

HARLEY FRANCISCO VIANA

**Análise Avançada Dinâmica de Pórticos
Planos de Aço**

Dissertação de Mestrado

Departamento de Engenharia Civil

Belo Horizonte, Fevereiro de 2019

ANÁLISE AVANÇADA DINÂMICA DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadora: Profa. Dra. Renata Gomes Lanna da Silva
Coorientador: Prof. Dr. Cláudio José Martins

BELO HORIZONTE

2019

Viana, Harley Francisco
V614a Análise avançada dinâmica de pórticos planos de aço / Harley Francisco Viana. – 2019.
 92 f. : il., gráfs, tabs.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Civil.
Orientadora: Renata Gomes Lanna da Silva.
Coorientador: Cláudio José Martins.
Bibliografia: f. 89-92.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Civil

1. Análise de sistemas não lineares – Teses. 2. Análise estrutural (Engenharia) – Teses. 3. Materiais – Propriedades mecânicas – Teses. I. Silva, Renata Gomes Lanna da. II. Martins, Cláudio José. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD 629.836

DEDICATÓRIA

À minha mãe e à minha orientadora, dedico
com imenso reconhecimento, este trabalho.

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

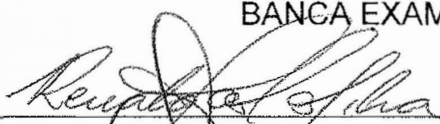
HARLEY FRANCISCO VIANA

ANÁLISE AVANÇADA DINÂMICA DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO

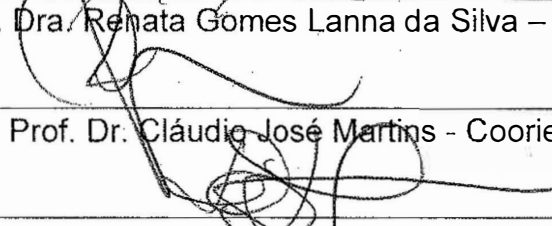
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Civil do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Aprovado em 08 de Fevereiro de 2019

BANCA EXAMINADORA

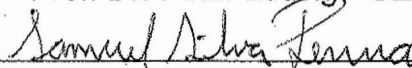


Prof. Dra. Renata Gomes Lanna da Silva – Orientadora



Prof. Dr. Cláudio José Martins - Coorientador

Prof. Dr. Peter Ludvig - CEFET-MG



Prof. Dr. Samuel Silva Penna - UFMG

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me permitir realizar tantos sonhos.

À Prof^a.Dr^a. Renata Gomes Lanna da Silva, pela excelente orientação, disponibilidade, dedicação, incentivo e amizade. Muito obrigado pela oportunidade.

Ao Prof.Dr. Cláudio José Martins, pelas contribuições dadas para a realização deste trabalho.

Aos professores da banca, pelas contribuições e observações pertinentes para a melhoria deste trabalho, pelos conhecimentos transmitidos e disposição em ajudar.

À minha mãe, Aurení Francisca de Almeida, pelo amor, incentivo e compreensão em todos os momentos e por fazer de tudo para que meus sonhos se tornassem possíveis.

Aos meus irmãos, Gleizianne Viana e Warley Viana, sobrinho, Alan Victor, e afilhado, Lucas Henrique, pelo apoio, carinho e compreensão.

À minha namorada, Flávia Santos, pelo amor e companheirismo demonstrados em todos os momentos que estivemos juntos.

Ao meu amigo Giovani Vitorino, irmão de consideração, pelo companheirismo e suporte na elaboração deste trabalho.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do CEFET-MG, pela dedicação, atenção e disponibilidade em ajudar.

Aos colegas da Pós-Graduação, em especial a Camila, Guilherme e Scarlet, pelo apoio, solidariedade e momentos de alegria compartilhados.

À Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais, FAPEMIG, e ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET-MG, pelo suporte financeiro.

À todas as pessoas que contribuíram para a realização deste trabalho. Muito obrigado.

EPÍGRAFE

“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos”.

(Isaac Newton)

RESUMO

As estruturas de aço são geralmente projetadas para edificações industriais e comerciais, uma vez que apresentam elevada relação resistência/peso e excelente ductilidade. Tal sistema construtivo possui elevada esbeltez e leveza, e, por isso, faz-se necessária a sua verificação estrutural considerando ações dinâmicas e efeitos de segunda ordem. Durante a fase de projeto, são realizadas análises para obtenção das respostas da estrutura e para o dimensionamento dos elementos estruturais. Por meio da utilização de programas computacionais, pesquisadores têm obtido resultados mais condizentes com o comportamento real das estruturas. Esses softwares, fazendo o uso de métodos de análise avançada, são capazes de considerar, simultaneamente, diferentes causas para o comportamento não linear da estrutura e diferentes tipos de carregamentos, sendo, portanto, menos conservadores e mais eficazes. No caso de estruturas leves e esbeltas, os efeitos de cargas dinâmicas são mais pronunciados e, portanto, não podem ser negligenciados durante a análise. Assim, nessas situações, uma análise rigorosa, baseada nos conceitos de Análise Avançada, torna-se ainda mais necessária. O objetivo da presente pesquisa é apresentar um estudo do comportamento dinâmico, via integração no domínio do tempo, de pórticos planos de aço, considerando a não linearidade física e geométrica. As análises transientes não lineares são realizadas por meio do programa PPLANLEP, que é baseado no método dos elementos finitos. A metodologia numérica proposta leva em conta o escoamento gradual do aço na seção transversal e ao longo do comprimento das barras, as tensões residuais e os efeitos de segunda-ordem $P-\Delta$ e $P-\delta$. Para a solução do problema transiente não linear, é implementado o algoritmo de integração implícita de Newmark (1959) combinado à técnica de Newton-Raphson. A fim de descrever o comportamento *tensão x deformação* do material, é implementado um modelo elastoplástico bilinear com endurecimento isotrópico. Os resultados das análises realizadas apresentaram uma boa concordância com as soluções numéricas disponíveis na literatura, demonstrando a eficiência do método proposto na obtenção do comportamento dinâmico não linear de estruturas de aço. A partir dos históricos de deslocamentos obtidos pela análise transiente não linear foi possível identificar o surgimento do amortecimento histerético da estrutura em decorrência da energia absorvida durante o processo de deformação plástica dos membros estruturais, com a consequente redistribuição dos esforços internos.

Palavras-chave: Análise dinâmica não linear, Análise avançada, Algoritmo de Newmark, Método da zona plástica, Efeitos de segunda ordem.

ABSTRACT

Steel structures are generally designed for industrial and commercial buildings, since they have high strength-to-weight ratio and excellent ductility. Such a constructive system has high slenderness ratio and lightness, and, therefore, it is necessary its structural verification considering dynamic actions and second order effects. During the design phase, analyzes are performed to obtain the structure responses and to design structural elements. Through computer programs, researches have obtained results more consistent with the real behavior of the structures. These software programs using advanced analysis methods are able to consider simultaneously different causes for the nonlinear behavior of the structure as well as different types of loading, resulting in a less conservative design. In the case of light and slender structures, the effects of dynamic loads are more pronounced and, therefore, cannot be neglected during the analysis. The objective of this research is to present a study of the dynamic behavior of plane steel frames, through time-domain integration, considering the physical and geometric nonlinearities. The nonlinear transient analyzes are performed through the PPLANLEP computational program, which is based on the finite element method. The proposed numerical methodology includes the spread of plasticity within the cross section and along the member length, residual stresses and $P-\Delta$ and $P-\delta$ second-order effects. In order to solve the nonlinear transient equations, it is implemented the Newmark's implicit time integration method combined with the Newton-Raphson technique. To describe the *stress x strain* behavior of the material, it is implemented a bilinear elastoplastic isotropic hardening model. The results of the performed analyzes showed a good agreement with the numerical solutions available in the literature, demonstrating the efficiency of the proposed method in obtaining the nonlinear dynamic behavior of steel structures. From the time histories of displacements obtained by the nonlinear transient analysis it was possible to identify the occurrence of hysteretic damping of the structure as a result of the structural plastic deformation and its inherent energy absorption, with consequent redistribution of the internal forces.

Key-Words: Nonlinear dynamic analysis, Advanced analysis, Newmark's method, Distributed plasticity approach, Second-order effects.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Comportamento força x deslocamento dos vários tipos de análise	31
FIGURA 2 - Discretização no Método da Zona Plástica.....	34
FIGURA 3 - Efeito Bauschinger.....	35
FIGURA 4 - Modelo elástico-perfeitamente plástico.....	36
FIGURA 5 - Modelo elastoplástico com endurecimento isotrópico.....	36
FIGURA 6 - Modelo elastoplástico com endurecimento independente	37
FIGURA 7 - Modelo elastoplástico com endurecimento cinemático	37
FIGURA 8 - Transição entre trechos na curva tensão x deformação	38
FIGURA 9 - Elemento de pórtico plano em sua configuração de referência e em sua configuração corrigida para a condição de extremidades rígido-rígido	42
FIGURA 10 - Campo de deslocamento na flexão considerando a teoria de Euler-Bernoulli.....	44
FIGURA 11 - Elemento infinitesimal do eixo da barra antes e após deformação	45
FIGURA 12 - Processo incremental-iterativo com controle de carga	51
FIGURA 13 - Modelo de fatias	59
FIGURA 14 - Fluxograma do algoritmo de solução incremental-iterativo para análises estáticas	61
FIGURA 15 - Procedimentos para cálculo de tensão e deformação nas fatias.....	63
FIGURA 16 - Fluxograma do algoritmo para análise transiente não linear	68
FIGURA 17 - Configuração e propriedades do pórtico abatido de Williams (1964)...	70
FIGURA 18 - Histórico de deslocamentos do pórtico abatido de Williams (1964).....	71
FIGURA 19 - Configuração e propriedades do pórtico de dois andares e um vão com bases rotuladas	72
FIGURA 20 - Histórico de deslocamentos do pórtico de dois andares e um vão com bases apoiadas sem a consideração de cargas gravitacionais.....	73
FIGURA 21 - Histórico de deslocamentos do pórtico de dois andares e um vão com bases apoiadas com a consideração de cargas gravitacionais.....	73
FIGURA 22 - Comparação entre as respostas do pórtico de dois andares e um vão com bases apoiadas, com e sem a consideração de cargas gravitacionais	74
FIGURA 23 - Configuração e propriedades do pórtico de um andar e um vão de Rothert et al. (1990)	75

FIGURA 24 - Resposta dinâmica do pórtico de um andar e um vão de Rothert et al. (1990)	75
FIGURA 25 - Plastificação nos membros do pórtico de um andar e um vão de Rothert et al. (1990)	76
FIGURA 26 - Configuração e propriedades do pórtico de um andar e um vão com bases engastadas de Toridis - Khozeimeh (1971)	78
FIGURA 27 - Histórico de deslocamentos do pórtico de um andar e um vão com bases engastadas de Toridis - Khozeimeh (1971).....	78
FIGURA 28 - Influência da matriz de massa na resposta dinâmica para o pórtico de Toridis – Khozeimeh (1971)	80
FIGURA 29 - Comparação entre as respostas dinâmicas obtidas por diferentes matrizes de massa	80
FIGURA 30 - Configuração e propriedades do pórtico simples biapoiado	81
FIGURA 31 - Resposta dinâmica do pórtico de um andar e um vão com bases rotuladas.....	82
FIGURA 32 - Resposta transiente não linear para diferentes malhas.....	83
FIGURA 33 - Resposta transiente não linear para diferentes passos de tempo - 1 elemento.....	83
FIGURA 34 - Resposta transiente não linear para diferentes passos de tempo - 4 elementos.....	84
FIGURA 35 - Influência da resistência ao escoamento na resposta transiente não linear do pórtico de um andar e um vão com bases rotuladas e com imperfeição geométrica inicial.....	84
FIGURA 36 - Configuração e propriedades do pórtico de aço de dois andares.....	85
FIGURA 37 - Resposta dinâmica do pórtico de dois andares e um vão com bases engastadas, com imperfeição inicial.....	86

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Comparação entre os métodos de análise elastoplástica	34
TABELA 2 - Métodos da família Newmark	56
TABELA 3 - Tipos de distribuição das tensões residuais	60
TABELA 4 - Algoritmo para análise transiente não linear	64
TABELA 5 - Evolução da plastificação: Porcentagem da área das seções transversais que escoaram ao longo do tempo - Pórtico de Rothert et al. (1990).	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEFET-MG – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais

MC – Matriz de Massa Consistente

MD – Matriz de Massa Discreta

MEF – Método dos Elementos Finitos

MRE – Método da Rótula Elastoplástica

MRPR – Método da Rótula Plástica Refinado

MZP – Método da Zona Plástica

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Minúsculas

a, b	- Nós do elemento nas extremidades da esquerda e direita, respectivamente
a_i	- Constantes do método de Newmark, onde $i = 0, \dots, 7$
b_f	- Largura da mesa do perfil “I”
b_i	- Largura da fatia i
d	- Altura total do perfil “I”
$\overline{dS_c}$	- Comprimento de uma fibra situada no eixo da barra na configuração corrigida
$\overline{dS_r}$	- Comprimento de uma fibra situada no eixo da barra na configuração de referência
$\overline{du_c}, \overline{dv_c}$	- Deslocamentos infinitesimais, axial e transversal, na configuração deformada
d	- Altura da alma do perfil “I”
dV_r	- Elemento de volume na configuração de referência
dx_r	- Distância entre duas seções transversais ortogonais ao eixo longitudinal
h	- Altura da seção transversal
k_{ij}	- Coeficientes da matriz de rigidez tangente do elemento, onde $i, j = 1, \dots, 6$
l_r, l_c	- Comprimento do elemento ou fibra na configuração de referência e corrigida, respectivamente
p_i	- Graus de liberdade cartesianos, onde $i = 1, \dots, 6$
$\mathbf{q}_\alpha$	- Vetor que contém os graus de liberdade naturais ou corrotacionais, onde $\alpha = 1, 2, 3$
q_1	- Grau de liberdade natural que mede a mudança de comprimento da corda de um elemento (alongamento ou encurtamento)

q_2, q_3	-	Graus de liberdade naturais que medem o ângulo α_a da extremidade a do elemento e o ângulo α_b da extremidade b do elemento, respectivamente, na configuração corrigida, independentes da rotação de corpo rígido
$\mathbf{t}$	-	Parcela não-nula da matriz de rotação de eixos $\mathbf{T}$
t_f	-	Espessura da mesa do perfil “I”
t_i	-	Espessura da fatia i
t_w	-	Espessura da alma do perfil “I”
u	-	Deslocamento axial do nó
$\bar{u}$	-	Deslocamento axial dos pontos situados sobre o eixo da barra
$\bar{u}'$	-	Derivada do deslocamento axial $\bar{u}$
u_a, u_b	-	Deslocamento axial dos nós a e b, respectivamente
v	-	Deslocamento transversal do nó
v_c	-	Deslocamento transversal do nó devido ao cisalhamento
$\bar{v}$	-	Deslocamento transversal dos pontos situados sobre o eixo da barra
v_a, v_b	-	Deslocamento transversal dos nós a e b, respectivamente
x	-	Coordenada genérica do ponto no eixo das abscissas
x_a, x_b	-	Coordenadas nodais, segundo o eixo das abscissas na configuração de referência
x_c, x_r	-	Eixo paralelo ao elemento no sistema local corrotacional centrado, respectivamente, nos elementos deformado e de referência
y_a, y_b	-	Coordenadas nodais, segundo o eixo das ordenadas na configuração de referência
y_c, y_r	-	Eixo perpendicular ao elemento no sistema local corrotacional centrado, respectivamente, nos elementos deformado e de referência
y_r	-	Distância entre o eixo de um elemento de barra curva e uma fibra paralela a este eixo
z_i	-	Coordenada no centro da fatia i em relação ao centro de gravidade da seção transversal

Letras Romanas Maiúsculas

A	-	Área da seção transversal
A_r	-	Área da seção transversal do elemento ou fibra na configuração de referência (inicial)
B	-	Matriz de mudança de coordenadas
$\bar{\mathbf{B}}$	-	Forma local da matriz B
B	-	Transposta da matriz de mudança de coordenadas
C	-	Matriz de amortecimento global
C_e	-	Matriz de amortecimento do elemento
C_α	-	Coeficiente de rigidez, onde $\alpha = 1, 2, 3$
C_{αm}	-	Coeficientes de rigidez médios, onde $\alpha = 1, 2, 3$
C_m	-	Coeficiente de equivalência de momentos
C_t	-	Coeficiente de redução usado no cálculo da área líquida efetiva
D	-	Matriz constituinte da parcela constitutiva da matriz de rigidez tangente
D^f	-	Matriz constituinte da parcela constitutiva da matriz de rigidez tangente devido à flexão
D_{αβ}	-	Elementos da matriz de rigidez constitutiva do elemento no sistema de coordenadas corrotacionais, onde $\alpha, \beta = 1, 2, 3$
D^f_{αβ}	-	Elementos da matriz de rigidez constitutiva do elemento no sistema de coordenadas corrotacionais devido à flexão
D_f	-	Módulo de rigidez do material devido à flexão
E	-	Módulo de elasticidade longitudinal
E_t	-	Módulo tangente
F_{ext}	-	Vetor de forças externas aplicadas
F_{int}	-	Vetor de forças internas
F_r	-	Vetor de cargas de referência
G_α	-	Matriz simétrica que representa uma parcela da matriz de rigidez geométrica e vem da derivada segunda $q_{\alpha,ij}$, onde $\alpha = 1, 2, 3$ e $i = 1, \dots, 6$

$\overline{\mathbf{G}}_{\alpha}$	-	Forma local da matriz $\mathbf{G}_{\alpha}$
$\mathbf{H}$	-	Matriz constituinte da parcela geométrica da matriz de rigidez tangente
$\mathbf{H}^f$	-	Matriz constituinte da parcela geométrica da matriz de rigidez tangente devido à flexão
$H_{\alpha,\beta}$	-	Elementos da matriz $\mathbf{H}$, onde $\alpha = 1, 2, 3$
$H^f_{\alpha,\beta}$	-	Elementos da matriz $\mathbf{H}$ devido à flexão
I	-	Momento de inércia da seção transversal
$\mathbf{K}$	-	Matriz de rigidez tangente global do sistema
$\hat{\mathbf{K}}$	-	Matriz de rigidez efetiva
$\mathbf{K}_e$	-	Matriz de rigidez tangente do elemento
$\mathbf{K}_G$	-	Forma local da matriz de rigidez geométrica em coordenadas cartesianas
$\mathbf{K}_M$	-	Forma local da matriz de rigidez constitutiva em coordenadas cartesianas
L	-	Vão, distância, comprimento do elemento
$\mathbf{M}$	-	Matriz de massa global
$\mathbf{M}_e$	-	Matriz de massa do elemento
$\mathbf{0}_3$	-	Matriz nula (3x3)
$\mathbf{P}$	-	Vetor das forças internas no sistema local cartesiano
P_i	-	Forças nodais internas de um elemento no sistema global de coordenadas cartesianas
$\mathbf{Q}$	-	Vetor dos esforços internos naturais no sistema de coordenadas corrotacionais, onde $\alpha = 1, 2, 3$
Q_{α}	-	Esforços internos nas coordenadas naturais ou corrotacionais
R	-	Fator de redução
$\mathbf{R}$	-	Vetor de forças residuais
S	-	Momento estático da seção transversal
$\mathbf{S}$	-	Vetor dos esforços internos da estrutura
$\mathbf{T}$	-	Matriz de rotação de eixos
$\mathbf{T}^T$	-	Transposta da matriz de rotação de eixos
$\mathbf{U}$	-	Vetor de deslocamentos nodais

- $\dot{\mathbf{U}}$ - Vetor de velocidades nodais
- $\ddot{\mathbf{U}}$ - Vetor de acelerações nodais
- V_r - Volume do elemento nas configurações de referência

Letras Gregas

- α - Ângulo de rotação do eixo de um elemento em relação à sua corda após a deformação; rotação da seção devido à flexão
- α' - Derivada do ângulo entre a corda e a tangente ao eixo da barra
- α_a, α_b - Ângulo de rotação nas extremidades do elemento, $\alpha_a = q_2$ e $\alpha_b = q_3$
- β - Parâmetro do Método de Newmark
- $\delta\epsilon$ - Deformação virtual de uma fibra
- $\delta\lambda$ - Incremento do fator de cargas
- δp_i - Vetor de deslocamentos nodais virtuais do elemento
- $\delta\mathbf{U}$ - Vetor de correção dos deslocamentos nodais
- Δ - Flecha, deslocamento
- Δl - Medida do alongamento ou encurtamento do elemento
- $\Delta\epsilon$ - Acréscimo de deformação
- $\Delta\epsilon_p$ - Acréscimo de deformação plástica
- $\hat{\mathbf{F}}$ - Vetor de forças efetivo
- $\Delta\sigma_E$ - Acréscimo de tensão normal elástica
- $\Delta\sigma$ - Acréscimo de tensão normal
- Δt - Incremento de tempo
- $\Delta\mathbf{U}$ - Vetor de deslocamentos incremental
- $\Delta\mathbf{U}^P, \Delta\mathbf{U}^R$ - Vetor de deslocamentos incrementais relacionado à carga de referência e à carga residual, respectivamente
- ϵ - Deformação ou deformação de engenharia; campo de deformação
- $\bar{\epsilon}$ - Deformação de uma fibra genérica situada no eixo longitudinal
- ϵ_x - Deformação longitudinal do elemento

$\bar{\epsilon}_{x_m}$	-	Valor médio para a deformação $\bar{\epsilon}_x$
$\epsilon_{,\alpha}$	-	Derivada primeira do campo de deformação ϵ
$\epsilon_{,\alpha\beta}$	-	Derivada segunda do campo de deformação ϵ
ϵ_y	-	Deformação do início do escoamento
ξ	-	Coeficiente de amortecimento
γ	-	Parâmetro do Método de Newmark
μ	-	Coeficiente de amortecimento viscoso do material
μ_1, μ_2	-	Coeficientes de proporcionalidade de Rayleigh
θ	-	Rotação do nó
θ_a, θ_b	-	Rotação dos nós a e b medidos a partir da configuração de referência até a corda
θ_c	-	Rotação de corpo rígido
ρ	-	Densidade do material
$\bar{\lambda}$	-	Estiramento de uma fibra genérica situada no eixo longitudinal
σ	-	Tensão normal ou de engenharia de uma fibra
σ_r	-	Tensão residual
σ_{rc}	-	Tensão residual de compressão
σ_{rt}	-	Tensão residual de tração
σ_y	-	Resistência ao escoamento
ϕ_r, ϕ_c	-	Ângulos que a corda do elemento faz com o eixo das abscissas nas configurações de referência e deformada
ψ_i	-	Função de interpolação para os deslocamentos

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	ANÁLISE AVANÇADA DINÂMICA DE PÓRTICOS DE AÇO – ESTADO DA ARTE	23
1.2	OBJETIVOS	26
1.2.1	Objetivo geral	26
1.2.2	Objetivos específicos	26
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	26
2	ANÁLISE AVANÇADA	29
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	29
2.2	TIPOS DE ANÁLISE.....	30
2.2.1	Análise Elástica de Primeira Ordem.....	31
2.2.2	Análise Elástica de Segunda Ordem.....	32
2.2.3	Análise Elastoplástica de Primeira Ordem	32
2.2.4	Análise Elastoplástica de Segunda Ordem	32
3	MODELOS ELASTOPLÁSTICOS CÍCLICOS PARA ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE AÇO	35
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	35
3.2	MODELO ELÁSTICO-PERFEITAMENTE PLÁSTICO	36
3.3	MODELOS ELASTOPLÁSTICOS COM ENDURECIMENTO LINEAR....	36
3.3.1	Modelo isotrópico	36
3.3.2	Modelo independente	37
3.3.3	Modelo cinemático	37
3.4	COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE UM ELEMENTO DE AÇO SUBMETIDO À UM PROCESSO INCREMENTAL DE CARREGAMENTO	38
4	FORMULAÇÃO PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO	41
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	41
4.2	FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO PLANO	41
4.3	CINEMÁTICA DO ELEMENTO	43
4.4	EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO.....	46
4.5	MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENTE DO ELEMENTO	46
4.6	FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO	47
4.7	VALOR MÉDIO DE DEFORMAÇÃO	48
5	MÉTODOS DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO NÃO LINEARES	49

5.1	MÉTODOS INCREMENTAIS-ITERATIVOS.....	49
5.1.1	Método de Controle de Carga	50
6	DINÂMICA DAS ESTRUTURAS.....	52
6.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	52
6.2	RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUILÍBRIO DINÂMICO NÃO LINEAR.....	53
6.2.1	Equação de equilíbrio dinâmico	53
6.2.2	Matriz de Massa	54
6.2.3	Matriz de Amortecimento	55
6.2.4	Método de Newmark	55
7	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	57
7.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	57
7.2	VISÃO GERAL DO PROGRAMA PPLANLEP.....	58
7.3	IMPLEMENTAÇÃO DA LEI CONSTITUTIVA BILINEAR PARA CARREGAMENTOS CÍCLICOS.....	62
7.3.1	Rotina de cálculo das tensões e deformações.....	62
7.4	IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO PARA ANÁLISE TRANSIENTE NÃO LINEAR	64
8	EXEMPLOS NUMÉRICOS.....	69
8.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	69
8.2	PÓRTICOS DE AÇO SUBMETIDOS À AÇÕES DINÂMICAS.....	69
8.2.1	Pórtico abatido com bases engastadas de Williams (1964)	70
8.2.2	Pórtico de dois andares e um vão com bases rotuladas	71
8.2.3	Pórtico de um andar e um vão com bases engastadas de Rothert et al. (1990).....	74
8.2.4	Pórtico de um andar e um vão com bases engastadas de Toridis-Khozeimeh (1971)	77
8.2.5	Pórtico de um andar e um vão com bases rotuladas, com imperfeição geométrica inicial	81
8.2.6	Pórtico de aço de dois andares e um vão com bases engastadas, com imperfeição inicial	85
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	87
	REFERÊNCIAS.....	89

1 INTRODUÇÃO

A construção civil é um setor de grande importância para o desenvolvimento sustentável, pois causa direta ou indiretamente impactos sociais, econômicos e ambientais que interferem na qualidade de vida da população. Estima-se que, internacionalmente, entre 40% e 75% dos recursos naturais são consumidos por esse setor, resultando, assim, em uma enorme geração de resíduos (MENDES, 2013). Dentre os sistemas construtivos existentes, a construção metálica constitui uma solução que vai ao encontro do conceito de construção sustentável, visto que o aço pode ser reutilizado e reciclado, podendo retornar aos fornos siderúrgicos, para receber um novo destino, após a vida útil da edificação. Tendo por base esse contexto, pesquisadores têm proposto novos métodos de análise e dimensionamento que visam um maior aproveitamento dos materiais empregados nos processos construtivos (BATELO, 2018; DA SILVA et al., 2018; NGUYEN; KIM, 2018; TRUONG; KIM, 2018).

