PIHA e PIHP para seguimento de referência são mostradas na Figura 3.18. Como pode-se observar, a saída e o sinal dos

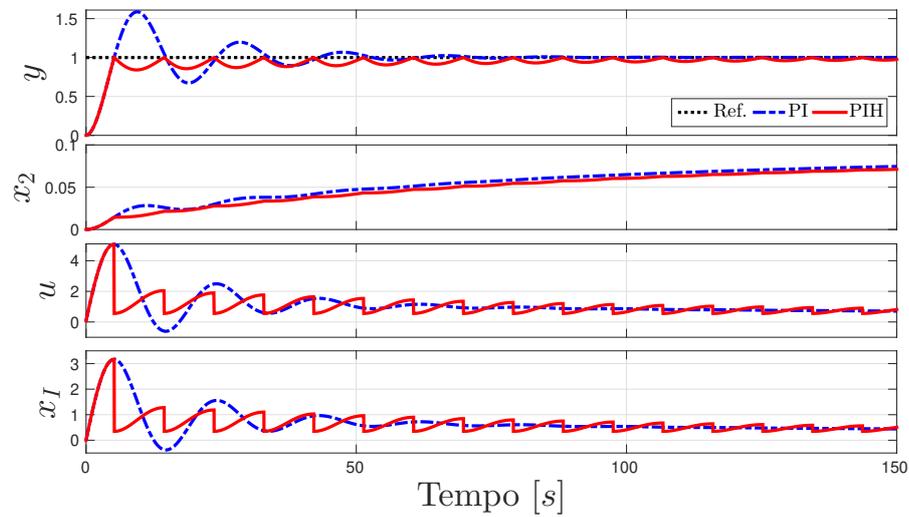


Figura 3.17: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIH (primeiro gráfico), segundo estado do sistema (segundo gráfico), e seus respectivos sinais de controle (terceiro gráfico) e estados do controlador (quarto gráfico) para seguimento de referência.

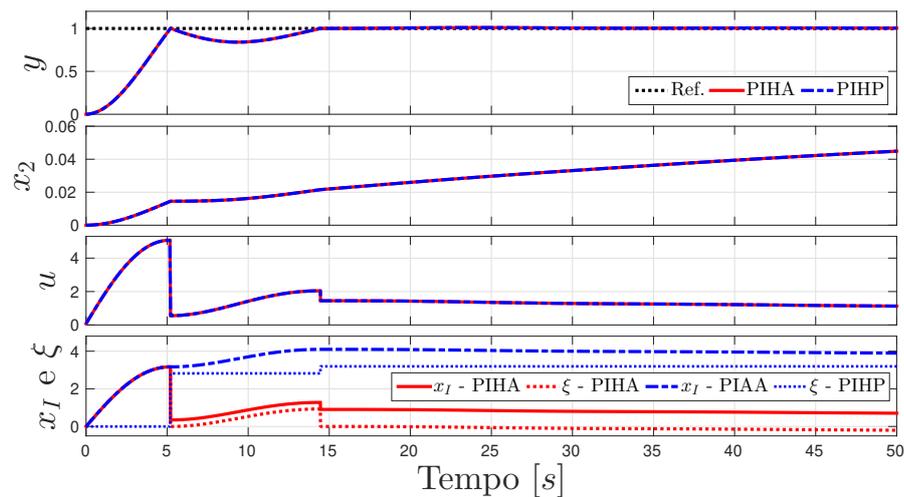


Figura 3.18: Saída do sistema com utilização dos controladores PIHA e PIHP (primeiro gráfico), segundo estado do sistema (segundo gráfico), e seus respectivos sinais de controle (terceiro gráfico) e estados do controlador (quarto gráfico) para seguimento de referência.

dois controladores são iguais. O tempo de acomodação obtido é de 14 segundos, não apresentando sobressinal. Porém, a oscilação abaixo do sinal de referência é de 16%. Devido à adaptação dos controladores, na segunda reiniciação, o sistema praticamente entra em equilíbrio.

A Tabela 3.4 mostra os índices de desempenho calculados para os controladores. Apesar da convergência do PIH ser mais lenta que do PI, seus índices são melhores. Isso porque a resposta transitória do PI é pior que do PIH. Já o PIHA e PIHP, no geral, possuem índices relativamente melhores que dos outros controladores, com exceção do IVE. Portanto, pode-se concluir que os controladores adaptativos apresentam melhor desempenho para o seguimento de referência de sistemas de segunda ordem com grau relativo unitário.

Tabela 3.4: Índices de desempenho para os controladores PI, PIH, PIHA e PIHP para seguimento de referência

Controlador	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	0,0764	0,8594	0,1794	0,0322
PIH	0,0717	0,6250	0,1228	0,0202
PIHA e PIHP	0,0304	0,5707	0,1282	0,0170

Para rejeição de perturbação, como apresentado nas figuras 3.19 (PI e PIH) e 3.20 (PIHA e PIHP), mais uma vez, os controladores híbridos adaptativos possuem melhor desempenho que o PI e o PIH. Isso porque rejeitam o distúrbio de forma mais rápida e sem oscilações. Como esperado, o PIH não é capaz de compensar a perturbação, tendo na saída, uma série de ondulações durante o período de perturbado. Os índices de desempenho são apresentados na Tabela 3.5, em que pode-se observar o melhor desempenho do PIHA e PIHP em relação ao IAE e ao ISE, e do PIH para IVU e IVE. Apesar desses índices serem menores, o PIH não rejeita a perturbação. Dessa forma, os híbridos adaptativos são melhores na rejeição de perturbação.

Finalmente, é realizada a análise de estabilidade por meio do *Teorema 3.1*. Resolvendo as LMIs (3.33) e (3.34) com utilização do PIHA para a planta com matrizes (3.71), controlador com ganhos (3.72), $\alpha = 0,4$, $\epsilon_1 = 1 \times 10^{-7}$ e $\epsilon_2 = 1 \times 10^{-5}$, os resultados obtidos são:

$$\lambda_F = 0,0584; \quad \lambda_J = 2,8872 \times 10^{-6}; \quad (3.73)$$

e as matrizes apresentadas em (C.3) no Apêndice C.

Dessa forma, como é encontrada uma matriz P definida positiva que satisfaz as LMIs (3.33) e (3.34), pode-se afirmar que o sistema de malha fechada controlado pelo PIHA é estável. De maneira semelhante, é analisada a estabilidade do PIHP com $\alpha = 0,4$,

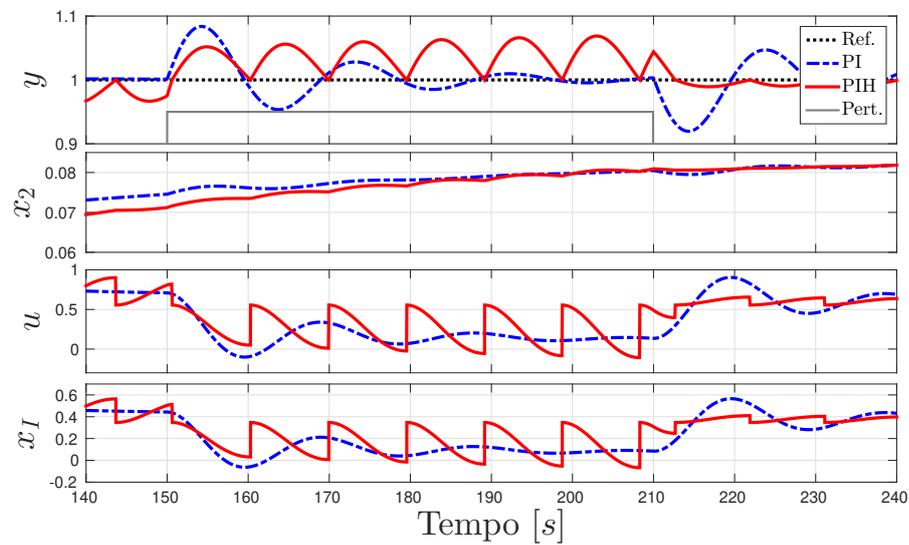


Figura 3.19: Saída do sistema com utilização dos controladores PI e PIH (primeiro gráfico), segundo estado do sistema (segundo gráfico), e seus respectivos sinais de controle (terceiro gráfico) e estados do controlador (quarto gráfico) para rejeição de perturbação.

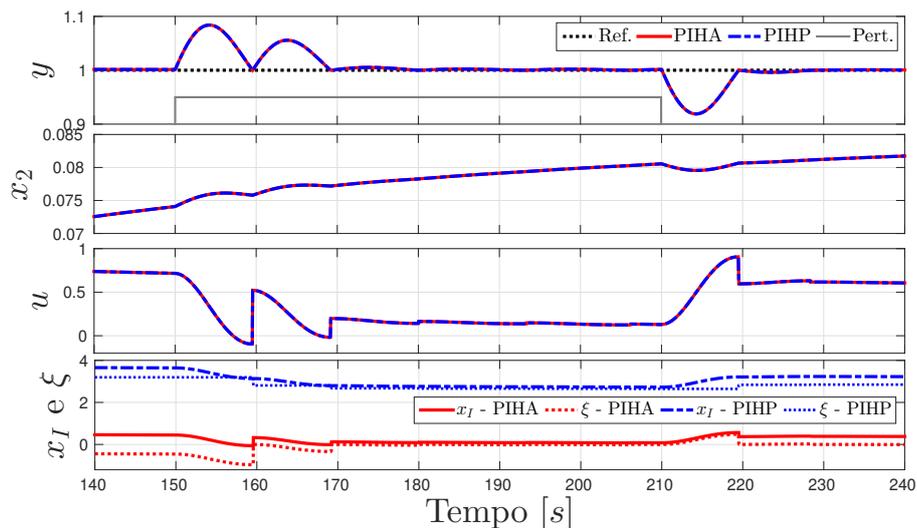


Figura 3.20: Saída do sistema com utilização dos controladores PIHA e PIHP (primeiro gráfico), segundo estado do sistema (segundo gráfico), e seus respectivos sinais de controle (terceiro gráfico) e estados do controlador (quarto gráfico) para rejeição de perturbação.

Tabela 3.5: Índices de desempenho para os controladores PI, PIH, PIHA e PIHP para rejeição de perturbação

Controlador	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	0,0216	0,2622	0,0306	$9,3737 \times 10^{-4}$
PIH	0,0254	0,2383	0,0260	0,0011
PIHA e PIHP	0,0143	0,2470	0,0278	$7,9077 \times 10^{-4}$

$\epsilon_1 = 1 \times 10^{-7}$, $\epsilon_2 = 1 \times 10^{-5}$ e $\epsilon_3 = 1 \times 10^{-6}$, obtendo-se:

$$\lambda_F = 0,2564; \quad \lambda_J = 6,4418 \times 10^{-4}; \quad (3.74)$$

e as matrizes apresentadas no Apêndice C, dadas por (C.5).

Portanto, como é encontrada uma matriz P definida positiva que satisfaz as LMIs (3.33) e (3.34), pode-se dizer que o sistema de malha fechada com o PIHP também é estável. Então, como esperado, o sistema de segunda ordem (3.71) controlado pelo PIHA ou PIHP com ganhos (3.72) é estável.

3.4 Comentários Finais

Neste capítulo foram apresentados os principais resultados sobre controladores híbridos. Primeiramente, foi realizada a formulação do problema e o desenvolvimento do PI híbrido sem adaptação (PIH). Além disso, foi mostrado por meio de um exemplo, que esse controlador não é robusto a erros de modelagem e não rejeita perturbações de forma satisfatória. Em seguida, foi proposto um controlador PI híbrido com adaptação no valor de reiniciação (PIHA), assim como sua análise de estabilidade. Por meio de exemplos, foram evidenciadas as vantagens desse controlador sobre o PI linear e o PIH. Por último, foi desenvolvido um controlador híbrido adaptativo com procedimento *plug-in* (PIHP), que possui comportamento semelhante ao PIHA. A diferença entre o PIHA e o PIHP está na forma de implementação, sendo o último ideal para processos que já possuem um controlador PI sintonizado.

Aspectos Práticos de Implementação dos Controladores Híbridos

Neste capítulo, são propostas estratégias para implementação dos controladores desenvolvidos no capítulo anterior. Dessa forma, para processos com atraso é sugerida a utilização de preditor de Smith, e para sistemas amostrados com controladores híbridos, é elaborado um sinal de compensação adicionado ao sinal de controle. Além disso, são formadas diretrizes para projeto de controladores PI implementados de forma híbrida. Parte dos resultados deste capítulo podem ser encontrados nos artigos (Quadros *et al.*, 2017) e (Quadros *et al.*, 2018).

4.1 Processos com Atraso no Tempo

Em casos práticos, o atraso de tempo está normalmente presente nos sistemas controlados. Portanto, é mais realista considerar modelos SISO incertos com atraso. Porém, o controlador PIHA (3.23)-(3.24) desenvolvido neste trabalho, assim como o FORE de Zaccarian *et al.* (2007), não possuem formulação que garantam o desempenho e estabilidade dos controladores na presença de atraso no sistema.

O próximo exemplo mostra que as respostas de um sistema com atraso controlado pelo PIH e PIHA não são satisfatórias.

Exemplo 4.1. Considere o sistema de primeira ordem com atraso, com a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{1,4268}{18,0832s + 1} e^{-5s} \quad (4.1)$$

que é o mesmo sistema de (3.15), com a adição de um atraso de 5 segundos.

É projetado um controlador PI, para modelo de primeira ordem com atraso, pelo método de Ziegler-Nichols, como proposto em (O'Dwyer, 2006). Definindo

$$T_m = 18,0832; \quad K_m = 1,4268; \quad \tau_m = 5 \quad (4.2)$$

os ganhos do controlador são:

$$k_p = \frac{0,9T_m}{K_m\tau_m} = 2,2813 \quad (4.3)$$

$$k_I = \frac{k_p}{3,33\tau_m} = 0,1370 \quad (4.4)$$

São então simulados os controladores PI, PIH e PIHA (com $\alpha = 0,6$) para seguimento de referência. A Figura 4.1 mostra as respostas do sistema para os três controladores. Como é possível observar, os desempenhos do PIH e PIHA são parecidos com o do PI. Isso porque, quando a condição de salto é atendida e a reiniciação do integrador é realizada, seu efeito só é notado na saída após o tempo de atraso. Dessa forma, a reiniciação não é capaz evitar o sobressinal, e o tempo de acomodação também aumenta. Portanto, quando há presença de tempo morto, os controladores híbridos não apresentam desempenho satisfatório.

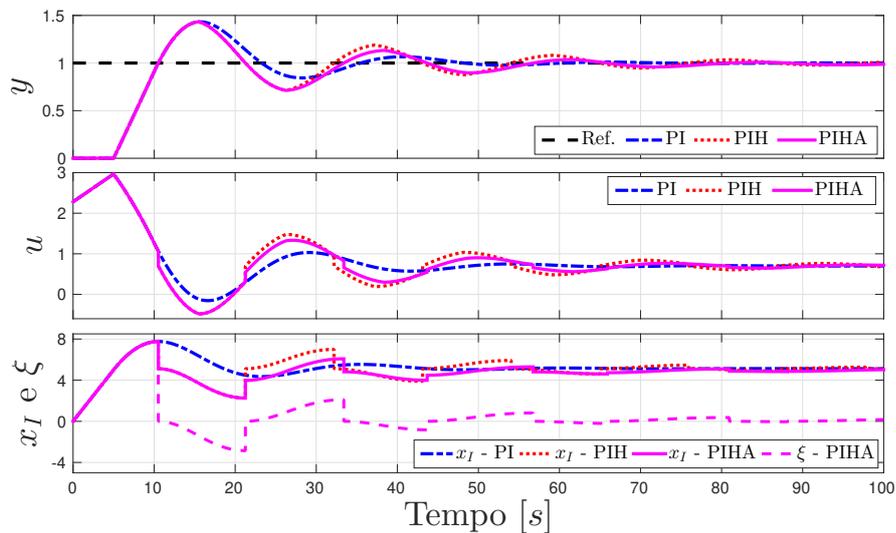


Figura 4.1: Saída do sistema com utilização dos controladores PI, PIH e PIHA (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para sistema com atraso.

Tendo em vista essa limitação dos controladores PIH e PIHA para sistemas com atraso, é formulado o seguinte problema.

Problema 4.1. *Determinar uma estratégia de controle que garanta o desempenho dos controladores híbridos na presença de atraso no sistema, de modo que a saída controlada não apresente sobressinal.*

4.1.1 Preditor de Smith

Como apresentado na Seção 2.2, o preditor de Smith fornece ao controlador uma predição da saída do sistema sem atraso. Dessa forma, ao ser implementado em conjunto

com os controladores híbridos, fará com que os instantes de reiniciação sejam adiantados pelo valor do atraso, evitando o sobressinal. Assim, a resposta controlada pelo PIH e PIHA é referente ao sistema de grau relativo unitário sem atraso. Ou seja, a estabilidade em malha fechada é garantida pelo *Teorema 3.1*. Além disso, torna-se possível o projeto do PI sem levar em consideração o atraso, permitindo a sintonia de controladores mais agressivos.

A estrutura do preditor de Smith é rerepresentada na Figura 4.2, em que $C(s)$ pode ser o controlador PI, PIH ou PIHA, $P(s)$ a planta com grau relativo unitário com atraso, $G_n(s)$ a parte de $P(s)$ sem atraso e L_n o atraso da planta. Portanto, como pode-se notar, o controlador é realimentado pelo erro entre a referência $r(t)$ e a saída sem atraso corrigida $y_p(t)$, e não mais pela diferença entre a referência e saída da planta atrasada $y(t)$.

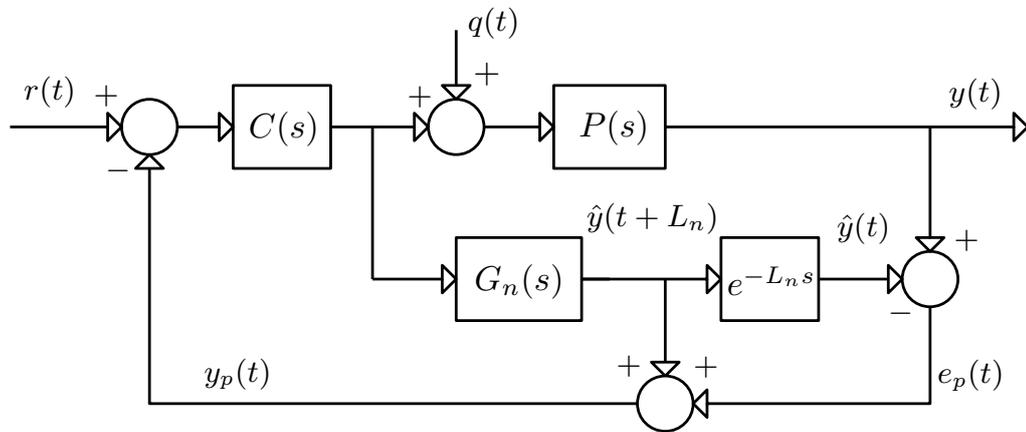


Figura 4.2: Estrutura do preditor de Smith. Adaptada de (Normey-Rico, 2007)

Logo, é possível concluir que o preditor de Smith é uma estratégia de controle adequada como solução para o *Problema 3.2*. O exemplo apresentado a seguir mostra como o preditor de Smith melhora o desempenho dos controladores híbridos no controle de um processo com atraso.

Exemplo 4.2. Considere novamente o sistema dado por (4.1) do *Exemplo 4.1* e o controlador PI (3.17) do *Exemplo 3.2*, projetado para o sistema sem atraso, de modo a obter 50% de sobressinal e 40 segundos de tempo de acomodação em malha fechada. Além disso, é utilizado um preditor de Smith com:

$$G_n(s) = \frac{1,4268}{18,0832s + 1} \quad \text{e} \quad L_n = 5. \quad (4.5)$$

A Figura 4.3 apresenta as respostas do sistema controlado. Como é possível observar, o PI apresenta tempo de acomodação de 41 segundos e sobressinal de 52%, ou seja, possui a mesma saída que o PI do *Exemplo 3.2*, só que atrasada de 5 segundos, devido à presença do preditor de Smith. De forma semelhante as saídas para os controladores PIH

e PIHA apresentam o mesmo comportamento, também atrasadas pelo valor do tempo morto. Isso ocorre porque, como pode ser visto no segundo gráfico, a saída do preditor y_p é a saída do sistema sem atraso. Portanto, a reiniciação é realizada de forma adiantada, evitando a ocorrência de sobressinal e fazendo com que os controladores híbridos apresentem desempenho satisfatório para o controle de processos com atraso.

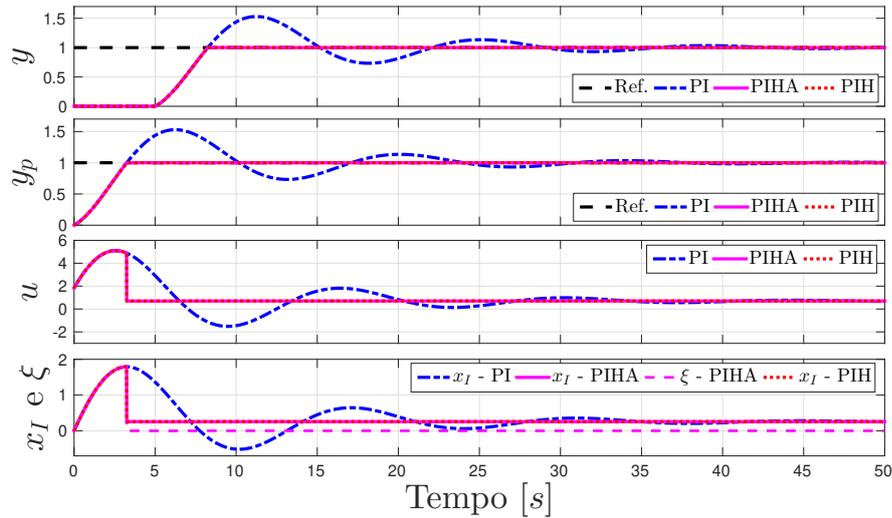


Figura 4.3: Saída do sistema com utilização dos controladores PI, PIH e PIHA (gráfico superior), e seus respectivos sinais de controle (gráfico intermediário) e estados do controlador (gráfico inferior) para sistema com preditor de Smith.

4.2 Sistemas Híbridos Amostrados

Em aplicações práticas, ou até mesmo simulações, sabe-se que é mais eficiente implementar (ou simular) um controlador discretizado, uma vez que as operações de integração e derivação dos sinais são simplificadas para soma, multiplicação e divisão. Porém, ao realizar esse procedimento, o desempenho dos controladores híbridos pode ser prejudicado. Isso acontece porque, ao aumentar o período de amostragem, a saída do sistema passa a apresentar um sobressinal indesejado, uma vez que a reiniciação (salto) do estado do integrador não coincide com o instante de amostragem. Ou seja, quando a condição de salto ocorre entre duas amostragens, a reiniciação do estado do controlador só será realizada instantes depois, na próxima amostragem. Isso provoca um sobrevalor na saída do sistema que varia de acordo com o período de amostragem definido. Além disso, quanto maior o período de amostragem, maior tende a ser o sobressinal, uma vez que é aplicado no sistema uma maior quantidade de sinal de controle até ser realizada a reiniciação. Os efeitos negativos da discretização dos controladores híbridos podem ser vistos com mais clareza no próximo exemplo.

Exemplo 4.3. Considere o sistema de primeira ordem contínuo dado por:

$$A_p = -0,0588; \quad B_p = 1; \quad C_p = 0,0698; \quad D_p = 0 \quad (4.6)$$

Além disso, o sistema é controlado por um PIH com:

$$\begin{aligned} k_p &= 1,8; \quad k_I = 1,1 \\ F &= 0,7009 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Para simular o sistema controlado, o PIH é discretizado com a inclusão do segurador de ordem zero com períodos de amostragem de $T_s \in \{0,01; 0,5; 1; 1,5; 2\}$ (Van Loan, 1978). A Figura 4.4 apresenta as saídas e sinais de controle do sistema em malha fechada para um degrau unitário em $t = 0$. Como pode-se observar, para $T_s = 0,01$ a resposta é quase contínua, sem presença de sobressinal e com tempo de acomodação de aproximadamente 5 segundos. Porém, ao aumentar o período de amostragem, é possível verificar que os valores de sobressinal e tempo de acomodação aumentam. Para o caso extremo, o sobressinal passa a ser de 31,8% e o tempo de acomodação de cerca de 26 segundos. Isso se deve ao fato de que o instante aproximado de reiniciação ocorre em 5 segundos, e nos piores casos ($T_s = 1,5$ e $T_s = 2$), esta só ocorre em 6 segundos. Assim, o sinal de controle excessivo causa o aumento de sobressinal e tempo de acomodação.

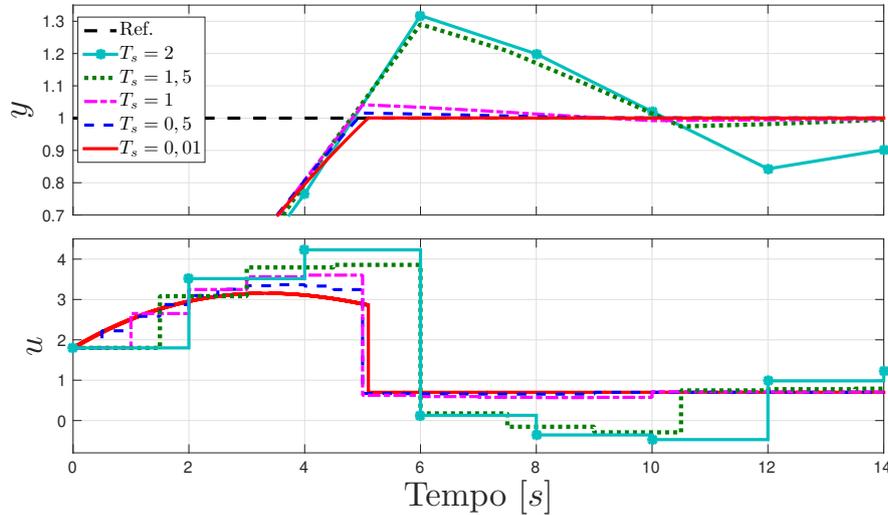


Figura 4.4: Saída dos controladores PIH amostrados com diversos períodos de amostragem (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior).

Dessa forma, nota-se claramente como o período de amostragem pode degenerar a resposta em malha fechada dos controladores híbridos, causando a perda de desempenho. Portanto, propõe-se o seguinte problema a ser investigado.

Problema 4.2. *Propor uma estratégia para diminuir os efeitos do período de amostragem em implementações digitais dos controladores PI híbridos, melhorando a robustez em malha fechada.*

4.2.1 Estratégia de Compensação

A implementação discreta no tempo da parte contínua do controlador dado por (3.23)-(3.24) realizada com um período de amostragem T_s é:

$$\begin{aligned} u_k &= k_p e + k_I x_{I_k}, \\ x_{I_{k+1}} &= x_{I_k} + e_k T_s, \\ \xi_{k+1} &= \xi_k + e_k T_s. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Note que, o problema da reiniciação ser realizada somente na próxima amostragem ocorre sempre que a condição de salto é atingida entre dois instantes de amostragem. Portanto, a abordagem proposta para solucionar o *Problema 4.2* consiste em adicionar um sinal de compensação w_k ao sinal de controle u_k para mudar o momento quando a condição de reiniciação é ativada.

Propõe-se então calcular a predição da saída na próxima amostragem e verificar se a ativação da condição de saltos ocorre antes dela. Se este for o caso, um sinal w_k é calculado como uma perturbação aditiva em u_k tal que as condições para ativar a reiniciação sejam satisfeitas apenas na próxima amostragem, não antes dela. Dessa forma, para calcular o estado e a saída do sistema controlado de forma analítica, em cada amostragem, é utilizada a integral de convolução entre a matriz de transição de estados com o sinal de controle, como

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau, \quad (4.9)$$

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + C \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t), \quad (4.10)$$

em que $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ e $D \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ são as matrizes do espaço de estados do sistema de grau relativo unitário contínuo, $u(t)$ é o sinal de controle fornecido pelo controlador híbrido, $y(t)$ é a saída do sistema, $x(t)$ o seu vetor de estados e $x(0)$ sua condição inicial. Além disso, e^{At} é a matriz de transição de estados para o caso contínuo (Chen, 1998).

A partir das equações (4.9) e (4.10), é possível determinar o estado estimado no próximo instante de amostragem. Assim, em cada amostragem, o estado estimado é calculado em função dos parâmetros do sistema, do período de amostragem e do sinal de controle. É importante ressaltar que o último é constante entre as amostragens. Então, o estado estimado na próxima amostragem, \hat{x}_{k+1} , pode ser determinado por

$$\hat{x}_{k+1} = e^{AT_s}x_k + \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} e^{A[(k+1)T_s-\tau]}Bu_k d\tau \quad (4.11)$$

Como o sistema é invariante no tempo, calcular a integral entre kT_s e $(k+1)T_s$, é equivalente a integrar de 0 a T_s . Ou seja, os limites de integração da equação (4.11)

podem ser alterados, de modo a calcular \hat{x}_{k+1} pela evolução do sistema em um período de amostragem. Então,

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{k+1} &= e^{AT_s} x_k + \int_0^{T_s} e^{A(T_s-\tau)} B u_k d\tau \\
 &= e^{AT_s} \left[x_k + \int_0^{T_s} e^{-A\tau} B u_k d\tau \right] \\
 &= e^{AT_s} \left[x_k + \left(-A^{-1} e^{-A\tau} \Big|_0^{T_s} \right) B u_k \right] \\
 &= e^{AT_s} \left[x_k + (-A^{-1} e^{-AT_s} + A^{-1}) B u_k \right] \\
 &= e^{AT_s} \left[x_k + A^{-1} (1 - e^{-AT_s}) B u_k \right]
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Portanto, o valor do estado estimado na próxima amostragem é determinado pela equação (4.12). Consequentemente, como $\hat{y}_k = C\hat{x}_k$, então a saída estimada no próximo instante de amostragem, \hat{y}_{k+1} , pode ser calculada por

$$\begin{aligned}
 \hat{y}_{k+1} &= C\hat{x}_{k+1} = C e^{AT_s} \left[x_k + A^{-1} (1 - e^{-AT_s}) B u_k \right] \\
 &= C e^{AT_s} x_k + C e^{AT_s} A^{-1} (1 - e^{-AT_s}) B u_k
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Logo, por meio da equação (4.13) é possível estimar se a saída estimada ultrapassa o valor de referência na próxima amostragem. Ou seja, se houve a condição de salto entre os dois instantes de amostragem. A partir disso, é proposta a estratégia de controle que pode evitar a ocorrência de sobressinal, quando há previsão de ultrapassagem do valor da saída pela referência. Para isso, é calculado o valor do sinal de perturbação w_k inserido no sinal de controle, que faz com que a saída do sistema se torne igual ao valor da referência no próximo instante de amostragem, satisfazendo a condição de salto. Além disso, como os controladores PI híbridos (3.23)-(3.24) com $\alpha = 1$ podem rejeitar perturbações com um limite de ganho \mathcal{L}_2 , calcula-se um sinal de compensação w_k para atender dois objetivos:

- (i) ajustar o valor de u_k para evitar a ocorrência de sobressinal, e
- (ii) desaparecer exponencialmente após algumas amostras.