No que se refere às estruturas de aço, têm sido apresentadas formulações teóricas rigorosas e consistentes baseadas nos conceitos da Análise Avançada, que permitem obter uma resposta mais realista do comportamento estrutural e um dimensionamento menos conservador. Esses métodos são capazes de considerar simultaneamente os fatores que afetam o comportamento das estruturas de aço, tais como a não linearidade geométrica e do material, as tensões residuais, as imperfeições geométricas, as ligações semirrígidas, entre outros (SILVA, 2010).

A não linearidade geométrica é responsável por considerar os efeitos de segunda ordem $P-\Delta$ (global), associado ao acréscimo de momentos devido ao deslocamento lateral, e $P-\delta$ (a nível do elemento), associado ao acréscimo de momentos pelo arqueamento das barras sujeitas a forças axiais. Por sua vez, a não linearidade do material é responsável por incluir os efeitos da perda da rigidez do material durante a história de carregamento da estrutura.

A Análise Avançada refere-se a um método de análise que, de forma adequada, avalia simultaneamente a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo, de tal forma que as verificações posteriores de cada elemento separadamente, conforme fazem as normas técnicas, possam ser dispensadas. Essa análise pode prever com bastante precisão os possíveis modos de falha de uma estrutura, apresentar um nível mais uniforme de segurança e proporcionar um maior índice de confiabilidade na análise e dimensionamento, ao se utilizar adequadamente

os fatores de combinação das ações e os coeficientes de ponderação das resistências (LAVALL et al., 2013).

A utilização da análise avançada no processo de dimensionamento estrutural pode possibilitar uma redução do consumo de matéria-prima usada na produção do aço já que esse método favorece a criação de estruturas esbeltas e leves de forma otimizada. No entanto, ao se projetar estruturas com elevada esbeltez e leveza, é importante que se considere os efeitos dinâmicos durante as análises, já que a falta de conhecimento da resposta dos elementos estruturais submetidos a tais carregamentos pode resultar em colapso parcial ou total do sistema estrutural. Nessas ocasiões, a realização apenas de uma análise estática linear elástica tende a ser antieconômica (BATELO, 2018), sendo necessária uma análise estrutural mais criteriosa, que permita a correta identificação de fenômenos dinâmicos e de instabilidade, e que visa obter resultados mais realistas e menos conservadores.

As estruturas esbeltas estão sujeitas, constantemente, a esforços de vento. Essas solicitações podem causar à estrutura efeitos não previstos por um modelo de análise estática. Assim, em situações como essas, torna-se necessária a realização de uma análise dinâmica. A partir desse tipo de análise é possível determinar os esforços solicitantes e as variáveis que descrevem o movimento da estrutura, tais como os valores de deslocamentos, velocidades e acelerações. Essas informações refletem os efeitos provocados por ações dinâmicas e que não são detectados em uma análise estática. Com base nesses resultados, é possível dimensionar uma estrutura que atenda às solicitações a que realmente estará submetida, garantindo, dessa forma, segurança à construção.

Segundo Meireles (2007), a análise dinâmica de uma estrutura é uma extensão da análise estática. O termo dinâmica acrescenta à análise a variação no tempo e a sua consequência em termos de resposta da estrutura que tem de considerar o efeito das ações de inércia resultantes. Dessa forma, assim como a análise estática, a análise dinâmica tem como objetivo estudar os efeitos causados na estrutura devido à ação de uma carga solicitante. Contudo, um problema dinâmico possui natureza tempo-dependente, logo, forças inerciais e eventuais variações temporais de carga devem ser necessariamente consideradas.

Para a obtenção das respostas dinâmicas das estruturas ao longo do tempo, especialmente em problemas não lineares, adotam-se métodos de integração numérica no tempo, cujas soluções são obtidas para dado intervalo de tempo. Os

algoritmos de integração direta, implícitos e explícitos, são, em geral, os mais apresentados na literatura (SILVA, 2009). Os algoritmos explícitos são sempre condicionalmente estáveis, portanto, para que seja atendida a condição de estabilidade, os incrementos de tempo devem ser muito pequenos. Esses procedimentos são indicados para problemas dinâmicos de curta duração. Por outro lado, os algoritmos implícitos são incondicionalmente estáveis, ou seja, não possuem restrição com relação ao tamanho do incremento de tempo (COOK et al., 2002).

O crescente avanço tecnológico na área da informática tem propiciado o desenvolvimento de eficientes ferramentas computacionais, a criação de programas e plataformas de cálculo, tornando possível a realização de análises dinâmicas das estruturas.

Muitos trabalhos vêm sendo realizados na área estrutural e tem-se observado que apenas a análise estática pode não ser capaz de descrever o comportamento real de uma estrutura submetida às diversas solicitações externas, principalmente no caso de situações atípicas como as estruturas submetidas a ação de sismos ou a rajadas de ventos fortes. Assim, muitas pesquisas têm enfatizado a necessidade de se realizar uma análise dinâmica para se verificar o comportamento estrutural.

O presente trabalho apresenta um estudo do comportamento dinâmico, via integração no domínio do tempo, de pórticos planos de aço, considerando a não linearidade física e geométrica. Para isso, emprega-se uma formulação geometricamente exata, baseada na cinemática de Euler-Bernoulli e nos conceitos de plasticidade distribuída. O modelo numérico é capaz de considerar os efeitos da distribuição da plastificação ao longo das barras e das seções transversais, as tensões residuais, as imperfeições geométricas iniciais e os efeitos de segunda-ordem $P-\Delta$ e $P-\delta$. A formulação apresentada é bastante geral, considerando-se a hipótese de pequenas deformações, embora permita que os nós sofram grandes deslocamentos e rotações e as barras sofram grandes alongamentos e curvaturas. Para a solução do problema transiente não linear, é implementado o algoritmo de integração implícita de Newmark (1959) combinado à técnica de Newton-Raphson. A fim de descrever o comportamento *tensão x deformação* do material, é implementado um modelo bilinear elastoplástico com endurecimento isotrópico.

1.1 ANÁLISE AVANÇADA DINÂMICA DE PÓRTICOS DE AÇO – ESTADO DA ARTE

Diferentes formulações que apresentam recursos para análises estática e dinâmica de estruturas, especialmente para os pórticos de aço, têm sido publicadas na literatura. Dentre os fatores relevantes incluídos nessas formulações se destacam: os efeitos das não linearidades do material e geométrica da estrutura e as influências da flexibilidade das ligações. Recentemente, alguns trabalhos têm sido publicados nesse campo de pesquisa, tais como os apresentados por Sekulovic, Salatic e Nefovska (2002), Lee, Kim e Lee (2010), Nguyen e Kim (2014; 2013, 2015), Yu e Zhu (2016), Silva et al. (2018), Viana et al. (2018) e Da Silva et al. (2018).

Em meados da década de setenta, Bathe e Ozdemir (1976) desenvolveram uma formulação, baseada na mecânica do contínuo, para a análise elastoplástica em 2ª ordem de estruturas sujeitas a carregamentos estáticos ou dinâmicos. Duas formulações, Lagrangeana Total e Lagrangeana Atualizada, foram discutidas e comparadas. O procedimento incremental-iterativo de Newton-Raphson modificado foi combinado com os métodos de integração de Newmark e Wilson- θ para a solução do problema transiente não linear.

Muitos pesquisadores já realizaram análises dinâmicas avançadas de pórticos planos e espaciais em aço considerando as ligações semirrígidas. Pode ser citado o trabalho de Sekulovic, Salatic e Nefovska (2002), que propuseram um modelo numérico de análise avançada dinâmica, baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), que considera o comportamento não linear das ligações e a não linearidade geométrica no cálculo dos esforços e deslocamentos atuantes nas estruturas planas de aço. Dois tipos de ligações semirrígidas entre vigas e pilares, considerando relação linear e não linear momento-rotação, foram adotadas.

Chan e Chui (2000) apresentaram um vasto apanhado de estudos sobre análise dinâmica de estruturas de aço considerando o material inelástico, os efeitos não lineares geométricos e as ligações semirrígidas. Os autores propuseram um refinamento na relação *momento x curvatura* para o modelo elástico-perfeitamente plástico com o objetivo de representar uma transição suave entre o regime elástico e o plástico do material.

Lee, Kim e Lee (2010) desenvolveram um modelo de formação de rótulas plásticas pontuais capaz de considerar a interação entre o momento fletor e a força axial nas análises de colapso progressivo de estruturas de aço com ligações soldadas. O

modelo considera o critério de escoamento de von Mises combinado com o endurecimento isotrópico não linear do material e a não linearidade geométrica. O método de integração de Newmark combinado com o procedimento incremental-iterativo de Newton-Raphson foi empregado para a análise dinâmica.

Schachter e Reinhorn (2011) propuseram uma formulação para a análise dinâmica de estruturas espaciais de aço considerando efeitos de segunda ordem e a não linearidade do material. A formulação apresentada foi feita considerando uma rigorosa formulação Lagrangeana, que emprega a técnica corrotacional para obtenção da matriz de rigidez do elemento. A abordagem corrotacional possibilita uma descrição independente da não linearidade do material, sendo esta usualmente formulada em relação ao sistema local, ao passo que a não linearidade geométrica, que apresenta implicações globais, é formulada em relação ao sistema de coordenadas global. As diferenças entre os deslocamentos totais e os movimentos de corpo rígido são iguais às deformações atuais do elemento.

Nguyen e Kim (2013) apresentaram um procedimento numérico para análise dinâmica não linear de segunda ordem de pórticos espaciais de aço. A não linearidade geométrica foi considerada utilizando uma matriz de rigidez geométrica e funções de estabilidade. O comportamento cíclico das ligações semirrígidas foi capturado pelo modelo de endurecimento obtido com as curvas de momento-rotação. Assim como apontado por Sekulovic, Salatic e Nefovska (2002), os autores concluíram que se torna essencial a consideração das ligações semirrígidas na previsão do comportamento dinâmico das estruturas de aço, visto que o aumento da flexibilidade das ligações reduz a rigidez global da estrutura e, conseqüentemente, as frequências naturais.

Em seguida, Nguyen e Kim (2014) propuseram um método para análise dinâmica física e geometricamente não linear de estruturas planas de aço. O comportamento elastoplástico do material foi considerado utilizando a relação entre tensão e deformação axial para cada fatia da seção transversal dos elementos. Um modelo de material elástico-perfeitamente plástico foi adotado para obtenção da matriz de rigidez do elemento. O método proposto considera a não linearidade geométrica, o escoamento gradual do material, a influência das tensões residuais e o efeito da flexibilidade das ligações. A equação diferencial de movimento foi solucionada combinando o método de Newton-Raphson com o algoritmo de Hilber-Hughes-Taylor. O modelo descrito não considera os efeitos de cisalhamento no escoamento

dos materiais nem as deformações axiais e de cisalhamento nas ligações. Recentemente, Nguyen e Kim (2015) estenderam o modelo proposto de modo a considerar o comportamento inelástico na análise dinâmica das estruturas espaciais de aço.

Mazza (2014) desenvolveu um programa computacional capaz de prever o comportamento não linear de estruturas espaciais de aço e de concreto, sujeitas a carregamentos dinâmicos e estáticos. Um modelo de plasticidade distribuída capaz de acompanhar a evolução das zonas plásticas nas extremidades das barras foi proposto. A propagação da plastificação foi considerada por meio do monitoramento da resposta inelástica nas extremidades das seções e pela avaliação da distribuição da curvatura na zona inelástica. Além disso, o modelo é capaz de considerar a perda da rigidez à flexão ao longo do comprimento da barra. Para o modelo de plasticidade distribuída proposto, assumiram-se deformações axiais e torcionais completamente elásticas, enquanto que as deformações por cisalhamento foram negligenciadas. A análise dinâmica não linear foi conduzida utilizando um procedimento passo a passo baseado no esquema de integração implícita de dois parâmetros proposto por Casciaro (1975).

Batelo (2014) realizou análises de pórticos de aço considerando os efeitos não lineares geométricos, o comportamento não linear do material e o efeito da flexibilidade das ligações. Análises dinâmicas não lineares foram executadas considerando o método da rótula elastoplástica e o método da rótula plástica refinado.

Yu e Zhu (2016) propuseram um modelo baseado no método das partículas finitas (FPM) para análise dinâmica não linear do colapso de estruturas planas de aço. Os pesquisadores investigaram o comportamento das ligações semirrígidas sob cargas dinâmicas considerando a não linearidade física e geométrica. As ligações viga-pilar foram modeladas adotando-se um elemento independente de mola de comprimento nulo com comportamento não linear. O efeito de histerese, presente nas ligações, também foi considerado por meio do emprego do modelo de endurecimento independente. Os autores concluíram que o modelo de ligação rígida pode superestimar a capacidade de carregamento das estruturas.

Da Silva et al. (2018) apresentaram uma formulação geometricamente exata, capaz de considerar as não linearidades física e geométrica e as deformações por cisalhamento via teoria de Timoshenko (1921). A metodologia proposta foi implementada no programa desenvolvido por Lavall (1996), PPLANLEP (Programa de

Pórticos Planos de Aço, considerando a **Análise Não Linear Elasto-Plástica**), que utiliza a abordagem corrotacional e o método da plasticidade distribuída para a obtenção da matriz de rigidez tangente do elemento. O programa também considera as ligações semirrígidas na análise de pórticos planos. No presente trabalho, o algoritmo de integração implícita de Newmark (1959) combinado à técnica de Newton-Raphson será implementado no programa PPLANLEP para realizar a análise avançada dinâmica de pórticos planos de aço.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo apresentar um estudo do comportamento dinâmico, via integração no domínio do tempo, de pórticos planos de aço, considerando a não linearidade física e geométrica.

1.2.2 Objetivos específicos

Para o alcance do objetivo principal, foram definidos os objetivos específicos:

- i. Implementar a matriz de massa e de amortecimento do elemento de pórtico plano com extremidades rígidas, para a construção das equações incrementais de movimento;
- ii. Implementar no programa PPLANLEP o algoritmo de integração implícita de Newmark (1959) combinado à técnica de Newton-Raphson para a solução do problema transiente não linear;
- iii. Implementar o modelo bilinear elastoplástico com endurecimento isotrópico para a representação do comportamento *tensão x deformação* do material durante a análise dinâmica;
- iv. Validar a formulação proposta por meio de aplicações em exemplos numéricos de estruturas reticuladas planas presentes na literatura.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Inicialmente é apresentada no capítulo 2, uma revisão bibliográfica sobre a Análise Avançada. O capítulo inicia-se com a descrição dos preceitos da Análise Avançada, destacando os principais fatores que afetam o comportamento das estruturas de aço. Em seguida, é apresentada uma conceituação dos tipos de análise existentes, dando

um enfoque à análise elastoplástica de 2ª ordem que considera a plasticidade distribuída.

O capítulo 3 inicia-se com a descrição dos principais efeitos decorrentes do processo de carregamento cíclico em peças de aço. Posteriormente, apresentam-se os modelos elastoplástico cíclicos para elementos estruturais de aço presentes na literatura. Além disso, é exibido o modelo matemático utilizado para representar o comportamento elastoplástico do material para o caso unidimensional.

No capítulo 4 é apresentada de forma sucinta uma formulação numérica, geometricamente exata, de um elemento finito de pórtico plano com condições de extremidades rígido-rígido, que considera a hipótese cinemática atribuída a Euler-Bernoulli e a plasticidade distribuída. O desenvolvimento teórico é feito dentro de uma rigorosa formulação Lagrangeana, que utiliza a técnica corrotacional para a dedução consistente da matriz de rigidez tangente do elemento de pórtico plano. Uma descrição mais detalhada da formulação apresentada pode ser obtida no trabalho de Lavall (1996).

Como o equilíbrio do elemento deve ser analisado de forma incremental e iterativa, é apresentado no capítulo 5 o método de solução das equações de equilíbrio não lineares. Portanto, são apresentadas as estratégias de incremento de carga e de iteração usadas no processo de solução não linear incremental-iterativo.

O capítulo 6 apresenta uma revisão bibliográfica da metodologia usada na análise dinâmica de estruturas reticuladas planas. O capítulo inicia-se com a descrição dos tipos de análise mais empregados na obtenção da resposta dinâmica de estruturas. Em seguida, apresenta-se a equação de equilíbrio que governa a resposta dinâmica de um sistema de elementos finitos, destacando-se suas parcelas, ou seja, matrizes e vetores envolvidos. Além disso, é apresentada uma descrição do método de Newmark (1959), que é utilizado para estimar as acelerações, velocidades e deslocamentos nodais no instante $t + \Delta t$.

O capítulo 7 destina-se à descrição dos aspectos de implementação computacional da metodologia numérica para análise transiente não linear de pórticos planos de aço. Inicialmente, é fornecida uma breve descrição do programa PPLANLEP, destacando-se as subrotinas que executam os procedimentos para a análise elastoplástica em segunda ordem de pórticos planos de aço. Além disso, apresenta-se a lei constitutiva bilinear implementada para representação do comportamento *tensão x deformação* dos materiais.

No capítulo 8, exemplos numéricos são apresentados a fim de avaliar a eficiência da metodologia proposta na obtenção da resposta dinâmica não linear de estruturas de aço. Para isso, são realizadas comparações entre as respostas obtidas com a metodologia proposta e as soluções numéricas apresentadas por outros pesquisadores.

Por fim, no Capítulo 9, são apresentadas as principais conclusões do presente trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros.

2 ANÁLISE AVANÇADA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os principais fatores que afetam o comportamento das estruturas de aço são: a não linearidade geométrica, que considera os efeitos oriundos da deformação da estrutura, $P-\Delta$ e $P-\delta$, e imperfeições geométricas; a não linearidade do material, que inclui o escoamento gradual do aço e a influência das tensões residuais; e a não linearidade da ligação, decorrente de uma relação não linear *momento x rotação* das ligações semirrígidas. Uma análise que considera simultaneamente esses efeitos, e que, calibrada com os coeficientes de ponderação das resistências estabelecidas pelas Normas Técnicas, de modo que sejam dispensadas as verificações de cada elemento de forma isolada a posteriori, é conhecida como análise avançada de estruturas (CHEN; KIM, 1997; SILVA; LAVALL, 2010).

Com a tecnologia computacional disponível nos dias atuais torna-se viável a implementação de análises como essa e, com isso, a obtenção de respostas mais condizentes com o comportamento real das estruturas. Para a consideração dos efeitos da inelasticidade do aço, os programas computacionais adotam, em geral, duas abordagens, a primeira baseada no método de formação de rótulas plásticas e a segunda, no método da zona plástica (NGUYEN; KIM, 2015). O método da rótula plástica pode ser classificado em método da rótula elastoplástica (MRE) e método da rótula plástica refinado (MRPR). No primeiro supõe-se que o elemento permanece em regime elástico até que a resistência plástica da seção seja alcançada formando uma rótula plástica. Os efeitos das tensões residuais não são considerados. No segundo, ao contrário, é possível acompanhar o processo de plastificação da seção transversal e considerar o efeito das tensões residuais (SILVA, 2009). Em contrapartida, o método da zona plástica (MZP) considera o efeito da plastificação do material ao longo do comprimento do elemento e da seção transversal (SILVA, 2010).

Em White (1993), Ngo-Huu, Nguyen e Kim (2012) são apresentadas formulações baseadas no método da rótula plástica, enquanto que as pesquisas desenvolvidas por Kim e Chen (1996), Liew (1993), Lu e Bradford (2012) e Silva (2009) empregam o método da rótula plástica refinado. Como exemplos de estudos que utilizam os princípios do método da zona plástica podem-se citar os trabalhos desenvolvidos por Vogel (1985), Clarke et al. (1992), Lavall (1996), Foley e Vinnakota (1997), Almeida (2006), Silva (2010), Da Silva et al. (2018).

2.2 TIPOS DE ANÁLISE

Esta seção apresenta uma visão geral dos tipos de análise utilizados no cálculo de pórticos de aço. A diferença básica entre esses métodos está relacionada ao fato de se considerar ou não, no estudo do equilíbrio da estrutura, a geometria na posição deslocada com ou não a plastificação das barras.

Nas análises em teoria de primeira ordem, a formulação das equações de equilíbrio considera a estrutura em sua posição indeslocada, ao passo que na teoria de segunda ordem, o equilíbrio é formulado considerando a geometria da estrutura em sua posição deslocada. Neste caso, a análise pode ser feita tanto em regime de pequenos deslocamentos quanto de grandes deslocamentos, ao contrário do primeiro caso, no qual é válida somente a hipótese de pequenos deslocamentos.

A classificação descrita acima permite a distinção entre os conceitos de linearidade e não linearidade geométrica. Uma análise é geometricamente linear quando feita em teoria de primeira ordem e geometricamente não linear quando feita em teoria de segunda ordem.

A linearidade física do material está relacionada a aplicabilidade da Lei de Hooke e, portanto, se caracteriza por uma proporcionalidade existente entre tensões e deformações. Em oposição, a não linearidade física está relacionada à consideração dos efeitos de dissipação de energia em virtude do processo de degradação do material (SILVA, 2004).

Quando a análise desconsidera o efeito dos movimentos sobre o equilíbrio, tem-se uma análise estática. Nessa análise a aplicação de cargas é feita de forma lenta, com velocidades desprezáveis, e as forças de inércia não são consideradas. De outra forma, quando consideram-se resultados de movimentos oscilatórios em torno da configuração inicial da estrutura projetada, tem-se uma análise dinâmica. Nesta análise, os movimentos podem levar a reações e esforços internos solicitantes maiores que os determinados estaticamente. Assim, conforme Ferro (2014), as características básicas da análise dinâmica de uma estrutura são:

- Cargas, reações, deslocamentos, deformações e esforços internos variam com o tempo, com velocidades não desprezáveis;
- Além das cargas aplicadas, reações e esforços internos (que se equilibram numa situação estática) participam também do equilíbrio, forças de inércia (relacionadas com a massa da estrutura) e forças que dissipam energia (amortecimento);

- As análises não conduzem a um resultado único, mas a um histórico de resposta ao longo do pseudo-tempo.

Assim, uma análise elástica ou elastoplástica, de primeira ou segunda ordem, pode ser dinâmica ou estática, quando: cargas, deslocamentos, deformações e esforços internos variam ou não com o tempo, respectivamente.

2.2.1 Análise Elástica de Primeira Ordem

Na análise elástica de primeira ordem o equilíbrio é formulado considerando a estrutura em sua configuração inicial, ou seja, indeslocada, e o material é modelado como elástico linear (ZIEMIAN, 2010). Portanto, são válidas as hipóteses de pequenos deslocamentos e o princípio da superposição dos efeitos nesse tipo de análise. Embora, a análise elástica de primeira ordem seja a mais utilizada pelos projetistas, ela não fornece resultados diretos sobre a estabilidade da estrutura. A FIGURA 1 ilustra as curvas *força x deslocamento lateral* de um pórtico rígido submetido a cargas estáticas, para diferentes tipos de análises.

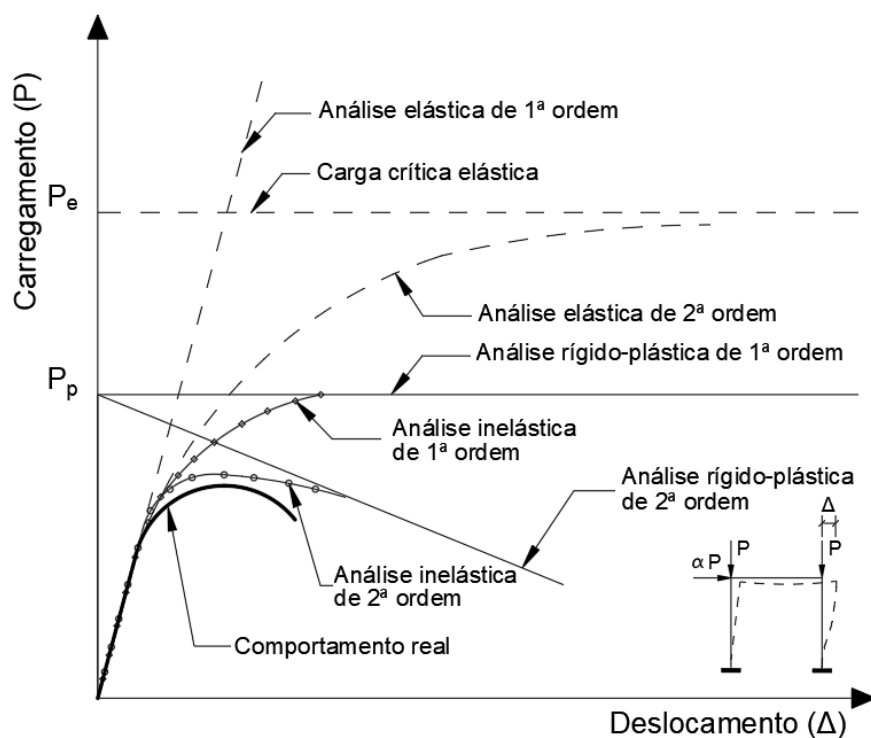


FIGURA 1 - Comportamento força x deslocamento dos vários tipos de análise
Fonte: o autor

Conforme indicado na FIGURA 1, a curva *força x deslocamento lateral* obtida na análise elástica de primeira ordem é linear.

2.2.2 Análise Elástica de Segunda Ordem

A análise elástica de segunda ordem modela o material como elástico linear, e as condições de equilíbrio são formuladas com base na geometria deformada da estrutura (ZIEMIAN, 2010). Como ilustrado na FIGURA 1, a curva *força x deslocamento lateral* tende assintoticamente para a carga crítica elástica (P_e) da estrutura. Esta análise já considera os efeitos de estabilidade elástica, mas não fornece nenhuma informação direta do comportamento inelástico do material do pórtico. Desse modo, trata-se de uma análise geometricamente não linear (SILVA, 2010).

2.2.3 Análise Elastoplástica de Primeira Ordem

Na análise elastoplástica de primeira ordem o equilíbrio é formulado considerando a não linearidade física do material e uma relação linear entre deformações e deslocamentos. Os efeitos de plastificação das barras podem ser representados desde modelos simples de rótula plástica até modelos mais detalhados que consideram a propagação da plastificação ao longo da seção transversal e do comprimento da barra. Para um material elastoplástico perfeito, a resposta da curva *força x deslocamento lateral* de uma análise elastoplástica de primeira ordem aproxima assintoticamente da carga limite plástica (P_p), como mostrado na FIGURA 1. Esse tipo de análise caracteriza-se como uma análise fisicamente não linear (SILVA, 2010).

2.2.4 Análise Elastoplástica de Segunda Ordem

Na análise elastoplástica de segunda ordem o equilíbrio é formulado considerando a estrutura na sua posição deformada e a não linearidade física do material. Essa análise representa melhor o comportamento real da estrutura. Trata-se de uma análise não linear física e geométrica (SILVA, 2010).

A maioria dos métodos de análise elastoplástica que utilizam elementos reticulados emprega a abordagem de formação de rótulas plásticas ou a abordagem de propagação da plasticidade, conhecida também como método da zona plástica ou plasticidade distribuída (ATTALLA; DEIERLEIN; MCGUIRE, 1994). Como ressaltado por El-Tawil e Deierlein (2001), o método da plasticidade distribuída é, geralmente, mais preciso que o método de formação de rótulas plásticas na obtenção da rigidez dos elementos, porém exige um maior esforço computacional.

Método da Rótula Plástica

O método da rótula plástica (MRP) considera os efeitos de plasticidade concentrados nas rótulas plásticas. Tal método pode ser classificado em método da rótula elastoplástica (MRE) e método da rótula plástica refinado (MRPR). No primeiro caso, supõe-se que o elemento permanece em regime elástico até que a resistência plástica da seção seja alcançada, havendo a formação de uma articulação e um processo de redistribuição dos esforços antes que o mecanismo de colapso seja atingido (SILVA, 2009, 2010). Desse modo, esse método determina a sequência de formação de rótulas plásticas, o fator de carga associado com cada rótula e a variação do momento fletor nas barras com a formação das rótulas (SILVA, 2010). Nessa abordagem, não é possível representar a diminuição da rigidez devido ao espalhamento da plastificação ao longo da barra e nem considerar os efeitos das tensões residuais e imperfeições geométricas, o que acarreta em uma superestimação da resistência da barra (LIEW; WHITE; CHEN, 1993).

Por outro lado, no método da rótula plástica refinado, é possível acompanhar de maneira aproximada o processo de plastificação da seção, bem como considerar as tensões residuais. Nesta análise, assume-se que cada elemento permanece totalmente elástico, exceto nas suas extremidades, onde a rótula plástica de comprimento nulo pode ocorrer. Conforme apontado por Chen e Kim (1997), a análise elastoplástica de segunda ordem considerando o método da rótula plástica refinado pode ser classificada como um método de análise avançada.

Método da Zona Plástica

No método da zona plástica (MZIP) ou plasticidade distribuída, as barras dos elementos são discretizadas em vários elementos finitos e a seção transversal é dividida em fatias, conforme ilustrado na FIGURA 2. Os efeitos de segunda ordem e tensões residuais podem ser considerados diretamente na análise e é possível o acompanhamento da distribuição gradual da plastificação na seção transversal. Assim, esse tipo de análise elimina a necessidade de verificação da resistência de cada barra de forma isolada, podendo ser considerada uma solução "exata" (GONÇALVES; SILVA; SILVEIRA, 2016; SILVA, 2010).

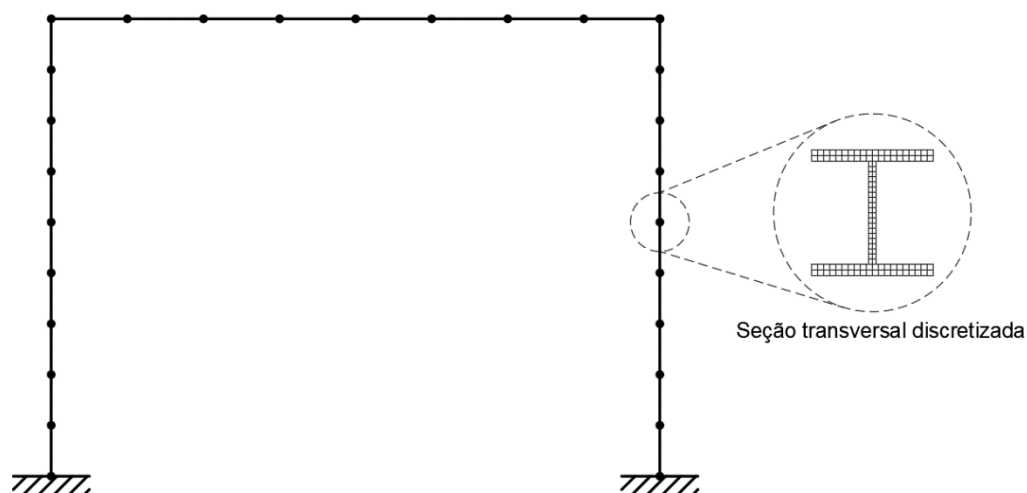


FIGURA 2 - Discretização no Método da Zona Plástica
Fonte: o autor

Uma comparação entre as principais formulações inelásticas, discutidas nessa seção, é apresentada na TABELA 1 .

TABELA 1 - Comparação entre os métodos de análise elastoplástica

	Método da Zona Plástica	Método da Rótula Plástica Refinado
Modelagem	Discretização da seção transversal em fatias.	Rótulas plásticas nos pontos nodais do elemento.
Distribuição da Plasticidade	Plastificação distribuída ao longo do comprimento das barras e altura da seção transversal.	Não há distribuição da plasticidade.
Comportamento não linear do material	Controlado por modelo elastoplástico com ou sem encruamento do material, definido para as fatias.	Controlado geralmente pelas superfícies de resistência, pelo módulo tangente, e pelo parâmetro de degradação da rigidez.
Tensões Residuais	São atribuídas a cada fatia da seção transversal dos elementos.	São consideradas explicitamente ou por meio do módulo tangente.
Imperfeições Geométricas	Introduzidas diretamente no modelo ou representadas por cargas nocionais.	Introduzidas diretamente no modelo ou representadas por cargas nocionais ou pelo módulo tangente.

Fonte: GONÇALVES, 2013

3 MODELOS ELASTOPLÁSTICOS CÍCLICOS PARA ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE AÇO

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Quando uma peça de aço é submetida a um teste de compressão uniaxial, a curva *tensão x deformação* obtida é quase idêntica a de um teste de tração simples. Todavia, se essa amostra é submetida a uma tensão de tração até atingir seu limite elástico, e em seguida é recarregada com uma carga de compressão, o seu limite elástico será muito menor do que o limite de elasticidade obtido em um ensaio de compressão com a peça ainda virgem ($\sigma_y'' \ll \sigma_y'$). Tal comportamento é conhecido como efeito Bauschinger (FIGURA 3).

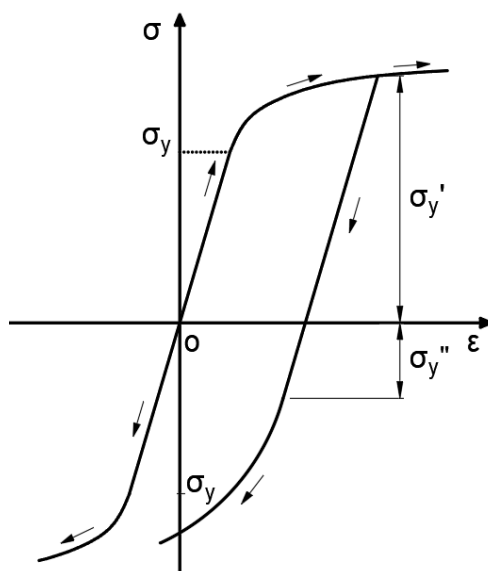


FIGURA 3 - Efeito Bauschinger
Fonte: o autor

Outro fato importante durante o processo de carregamento cíclico é o fenômeno de endurecimento ou encruamento do material (*strain hardening*), que se refere ao aumento da tensão após o escoamento.

Para análise de um material submetido a condições de carga e descarga pode-se empregar diferentes modelos matemáticos para a simulação da relação *tensão x deformação*. Entre esses modelos se destacam o modelo elástico-perfeitamente plástico e os modelos elastoplásticos com endurecimento linear (RODRIGUES, 1997).

3.2 MODELO ELÁSTICO-PERFEITAMENTE PLÁSTICO

Neste modelo não há o efeito de endurecimento do material. Não é assumida uma fase de transição para captura do escoamento parcial. Logo, a plasticidade ocorre quando a tensão alcança a tensão de escoamento (σ_y). A FIGURA 4 ilustra a relação *tensão x deformação* do aço por meio do modelo elástico-perfeitamente plástico.

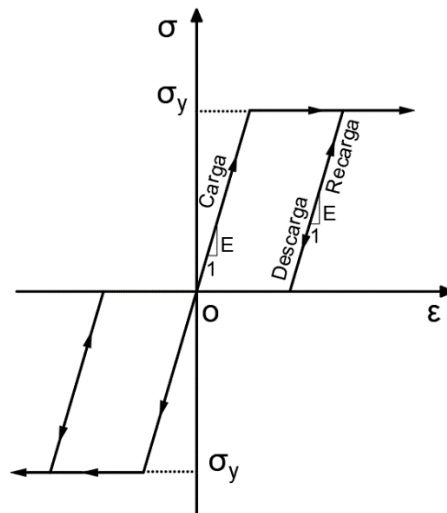


FIGURA 4 - Modelo elástico-perfeitamente plástico
Fonte: o autor

3.3 MODELOS ELASTOPLÁSTICOS COM ENDURECIMENTO LINEAR

3.3.1 Modelo isotrópico

A FIGURA 5 mostra o modelo elastoplástico com endurecimento isotrópico. Neste modelo, a tensão de escoamento do material é dada pela máxima tensão de escoamento calculada, devendo ser sempre maior ou igual a tensão de escoamento inicial, σ_{y0} . Assim, esse modelo desconsidera o Efeito Bauschinger, uma vez que a tensão de compressão σ_2 ($\sigma_2 = -\sigma_{\max} = -\sigma_1$) excede σ_{y0} .

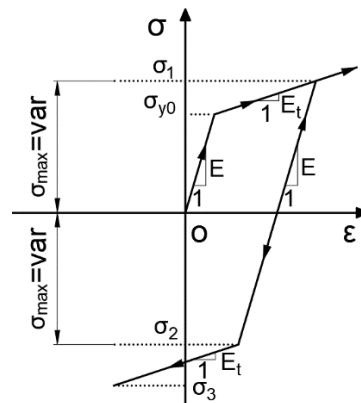


FIGURA 5 - Modelo elastoplástico com endurecimento isotrópico
Fonte: o autor

3.3.2 Modelo independente

Neste modelo, a tensão de escoamento é dada pela máxima tensão calculada para o caso da tração ou compressão. Logo, a tensão de escoamento na compressão independe do valor da tensão de escoamento na tração. A FIGURA 6 ilustra o modelo elastoplástico com endurecimento independente, onde após inversão do carregamento a tensão de escoamento inicial na compressão é dada por $\sigma_2 = -\sigma_{y0}$, passando posteriormente para $\sigma_{esc,C} = -\sigma_{max,I}$, ao passo que $\sigma_{esc,T} = \sigma_{max,S}$ permanece inalterado.

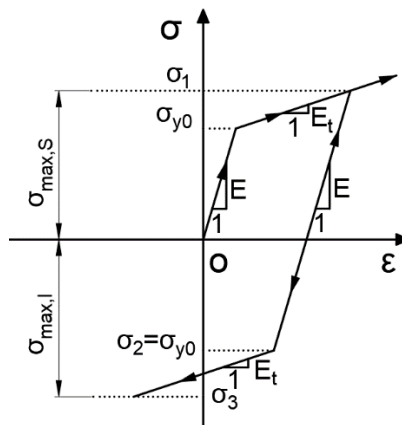


FIGURA 6 - Modelo elastoplástico com endurecimento independente
Fonte: o autor

3.3.3 Modelo cinemático

A FIGURA 7 ilustra o modelo elastoplástico com endurecimento cinemático. No modelo cinemático, é mantida constante a diferença entre a tensão de escoamento para carregamentos de compressão e tração, sendo essa diferença igual ao dobro da tensão de escoamento σ_{y0} . Esse modelo reproduz de forma simplificada o efeito Bauschinger uma vez que o centro elástico é movido ao longo da reta B_0 - B_1 . Dessa forma, a equação que descreve esse modelo é:

$$\sigma_{y,T} + \sigma_{y,C} = 2\sigma_{y0} \quad (3.1)$$

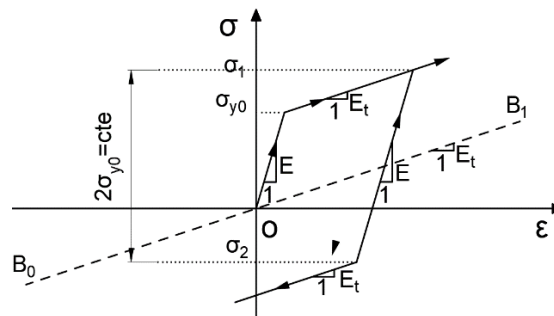


FIGURA 7 - Modelo elastoplástico com endurecimento cinemático
Fonte: o autor

3.4 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE UM ELEMENTO DE AÇO SUBMETIDO À UM PROCESSO INCREMENTAL DE CARREGAMENTO

Para a solução de um problema elastoplástico unidimensional, deve-se empregar um modelo matemático que permita a simulação da relação *tensão x deformação real* com o objetivo de idealizar o comportamento do material. Considerando um processo incremental de carregamento, um acréscimo de tensão $\Delta\sigma$ pode alterar o comportamento estrutural de uma fatia da seção transversal de um elemento, de tal modo que a mesma passe do regime elástico para o regime plástico. A FIGURA 8 ilustra esse acontecimento pelo gráfico *tensão x deformação*, no qual a tensão atuante em uma fatia na iteração k ultrapassa a tensão de escoamento da iteração anterior.

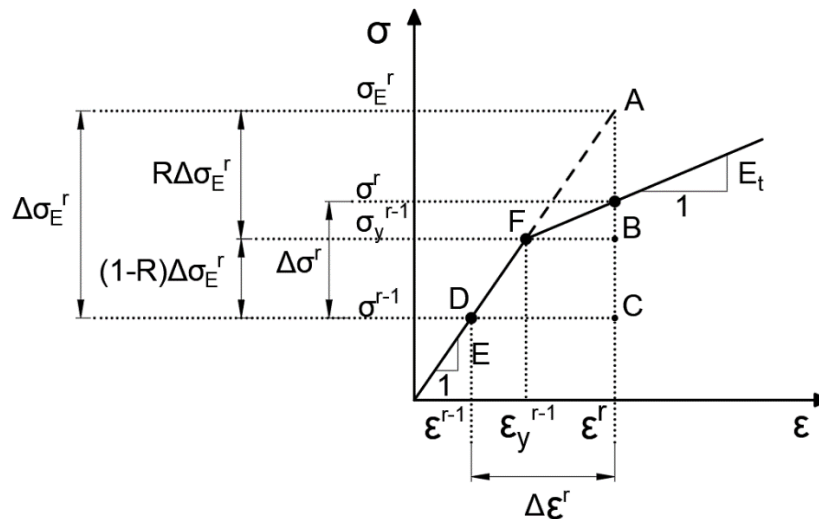


FIGURA 8 - Transição entre trechos na curva tensão x deformação
Fonte: o autor

Pela figura, são obtidas as seguintes relações:

$$\Delta\sigma_E^k = E \Delta\varepsilon^k \quad (3.2)$$

$$\sigma_E^k = \sigma^{k-1} + \Delta\sigma_E^k \quad (3.3)$$

$$\sigma^k = \sigma^{k-1} + \Delta\sigma^k \quad (3.4)$$

$$\varepsilon^k = \varepsilon^{k-1} + \Delta\varepsilon^k \quad (3.5)$$

onde

$\Delta\varepsilon^k$ é a variação da deformação ocorrida durante a iteração k;

ε^{k-1} é deformação final da iteração k-1;

ε^k é a deformação final da iteração k;

$\Delta\sigma_E^k$ é a variação da tensão elástica ocorrida durante a iteração k;

$\Delta\sigma^k$ é a variação da tensão ocorrida durante a iteração k;

σ_E^k é a tensão elástica final da iteração k;

σ^{k-1} é a tensão final da iteração k-1;

σ^k é a tensão final da iteração k.

Calculando-se a variação da tensão ocorrida em uma dada fatia durante a iteração k, tem-se:

$$\Delta\sigma^k = (\sigma^k - \sigma_y^{k-1}) + (1-R) \Delta\sigma_E^k \quad (3.6)$$

onde R é o fator de redução, obtido pela relação entre a reta A-B e a reta A-C da FIGURA 8, dada por:

$$R = \frac{AB}{AC} = \frac{\sigma_E^k - \sigma_y^{k-1}}{\Delta\sigma_E^k} \quad (3.7)$$

Aplicando-se a Lei de Hooke na Equação (3.6), obtém-se:

$$\Delta\sigma^k = (\epsilon^k - \epsilon_y^{k-1}) E_t + (1-R) E \Delta\epsilon^k \quad (3.8)$$

sendo E_t o módulo tangente.

Dado que os triângulos ABF e ACD são semelhantes, chega-se a:

$$\frac{\Delta\epsilon^k}{\Delta\sigma_E^k} = \frac{\epsilon^k - \epsilon_y^{k-1}}{R \Delta\sigma_E^k} \quad (3.9)$$

Obtendo-se

$$\epsilon^k - \epsilon_y^{k-1} = R \Delta\epsilon^k \quad (3.10)$$

Substituindo a Equação (3.10) na Equação (3.8), obtém-se:

$$\Delta\sigma^k = R E_t \Delta\epsilon^k + (1-R) E \Delta\epsilon^k \quad (3.11)$$

Finalmente, substituindo-se a Equação (3.11) na Equação (3.4), obtém-se a tensão na iteração k:

$$\sigma^k = \sigma^{k-1} + (E - ER + E_t R) \Delta\epsilon^k \quad (3.12)$$

A variação da deformação plástica ocorrida durante a iteração k é dada por:

$$\Delta\epsilon_p^k = \Delta\epsilon^k - \Delta\epsilon_E^k \quad (3.13)$$

Aplicando-se a Lei de Hooke na Equação (3.13), obtém-se:

$$\Delta\epsilon_p^k = \Delta\epsilon^k - \frac{\Delta\sigma^k}{E} \quad (3.14)$$

Substituindo-se a Equação (3.12) na Equação (3.14), tem-se:

$$\Delta \epsilon_p^k = R \left(\frac{E - E_t}{E} \right) \Delta \epsilon^k \quad (3.15)$$

Havendo uma variação incremental da tensão no regime elástico, $R=0$ e a tensão na iteração k é dada por:

$$\sigma^k = \sigma^{k-1} + E \Delta \epsilon^k \quad (3.16)$$

Caso ocorra uma variação incremental da tensão no regime plástico, $R=1$ e a tensão na iteração k em uma fatia é obtida por:

$$\sigma^k = \sigma^{k-1} + E_t \Delta \epsilon^k \quad (3.17)$$

4 FORMULAÇÃO PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nesta seção é apresentada uma formulação para análise não linear de pórticos planos pelo método dos elementos finitos descrita no trabalho de Lavall (1996), que está implementada no programa PPLANLEP. A formulação baseia-se na hipótese cinemática de Euler-Bernoulli, na qual se considera que as seções transversais planas e ortogonais ao eixo da barra permanecem planas, indeformáveis e ortogonais ao eixo, após a deformação.

Desse modo, a teoria estrutural utilizada despreza o empenamento das seções transversais, ao considerar as seções planas após a deformação. Também é negligenciado o efeito da deformação transversal ou de Poisson, ao admitir que as seções transversais permanecem indeformáveis. Além disso, por meio da consideração de que as seções transversais permanecem ortogonais ao eixo da barra, desconsideram-se as distorções no plano da barra.

A formulação geometricamente exata, considerando-se as não linearidades geométrica e do material, é apresentada de forma detalhada em Lavall (1996). A teoria apresentada é bastante geral, considerando-se a hipótese de pequenas deformações, embora permita que os nós sofram grandes deslocamentos e rotações e as barras sofram grandes alongamentos e curvaturas. A seguir, apresenta-se, de forma sucinta, a formulação do elemento finito de pórtico plano baseada na formulação Lagrangeana atualizada, que utiliza a técnica corrotacional para a dedução da matriz de rigidez tangente consistente do elemento de pórtico plano.

4.2 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE PÓRTICO PLANO

A FIGURA 9 mostra um elemento de pórtico plano com nós do elemento rígidos "a" e "b" em sua configuração inicial. No sistema global de referência (x, y) , os nós possuem três graus de liberdade, sendo duas translações u e v nas direções x e y , respectivamente, e uma rotação α , considerada positiva quando medida no sentido anti-horário. Considerando-se o sistema local de coordenadas corrotacional (x_r, y_r) , com origem no centro do elemento, define-se l_r como o comprimento do elemento entre os seus nós de extremidade, cujo ângulo com o eixo de referência global é ϕ_r .

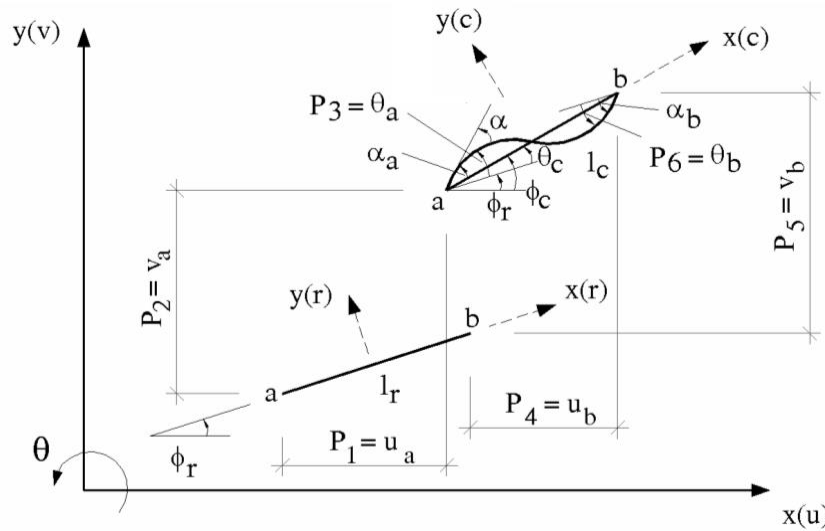


FIGURA 9 - Elemento de pórtico plano em sua configuração de referência e em sua configuração corrigida para a condição de extremidades rígido-rígido

Fonte: SILVA, 2010

Os graus de liberdade naturais e cartesianos do elemento são definidos, respectivamente, por:

$$\mathbf{q}_\alpha^T = \{q_1 = l_c - l_r; q_2 = \alpha_a; q_3 = \alpha_b\}; \quad \mathbf{p} = \{u_a; v_a; \theta_a; u_b; v_b; \theta_b\} \quad (4.1)$$

As relações entre os graus de liberdade naturais e cartesianos são importantes e listados abaixo:

$$\begin{cases} q_1 = l_c - l_r \\ q_2 = \alpha_a = \theta_a - \theta_c = P_3 - \phi_c + \phi_r \\ q_3 = \alpha_b = \theta_b - \theta_c = P_6 - \phi_c + \phi_r \end{cases} \quad (4.2)$$

onde:

$$\begin{cases} l_c = \left[(x_b - x_a + P_4 - P_1)^2 + (y_b - y_a + P_5 - P_2)^2 \right]^{1/2} \\ l_r = \left[(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 \right]^{1/2} \\ \sin \phi_c = \frac{y_b - y_a + P_5 - P_2}{l_c}; \quad \cos \phi_c = \frac{x_b - x_a + P_4 - P_1}{l_c} \\ \phi_c = \arctg \left(\frac{y_b - y_a + P_5 - P_2}{x_b - x_a + P_4 - P_1} \right); \quad \phi_r = \arccos \left(\frac{x_b - x_a}{l_r} \right) \end{cases} \quad (4.3)$$

Na Equação (4.3), x_a , x_b , y_a e y_b são as coordenadas dos elementos na configuração de referência.

A derivadas primeira de q_α com relação a p_i são expressas por $\partial q_\alpha / \partial p_i = q_{\alpha,i}$ e podem ser reescritas na forma matricial dada pelo produto:

$$\mathbf{B} = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{T} \quad (4.4)$$

onde $\mathbf{B}$ é uma matriz de mudança de coordenadas que relaciona as taxas de deslocamentos nas coordenadas locais corrotacionais com as taxas de deslocamentos nas coordenadas globais cartesianas; $\mathbf{T}$ é a matriz de rotação de eixos, que muda as coordenadas locais no sistema cartesiano para coordenadas globais e $\bar{\mathbf{B}}$ é a forma local.

$$\bar{\mathbf{B}}_{(3 \times 6)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_c} & 1 & 0 & -\frac{1}{l_c} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_c} & 0 & 0 & -\frac{1}{l_c} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{T}_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} \mathbf{t} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{t} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{t}_{(3 \times 3)} = \begin{pmatrix} \cos \phi_c & \sin \phi_c & 0 \\ -\sin \phi_c & \cos \phi_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

As derivadas segunda de q_α com relação a p_i são expressas por $\partial^2 q_\alpha / \partial q_i \partial q_j = q_{\alpha,ij}$ e podem ser escritas na forma de três matrizes simétricas obtidas pelo produto $\mathbf{G}_\alpha = \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{G}}_\alpha \mathbf{T}$, com $\alpha=1,2,3$:

$$\bar{\mathbf{G}}_1 = \frac{1}{l_c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$\bar{\mathbf{G}}_2 = \bar{\mathbf{G}}_3 = \frac{1}{l_c^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

4.3 CINEMÁTICA DO ELEMENTO

Campo de deslocamento

Segundo a teoria de flexão de Euler-Bernoulli, o campo de deslocamento dos pontos pertencentes à barra fica determinado uma vez conhecidos os deslocamentos axiais ($\bar{u}$) e transversais ($\bar{v}$) dos pontos situados sobre seu eixo, assim como a rotação das seções transversais (α), como mostrado na FIGURA 10.