É importante ressaltar que w_k deve começar a ser calculado quando a predição da saída no próximo instante de amostragem, \hat{y}_{k+1} , cruza o sinal de referência r_k antes da próxima amostragem; caso contrário, $w_k = 0$. Assim, w_k é calculado de modo que na próxima amostragem a saída do sistema seja igual à referência. Para isso, assume-se que o erro estimado na próxima amostragem (\hat{e}_{k+1}) seja zero. Então,

$$\hat{e}_{k+1} = r_k - \hat{y}_{k+1} = 0 \Rightarrow \hat{y}_{k+1} = r_k \tag{4.14}$$

É importante observar que, como o sistema é causal, é utilizado o valor de r_k ao invés de r_{k+1} , uma vez que não se tem informação do valor de referência na próxima

amostragem. Portanto, assume-se que a referência na próxima amostragem seja a mesma da amostragem atual, ou seja, $r_{k+1} = r_k$.

Além disso, com utilização da equação (4.13), e inserindo o sinal de compensação w_k no sinal de controle, tem-se

$$\begin{aligned}\hat{y}_{k+1} &= r_k = Ce^{AT_s}x_k + A^{-1}C(e^{AT_s} - 1)B(u_k + w_k) \\ r_k - Ce^{AT_s}x_k &= A^{-1}C(e^{AT_s} - 1)B(u_k + w_k) \\ (u_k + w_k) &= [C(e^{AT_s} - 1)B]^{-1}A(r_k - Ce^{AT_s}x_k) \\ \bar{w}_k &= [C(e^{AT_s} - 1)B]^{-1}A(r_k - Ce^{AT_s}x_k) - u_k\end{aligned}\tag{4.15}$$

Como o sinal de compensação deve desaparecer depois de algumas amostragens, é proposto que seja adicionado o seguinte sinal ao sinal de controle:

$$w_k = \bar{w}_k e^{-\beta \max(0, -k_1 + k - \kappa)}\tag{4.16}$$

em que $k_1 \leq k$ é chamado de amostra de ativação, isto é, a amostra na qual saída predita cruza o sinal de referência. Além disso, os parâmetros κ e β são utilizados para ajustar o sinal de controle e o desaparecimento do sinal de compensação, respectivamente. O valor de κ significa o número de amostras após o instante k_1 que a compensação calculada por (4.15) é inteiramente adicionada ao sinal de controle. Após tal número de amostras, o sinal w_k começa a ser atenuado exponencialmente dependendo de β . Os valores de κ e β são obtidos experimentalmente, e uma escolha adequada desses parâmetros pode ser feita considerando a constante de tempo dominante do sistema, τ , do sistema híbrido ideal de malha fechada. Assim, $(6\tau)^{-1} \leq \beta \leq (4\tau)^{-1}$ e $6\tau/T_s \leq \kappa \leq 10\tau/T_s$, com T_s igual ao período de amostragem. Além disso, o valor de k_1 pode ser calculado em tempo real, com utilização do *Algoritmo 1*.

Algoritmo 1: Algoritmo de ativação de w_k

Dados: amostragem k , saída y_k , \hat{y}_{k+1} estimado, referência r_k , amplitude do ruído ϱ .

Resultado: Amostragem de ativação de w_{k_1} .

se $(y_k < r_k - \varrho$ e $\hat{y}_{k+1} > r_k)$ **ou** $(y_k > r_k + \varrho$ e $\hat{y}_{k+1} < r_k)$ **então**

 | $k_1 = k$;

fim

Por meio das equações (4.12), (4.13) e (4.15), é possível definir:

$$A_d = e^{AT_s}; \quad B_d = e^{AT_s} A^{-1}(1 - e^{-AT_s})B; \quad C_d = C\tag{4.17}$$

como as matrizes discretas do sistema. Portanto, utilizando (4.17), as equações (4.12),

(4.13) e (4.15) tornam-se, respectivamente:

$$\hat{x}_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k, \quad (4.18)$$

$$\hat{y}_{k+1} = C_d A_d x_k + C_d B_d u_k \quad (4.19)$$

$$w_k = \frac{r_k - C_d A_d x_k}{C_d B_d} - u_k. \quad (4.20)$$

Por último, como w_k é um sinal com energia finita, não interfere na estabilidade de malha fechada. Além disso, assume-se que a referência não muda na amostragem k_1 , ou seja, $r_{k_1} = r_{k_1+1}$ e o erro estimado na próxima amostragem é $e_{k_1+1} = r_k - \hat{y}_{k_1+1} = 0 \Rightarrow \hat{y}_{k_1+1} = r_{k_1}$. Assim, o sinal de compensação dado por (4.16) pode ser aplicado em sistemas com grau relativo unitário.

No próximo exemplo, é mostrado como a estratégia de controle com utilização do sinal de compensação é implementada, de forma a melhorar o desempenho e robustez de um sistema controlado por controladores híbridos amostrados.

Exemplo 4.4. Considere o sistema do *Exemplo 4.3*, dado por (4.6) e controlado pelo PIH e PIHA dados por (4.7). Para realizar as simulações, os controladores são discretizados com período de amostragem $T_s = 2$, ou seja, o pior caso do exemplo anterior.

Primeiramente, é verificado que saída estimada \hat{y} , coincide com a saída y do sistema, como pode ser visto na Figura 4.5. Além disso, nota-se que o PIHA possui pior desempenho para o caso amostrado, pois a adaptação agrava os efeitos da amostragem.

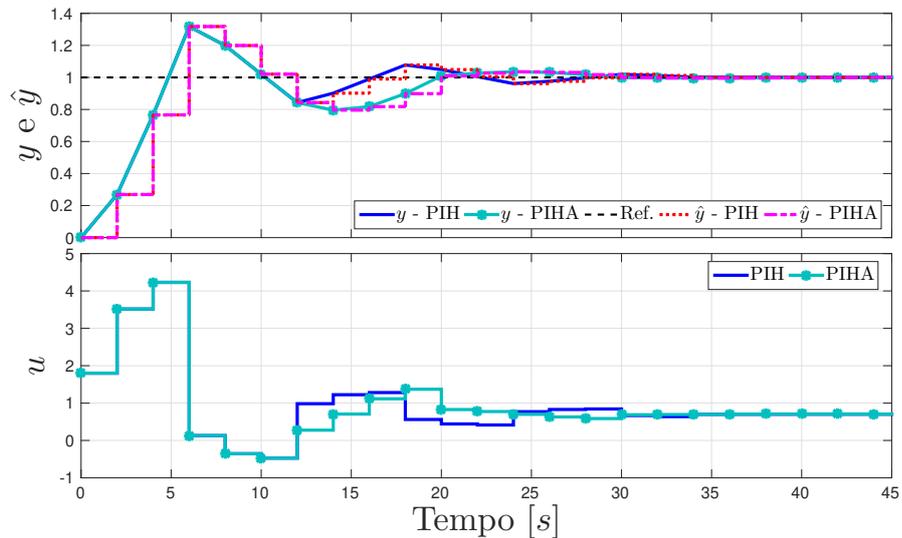


Figura 4.5: Saída do sistema e estimada dos controladores PIH e PIHA (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior).

Em seguida, o sinal w_k é adicionado ao sinal de controle, com $\kappa = 5$ e $\beta = 0,15$. A Figura 4.6 apresenta as respostas do sistema compensado por w_k , para os controladores PIH e PIHA, que neste caso são iguais. No instante de tempo $t = 4$ segundos, w_k é

ativado, já que na próxima amostragem ($t = 6$ segundos) a saída estimada \hat{y} ultrapassa o valor da referência. Dessa forma, o sinal de controle aplicado, $u_k + w_k$, faz com que em $t = 6$ a saída esteja no valor de referência. Assim, o sobressinal é evitado e a reiniciação do controlador é sincronizada com o período de amostragem.

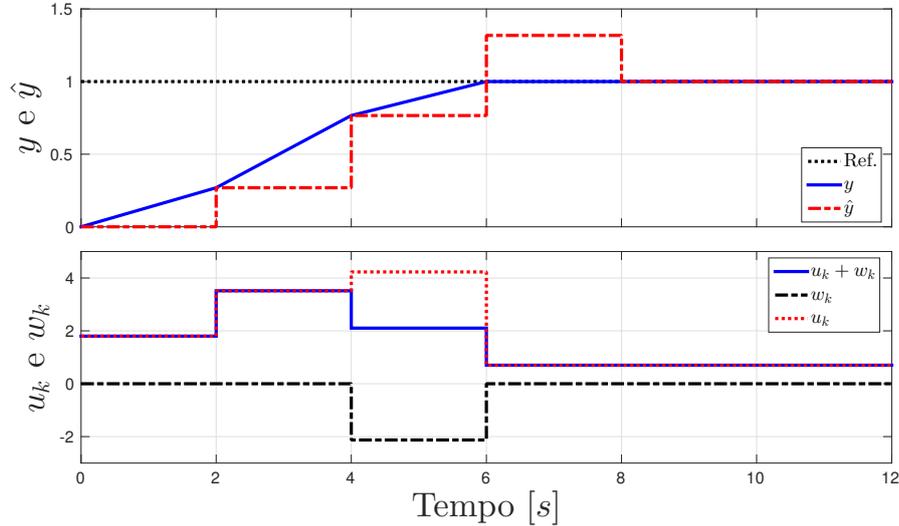


Figura 4.6: Saída do sistema e estimada dos controladores PIH e PIHA (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior) para o sistema compensado por w_k .

Portanto, a implementação do sinal de compensação w_k mostra-se como uma estratégia que soluciona de forma satisfatória o *Problema 4.2*, evitando que o sistema amostrado apresente sobressinal.

4.3 Diretrizes para a Sintonia de Controladores PI Híbridos

O controlador PID é sem dúvida o mais popular dos controladores utilizados no meio industrial (Åström & Hägglund, 1995) e há uma grande variedade de propostas de sintonias para modelos lineares (O'Dwyer, 2006). Algumas dessas regras foram revisitadas por Åström & Hägglund (2004), em que foram relacionadas mais de uma centena de modelos de processos industriais típicos com as sintonias construídas pelo método de Ziegler & Nichols (1942) e outras técnicas baseadas em otimização de parâmetros. Entretanto, quando trata-se de controladores PI híbridos, não são encontradas na literatura orientações de como realizar a sintonia visando o uso da ação de reiniciação. Assim, nesta seção são obtidas diretrizes para sintonização de um controlador PI que será usado sob reiniciação do integrador. Para isso, foram selecionados 125 modelos de diferentes estruturas, típicos de processos autorregulados. Esses modelos, também são investigados por

Åström & Hägglund (2004) devido à representatividade desses modelos para processos industriais. Esses modelos são simulados em malha fechada com o controlador PI linear e também em suas implementações como PIH e PIHA. Comparando índices de desempenho básicos, tais como sobressinal e tempo de acomodação, são identificadas algumas orientações simples para o projetista sobre como sintonizar um controlador PI que será usado com reiniciação de estado. Salienta-se que não foram encontradas na literatura orientações para esse tipo de sintonia de controladores PI. Os diversos modelos investigados são sistematicamente aproximados por um sistema de primeira ordem com tempo morto.

Para desenvolvimento das diretrizes e simulações, são considerados modelos de processos de uma entrada e uma saída autorregulados com características de malha aberta superamortecida. Os modelos utilizados são, em todos os casos, aproximados por um sistema de primeira ordem com atraso na saída, cujos parâmetros são obtidos a partir de uma resposta ao degrau (Levine, 2010):

$$G_p(s) = \frac{b_p}{s - a_p} e^{-sL_p} \quad (4.21)$$

em que $a_p < 0$, $b_p \neq 0$ e $L_p \geq 0$. A função de transferência (4.21) pode ser representada em variáveis de estado como:

$$\dot{x}_p = a_p x_p + b_p u + b_p d \quad (4.22)$$

$$y = x(t - L_p), \quad (4.23)$$

em que x_p , y , u e d são respectivamente o estado, a saída e a entrada do processo e uma possível perturbação (observável). Esses parâmetros são utilizados para sintonizar um preditor de Smith partilhado por todos os controladores investigados. Como mostrado na Seção 4.1.1, o preditor de Smith pode ser utilizado para melhorar o desempenho do sistema de controle na presença de atrasos de tempo. Essa técnica é baseada no método do modelo interno e em (4.22)-(4.23), resultando em uma estrutura dada por:

$$\dot{\hat{x}} = a_p \hat{x} + b_p u + b_p d \quad (4.24)$$

$$\hat{y} = \hat{x} - \hat{x}(t - L_p) + y \quad (4.25)$$

em que \hat{x} e \hat{y} são, respectivamente, o estado e a saída do preditor, que por sua vez é utilizada para a geração do erro em relação à referência. Na abordagem clássica, o processo é controlado por um controlador PI linear cujas equações dinâmicas e de saída são dadas por:

$$\begin{cases} \dot{x}_I = e \\ u = k_p e + k_I x_I \end{cases} \quad (4.26)$$

em que x_I é o estado do integrador, $e = r - \hat{y}$ é o sinal de erro de regulação, u é o sinal de saída do regulador ou sinal de controle. Os parâmetros k_p e k_I constituem a sintonia do

controlador. Nas simulações realizadas, o sinal de controle não foi saturado para nenhum dos controladores.

Para investigar critérios para síntese de controladores PI para uso de forma híbrida, foram utilizadas 125 plantas SISO apresentadas em (Åström & Hägglund, 2004) e que representam dinâmicas de processos industriais autorregulados. Essas plantas são apresentadas na equação abaixo e incluem casos de dominância do atraso.

$$P_1(s) = \frac{e^{-s}}{1 + sT}, \quad T = 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,7; 1; 1,3; 1,5; 2; 4; 6; 8; 10; 20; \quad (4.27a)$$

50; 100; 200; 500; 1000

$$P_2(s) = \frac{e^{-s}}{(1 + sT)^2}, \quad T = 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,7; 1; 1,3; 1,5; 2; 4; 6; \quad (4.27b)$$

8; 10; 20; 50; 100; 200; 500

$$P_3(s) = \frac{1}{(s + 1)(1 + sT)^2}, \quad T = 0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 2; 5; 10 \quad (4.27c)$$

$$P_4(s) = \frac{1}{(s + 1)^n}, \quad n = 3; 4; 5; 6; 7; 8 \quad (4.27d)$$

$$P_5(s) = \frac{1}{(1 + s)(1 + \alpha s)(1 + \alpha^2 s)(1 + \alpha^3 s)}, \quad \alpha = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; \quad (4.27e)$$

0,8; 0,9

$$P_6(s) = \frac{T e^{-sL_1}}{(1 + sT)(1 + sT_1)}, \quad T_1 + L_1 = 1; T = 1; 2; 5; 10 \quad (4.27f)$$

$L_1 = 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,0$

$$P_7(s) = \frac{1 - \alpha s}{(s + 1)^3}, \quad \alpha = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1 \quad (4.27g)$$

$$P_8(s) = \frac{1}{(s + 1)((sT^2) + 1,4s + 1)}, \quad T = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; \quad (4.27h)$$

0,9; 1,0

As plantas (4.27b)-(4.27h) são de grau relativo maior que um. Portanto, para esses sistemas será necessária a redução de modelo, aproximando-os por um modelo conforme descrito em (4.21). Além disso, o preditor de Smith é utilizado em conjunto com os controladores, de forma a tratar os efeitos do atraso. Portanto, para cada planta foram determinados os parâmetros a_p , b_p e L_p utilizando o método dos mínimos quadrados sobre o erro das saídas da planta e do preditor, a partir de um degrau unitário na entrada. A partir disso, foram projetados os controladores PI lineares, equação (4.26), pelo método de alocação de polos apresentado na Seção 2.1.2. Em seguida, são adicionadas as equações de reiniciação dos controladores PI híbridos (PIH e PIHA) sem adaptação, equações (3.10)-(3.11), e com adaptação, equações (3.23)-(3.24).

Sabe-se que para o controle de um sistema de grau relativo unitário precisamente conhecido, com um PIH ou PIHA, quanto mais agressiva a sintonia do PI, melhor o seu

desempenho. Isso porque, quanto maior o sobressinal o PI linear de base obtiver, menor seu tempo de subida. Dessa forma, ao fazer a implementação híbrida do controlador, mais rápida será a resposta do sistema de malha fechada. Então, o controlador PI deve ser projetado de modo que a saída do sistema apresente sobressinal. Assim, para cada planta, foram projetados três controladores PI diferentes, com polos desejados determinados de modo a se obter em malha fechada 30%, 50% e 70% de sobressinal. Já o tempo de acomodação foi definido para cada conjunto de plantas, de forma que todas elas fossem estáveis em malha fechada com o controlador PI linear, para efeito de comparação. Ou seja, para assegurar a estabilidade, alguns sistemas foram deixados mais lentos que em malha aberta, para que fosse possível determinar o comportamento para todas as 125 plantas controladas pelos três tipos de controlador (PI, PIH e PIHA) e para os três valores de sobressinal desejados.

Nas figuras desta seção, o controlador PI linear é representado pela cor **azul**, o PIH pela **vermelha**, o PIHA pela **magenta** e o valor de projeto em **preto**. As sintonias obtidas para cada percentual de sobressinal, $M_{p\%}$ são identificadas pelos símbolos: \circ para $M_{p\%} = 30\%$, \square para $M_{p\%} = 50\%$ e $*$ para $M_{p\%} = 70\%$. Em todos os casos foram especificados tempos de acomodação em função do tempo de acomodação em malha aberta, t_{MA} , calculado a partir do modelo do preditor de Smith como $t_{MA} = L_p + 4/|a_p|$. Dessa forma, a figura para cada família de planta apresenta os valores de tempo de acomodação em malha fechada (t_s medido) e de sobressinal ($M_{p\%}$ medido) para as plantas de equação (4.27a), em função de t_{MA} , para os controladores PI, PIH e PIHA, projetados para obterem $M_{p\%} \in \{30\%, 50\%, 70\%\}$. Além disso, são mostrados histogramas da diferença entre os valores medidos de t_{s_i} e $M_{p\%_i}$ obtidos pelos controladores híbridos e os valores médios de t_s e $M_{p\%}$ ajustados por curvas polinomiais.

Em geral (4.27a)-(4.27h)

Os controladores PIH e PIHA possuem valores máximos de sobressinal ($M_{p\%}$) menores que 16,6% em todas as plantas. Além disso, o tempo de acomodação nesses controladores são inferiores a

$$t_s = 3,36t_{MA} - 1,64. \quad (4.28)$$

A Figura 4.7 apresenta os valores de tempo de acomodação em malha fechada (t_s medido) e de sobressinal ($M_{p\%}$ medido) para todas as plantas, equações (4.27a)-(4.27h), em função de t_{MA} , para os controladores PI, PIH e PIHA, projetados para obterem $M_{p\%} \in \{30\%, 50\%, 70\%\}$. É possível observar que há um padrão nos resultados obtidos pelos controladores, em relação ao tempo de acomodação e sobressinal em malha fechada. Ao projetar um controlador PI linear para qualquer uma das plantas, os tempos de acomodação resultantes são próximos aos desejados e estão localizados, em sua grande

maioria, acima da reta de equação (4.28), representada pela cor cinza. Por outro lado, os controladores PIH e PIHA possuem valores de tempo de acomodação abaixo dessa reta. Quanto ao sobressinal, os controladores PI lineares geralmente apresentam maiores valores que os usados em projeto e os controladores híbridos apresentam menores sobressinais como mostrado na Figura 4.7. Assim, ao projetar os controladores para 30%, 50% e 70% de sobressinal, os controladores PIH e PIHA obtêm no máximo 10,51%, 15,60% e 16,68%, respectivamente, enquanto os lineares apresentam, no melhor caso, 20,8%. Nesse caso de mínimo sobressinal para o caso linear, o controlador PIHA obteve como pior caso $M_p\% = 2,27\%$, portanto, mais de 10 vezes melhor. Além disso, os controladores PI apresentam, em geral, valores de sobressinal maiores que os projetados.

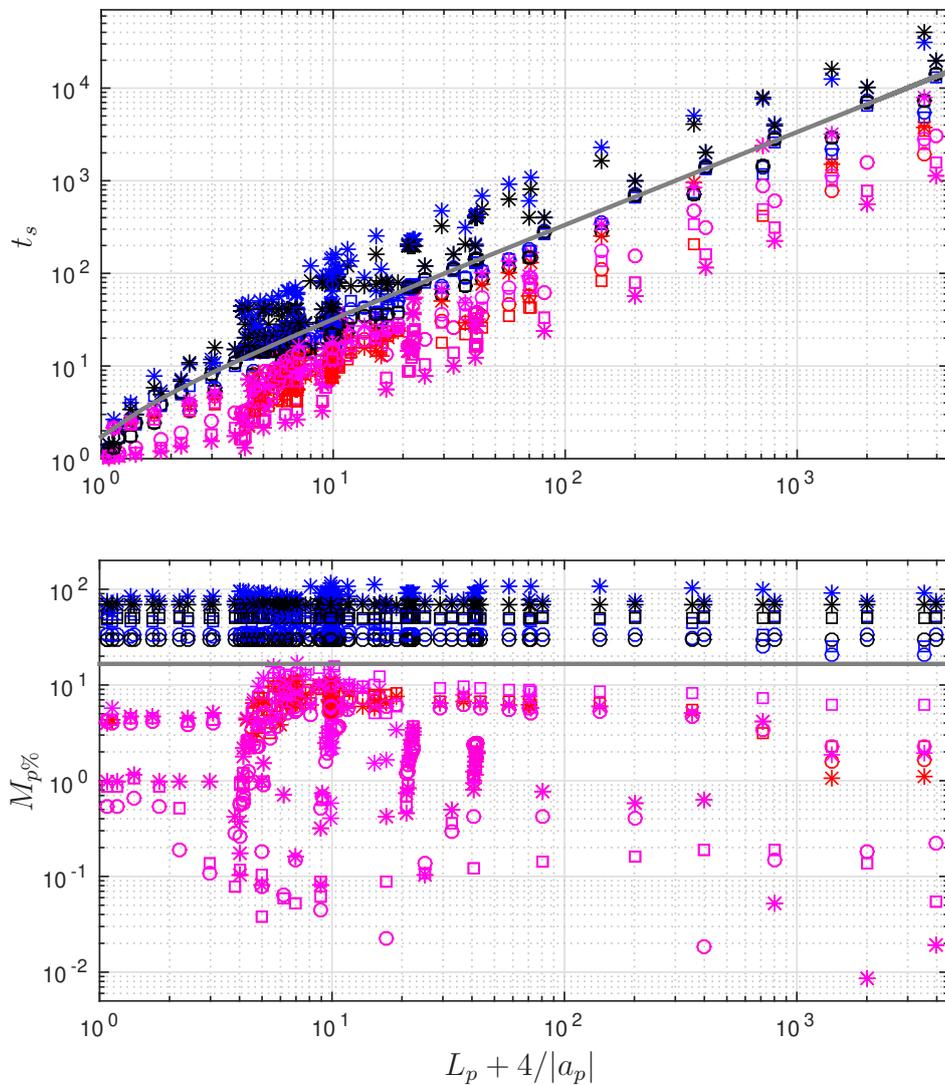


Figura 4.7: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para as 125 plantas

Processos descritos por (4.27a)

Os valores de tempo de acomodação e sobressinal obtidos para as plantas do tipo (4.27a), assim como os valores de projeto utilizados são apresentados na Figura 4.8. Os tempos de acomodação dos controladores PIH e PIHA são determinados pelas retas de equação:

$$\begin{aligned} t_s &= 0,7713t_{MA} + 0,2823; \\ t_s &= 0,3953t_{MA} + 0,6353; \\ t_s &= 0,2803t_{MA} + 0,8450; \end{aligned} \quad (4.29)$$

para os controladores projetados para 30%, 50% e 70% de sobressinal, respectivamente. Note que os tempos de acomodação obtidos para os controladores PIH e PIHA são em média, cerca de 77%, 87% e 93% melhores que os valores de projeto para $T \geq 4$. Para $0,02 \leq T < 4$, esses valores decaem até se tornarem 17,05%, 19,41% e 26,96% melhores, para $T = 0,02$. Ou seja, para sistemas em que o atraso é significativo em relação à constante de tempo, o desempenho dos controladores decai a respeito do que foi projetado.

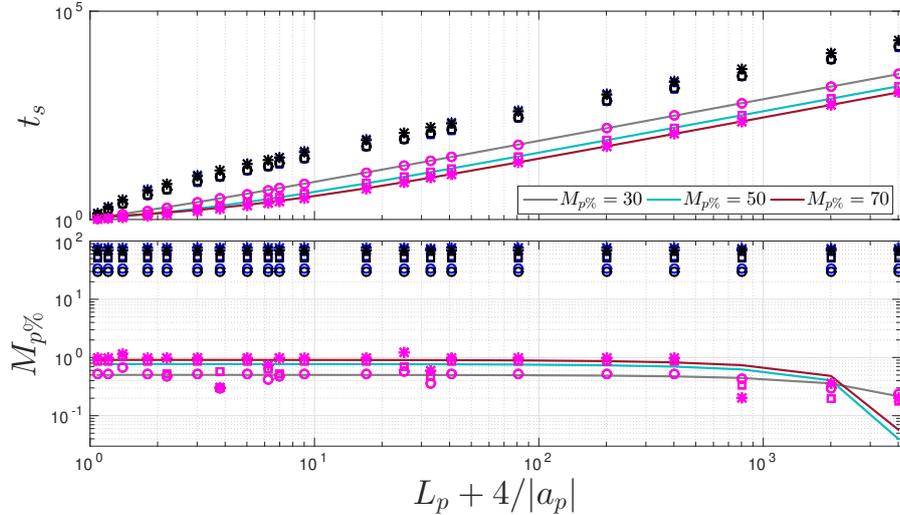


Figura 4.8: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para (4.27a).

Os valores máximos de sobressinal obtidos são de 0,66%, 1,05% e 1,24%, que são cerca de 98% melhores que os valores de projeto, enquanto os dos PIs lineares são pelo menos 4,9% piores. Os sobressinais dos controladores híbridos são determinados pelos polinômios de equação:

$$\begin{aligned} M_{p\%} &= -7,1580 \times 10^{-5}t_{MA} + 0,5027; \\ M_{p\%} &= -1,8266 \times 10^{-4}t_{MA} + 0,7709; \\ M_{p\%} &= -2,1288 \times 10^{-4}t_{MA} + 0,9092; \end{aligned} \quad (4.30)$$

como mostrado na parte inferior da Figura 4.8. É importante ressaltar que as respostas dos controladores PIH e PIHA para as plantas (4.27a) são semelhantes, já que o modelo do preditor de Smith é idêntico ao da planta. Assim, o sistema controlado não apresenta incertezas, representando um sistema ideal.

A Figura 4.9 mostra o histograma para a diferença entre os valores ajustados pelas retas (4.29) e (4.30) os valores medidos de t_s e $M_{p\%}$ para os controladores PIH e PIHA. Pode-se observar que a maior parte dos dados se concentra nas proximidades de zero, indicando que as retas determinam de forma satisfatória os valores de tempo de acomodação e sobressinal esperados.

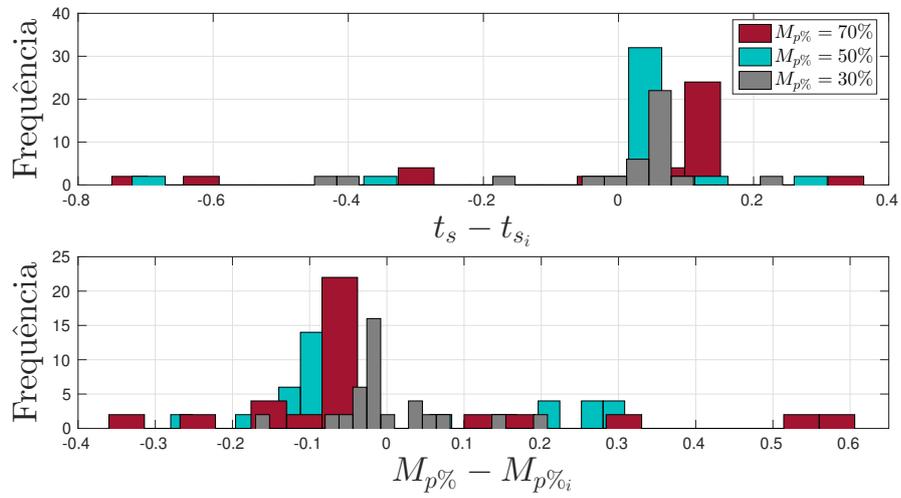


Figura 4.9: Histograma para tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) para (4.27a).

Processos descritos por (4.27b)

Como pode ser visto no gráfico superior da Figura 4.10, os tempos de acomodação das plantas (4.27b) com utilização do PIH e PIHA são em média determinados pelas retas de equação

$$\begin{aligned}
 t_s &= 1,0006t_{MA} + 1,6171; \\
 t_s &= 0,7643t_{MA} + 1,7622; \\
 t_s &= 1,8920t_{MA} + 1,0469;
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

para os controladores projetados para obter 30%, 50% e 70% de sobressinal. Além disso, para $T \geq 0,5$, os tempos de acomodação são pelo menos 25,32%, 36,32% e 71,76% melhores que os projetados. Por outro lado, se $T < 0,5$, em que o atraso é predominante, os tempos de acomodação são melhores que os PIs, com exceção da planta com $T = 0,2$ para 30% de sobressinal.