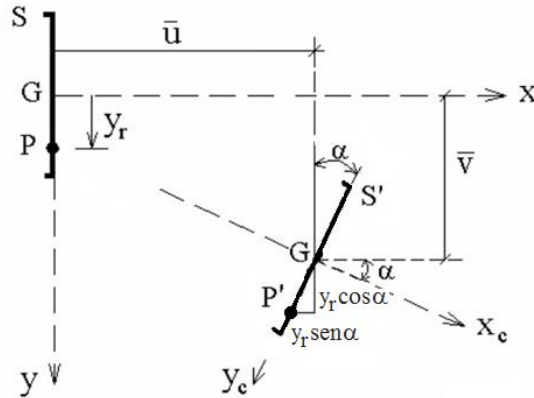


FIGURA 10 - Campo de deslocamento na flexão considerando a teoria de Euler-Bernoulli
Fonte: adaptado de SILVA, 2010

No sistema corrotacional (x_c, y_c) os deslocamentos u_c e v_c representam os campos de deslocamento do ponto P pertencente à seção S, caracterizado pela coordenada y_r relativa ao eixo da barra, dados por:

$$u_c(x, y) = \bar{u}_c(x) - y_r \sin \alpha \quad (4.9)$$

$$v_c(x, y) = \bar{v}_c(x) - y_r (1 - \cos \alpha) \quad (4.10)$$

onde $\bar{u}_c$ e $\bar{v}_c$ são os deslocamentos do eixo da barra no sistema corrotacional.

Supondo que o ângulo de rotação é suficientemente pequeno, pode-se reescrever as equações (4.9) e (4.10) na seguinte forma:

$$u_c(x, y) = \bar{u}_c(x) - y_r \alpha \quad (4.11)$$

$$v_c(x, y) = \bar{v}_c(x) - y_r \frac{\alpha^2}{2} \quad (4.12)$$

Embora seja adotada a hipótese de pequenas rotações do eixo do elemento em relação à sua corda, a formulação não perde a sua generalidade graças ao sistema corrotacional adotado, podendo ocorrer grandes deslocamentos e curvaturas, desde que os elementos utilizados sejam suficientemente curtos (LAVALL, 1996).

Campo de deformação

Desprezando-se os termos de ordem superior, as expressões analíticas do campo de deformação consistente com a teoria estrutural adotada podem ser dadas por:

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{d\bar{u}}{dx} - y_r \frac{d\alpha}{dx} = \bar{\epsilon}_x - y_r \alpha' \quad (4.13)$$

A FIGURA 11 mostra o elemento infinitesimal do eixo da barra. A rotação de flexão α das seções transversais decorre dos deslocamentos $\bar{u}_c$ e $\bar{v}_c$ dos pontos situados sobre o eixo, sendo obtida por:

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha = \left(\frac{d\bar{v}_c}{dx + d\bar{u}_c} \right) = \left(\frac{d\bar{v}_c/dx}{1 + d\bar{u}_c/dx} \right) = \left(\frac{\bar{v}'_c}{1 + \bar{u}'_c} \right) \quad (4.14)$$

Após deformação, o comprimento infinitesimal da fibra do eixo da barra é dado pela expressão:

$$d\bar{S}_c = \left[(dx + d\bar{u}_c)^2 + (d\bar{v}_c)^2 \right]^{1/2} \quad (4.15)$$

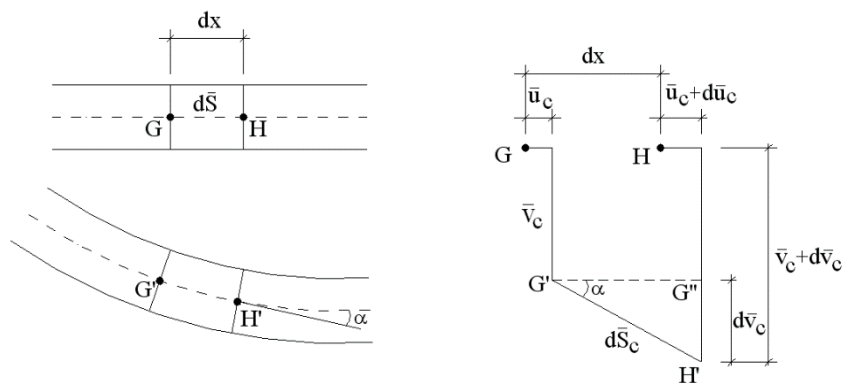


FIGURA 11 - Elemento infinitesimal do eixo da barra antes e após deformação
Fonte: SILVA, 2010

O alongamento ou encurtamento de uma fibra do eixo da barra é calculado dividindo-se a Equação (4.15) por $d\bar{S}_r = dx_r = dx$:

$$\bar{\lambda} = \frac{d\bar{S}_c}{d\bar{S}_r} = \frac{d\bar{S}_c}{dx} = \left[(1 + \bar{u}'_c)^2 + (d\bar{v}'_c)^2 \right]^{1/2} \quad (4.16)$$

O cosseno do ângulo α é dado por:

$$\cos \alpha = \frac{dx + d\bar{u}_c}{d\bar{S}_c} = \frac{1 + \bar{u}'_c}{\bar{\lambda}} \quad (4.17)$$

Logo, a Equação (4.16) pode ser reescrita como:

$$\bar{\lambda} = (1 + \bar{u}'_c) \sec \alpha \quad (4.18)$$

A deformação longitudinal da fibra do eixo da barra pode ser obtida pela relação:

$$\bar{\epsilon} = \bar{\lambda} - 1 \quad (4.19)$$

Assim, a expressão analítica do campo de deformações consistente com a mecânica dos sólidos torna-se:

$$\epsilon_x = (1 + \bar{u}'_c) \sec \alpha - 1 - y_r \alpha' \quad (4.20)$$

Adotando-se aproximações de segunda ordem para a função trigonométrica, a Equação (4.20) pode ser escrita como:

$$\varepsilon_x = \left(1 + \overline{u}_t'\right) \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right) - 1 - y_r \alpha' \quad (4.21)$$

Essas deformações dependem da escolha de funções de interpolação expressas em função dos graus de liberdade naturais.

4.4 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

O Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) é empregado para a obtenção do equilíbrio do elemento. O trabalho virtual interno de um elemento é dado por:

$$\int_{V_r} \sigma_x \delta \varepsilon_x dV_r = P_i \delta p_i \quad (4.22)$$

onde dV_r é o elemento de volume na configuração de referência, σ_x a tensão normal de uma fibra, $\delta \varepsilon_x$ a deformação longitudinal virtual de uma fibra, P_i são as forças nodais do elemento e δp_i o vetor de deslocamentos nodais virtuais do elemento.

A deformação virtual, alongamento, é dado por:

$$\delta \varepsilon_x = \varepsilon_{x,\alpha} q_{\alpha,i} \delta p_i \quad (4.23)$$

Assim, as equações de equilíbrio do elemento são obtidas por:

$$P_i = Q_\alpha q_{\alpha,i} \quad (4.24)$$

sendo Q_α os esforços internos naturais nas coordenadas corrotacionais dado por:

$$Q_\alpha = \int_{V_r} \sigma_x \varepsilon_{x,\alpha} dV_r \quad (4.25)$$

Agrupando P_i e Q_α em dois vetores $\mathbf{P}$ e $\mathbf{Q}$, respectivamente, pode-se escrever a Equação (4.24) na forma matricial:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \quad (4.26)$$

4.5 MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENTE DO ELEMENTO

Considerando uma formulação de equilíbrio incremental, a derivada de $\mathbf{P}$ em relação ao tempo pode ser obtida da seguinte forma:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = \mathbf{K}_e \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} \quad (4.27)$$

onde $\mathbf{K}_e$ é a matriz de rigidez tangente do elemento em coordenadas cartesianas.

As componentes k_{ij} são obtidas por meio das derivadas de P_i em relação às coordenadas cartesianas p_j :

$$\frac{\partial P_i}{\partial p_i} = k_{ij} = q_{\alpha,i} Q_{\alpha,\beta} q_{\beta,j} + Q_{\alpha} q_{\alpha,ij} \quad (4.28)$$

Derivando a Equação (4.25) com relação a q_{β} , tem-se:

$$Q_{\alpha,\beta} = \int_{V_r} (\epsilon_{x,\alpha} D_f \epsilon_{x,\beta} + \sigma_x \epsilon_{x,\alpha\beta}) dV_r \quad (4.29)$$

sendo D_f a rigidez tangente axial da fibra dada por:

$$D_f = d\sigma_x / d\epsilon_x \quad (4.30)$$

A partir da Equação (4.29), definem-se $D_{\alpha,\beta}^f$, $H_{\alpha,\beta}^f$, como sendo, respectivamente:

$$D_{\alpha,\beta}^f = \int_{V_r} \epsilon_{x,\alpha} D_f \epsilon_{x,\beta} dV_r \quad (4.31)$$

$$H_{\alpha,\beta}^f = \int_{V_r} \sigma_x \epsilon_{x,\alpha\beta} dV_r \quad (4.32)$$

Por consequência, a Equação (4.29) pode ser reescrita como:

$$Q_{\alpha,\beta} = D_{\alpha,\beta}^f + H_{\alpha,\beta}^f \quad (4.33)$$

As matrizes de rigidez tangente constitutiva e geométrica, ambas no sistema de coordenadas corrotacionais, são dadas por:

$$k_{ij} = q_{\alpha,i} D_{\alpha,\beta}^f q_{\beta,j} + q_{\alpha,i} H_{\alpha,\beta}^f q_{\beta,j} + Q_{\alpha} q_{\alpha,ij} \quad (4.34)$$

A primeira parte da equação representa a parcela constitutiva, a segunda e a terceira compõem a parcela geométrica, formada pelos efeitos P- δ e P- Δ , respectivamente.

Dado que $q_{\alpha,i} = q_{\beta,j} = B_{(3 \times 6)}$; $D_{\alpha,\beta}^f = D_{(3 \times 3)}^f$, $H_{\alpha,\beta}^f = H_{(3 \times 3)}^f$ e $q_{\alpha,ij} = G_{\alpha(6 \times 6)}$, com $\alpha = 1, 2, 3$, a matriz de rigidez tangente simétrica (6x6) é escrita conforme Equação (4.35):

$$K_e = K_M + K_G = B^T D^f B + B^T H^f B + Q_{\alpha} G_{\alpha} \quad (4.35)$$

No sistema global, tem-se:

$$K = T^T (K_M + K_G) T \quad (4.36)$$

4.6 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

Para que os campos de deformação sejam conhecidos é necessário definir funções interpoladoras para os deslocamentos do eixo da barra denotados por $\bar{u}_c$, para o ângulo α de rotação desse eixo.

Os deslocamentos $\bar{u}_c$ são interpolados linearmente por meio da Equação (4.37):

$$\bar{u}_c = q_1 \psi_1 = q_1 \left(\frac{x_r}{l_r} + \frac{1}{2} \right) \quad (4.37)$$

O ângulo de rotação é dado por:

$$\alpha = q_2 \psi_2' + q_3 \psi_3' \quad (4.38)$$

$$\psi_2' = \left(\frac{3x_r^2}{l_r^2} - \frac{x_r}{l_r} - \frac{1}{4} \right) \quad (4.39)$$

$$\psi_3' = \left(\frac{3x_r^2}{l_r^2} + \frac{x_r}{l_r} - \frac{1}{4} \right) \quad (4.40)$$

4.7 VALOR MÉDIO DE DEFORMAÇÃO

Como as funções ψ_2' e ψ_3' variam com x_r , a deformação do eixo da barra é dada por $\bar{\epsilon}_{x_m}$ é variável ao longo de seu comprimento. Para facilitar o desenvolvimento analítico da formulação, Lavall (1996) adotou um valor constante para $\bar{\epsilon}$, representado por seu valor médio, dado por:

$$\bar{\epsilon}_{x_m} = \frac{1}{l_r} \int \bar{\epsilon}_x dx_r \quad (4.41)$$

Resolvendo-se a integral acima, chega-se à expressão da deformação média:

$$\bar{\epsilon}_{x_m} = \frac{q_1}{l_r} + \left(1 + \frac{q_1}{l_r} \right) \left\{ \frac{1}{15} q_2^2 - \frac{1}{30} q_2 q_3 + \frac{1}{15} q_3^2 \right\} \quad (4.42)$$

Assim, a expressão final da deformação longitudinal é dada por:

$$\epsilon_x = \bar{\epsilon}_{x_m} - y_r \alpha' \quad (4.43)$$

onde $\bar{\epsilon}_{x_m}$ é dado pela Equação (4.42) e α' pela Equação (4.38).

5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO NÃO LINEARES

5.1 MÉTODOS INCREMENTAIS-ITERATIVOS

A utilização do Método dos Elementos Finitos para análise não linear de estruturas conduz a um sistema de equações simultâneas, que associam o vetor de cargas aplicadas, $\mathbf{P}$, com o vetor de deslocamentos, $\mathbf{U}$, pela matriz de rigidez tangente global do sistema, $\mathbf{K}$:

$$\mathbf{KU} - \mathbf{P} = 0 \quad (5.1)$$

Caso a matriz $\mathbf{K}$ dependa das incógnitas de $\mathbf{U}$ ou de suas derivadas, o problema torna-se não linear, fazendo-se necessário a utilização de um método incremental-iterativo para a solução do problema (SILVA, 2010).

O método de Newton-Raphson Padrão pressupõe que a matriz de rigidez é continuamente atualizada a cada iteração. Desse modo, a equação de equilíbrio incremental na iteração j do passo i pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\mathbf{K}_{j-1}^i \cdot \Delta \mathbf{U}_j^i = \delta \lambda_j^i \mathbf{F}_r + \mathbf{R}_{j-1}^i \quad (5.2)$$

onde,

$\mathbf{K}_{j-1}^i$ é a matriz de rigidez tangente da iteração $j-1$ do passo i , função do campo de deslocamentos $\mathbf{U}_{j-1}^i$;

$\Delta \mathbf{U}_j^i$ é o vetor de deslocamentos incrementais da iteração j do passo i ;

$\delta \lambda_j^i$ é o incremento do fator de cargas na iteração j do passo i ;

$\mathbf{F}_r$ é o vetor de cargas de referência;

$\mathbf{R}_{j-1}^i$ é o vetor de forças residuais da iteração $j-1$ do passo i .

Nesse sentido, a cada incremento de carga, atualiza-se a matriz de rigidez e, por iteração, os deslocamentos nodais sofridos são retornados após a determinação do equilíbrio da estrutura. Primeiramente, deve-se estabelecer um incremento do fator de carga λ_j^i com base no parâmetro de controle. Desse modo, pode-se obter o vetor de deslocamentos incrementais $\Delta \mathbf{U}_j$, que, por sua vez, é decomposto em duas parcelas, uma relacionada à carga de referência $\Delta \mathbf{U}_j^P$ e, a outra, à carga residual $\Delta \mathbf{U}_j^R$. As equações a seguir descrevem esse procedimento.

$$\Delta \mathbf{U}_j = \delta \lambda_j^i \cdot \Delta \mathbf{U}_j^P + \Delta \mathbf{U}_j^R \quad (5.3)$$

com

$$\mathbf{K}_{j-1} \cdot \Delta \mathbf{U}_j^p = \mathbf{F}_r \quad (5.4)$$

e

$$\mathbf{K}_{j-1} \cdot \Delta \mathbf{U}_j^R = \mathbf{R}_{j-1} \quad (5.5)$$

A convergência pode ser verificada pela magnitude do vetor de forças residuais e/ou pela magnitude do vetor de deslocamentos iterativos até que algum critério de convergência seja satisfeito. Caso haja a necessidade de uma nova iteração depois de calculados os vetores $\Delta \mathbf{U}_j^p$ e $\Delta \mathbf{U}_j^R$, o valor do incremento do fator de cargas $\delta \lambda_j^i$ deve ser calculado utilizando uma equação de restrição que engloba uma conjunção das grandezas do problema.

A atualização das variáveis é executada da seguinte maneira:

$$\lambda_j = \lambda_{j-1} + \delta \lambda_j \quad (5.6)$$

$$\mathbf{U}_j = \mathbf{U}_{j-1} + \Delta \mathbf{U}_j \quad (5.7)$$

O vetor $\mathbf{R}_j$ é adquirido pela Equação (5.8):

$$\mathbf{R}_j = \lambda_j \cdot \mathbf{F}_r - \mathbf{F}_j \quad (5.8)$$

onde, $\mathbf{F}_j$ é o vetor de forças equivalentes às tensões internas ao final da iteração j (FUINA, 2004).

Outra técnica similar utilizada na resolução de sistemas de equações não lineares é o Método de Newton-Raphson Modificado. Neste caso a matriz de rigidez inicial é mantida e utilizada no decorrer das iterações para determinado incremento de carga.

Diferentes métodos incrementais têm sido utilizados para a análise não linear de estruturas, dentre estes se destaca o método de controle de carga, o qual é descrito a seguir.

5.1.1 Método de Controle de Carga

No método de controle de cargas, a carga externa é incrementada de um valor constante apenas na primeira iteração ($j=1$) de cada passo. Nas demais iterações ($j>1$), o carregamento externo é constante e, portanto, o incremento de carga $\delta \lambda_j$ é igual a zero. Desse modo, somente os pontos na trajetória fundamental até o ponto crítico podem ser determinados.

Após a carga externa ultrapassar o ponto limite (ponto B na FIGURA 12), não se pode obter nenhum ponto de convergência, uma vez que a linha horizontal que controla a trajetória de iteração não cruza a trajetória de equilíbrio após o ponto de pico (FUINA, 2004).

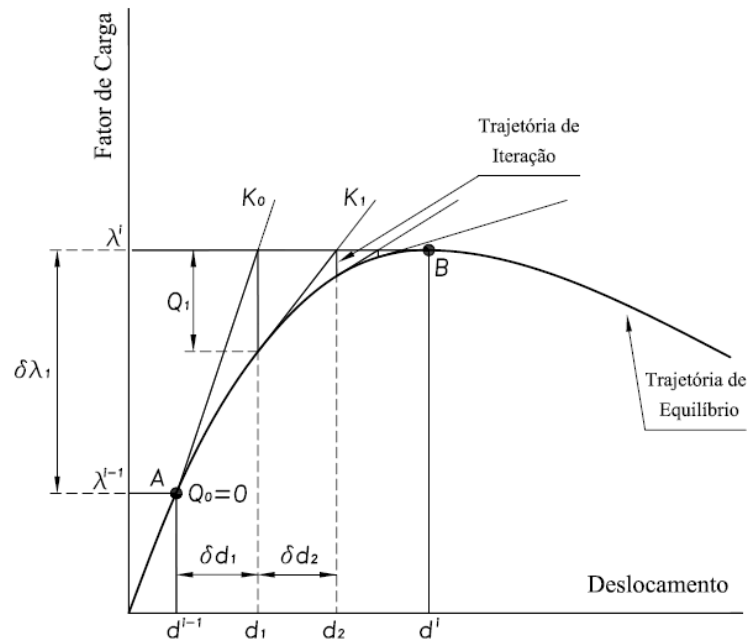


FIGURA 12 - Processo incremental-iterativo com controle de carga
Fonte: FUINA, 2004

6 DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Assim como a análise estática, a análise dinâmica tem como objetivo estudar os efeitos causados na estrutura devido à ação de uma carga solicitante. Contudo, um problema dinâmico possui natureza tempo-dependente, logo, forças inerciais e eventuais variações temporais de carga devem ser necessariamente consideradas.

Para obter as características dinâmicas de uma estrutura pode-se empregar dois tipos de análise: modal e transiente. A análise modal consiste em determinar as frequências naturais e os modos de vibração da estrutura. Já a análise transiente tem por objetivo avaliar a resposta de uma estrutura submetida à ação de um carregamento qualquer variável ao longo do tempo. Por fazer parte do escopo deste trabalho, será dado um enfoque à análise dinâmica transiente de estruturas.

As ações dinâmicas podem ser expressas no domínio do tempo ou da frequência. Dessa forma, para a obtenção da resposta dinâmica do sistema, pode-se empregar dois procedimentos, os métodos no domínio do tempo e os métodos no domínio da frequência. A solução no domínio do tempo é adotada quando se deseja avaliar a resposta do sistema ao longo de um intervalo de tempo definido. Já a análise no domínio da frequência é preferível em situações nas quais os parâmetros físicos, como amortecimento e rigidez, dependam da frequência do sistema. Todavia, nas análises não lineares, são preferíveis, tradicionalmente, os métodos no domínio do tempo (CLOUGH; PENZIEN, 1993).

Conforme a forma de variação no tempo, as ações dinâmicas podem ser classificadas como periódicas ou transientes. Quando o carregamento apresenta repetições em um intervalo de tempo, ele é dito periódico. Por sua vez, o carregamento transiente é aquele que possui variação arbitrária ao longo do tempo, não apresentando, assim, periodicidade (LIMA; SANTOS, 2008).

Nos problemas tempo-dependentes, a resposta do sistema, sujeito a condições iniciais de deslocamentos, velocidades e acelerações, bem como a ação de carregamentos dependentes do tempo, é calculada em um intervalo de tempo definido. Ao discretizar o sistema por meio do Método dos Elementos Finitos, a resposta transiente é obtida solucionando um sistema de equações diferenciais ordinárias. Inicialmente, é realizada uma discretização do intervalo de tempo contínuo

em uma série de tempos discretos a serem analisados. Posteriormente, utilizando-se de um algoritmo de integração direta, as equações são integradas no tempo.

Os algoritmos de integração direta podem ser divididos em algoritmos explícitos e algoritmos implícitos. Nos métodos explícitos, a solução no tempo corrente $t + \Delta t$ é obtida considerando as condições de equilíbrio no tempo anterior t e, assim, não há necessidade de processos iterativos em cada incremento. Nos métodos implícitos, as equações de equilíbrio para o intervalo de tempo $t + \Delta t$, dependem desse mesmo intervalo de tempo e também do intervalo de tempo passado t e, portanto, é necessário o emprego de processos iterativos dentro de cada intervalo de tempo. Os métodos de Houbolt (1950), Wilson- θ (1972) e Newmark (1959) são exemplos de métodos implícitos, enquanto que os métodos Alfa Generalizado e Diferença Central são exemplos de métodos explícitos.

6.2 RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUILÍBRIO DINÂMICO NÃO LINEAR

6.2.1 Equação de equilíbrio dinâmico

A equação de equilíbrio que governa a resposta dinâmica de um sistema de elementos finitos é dada por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}^{(t+\Delta t)} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}^{(t+\Delta t)} + \mathbf{K}\mathbf{U}^{(t+\Delta t)} = \mathbf{F}_{\text{ext}}^{(t+\Delta t)} \quad (6.1)$$

onde $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez tangente, respectivamente; $\ddot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}$ e $\mathbf{U}$ são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente; $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ é o vetor de cargas externas aplicadas; e superescritos t e $t + \Delta t$ indicam os valores no tempo t e $t + \Delta t$, respectivamente.

Resolver o sistema de equações (6.1) consiste em se encontrar a resposta da estrutura no instante $t + \Delta t$, satisfazendo as condições iniciais do problema:

$$\mathbf{U}(t = 0) = \mathbf{U}^0 \text{ e } \dot{\mathbf{U}}(t = 0) = \dot{\mathbf{U}}^0 \quad (6.2)$$

Assim, a aceleração em $t=0$ é obtida diretamente por:

$$\ddot{\mathbf{U}}^0 = \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{F}_{\text{ext}}^0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}^0 - \mathbf{K}\mathbf{U}^0] \quad (6.3)$$

6.2.2 Matriz de Massa

A matriz de massa do elemento finito pode ser obtida por:

$$\mathbf{M}_e = \int_V \mathbf{H}^T \rho \mathbf{H} dV \quad (6.4)$$

onde $\mathbf{H}$ é a matriz que contém as funções de interpolação, ρ é a densidade do material e μ é coeficiente de amortecimento viscoso do material.

A matriz de massa calculada segundo a Equação (6.5) recebe o nome de matriz de massa consistente, uma vez que na sua dedução são utilizadas as mesmas funções de aproximação empregadas no cálculo da matriz de rigidez. A matriz de massa consistente para o elemento de pórtico plano com extremidades rígidas, definida no sistema local de coordenadas, é dada por:

$$\mathbf{M}_{e(6 \times 6)} = \frac{\rho A_r l_r}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ & 156 & 22l_r & 0 & 54 & -13l_r \\ & & 4l_r^2 & 0 & 13l_r & -3l_r^2 \\ & & & 140 & 0 & 0 \\ \text{sim.} & & & & 156 & -22l_r \\ & & & & & 4l_r^2 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

onde A_r é a área de referência da seção transversal e l_r , o comprimento de referência do elemento.

Outro modelo bastante simples é aquele no qual toda a massa dos elementos é transferida diretamente para seus nós (*lumped mass model*), resultando em uma matriz diagonal, conhecida como matriz de massa discreta, cujos termos são dados por:

$$m_{e(1,1)} = m_{e(2,2)} = m_{e(4,4)} = m_{e(5,5)} = \frac{\rho A_r l_r}{2} \text{ e } m_{e(3,3)} = m_{e(6,6)} = \frac{\rho A_r l_r^3}{24}$$

A escolha do tipo de matriz de massa a ser considerada depende do tipo de análise a ser efetuada e da discretização utilizada. Geralmente, aconselha-se a adoção de matrizes de massa consistentes quando são utilizados elementos finitos de ordem elevada na discretização (COOK et al., 2002).

A transformação da matriz de massa para o referencial global é feita mediante a Equação (6.6):

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}^T \mathbf{M}_e \mathbf{T} \quad (6.6)$$

sendo $\mathbf{T}$ a matriz de transformação de coordenadas do sistema local para o global e $\mathbf{M}$ a matriz de massa do elemento no sistema global de coordenadas.

Nos problemas onde se consideram massas concentradas, provenientes de forças gravitacionais, é realizada a adição das mesmas diretamente aos termos da diagonal principal da matriz de massa global do sistema, associando-as com os graus de liberdade correspondentes.

6.2.3 Matriz de Amortecimento

A matriz de amortecimento do elemento finito pode ser obtida por:

$$\mathbf{C}_e = \int_V \mathbf{H}^T \mu \mathbf{H} dV \quad (6.7)$$

onde μ é coeficiente de amortecimento viscoso do material.

O presente trabalho utiliza o amortecimento de Rayleigh (1877). Assim, a matriz de amortecimento é obtida por uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez da estrutura, sendo escrita como:

$$\mathbf{C}_e = \mu_1 \mathbf{M}_e + \mu_2 \mathbf{K}_e \quad (6.8)$$

onde μ_1 e μ_2 são os coeficientes de proporcionalidade de Rayleigh.