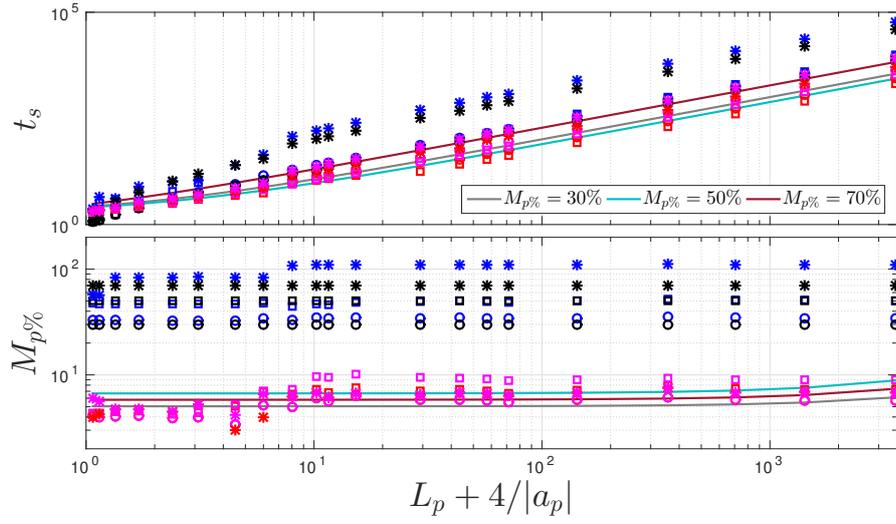


Figura 4.10: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para (4.27b).

Já os sobressinais, são melhores que os de projeto para todas as plantas, sendo no máximo de 6,34%, 10,21% e 7,49%, ou seja, são pelo menos 78,86%, 79,57% e 89,29% melhores que os valores especificados. Os valores de sobressinal dos sistemas modelados como (4.27b) podem ser determinados por meio do ajuste polinomial:

$$\begin{aligned} M_{p\%} &= 3,0355 \times 10^{-4} t_{MA} + 5,0464 \\ M_{p\%} &= 6,1172 \times 10^{-4} t_{MA} + 6,6815 \\ M_{p\%} &= 4,4321 \times 10^{-4} t_{MA} + 5,8143 \end{aligned} \quad (4.32)$$

O histograma da Figura 4.11 apresenta a diferença entre os valores de ajuste da reta (4.31) para t_s e do polinômio (4.32) para $M_{p\%}$, e os valores obtidos nas simulações. A maioria dos resultados se concentra em torno de zero, demonstrando que os ajustes realizados são uma representação adequada do desempenho dos controladores híbridos.

Processos descritos por (4.27c)

Os tempos de acomodação dos controladores PIH e PIHA projetados para obterem 30%, 50% e 70% de sobressinal podem ser obtidos pela reta:

$$t_s = 0,9779 t_{MA} - 0,1291, \quad (4.33)$$

como mostrado na Figura 4.12. Além disso, apresentam tempos de acomodação menores 32,47%, 43,72% e 63,44% que o especificado. Os valores de sobressinal obtidos podem ser modelados pelo polinômio:

$$M_{p\%} = -1,0115 \times 10^{-4} t_{MA}^4 + 0,0132 t_{MA}^3 - 0,5268 t_{MA}^2 + 7,3069 t_{MA} - 21,0989 \quad (4.34)$$

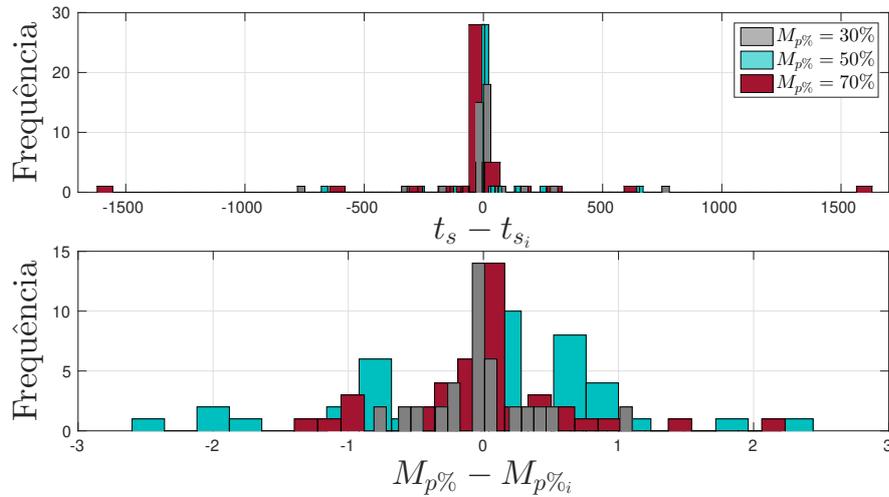


Figura 4.11: Histograma para tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) para (4.27b).

e são de no máximo 7,32%, 12,10% e 9,05%. Ou seja, são cerca de 75,58%, 75,79% e 87,07% melhores que os especificados. Se o processo possui valores de para $T \geq 0,2$ em (4.27c), os sobressinais obtidos são aproximadamente constantes. E se $T < 0,2$, os valores começam a diminuir.

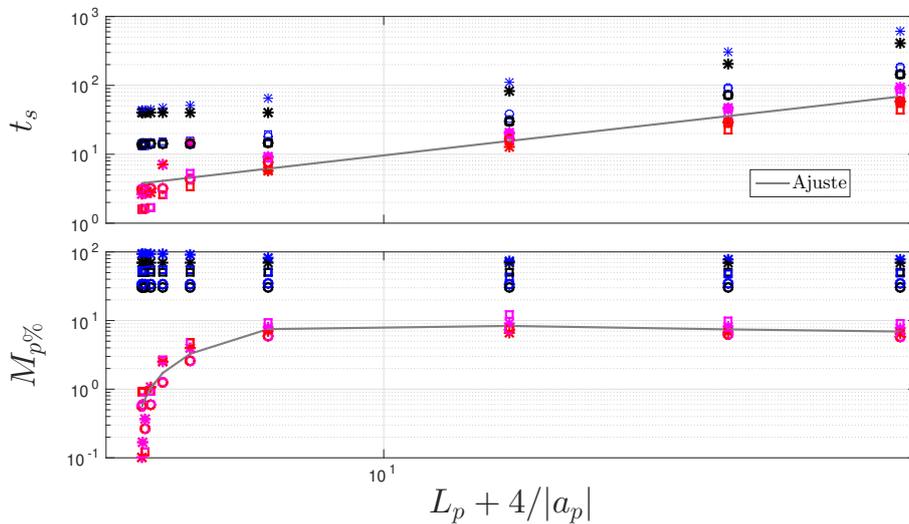


Figura 4.12: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para (4.27c).

A Figura 4.13 mostra o histograma para os desempenhos obtidos pelos controladores PIH e PIHA em relação aos que foram ajustados por (4.33) e(4.34). Novamente, os dados se concentram próximos a zero, demonstrando a eficácia dos ajustes realizados. Para t_s , o erro está em maioria entre ± 10 segundos, e para $M_{p\%}$ entre $\pm 1\%$.

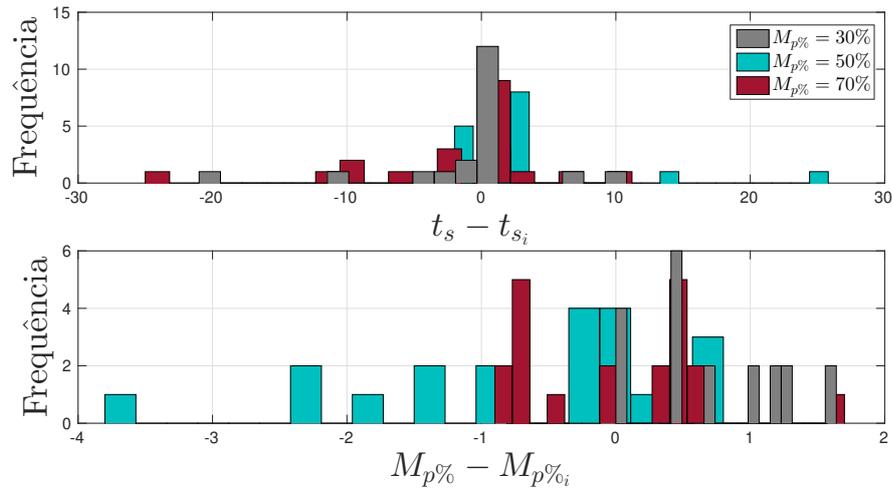


Figura 4.13: Histograma para tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) para (4.27c).

Processos descritos por (4.27d)

Os controladores híbridos possuem tempo de acomodação determinados pela reta:

$$t_s = 1,0702t_{MA} + 4,8933, \quad (4.35)$$

como mostrado na Figura 4.14.

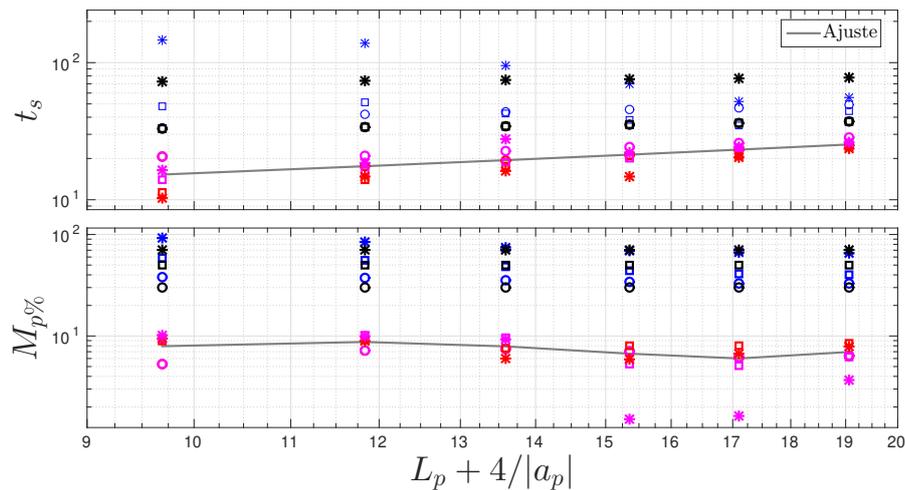


Figura 4.14: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para (4.27d).

Para esse conjunto de sistemas, a melhora proporcionada é de 23,78% a 47,92% para $M_{p\%} = 30\%$; de 30,30% a 65,94% para $M_{p\%} = 50\%$; e de 63,03% a 85,96% para $M_{p\%} = 70\%$. Ao deixar a planta mais lenta, ou seja, ao aumentar o valor de n , os tempos

de acomodação também aumentam, diminuindo o ganho dos controladores híbridos em relação ao que foi projetado.

Os valores máximos de sobressinal são de 7,46%, 10,17% e 10,12%, que são pelo menos 75,13%, 79,66% e 85,54% melhores que os projetados. Além disso, no geral, como apresentado na Figura 4.14, os sobressinais obtidos podem ser modelados por:

$$M_{p\%} = 0,0275t_{MA}^3 - 1,1840t_{MA}^2 + 16,2578t_{MA} - 63,4944. \quad (4.36)$$

O histograma da Figura 4.15 mostra a diferença entre os desempenhos medidos e ajustados por (4.35) e (4.36) obtidos pelos controladores PIH e PIHA. É possível observar que as diferenças máximas para o tempo de acomodação são cerca de -8 a 7 segundos; e para sobressinal de -2% a 5% .

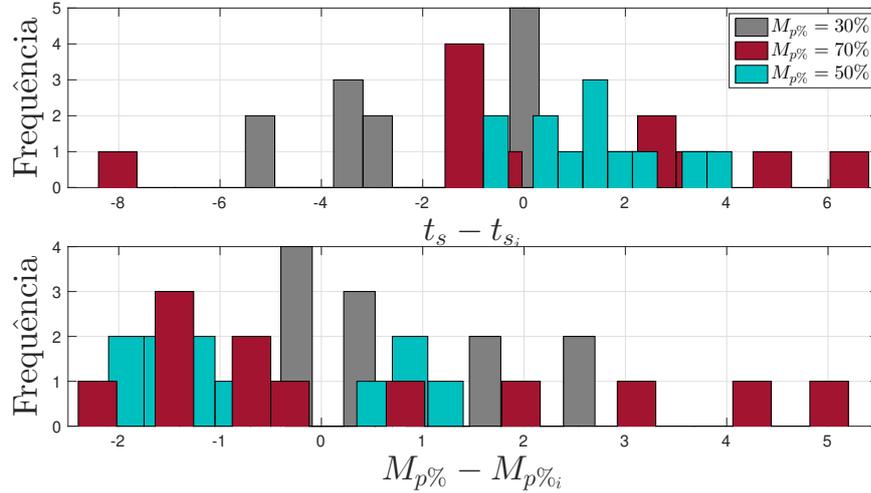


Figura 4.15: Histograma para tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) para (4.27d).

Processos descritos por (4.27e)

Para esse conjunto de sistemas, os tempos de acomodação e sobressinais obtidos são mostrados na Figura 4.16. A reta de equação

$$t_s = 1,3852t_{MA} - 1,9926 \quad (4.37)$$

determina o tempo de acomodação dos controladores PIH e PIHA, que são aproximadamente melhores na faixa de 20,27 a 77,44 para 30% de sobressinal, de 10,58% a 84,11% para 50% e de 61,26% a 91,39% para 70%. Além disso, nota-se que quando mais lento o sistema de malha aberta, menor tende a ser o ganho dos controladores em relação ao projetado.

Já os valores de sobressinal tendem a permanecer constantes com o aumento do tempo de acomodação de malha aberta, como pode ser visto na parte inferior da Figura 4.16. Em que podem ser determinados em média, pela equação:

$$M_p\% = 0,0077t_{MA}^3 - 0,4622t_{MA}^2 + 7,1590t_{MA} - 20,8975. \quad (4.38)$$

Os valores máximos de sobressinal são de 10,51%, 15,60% e 13,19%, que são pelo menos 64,97%, 68,80% e 81,16% melhores que os projetados.

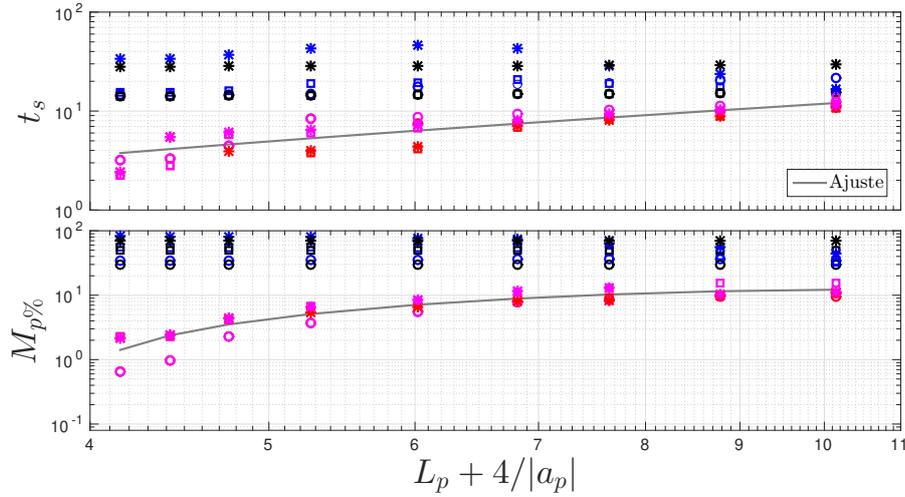


Figura 4.16: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para (4.27e).

A Figura 4.17 mostra o histograma obtido para os ajustes (4.37) e (4.38). Para t_s , todos os resultados obtidos possuem erro de no máximo ± 3 segundos; e para $M_p\%$, entre -4% e 3% .

Processos descritos por (4.27f)

O conjunto de plantas possui quatro parâmetros variantes: ganho, dois polos e atraso, que em malha fechada apresentam tempo de acomodação e sobressinal mostrados na Figura 4.18. Pode-se observar a formação de quatro grupos distintos, com respostas semelhantes. Cada grupo representa as plantas para o mesmo valor de T da equação (4.27f).

Ao projetar controladores híbridos para essas plantas, o tempo de acomodação, em média, têm valores obtidos pela reta:

$$t_s = 0,5540t_{MA} + 6,4965. \quad (4.39)$$

e são pelo menos 38,08%, 45,03% e 53,31% melhores que os valores de tempo de acomodação de projeto para 30%, 50% e 70% de sobressinal, respectivamente. Por outro lado,

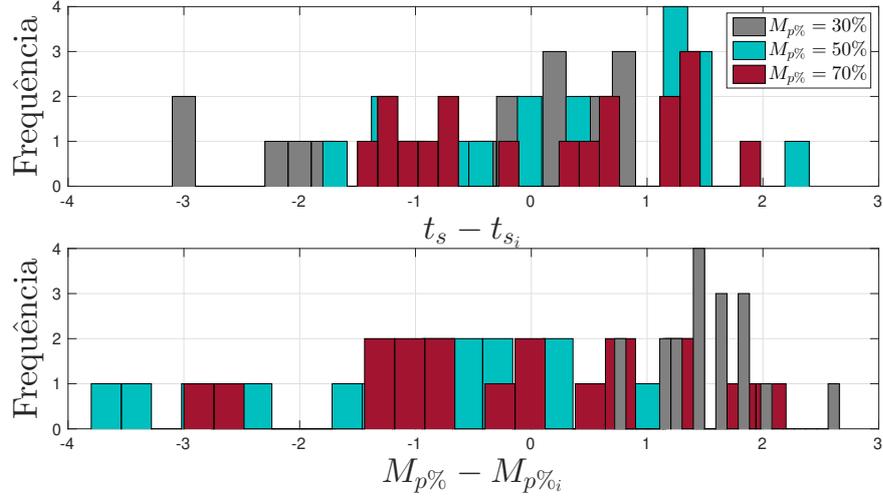


Figura 4.17: Histograma para tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) para (4.27e).

os controladores PI chegam a ser até 32% piores que o esperado. Além disso, quanto mais lentas as plantas, maiores os ganhos alcançados em relação ao que foi projetado.

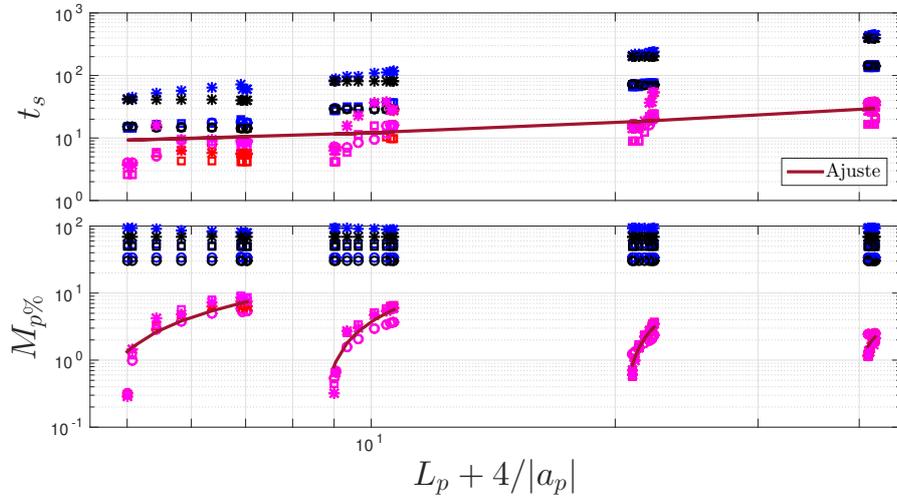


Figura 4.18: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para (4.27f).

Como mostrado na Figura 4.18, os sobressinais obtidos para cada um dos quatro grupos (para cada valor de T) podem ser calculados por:

$$\begin{aligned}
 M_{p\%} &= 3,0085t_{MA} - 13,7032; & \text{para } T = 1 \\
 M_{p\%} &= 2,9157t_{MA} - 25,4239; & \text{para } T = 2 \\
 M_{p\%} &= 1,7152t_{MA} - 35,1773; & \text{para } T = 5 \\
 M_{p\%} &= 0,7468t_{MA} - 29,0140; & \text{para } T = 10
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

Para os projetos de 30%, 50% e 70% de sobressinal, os valores máximos obtidos são de 5,87%, 9,06% e 8,52%. Ou seja, são cerca 80,43%, 81,88% e 87,83% melhores que

o especificado. E ainda, para cada grupo separadamente, ao aumentar o valor de T_1 , ou seja, ao deixar a planta mais lenta, o sobressinal parte de valores pequenos, até se tornar aproximadamente constante. Por outro lado, ao aumentar o valor de T , os valores máximos de sobressinal diminuem e os mínimos aumentam, diminuindo a amplitude da variação de cada grupo de plantas com mesmo T .

A diferença entre os valores ajustados por (4.39) e (4.40) e os valores medidos pode ser vista no histograma da Figura 4.19. Como pode-se notar, a maioria dos dados se aproxima de zero. Para o tempo de acomodação, a maior parte dos resultados apresenta erro entre ± 15 segundos; e para sobressinal, entre $\pm 2\%$.

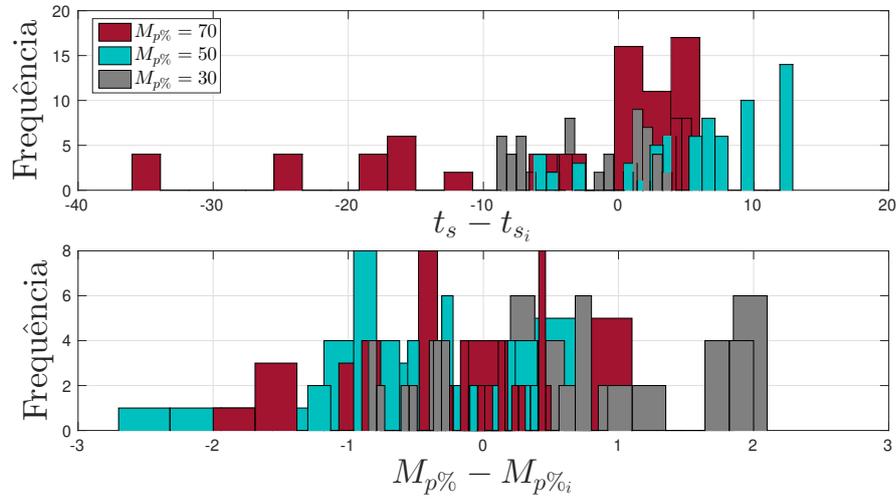


Figura 4.19: Histograma para tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) para (4.27f).

Processos descritos por (4.27g)

Para os processos descritos por (4.27g) os tempos de acomodação obtidos pelos controladores PIH e PIHA são modelados pela reta:

$$t_s = 3,6814t_{MA} - 24,4085, \quad (4.41)$$

e são pelo menos 29,56%, 36,21% e 57,36% menores que os valores especificados, como mostrado na Figura 4.20.

Além disso, os máximos sobressinais são 7,17%, 10,32% e 14,77% para os controladores de projeto de 30%, 50% e 70%, respectivamente. Dessa forma, são cerca de 78% menores que os valores projetados, e podem ser determinados, em média, pela equação:

$$M_{p\%} = -0,2073t_{MA} + 8,9305 \quad (4.42)$$

O histograma obtido para os ajustes de tempo de acomodação e sobressinal para os controladores híbridos são apresentados na Figura 4.21. Mais uma vez, os valores medidos

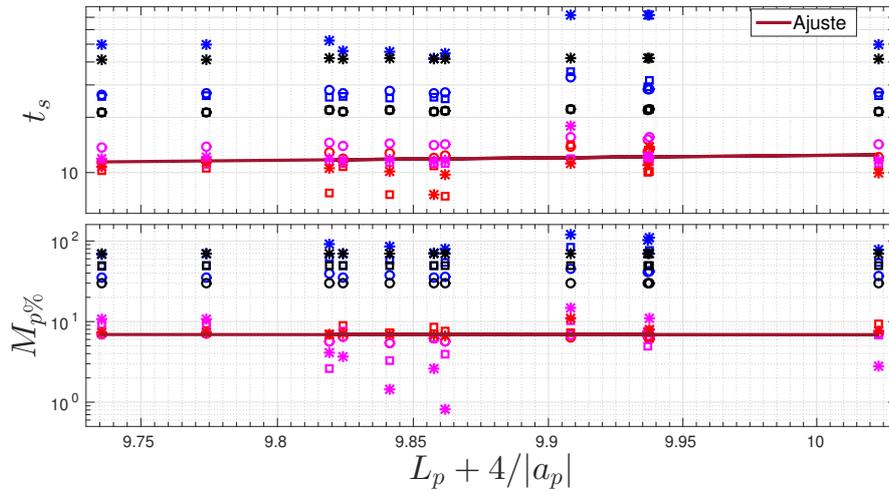


Figura 4.20: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para (4.27g).

estão próximos ao aproximado, sendo a maioria com diferença entre ± 4 segundos para t_s ; e entre $\pm 5\%$ para $M_{p\%}$.

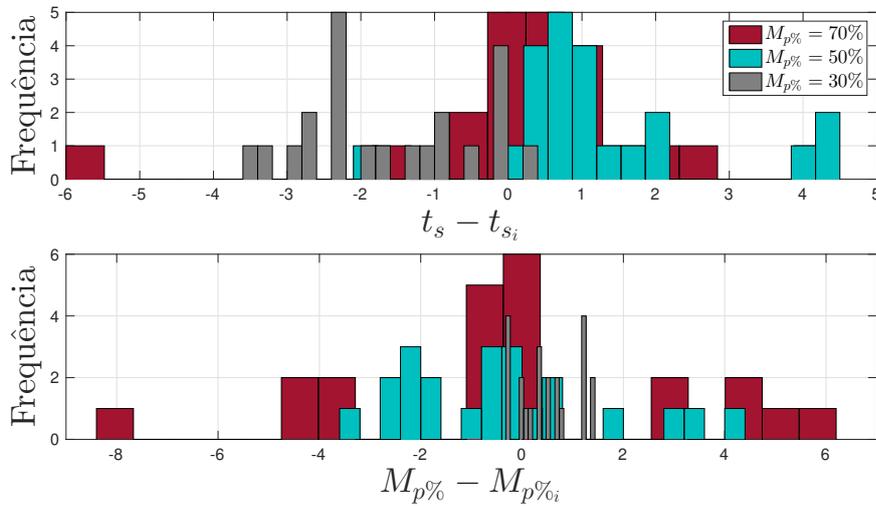


Figura 4.21: Histograma para tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) para (4.27g).

Processos descritos por (4.27h)

Por último, para os processos com função de transferência (4.27h), são obtidos os tempos de acomodação e sobressinal apresentados na Figura 4.27h. Como pode ser visto, para os controladores PIH e PIHA, t_s pode ser determinado em geral como:

$$t_s = 3,6201t_{MA} - 12,3089. \quad (4.43)$$

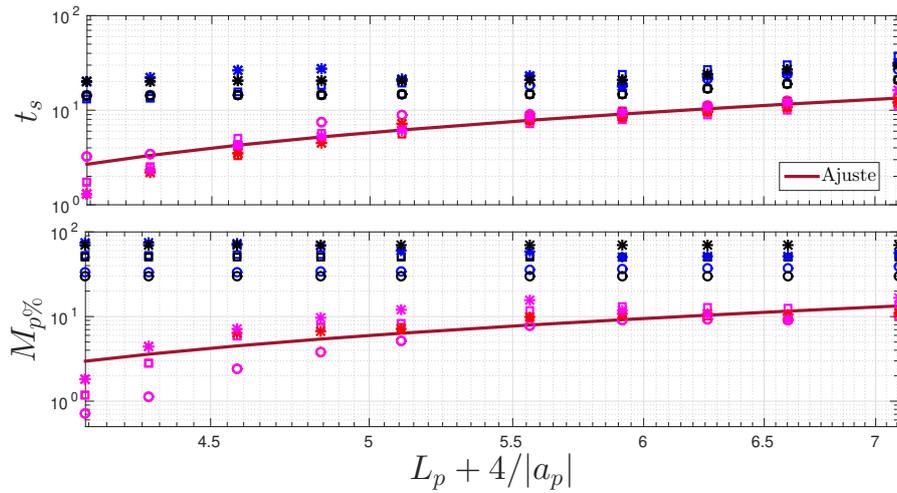


Figura 4.22: Tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) em função de t_{MA} para (4.27h).

Além disso, os tempos de acomodação obtidos são pelo menos 33,81%, 34,38% e 45,45% menores que os valores desejados. Os valores de sobressinal são calculados por:

$$M_{p\%} = 3,4996t_{MA} - 11,5213, \quad (4.44)$$

e tem como valores máximos 10,03%, 13,49% e 16,68%, para os controladores de projeto de 30%, 50% e 70%, respectivamente.

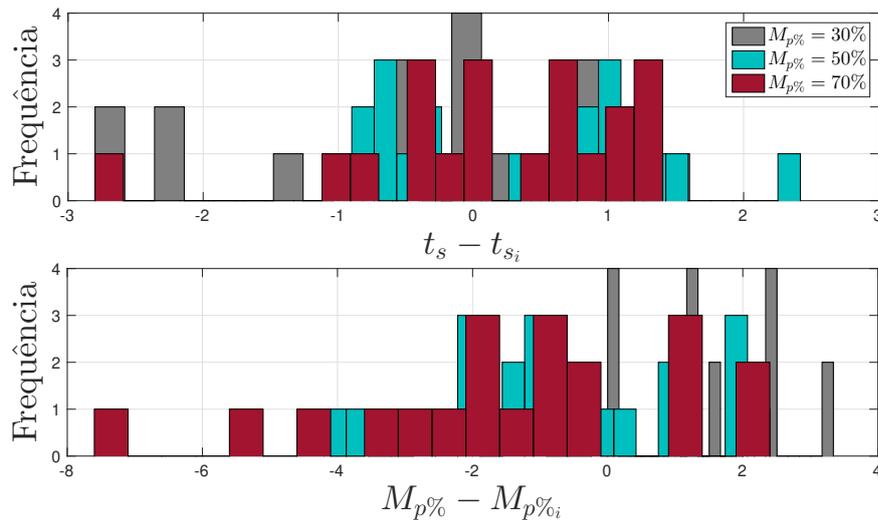


Figura 4.23: Histograma para tempo de acomodação (superior) e sobressinal (inferior) para (4.27h).

Finalmente, pode-se constatar que as retas (4.43) e (4.44) representam os valores de tempo de acomodação e sobressinal dos controladores híbridos com erro entre ± 3 segundos e entre -8% e 4% , respectivamente.

Resumo de todas as diretrizes

A Tabela 4.1 apresenta todas as diretrizes propostas nesta seção. Então, para cada tipo de planta são estabelecidos os valores do tempo de acomodação t_s e sobressinal $M_p\%$ que espera-se obter pelos controladores híbridos, em relação ao tempo de acomodação de malha aberta t_{MA} . Na última coluna são indicadas as sintonias (para valores desejados de sobressinal de 30%, 50% e 70%) que correspondem a cada ajuste realizado.

Tabela 4.1: Resumo das diretrizes

Planta	PI híbrido		PI linear
	t_s	$M_p\%$	$M_p\%$
P_1	$0,7713t_{MA} + 0,2823$	$-7,1580 \times 10^{-5}t_{MA} + 0,5027$	30%
	$0,3953t_{MA} + 0,6353$	$-1,8266 \times 10^{-4}t_{MA} + 0,7709$	50%
	$0,2803t_{MA} + 0,8450$	$-2,1288 \times 10^{-4}t_{MA} + 0,9092$	70%
P_2	$1,0006t_{MA} + 1,6171$	$3,0355 \times 10^{-4}t_{MA} + 5,0464$	30%
	$0,7643t_{MA} + 1,7622$	$6,1172 \times 10^{-4}t_{MA} + 6,6815$	50%
	$1,8920t_{MA} + 1,0469$	$4,4321 \times 10^{-4}t_{MA} + 5,8143$	70%
P_3	$0,9779t_{MA} - 0,1291$	$-1,0115 \times 10^{-4}t_{MA}^4 + 0,0132t_{MA}^3$ $-0,5268t_{MA}^2 + 7,3069t_{MA} - 21,0989$	30,50,70%
P_4	$1,0702t_{MA} + 4,8933$	$0,0275t_{MA}^3 - 1,1840t_{MA}^2$ $+16,2578t_{MA} - 63,4944$	30,50,70%
P_5	$1,3852t_{MA} - 1,9926$	$0,0077t_{MA}^3 - 0,4622t_{MA}^2$ $+7,1590t_{MA} - 20,8975$	30,50,70%
P_6	$0,5540t_{MA} + 6,4965$	$3,0085t_{MA} - 13,7032; T = 1$ $2,9157t_{MA} - 25,4239; T = 2$ $1,7152t_{MA} - 35,1773; T = 5$ $0,7468t_{MA} - 29,0140; T = 10$	30,50,70%
P_7	$3,6814t_{MA} - 24,4085$	$-0,2073t_{MA} + 8,9305$	30,50,70%
P_8	$3,6201t_{MA} - 12,3089$	$3,4996t_{MA} - 11,5213$	30,50,70%

Exemplo 4.5. Como ilustração são considerados os processos descritos por (4.27a), (4.27e) e (4.27f), com seus respectivos parâmetros, $T = 2$; $\alpha = 0,7$; e $T = 2$ e $L_1 = 0,7$. Os modelos representados pela estrutura de primeira ordem com tempo morto (4.21) equivalentes são:

$$P_1(s) = \frac{0,5e^{-s}}{s + 0,5}; \quad P_5(s) = \frac{0,603e^{-s}}{s + 0,6021}; \quad P_6(s) = \frac{0,9507e^{-0,924s}}{s + 0,4752} \quad (4.45)$$

Essas aproximações possuem t_{MA} de 9; 7,6434 e 9,3415 segundos, respectivamente.

São projetados os controladores por alocação de polos para um sobressinal de 50% (para todos os modelos) e tempos de acomodação de 5s, 15s e 8s; resultando em $(k_p, k_I) = \{(3, 43,1); (-0,05, 2,9); (0,55, 5,66)\}$, respectivamente. As respostas temporais obtidas são apresentadas na Figura 4.24. Para a planta P_1 , que é o caso ideal, os valores de

sobressinal obtidos são de 53,1% para o PI e de 0,3% para o PIH e o PIHA. E os tempos de acomodação são 4,6 segundos para o PI e 1,3 segundos para os híbridos. Na planta P_5 , o controlador PI proporciona 46,2% de sobrepassagem, o PIH 8,8% e o PIHA 12,7%. E os tempos de acomodação de 19,0, 8,28 e 8,70 segundos. E para a planta P_6 , os valores de sobressinal obtidos são de 43,3% com o PI, 5,9% com o PIH e 6,9% com o PIHA. E os tempos de acomodação de 6,0, 3,4 e 3,7 segundos, respectivamente. Como pode ser verificado, os resultados encontrados são contemplados pelas regras apresentadas neste trabalho.

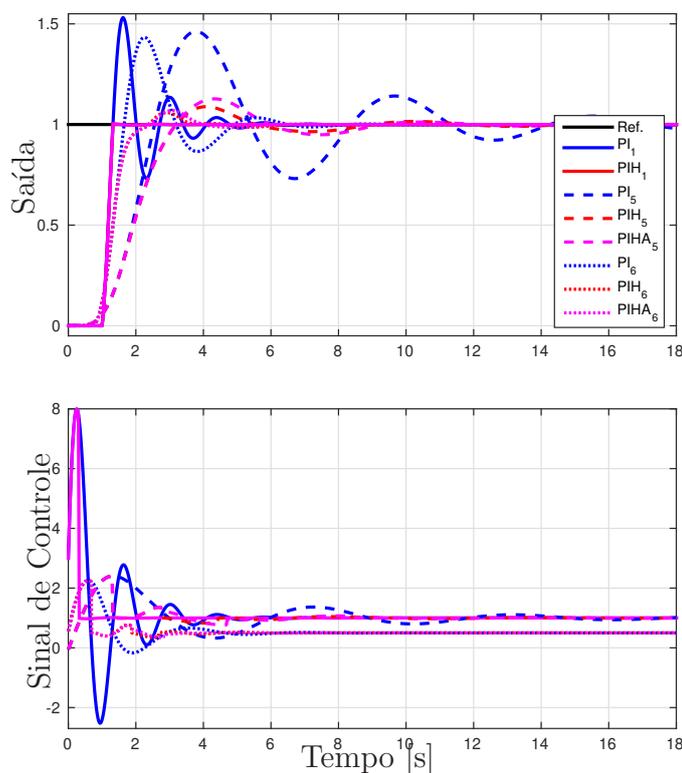


Figura 4.24: Saída e sinal de controle das Eqs. (4.27a), (4.27e) e (4.27f)

4.4 Comentários Finais

Neste capítulo foram abordados alguns aspectos práticos de implementação dos controladores híbridos desenvolvidos no capítulo anterior. Primeiramente, foi proposta a utilização do preditor de Smith, para que seja possível o uso de controladores com reiniciação em processos com atraso. Além disso, como a implementação digital dos controladores causa perda de desempenho do sistema de malha fechada, foi desenvolvida uma estratégia de compensação que evita essa deterioração da resposta. Finalmente, foram apresentadas diretrizes para a sintonia de controladores PI híbridos para 125 plantas típicas de processos industriais.

Resultados Experimentais

Nesta seção são realizadas as implementações dos controladores PI, PIH, PIHA e PIHP como apresentado no Capítulo 3; assim como as estratégias de controle utilizadas, como mostrado no Capítulo 4, em um sistema de tanques e em um sistema térmico. Parte dos resultados deste capítulo podem ser encontrados nos artigos (Rubio Scola *et al.*, 2017) e (Quadros *et al.*, 2018).

5.1 Descrição dos Processos

As plantas utilizadas são um sistema de tanques para controle de nível e um sistema térmico para controle de temperatura. A descrição de cada um dos processos é realizada a seguir.

5.1.1 Sistema de Tanques

Para aplicação dos controladores projetados será utilizado o sistema de tanques interativos do Laboratório de Sinais e Sistemas do CEFET-MG Campus Divinópolis, que foi inspirado em (Johansson, 2000). O processo possui quatro tanques com capacidade de 200 litros cada, com altura de 80cm e diâmetro de 62cm. Além disso, conta com dois reservatórios de 400 litros cada para armazenar a água do sistema e duas bombas hidráulicas de indução de 1cv que desempenham a função de agentes propulsores, como mostrado na Figura 5.1. Essas bombas são operadas por dois inversores de frequência modelo WEG CFW09. Cada uma das bombas possui uma tubulação específica e a rede hidráulica é reconfigurável, possibilitando que o sistema configurado em diferentes modos.

Quanto à parte de instrumentação, a planta possui quatro sensores diferenciais de pressão 26PCBFA6D do fabricante Honeywell, usados para medição dos níveis de água nos tanques. Cada um desses sensores está interligado a um CI XRT106, que é responsável por transformar o sinal de baixa tensão proveniente do sensor em um sinal de corrente que varia de 4 a 20mA. Além disso, possui dois sensores de vazão, sendo o primeiro



Figura 5.1: Sistema de tanques. Adaptada de (Franco, 2015)

do tipo roda d'água do fabricante Dwyler Equipamentos Industriais e o segundo do tipo magnético do fabricante Incontrol. E ainda, o sistema possui dez chaves de nível do tipo *Reed Switch*, usados para intertravamento com o acionamento das bombas para evitar que os tanques transbordem (Quadros, 2016).

O controle da planta pode ser realizado de duas maneiras. Na primeira, é realizado por meio de um CLP Siemens, em que a operação é realizada por meio do software *Step7*. E na segunda, é feito em linguagem Python em um computador que se comunica com o CLP por meio de um driver (Sousa, 2016) desenvolvido no Laboratório de Sinais e Sistemas (Lopes, 2017). O CLP, os inversores, o computador e a parte de acionamento são encontrados no painel elétrico, que localiza-se ao lado da planta.

Mais informações sobre projeto, construção e instrumentação da planta podem ser encontrados em (Pereira, 2014) e (Rosa, 2015).

Com o objetivo de avaliar o desempenho dos controladores na presença de não linearidades e incertezas de modelo significantes, é inserido em um dos tanques um sólido não linear. Assim, faz com que o volume ocupado pelo fluido seja não linear em função da altura. Desse modo, são provocadas mudanças significativas na dinâmica do sistema,

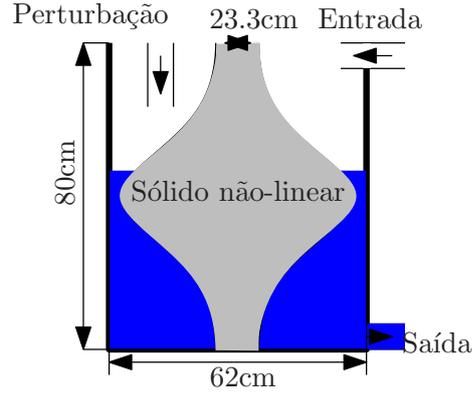


Figura 5.2: Representação do tanque com o sólido não-linear

o que permite avaliar quais controladores se mostram mais robustos e eficientes mediante incertezas no modelo do processo. O sólido utilizado neste trabalho é proposto por Franco (2015) e implementado por Quadros (2016), mostrado na Figura 5.2, em que a área ocupada pelo fluido em função de sua altura é dada por:

$$A_1(h_1(t)) = \frac{3r}{5} \times \left(2,7r - \frac{\cos(2,5\pi((h(t) - 8) \times 10^{-2} - \mu))}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{((h(t) - 8) \times 10^{-2} - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right) \quad (5.1)$$

em que $\mu = 0,40$, $\sigma = 0,55$, o raio do tanque é dado por $r = 0,31m$; e a altura da coluna de água $h(t)$, que varia entre os limites superior e inferior do tanque, ou seja $0m \leq h(t) \leq 0,80m$.

Para implementação dos controladores, são utilizados os dois tanques inferiores, em duas configurações diferentes, como mostra a Figura 5.3. O nível é controlado no tanque da esquerda, em que o fluxo de entrada é uma consequência do sinal de controle enviado para o inversor utilizado para comandar a velocidade variável da bomba. Este tanque tem duas conexões realizadas pelas válvulas V_1 e V_2 , que permitem dois modos de operação:

- (i) *Modo 1*: válvula V_1 aberta e V_2 fechada;
- (ii) *Modo 2*: válvula V_1 fechada e V_2 aberta.

Para o *Modo 1*, por meio das equações de balanço de massa, o sistema possui como dinâmica:

$$\dot{h}_1 = \frac{K_b u(t)}{A_1(h_1(t))} - \frac{1}{A_1(h_1(t))} q_s(h_1(t)) \quad (5.2)$$

em que $u(t)$ é o sinal de controle, K_b é o ganho estático da bomba, $q_s(h_1(t))$ a vazão de saída do tanque e $A_1(h_1(t))$ a área dada por (5.1).

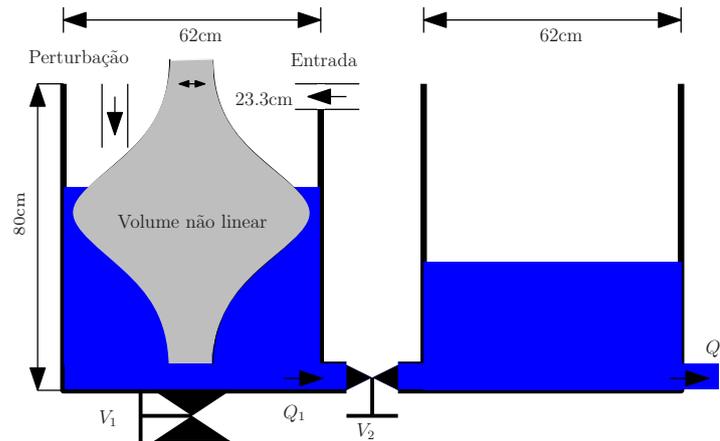


Figura 5.3: Diagrama dos dois tanques.

Também com utilização das equações de balanço de massa, para o *Modo 2*, a dinâmica do sistema pode ser calculada por:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= \frac{R_{12}(h_1(t), h_2(t))K_b u(t) - h_1(t) + h_2(t)}{A_1(h_1(t))R_{12}(h_1(t), h_2(t))} \\ \dot{h}_2 &= \frac{h_1(t) - h_2(t)}{R_{12}(h_1(t), h_2(t))A_2} - \frac{1}{A_2}q_s(h_2(t)) \end{aligned} \quad (5.3)$$

em que $u(t)$ é o sinal de controle, K_b é o ganho estático da bomba, A_1 a área do tanque 1 dada por (5.1), A_2 a área do tanque 2, R_{12} a resistência entre os dois tanques e q_s a vazão de saída do tanque 2.

Para os dois modos, os parâmetros K_b , R_{12} e q_s são determinados experimentalmente e seus valores são apresentados posteriormente, assim como a validação dos modelos.

5.1.2 Sistema Térmico

Para avaliar o desempenho dos controladores é utilizado um sistema de aquecimento de ar (forno) retangular, presente no laboratório de Sinais e Sistemas do CEFET-MG Campus Divinópolis, no qual é insuflado ar por meio de um ventilador axial, como mostrado na Figura 5.4. O forno possui seção interna de $120 \times 120 \times 1000 \times mm$. Além disso, é composto de três câmaras principais, sendo o aquecimento realizado na primeira câmara por uma lâmpada halógena de $150W$ e a medição de temperatura feita na última câmara por meio de um sensor *LM35*, como mostra o diagrama da Figura 5.5. O controle é realizado por meio do software *Matlab*, com utilização do *Simulink* e da *toolbox Real Time Windows Target*. O envio e recebimento de sinais entre a planta e o software são realizados pela placa *PCI 6229* da *National Instruments*. Para mais detalhes, veja (Franco *et al.*, 2013).

O processo é modelado de forma aproximada por um sistema de primeira ordem com atraso puro no tempo. O procedimento utilizado é o método da resposta complementar (Doebelin & Manik, 2007), utilizando degraus positivos e negativos no sinal de controle



Figura 5.4: Sistema térmico. Adaptada de (Franco *et al.* , 2013)

em torno do ponto de operação, de modo a obter um modelo de equação:

$$G(s) = \frac{K_m}{T_m s + 1} e^{-L_m s} \quad (5.4)$$

em que K_m é o ganho estático da planta, T_m a constante de tempo e L_m o tempo de atraso.

Observação 5.1. É importante ressaltar que todos os índices de desempenho para todos os testes apresentados neste capítulo, são calculados para toda a janela de teste exibida nos seus respectivos gráficos.

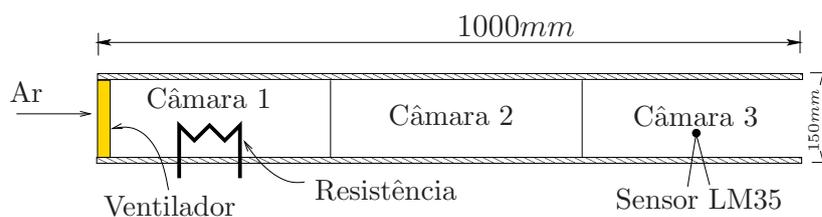


Figura 5.5: Diagrama representativo do forno.

5.1.3 Ruídos de medição

Como apresentado no *Algoritmo 1*, para implementação dos controladores híbridos de forma discreta, é necessário incluir no valor de referência, uma faixa de $\pm\rho$, referente à amplitude do ruído, para ativação do sinal de compensação w_k . Porém, quando não é necessário utilizar a estratégia de compensação, essa faixa não precisa ser implementada. Uma razão para isso é a utilização de ϵ_1 , ϵ_2 e ϵ_3 na condição de reiniciação, que pode ser vista como uma faixa de pequena amplitude nas proximidades da referência. Além disso, para os controladores híbridos adaptativos, o ruído de medição não tem influência significativa. Isso ocorre porque uma reiniciação que é realizada por causa do ruído é feita para um valor próximo ao equilíbrio, devido à adaptação. Já nos controladores híbridos sem adaptação, a presença de ruído pode deteriorar o desempenho do sistema, reiniciando o estado do integrador para um valor distante do equilíbrio.

5.2 Implementação dos Controladores PI, PIH e PIHA

Primeiramente, os controladores PI, PIH e PIHA são implementados com o objetivo de analisar e comparar seus desempenhos para seguimento de referência, rejeição de perturbação e robustez a erros de modelagem. Para isso, são realizados testes no sistema de tanques no *Modo 1* e no sistema térmico.

5.2.1 Testes no sistema de tanques

O sistema de tanques é utilizado para avaliar o desempenho dos controladores por meio de testes de seguimento de referência e rejeição de perturbação do tipo constante por partes.

Para configuração do sistema no *Modo 1*, são selecionados dois pontos de operação distintos, um próximo à altura correspondente ao maior diâmetro da não linearidade, e outro localizado em uma de suas extremidades. Assim, para $K_b = 15,86$ e $q_s = 13,3401h_1 + 898,0213$, a equação (5.2) é linearizada para $\{h_1^{eq} = 48cm; u^{eq} = 81\%\}$ e $\{h_1^{eq} = 23cm; u^{eq} = 60\%\}$. Os modelos obtidos para esses pontos de operação são, respectivamente:

$$G_{48}(t) = \begin{cases} \dot{\delta x} = -0,0643\delta x + 0,0764\delta u \\ \delta y = \delta x \end{cases} \quad (5.5)$$

e

$$G_{23}(t) = \begin{cases} \dot{\delta x} = -0,0066\delta x + 0,0078\delta u \\ \delta y = \delta x \end{cases} \quad (5.6)$$

Ao implementar os controladores na planta (Seção 5.2), é observado que a bomba insere no sistema uma dinâmica de primeira ordem, devido à sua própria malha de controle. Dessa forma, essa dinâmica é aproximada por um atraso de tempo, que é adicionado

ao modelo. Para o ponto de operação de $h_1 = 23cm$ o atraso é de 5 segundos e para $h_1 = 48cm$ de 3 segundos. Essa estratégia é adotada para que o preditor de Smith seja utilizado e que o grau relativo do sistema seja mantido em igual a um. Assim, os modelos (5.5) e (5.6) podem ser representados por função de transferência como:

$$G_{48}(s) = \frac{1,1882}{15,5521s + 1} e^{-3s} \quad (5.7)$$

e

$$G_{23}(s) = \frac{1,1886}{151,6070s + 1} e^{-5s}. \quad (5.8)$$

Logo, o processo pode ser representado por sistemas de primeira ordem com atraso, em torno dos pontos de equilíbrio. É possível concluir que para os dois pontos selecionados, os ganhos das funções de transferência encontradas são bem próximos. Porém, a constante de tempo do sistema linear G_{23} é quase 10 vezes maior que do sistema representado por G_{48} . Isso evidencia que para pontos de operação distintos, a dinâmica do sistema varia de forma significativa, sendo mais lento para pontos nas extremidades do sólido não linear, e se tornando mais rápido à medida que esses se aproximam do centro. A validação dos modelos (5.7) e (5.8) é apresentada em (Quadros, 2016).

Os controladores PI são projetados para cada ponto de operação pelo método de alocação de polos descrito na Seção 2.1.2. Para (5.7) é especificado um sobressinal de 50% e tempo de acomodação de 50 segundos, que é cerca de 20% menor que em malha aberta, obtendo-se os ganhos:

$$k_p = 1,2526; \quad k_I = 1,8046. \quad (5.9)$$

Já para (5.8), o PI é projetado para obter uma sobrepassagem de 50% e tempo de acomodação de 400 segundos, que é aproximadamente 34% menor que em malha aberta. Então, os ganhos do controlador são:

$$k_p = 1,7097; \quad k_I = 0,2748. \quad (5.10)$$

Além disso, são calculados os valores de F de acordo com a equação (3.12), obtendo-se $F = 0,8416$ e $F = 0,8462$ para (5.7) e (5.8), respectivamente. Para cada teste realizado é utilizado o controlador projetados para cada ponto de operação ((5.9) e (5.10)), com seus respectivos modelos no preditor de Smith ((5.7) e (5.8)), com valores de F nominais.

Nos gráficos desta seção, as respostas dos controladores são representadas por diferentes cores de linha: azul (P1 G_{48}), vermelho (PIH G_{48}), magenta (PIHA G_{48}), cinza (PI G_{23}), verde (PIH G_{23}) e marrom (PIHA G_{23}), e identificados como A1, B1, C1, A2, B2 e C2, respectivamente.

Teste 1

O *Teste 1* é realizado para evidenciar o comportamento dos controladores projetados para uma mudança significativa na referência, de forma a levar os sistemas controlados de um ponto de operação a outro.

Dessa forma, são implementados os controladores PI, PIH e PIHA projetados para os dois pontos de operação. A Figura 5.6 mostra as saídas da planta no gráfico superior e os sinais correspondentes nos gráficos intermediário e inferior. Visualmente o PI apresenta a pior resposta de seguimento de referência, já que sua sintonia privilegia a redução de tempo de subida e conseqüentemente, possui alto valor de sobressinal. Por outro lado, os dois controladores híbridos PIH e PIHA geram respostas com tempo de subida similares ao PI, mas com baixos valores de sobrepassagem. É importante ressaltar que o uso do preditor de Smith, como descrito na Seção 4.1.1, é muito importante para evitar oscilações na saída dos controladores híbridos.

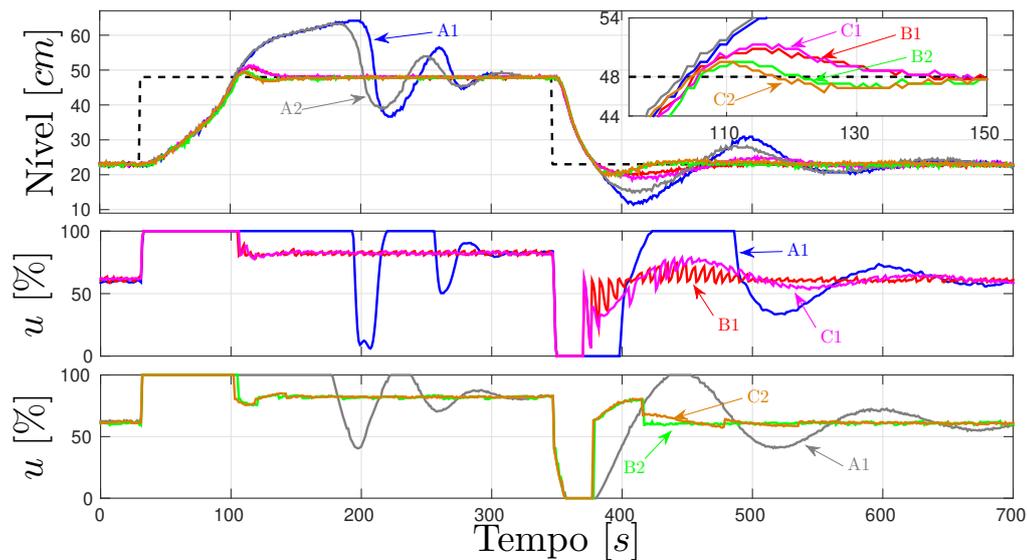


Figura 5.6: Degrau para os dois pontos de operação para ambos os controladores (PI, PIH, PIHA) e modelos ((5.7) e (5.8)). Na parte superior as saídas do sistema e na parte inferior, os respectivos sinais de controle. Em azul (PI G_{48}), vermelho (PIH G_{48}), magenta (PIHA G_{48}), cinza (PI G_{23}), verde (PIH G_{23}) e marrom (PIHA G_{23}), e identificados como A1, B1, C1, A2, B2 e C2, respectivamente.

Como mostrado na Figura 5.6 para (5.7), o PI apresenta sobressinal de 64,6% para o primeiro degrau e de 46,4% para o segundo, enquanto os híbridos (PIH e PIHA) obtêm apenas 13,2% e 18%. Além disso, os tempos de acomodação do PI são da ordem de 257 segundos e 686 segundos, e os híbridos 100 segundos e 293 segundos, respectivamente. Para utilização do modelo (5.8), o PI possui sobressinal de aproximadamente 61% para o primeiro degrau e 32,2% para o segundo, enquanto os híbridos apresentam apenas 6,1% e

12,7%. Os tempos de acomodação do PI são da ordem de 286 segundos e 468 segundos; do PIH de 137 segundos e 297 segundos; e do PIHA de 107 segundos e 376 segundos. Como esperado, para ambos os casos, os controladores PI lineares promovem maiores valores de sobressinal e tempo de acomodação quando comparados aos híbridos.

Tomando os índices de desempenho dos controladores PI como referência, são computados os índices para os controladores projetados, como apresentado na Tabela 5.1. Portanto, os índices para os controladores híbridos são sempre melhores que os dos controladores PI. Comparando o desempenho do PIH e PIHA, nota-se que os índices para o PIHA são ligeiramente diferentes que os do PIH, sendo piores para os controladores e modelos para $h_1^{eq} = 48cm$ e melhores para $h_1^{eq} = 23cm$. Isso ocorre devido ao fato de que para esse sistema, o valor de F não é alterado de forma significativa ao mudar o ponto de operação, e conseqüentemente, o PIH apresenta desempenho semelhante ao PIHA.

Tabela 5.1: Índices de desempenho para o *Teste 1*

Cont.	G_{48}				G_{23}			
	IAE	IVU	IVE	ISE	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	1	1	1	1	1	1	1	1
PIH	0,4896	0,7109	0,7309	0,5497	0,5283	0,8090	0,7947	0,8057
PIHA	0,5108	0,7282	0,7396	0,5549	0,5173	0,7988	0,7865	0,6258

Teste 2

No *Teste 2*, a referência possui valores em torno dos pontos de equilíbrio de cada controlador projetado. Ou seja, é avaliado o desempenho do controlador especificado para $h_1^{eq} = 48cm$ com valores de referência próximos de $48cm$; e do projetado para $h_1^{eq} = 23cm$ com degraus de referência na região de $23cm$.

Inicialmente, o teste é realizado com utilização dos controladores referentes a G_{48} , como mostrado na Figura 5.7. Novamente, o controlador PI apresenta maiores valores de sobressinal e tempo de acomodação que os híbridos para os dois degraus. O valor máximo de sobressinal do PI é de 52% para o primeiro degrau e de 34,69% para o segundo, do PIH de 13,13% e 18,13%, e do PIHA de 13,13% e 26,44%. Os tempos de acomodação do PI são cerca de 85 segundos e 76 segundos, e os híbridos de 50 segundos e 58 segundos, respectivamente.

Em seguida, o *Teste 2* é executado para os controladores projetados para o modelo G_{23} , como apresentado na Figura 5.8. Como é possível observar, os controladores híbridos possuem menores valores de sobressinal e tempo de acomodação para o seguimento de referência. Para o primeiro degrau, o PI obtém sobrepassagem de 81,88% e para o segundo

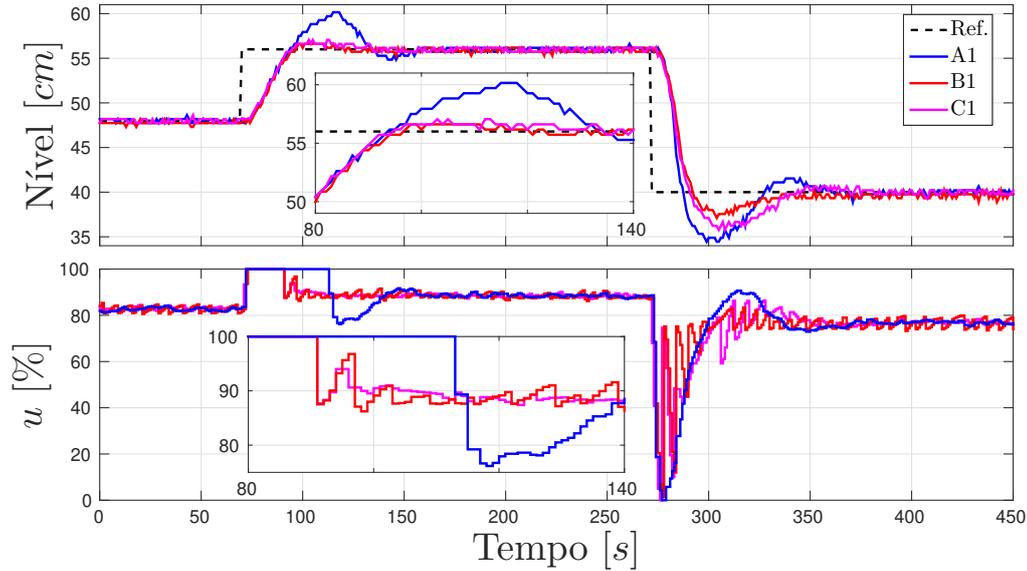


Figura 5.7: Seguimento de referência próximo ao ponto de operação de $h_1^{eq} = 48cm$ para os controladores (PI, PIH, PIHA) e modelo G_{48} . Na parte superior as saídas do sistema e na parte inferior, os respectivos sinais de controle. Em azul (PI G_{48}), vermelho (PIH G_{48}), magenta (PIHA G_{48}), e identificados como A1, B1, C1, respectivamente.

de 47,48%, enquanto os híbridos apresentam apenas 9,88% e 11,44%. Além disso, os tempos de acomodação do PI são da ordem de 322 segundos e 370, e dos híbridos de 105 segundos e 85 segundos, respectivamente.