Os fatores de proporcionalidade podem ser obtidos de forma simplificada considerando duas frequências distintas ($\omega_m; \omega_n$) e mesmo coeficiente de amortecimento (ξ) para ambas as frequências, por meio da seguinte relação:

$$\begin{Bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{Bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_m + \omega_n} \begin{Bmatrix} \omega_m \omega_n \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (6.9)$$

Como destacado por Clough e Penzien (1993), é recomendado que uma das frequências usadas para obtenção dos coeficientes de Rayleigh seja a frequência fundamental da estrutura.

6.2.4 Método de Newmark

O método de Newmark (1959) consiste em expressar os deslocamentos e velocidades segundo aproximações por diferenças finitas no domínio do tempo, dadas por:

$$\mathbf{U}^{(t+\Delta t)} = \mathbf{U}^t + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^t + \frac{\Delta t^2}{2} [(1-2\beta)\ddot{\mathbf{U}}^t + 2\beta\ddot{\mathbf{U}}^{(t+\Delta t)}] \quad (6.10)$$

$$\dot{\mathbf{U}}^{(t+\Delta t)} = \dot{\mathbf{U}}^t + \Delta t [(1-\gamma)\ddot{\mathbf{U}}^t + \gamma\ddot{\mathbf{U}}^{(t+\Delta t)}] \quad (6.11)$$

A partir da Equação (6.10) pode-se obter o vetor de acelerações em $t + \Delta t$:

$$\ddot{\mathbf{U}}^{(t+\Delta t)} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{U}^{(t+\Delta t)} - \mathbf{U}^t - \Delta t \dot{\mathbf{U}}^t) - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{U}}^t \quad (6.12)$$

Com base na Equação (6.12) é possível reescrever a Equação (6.11) como:

$$\dot{\mathbf{U}}^{(t+\Delta t)} = \dot{\mathbf{U}}^t + \Delta t \left[(1-\gamma) \ddot{\mathbf{U}}^t + \frac{\gamma}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{U}^{(t+\Delta t)} - \mathbf{U}^t - \Delta t \dot{\mathbf{U}}^t) - \frac{\gamma}{2} \left(\frac{1}{\beta} - 2 \right) \ddot{\mathbf{U}}^t \right] \quad (6.13)$$

Os parâmetros β e γ determinam as propriedades de estabilidade e precisão do método. Para $\gamma \geq 1/2$ e $\beta \geq (2\gamma+1)^2/16$, o método é incondicionalmente estável (HUGHES, 2012). Muitos métodos conhecidos podem ser obtidos a partir das expressões (6.10) e (6.11) por meio da aplicação de valores específicos para os parâmetros β e γ , como mostrado na TABELA 2.

TABELA 2 - Métodos da família Newmark

MÉTODO	TÍPO	β	γ	CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE
Aceleração média (Regra Trapezoidal)	Implícito	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	Incondicional
Aceleração Linear	Implícito	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	Condicional
Diferença Central	Explícito	0	$\frac{1}{2}$	Condicional

Fonte: HUGHES, 2012

A obtenção da resposta dinâmica não linear é feita combinando-se uma técnica de integração temporal e o método iterativo de Newton Rapshon. Assim, adotando-se uma solução incremental-iterativa e substituindo as relações (6.12) e (6.13) na Equação (6.1), tem-se a equação que estabelece o equilíbrio dinâmico do sistema estrutural em $t + \Delta t$ em função da variável deslocamento nesse mesmo instante:

$$\hat{\mathbf{K}} \Delta \mathbf{U}^{(t+\Delta t)} = \hat{\mathbf{F}} \quad (6.14)$$

sendo $\hat{\mathbf{K}}$ a matriz de rigidez efetiva e $\hat{\mathbf{F}}$ o vetor de forças efetivo, expressos pelas seguintes equações:

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K} \quad (6.15)$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{F}_{\text{ext}}^{(t+\Delta t)} + \mathbf{M} \left[\frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{U}}^t + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{U}}^t \right] + \mathbf{C} \left[\left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \dot{\mathbf{U}}^t + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{U}}^t \right] - \mathbf{F}_{\text{int}}^t \quad (6.16)$$

onde $\mathbf{F}_{\text{int}}^t$ é o vetor de forças equivalentes às tensões internas no tempo t .

7 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O presente trabalho utiliza a formulação descrita no capítulo 4 para a obtenção do comportamento não linear de estruturas planas de aço. Tal formulação é capaz de considerar os efeitos de segunda ordem, o escoamento gradual do aço utilizando os conceitos de plasticidade distribuída (Método da Zona Plástica), a influência das tensões residuais e imperfeições geométricas.

Com o objetivo de produzir a resposta transiente não linear foi implementado o método de integração implícita de Newmark (1959) combinado à técnica de Newton-Raphson. A justificativa pela escolha desse método respalda-se em sua simplicidade de implementação e no fato dele ser um dos métodos mais empregados para a análise dinâmica não linear.

O método de Newton-Raphson é usado juntamente com a estratégia de iteração de controle de carga. Na primeira iteração de cada passo de tempo, os deslocamentos, velocidades e acelerações nodais são atualizados com base no deslocamento incremental. A partir da segunda iteração, o sistema de equações é solucionado pelo efeito das forças desbalanceadas.

No decorrer do processo iterativo o Método de Newmark é empregado para estimar as acelerações, velocidades e deslocamentos nodais no instante $t + \Delta t$. A convergência do processo iterativo é verificada por meio da comparação entre o valor da norma do vetor de deslocamentos incrementais da iteração e o valor da norma do vetor de deslocamentos incrementais do passo ou pela razão entre a norma do vetor de forças residuais e a norma do vetor de cargas externas aplicadas. Quando a diferença entre esses valores é inferior ou igual à tolerância, a convergência do processo é alcançada. Após a convergência, calculam-se as novas acelerações, deslocamentos e velocidades e, em seguida, passa-se para o próximo passo de tempo.

Como o carregamento pode sofrer uma variação positiva ou negativa de um passo de tempo para outro, o incremento de carga pode ser negativo. A cada passo de tempo, encontra-se um ponto de equilíbrio sobre a trajetória e o resultado é apresentado em um gráfico *deslocamento x tempo*.

Na maioria dos problemas, os efeitos inerciais são considerados por meio da matriz de massa discreta (*lumped mass matrix*). A opção por uma matriz de massa discreta

está no fato de que esta ocupa menos espaço de memória do que seria necessário caso fosse utilizada uma matriz de massa consistente.

A matriz de amortecimento é obtida pela combinação linear das matrizes de massa e de rigidez da estrutura, aplicando os coeficientes de proporcionalidade de Rayleigh, μ_1 e μ_2 , obtidos com base nas frequências naturais (primeiro e segundo modos de vibração) e a taxa de amortecimento designadas diretamente pelo usuário.

Atualmente, o programa PPLANLEP emprega um modelo constitutivo multilinear para a captura da evolução da plastificação ao longo da análise. Contudo, esse modelo não consegue representar a inversão de carregamento, de tal forma que a barra passe de compressão para tração ou vice-versa. Portanto, foi implementado um modelo bilinear elastoplástico com endurecimento isotrópico para a representação do comportamento *tensão x deformação* do material durante a análise transiente.

De modo a demonstrar a eficiência da análise proposta na obtenção do comportamento dinâmico não linear das estruturas, exemplos numéricos serão apresentados no capítulo 8.

7.2 VISÃO GERAL DO PROGRAMA PPLANLEP

O programa PPLANLEP, escrito na linguagem FORTRAN 90, é composto por duas partes: o programa principal e as subrotinas. O programa principal estabelece a sequência das subrotinas e controla o número de iterações a serem executadas durante as análises, ao passo que as subrotinas executam os procedimentos para a análise elastoplástica em segunda ordem de pórticos planos de aço.

O programa é capaz de considerar os efeitos de segunda ordem P- Δ e P- δ , as deformações por cisalhamento com base na teoria de Timoshenko, o escoamento gradual do aço utilizando os conceitos de plasticidade distribuída e a influência das tensões residuais. Além disso, o programa permite a consideração dos efeitos da flexibilidade das ligações considerando-se curvas *momento x rotação* multilinearizadas para os elementos de mola de comprimento nulo.

Os coeficientes da matriz de rigidez dependem do módulo de elasticidade longitudinal do material E, da área da seção transversal A, do momento de inércia I, do momento estático S e das forças normal e de cisalhamento. Para a determinação das propriedades EA, EI e ES realiza-se a discretização da seção transversal em fatias, como ilustrado na FIGURA 13.

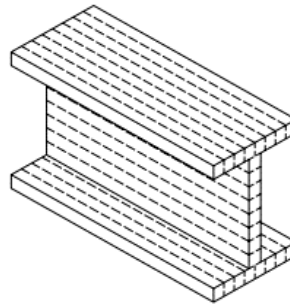


FIGURA 13 - Modelo de fatias
Fonte: SILVA, 2010

As contribuições para a força normal, o momento fletor e os coeficientes de rigidez EA, EI e ES totais são determinadas pelo somatório das contribuições de cada fatia. Assim, tem-se que:

$$EA = \sum_i E_i b_i t_i \quad (7.1)$$

$$ES = \sum_i E_i b_i t_i z_i \quad (7.2)$$

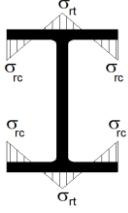
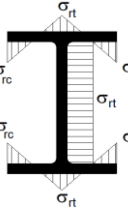
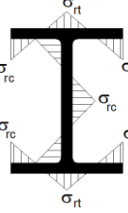
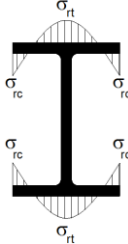
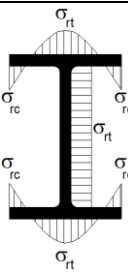
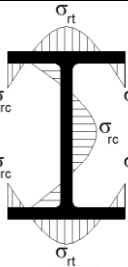
$$EI = \sum_i E_i \left(b_i t_i z_i^2 + \frac{b_i t_i^3}{12} \right) \quad (7.3)$$

onde b_i é a largura da fatia i , t_i , a espessura da fatia i , z_i , a coordenada z no centro da fatia i em relação ao centro de gravidade da seção transversal, e E_i , o módulo de elasticidade do material da fatia i .

Caso a tensão no centro de uma determinada fatia alcance a resistência ao escoamento, toda fatia passa ser considerada elastoplástica, enquanto que as fatias submetidas à tensões menores que a tensão de escoamento permanecem no regime elástico.

No programa, as tensões residuais são inseridas como dados de entrada e atribuídas a cada fatia da seção transversal dos elementos, sendo adicionadas automaticamente às tensões normais durante a análise. A TABELA 3 apresenta expressões da relação entre as tensões residuais de tração $\sigma_{rt}(+)$ e de compressão $\sigma_{rc}(-)$, segundo os tipos de distribuição que podem ser considerados no presente programa. Nas expressões, b_r e t_r são a largura e a espessura das mesas; h_w e t_w são a altura e a espessura da alma e d é a altura total do perfil.

TABELA 3 - Tipos de distribuição das tensões residuais

Configuração	Distribuição		Tensão residual de tração σ_{rt}
	Mesas	Alma	
	Linear	Sem Tensão Residual	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$
	Linear	Constante	$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f}{t_f b_f + t_w h_w} \sigma_{rc}$ onde: $h_w = d - 2t_f$
	Linear	Linear	$\sigma_{rt} = -\sigma_{rc}$
	Parabólica	Sem Tensão Residual	$\sigma_{rt} = -\frac{\sigma_{rc}}{2}$
	Parabólica	Constante	$\sigma_{rt} = -\frac{2t_f b_f}{4t_f b_f + 3t_w h_w} \sigma_{rc}$
	Parabólica	Parabólica	$\sigma_{rt} = -\frac{t_f b_f + t_w h_w}{4t_f b_f + t_w h_w} 2\sigma_{rc}$

Fonte: SILVA, 2010.

A FIGURA 14 mostra o fluxograma do procedimento de solução incremental-iterativo do tipo Newton-Raphson e as subrotinas envolvidas na análise estática de estruturas.

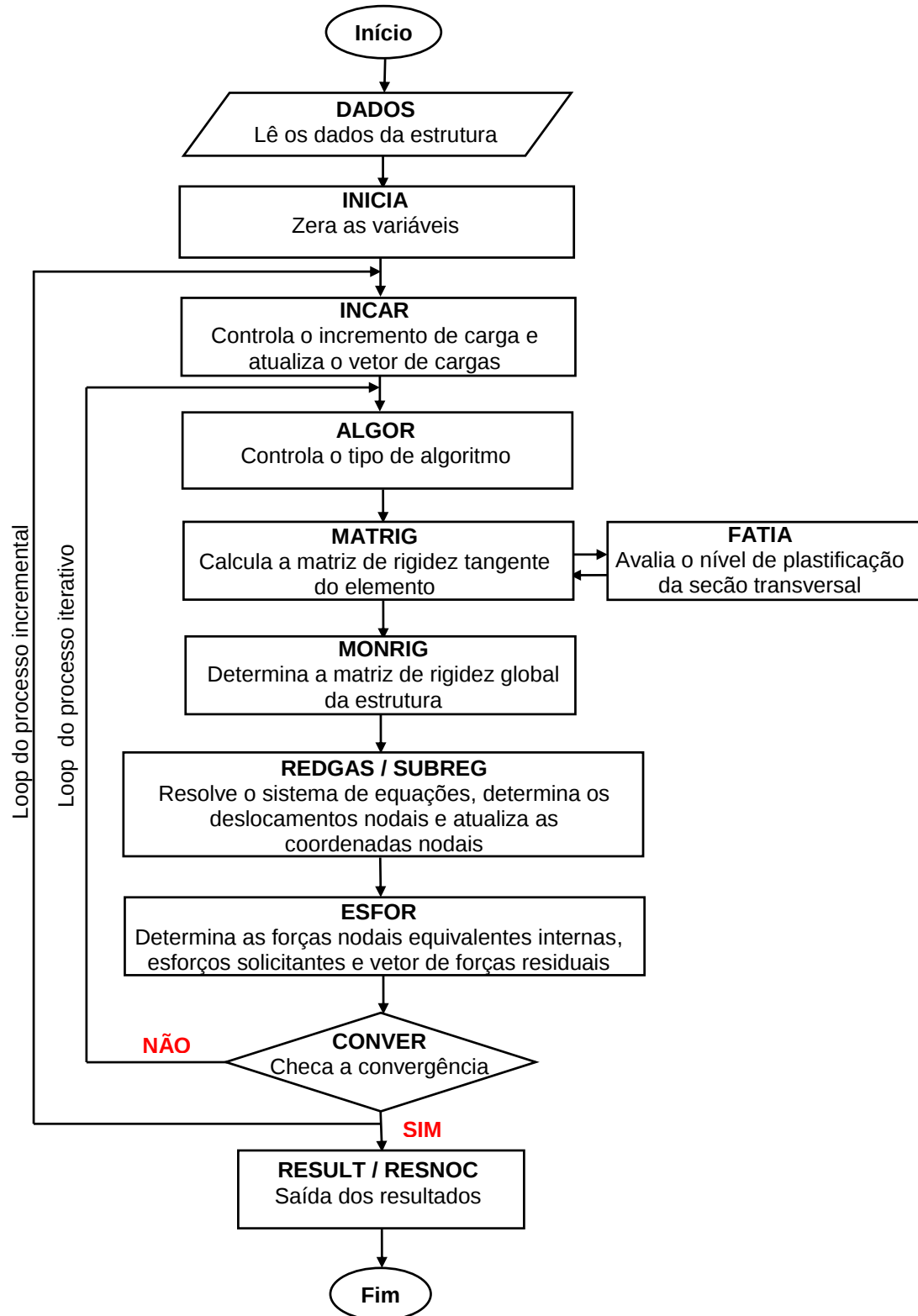


FIGURA 14 - Fluxograma do algoritmo de solução incremental-iterativo para análises estáticas

Fonte: o autor

7.3 IMPLEMENTAÇÃO DA LEI CONSTITUTIVA BILINEAR PARA CARREGAMENTOS CÍCLICOS.

Para considerar a plastificação na análise dinâmica de estruturas sujeitas a ações dinâmicas, faz-se necessária a implementação numérica de um modelo para carregamentos cíclicos. A rotina de cálculo das tensões e deformações mostrada a seguir foi apresentada no trabalho de Rodrigues (1997), que abordou um estudo dos efeitos da não linearidade física e geométrica na análise dinâmica de treliças de aço e pórticos de concreto armado. Neste trabalho, os procedimentos de cálculo de tensões e deformações são aplicados à cada fatia da seção transversal, a fim de capturar a distribuição da plastificação ao longo da sua altura.

7.3.1 Rotina de cálculo das tensões e deformações

Os procedimentos descritos no item 3.4 foram inseridos no programa PPLANLEP. A FIGURA 15 apresenta, de maneira esquemática, a sequência de cálculos executados por meio de desvios condicionais. Cabe destacar que o procedimento de cálculo descrito na FIGURA 15 contempla o modelo com endurecimento linear isotrópico e pode ser facilmente modificado para a consideração dos modelos descritos no capítulo 3.

Inicialmente, deve-se atribuir à tensão de escoamento máxima o valor de " $+\sigma_{y0}$ ", e à tensão de escoamento mínima o valor de " $-\sigma_{y0}$ ". Após o cálculo da variação da deformação longitudinal do elemento, calcula-se o valor de σ^k e $\Delta\varepsilon_p^k$ para a fatia da seção transversal do elemento em questão. Caso a variação da deformação plástica seja diferente de zero, promove-se a atualização do valor do módulo de deformação longitudinal, ou seja, adota-se o módulo tangente. A cada iteração são armazenadas as tensões e deformações atuantes na fatia. Por fim, promove-se a atualização das deformações totais.

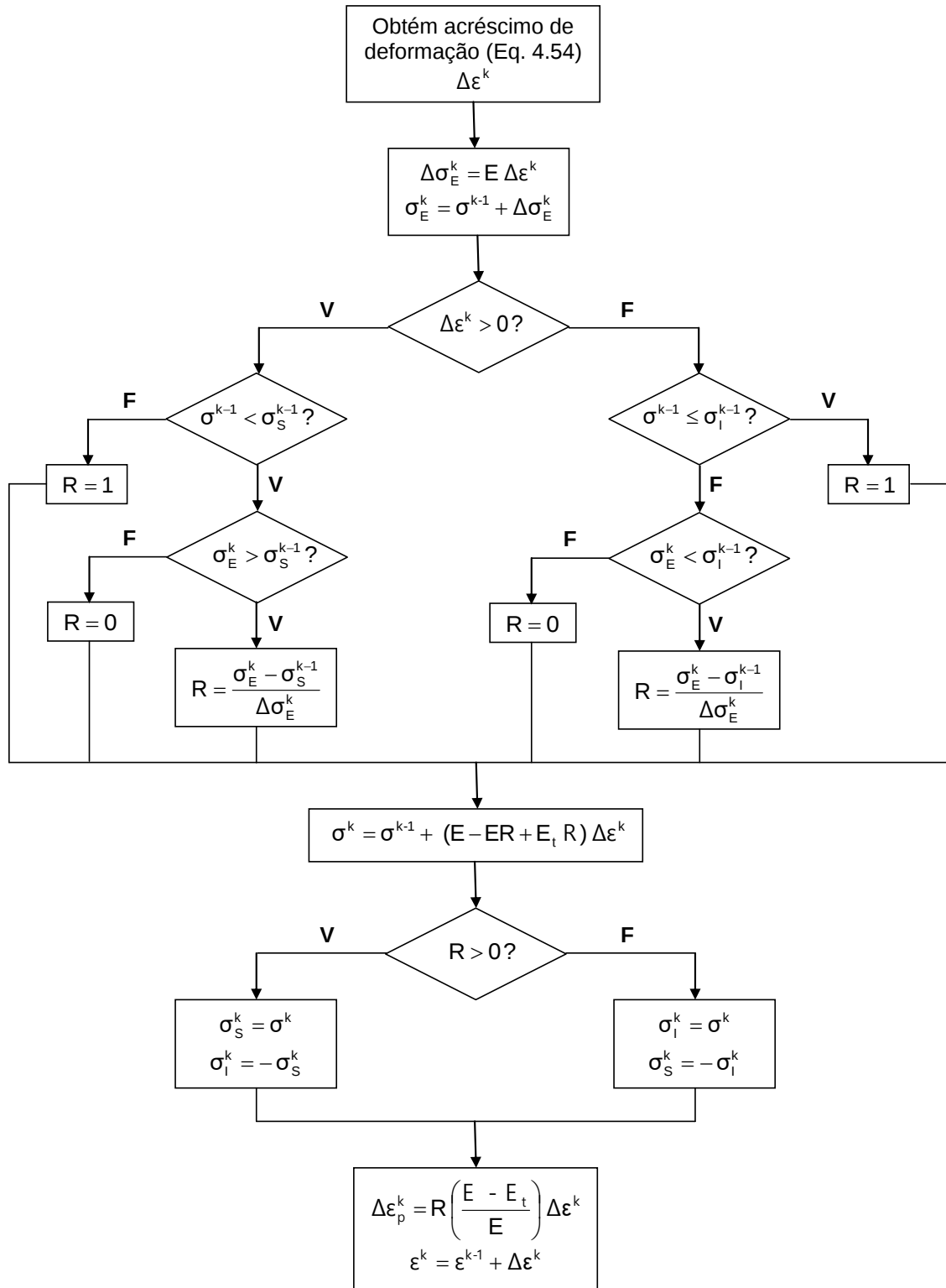


FIGURA 15 - Procedimentos para cálculo de tensão e deformação nas fatias

Fonte: o autor

7.4 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO PARA ANÁLISE TRANSIENTE NÃO LINEAR

A TABELA 4 mostra de forma sucinta os procedimentos que foram adotados neste trabalho para a análise avançada dinâmica de pórticos planos de aço.

TABELA 4 - Algoritmo para análise transiente não linear

1. Dados gerais: geometria, materiais, tipos de análise, entre outros.
2. Monta a matriz de massa, M
3. Monta o vetor de cargas nodais e os vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações iniciais, $\mathbf{U}^0, \dot{\mathbf{U}}^0, \ddot{\mathbf{U}}^0$.
4. PARA CADA INSTANTE $t + \Delta t$
4a. Monta as matrizes de rigidez e amortecimento iniciais: $\mathbf{K}_0^{(t + \Delta t)}$ e $\mathbf{C}_0^{(t + \Delta t)}$
4b. Utilizando os parâmetros γ e β do método de Newmark, obtém as seguintes constantes:
$a_0 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}; a_1 = \frac{\gamma}{\beta \Delta t}; a_2 = \frac{1}{\beta \Delta t}; a_3 = \frac{1}{2\beta} - 1; a_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1; a_5 = \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right)$
4c. Monta a matriz de rigidez efetiva inicial: $\hat{\mathbf{K}}_0^{(t + \Delta t)}$
4d. Obtém o vetor de cargas efetivo, $\hat{\mathbf{F}}$:
$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{F}_{\text{ext}}^{(t + \Delta t)} + \mathbf{M}(a_2 \dot{\mathbf{U}}^t + a_3 \ddot{\mathbf{U}}^t) + \mathbf{C}(a_4 \dot{\mathbf{U}}^t + a_5 \ddot{\mathbf{U}}^t) - \mathbf{F}_{\text{int}}^t$
4e. Determina o vetor de deslocamentos incrementais, $\Delta \mathbf{U}: \hat{\mathbf{K}}_0 \Delta \mathbf{U}^0 = \hat{\mathbf{F}}$
5. PROCESSO ITERATIVO DE NEWTON-RAPHSON: Para $k = 1$ até n , onde n é o número de iterações
5a. Atualiza a matrizes de rigidez, amortecimento e rigidez efetiva.
5b. Calcula as acelerações, velocidades e deslocamentos:
$\ddot{\mathbf{U}}_{(k-1)}^{(t + \Delta t)} = a_0 \Delta \mathbf{U}_{(k-1)} - a_2 \dot{\mathbf{U}}^t - a_3 \ddot{\mathbf{U}}^t; \dot{\mathbf{U}}_{(k-1)}^{(t + \Delta t)} = a_1 \Delta \mathbf{U}_{(k-1)} - a_4 \dot{\mathbf{U}}^t - a_5 \ddot{\mathbf{U}}^t; \mathbf{U}_{(k-1)}^{(t + \Delta t)} = \mathbf{U}^t + \Delta \mathbf{U}_{(k-1)}$
5c. Atualiza as coordenadas nodais.
5d. Calcula o vetor de forças internas: $\mathbf{F}_{\text{int}(k-1)}^{(t + \Delta t)} = \mathbf{F}_{\text{int}}^t + \Delta \mathbf{F}_{\text{int}(k-1)}$
5e. Calcula o vetor de forças residuais: $\mathbf{R}_k^{(t + \Delta t)} = \mathbf{F}_{\text{ext}}^{(t + \Delta t)} - (\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}_{(k-1)}^{(t + \Delta t)} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}}_{(k-1)}^{(t + \Delta t)} + \mathbf{F}_{\text{int}(k-1)}^{(t + \Delta t)})$
5f. Determina a correção dos deslocamentos incrementais, $\hat{\mathbf{K}} \delta \mathbf{U}_k = \mathbf{R}_k^{(t + \Delta t)}$
5g. Atualiza o vetor de deslocamentos incrementais: $\Delta \mathbf{U}_k = \Delta \mathbf{U}_{(k-1)} + \delta \mathbf{U}_k$
5h. Verifica convergência do processo iterativo.
NÃO: Retorne ao item 5.
5i. Atualiza os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos no tempo $t + \Delta t$
$\ddot{\mathbf{U}}_k^{(t + \Delta t)} = a_0 \Delta \mathbf{U}_k - a_2 \dot{\mathbf{U}}^t - a_3 \ddot{\mathbf{U}}^t; \dot{\mathbf{U}}_k^{(t + \Delta t)} = a_1 \Delta \mathbf{U}_k - a_4 \dot{\mathbf{U}}^t - a_5 \ddot{\mathbf{U}}^t; \mathbf{U}_k^{(t + \Delta t)} = \mathbf{U}^t + \Delta \mathbf{U}_k$
5j. Atualiza o vetor de forças internas no tempo $t + \Delta t$ $\mathbf{F}_{\text{int}_k}^{(t + \Delta t)} = \mathbf{F}_{\text{int}}^t + \Delta \mathbf{F}_{\text{int}_k}$
6. RETORNA AO ITEM 4.

Para a implementação da análise transiente no programa PPLANLEP foram realizadas alterações no código existente e implementação de novas subrotinas. Uma descrição sucinta das subrotinas modificadas e das novas subrotinas inseridas é apresentada a seguir.