Como realizado anteriormente, tomando os os índices do PI como referência, são calculados os índices de desempenho dos controladores projetados para os dois pontos de operação, como mostrado na Tabela 5.2. Como esperado, os controladores híbridos apresentam menores índices que o PI. Além disso, como não há incerteza significativa em F , os desempenhos do PIH e PIHA são semelhantes.

Tabela 5.2: Índices de desempenho para o *Teste 2*

Cont.	G_{23}				G_{48}			
	IAE	IVU	IVE	ISE	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	1	1	1	1	1	1	1	1
PIH	0,5166	0,7336	0,7631	0,5905	0,9805	0,8420	0,9131	0,8678
PIHA	0,4786	0,7353	0,7480	0,5600	0,8587	0,8622	0,9312	0,8674

Teste 3

Neste teste são realizadas perturbações nos dois pontos de operação, com seus respectivos controladores e modelos no preditor de Smith. É inserida uma perturbação do

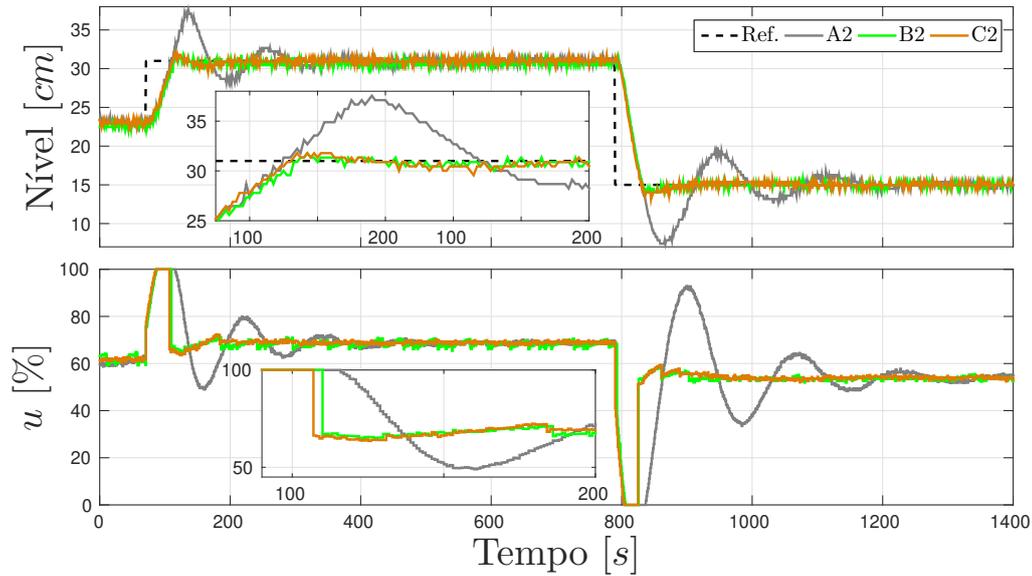


Figura 5.8: Seguimento de referência próximo ao ponto de operação de $h_1^{eq} = 23\text{cm}$ para os controladores (PI, PIH, PIHA) e modelo G_{23} . Na parte superior as saídas do sistema e na parte inferior, os respectivos sinais de controle. Em cinza (PI G_{23}), verde (PIH G_{23}) e marrom (PIHA G_{23}), e identificados como A2, B2 e C2, respectivamente.

tipo constante por partes, em que o sinal de controle da bomba é diminuído de 40% após a saída do sistema entrar em regime permanente, como mostrado na Figura 5.9. Para o ponto de operação superior, é possível observar que o controlador PIH não rejeita a perturbação, apresentando portanto, um erro de *offset*. Já os controladores PI e PIHA rejeitam perfeitamente a perturbação, sendo o controlador PI o mais eficiente, devido à sua sintonia. Para o ponto de operação inferior, também pode-se concluir que o controlador PIH não rejeita de forma satisfatória a perturbação, já que a saída apresenta ondulações nas proximidades da referência. Já os controladores PI e PIHA rejeitam satisfatoriamente a perturbação, sendo nesse caso, o PIHA o mais eficiente.

Mais uma vez, os índices de desempenho são calculados, de modo a permitir uma análise quantitativa do desempenho dos controladores para rejeição à perturbação constante por partes. Tomando o PI como referência novamente, os índices são apresentados na Tabela 5.3. É importante notar pela análise dos gráficos e dos índices, que em ambos os testes, o esforço de controle dos controladores PIH é muito alto, uma vez que efetua várias reiniciações (para um valor incorreto) durante o período de perturbação. Ou seja, os controladores PIH não rejeitam a perturbação como o PI e o PIHA. Isso porque, particularmente, o PI pode armazenar a informação da perturbação no estado do integrador, e o PIHA devido à lei de adaptação.

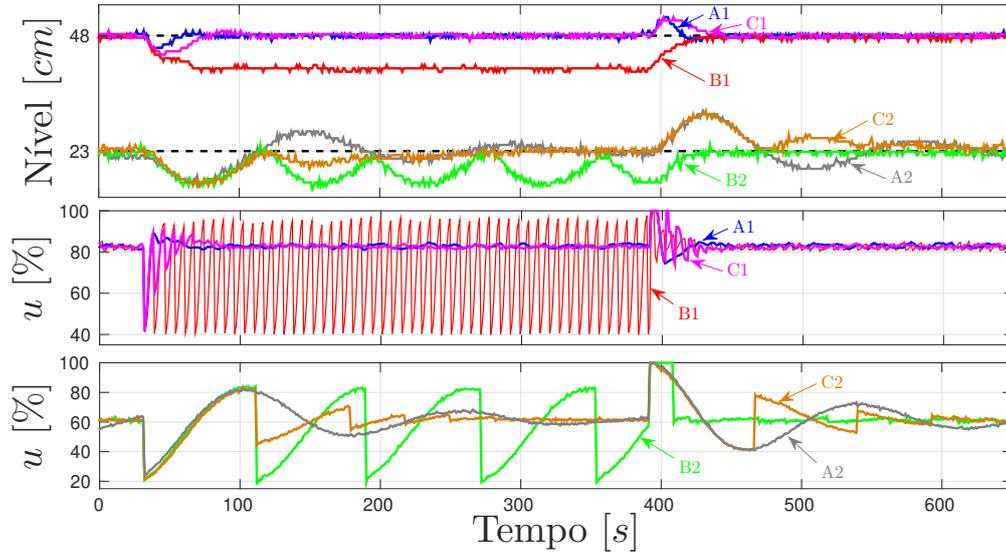


Figura 5.9: Perturbação para cada ponto de operação para cada controlador (PI, PIH, PIHA) e modelo ((5.7) e (5.8)). Na parte superior as saídas do sistema e na parte inferior, os respectivos sinais de controle.

Tabela 5.3: Índices de desempenho para o *Teste 3*

Cont.	G_{48}				G_{23}			
	IAE	IVU	IVE	ISE	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	1	1	1	1	1	1	1	1
PIH	6,6074	5,3177	4,0807	33,0906	1,2717	1,5047	0,9899	1,7124
PIHA	1,1372	1,1552	1,1153	1,2433	0,8883	0,9577	0,9545	0,9114

5.2.2 Testes no Sistema Térmico

Primeiramente, para o sistema térmico, é obtido o modelo do sistema para o ponto de operação de $36,4^{\circ}\text{C}$, como descrito na Seção 5.1.2, e é dado por:

$$G_{F1}(s) = \frac{20,2}{1738,83s + 1} e^{-85s} \quad (5.11)$$

Em seguida, pelo método de alocação de polos, são calculados os ganhos do controlador PI, como:

$$k_p = 0,0645; \quad k_I = 0,2748. \quad (5.12)$$

Além disso, é determinado o valor de $F = 0,0495$ por meio da equação (3.12). Por (5.11) nota-se que o sistema possui um atraso significativo. Por isso, é utilizado o preditor de Smith, como descrito na Seção 4.1.1, com modelo (5.11).

Dessa forma, são realizados três diferentes testes para o PI, PIH e PIHA. O primeiro avalia as respostas dos controladores para seguimento de referência mediante incerteza

no processo, o segundo para capacidade de rejeição de perturbações do tipo constante por partes, e o último para rejeição de perturbação periódica. Nesta seção, as respostas do controlador PI são representadas em linha azul, do PIH em vermelho e do PIHA em magenta.

Teste 1

Para avaliar o desempenho dos controladores híbridos na presença de incertezas, é determinado o seguinte modelo:

$$G_{F2}(s) = \frac{11,3}{786,3s + 1}e^{-85s}, \quad (5.13)$$

que possui parâmetros, obtidos nos testes de identificação, que mais diferem de (5.11). Assim, (5.13) é utilizado para calcular $F = 0,0885$ e como modelo do preditor de Smith. A Figura 5.10 mostra a resposta do PI, PIH e PIHA para um degrau unitário. Como é possível observar, o controlador PI, com sintonia intencionalmente oscilatória, apresenta 64% de sobressinal, enquanto os híbridos possuem cerca de 21%. Ou seja, reduzem a sobrepassagem em mais de 67%. Além disso, o tempo de acomodação do PI é da ordem de 4500 segundos e do PIHA de 800 segundos. Por meio dos gráficos, nota-se que o PIH causa ondulações nas proximidades da referência, devido à incerteza em F . Por outro lado, o PIHA segue a referência de forma satisfatória, em razão das adaptações realizadas no valor de reiniciação. Como esperado, é mais eficiente que o PI, que causa uma resposta mais oscilatória no sistema.

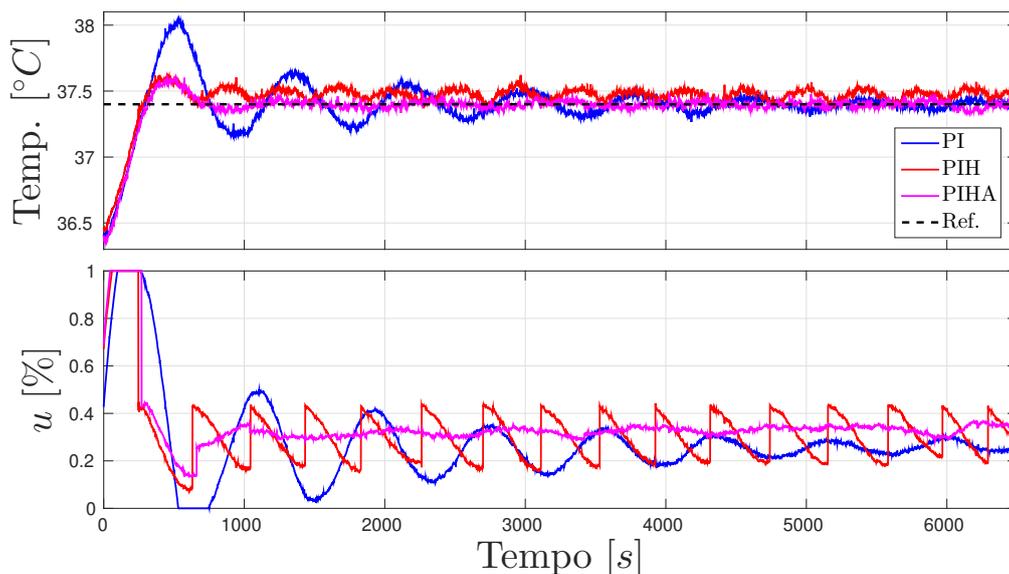


Figura 5.10: Saída do sistema para os controladores PI, PIH e PIHA (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior).

Os índices de desempenho dos controladores são calculados e apresentados na Tabela 5.4, tendo como referência o PI linear. Portanto, os controladores híbridos possuem melhor desempenho que o PI, no geral. Comparando o PIH e o PIHA, verifica-se uma melhora significativa no esforço de controle e no *IAE*, que demonstra um melhor comportamento no seguimento de referência. No índice *IVE*, o desempenho do PIHA é ligeiramente menor que do PIH.

Tabela 5.4: Índices de desempenho para o *Teste 1*

Cont.	Degrau			Regime permanente		
	IAE	IVU	IVE	IAE	IVU	IVE
PI	1	1	1	1	1	1
PIH	0,9418	0,8419	0,7250	2,5880	2,3129	0,9162
PIHA	0,4568	0,7319	0,7387	0,5951	0,4298	0,6061

Além disso, a Tabela 5.4 mostra os índices calculados para o sistema em regime permanente. Pode-se concluir que o PIH possui pior desempenho que os controladores PI e PIHA, devido às oscilações que apresenta na saída do sistema, e na significativa variação do sinal de controle. Para esse caso, o PIHA apresenta melhor desempenho, o que significa que é robusto a erros de modelagem.

Teste 2

Para avaliar o comportamento dos controladores na presença de perturbações, em regime permanente, é introduzida uma alteração na rotação do ventilador, como indicado pela linha em cinza na parte superior da Figura 5.11. Nesse teste fica claro que o controlador PIH não é capaz de rejeitar a perturbação do tipo constante por partes, já que a variável controlada apresenta ondulações contidas em uma faixa na vizinhança do valor de referência. Já o controlador PIHA adapta o sinal de controle e consegue rejeitar a perturbação melhor, inclusive, que o PI. Além disso, observa-se que para seguimento de referência (antes de 1000 segundos), o PIH apresenta ondulações devido à incertezas no modelo, que têm amplitude aumentada quando a perturbação é inserida.

Os índices de desempenho obtidos para o PI, PIH e PIHA são apresentados na Tabela 5.5, tomando o PI como referência. Por meio dos índices, pode-se concluir que o desempenho do PIH é quantitativamente pior que dos outros controladores em todos os aspectos avaliados. É importante ressaltar que seu esforço de controle é muito maior, já que varia cerca de 40% durante o período de perturbação. Isso ocorre devido às várias reiniciações do integrador, realizadas para um valor incorreto. Por meio dos índices, também é possível constatar que o PIHA rejeita a perturbação de forma mais eficiente que o PI,

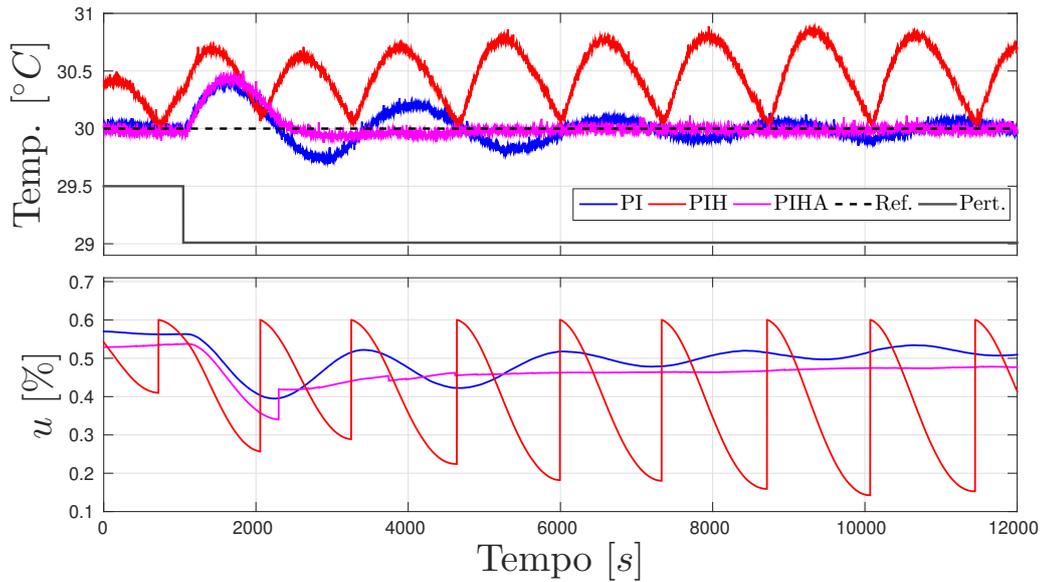


Figura 5.11: Saída do sistema para os controladores PI, PIH e PIHA (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior) para rejeição de perturbação constante por partes.

apresentando menor variação no sinal de controle e menos oscilações na saída do sistema.

Tabela 5.5: Índices de desempenho para o *Teste 2*

Cont.	Perturbação degrau			
	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	1	1	1	1
PIH	4,8837	3,8373	1,6894	15,7944
PIHA	0,5228	0,7600	0,7964	0,6444

Teste 3

Por último, em regime permanente, é inserida no sistema uma perturbação periódica com amplitude de aproximadamente $0,4^{\circ}\text{C}$ e período 550 segundos, como mostrado na Figura 5.12. O gráfico intermediário apresenta a temperatura do ambiente da parte externa do forno. O efeito periódico da perturbação é gerado por meio da ação liga-desliga do ar condicionado presente no laboratório. Pode-se observar que o PIH não consegue seguir a referência de forma satisfatória, devido à presença de incertezas, e tem sua perda de desempenho agravada pela inserção da perturbação. Os controladores PI e PIHA conseguem seguir a referência, porém apresentam oscilações sustentadas durante todo o tempo, por causa da perturbação senoidal. Pela análise do sinal de controle, na parte inferior do gráfico, nota-se que o PIHA realiza várias reiniciações no sinal de controle, para tentar compensar a perturbação.

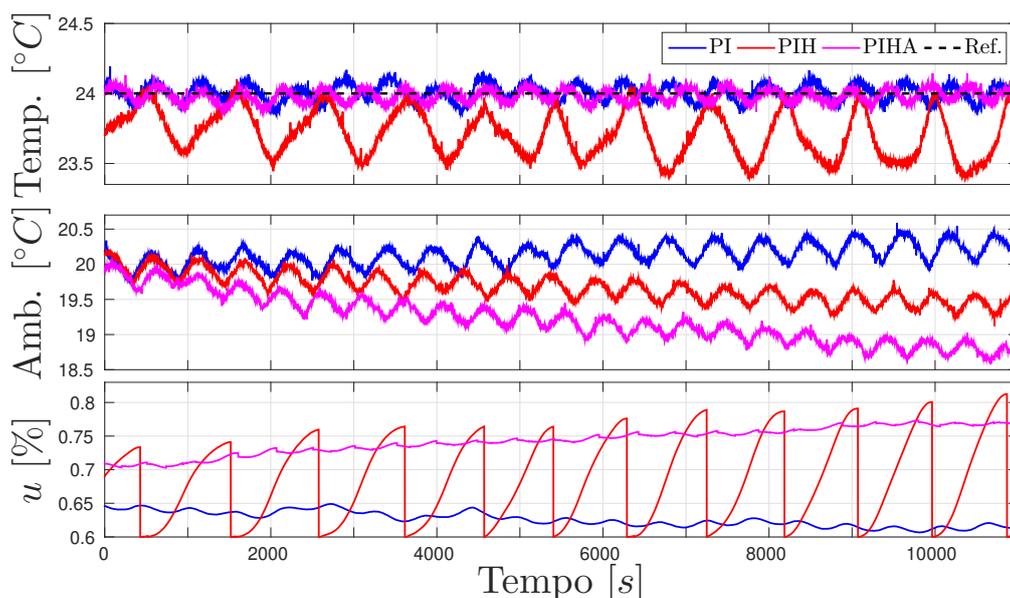


Figura 5.12: Saída do sistema para os controladores PI, PIH e PIHA (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior).

A Tabela 5.6 apresenta os índices de desempenho para os controladores linear e híbridos, incluindo o ganho \mathcal{L}_2 entre a variação da saída e a variação da temperatura ambiente, como descrito na Seção 2.3.3. Mais uma vez, como esperado, o PIH possui os piores índices para o teste realizado, mostrando que não é robusto e que não é capaz de rejeitar perturbações. Por outro lado, o PIHA demonstra ser o mais eficiente para rejeição de perturbação periódica, por apresentar melhores índices, exceto para o IVU. Isso ocorre porque apresenta maior variação no sinal de controle, pelas reiniciações realizadas com o objetivo de compensar a perturbação. Por meio da taxa \mathcal{L}_2 , verifica-se que o PIHA reduz a energia da perturbação em mais de 60% que o controlador PI.

Tabela 5.6: Índices de desempenho para o *Teste 3*

Cont.	Perturbação periódica				
	IAE	IVU	IVE	ISE	\mathcal{L}_2
PI	1	1	1	1	1
PIH	5,9771	5,8165	2,9005	33,9688	4,5562
PIHA	0,8021	1,7706	0,7691	0,6875	0,3833

5.3 Implementação do Controlador PIHP

Nesta seção é apresentada a implementação do controlador PIHP no sistema de tanques no *Modo 1*, para seguimento de referência e rejeição de perturbação. O objetivo dos

testes realizados é verificar se as respostas do controlador com procedimento *plug-in* são semelhantes às do controlador PIHA, e além disso, comparar o desempenho obtido com seu respectivo PI linear.

Para determinação do modelo utilizado, são obtidos os parâmetros $K_b = 15,89$ e $q_s = (14,1367h_2 + 810,6831) \times 10^{-4} m^3/s$ de forma experimental, e seus valores são substituídos em (5.2). A validação do modelo encontrado pode ser verificada em (Lopes, 2017). Assim, um modelo nominal para o sistema para linearização local em torno de $h_1 = 48,28cm$ resulta em:

$$G = \left[\begin{array}{c|c} \frac{A_p}{C_p} & \frac{B_p}{D_p} \\ \hline 1 & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} -0.0641 & 0.0762 \\ \hline 1 & 0 \end{array} \right]. \quad (5.14)$$

Além disso, modelos incertos politópicos são obtidos por meio de 10 pontos de operação diferentes em torno do ponto de equilíbrio nominal para alturas entre $\underline{y}_{eq1} = 41.15cm$ e $\bar{y}_{eq1} = 57.78cm$. A partir desses modelos, são obtidos os valores máximos e mínimos de cada entrada das matrizes do sistema. Conseqüentemente, tem-se 2 parâmetros, levando a um politopo de 4 vértices, composto de todas as combinações dos valores extremos dos parâmetros incertos. Então, o modelo incerto é dado por:

$$G = \left[\begin{array}{c|c} \frac{A_p}{C_p} & \frac{B_p}{D_p} \\ \hline 1 & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \left[\begin{array}{cc} -0.0641, & -0.0222 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cc} 0.0263, & 0.0762 \end{array} \right] \\ \hline 1 & 0 \end{array} \right]. \quad (5.15)$$

O controlador PI linear é projetado para obter 60% de sobressinal e 90 segundos de tempo de acomodação para o modelo nominal. Como explicado anteriormente, essas especificações asseguram que em malha fechada, a condição de reiniciação seja ativada. Os ganhos resultantes são:

$$k_p = 1,1; \quad k_I = 1,8 \quad (5.16)$$

para $T_s = 0,5$ segundo. Além disso, para os controladores PIHA e PIHP, é utilizado um valor de $\alpha = 0,4$. Em todos os gráficos apresentados, as respostas do PIHA são mostradas em vermelho, do PIHP em magenta e do PI linear em azul. As respostas do sistema de malha fechada são mostradas na parte superior das figuras, e seus respectivos sinais de controle na parte inferior.

Teste 1

Para configuração do sistema de tanques no *Modo 1*, são realizados experimentos com o objetivo de analisar o desempenho dos controladores para seguimento de referência em torno do ponto de equilíbrio. O teste inicia-se do ponto de operação, e um degrau de amplitude $5cm$ é dado, então, outro degrau negativo de amplitude $10cm$ é dado e, finalmente, um degrau positivo de $5cm$, para retornar ao valor de equilíbrio, como mostrado na Figura 5.13. Pode-se observar que os controladores PIHA e PIHP possuem comportamento semelhante e, visualmente, possuem melhor desempenho que o PI. Como um exemplo,

para a primeira mudança de referência, os controladores híbridos quase não apresentam sobressinal e possuem tempo de acomodação de aproximadamente 8 segundos, enquanto o PI linear exibe cerca de 71% de sobressinal e 97 segundos de tempo de acomodação. Assim, como esperado, o procedimento de *plug-in* é capaz de melhorar significativamente o desempenho do sistema, além de apresentar a mesma resposta do controlador PIHA.

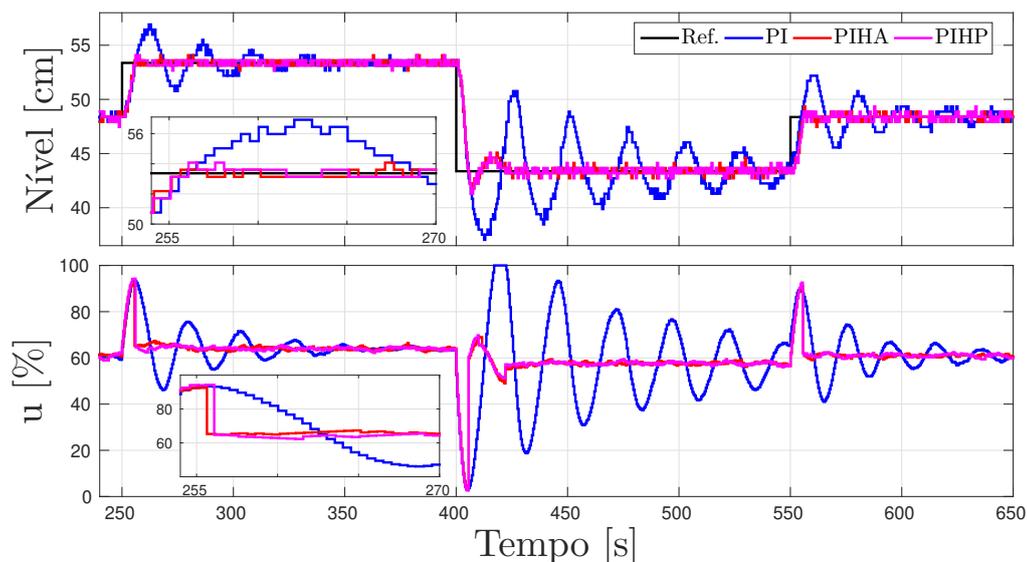


Figura 5.13: Saída do sistema para os controladores PI, PIHA, PIHP (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior) para o *Modo 1* e seguimento de referência.

Os índices de desempenho obtidos e normalizados em relação ao controlador PI são mostrados na Tabela 5.7. Pode-se verificar que os controladores PIHA e PIHP apresentam valores de índices próximos, indicando que possuem comportamento similar. Além disso, a reiniciação dos controladores são capazes de melhorar bastante o desempenho do PI linear.

Teste 2

Para avaliar o desempenho dos controladores para rejeição de perturbação, são realizados os experimentos mostrados na Figura 5.14, em que a bomba tem sua potência reduzida em 18% durante o intervalo de tempo apresentado no gráfico. Por meio da figura pode-se notar que novamente os controladores híbridos possuem melhor desempenho. Isto porque a ação de reiniciação combinada com a lei de adaptação permite um melhor ajuste do sinal de controle, resultando em uma rejeição de perturbação mais rápida e menos oscilatória.

Os índices de desempenho obtidos para o *Teste 2* são exibidos na Tabela 5.7. Como pode-se constatar, mais uma vez, os controladores híbridos possuem respostas similares e se desempenham de forma mais satisfatória que o controlador PI.

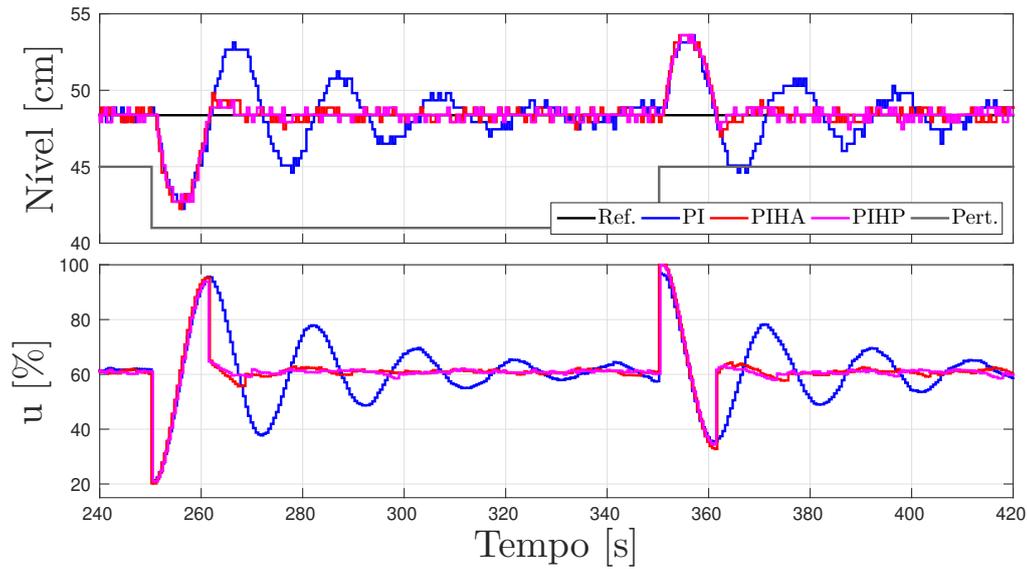


Figura 5.14: Saída do sistema para os controladores PI, PIHA, PIHP (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior) para o *Modo 1* e rejeição de perturbação.

Tabela 5.7: Índices de desempenho para os *Testes 1 e 2*

Cont.	Referência				Perturbação			
	IAE	IVU	IVE	ISE	IAE	IVU	IVE	ISE
PI	1	1	1	1	1	1	1	1
PIHA	0,2996	0,4702	0,5031	0,2531	0,4669	0,7665	0,7325	0,5366
PIHP	0,3111	0,4798	0,5101	0,2602	0,4392	0,7215	0,7118	0,5066

5.4 Implementação do Sinal de Compensação em Sistemas Híbridos Amostrados

A estratégia de controle proposta para implementação de controladores híbridos amostrados apresentada na Seção 4.2 é implementada por meio do sistema de tanques nos modos *1* e *2*. São realizados testes para avaliação de desempenho do PIH e PIHA com e sem sinal de compensação para seguimento de referência e rejeição de perturbação do tipo constante por partes.

Para determinação dos modelos utilizados, são obtidos os parâmetros $R_{12}(h_1, h_2) = (0,3971(h_1 - h_2) + 11,6192) \times 10^{-3}$, $K_b = 15,89$ e $q_s = (14,1367h_2 + 810,6831) \times 10^{-4} m^3/s$ de forma experimental, e seus valores são substituídos em (5.3). A validação do modelo pode ser encontrada em (Lopes, 2017). Dessa forma, a linearização local em torno de $h_1 = 45,9cm$ resulta no sistema de primeira ordem para o *Modo 1*:

$$G_1 = \left[\begin{array}{c|c} A_{p1} & B_{p1} \\ \hline C_{p1} & D_{p1} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} -0,0588 & 0,0698 \\ \hline 1 & 0 \end{array} \right] \quad (5.17)$$

e para o *Modo 2*, em torno de $h_1 = 49,88$:

$$G_2 = \left[\begin{array}{c|c} A_{p2} & B_{p2} \\ \hline C_{p2} & D_{p2} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} -0.1118 & 0.1118 & 0.0710 \\ 0.0083 & -0.0130 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (5.18)$$

Modelos com incerteza politópica para cada ponto de operação são obtidos por meio de dez pontos de equilíbrio em torno do ponto de operação nominal. Para o *Modo 1* são calculados dez modelos lineares para alturas entre $\underline{y}_{eq1} = 41.15cm$ e $\bar{y}_{eq1} = 57.78cm$; e de maneira semelhante para o *Modo 2* para alturas entre $\underline{y}_{eq2} = 42.97cm$ e $\bar{y}_{eq2} = 55.22cm$. A partir desses modelos, são obtidos os valores mínimos e máximos de cada entrada das matrizes do sistema. Então, o *Modo 1* possui 2 parâmetros que produz um politopo de 4 vértices; e o *Modo 2*, 5 parâmetros incertos, 4 nas matrizes A_{p2i} e 1 em B_{p2i} , produzindo um politopo de 32 vértices composto de todas combinações de valores extremos dos parâmetros incertos. Para o *Modo 1*, os valores utilizados são:

$$\begin{aligned} [A_{p1}]_{11} &\in [-0,06413; -0,02216]; \\ [B_{p1}]_{11} &\in [0,0263; 0,07619]; \end{aligned} \quad (5.19)$$

e para o *Modo 2*:

$$\begin{aligned} [A_{p2}]_{11} &\in [-0,12300; -0,05421]; \\ [A_{p2}]_{12} &\in [0,05421; 0,12300]; \\ [A_{p2}]_{21} &\in [0,00770; 0,00906]; \\ [A_{p2}]_{22} &\in [-0,01374; -0,01238]; \\ [B_{p2}]_{11} &\in [0,03696; 0,07629]. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Dessa forma, a estratégia é avaliada para o controle de nível do sistema com utilização do PIH e do PIHA com $\alpha = 0,4$ para duas condições: com e sem sinal de compensação proposto na Seção 4.2. Em todos os casos, os modelos nominais (5.17) e (5.18) são utilizados para calcular \hat{y}_{k+1} dado por (4.13). Os controladores são projetados para ambos os modos, tendo como especificação (para o PI linear) 60% de sobressinal e tempo de acomodação de 90 segundos para o caso dos modelos nominais. Os ganhos obtidos para o *Modo 1* são:

$$k_{p1} = 1,1; \quad k_{I1} = 1,8; \quad (5.21)$$

e para *Modo 2*:

$$k_{p2} = 0,08; \quad k_{I2} = 1,6. \quad (5.22)$$

Para realizar os testes é utilizado um período de amostragem de $T_s = 2$ segundos, e os modelos (5.17) e (5.18) são usados para calcular o sinal aditivo de compensação dado por (4.16) e (4.20); a saída estimada na próxima amostragem (4.13); e o valor de F para os controladores híbridos. Em todos os gráficos apresentados, as respostas do PIH são

mostradas em verde, do PIHA em azul, do PIH com sinal de compensação (PIH_W) em magenta e do PIHA com sinal de compensação (PIHA_W) em vermelho. Além disso, as respostas temporais do sistema controlado de malha fechada são apresentados na parte superior das figuras, e os sinais de controle na parte inferior, com mesmo código de cores. O sinal de compensação w_k é mostrado em preto. Em todos os testes é utilizado $\varrho = 2,5$ como a amplitude correspondente do ruído de medição.

Teste 1

Para a configuração no *Modo 1*, são realizados testes para avaliar o desempenho dos controladores para seguimento de referência constante por partes em torno do ponto de operação especificado ($h_1 = 45,9\text{cm}$). Para isso, é dado um degrau de amplitude negativa de 9cm , levando a referência de $51,9\text{cm}$ para $42,9\text{cm}$, como mostrado na parte superior da Figura 5.15. Os sinais de controle são mostrados na mesma figura: no gráfico intermediário para o PIHA e PIHA_W , e na parte inferior para o PIH e PIH_W ; o sinal de compensação w_k é apresentado em ambos os gráficos em linha preta. É possível observar o comportamento superior dos controladores PIH_W e PIHA_W em relação às suas respectivas versões sem sinal de compensação. O PIHA apresenta um sobressinal de aproximadamente 54,6% e tempo de acomodação de 41 segundos, enquanto o PIHA_W não apresenta sobressinal e apenas 6 segundos de tempo de acomodação. Um comportamento similar pode ser verificado com o controlador PIH_W , sem sobrepassagem e quase com o mesmo tempo de acomodação do PIHA_W . Por outro lado, o PIH possui um sobressinal de 74,3% e um tempo de acomodação de 25 segundos, que é mais de 4 vezes maior que o mesmo controlador com a compensação proposta.

Os índices de desempenho calculados em relação ao PIHA_W são apresentados na Tabela 5.8. É possível verificar que o PIHA_W possui melhor desempenho em todos os índices, exceto para o IVE. Ou seja, a inserção do sinal de compensação w_k se mostra como uma eficiente estratégia para melhora da resposta do sistema controlado.

Tabela 5.8: Índices de desempenho para o *Teste 1*

Cont.	Referência			
	IAE	IVU	IVE	ISE
PIHA_W	1	1	1	1
PIHA	1,9067	2,1528	1,2978	1,6562
PIH_W	1,1653	1,0725	0,9912	0,9831
PIH	1,4283	2,0468	1,1140	1,1967

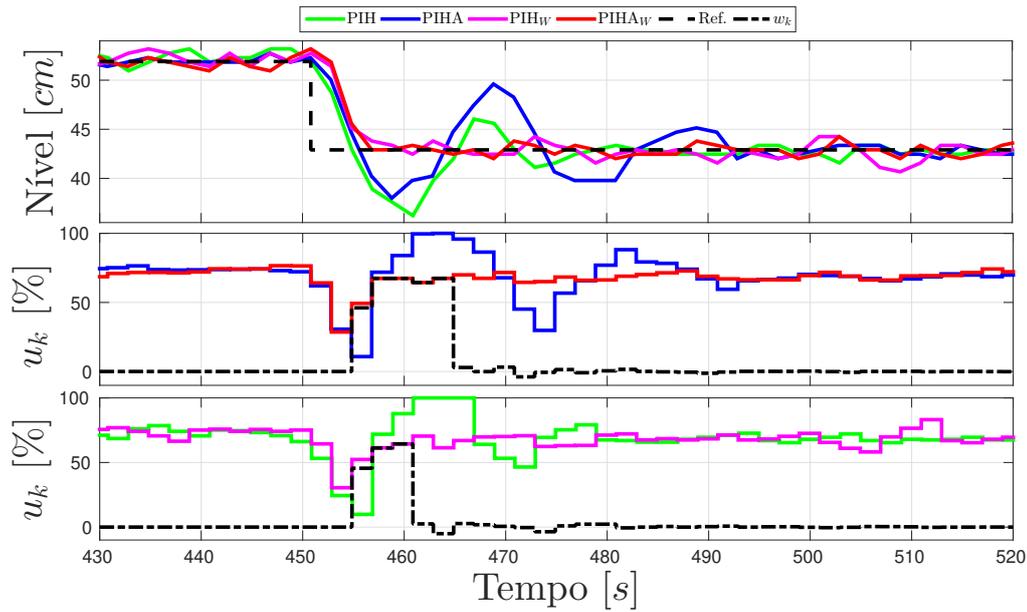


Figura 5.15: Saída do sistema para os controladores PIH, PIHA, PIH_W e PIHA_W (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior) para o *Modo 1* e seguimento de referência.

Teste 2

Para o *Teste 2* são realizados experimentos para seguimento de referência constante por partes em torno do ponto de equilíbrio para operação no *Modo 2* ($h_1 = 49,88\text{cm}$). Neste caso, além do sistema controlado ser de segunda ordem, as incertezas são mais importantes. Como apresentado na Figura 5.16, o PIHA_W e o PIHA têm quase o mesmo valor de sobressinal (54,1% e 59%, respectivamente), mas o tempo de acomodação do compensado é de ≈ 55 segundos e do outro ≈ 135 segundos. Portanto, embora a estratégia de compensação tenha um pequeno impacto no sobressinal (uma redução de 5%), produz uma redução relevante no tempo de acomodação. Por outro lado, os controladores PIH_W e PIH possuem quase o mesmo valor de sobrepassagem de PIHA_W e PIHA, mas apresentam um comportamento oscilatório com um erro de *offset*, devido a erros de modelagem. Nota-se que tal erro não ocorre com a utilização dos controladores PIHA_W e PIHA. Por causa dessas incertezas na modelagem, as reiniciações são feitas para valores incorretos, como pode ser visto claramente pelo gráfico na parte inferior da Figura 5.16. Portanto, nesse caso, a estratégia de compensação tem o efeito de diminuir e melhorar a resposta da variável controlada, para o controlador PIH_W. Isso pode ser observado por meio da saída do sistema e do sinal de controle. Em que o sinal de compensação w_k é ativado várias vezes, que pode ser interpretado como uma tentativa de ajustar o sinal de controle para compensar as oscilações da variável controlada.

A Tabela 5.9 mostra os índices para os controladores avaliados, tendo como referência

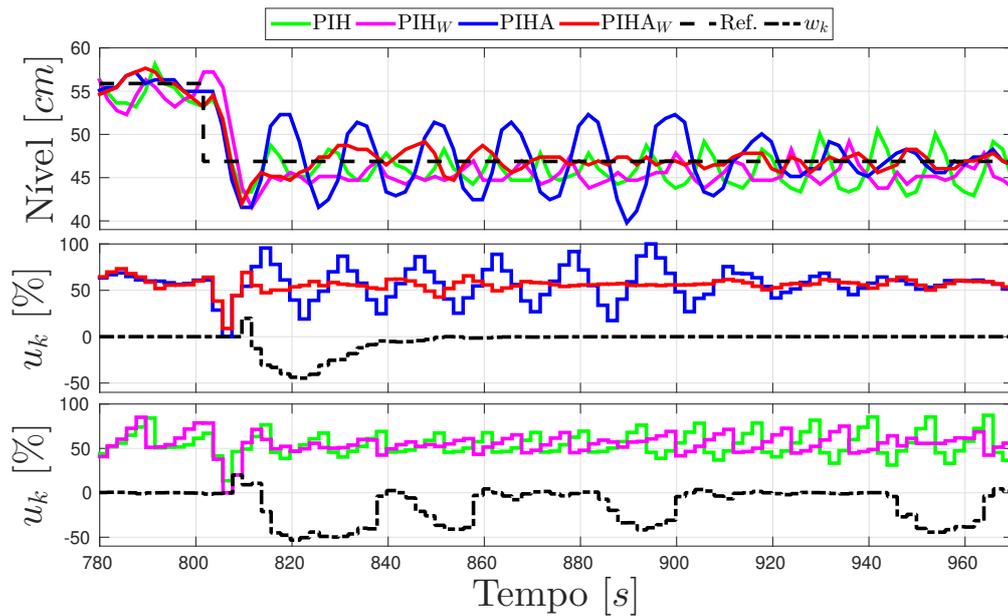


Figura 5.16: Saída do sistema para os controladores PIH, PIHA, PIH_W e PIHA_W (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior) para o *Modo 2* e seguimento de referência.

o PIHA_W, que apresenta melhor desempenho em todos os aspectos. Dessa forma, pode-se concluir que para esse sistema de segunda ordem com grau relativo unitário amostrado e com incertezas de modelo, o controlador PIHA_W é o mais indicado. Além disso, a estratégia proposta mostra-se eficiente na melhora de desempenho do PIHA.

Tabela 5.9: Índices de desempenho para o *Teste 2*

Cont.	Referência			
	IAE	IVU	IVE	ISE
PIHA _W	1	1	1	1
PIHA	2,4768	2,4303	2,0312	4,0978
PIH _W	1,9793	1,5996	1,4599	2,7254
PIH	1,4283	2,0468	1,1140	1,1967

Teste 3

Outro conjunto de testes é realizado para avaliar a estratégia de compensação na presença de perturbações no sistema na configuração *Modo 2*. Então, com o sistema em equilíbrio em $h_1 = 49,88\text{cm}$, uma perturbação constante de 18% é adicionada ao sinal de controle de $t = 400$ segundos a $t = 800$ segundos. O mesmo procedimento é repetido para os controladores PIH, PIHA, PIH_W e PIHA_W. A saída regulada é mostrada para cada caso na Figura 5.17, assim como os respectivos sinais de controle. Devido às propriedades

adaptativas do controlador PIHA, o sinal de compensação é menos requerido por $PIHA_W$ que pelo PIH_W . É importante observar que o esforço de controle do PIH é muito alto, já que o controlador realiza várias reiniciações para um valor incorreto durante o período de perturbação. Além disso, a saída do sistema para os controladores PIH e PIH_W apresenta muitas oscilações no mesmo período.

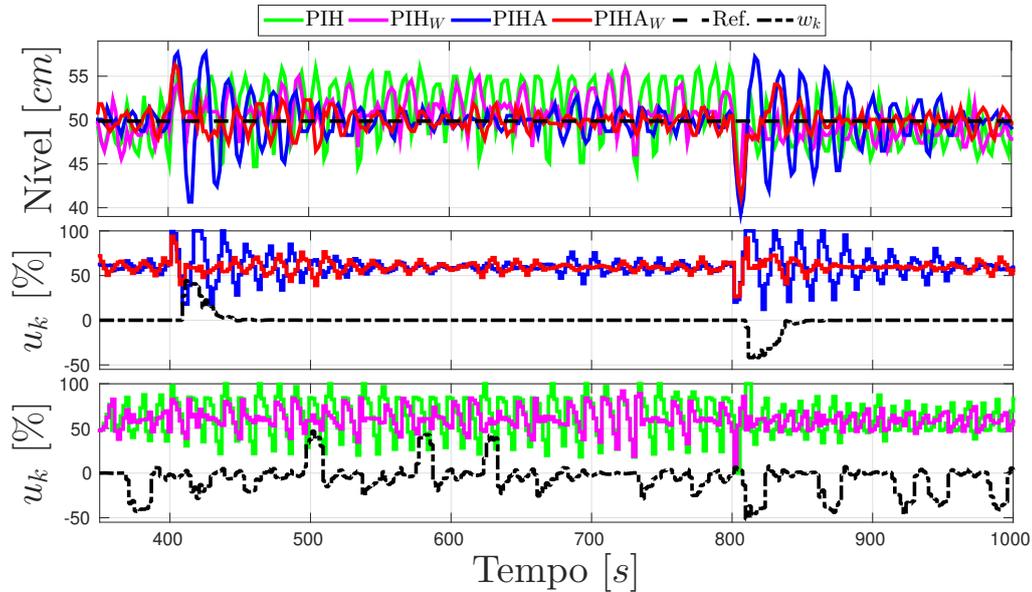


Figura 5.17: Saída do sistema para os controladores PIH, PIHA, PIH_W e $PIHA_W$ (superior) e seus respectivos sinais de controle (inferior) para o *Modo 2* e rejeição de perturbação.

Para o *Teste 3*, são calculados os índices de desempenho do PIHA, PIH_W e PIH em relação ao $PIHA_W$, como mostrado na Tabela 5.10. Pode-se verificar que mais uma vez, o $PIHA_W$ possui o melhor desempenho, sendo o mais eficiente para rejeição de perturbação. Além disso, o PIH, como esperado, apresenta os piores índices.

Tabela 5.10: Índices de desempenho para o *Teste 3*

Cont.	Perturbação			
	IAE	IVU	IVE	ISE
$PIHA_W$	1	1	1	1
PIHA	1,7783	2,0341	1,8220	3,3181
PIH_W	1,8011	1,7603	1,4982	2,2660
PIH	2,9004	3,1742	2,2657	5,3197

Portanto, por meio dos testes *1*, *2* e *3*, pode-se concluir que a estratégia de compensação proposta melhora de forma significativa o desempenho dos controladores híbridos implementados de forma discreta.

5.5 Comentários Finais

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos pela implementação dos controladores e estratégias desenvolvidos em um sistema de tanques e em um sistema de aquecimento de ar. Por meio dos testes realizados, pode-se verificar, por meio de índices, um melhor desempenho dos controladores híbridos com adaptação (PIHA) em relação aos controladores PIH e PI. Além disso, a implementação da estratégia de compensação, utilizada para o sistema amostrado, mostrou-se capaz de melhorar o comportamento do sistema controlado pelo PIHA e PIH.

Considerações Finais

Neste trabalho o projeto e implementação de controladores híbridos foram investigados. De modo a atender o objetivo principal do trabalho, foram desenvolvidos dois diferentes controladores híbridos adaptativos robustos para controle de sistemas incertos, para seguimento de referência e rejeição de perturbações constante por partes.

Primeiramente, com mesma formulação do controlador FORE de Nešić *et al.* (2011), foi elaborado um controlador PI com reiniciação simples no estado do integrador, garantindo melhora de desempenho em relação ao linear para seguimento de referência. Porém ao inserir incertezas no modelo ou perturbações, observou-se que esse controlador não possui desempenho satisfatório. Dessa forma, foi inserida uma lei de adaptação ao controlador, que garante que o valor de reiniciação seja corrigido a cada salto, assegurando a rejeição de perturbação constante por partes e robustez.

Em seguida, foi desenvolvido um controlador híbrido *plug-in*, ideal para utilização em processos que já possuem um PI sintonizado. Isso porque nesse caso, o estado do integrador não é alterado, e um estado auxiliar passa a ser responsável pelas reiniciações do controlador. Assim, para assegurar seguimento de referência, rejeição de perturbação e robustez, é adicionado ao sinal de controle um termo adicional em função desse estado auxiliar. Ao final, apesar dos controladores PIHA e PIHP apresentarem estruturas diferentes, pode-se dizer que são semelhantes, pois em todos os exemplos abordados, apresentaram respostas semelhantes. A demonstração de estabilidade foi desenvolvida para o controlador PIHA e estendida para o PIAA, de modo semelhante ao realizado em (Nešić *et al.*, 2008).

Para implementação dos controladores desenvolvidos em sistemas com atraso, foi adotado o preditor de Smith, que por meio de estrutura, faz com que a condição de salto seja dada em função da saída sem atraso da planta. Dessa forma, não há perda de desempenho devido ao atraso, já que a reiniciação deixa de ter efeito atrasado na saída da planta. Já para a implementação dos controladores híbridos de forma discreta, foi proposto um sinal

de compensação adicionado ao sinal de controle que é capaz de sincronizar os instantes de reiniciação. Consequentemente, o sobressinal e perda de desempenho causados pela amostragem do controlador são atenuados. Além disso, foram formuladas diretrizes de sintonia de controladores PI para utilização com reiniciação, que fornecem regras de projeto para diversos tipos de processos industriais autorreguláveis.

Finalmente, os controladores e estratégias propostas foram implementadas em um sistema de tanques e em um sistema térmico. A partir das respostas obtidas, foi possível verificar a eficácia dos resultados teóricos, de forma prática. Ou seja, no geral, os controladores híbridos apresentaram melhor desempenho para seguimento de referência e rejeição de perturbações, sendo robusto a erros de modelagem.

6.1 Trabalhos Desenvolvidos

Os resultados apresentados neste trabalho podem ser encontrados parcialmente nos artigos apresentados a seguir.

- (Quadros *et al.* , 2016) **CONTROLE HÍBRIDO: REINICIAÇÃO ADAPTATIVA DE INTEGRADOR**. Neste artigo, vamos considerar a implementação de um novo controlador PI híbrido em um forno contínuo, que é modelado como um sistema de primeira ordem com atraso na saída. Inicialmente comparamos o desempenho de um PI clássico com o de um controlador híbrido existente na literatura. Em seguida, a fim de aumentar a robustez e a rejeição de perturbações, propomos um controlador com uma nova lei de reiniciação e uma adaptação no valor de reiniciação utilizado. Ilustramos o desempenho, robustez e rejeição da perturbação de todos os três controladores em um protótipo realizando experimentos de controle em tempo real. O desempenho é comparado de maneira quantitativa por meio de índices tipicamente utilizados no meio industrial.
- (Rubio Scola *et al.* , 2017) **ROBUST HYBRID PI CONTROLLER WITH A SIMPLE ADAPTATION IN THE INTEGRATOR RESET STATE**. In this paper, we consider the implementation and the robust stability analysis of a new hybrid PI controller. Two laboratory processes are used, one to control the level in water reservoir system with capacity of 200 liters, and the other to control the temperature in a continuous oven of one meter long. The robust stability analysis conditions are proposed in terms of convex optimization procedures and can be used to certify the robust closed-loop stability. The dynamics of the processes are approximated by a first order system plus delay and, because of this, a Smith predictor is jointly used with all controllers. Concerning the hybrid PI implementation, we compare the performances achieved by a classical linear PI, by a hybrid controller found in

the literature and by a new hybrid controller with adaptation of the reset value. We illustrate the performance, robustness and disturbance rejection of all three controllers in a prototype by control real time tests. The achieved performance of each controller is quantified by means of typical industrial indexes.

- (Quadros *et al.* , 2017) DIRETRIZES PARA A SINTONIA DE CONTROLADORES PI COM REINICIAÇÃO NO ESTADO DO INTEGRADOR. Recentemente uma grande atenção tem sido dada pela comunidade acadêmica aos chamados sistemas híbridos. Em particular os controladores híbridos são de grande interesse, principalmente por poderem propiciar um desempenho significativamente superior se comparado com controladores lineares. Neste trabalho são investigados diversos modelos representativos de processos industriais (estáveis) e são elaboradas orientações de como devem ser sintonizados os controladores PI (proporcional+integral) quando esses são implementados de forma híbrida, ou seja, com reiniciação do estado do integrador. Nesses casos, os procedimentos típicos para sintonia de um PI linear podem não ser os melhores para obter-se uma melhora no desempenho com um controlador híbrido.
- (Quadros *et al.* , 2018) COMPENSATED HYBRID PI CONTROLLERS FOR SAMPLED-DATA CONTROLLED SYSTEMS. In this paper we consider sampled-data systems controlled by hybrid PI controllers. In these systems, the sample time may induce some undesirable overshoot due to the postponed reset action on the control integral state, which deteriorates the performance of the closed loop by leading to output overshoot as well as to larger settling time values. We propose a methodology to compute a bounded compensating signal to be added to the control input that minimizes the overshoot and the settling time. The action of the compensating signal synchronizes the reset instants of the hybrid PI controller with the sample-time for a class of systems. The proposed methodology is tested in a laboratory setup system composed of two connected water reservoirs with capacity of 200 liters each, actioned by a variable velocity pump. The control objective is to regulate the level of the first tank and to reject disturbances. We compare the performances achieved by two different hybrid PI schemes with and without the proposed additive compensating signal. The experimental tests illustrate the performance, robustness and disturbance rejection achieved by our approach when applied to uncertain systems.
- PATENTE DE INVENÇÃO BR 10 2017 020252 6. CONTROLADOR ROBUSTO COM APRENDIZAGEM PARA SALTOS DO ESTADO DO INTEGRADOR. O sistema e métodos do controlador robusto com aprendizagem para saltos do estado do integrador pode ser aplicado em processos industriais ou não, especialmente

aqueles que possuem dinâmica lenta ou em que o sobressinal deve ser evitado sem prejuízo das características de tempo de subida, tempo de acomodação e rejeição à perturbações. As principais vantagens do sistema e métodos consistem na capacidade de atender às exigências de redução de custos e melhora da eficiência de controle de variáveis de processos mesmo que esses possuam atrasos de tempo, dinâmicas lentas ou restrições operacionais para sobressinais e incertezas nos parâmetros de seus modelos. Essas vantagens são alcançadas pelo sistema e métodos propostos via a implementação do controlador robusto com aprendizagem para saltos do estado do integrador que permite reduzir ou eliminar a presença de sobressinal e ao mesmo tempo confere uma minimização tanto do tempo de subida quanto do tempo de estabilização da variável controlada, assegurando ainda rejeição a perturbações. Além disso, a invenção do controlador robusto com aprendizagem para saltos do estado do integrador permite atingir excelentes desempenhos para a variável controlada mesmo quando o modelo do processo possui incertezas, assegurando matematicamente robustez ao processo controlado para as incertezas consideradas no modelo.

- (EM DESENVOLVIMENTO) A PLUG-IN PROCEDURE FOR HYBRIDIZATION OF PI CONTROLLERS. It has been demonstrated theoretically and with practical applications that hybrid PI controllers can yield a much more interesting behavior to closed-loop systems. Because of its nonlinear action, it is possible to achieve almost none overshoot with the smallest rise time and settling time almost equal to the rise time. However, all these nice properties implies in changes on the control loop, requiring some times changes in the equipments. Our contribution is the proposition of a plug-in control action that can be added to the classical linear PI, avoiding changes in the hardware, and still achieving the same behavior of a recent hybrid adaptive PI controller. Our proposal is illustrated by real time level control experiments in a nonlinear reservoir. Performance index are presented to evaluate the experimental tests.

6.2 Perspectivas

A partir dos resultados obtidos no trabalho, o principal aspecto a ser investigado futuramente é como o desempenho dos controladores híbridos pode ser melhorado. Por meio das equações dos controladores, pode-se observar que os parâmetros que afetam diretamente o desempenho são α , k_p , k_I e a matriz M , sendo interessante a proposta de novas estratégias para escolha desses parâmetros. Em relação ao α , durante todos as simulações e experimentos, foi escolhido de forma arbitrária, por meio de experiência

dos projetistas. No que se refere aos ganhos do controlador k_p e k_I , foram determinados pelo método de alocação de polos, que possui como base o controlador linear. E em referência à matriz M , foi escolhida uma estrutura semelhante a utilizada em controladores encontrados na literatura. Assim, como é possível notar todos os parâmetros citados podem ser projetados especificamente para os controladores desenvolvidos no trabalho para controle de sistemas específicos, ao invés de serem projetados de forma mais geral. Dessa forma, o desempenho do sistema de malha fechada pode ser melhorado e, uma possível solução pode ser com a utilização da definição de *t-decay rate* encontrada em (Fichera, 2013).

Ferramentas Matemáticas

Neste apêndice são apresentadas algumas ferramentas matemáticas utilizadas na demonstração de estabilidade dos controladores propostos no Capítulo 3, como funções Lipschitz e de comparação e Lema de Finsler.

A.1 Funções Lipschitz

Para demonstração da estabilidade dos controladores propostos neste trabalho, assim como em Nešić *et al.* (2008) assume-se que a função de Lyapunov utilizada seja local Lipschitz. Portanto, essa classe de função é definida nesta seção, para melhor compreensão dos resultados. Em (Khalil, 1996) a definição de função Lipschitz é introduzida por meio do seguinte teorema.

Teorema A.1. *Seja $f(t,x)$ contínua por partes em t e que satisfaça a condição de Lipschitz*

$$\|f(t,x) - f(t,y)\| \leq L\|x - y\| \quad (\text{A.1})$$

$\forall x, y \in B = \{x \in R^n \mid \|x - x_0\| \leq r\}, \forall t \in [t_0, t_1]$. Então, existe algum $\delta > 0$ tal que a equação de estados $\dot{x} = f(t,x)$ com $x(t_0) = x_0$ tem uma única solução sobre $[t_0, t_0 + \delta]$.

Para a prova do Teorema A.1 veja o Apêndice C.1 de (Khalil, 1996).

Dessa forma, uma função que satisfaz (A.1) é dita Lipschitz em x , e a constante positiva L é chamada de constante Lipschitz. Pode-se usar as expressões *localmente Lipschitz* e *globalmente Lipschitz* para indicar o domínio sobre o qual a condição de Lipschitz é válida.

Primeiramente, é introduzido o caso para f dependendo apenas de x . Então, uma função $f(x)$ é dita localmente Lipschitz em um domínio (conjunto aberto e conectado) $D \subset R^n$ se cada ponto de D tiver uma vizinhança D_0 tal que f satisfaz a condição Lipschitz (A.1) para todos os pontos em D_0 com alguma constante Lipschitz L_0 . Pode-se dizer que f é Lipschitz em um conjunto W se satisfaz (A.1) para todos os pontos em W , com a mesma constante Lipschitz L . Um função localmente Lipschitz em um domínio D não é

necessariamente Lipschitz em D , uma vez que a condição Lipschitz pode não ser válida uniformemente (com a mesma constante L) para todos os pontos em D . Entretanto, uma função localmente Lipschitz em um domínio D é Lipschitz em cada subconjunto compacto (fechado e limitado) de D . Uma função $f(x)$ é dita globalmente Lipschitz se é Lipschitz em R^n . Em seguida, a mesma terminologia é estendida para a função $f(t,x)$, desde que a condição Lipschitz se mantenha uniformemente em t para todo t em um dado intervalo de tempo.

A.2 Funções de Comparação

As funções de comparação conhecidas como classe \mathcal{K} e classe \mathcal{KL} são utilizadas como limitantes das funções de Lyapunov estabelecidas na demonstração de estabilidade dos controladores híbridos do Capítulo 3. Assim, as funções de classe \mathcal{K} e classe \mathcal{KL} podem ser definidas como mostrado a seguir.

Definição A.1. (Khalil, 1996) Uma função contínua $\kappa : [0,a) \rightarrow [0,\infty)$ é dita pertencente à classe \mathcal{K} se é estritamente crescente e $\kappa(0) = 0$. É dita pertencente à classe \mathcal{K}_∞ se $a = \infty$ e $\kappa(r) \rightarrow \infty$ como $r \rightarrow \infty$.