1. Subrotina START: Obtém o tipo de análise designado pelo usuário via teclado (Estática ou Dinâmica).

2. Subrotina DADOS: Obtém as informações inseridas pelo usuário em um arquivo texto, tais como modelo cinemático (Bernoulli-Euler ou Timoshenko), número e divisões das fatias, coordenadas, vinculações e carregamentos nodais, parâmetros das curvas *tensão x deformação* para o material e *momento x rotação relativa* para a ligação, valores das tensões residuais aplicadas, fatores limitantes referentes às iterações e especificações para impressão dos resultados. Para a realização da análise dinâmica transiente não linear, são lidos os parâmetros γ e β do Método de Newmark, o incremento e intervalo de tempo, as condições iniciais (deslocamentos, velocidades e acelerações), as frequências dos dois primeiros modos de vibração, taxas de amortecimento, as curvas *intensidade x tempo* para o carregamento dinâmico aplicado e a matriz de massa considerada (discreta ou consistente).

2. Subrotina INICIA: Inicializa vetores e matrizes envolvidas no processo de solução.

3. Subrotina GMASS: Monta a matriz de massa global da estrutura por meio da superposição da matriz de massa de cada elemento obtida com a **subrotina MASS**.

4. Subrotina INCAR: Controla o processo incremental do carregamento e atualiza o vetor correspondente a cada passo do processo.

5. Subrotina ALGOR: Controla o tipo de algoritmo iterativo a ser empregado para a solução do problema (Newton-Raphson Padrão / Newton-Raphson Modificado).

6. Subrotina MATRIG: Determina a matriz de rigidez tangente do elemento de barra e a matriz de rigidez da ligação atualizadas em cada iteração do processo, em regime elástico ou elastoplástico. Com o auxílio da **subrotina FATIA** são avaliados o estado

de plastificação da seção transversal, por meio da contribuição de cada fatia no cálculo de propriedades geométricas e nos coeficientes de rigidez.

7. Subrotina MONRIG: Obtém a montagem da matriz de rigidez global do sistema por meio da superposição da matriz de rigidez de cada elemento de barra e de mola de acordo com a incidência nodal adotada (Método da Rigidez Direta).

8. Subrotina MONAM: Monta a matriz de amortecimento por meio da combinação linear das matrizes de massa e rigidez da estrutura.

9. Subrotina MONREF: Monta a matriz de rigidez efetiva e o vetor de cargas efetivo com base nos parâmetros γ e β do método de Newmark.

10. Subrotina REDGAS: Obtém o sistema de equações triangular superior pelo Método de Redução de Gauss a cada iteração e monitora o sinal do elemento pivot da diagonal principal da matriz de rigidez. Caso o sinal do pivot seja negativo, é verificado o estado de limite último.

11. Subrotina SUBREG: Realiza a substituição regressiva do sistema originado na subrotina REDGAS. São determinados os deslocamentos nodais e as reações de apoio e é realizada a atualização das coordenadas nodais, dos comprimentos e dos cossenos diretores dos elementos. Nas análises transientes, além dos deslocamentos, são calculadas as velocidades e acelerações nodais.

12. Subrotina ESFOR: Determina os deslocamentos correspondentes aos graus de liberdade nos sistemas cartesiano e corrotacional, definindo as rotações de corpo rígido e seus valores acumulativos. Em seguida, as deformações são calculadas, e, por meio da lei constitutiva, são determinados os esforços nodais equivalentes. Posteriormente, tratando-se de uma análise dinâmica, são calculados os esforços inerciais e de amortecimento em coordenadas globais. Por fim, calcula-se o vetor de forças residuais.

13. Subrotina CONVER: Verifica a convergência da solução. No caso de uma análise estática, a convergência é verificada por meio da comparação dos valores dos

deslocamentos nodais correspondentes aos n graus de liberdade, na iteração corrente k , com aqueles da iteração imediatamente anterior $k-1$. Por outro lado, na análise dinâmica, a verificação da convergência do processo iterativo pode ser realizada utilizando-se duas abordagens. A primeira é baseada na relação entre o valor da norma do vetor de forças residuais e valor da norma do vetor de cargas externas aplicadas. Já a segunda, baseia-se na comparação entre o valor da norma do vetor de deslocamentos incrementais da iteração corrente e o valor da norma do vetor de deslocamentos incrementais do passo. Uma vez alcançada a convergência, atualizam-se os deslocamentos, velocidades e acelerações nodais.

14. Subrotina RESULT: Fornece a saída dos resultados, tais como os deslocamentos, velocidades e acelerações nodais, as reações de apoio segundo o sistema global de referência, os esforços solicitantes nas extremidades de cada elemento, as deformações elásticas, plásticas e totais calculadas em cada fatia nas extremidades do elemento de barra, além do valor de tensões nas mesmas. A **subrotina RESNOC** fornece os resultados para o nó de controle especificado.

A FIGURA 16 mostra, de forma simplificada, os procedimentos envolvidos na análise transiente não linear de pórticos planos de aço.

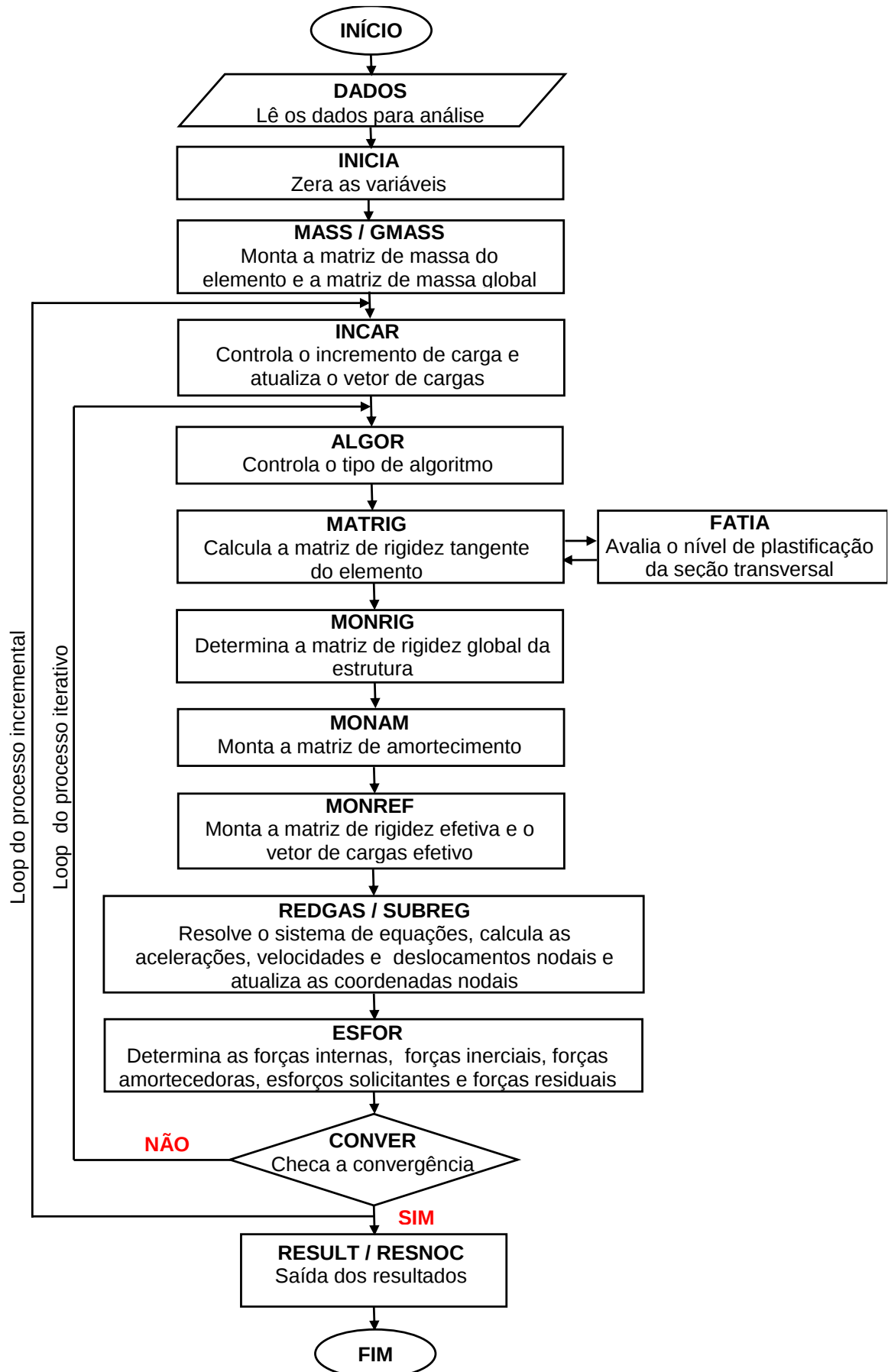


FIGURA 16 - Fluxograma do algoritmo para análise transiente não linear
Fonte: o autor

8 EXEMPLOS NUMÉRICOS

8.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nesta seção, exemplos numéricos são apresentados a fim de avaliar a eficiência da metodologia proposta na obtenção da resposta dinâmica não linear de pórticos planos de aço. Em todas as análises, os parâmetros γ e β , característicos do método de Newmark, são considerados iguais a 0,5 e 0,25 (Regra Trapezoidal), respectivamente, e adota-se a hipótese cinemática atribuída a Euler-Bernoulli. Em nenhuma análise é considerado o amortecimento proporcional de Rayleigh a fim de evidenciar o amortecimento histerético da estrutura ocasionado pelo processo de propagação da plastificação nos elementos.

Para validar a metodologia proposta, são utilizados os resultados dos pórticos investigados por Chan e Chui (2000) e outros autores. Chan e Chui (2000) empregaram o método do rótula elastoplástica (MRE) e o método da rótula plástica refinado (MRPR) nas análises. Na solução do problema dinâmico não linear, os autores em questão adotaram o método de Newmark e a matriz de massa consistente para a consideração dos efeitos inerciais. Para efeitos de comparação de resultados, em todas as análises apresentadas, foi adotado módulo tangente igual a zero, a fim de que o material exibisse comportamento elástico-perfeitamente plástico.

8.2 PÓRTICOS DE AÇO SUBMETIDOS À AÇÕES DINÂMICAS

Os pórticos de aço apresentam-se como uma excelente solução estrutural para diferentes tipos de construção, uma vez que favorecem a diminuição do prazo de execução e promovem uma redução do consumo de materiais, dada a possibilidade de reutilização e reciclagem dos seus componentes após a vida útil da edificação. Contudo, devido à sua concepção estrutural e forma esbelta, é necessário a realização de uma análise estrutural mais criteriosa de modo a garantir um desempenho satisfatório da edificação ao longo da sua utilização. No caso dessas estruturas estarem submetidas à ações dinâmicas com intensidades suficientes para provocarem deformações permanentes e danos localizados em seus membros, se torna ainda mais necessária a realização de uma análise rigorosa que considere a plastificação do material e os efeitos de segunda ordem.

Com base no exposto, esta seção tem como finalidade apresentar problemas numéricos não lineares envolvendo pórticos planos de aço submetidos a cargas de

impacto. Para a consideração dessas ações durante a análise, são adotados pulsos retangulares aplicados na estrutura.

8.2.1 Pórtico abatido com bases engastadas de Williams (1964)

O pórtico estudado por Williams (1964) é apresentado na FIGURA 17. Trata-se de uma estrutura frequentemente utilizada por pesquisadores para validar modelos numéricos não lineares e verificar a eficiência de implementações computacionais. A estrutura é constituída por dois membros de seções retangulares com área de $1,1806 \text{ cm}^2$ e inércia de $0,036 \text{ cm}^4$. O pórtico é submetido a uma carga concentrada $P(t)$ igual a 67 N . Os membros estruturais foram discretizados em quatro elementos finitos, e as seções transversais, em 20 fatias. O módulo de elasticidade longitudinal e a massa volumétrica adotados para os membros foram, respectivamente, $71,02 \text{ GPa}$ e $2,7145 \text{ kNs}^2/\text{m}^4$. Adotou-se um incremento de tempo constante de $1 \times 10^{-4} \text{ s}$ e uma tolerância de 10^{-5} para os deslocamentos.

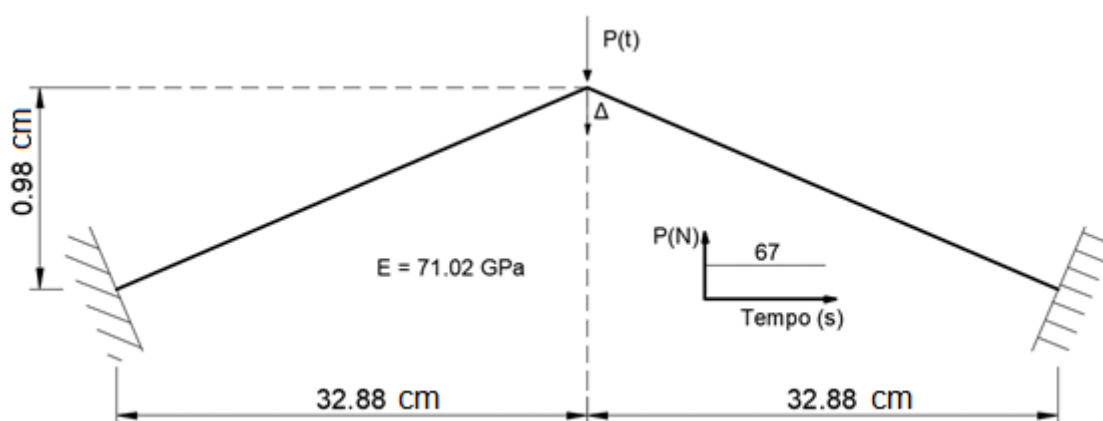


FIGURA 17 - Configuração e propriedades do pórtico abatido de Williams (1964)
Fonte: o autor

O histórico de deslocamentos registrado para o topo da estrutura obtido pelo programa desenvolvido é apresentado na FIGURA 18. Verifica-se uma boa concordância com os resultados fornecidos por Chan e Chui (2000) e Silva (2009).

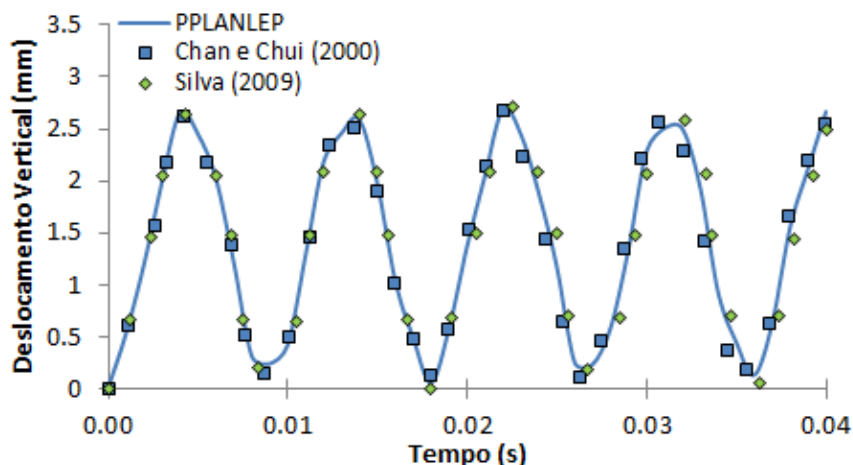


FIGURA 18 - Histórico de deslocamentos do pórtico abatido de Williams (1964)
Fonte: o autor

8.2.2 Pórtico de dois andares e um vão com bases rotuladas

O objetivo desse exemplo é analisar a influência das forças gravitacionais no comportamento dinâmico geometricamente não linear de pórticos planos de aço. Essas cargas estáticas induzem esforços axiais nos pilares e, portanto, causam uma redução da rigidez desses membros. Além disso, momentos adicionais são produzidos em decorrência do efeito $P-\Delta$ gerado por esse tipo de carregamento.

A FIGURA 19 mostra um pórtico de dois andares e um vão com bases rotuladas. As vigas da estrutura possuem perfil W14x48 e os pilares, perfil W12x96. O módulo de elasticidade longitudinal, E , igual a 205 GPa é adotado para todos os membros estruturais. Nas extremidades e no centro das vigas são consideradas massas concentradas iguais a 3730 kg e 7460 kg, respectivamente. Os pilares esquerdos estão submetidos a um pulso retangular de 7,5 kN atuando durante 1s. Dois elementos foram utilizados na discretização das vigas e apenas um elemento para cada pilar, conforme adotado por Chan e Chui (2000). As seções transversais foram discretizadas em 50 fatias, sendo 20 para cada mesa e 10 para a alma.

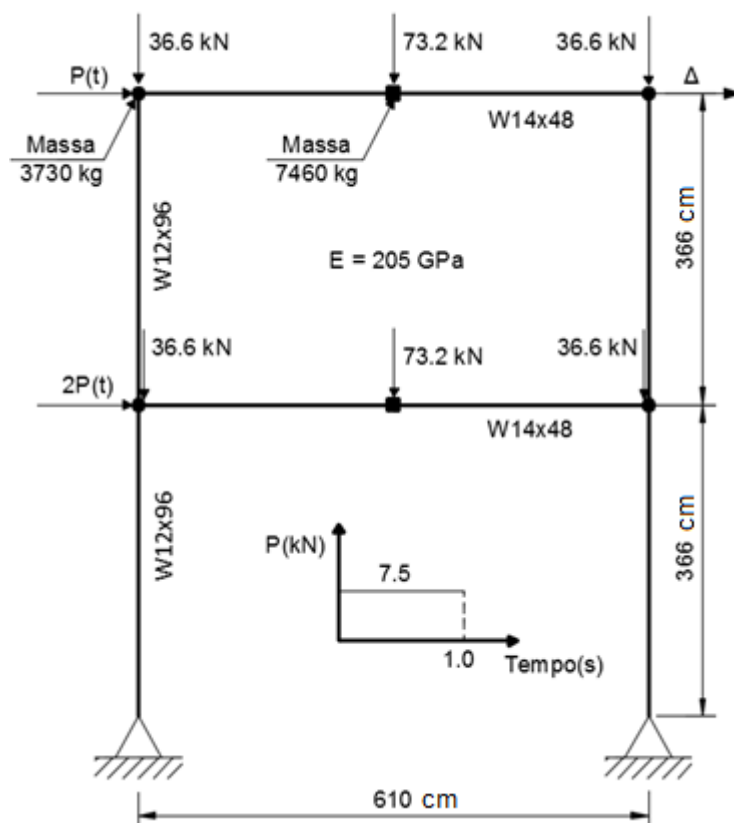


FIGURA 19 - Configuração e propriedades do pórtico de dois andares e um vão com bases rotuladas
Fonte: o autor

A fim de prever de uma forma mais realística o comportamento dinâmico não linear, foram consideradas cargas gravitacionais aplicadas estaticamente nas extremidades e no centro das vigas da estrutura, com magnitudes de 36,6 kN e 73,2 kN, respectivamente. Para efeito de comparação, realizaram-se análises com e sem a consideração das cargas gravitacionais. Em ambas as situações foram utilizadas um incremento de tempo constante igual a 0,001s e uma tolerância de 10^{-4} para os deslocamentos. As FIGURAS 20 e 21 mostram os históricos de deslocamentos, ou seja, o deslocamento lateral no topo do pórtico em função do tempo, sem e com a consideração das cargas gravitacionais, respectivamente. Em ambos os casos verifica-se uma boa correlação com os resultados encontrados na literatura.

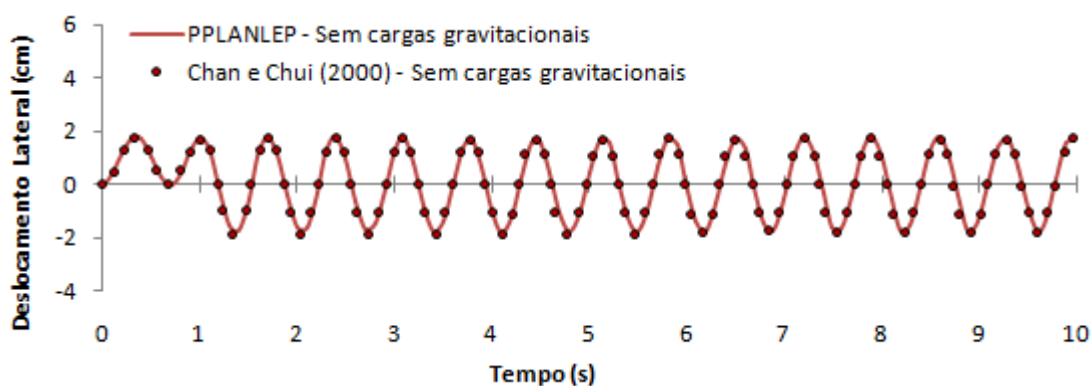


FIGURA 20 - Histórico de deslocamentos do pórtico de dois andares e um vão com bases apoiadas sem a consideração de cargas gravitacionais
Fonte: o autor

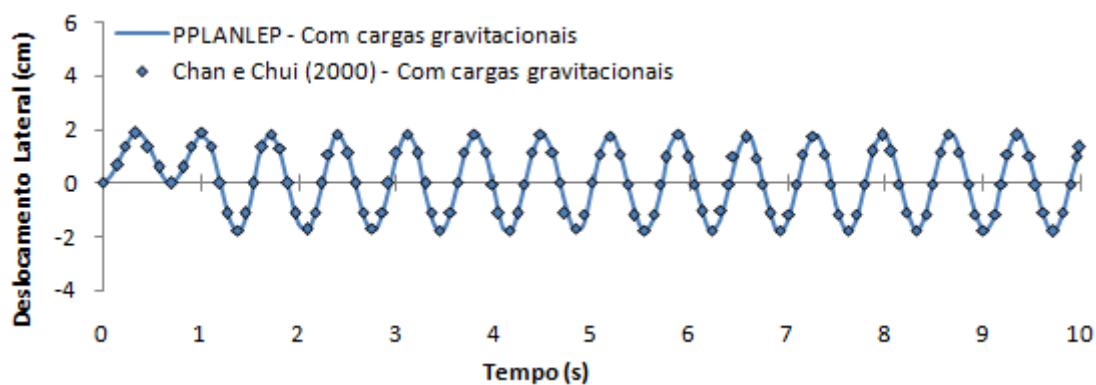


FIGURA 21 - Histórico de deslocamentos do pórtico de dois andares e um vão com bases apoiadas com a consideração de cargas gravitacionais
Fonte: o autor

A FIGURA 22 mostra as respostas do pórtico de dois andares, obtidas pelo programa PPLANLEP, com e sem a consideração de cargas gravitacionais. Verifica-se que após a atuação da carga horizontal, os deslocamentos oscilam com amplitude em torno de ± 2 cm. Como apontado por Chan e Chui (2000) e Silva (2009), as forças gravitacionais exercem pouca influência na resposta transiente da estrutura quando as ligações são perfeitamente rígidas. No entanto, os autores destacam que as amplitudes dos deslocamentos são maiores ao se considerar a flexibilidade das ligações. Isso ocorre devido à influência dos efeitos de segunda ordem, intensificados pelas cargas gravitacionais, que reduzem a rigidez dos membros estruturais.

Como se pode observar na FIGURA 22, ao se considerar as cargas gravitacionais durante a análise, ocorre um aumento do período de vibração da estrutura. No entanto, os deslocamentos continuam a variar entre, aproximadamente, ± 2 cm.

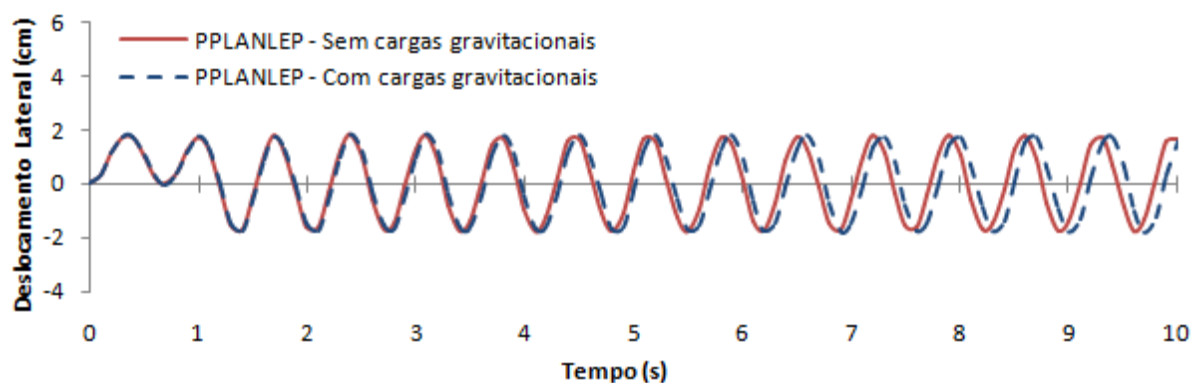


FIGURA 22 - Comparação entre as respostas do pórtico de dois andares e um vão com bases apoiadas, com e sem a consideração de cargas gravitacionais
Fonte: o autor

8.2.3 Pórtico de um andar e um vão com bases engastadas de Rothert et al. (1990)

O pórtico de um andar e um vão com bases engastadas estudado por Rothert et al. (1990) é mostrado na FIGURA 23. A estrutura está submetida a uma carga de impacto vertical de 205 kN aplicada no meio do vão. Os pilares são constituídos de perfis de aço HEB-200, e a viga, perfil HEB-360. Utilizando a mesma discretização realizada por Chan e Chui (2000), foram adotados seis elementos por membro na modelagem dessa estrutura. As seções transversais foram discretizadas em 50 fatias, sendo 20 para cada mesa e 10 para a alma. Para todos os membros estruturais foi assumido o comportamento elástico-perfeitamente plástico para o material com módulo de elasticidade, E , igual a 205 GPa e tensão de escoamento, σ_y , igual a 275 MPa. Adotou-se um incremento de tempo constante de 0,001s e uma tolerância de 10^{-5} para os deslocamentos. Nenhum amortecimento é considerado a fim explorar a capacidade de amortecimento histerético da estrutura induzido pelo processo de deformação plástica de seus membros. Além disso não foram inseridas tensões residuais ao longo da altura das seções transversais.