Definição A.2. (Khalil, 1996) Uma função contínua $\beta : [0,a) \times [0,\infty) \rightarrow [0,\infty)$ é dita pertencente à classe \mathcal{KL} se, para cada s fixo, o mapeamento $\beta(r,s)$ pertence à classe \mathcal{K} em relação a r e, para cada r fixo, o mapeamento $\beta(r,s)$ é decrescente em relação a s e $\beta(r,s) \rightarrow 0$ como $s \rightarrow \infty$.

As funções de classe \mathcal{K} e classe \mathcal{KL} entram na análise de Lyapunov por meio dos dois lemas seguintes.

Lema A.1. Seja $V : D \rightarrow R$ uma função contínua definida positiva definida no domínio $D \subset R^n$ que contém a origem. Seja $B_r \subset D$ para algum $r > 0$. Então, existem funções κ_1 e κ_2 de classe \mathcal{K} , definidas em $[0,r)$, tal que

$$\kappa_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \kappa_2(\|x\|) \quad (\text{A.2})$$

para todo $x \in B_r$. Se $D = R^n$, as funções κ_1 e κ_2 serão definidas em $[0,\infty)$ e a desigualdade acima será válida para todo $x \in R^n$. Além disso, se $V(x)$ é radialmente ilimitada, então κ_1 e κ_2 podem ser escolhidas para pertencer à classe \mathcal{K}_∞ .

Para uma função quadrática definida positiva $V(x) = x^T P x$, o lema (A.1) segue das desigualdades

$$\lambda_{\min}(P)\|x\|_2^2 \leq x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)\|x\|_2^2 \quad (\text{A.3})$$

em que λ_{\min} e λ_{\max} são respectivamente, o menor e o maior autovalores de P .

Lema A.2. *Considere a equação diferencial autônoma escalar*

$$\dot{y} = -\kappa(y), \quad y(t_0) = y_0 \quad (\text{A.4})$$

em que κ é uma função de classe \mathcal{K} localmente Lipschitz definida em $[0, a)$. Para todo $0 \leq y_0 < a$, esta equação tem uma solução única $y(t)$ definida para todo $t \geq t_0$. Além disso,

$$y(t) = \sigma(y_0, t - t_0) \quad (\text{A.5})$$

em que σ é uma função de classe \mathcal{KL} definida em $[0, a) \times [0, \infty)$.

Para avaliar como as funções de classe \mathcal{K} e classe \mathcal{KL} entram na análise de Lyapunov, escolhe-se β e δ tal que $B_\delta \subset \Omega_\beta \subset B_r$. Utilizando o fato que uma função definida positiva $V(x)$ satisfaz

$$\kappa_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \kappa_2(\|x\|) \quad (\text{A.6})$$

pode-se escolher $\beta \leq \kappa_1(r)$ e $\delta \leq \kappa_2^{-1}(\beta)$. Isso porque

$$V(x) \leq \beta \Rightarrow \kappa_1(\|x\|) \leq \kappa_1(r) \Leftrightarrow \|x\| \leq r \quad (\text{A.7})$$

e

$$\|x\| \leq \delta \Rightarrow V(x) \leq \kappa_2(\delta) \leq \beta \quad (\text{A.8})$$

Quando $\dot{V}(x)$ é definido negativo, a solução $x(t)$ tende a zero quando t tende a infinito. Utilizando o Lema (A.2) nota-se que existe uma função κ_3 de classe \mathcal{K} tal que $\dot{V}(x) \leq -\kappa_3(\|x\|)$. Consequentemente, V satisfaz a inequação diferencial

$$\dot{V} \leq -\kappa_3(\kappa_2^{-1}(V)) \quad (\text{A.9})$$

A.3 Lema de Finsler

O Lema de Finsler é utilizado na demonstração de estabilidade dos controladores híbridos, para transformar as funções de energia nas LMIs apresentadas na seção 3.2, e é definido como mostrado a seguir.

Sejam $w \in \mathbb{R}^n$, $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ com $\text{rank}(\mathcal{B}) < n$ e \mathcal{B}^\perp uma base para o espaço nulo de \mathcal{B} , isto é, $\mathcal{B}\mathcal{B}^\perp = \mathbf{0}$. Então, as seguintes condições são equivalentes (de Oliveira & Skelton, 2001):

- (1) $w^T \mathcal{Q} w < 0, \forall w \neq 0 : \mathcal{B} w = 0$
- (2) $\mathcal{B}^{\perp T} \mathcal{Q} \mathcal{B}^\perp < 0$
- (3) $\exists \mu \in \mathbb{R} : \mathcal{Q} - \mu \mathcal{B}^T \mathcal{B} < 0$
- (4) $\exists \mathcal{X} \in \mathbb{R}^{n \times m} : \mathcal{Q} + \mathcal{X} \mathcal{B} + \mathcal{B}^T \mathcal{X}^T < 0$

Estabilidade de Sistemas Híbridos

Este apêndice apresenta a demonstração de estabilidade de sistemas híbridos que pode ser encontrada em (Nešić *et al.*, 2008) e é relevante para o entendimento da análise e das condições de estabilidade dos controladores híbridos desenvolvidos no Capítulo 3. É importante destacar que todo o conteúdo é simplesmente uma transcrição do que foi realizado por Nešić *et al.* (2008), e é incluído neste trabalho com o objetivo de deixar o texto autocontido.

Considerando a classe de sistemas com reiniciação (Nešić *et al.*, 2008):

$$\dot{x} = Ax + Bd; \quad \dot{\tau} = 1 \text{ se } x \in \mathcal{F} \text{ ou } \tau \leq \rho \quad (\text{B.1})$$

$$x^+ = A_r x; \quad \tau^+ = 0 \text{ se } x \in \mathcal{J} \text{ e } \tau \geq \rho \quad (\text{B.2})$$

em que $x \in \mathbb{R}^n$, $d \in \mathbb{R}^{n_d}$, $\tau \geq 0$ e $\rho > 0$. Além disso, para $\epsilon \geq 0$ e $M = M^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, são definidos os conjuntos

$$\mathcal{F}_\epsilon := \{x \in \mathbb{R}^n : x^T M x + \epsilon x^T x \geq 0\}, \quad \mathcal{F} := \mathcal{F}_0 \quad (\text{B.3})$$

$$\mathcal{J}_\epsilon := \{x \in \mathbb{R}^n : x^T M x + \epsilon x^T x \leq 0\}, \quad \mathcal{J} := \mathcal{J}_0 \quad (\text{B.4})$$

Hipótese B.1: (Nešić *et al.*, 2008) Para o sistema com (B.1) e (B.2), o mapa de saltos é tal que $x \in \mathcal{J} \Rightarrow A_r x \in \mathcal{F}$.

A condição na Hipótese B.1 garante que após cada reiniciação as soluções serão mapeadas no conjunto \mathcal{F} em que as dinâmicas são governadas pelas equações diferenciais em (B.1). Sem essa condição, devido à regularização temporal, trajetórias defeituosas podem corresponder a soluções que continuam fluindo e saltando no conjunto \mathcal{J} . De modo que seria impossível estabelecer que todas as condições fluam apenas no conjunto \mathcal{F}_ϵ .

Observação B.1. A seguir são apresentadas algumas propriedades do sistema que são imediatas de (B.1) e (B.2) e da Hipótese B.1. Considere $t \geq 0$ arbitrário, então o seguinte é verdadeiro:

-
- (i) $t_{i+1} - t_i \geq \rho$ para todo $i \geq 1$;
 - (ii) $x(t_i, i) \in \mathcal{F}$ para todo $i \geq 1$. Pode-se obter $x(t_0, 0) \in \mathcal{F}$ ou $x(t_0, 0) \in \mathcal{J}$;
 - (iii) Se $t_{i+1} - t_i > \rho$, então $x(t, i) \in \mathcal{F}$ para todo $t \in [t_i + \rho, t_{i+1}]$;
 - (iv) Existe no máximo $N := \lfloor \frac{t}{\rho} \rfloor + 1$ tempos de reiniciação t_i no intervalo de tempo $[0, t]$ desde que $t_{i+1} - t_i \geq \rho$ para todo $i \geq 1$.

Sempre tem-se $t_0 := 0$ e $t_N := t$ mesmo quando t_0, t_N não sejam tempos de reiniciação. Pode acontecer que $t_1 - t_0 \in [0, \rho)$, se $\tau(t_0) > 0$ e $x(t_1, 0) \in \mathcal{J}$. Em particular, é possível que uma reiniciação ocorra em $t_0 = 0$ se $x(t_0, 0) \in \mathcal{J}$ e $\tau(t_0) \geq 1$, em que obtém-se $t_0 = t_1$.

Lema B.1. *Para qualquer $i \geq 0$ tem-se que $V(x(t_{i+1}, i+1)) \leq V(x(t_{i+1}, i))$.*

Teorema B.1. *(Nešić et al. , 2008) Considere o sistema com (B.1) e (B.2) sem perturbações. Suponha que a Hipótese B.1 seja assegurada e que existe uma função local Lipschitz-Lyapunov $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, constantes estritamente positivas $a_1, a_2, a_3, a_4, \epsilon$, tais que*

$$a_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq a_2 \|x\|^2, \forall x \in \mathbb{R}^n; \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} Ax \leq -a_3 \|x\|^2, \text{ para quase todo } x \in \mathcal{F}_\epsilon; \quad (\text{B.6})$$

$$V(A_r x) - V(x) \leq 0, \forall x \in \mathcal{J}; \quad (\text{B.7})$$

Então, existe um $\rho^, K > 0$ tal que para todo $\rho \in (0, \rho^*)$ as soluções do sistema (B.1) e (B.2) satisfazem*

$$|x(t, i)| \leq K \exp\left(-\frac{a_3}{2a_2} t\right) |x_0| \quad (\text{B.8})$$

para todo $t \in [t_i, t_{i+1}]$, $i \geq 0$, $\tau(0, 0) = \tau_0 \geq 0$ e $x(0, 0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$. Em particular,

$$\rho^* = \varphi^{-1}\left(\frac{\epsilon a_1}{a_2 |2(M + \epsilon I)A|}\right) \quad (\text{B.9})$$

$$K = \frac{a_2}{a_1} \exp\left(\left(\left(|A| + \frac{a_3}{a_2}\right) \frac{\rho}{2}\right)\right) \quad (\text{B.10})$$

em que $\varphi(s) := s \exp(|A|s)$ e a matriz $M = M^T$ segue de (B.3) e (B.4).

Prova: (Nešić et al. , 2008) Sejam todas as condições do Teorema B.1 asseguradas e seja $\rho \in (0, \rho^*)$, em que ρ^* e K seguem do teorema. Então,

$$x(t_i, i) \in \mathcal{F} \Rightarrow x(t, i) \in \mathcal{F}_\epsilon \quad t \in [t_i, t_{i+1}] \quad (\text{B.11})$$

De (B.5) e do fato que $|\dot{x}| \leq |A||x|$, tem-se que para todo $t \in [t_i, t_i + \rho]$, $i \geq 0$

$$V(x(t, i)) \leq \frac{a_2}{a_1} \exp(|A|(t - t_i)) V(x(t_i, i)) \quad (\text{B.12})$$

$$\|x[t_i, t]\|_2^2 \leq \frac{(t - t_i)}{a_1} \exp(|A|(t - t_i))V(x(t_i, i)). \quad (\text{B.13})$$

Sendo $\mathcal{X}(x) := -x^T Mx - \epsilon|x|^2$, então, tem-se que para quase todo x

$$\frac{\partial \mathcal{X}}{\partial x} Ax \leq |2(M + \epsilon I)||x|^2. \quad (\text{B.14})$$

Integrando (B.14) ao longo das soluções do sistema, nota-se que $\mathcal{X}(x(t_i, i)) \leq -\epsilon|x(t_i, i)|^2 \leq -\frac{\epsilon}{a_2}V(x(t_i, i))$ e utilizando (B.13), a definição de φ e o fato de que $t - t_i \leq \rho \leq \rho^*$, pode-se escrever para todo $t \in [t_i, t_i + \rho]$:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}(x(t, i)) &\leq \mathcal{X}(x(t_i, i)) + |2(M + \epsilon I)A| \|x[t_i, t]\|_2^2 \\ &\leq -\frac{\epsilon}{a_2}V(x(t_i, i)) + \frac{|2(M + \epsilon I)A|}{a_1} \varphi(\rho)V(x(t_i, i)) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Se $x(t_i, i) \in \mathcal{F}$ então $x(t, i) \in \mathcal{F}_\epsilon$ para todo $t \in [t_i, t_i + \rho]$, que juntamente com o item (iii) da Observação B.1 implica que (B.11) seja assegurada. Note que (B.11) e (B.6) implicam que para todo $t \geq t_1$, $i \in \mathbb{N}$:

$$V(x(t, i)) \leq \exp\left(-\frac{a_3}{a_2}(t - t_1)\right) V(x(t_1, 1)). \quad (\text{B.16})$$

Será mostrado que um limite semelhante vale para $t \in [t_0, t_1]$. Utilizando os itens (i) e (ii) da Observação B.1 e o Lema 2.1, tem-se que para todo $t \in [t_0 + \rho, t_1]$:

$$\begin{aligned} V(x(t, i)) &\leq e^{-\frac{a_3}{a_2}(t - t_0 - \rho)} V(x(t_0 + \rho, 0)) \\ &\leq e^{\frac{a_3}{a_2}\rho} e^{-\frac{a_3}{a_2}(t - t_0)} V(x(t_0 + \rho, 0)) \\ &\leq e^{\left(\frac{a_3}{a_2} + |A|\right)\rho} e^{-\frac{a_3}{a_2}(t - t_0)} V(x(t_0, 0)) \\ &\leq \frac{a_1}{a_2} K^2 e^{-\frac{a_3}{a_2}(t - t_0)} V(x(t_0, 0)). \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Além disso, de (B.12) pode-se escrever para todo $t \in [t_0, t_0 + \rho]$:

$$\begin{aligned} V(x(t, 0)) &\leq \frac{a_2}{a_1} \exp(|A|\rho)V(x(t_0, 0)) \\ &\leq \frac{a_2}{a_1} e^{\left(\frac{a_3}{a_2} + |A|\right)\rho} e^{-\frac{a_3}{a_2}(t - t_0)} V(x(t_0, 0)) \\ &= \frac{a_1}{a_2} K^2 e^{-a_3(t - t_0)} V(x(t_0, 0)). \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Combinando (B.16)-(B.18), (B.5) e (B.7) completa-se a prova do Teorema 2.1. \blacksquare

Soluções Obtidas no Capítulo 3

Neste apêndice são apresentadas as matrizes de solução P , F_1 , F_2 , G_1 e G_2 dos exemplos desenvolvidos no Capítulo 3.

C.1 Exemplo 3.3

$$\begin{aligned}
 P &= \begin{bmatrix} 7,5873 \times 10^5 & 9,6163 \times 10^6 & -2,3035 & 1,2804 \\ 9,6163 \times 10^6 & 4,9599 \times 10^8 & -1,3575 & -7,5498 \\ -2,3035 & -1,3575 & 2,0148 \times 10^8 & -1,2089 \times 10^8 \\ 1,2804 & -7,5498 & -1,2089 \times 10^8 & 9,0152 \times 10^7 \end{bmatrix}; \\
 F_1 &= \begin{bmatrix} 1,4717 \times 10^7 & 1,0499 \times 10^7 & 1,1598 \times 10^7 & -7,5962 \times 10^6 \\ 8,7317 \times 10^6 & 2,0148 \times 10^8 & -1,2033 \times 10^8 & -1,1993 \times 10^8 \\ -1,8914 \times 10^8 & 1,5132 \times 10^7 & 3,5948 \times 10^7 & -2,2989 \times 10^7 \\ 0,0385 & -3,0184 & -1,2089 \times 10^8 & 9,0152 \times 10^7 \end{bmatrix}; \\
 F_2 &= \begin{bmatrix} -7,2913 \times 10^7 & 8,5736 \times 10^5 & 9,2612 \times 10^4 & 3,8568 \times 10^3 \\ 8,9128 \times 10^5 & 9,8188 \times 10^7 & 1,2462 \times 10^4 & 307,7788 \\ 6,6955 \times 10^4 & 1,3460 \times 10^4 & 3,1448 \times 10^7 & -4,0320 \times 10^7 \\ -4,1806 \times 10^4 & -7,6936 \times 10^3 & -1,8926 \times 10^7 & 2,2696 \times 10^7 \end{bmatrix}; \\
 G_1 &= \begin{bmatrix} 7,0319 \times 10^7 & 1,2913 \times 10^7 & 5,5367 \times 10^7 & -4,0505 \times 10^7 \\ 1,3243 \times 10^7 & 2,3391 \times 10^8 & -6,6651 \times 10^7 & -5,8936 \times 10^7 \\ -3,1731 \times 10^7 & 1,2511 \times 10^8 & 1,8232 \times 10^8 & -4,0544 \times 10^7 \\ 2,9475 \times 10^7 & 1,2027 \times 10^8 & -4,0951 \times 10^7 & 1,8218 \times 10^8 \end{bmatrix}; \\
 G_2 &= \begin{bmatrix} 7,3672 \times 10^7 & 8,7590 \times 10^6 & -9,2614 \times 10^4 & -3,8555 \times 10^3 \\ 8,7251 \times 10^6 & 3,9780 \times 10^8 & -1,2463 \times 10^4 & -315,4373 \\ -6,6957 \times 10^4 & -1,3462 \times 10^4 & 1,7003 \times 10^8 & -8,0565 \times 10^7 \\ -7,7124 \times 10^3 & -623,0848 & -2,6627 \times 10^7 & 2,4671 \times 10^8 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

C.2 Exemplo 3.5

$$\begin{aligned}
 P &= \begin{bmatrix} 2,1451 \times 10^{-2} & 2,7187 \times 10^{-1} & -8,1056 \times 10^{-7} & -5,1296 \times 10^{-7} & 1,5941 \times 10^{-6} \\ 2,7187 \times 10^{-1} & 9,7488 & -5,6326 \times 10^{-6} & -8,7630 \times 10^{-6} & 2,1826 \times 10^{-5} \\ -8,1056 \times 10^{-7} & -5,6326 \times 10^{-6} & 7,3527 \times 10^{-1} & -7,3527 \times 10^{-1} & 6,2254 \times 10^{-1} \\ -5,1296 \times 10^{-7} & -8,7630 \times 10^{-6} & -7,3527 \times 10^{-1} & 1,5116 & -1,7870 \\ 1,5941 \times 10^{-6} & 2,1826 \times 10^{-5} & 6,2254 \times 10^{-1} & -1,7870 & 3,1609 \end{bmatrix} ; \\
 F_1 &= \begin{bmatrix} 3,5648 \times 10^{-2} & 2,7872 \times 10^{-1} & 3,8742 \times 10^{-2} & -7,2007 \times 10^{-2} & 7,7426 \times 10^{-2} \\ 2,6774 \times 10^{-1} & 6,4398 & 3,0917 \times 10^{-2} & 3,1736 \times 10^{-3} & -2,5870 \times 10^{-3} \\ -1,8749 \times 10^{-1} & 1,7657 \times 10^{-2} & 5,1333 \times 10^{-2} & 2,5155 \times 10^{-1} & -4,3957 \times 10^{-1} \\ 1,8749 \times 10^{-1} & -1,7670 \times 10^{-2} & -5,1331 \times 10^{-2} & 5,2475 \times 10^{-1} & -7,2487 \times 10^{-1} \\ 1,6838 \times 10^{-6} & 2,1538 \times 10^{-5} & 6,2254 \times 10^{-1} & -1,7870 & 3,1609 \end{bmatrix} ; \\
 F_2 &= \begin{bmatrix} -5,3836 \times 10^{-1} & 1,3593 \times 10^{-1} & 3,9747 \times 10^{-6} & -2,3146 \times 10^{-6} & -6,9969 \times 10^{-7} \\ 1,3593 \times 10^{-1} & 4,3253 & -1,7033 \times 10^{-6} & -5,8881 \times 10^{-6} & 9,5384 \times 10^{-6} \\ 1,1291 \times 10^{-6} & -1,9176 \times 10^{-6} & -1,0854 \times 10^{-1} & -4,3680 \times 10^{-1} & 2,5699 \times 10^{-1} \\ 2,4116 \times 10^{-6} & -7,4178 \times 10^{-6} & -3,6364 \times 10^{-1} & 3,7983 \times 10^{-1} & -7,8707 \times 10^{-1} \\ -2,4364 \times 10^{-7} & 8,7377 \times 10^{-6} & 2,9032 \times 10^{-1} & -7,6123 \times 10^{-1} & 1,1160 \end{bmatrix} ; \\
 G_1 &= \begin{bmatrix} 7,5037 \times 10^{-2} & 7,9204 \times 10^{-2} & -2,5591 \times 10^{-3} & -3,5919 \times 10^{-1} & 3,8658 \times 10^{-1} \\ 8,0690 \times 10^{-2} & 1,0858 & -3,2073 & 2,8448 \times 10^{-2} & -3,0820 \times 10^{-2} \\ -7,3714 \times 10^{-3} & 3,2589 & 8,9977 \times 10^{-1} & 1,5196 \times 10^{-3} & -1,3512 \times 10^{-3} \\ 3,7233 \times 10^{-1} & -2,9632 \times 10^{-2} & -1,6544 \times 10^{-3} & 1,0957 & 1,7469 \times 10^{-5} \\ -3,7694 \times 10^{-1} & 2,9931 \times 10^{-2} & 1,2360 \times 10^{-3} & 1,7465 \times 10^{-5} & 1,0957 \end{bmatrix} ; \\
 G_2 &= \begin{bmatrix} 2,3291 \times 10^6 & -2,0792 \times 10^6 & 7,7157 \times 10^6 & -1,4854 \times 10^7 & -9,7399 \times 10^6 \\ 3,3517 \times 10^6 & 2,6224 \times 10^7 & -1,9255 \times 10^5 & -5,9196 \times 10^4 & -4,5903 \times 10^5 \\ -7,7100 \times 10^6 & 1,9271 \times 10^5 & 5,6857 \times 10^6 & 2,4679 \times 10^8 & -2,1121 \times 10^8 \\ 1,4849 \times 10^7 & 5,9148 \times 10^4 & -2,5391 \times 10^8 & 7,1156 \times 10^6 & 2,3538 \times 10^7 \\ 9,7403 \times 10^6 & 4,5907 \times 10^5 & 2,1102 \times 10^8 & -2,7735 \times 10^7 & 1,0554 \times 10^7 \end{bmatrix} .
 \end{aligned}
 \tag{C.2}$$

C.3 Exemplo 3.6 - PIHA

$$\begin{aligned}
P &= \begin{bmatrix} 4,4811 \times 10^1 & -3,7828 \times 10^1 & 4,4331 \times 10^1 & -3,7428 \times 10^{-2} & 1,4971 \times 10^{-2} \\ -3,7828 \times 10^1 & 3,8349 \times 10^2 & -3,2961 \times 10^1 & 3,2316 \times 10^{-1} & -1,2926 \times 10^{-1} \\ 4,4331 \times 10^1 & -3,2961 \times 10^1 & 4,5717 \times 10^1 & -3,3308 \times 10^{-2} & 1,3321 \times 10^{-2} \\ -3,7428 \times 10^{-2} & 3,2316 \times 10^{-1} & -3,3308 \times 10^{-2} & 3,4070 \times 10^{-1} & -1,3628 \times 10^{-1} \\ 1,4971 \times 10^{-2} & -1,2926 \times 10^{-1} & 1,3321 \times 10^{-2} & -1,3628 \times 10^{-1} & 7,8110 \times 10^{-2} \end{bmatrix}; \\
F_1 &= \begin{bmatrix} 4,3235 \times 10^1 & -1,3407 \times 10^1 & 4,0879 \times 10^1 & 7,5814 \times 10^{-2} & 9,4967 \times 10^{-2} \\ -2,4685 \times 10^1 & 1,9223 \times 10^2 & -5,7097 & 1,8762 \times 10^{-1} & -1,5337 \times 10^{-2} \\ 2,2350 \times 10^1 & -1,6761 \times 10^1 & 2,2728 \times 10^1 & -9,3591 & -9,3354 \\ 1,2327 & -2,1462 \times 10^1 & 3,2962 & 2,7733 \times 10^{-1} & -1,7178 \times 10^{-1} \\ 1,4430 \times 10^{-2} & -1,2931 \times 10^{-1} & 1,3882 \times 10^{-2} & -1,3632 \times 10^{-1} & 7,8071 \times 10^{-2} \end{bmatrix}; \\
F_2 &= \begin{bmatrix} 8,4280 & -1,8914 \times 10^1 & 2,2164 \times 10^1 & -1,9477 \times 10^{-2} & 4,8733 \times 10^{-3} \\ -1,8914 \times 10^1 & 1,7777 \times 10^2 & -1,6480 \times 10^1 & 1,6816 \times 10^{-1} & -4,2169 \times 10^{-2} \\ 2,2164 \times 10^1 & -1,6480 \times 10^1 & 8,8805 & -1,7365 \times 10^{-2} & 4,3444 \times 10^{-3} \\ -1,8037 \times 10^{-2} & 1,5577 \times 10^{-1} & -1,6128 \times 10^{-2} & -1,2791 \times 10^1 & -4,2743 \times 10^{-2} \\ 7,2145 \times 10^{-3} & -6,2304 \times 10^{-2} & 6,4509 \times 10^{-3} & 5,1119 & 1,7094 \times 10^{-2} \end{bmatrix}; \\
G_1 &= \begin{bmatrix} 18,9510 & 95,7674 & -11,5796 & -10,9856 & -11,1084 \\ -95,7918 & 27,5935 & 95,6913 & 8,3947 & 8,3949 \\ 28,9032 & -95,6550 & 18,9564 & -11,4380 & -11,3155 \\ 11,1547 & -8,3665 & 11,4468 & 18,5386 & -9,0684 \\ 11,2883 & -8,3656 & 11,3133 & -9,0922 & 18,5371 \end{bmatrix}; \\
G_2 &= \begin{bmatrix} 3,6383 \times 10^1 & -1,8914 \times 10^1 & 2,2167 \times 10^1 & -1,7951 \times 10^{-2} & 1,0098 \times 10^{-2} \\ -1,8914 \times 10^1 & 2,0572 \times 10^2 & -1,6481 \times 10^1 & 1,5500 \times 10^{-1} & -8,7096 \times 10^{-2} \\ 2,2167 \times 10^1 & -1,6481 \times 10^1 & 3,6837 \times 10^1 & -1,5944 \times 10^{-2} & 8,9761 \times 10^{-3} \\ -1,9391 \times 10^{-2} & 1,6740 \times 10^{-1} & -1,7180 \times 10^{-2} & 1,3131 \times 10^1 & -9,3538 \times 10^{-2} \\ 5,2216 \times 10^{-3} & -4,4933 \times 10^{-2} & 4,6571 \times 10^{-3} & -4,3937 \times 10^{-2} & 2,7658 \times 10^1 \end{bmatrix}.
\end{aligned}
\tag{C.3}$$

C.4 Exemplo 3.6 - PIHP

$$\begin{aligned}
 P = & \begin{bmatrix} 9,0491 \times 10^3 & -6,5170 \times 10^3 & 8,9665 \times 10^3 & -0,0017 \\ -6,5170 \times 10^3 & 7,1881 \times 10^4 & -5,6058 \times 10^3 & 2,4561 \times 10^{-5} \\ 8,9665 \times 10^3 & -5,6058 \times 10^3 & 9,1402 \times 10^3 & -1,1980 \times 10^{-4} \\ -0,0017 & 2,4561 \times 10^{-5} & -1,1980 \times 10^{-4} & 25,0076 \\ 0,0017 & -4,3932 \times 10^{-5} & 4,8487 \times 10^{-5} & -25,0076 \\ -4,8156 \times 10^{-6} & 3,3182 \times 10^{-5} & -4,3950 \times 10^{-6} & 2,7983 \\ 0,0017 & -4,8156 \times 10^{-6} & & \\ -4,3932 \times 10^{-5} & 3,3182 \times 10^{-5} & & \\ 4,8487 \times 10^{-5} & -4,3950 \times 10^{-6} & & \\ -25,0076 & 2,7983 & & \\ 5,8235 \times 10^3 & -3,8684 \times 10^3 & & \\ -3,8684 \times 10^3 & 2,5928 \times 10^3 & & \end{bmatrix} ; \\
 F_1 = & \begin{bmatrix} -5,1029 \times 10^7 & -2,3885 \times 10^5 & -5,3354 \times 10^7 & -6,0502 \times 10^4 \\ 4,0894 \times 10^8 & 2,1240 \times 10^6 & 4,0894 \times 10^8 & 4,5697 \times 10^5 \\ 1,7133 \times 10^6 & 1,9937 \times 10^4 & -1,5251 \times 10^5 & -2,9849 \times 10^3 \\ 4,6462 \times 10^7 & 2,3312 \times 10^5 & 4,6465 \times 10^7 & 5,1943 \times 10^4 \\ -4,6462 \times 10^7 & -2,3312 \times 10^5 & -4,6465 \times 10^7 & -5,1943 \times 10^4 \\ -4,6752 \times 10^{-6} & 3,3182 \times 10^{-5} & -4,5341 \times 10^{-6} & 2,7983 \\ -28,2621 & -5,0413 & & \\ 221,4274 & 39,4857 & & \\ -0,8159 & 2,9062 & & \\ 0,1506 & 7,2851 & & \\ 5,7983 \times 10^3 & -3,8729 \times 10^3 & & \\ -3,8684 \times 10^3 & 2,5928 \times 10^3 & & \end{bmatrix} ; \\
 F_2 = & \begin{bmatrix} 2,4189 \times 10^3 & -8,5208 \times 10^5 & 5,0502 \times 10^6 & -1,0859 \times 10^6 \\ 8,4556 \times 10^5 & 3,3835 \times 10^4 & 1,3565 \times 10^6 & 1,1114 \times 10^6 \\ -5,0412 \times 10^6 & -1,3621 \times 10^6 & 2,4644 \times 10^3 & -2,4856 \times 10^4 \\ -1,2564 \times 10^6 & -1,4043 \times 10^6 & 1,3944 \times 10^6 & -4,6766 \times 10^7 \\ 5,0748 \times 10^5 & -7,0469 \times 10^5 & -5,2084 \times 10^5 & -8,7051 \times 10^7 \\ -3,3832 \times 10^5 & 4,6979 \times 10^5 & 3,4723 \times 10^5 & 5,8034 \times 10^7 \\ 1,8348 \times 10^6 & 2,6806 \times 10^6 & & \\ 9,9755 \times 10^5 & -1,7693 \times 10^5 & & \\ -8,4874 \times 10^5 & -1,7168 \times 10^6 & & \\ 2,2933 \times 10^8 & -7,4944 \times 10^7 & & \\ -9,5509 \times 10^7 & -9,5511 \times 10^7 & & \\ 6,3673 \times 10^7 & 6,3674 \times 10^7 & & \end{bmatrix} ; \\
 G_1 = & \begin{bmatrix} 2,8858 \times 10^3 & 4,1854 \times 10^6 & -4,0894 \times 10^8 & -6,1853 \times 10^5 \\ -4,1854 \times 10^6 & 4,2113 \times 10^3 & -6,2375 \times 10^6 & -9,8862 \times 10^3 \\ 4,0894 \times 10^8 & 6,2375 \times 10^6 & 2,8878 \times 10^3 & -1,6163 \times 10^5 \\ 6,1856 \times 10^5 & 9,8861 \times 10^3 & 1,6163 \times 10^5 & 2,1186 \times 10^3 \\ 110,5580 & 2,8282 & -110,8688 & -1,4457 \\ 19,9445 & 0,6251 & -19,5437 & 2,7951 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{C.4}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} -110,5583 & -19,9448 \\ -2,8282 & -0,6251 \\ 110,8691 & 19,5440 \\ 1,4457 & -2,7951 \\ 4,2113 \times 10^3 & 4,1244 \times 10^{-7} \\ 4,1244 \times 10^{-7} & 4,2113 \times 10^3 \end{bmatrix}; \quad (C.5)$$

$$\begin{bmatrix} 6,6302 \times 10^3 & 8,4556 \times 10^5 & -5,0412 \times 10^6 & 1,0859 \times 10^6 \\ -8,5208 \times 10^5 & 3,8046 \times 10^4 & -1,3621 \times 10^6 & -1,1114 \times 10^6 \\ 5,0502 \times 10^6 & 1,3565 \times 10^6 & 6,6758 \times 10^3 & 2,4856 \times 10^4 \\ -1,0859 \times 10^6 & 1,1114 \times 10^6 & -2,4856 \times 10^4 & 2,5465 \times 10^3 \\ 1,8348 \times 10^6 & 9,9755 \times 10^5 & -8,4874 \times 10^5 & 1,3381 \times 10^8 \\ 2,6806 \times 10^6 & -1,7693 \times 10^5 & -1,7168 \times 10^6 & -1,1271 \times 10^7 \\ -1,8348 \times 10^6 & -2,6806 \times 10^6 \\ -9,9755 \times 10^5 & 1,7693 \times 10^5 \\ 8,4874 \times 10^5 & 1,7168 \times 10^6 \\ -1,3382 \times 10^8 & 1,1269 \times 10^7 \\ 5,7083 \times 10^3 & 1,5918 \times 10^8 \\ -1,5919 \times 10^8 & 3,9288 \times 10^3 \end{bmatrix}.$$

Apêndice D

Códigos

Neste capítulo são apresentados alguns exemplos de códigos em linguagem Python utilizados no desenvolvimento do trabalho.

D.1 Simulação do PIHA

O código abaixo é utilizado para simulação dos controladores PI, PIH e PIHA, selecionando respectivamente `tipo=1`, `tipo=2` e `tipo=3`.

```
1 import scipy as sp
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 n=1
6 p=1
7 q=1
8
9 A=np.mat([[ -0.0553]]) #NOMINAL
10 B=np.mat([[1]])
11 C=np.mat([[0.0789]])
12 D=0
13
14 ki=2.7303
15 kp=1.8339
16
17 Ts=0.01
18
19 M=np.vstack((np.hstack((A,B)),np.zeros((p,p+n))))
20 EAd=sp.linalg.expm(M*Ts)
21 Ad=np.mat(EAd[0:n,0:n])
22 Bd=np.mat(EAd[0:n,n:n+p])
23 Cd=C
24 Dd=D
25
26 TF=50
27 Tf=np.int(TF/Ts)
28
29 x=np.mat(np.zeros((Tf,n))) #Space allocation
```

```

30 u=np.mat(np.zeros((Tf,p)))
31 y=np.mat(np.zeros((Tf,p)))
32 e=np.mat(np.zeros((Tf,p)))
33 r=np.mat(np.zeros((Tf,1)))
34
35 aux=np.mat(np.zeros((Tf,1)))
36 condi=np.mat(np.zeros((Tf,1)))
37 xi=np.mat(np.zeros((Tf,1)))
38 xeq=np.mat(np.zeros((Tf,1)))
39 Gs=np.mat(np.zeros((Tf,1)))
40
41 p=np.mat(np.zeros((Tf,1)))
42 r[0:Tf,0]=1
43 p[np.int(0.4*Tf):np.int(0.7*Tf),0]=0
44
45 nn=np.mat(np.zeros((Tf,1)))
46 #%%
47 def planta(x, args1):
48     u=args1
49     lengthA=A.shape[0]
50     x=np.mat(x).reshape(lengthA,1)
51     dx=A*x+B*u
52     return np.squeeze(np.asarray(dx))
53
54 def ft(x,t,u):
55     args=u
56     return planta(x, args)
57
58 #%%
59 def ruido(Tf, nruido, n):
60     Tf=np.int(Tf)
61     if nruido==1:
62         n[0:Tf,0]=0
63     elif nruido==2:
64         a=0.5
65         n=a*np.random.normal(0,1,(Tf,1))
66     return n
67 #%%
68 tipo=3
69 tp=6.2
70 alpha=0.6
71 Gs[0:Tf,0]=0.7009
72 nruido=1
73 #%%
74 nn=ruido(Tf, nruido, nn)
75 janela=aux[0]
76
77 for k in range(0, np.int(Tf)):
78
79     if k>=1:
80         if r[k]!=r[k-1]:
81             aux[k]=0
82             janela=0
83         else:
84             janela=janela+1
85
86     y[k]=Cd*x[k,:].T+nn[k]
87

```

```

88     e[k]=r[k]-y[k]
89
90     if tipo==1:
91         condi[k]=1
92
93     if tipo==2 or tipo==3:
94         condi[k]=e[k]*(xeq[k])
95     if condi[k]<=0 and janela>=tp*0.4/Ts:
96         if k>=0:
97             if aux[k]==1 and tipo==3:
98                 xi[k]=xi[k]-alpha*xeq[k]
99                 if r[k]!=0:
100                     Gs[k]=(xi[k]*ki/r[k])
101             else:
102                 xi[k]=Gs[k]*r[k]/ki
103                 aux[k]=1
104         xeq[k]=0
105     if tipo==2:
106         aux[k]=0
107     if k<Tf-1:
108         aux[k+1]=aux[k]
109     u[k]=kp*e[k]+ki*xi[k]
110
111     if k!=Tf-1:
112         tt = np.linspace(0, Ts, 10)
113         arg=(u[k]+p[k],)
114         x[[k+1],:]=np.mat(sp.integrate.odeint(ft,np.squeeze\
115             (np.asarray(x[[k],:])),tt,args=arg))[-1,:])
116         xi[[k+1],:]=xi[k]+Ts*e[k]
117         xeq[[k+1],:]=xeq[k]+Ts*e[k]

```

D.2 Análise de Estabilidade do PIHA

O código a seguir é utilizado para a análise de estabilidade do controlador PIHA.

```

1  import cvxpy as cp
2  import numpy as np
3  import numpy.linalg as nla
4
5  kp=1.8339
6  ki=2.7303
7  ap=-0.0553
8  bp=1
9  cpp=0.0789
10 eps1=1e-6
11 alpha=0.6
12 n=5
13
14 A=np.array([[ap-bp*kp*cpp, 0, bp*ki, -bp*ki, 0],
15            [-cpp*ap, -cpp*bp*kp, -cpp*bp*ki, cpp*bp*ki, 0],
16            [0, 1, 0, 0, 0],
17            [0, 0, 0, 0, 0],
18            [0, 0, 0, 0, 0]])
19 Ar=np.array([[1, 0, 0, 0, 0],
20            [0, 1, 0, 0, 0],

```

```

21         [0, 0, 1, 0, 0],
22         [0, 0, alpha, 1-alpha, -alpha],
23         [0, 0, 1-alpha, alpha-1, alpha]])
24 M=np.array([[0, 0, 0, 0, 0],
25             [0, eps1, 1, -1, -1],
26             [0, 1, 0, 0, 0],
27             [0, -1, 0, -eps1, 0],
28             [0, -1, 0, 0, -eps1]])
29
30 P = cp.Variable((n,n),PSD=True)
31 constraints = []
32 TF = cp.Variable((1,1))
33 Tj = cp.Variable((1,1))
34
35 FF1 = cp.Variable((2*n, n))
36 SI1 = cp.vstack((cp.hstack((TF*M, P)),
37                 cp.hstack((P, np.zeros((n, n))))))
38 FI1 = cp.hstack((A, -np.eye(n)))
39 LMI1 = SI1 + FF1@FI1 + FI1.T@FF1.T
40
41 FF2 = cp.Variable((2*n, n))
42 SI2 = cp.vstack((cp.hstack((-P-Tj*M, np.zeros((n, n))),
43                 cp.hstack((np.zeros((n, n)), P))))
44 FI2 = cp.hstack((Ar, -np.eye(n)))
45
46 LMI2 = SI2 + FF2@FI2 + FI2.T@FF2.T
47
48 constraints.append(LMI1 + 1e-7*np.eye(2*n) << 0)
49 constraints.append(LMI2 << 0)
50 constraints.append(P - 1e-7*np.eye(n) >> 0)
51 constraints.append(TF >> 0)
52 constraints.append(Tj >> 0)
53
54 obj = cp.Minimize(1)
55 prob = cp.Problem(obj, constraints)
56
57 prob.solve(verbose=True, solver='CVXOPT', max_iters=20000,
58           abstol=1e-9, reltol=1e-9, feastol=1e-8,
59           refinement=20, kktsolver='robust')
60
61 print(prob.status)
62 if prob.status == 'optimal':
63     for j in constraints:
64         print(j.value(tolerance=1e-08))
65     print("Tf>1e-7", TF.value)
66     print("Tj>1e-7", Tj.value)
67     print("max(eig(LMI1))<-1e-7", np.max(nla.eigvals(LMI1.value)))
68     print("max(eig(LMI2))<1e-7", np.max(nla.eigvals(LMI2.value)))
69     print("min(eig(P))>1e-7", np.min(np.linalg.eigvals(P.value)))

```

D.3 Implementação em PLC

O código a seguir é utilizado para realizar a implementação do controlador PIHA no PLC.

```

1
2 #ANTES-----
3
4 outputs['SystemOnOff'] = 1
5 outputs['Pump1OnOff']=1
6
7 import scipy as sp
8 import scipy.linalg as la
9
10 s['Acp']=np.mat([[[-0.0553]])]
11 s['Bcp']=np.mat([[0.0789]])]
12 s['Ccp']=np.mat([[1]])]
13 s['Dcp']=np.mat([[0]])]
14
15 s['n']=1
16 s['p']=1
17 s['q']=1
18
19 s['Ts']=0.5
20
21 s['M']=np.mat(np.vstack((np.hstack((s['Acp'],s['Bcp'])),np.zeros((s['p'],s['p']
22 +s['n']))))))
23 s['EAdo']=la.expm(s['M']*s['Ts'])
24 s['Adp']=np.mat(s['EAdo'][0:s['n'],0:s['n']])
25 s['Bdp']=np.mat(s['EAdo'][0:s['n'],s['n']:s['n']+s['p']])
26 s['Cdp']=s['Ccp']
27 s['Ddp']=s['Dcp']
28
29 s['kp']=1.1 #---
30 s['ki']=1.8 #---
31 s['Gs']=1/1.4248
32 s['alpha']=0.4
33
34 s['Adc']=np.mat([[1]])]
35 s['Bdc']=np.mat([[s['ki']*s['Ts']]])]
36
37 s['yeq']=48.37
38 s['ue']=62
39 s['tipo']=3
40 s['tp']=8.0#---
41
42 s['uk']=s['ue']
43 s['rk']=0
44 s['rant']=s['rk']
45 s['aux']=0
46 s['janela']=0
47 s['condi']=0
48 s['xeq']=0
49 s['xi']=0
50
51 s['usat']=s['uk']
52
53 s['auxalerta']=1
54 s['ruído']=0
55 s['pert']=0
56
57 s['ek']=0
58 s['cota']=1e-3

```

```

59
60 #CONTROLADOR—————
61
62 import scipy as sp
63 import scipy.linalg as la
64
65 def clip(x, vmin, vmax):
66     return sorted([x, vmin, vmax])[1]
67
68 if t>=250 and t<400:
69     s['rk']=5
70 elif t>=400 and t<550:
71     s['rk']=-5
72 else:
73     s['rk']=0
74
75 x=inputs['Level3CM']-s['yeq']
76
77 yk=inputs['Level3CM']-s['yeq']
78
79
80 if s['rk']!=s['rant']:
81     s['aux']=0
82     s['janela']=0
83 else:
84     s['janela']=s['janela']+1
85
86 s['ek']=s['rk']-yk
87
88 if s['tipo']==1:
89     s['condi']=1
90 elif s['tipo']==2 or s['tipo']==3:
91     s['condi']=s['ek']*s['xeq']
92
93 if t<=100:
94     s['const']=7.5/s['Ts']
95 else:
96     s['const']=2.5/s['Ts']
97
98 if s['condi'] <=0 and s['janela']>=s['const']:
99     if s['aux']==1 and s['tipo']==3:
100         s['xi']=s['xi']-s['alpha']*s['xeq']
101         if s['rk']!=0:
102             s['Gs']=(s['xi']*s['ki']/s['rk'])
103         else:
104             s['aux']=1
105             s['xi']=s['Gs']*s['rk']/s['ki']
106         s['xeq']=0
107
108 if s['tipo']==2:
109     s['aux']=0
110
111 s['uk']=s['kp']*s['ek']+s['ki']*s['xi']
112 s['usat']=clip(s['uk'],-s['ue'],100-s['ue'])
113
114 s['xi']=s['xi']+s['Ts']*s['ek']
115 s['xeq']=s['xeq']+s['Ts']*s['ek']
116

```

```
117 s['rant']=s['rk']
118
119 outputs['Pump1PC'] = np.float(s['usat']+s['ue'])
120
121 #DEPOIS _____
122
123 outputs['SystemOnOff'] = 0
```

Referências

- Åström, K. J., & Hägglund, T. 1995. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America.
- Åström, K. J., & Hägglund, T. 2006. *Advanced PID Control*. Instrumentation Systems and Automation Society.
- Åström, K. J., & Murray, Richard M. 2008. *Feedback systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton University Press.
- Albea, C., Garcia, G., & Zaccarian, L. 2015. Hybrid dynamic modeling and control of switched affine systems: Application to DC-DC converters. *Pages 2264–2269 of: Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 54rd IEEE Conference on Decision and Control.
- Ames, A. D., & Poulakakis, I. 2017. *Control of motion and compliance: Hybrid zero dynamics control of legged robots*. Bioinspired Legged Locomotion: Models, Concepts, Control and Applications. Pages 292–331.
- Antsaklis, P., Koutsoukos, X., & Zaytoon, J. 1998. On hybrid control of complex systems: A survey. *ISIS*, **97**, 017.
- Åström, K. J., & Hägglund, T. 2004. Revisiting the Ziegler–Nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control*, **14**(6), 635–650.
- Baños, A., & Vidal, A. 2007. Design of PI+ CI Reset Compensators for second order plants. *Pages 118–123 of: IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2007. ISIE 2007*. IEEE.
- Baños, A., & Barreiro, A. 2011. *Reset control systems*. Springer Science & Business Media.

- Baños, A., & Davó, M. A. 2014. Tuning of reset proportional integral compensators with a variable reset ratio and reset band. *Control theory & applications, IET*, **8**(17), 1949–1962.
- Baños, A., & Vidal, A. 2007. Definition and tuning of a PI+CI reset controller. *Pages 4792–4798 of: European Control Conference (ECC), 2007*. IEEE.
- Barreiro, A., & Baños, A. 2012. Sistemas de control basados en reset. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, **9**(4), 329–346.
- Beker, O., Hollot, C. V., & Chait, Y. 2001. Plant with integrator: an example of reset control overcoming limitations of linear feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **46**(11), 1797–1799.
- Bhattacharyya, Shankar P., Keel, Lee H., & Datta, Aniruddha. 2009. *Linear control theory: structure, robustness, and optimization*. CRC press.
- Braga, Anísio Rogério. 2015. *Metodologia e métricas para gerenciamento de desempenho de processos com amostragem irregular*. Minas Gerais, MG: Universidade Federal de Minas Gerais, 2015. Qualificação de Doutorado em Engenharia Elétrica.
- Brodtkorb, A. H., Værnø, S. A., Teel, A. R., Sørensen, A. J., & Skjetne, R. 2018. Hybrid controller concept for dynamic positioning of marine vessels with experimental results. *Automatica*, **93**, 489–497.
- Chen, Chi-Tsong. 1998. *Linear system theory and design*. Oxford University Press, Inc.
- Clegg, J. C. 1958. A nonlinear integrator for servomechanisms. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry*, **77**.
- Cordioli, M., Mueller, M., Panizzolo, F., Biral, F., & Zaccarian, L. 2015. An adaptive reset control scheme for valve current tracking in a power-split transmission system. *Pages 1884–1889 of: 2015 European Control Conference, ECC 2015*.
- Davó, M. A., & Baños, A. 2016. Reset control of integrating plus dead time processes. *Journal of process control*, **38**, 22–30.
- Davó, M. A., Gouaisbaut, F., Baños, A., Tarbouriech, S., & Seuret, A. 2018. Exponential stability of a pi plus reset integrator controller by a sampled-data system approach. *Nonlinear analysis: Hybrid systems*, **29**, 133–146.
- de Oliveira, M. C, & Skelton, R. E. 2001. Stability tests for constrained linear systems. *Pages 241–257 of: Perspectives in robust control*. Springer.

- Desborough, L., & Miller, R. 2002. Increasing customer value of industrial control performance monitoring-Honeywell's experience. *Pages 169–189 of: AIChE symposium series*. New York; American Institute of Chemical Engineers; 1998.
- Doebelin, E. O., & Manik, D. N. 2007. *Measurement systems: application and design*. McGraw-Hill.
- Dorf, R. C., & Bishop, R. H. 2009. *Sistemas de controle modernos*. LTC - Livros Técnicos e Científicos.
- Feuer, A., Goodwin, G. C., & Salgado, M. 1997. Potential benefits of hybrid control for linear time invariant plants. *Pages 2790–2794 of: American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*, vol. 5. IEEE.
- Fichera, F. 2013. *Lyapunov techniques for a class of hybrid systems and reset controller syntheses for continuous-time plants*. Ph.D. thesis, ISAE-TOULOUSE.
- Franco, A. E. O. 2015. *Síntese convexa de ganhos para compensação robusta de sistemas linearizados por realimentação*. M.Phil. thesis, Programa de Mestrado em Engenharia Elétrica, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET-MG e UFSJ, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.
- Franco, A. E. O., Oliveira, J. C., & Leite, V. J. S. 2013. Controle automático de um processo térmico com múltiplas entradas e múltiplas saídas utilizando técnicas de controle moderno. *Anais do XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 1–6.
- Girard, A. R., Howell, A. S., & Hedrick, J. K. 2005. Hybrid supervisory control for real-time embedded bus rapid transit applications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **54**(5), 1684.
- Goebel, R., Hespanha, J., Teel, A. R., Cai, C., & Sanfelice, R. 2004. Hybrid systems: generalized solutions and robust stability. *Pages 1–12 of: Proc. 6th IFAC symposium in nonlinear control systems*.
- Goebel, R., Sanfelice, R. G., & Teel, A. 2009. Hybrid dynamical systems. *Control Systems, IEEE*, **29**(2), 28–93.
- Goebel, R., Sanfelice, R. G., & Teel, A. 2012. *Hybrid dynamical systems: Modeling, Stability and Robustness*. Princeton University Press.
- Goodwin, G. C., Graebe, S. F., & Salgado, M. E. 2001. Control system design. *Upper Saddle River*, **13**.

- Horowitz, I., & Rosenbaum, P. 1975. Non-linear design for cost of feedback reduction in systems with large parameter uncertainty. *International Journal of Control*, **21**(6), 977–1001.
- HosseinNia, S. H., Tejado, I., & Vinagre, B. M. 2013. Fractional-order reset control: Application to a servomotor. *Mechatronics*, **23**(7), 781–788.
- HosseinNia, S. H., Tejado, I., Torres, D., Vinagre, B. M., & Feliu, V. 2014. A general form for reset control including fractional order dynamics. *Pages 2028–2033 of: Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, vol. 19.
- HosseinNia, S. H., Tejado, I., Vinagre, B. M., & Chen, Y. 2015. Iterative learning and fractional reset control. *Pages V009T07A041–V009T07A041 of: ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers.
- HosseinnNia, S. H., Tejado, I., & Vinagre, B. M. 2013. Basic properties and stability of fractional-order reset control systems. *Pages 1687–1692 of: Control Conference (ECC), 2013 European*. IEEE.
- Johansson, K. H. 2000. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **8**(3), 456–465.
- Khalil, H. K. 1996. Nonlinear systems. *Prentice-Hall, New Jersey*, **2**(5), 5–1.
- Krishnan, K. R., & Horowitz, I. M. 1974. Synthesis of a non-linear feedback system with significant plant-ignorance for prescribed system tolerances. *International Journal of Control*, **19**(4), 689–706.
- Lee, D. Y., Park, H., Romano, M., & Cutler, J. 2018. Development and experimental validation of a multi-algorithmic hybrid attitude determination and control system for a small satellite. *Aerospace Science and Technology*, **78**, 494–509.
- Levine, W. S. 2010. *The control systems handbook: Control system advanced methods*. CRC press.
- Lin, H., & Antsaklis, P. J. 2009. Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **54**(2), 308–322.
- Lopes, A. N. D. 2017. *Seguimento de referência em controle de sistemas não lineares sob restrições via modelagem Takagi-Sugeno*. M.Phil. thesis, Programa de Pós Graduação

- em Engenharia Elétrica, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET-MG e UFSJ, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.
- Loquen, T., Tarbouriech, S., & Prieur, C. 2008. Stability of reset control systems with nonzero reference. *Pages 3386–3391 of: Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on.* IEEE.
- Loquen, T., Nesic, D., Prieur, C., Tarbouriech, S., Teel, A. R., & Zaccarian, L. 2010. Piecewise quadratic Lyapunov functions for linear control systems with first order reset elements. *IFAC Proceedings Volumes*, **43**(14), 807–812.
- Lunze, J., & Lamnabhi-Lagarrigue, F. 2009. *Handbook of hybrid systems control: Theory, tools, applications.* Cambridge University Press.
- Malladi, B. P., Sanfelice, R. G., Butcher, E., & Wang, J. 2016. Robust hybrid supervisory control for rendezvous and docking of a spacecraft. *Pages 3325–3330 of: Decision and Control (CDC), 2016 IEEE 55th Conference on.* IEEE.
- Middleton, R. H. 1991. Trade-offs in linear control system design. *Automatica*, **27**(2), 281–292.
- Miyazaki, M. R., Sørensen, A. J., & Vartdal, B. J. 2016. Reduction of fuel consumption on hybrid marine power plants by strategic loading with energy storage devices. *IEEE Power and Energy Technology Systems Journal*, **3**(4), 207–217.
- Montiel, J. J. G., Chávarro, A. F. C., Camacho, C. A. P., & Serrezuela, R. R. 2018. Design and implementation of an optimal hybrid control for a hydraulic system of coupled tanks. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, **13**(10), 3481–3488.
- Mosterman, P. J., Remelhe, M. A. P., Engell, S., & Otter, M. 2002. Simulation for analysis of aircraft elevator feedback and redundancy control. *Pages 369–390 of: Modelling, Analysis, and Design of Hybrid Systems.* Springer.
- Nair, U. R., Costa-Castelló, R., & Baños, A. 2018. Grid voltage regulation using a reset PI+ CI controller for energy storage systems. *IFAC-PapersOnLine*, **51**(4), 226–231.
- Nešić, D., Zaccarian, L., & Teel, A. R. 2005. Stability properties of reset systems. *IFAC Proceedings Volumes*, **38**(1), 67–72.
- Nešić, D., Zaccarian, L., & Teel, A. R. 2008. Stability properties of reset systems. *Automatica*, **44**(8), 2019–2026.

- Nešić, D., Teel, A. R., & Zaccarian, L. 2011. Stability and performance of SISO control systems with first-order reset elements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **56**(11), 2567–2582.
- Nise, N. S. 2007. *Control systems engineering*. John Wiley & Sons.
- Normey-Rico, J. E. 2007. *Control of dead-time processes*. Springer Science & Business Media.
- O’Dwyer, A. 2006. *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. World Scientific.
- Paesa, D., Carrasco, J., Lucia, O., & Sagues, C. 2011. On the design of reset systems with unstable base: A fixed reset-time approach. *Pages 646–651 of: IECON 2011-37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. IEEE.
- Panni, F. S., Alberer, D., & Zaccarian, L. 2012. Set point regulation of an EGR valve using a FORE with hybrid input bias estimation. *Pages 4221–4226 of: American control conference (ACC), 2012*. IEEE.
- Panni, F. S., Waschl, H., Alberer, D., & Zaccarian, L. 2014. Position regulation of an EGR valve using reset control with adaptive feedforward. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **22**(6), 2424–2431.
- Pereira, Jean Carlos. 2014. *Integração e automação de um sistema de tanques interativos*. Minas Gerais, MG: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2014. Trabalho de Conclusão de Curso: Engenharia Mecatrônica.
- Quadros, M. M. 2016. *Projeto e implementação de controladores PI híbridos e lineares com a utilização de CLP*. Minas Gerais, MG: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2017. Trabalho de Conclusão de Curso: Engenharia Mecatrônica.
- Quadros, M. M., Rubio-Scola, I., Leite, V. J. S., & Silva, L. F.P. 2016. Controle Híbrido: Reiniciação Adaptativa de Integrador. *In: XXI Congresso Brasileiro de Automática. Vitória, ES*.
- Quadros, M. M., Rubio Scola, I., & Leite, V. J. S. 2017. Diretrizes para a sintonia de controladores PI com reiniciação no estado do integrador. *Pages 2112–2117 of: Anais do XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*.
- Quadros, M. M., Rubio Scola, I., & Leite, V. J. S. 2018. Compensated hybrid PI controllers for sampled-data controlled systems. *In: Proceedings of 9th IFAC Symposium on Robust Control Design and 2nd IFAC Workshop on Linear Parameter Varying Systems*.

- Rosa, T. E. 2015. *Controle por desacoplamento e automação de um sistema de tanques interativos*. Minas Gerais, MG: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2015. Trabalho de Conclusão de Curso: Engenharia Mecatrônica.
- Rubio Scola, I., Quadros, M. M., & Leite, V. J. S. 2017. Robust hybrid PI Controller with a Simple Adaptation in the Integrator Reset State. *IFAC-PapersOnLine*, **50**(1), 1457–1462.
- Sanfelice, R., Copp, D., & Nanez, P. 2013. A toolbox for simulation of hybrid systems in Matlab/Simulink: Hybrid Equations (HyEQ) Toolbox. *Pages 101–106 of: Proceedings of the 16th international conference on Hybrid systems: computation and control*. ACM.
- Seron, M. M., Braslavsky, J. H., & Goodwin, G. C. 2012. *Fundamental limitations in filtering and control*. Springer Science & Business Media.
- Sousa, A. C. 2016. *Ahio: Abstract hardware input/output for Python*. Disponível em <https://pypi.python.org/pypi/ahio> Acessado em: 16 Jul 2018.
- Stephanopoulos, G. 1984. *Chemical process control: An introduction to the theory and practice*. Prentice Hall International Editions.
- Tabuada, P. 2009. *Verification and control of hybrid systems: a symbolic approach*. Springer Science & Business Media.
- Teel, A. R. 2014. Stability theory for hybrid dynamical systems. *In: John Baillieul, Tariq Samad (ed), Encyclopedia of systems and control*. Springer Publishing Company, Incorporated.
- Van Loan, C. 1978. Computing integrals involving the matrix exponential. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **23**(3), 395–404.
- Vidal, A., & Baños, A. 2009. Stability of reset control systems with variable reset: Application to PI+ CI compensation. *Pages 4871–4876 of: European Control Conference (ECC), 2009*. IEEE.
- Vidal, A., & Baños, A. 2010. Reset compensation for temperature control: Experimental application on heat exchangers. *Chemical engineering journal*, **159**(1), 170–181.
- Vidal, A., Baños, A., Moreno, J. C., & Berenguel, M. 2008. PI+ CI compensation with variable reset: application on solar collector fields. *Pages 321–326 of: Industrial electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*. IEEE.

-
- Zaccarian, L., Nešić, D., & Teel, A. R. 2005. First order reset elements and the Clegg integrator revisited. *Pages 563–568 of: American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005.* IEEE.
- Zaccarian, L., Nešić, D., & Teel, A. R. 2007. Set-point stabilization of SISO linear systems using first order reset elements. *Pages 5808–5809 of: American Control Conference, 2007. ACC'07.* IEEE.
- Zarghami, M., & HosseinNia, H. S. 2017. Fractional Order Set Point Regulator Using Reset Control: Application to EGR Systems. *Pages 35–41 of: Proceedings of the 2017 the 5th international conference on control, mechatronics and automation.* ACM.
- Zhai, J., Wang, Y., & Liu, X. 2017. Optimal reset controller designed for induction machine drive with hardware in the loop test. *Pages 506–511 of: Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC.*
- Zhao, G., Nešić, D., Tan, Y., & Wang, J. 2013. Open problems in reset control. *Pages 3326–3331 of: Decision and control (cdc), 2013 iee 52nd annual conference on.* IEEE.
- Zhu, F., & Antsaklis, P. J. 2015. Optimal control of hybrid switched systems: A brief survey. *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, **25**(3), 345–364.
- Zhu, F., Wang, H., & Tian, Y. 2017. Optimal law based improved reset pid control and application to HDD head-positioning systems. *Pages 258–262 of: Proceedings - 2017 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation, YAC 2017.*
- Ziegler, J. G., & Nichols, N. B. 1942. Optimum settings for automatic controllers. *Transactions of the ASME*, **64**(11).