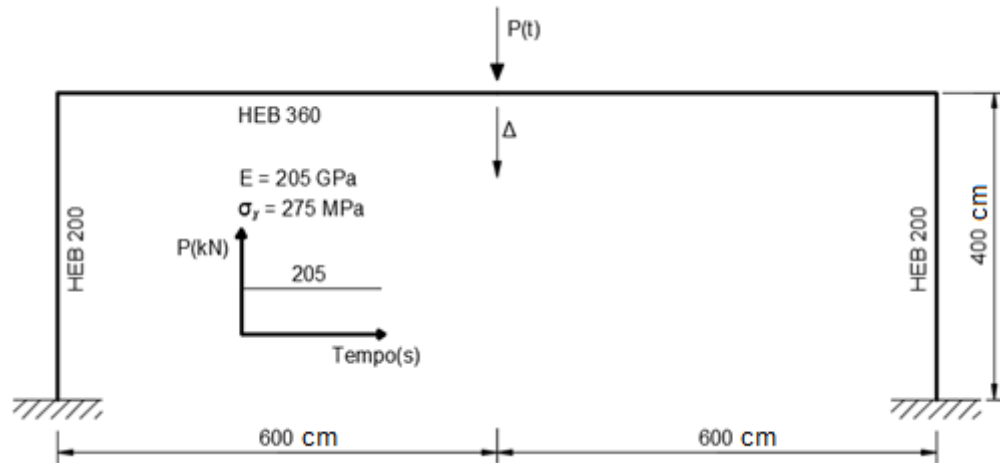


FIGURA 23 - Configuração e propriedades do pórtico de um andar e um vão de Rothert et al. (1990)
Fonte: o autor

O histórico de deslocamentos, ou seja, o deslocamento vertical no meio do vão da viga em função do tempo, para o pórtico de Rothert et al. (1990) é mostrado na FIGURA 24. Percebe-se uma boa correlação entre os resultados obtidos pela metodologia proposta e pelos autores em questão, demonstrando a consistência e precisão da formulação desenvolvida. Ao se comparar os resultados obtidos por meio de uma análise em segunda ordem considerando material elástico e elastoplástico, percebe-se que os deslocamentos obtidos são maiores quando a plastificação dos membros é considerada.

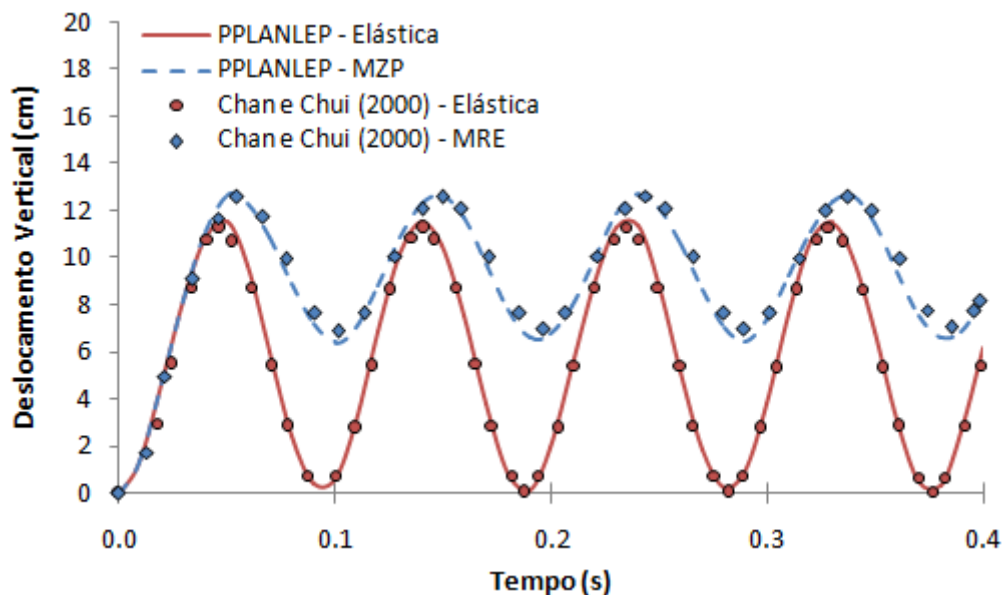


FIGURA 24 - Resposta dinâmica do pórtico de um andar e um vão de Rothert et al. (1990)
Fonte: o autor

Nota-se que o processo irreversível de acúmulo de deformação plástica faz com que a estrutura não consiga retornar à sua posição de equilíbrio inicial. Como consequência, tem-se uma diminuição da amplitude dos deslocamentos, embora o deslocamento máximo seja maior que o deslocamento obtido sem a consideração da não linearidade física.

Além disso, percebe-se que o método da zona plástica (MZP) realizado pelo programa desenvolvido apresentou resultados próximos aos obtidos por Chan e Chui (2000) que utilizaram o método da rótula elastoplástica (MRE). Contudo, a amplitude dos deslocamentos obtida com a metodologia proposta foi maior se comparada com a obtida pelo MRE.

O processo de plastificação se inicia, aproximadamente, em 0,03s. A FIGURA 25 mostra as regiões dos membros estruturais que sofreram plastificação durante a análise transiente não linear realizada pelo programa PPLANLEP. O valor do percentual da área das seções transversais que sofreram plastificação ao longo do tempo (trechos A, B, C, D e E) é mostrado na TABELA 5.

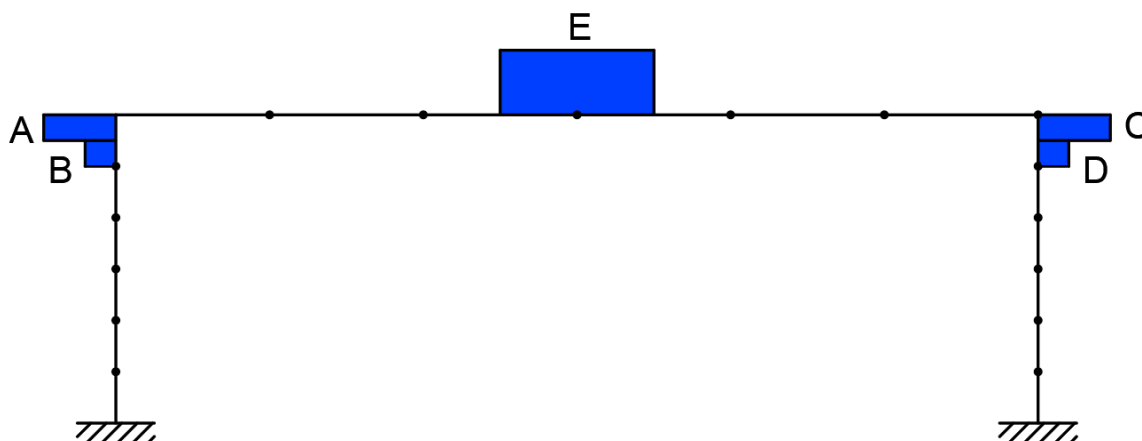


FIGURA 25 - Plastificação nos membros do pórtico de um andar e um vão de Rothert et al. (1990)
Fonte: o autor

Com base nos dados apresentados na TABELA 5, pode-se notar que o processo de plastificação se inicia no topo dos pilares e, em seguida, no meio do vão da viga, onde a carga dinâmica está aplicada. A partir de 0,042s ocorre a propagação das deformações plásticas permanentes para regiões localizadas abaixo do topo dos pilares.

TABELA 5 - Evolução da plastificação: Porcentagem da área das seções transversais que escoaram ao longo do tempo - Pórtico de Rothert et al. (1990).

% da área das seções transversais que escoaram: Altura das barras					
tempo (s)	A	B	C	D	E
0.030	40%	0%	40%	0%	0%
0.032	86%	0%	86%	0%	0%
0.034	88%	0%	88%	0%	39%
0.036	90%	0%	90%	0%	39%
0.038	90%	0%	90%	0%	80%
0.040	92%	0%	92%	0%	80%
0.042	92%	40%	92%	40%	80%
0.044	92%	40%	92%	40%	80%
0.046	92%	40%	92%	40%	84%
0.048	94%	40%	94%	40%	84%
0.050	94%	40%	94%	40%	84%

Fonte: o autor

8.2.4 Pórtico de um andar e um vão com bases engastadas de Toridis - Khozeimeh (1971)

O pórtico de um andar e um vão com bases engastadas estudado por Toridis e Khozeimeh (1971) é mostrado na FIGURA 26. A viga da estrutura possui perfil W16x36 e os pilares, perfil W12x120. A estrutura foi submetida a uma carga de impacto, $P(t)$, igual a 444,82 kN, aplicada na parte superior do pilar do lado esquerdo. Três elementos finitos foram utilizados na discretização das vigas e pilares. A massa dos elementos foi multiplicada por 625 e concentrada nos nós. Na análise inelástica foi assumido o comportamento elástico-perfeitamente plástico para o material com módulo de elasticidade, E , igual a 207 GPa e tensão de escoamento igual a 235 MPa. As tensões residuais foram distribuídas de forma linear, tanto nas mesas quanto nas almas, considerando-se a tensão de compressão com magnitude de 30% e 50% da tensão de escoamento para vigas e pilares, respectivamente. As seções transversais foram discretizadas em 50 fatias, sendo 20 para cada mesa e 10 para a alma. Adotou-se um incremento de tempo constante de 0,001s e uma tolerância de $5,0 \times 10^{-6}$ para os deslocamentos.

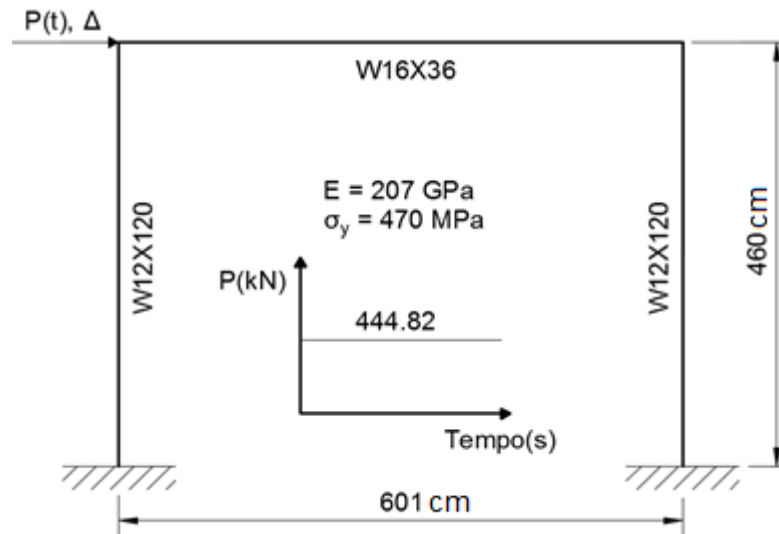


FIGURA 26 - Configuração e propriedades do pórtico de um andar e um vão com bases engastadas de Toridis - Khozeimeh (1971)
Fonte: o autor

A FIGURA 27 apresenta os registros temporais de deslocamentos, ou seja, os deslocamentos laterais no topo do pórtico em função do tempo, obtidos pelo programa PPLANLEP, considerando-se a análise em teoria de 2ª ordem, elástica e elastoplástica pelo método da zona plástica (MZP) com e sem a presença de tensões residuais, representadas pelas denominações TR e STR, respectivamente. Esses resultados são comparados com aqueles obtidos por Chan e Chui (2000) por meio do método da rótula elastoplástica (MRE) e método da rótula plástica refinado (MRPR).

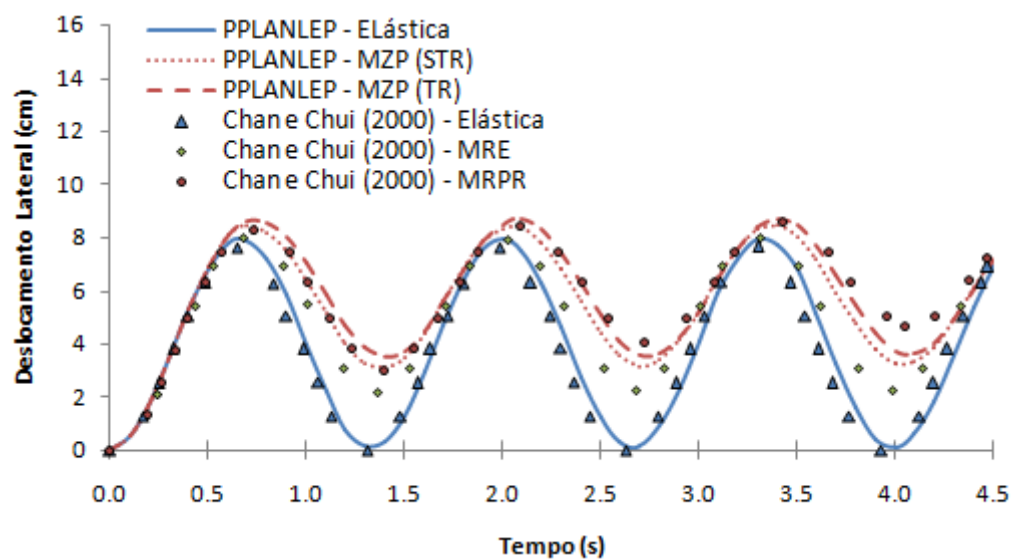


FIGURA 27 - Histórico de deslocamentos do pórtico de um andar e um vão com bases engastadas de Toridis - Khozeimeh (1971)
Fonte: o autor

A plastificação inicia-se, aproximadamente, em 0,3s. Contudo, a deformação plástica não apresenta uma grande influência no histórico de deslocamentos até 0,5s. A partir desse instante ocorre um aumento das deformações plásticas, fazendo com que a resposta elastoplástica comece a se divergir da resposta elástica.

Como esperado, o modelo numérico que considerou as tensões residuais nas fatias das seções transversais (TR) apresentou resultados mais próximos dos registrados por Chan e Chui (2000) via método da rótula plástica refinado (MRPR), que inclui os efeitos das tensões residuais. Em contrapartida, o modelo que não considera a distribuição de tensões residuais (STR) ao longo da altura da seção transversal forneceu um registro de deslocamentos mais próximo daquele obtido pelo método da rótula elastoplástica (MRE). Essa ocorrência já era prevista, uma vez que o MRE não permite a consideração dos efeitos das tensões residuais.

A principal diferença entre os resultados alcançados no presente estudo e os encontrados pelos autores em questão está diretamente associada à metodologia utilizada na consideração da não linearidade do material. Comparando-se o MRE ao MZP e MRPR, observa-se que ele superestima a resistência dos membros estruturais ao não considerar a distribuição da plastificação ao longo da altura da seção transversal. Por consequência, os deslocamentos obtidos pelo MRE são menores que os encontrados por meio do método da zona plástica e método da rótula plástica refinado.

Verifica-se também que o período de vibração da estrutura fornecido pela presente análise é maior que o encontrado no trabalho de Chan e Chui (2000).

A FIGURA 28 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos por Chan e Chui (2000) e os obtidos pelo programa PPLANLEP adotando-se a matriz de massa consistente (MC).

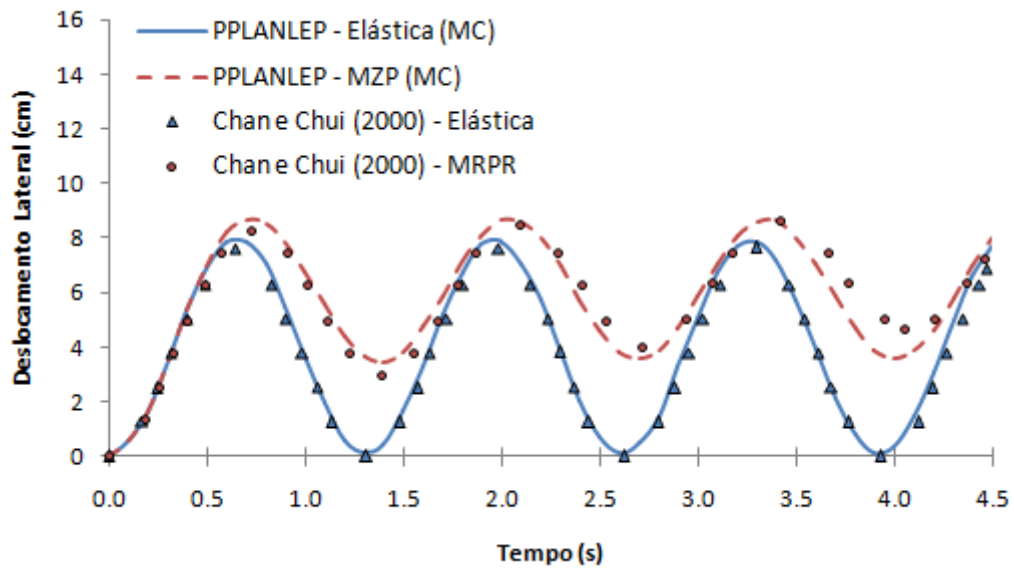


FIGURA 28 - Influência da matriz de massa na resposta dinâmica para o pórtico de Toridis – Khozeimeh (1971)
Fonte: o autor

A FIGURA 29 ilustra, de forma comparativa, os históricos de deslocamentos do pórtico Toridis - Khozeimeh (1971) obtidos pelo programa PPLANLEP considerando-se a matriz de massa discreta (MD) e a matriz de massa consistente (MC). Pode-se observar novamente que a matriz de massa não influencia na amplitude dos deslocamentos, porém há uma influência no período de vibração da estrutura.

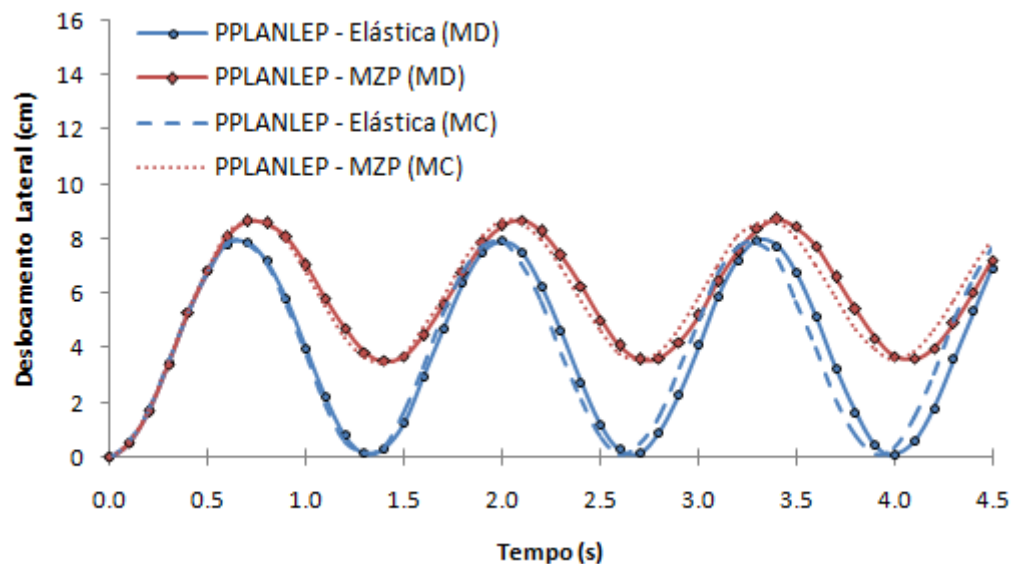


FIGURA 29 - Comparação entre as respostas dinâmicas obtidas por diferentes matrizes de massa
Fonte: o autor

8.2.5 Pórtico de um andar e um vão com bases rotuladas, com imperfeição geométrica inicial

O objetivo do estudo é avaliar o efeito da resistência ao escoamento na resposta dinâmica inelástica de estruturas de aço, bem como a influência de diferentes parâmetros de análise descritos a seguir. A FIGURA 30 ilustra um pórtico de um andar e um vão com bases rotuladas e com imperfeição geométrica inicial nos pilares igual a $1/200$. O pórtico está submetido a duas cargas estáticas de 200 kN e a duas cargas gravitacionais na forma de massa concentrada atuando no topo dos pilares. As vigas e os pilares da estrutura são constituídos de perfis de aço W8x48. Além disso, a estrutura está submetida a uma carga de impacto horizontal igual a 60kN aplicada no topo do pilar esquerdo. Para todos os membros estruturais é adotado módulo de elasticidade longitudinal, E , igual a 205 GPa. Nas análises inelásticas foi assumido o comportamento elástico-perfeitamente plástico para o material com tensão de escoamento igual a 235 MPa ou 260MPa. As tensões residuais foram distribuídas de forma linear, tanto nas mesas quanto nas almas, considerando-se a tensão de compressão com magnitude de 30% e 50% da resistência ao escoamento para vigas e pilares, respectivamente.

Chan e Chui (2000) utilizaram um elemento por membro na modelagem desse pórtico e um passo de tempo de 0,001s. Neste estudo, são utilizados diferentes passos de tempo e malhas na discretização do sistema estrutural, a fim de identificar a influência desses fatores na resposta transiente. Em todas as análises, as seções transversais foram discretizadas em 50 fatias, sendo 20 para cada mesa e 10 para a alma. Inicialmente, adotou-se incremento de tempo constante de 0,001s, tolerância de 10^{-4} para os deslocamentos e a mesma discretização dos membros estruturais adotada por Chan e Chui (2000).

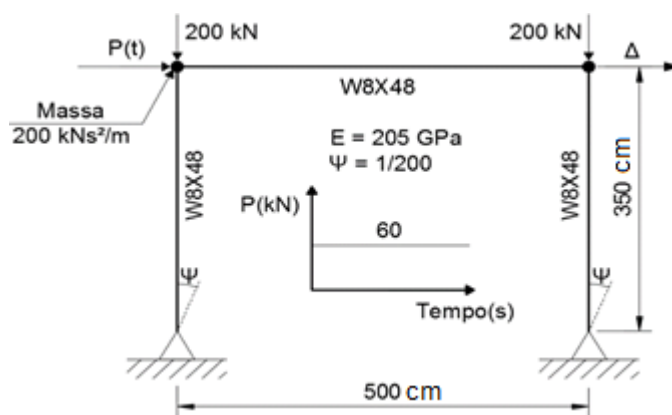


FIGURA 30 - Configuração e propriedades do pórtico simples biapoado
Fonte: o autor

As respostas transientes para essa estrutura obtidas por Chan e Chui (2000), considerando-se a resistência ao escoamento igual a 235 MPa, são apresentadas na FIGURA 31, as quais são comparadas com as respostas obtidas pelo programa proposto.

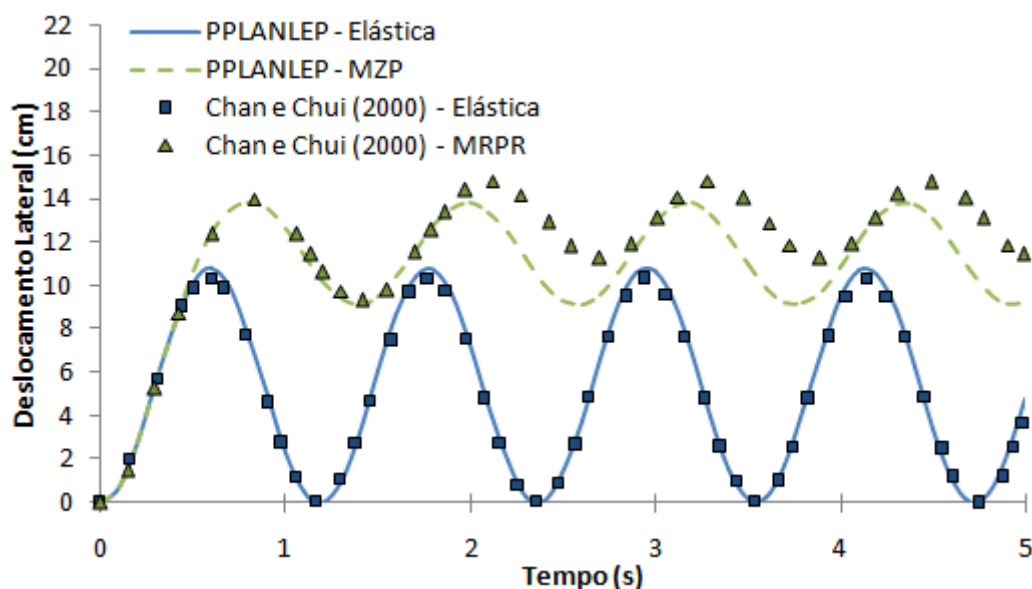


FIGURA 31 - Resposta dinâmica do pórtico de um andar e um vão com bases rotuladas
Fonte: o autor

Constata-se que os deslocamentos obtidos pelo MRPR começam a ser significativamente maiores que os obtidos por meio do MZP a partir de 2s. Para a metodologia proposta, as oscilações dos deslocamentos apresentam uma resposta estabilizada após 0,5s visto que o material volta a trabalhar no patamar elástico e, portanto, a energia não pode ser mais dissipada. Contudo, observa-se a formação de uma deformação plástica permanente.

Assim como reportado por outros autores, a discretização do intervalo de tempo contínuo em uma série de tempos discretos e a malha de elementos finitos utilizada podem influenciar significativamente os resultados da análise dinâmica não linear. Portanto, avaliou-se a influência desses parâmetros na resposta transiente não linear da estrutura.

A FIGURA 32 mostra as respostas transientes do pórtico em questão adotando-se diferentes malhas. Verifica-se que o refinamento da malha tem influência direta nas respostas transientes. Portanto, recomenda-se uma melhor discretização do sistema estrutural a fim de permitir a propagação da plastificação e, conseqüentemente, uma melhor redistribuição dos esforços internos.

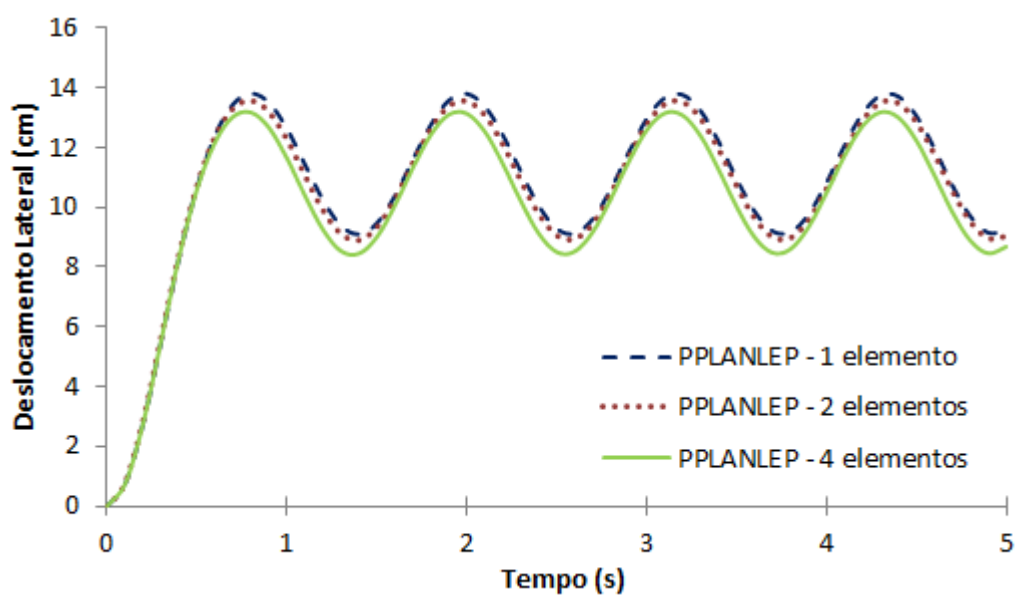


FIGURA 32 - Resposta transiente não linear para diferentes malhas
Fonte: o autor

A FIGURA 33 fornece a resposta transiente não linear do pórtico para diferentes passos de tempo Δt e utilizando-se a malha com 1 elemento por membro. O mesmo estudo foi realizado para a malha com 4 elementos por membro, sendo as respostas apresentadas na FIGURA 34.

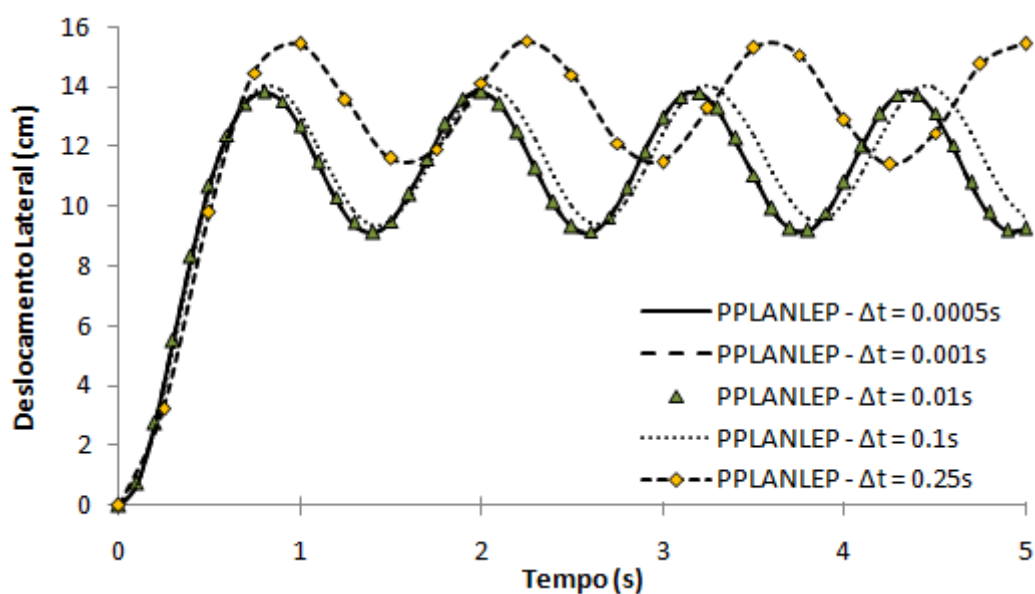


FIGURA 33 - Resposta transiente não linear para diferentes passos de tempo - 1 elemento
Fonte: o autor

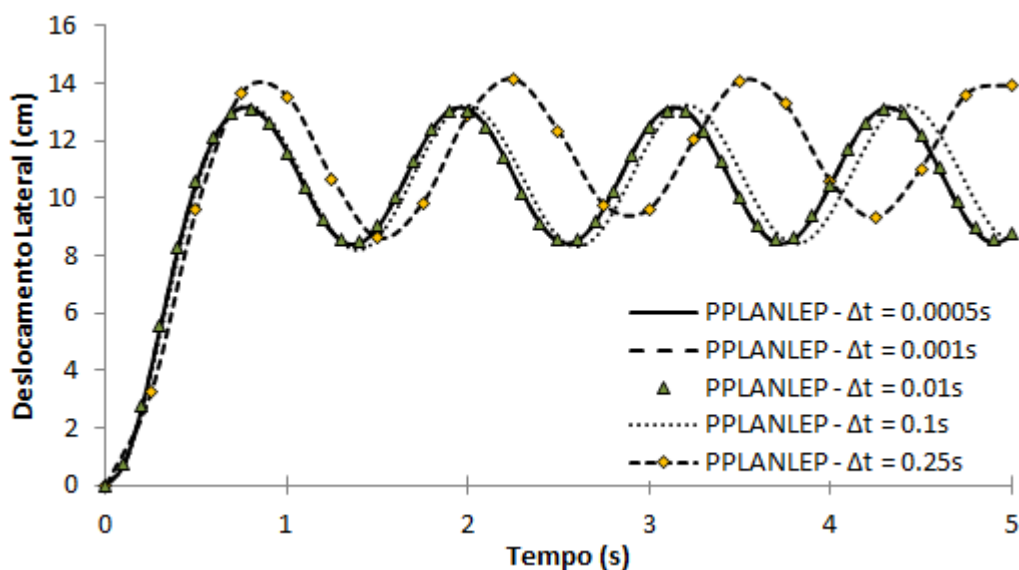


FIGURA 34 - Resposta transiente não linear para diferentes passos de tempo - 4 elementos
Fonte: o autor

Analisando-se os gráficos apresentados nas FIGURAS 33 e 34, conclui-se que a precisão da solução de problemas não lineares pode ser bastante influenciada pela escolha do passo de tempo. Para a malha com 4 elementos por membro, percebe-se que ao adotar um passo de tempo de 0,25s as seções continuam a sofrer plastificação após 0,5s e, por isso, tem-se uma redução da amplitude dos deslocamentos ao longo do tempo.

A FIGURA 35 apresenta os registros de deslocamentos do pórtico com bases rotuladas e com a imperfeição geométrica inicial considerando-se tensões de escoamento iguais a 235 MPa e 260 MPa e malhas com 1 elemento e 4 elementos por membro.

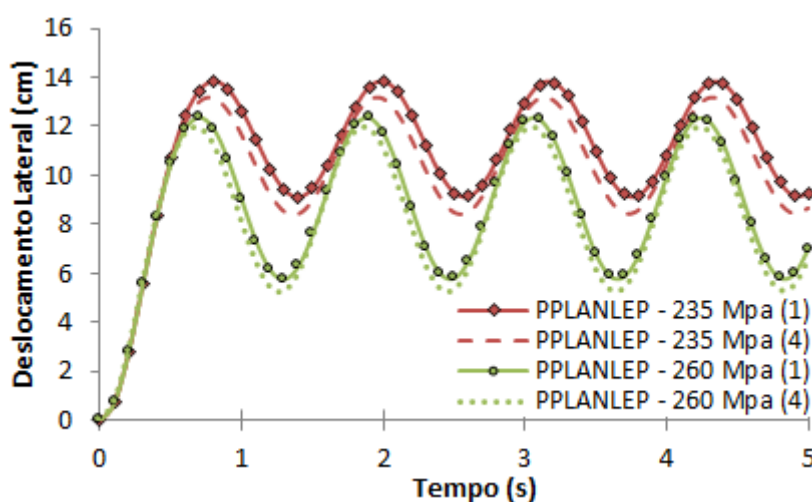


FIGURA 35 - Influência da resistência ao escoamento na resposta transiente não linear do pórtico de um andar e um vão com bases rotuladas e com imperfeição geométrica inicial
Fonte: o autor

Quando se adota uma tensão de escoamento maior, ou seja, um limite elástico maior, as deformações plásticas permanentes nos membros estruturais diminuem e, por consequência, tem-se uma amplitude de deslocamentos maior.

8.2.6 Pórtico de aço de dois andares e um vão com bases engastadas, com imperfeição inicial

Na FIGURA 36 são apresentados os detalhes da geometria e as cargas do pórtico de aço de dois andares e um vão. Todos os elementos são constituídos de perfis de aço W8x48. O pórtico é inicialmente carregado por forças verticais estáticas e apresenta uma imperfeição de geométrica igual a $1/438$. Na análise realizada por Chan e Chui (2000), foram utilizados dois elementos finitos para cada viga e apenas um elemento para cada pilar. Neste estudo, foram empregados dez elementos na discretização das vigas e três elementos na discretização dos pilares. Na análise inelástica foi assumido o comportamento elástico-perfeitamente plástico para o material com módulo de elasticidade igual a 205 GPa e tensão de escoamento igual a 235 MPa. As tensões residuais foram distribuídas de forma linear, tanto nas mesas quanto nas almas, considerando-se a tensão de compressão com magnitude de 50% da tensão de escoamento para vigas e pilares. As seções transversais foram discretizadas em 50 fatias, sendo 20 para cada mesa e 10 para a alma. Adotou-se um incremento de tempo constante de 0,001s e uma tolerância de 10^{-4} para os deslocamentos.

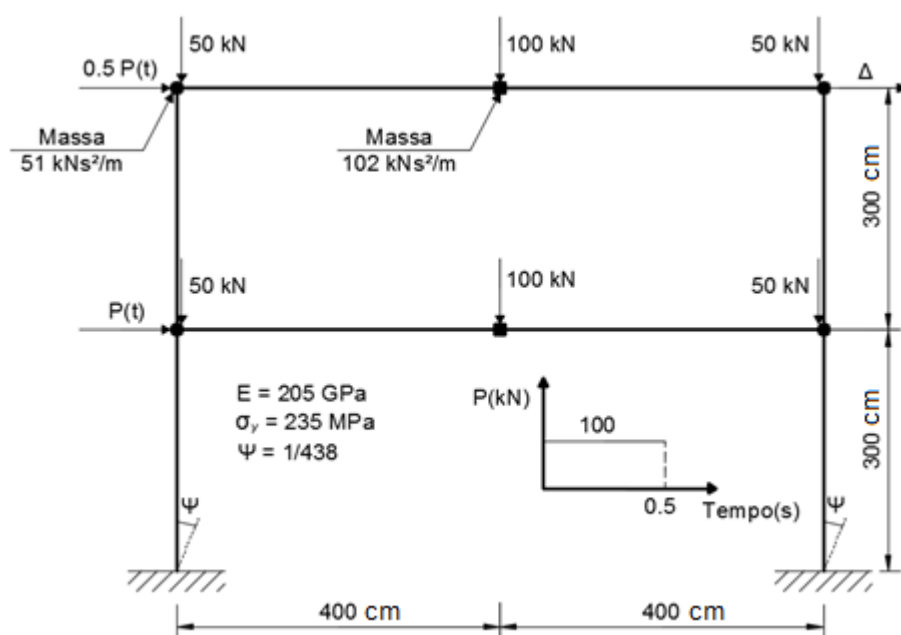


FIGURA 36 - Configuração e propriedades do pórtico de aço de dois andares
Fonte: o autor

As respostas transientes para essa estrutura obtidas por Chan e Chui (2000) com o método da rótula plástica refinado (MRPR) são apresentadas na FIGURA 37, as quais são comparadas com as respostas obtidas pelo programa proposto. Para a análise elástica de 2ª ordem observa-se uma boa correlação entre os resultados obtidos por esses autores e aqueles obtidos pelo programa. Por outro lado, os deslocamentos obtidos pela análise inelástica de 2ª ordem, realizada pelo programa PPLANLEP, são superiores aos encontrados por Chan e Chui (2000). Essas variações estão relacionadas às formulações numéricas utilizadas, que se diferem, principalmente, quanto à abordagem empregada para capturar a transição do escoamento inicial da seção até sua plastificação total. Além disso, ao contrário do método do método da rótula plástica refinado, o método da zona plástica considera a distribuição da plastificação ao longo do comprimento das barras e ao longo da altura da seção transversal.

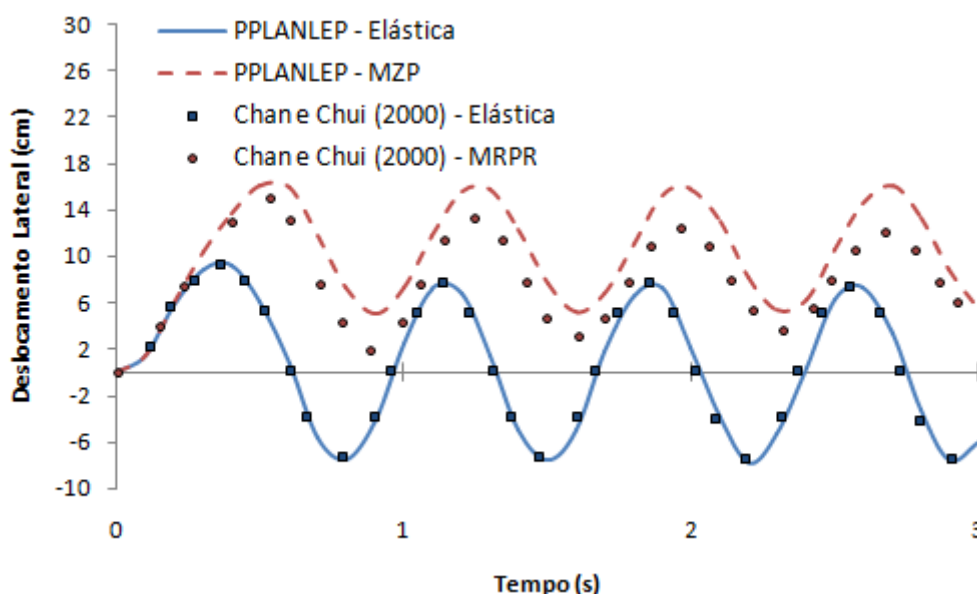


FIGURA 37 - Resposta dinâmica do pórtico de dois andares e um vão com bases engastadas, com imperfeição inicial
Fonte: o autor

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao se projetar estruturas com elevada esbeltez e leveza, deve-se considerar, durante as análises, os efeitos de cargas dinâmicas, já que a falta de conhecimento da resposta dos elementos estruturais submetidos a tais carregamentos pode resultar em colapso parcial ou total do sistema estrutural.

Este trabalho teve como objetivo realizar um estudo do comportamento dinâmico não linear de pórticos planos de aço utilizando-se uma metodologia numérica capaz de considerar a distribuição da plastificação ao longo do comprimento dos elementos e da altura da seção transversal, os efeitos de segunda ordem $P-\Delta$ e $P-\delta$ e as imperfeições geométricas iniciais por meio de uma análise avançada dinâmica de pórticos planos de aço. Para a solução das equações de movimento incrementais, implementou-se no programa PPLANLEP (**P**rograma de **P**órticos **P**lanos de **A**ço, considerando a **A**nálise **N**ão **L**inear **E**lasto-**P**lástica), o algoritmo de integração implícita de Newmark (1959) combinado à técnica de Newton-Raphson.

Para capturar a evolução das tensões e deformações durante a análise transiente foi implementado um modelo bilinear elastoplástico com endurecimento isotrópico. No entanto, para efeitos de comparação de resultados, em todas as análises apresentadas nesta dissertação, foi adotado módulo tangente igual a zero, a fim de que o material exibisse comportamento elástico-perfeitamente plástico.

Por meio da avaliação dos resultados pode-se afirmar, de maneira geral, que as respostas obtidas nesta dissertação apresentaram uma boa concordância com as respostas presentes na literatura, para ambas as análises elástica e inelástica em 2ª ordem. A partir dos históricos de deslocamentos obtidos por uma análise transiente não linear pode-se identificar o surgimento do amortecimento histerético da estrutura em decorrência da energia absorvida durante o processo de deformação plástica dos membros estruturais, com a consequente redistribuição dos esforços internos.

Ao permitir a distribuição da plastificação ao longo do comprimento do elemento, o método da zona plástica favorece um melhor aproveitamento da capacidade de resistência dos membros durante a análise. Em contrapartida, o método da rótula elastoplástica superestima a capacidade de resistência dos elementos da estrutura, o que faz com que esta seja menos flexível e oscile com amplitudes menores.

Com relação aos parâmetros de análise fornecidos pelo usuário, foi observado que o número de elementos finitos e o valor do intervalo de tempo adotado para a análise

podem influenciar significativamente os resultados uma vez que modificam o processo de plastificação dos membros. Diante desse fato, recomenda-se uma melhor discretização dos elementos estruturais e passos de tempo menores, de modo que as premissas envolvidas na elaboração da teoria estrutural, como por exemplo, as simplificações decorrentes da admissão de pequenas rotações para o elemento finito, não sejam violadas.

Dado o grande potencial de aprimoramento do programa desenvolvido e de melhoria deste trabalho, são listadas a seguir algumas sugestões para trabalhos futuros.

1. Desenvolvimento de um algoritmo para consideração do efeito da flexibilidade das ligações nas análises dinâmicas inelásticas.
2. Avaliação do comportamento dinâmico não linear de membros estruturais sob flexão em torno do eixo de menor inércia.
3. Avaliação do comportamento transiente não linear considerando o efeito de encruamento do aço.
4. Implementação de outros métodos de análise dinâmica, tais como o Método Alfa-Generalizado e o Método HHT.
5. Consideração da hipótese cinemática assumida no modelo de Timoshenko nas análises transientes não lineares, a fim de considerar o efeito das deformações por cisalhamento.
6. Desenvolvimento da formulação para o caso tridimensional dos elementos de barras visando ao estudo da flambagem lateral com torção nas análises estáticas e dinâmicas.
7. Desenvolvimento de um pré e pós-processador com a inclusão de recursos gráficos, aumentando a eficiência prática de utilização do programa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. C. B. **Análise inelástica de pórticos planos considerando a plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais nos perfis estruturais de aço.** Belo Horizonte. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.

ATTALLA, M. R.; DEIERLEIN, G. G.; MCGUIRE, W. Spread of plasticity: quasi-plastic-hinge approach. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 8, p. 2451–2473, 1994.

BATELO, E. A. P. **Análise dinâmica avançada de estruturas de aço sob cargas extremas.** Ouro Preto. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Ouro Preto, 2014.

BATELO, E. A. P. **Análise dinâmica avançada de estruturas de aço com ligações semirrígidas e interação com o solo.** Ouro Preto. Tese de Doutorado — Universidade Federal de Ouro Preto, 2018.

BATHE, K.-J.; OZDEMIR, H. Elastic-plastic large deformation static and dynamic analysis. **Computers & Structures**, v. 6, n. 2, p. 81–92, 1976.

BATHE, K. J.; WILSON, E. L. Stability and accuracy analysis of direct integration methods. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 1, n. 3, p. 283–291, 1972.

CASCIARO, R. Time evolutionary analysis of nonlinear structures. **Meccanica**, v. 10, n. 3, p. 156–167, 1975.

CHAN, S.-L.; CHUI, P.-T. **Non-linear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections.** Oxford: Elsevier, 2000.

CHEN, W.-F.; KIM, S.-E. **LRFD steel design using advanced analysis.** Boca Raton: CRC press, 1997. v. 13

CLARKE, M. J. et al. Advanced analysis of steel building frames. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 23, n. 1–3, p. 1–29, 1992.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. Dynamics of structures. 1993. **Copyright of Applied Mechanics & Materials**, 1993.

COOK, R. D. et al. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis.** 4th. ed. New York: John Wiley & Sons, 2002.

DA SILVA, R. G. L. et al. Formulation for second-order inelastic analysis of steel frames including shear deformation effect. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 151, p. 216–227, 1 dez. 2018.

EL-TAWIL, S.; DEIERLEIN, G. G. Nonlinear analysis of mixed steel-concrete frames. I: Element formulation. **Journal of Structural engineering**, v. 127, n. 6, p.

647–655, 2001.

FERRO, R. M. **Análise dinâmica de estruturas de aço suportes de máquinas rotativas**. Vitória. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal do Espírito Santo, 2014.

FOLEY, C. M.; VINNAKOTA, S. Inelastic analysis of partially restrained unbraced steel frames. **Engineering structures**, v. 19, n. 11, p. 891–902, 1997.

FUINA, J. S. **Métodos de controle de deformações para análise nao-linear de estruturas**. Belo Horizonte. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.

GONÇALVES, G. A. **Modelagem do comportamento inelástico de estruturas de aço: membros sob flexão em torno do eixo de menor inércia**. Ouro Preto. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Ouro Preto, 2013.

GONÇALVES, G. A.; SILVA, A. R. D.; SILVEIRA, R. A. M. Avaliação do comportamento inelástico de colunas e pórticos metálicos com flexão em torno do eixo de menor inércia. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 32, n. 1, p. 13–21, 2016.

HOUBOLT, J. C. A recurrence matrix solution for the dynamic response of elastic aircraft. **Journal of the Aeronautical Sciences**, v. 17, n. 9, p. 540–550, 1950.

HUGHES, T. J. R. **The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis**. Mineola: Courier Corporation, 2012.

IU, C. K.; BRADFORD, M. A. Higher-order non-linear analysis of steel structures. Part II: refined plastic hinge formulation. **Advanced Steel Construction**, v. 8, n. 2, p. 183–198, 2012.

KIM, S.-E.; CHEN, W.-F. Practical advanced analysis for braced steel frame design. **Journal of Structural Engineering**, v. 122, n. 11, p. 1266–1274, 1996.

LAVALL, A. C. C. **Uma formulação teórica consistente para a análise não linear de pórticos planos pelo método dos elementos finitos considerando barras com imperfeições iniciais e tensões residuais na seção transversal**. São Carlos. Tese de Doutorado — Universidade de São Paulo, 1996.

LAVALL, A. C. C. et al. Análise avançada de pórticos de aço conforme as prescrições da ABNT NBR 8800: 2008. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 2, n. 3, p. 146–165, 2013.

LEE, C.-H.; KIM, S.; LEE, K. Parallel Axial-Flexural Hinge Model for Nonlinear Dynamic Progressive Collapse Analysis of Welded Steel Moment Frames. **Journal of Structural Engineering**, v. 136, n. 2, p. 165–173, fev. 2010.

LIEW, J. Y. R.; WHITE, D. W.; CHEN, W.-F. Second-order refined plastic-hinge analysis for frame design. Part I. **Journal of Structural Engineering**, v. 119, n. 11, p. 3196–3216, 1993.

LIMA, S. S.; SANTOS, S. H. C. **Análise dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

MAZZA, F. A distributed plasticity model to simulate the biaxial behaviour in the nonlinear analysis of spatial framed structures. **Computers and Structures**, v. 135, p. 141–154, 2014.

MEIRELES, J. F. **Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente**. Braga. Tese de Doutorado — Universidade do Minho, 2007.

MENDES, H. A construção civil e seu impacto no meio ambiente. **Diário dos Campos, Ponta Grossa**, v. 27, 2013.

NEWMARK, N. M. A method of computation for structural dynamics. **Journal of the engineering mechanics division**, v. 85, n. 3, p. 67–94, 1959.

NGO-HUU, C.; NGUYEN, P.-C.; KIM, S.-E. Second-order plastic-hinge analysis of space semi-rigid steel frames. **Thin-Walled Structures**, v. 60, p. 98–104, 2012.

NGUYEN, P.-C. et al. Nonlinear inelastic response history analysis of steel frame structures using plastic-zone method. **Thin-Walled Structures**, v. 85, p. 220–233, 2014.

NGUYEN, P.-C.; KIM, S.-E. Nonlinear elastic dynamic analysis of space steel frames with semi-rigid connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 84, p. 72–81, 2013.

NGUYEN, P.-C.; KIM, S.-E. Second-order spread-of-plasticity approach for nonlinear time-history analysis of space semi-rigid steel frames. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 105, p. 1–15, 2015.

NGUYEN, P.-C.; KIM, S.-E. A new improved fiber plastic hinge method accounting for lateral-torsional buckling of 3D steel frames. **Thin-Walled Structures**, v. 127, p. 666–675, 2018.

RAYLEIGH, J. W. S. **The Theory of Sound - Volume 1**. London: Macmillan, 1877.

RODRIGUES, R. DE O. **Análise dinâmica bidimensional não-linear física e geométrica de treliças de aço e pórticos de concreto armado**. São Carlos. Tese de Doutorado — Universidade de São Paulo, 1997.

ROTHERT, H., GEBBEKEN, N. AND BRANDT, V. **Dynamic inelastic analysis of plane steel structures taking into account the effect of rate dependent behaviour**. European Conference on Structural Dynamics EURODYN '90.1990.

SCHACHTER, M.; REINHORN, A. M. Dynamic Analysis of Three-Dimensional Frames with Material and Geometric Nonlinearities. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, n. 2, p. 207–219, fev. 2011.

SEKULOVIC, M.; SALATIC, R.; NEFOVSKA, M. Dynamic analysis of steel frames with flexible connections. **Computers & Structures**, v. 80, n. 11, p. 935–955, 2002.

SILVA, A. R. D. **Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas**. Ouro Preto. Tese de Doutorado — Universidade Federal de Ouro Preto, 2009.

SILVA, A. R. D. et al. On the Nonlinear Transient Analysis of Planar Steel Frames with Semi-Rigid Connections: From Fundamentals to Algorithms and Numerical Studies. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 15, n. 3, 2018.

SILVA, R. G. L. **Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa**. Belo Horizonte. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.

SILVA, R. G. L. **Análise inelástica avançada de pórticos planos de aço considerando as influências do cisalhamento e de ligações semirrígidas**. Belo Horizonte. Tese de Doutorado — Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.

SILVA, R. G. L.; LAVALL, A. C. C. Inelastic Behaviour of Partially Restrained Steel Frames. **International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures**, v. 2, n. Stability and ductility of steel structures, p. 673–680, 2010.

TORIDIS, T. G.; KHOZEIMEH, K. Inelastic response of frames to dynamic loads. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 97, n. 3, p. 847–863, 1971.

TRUONG, V.-H.; KIM, S.-E. A robust method for optimization of semi-rigid steel frames subject to seismic loading. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 145, p. 184–195, 2018.

VIANA, H. F. et al. **Análise Avançada de Pórticos Planos de Aço considerando Ligações Semirrígidas**. XIII SIMMEC 2018. Vitória: 2018.

VOGEL, U. Calibrating frames. **Stahlbau**, v. 10, n. Oct, p. 295–301, 1985.

WHITE, D. W. Plastic-hinge methods for advanced analysis of steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 24, n. 2, p. 121–152, 1993.

WILLIAMS, F. W. An approach to the non-linear behaviour of the members of a rigid jointed plane framework with finite deflections. **The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, v. 17, n. 4, p. 451–469, 1964.

YU, Y.; ZHU, X. Nonlinear dynamic collapse analysis of semi-rigid steel frames based on the finite particle method. **Engineering Structures**, v. 118, p. 383–393, 1 jul. 2016.

ZIEMIAN, R. D. **Guide to stability design criteria for metal structures**. 6th. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.



PPGEC – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil
Av Amazonas, 7675, Belo Horizonte-MG
www.civil.cefetmg.br/mestrado