



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Universidade Federal  
de São João del-Rei

Gabriel Alves Ferreira Dias

**CÁLCULO DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS  
EM LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREAS TRIFÁSICAS:  
UMA MODELAGEM NO DOMÍNIO DAS FASES  
CONSIDERANDO A DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA  
DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DO SOLO**

Belo Horizonte

2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO



Universidade Federal  
de São João del-Rei

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Gabriel Alves Ferreira Dias

# **CÁLCULO DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREAS TRIFÁSICAS: UMA MODELAGEM NO DOMÍNIO DAS FASES CONSIDERANDO A DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DO SOLO**

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – ASSOCIAÇÃO AMPLA ENTRE A UFSJ E O CEFET-MG, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Elétricos

Linha de Pesquisa: Planejamento e Operação de Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Prof. Dr. Rafael Silva Alípio

Belo Horizonte

2019

D541c Dias, Gabriel Alves Ferreira  
Cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas: uma modelagem no domínio das fases considerando a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo / Gabriel Alves Ferreira Dias. – 2019.  
x, 103 f.: il., gráfs, tabs.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica em associação ampla entre a UFSJ e o CEFET-MG.

Orientador: Rafael Silva Alípio.

Banca examinadora: Rafael Silva Alípio, Marco Aurélio de Oliveira Schroeder, Alberto Resende de Conti, Rodolfo Antônio Ribeiro de Moura.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Linhas elétricas aéreas – Teses. 2. Transitórios eletromagnéticos – Teses. I. Alípio, Rafael Silva. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Universidade Federal de São João del-Rei. IV. Título.

CDD 621.31922



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS  
GERAIS DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Universidade Federal  
de São João del-Rei

Gabriel Alves Ferreira Dias

**“Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão Aéreas Trifásicas:  
Uma Modelagem no Domínio das Fases Considerando a Dependência da Frequência dos  
Parâmetros Elétricos do Solo”**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Associação ampla entre a Universidade Federal de São João del-Rei e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais em 15 de fevereiro de 2019 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, aprovada pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

---

Prof. Dr. Rafael Silva Alípio (Orientador)

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

---

Prof. Dr. Marco Aurélio de Oliveira Schroeder

Universidade Federal de São João del-Rei

---

Prof. Dr. Alberto Resende De Conti

Universidade Federal de Minas Gerais

---

Prof. Dr. Rodolfo Antônio Ribeiro de Moura

Universidade Federal de São João del-Rei

*“In oneself lies the whole world and if you know  
how to look and learn, the door is there and the  
key is in your hand. Nobody on earth can give  
you either the key or the door to open, except  
yourself.”*

*(Jiddu Krishnamurti)*

---

---

## Agradecimentos

---

Agradeço imensamente a minha família, por todo apoio e amor incondicionais. Ao meu pai, agradeço por sempre me incentivar no caminho dos estudos e por ser um exemplo de pessoa. À minha mãe, agradeço pelos conselhos e ensinamentos da vida. À minha irmã, agradeço pelo companheirismo e amizade.

Agradeço a Deus, por me dar forças para lutar e seguir em frente.

Agradeço a instituição Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, aos professores e amigos, por todo o conhecimento compartilhado desde a graduação.

Um agradecimento em especial ao Professor Rafael Alípio, pelos direcionamentos e por elucidar de forma tão clara as dúvidas que tive no decorrer deste trabalho de dissertação.

---

---

## Resumo

---

Este trabalho de dissertação analisa a influência da dependência da frequência da resistividade e permissividade elétricas do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas. Uma modelagem da linha de transmissão diretamente no domínio das fases é proposta, a partir da representação da linha através de sua matriz de admitância nodal. Um modelo causal, desenvolvido a partir das Equações de Maxwell e medições realizadas em condições de campo, é utilizado no cálculo da resistividade e permissividade elétricas do solo em função da frequência. Simulações de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão com configurações de circuito simples e de circuito duplo são realizadas, considerando a injeção de correntes com formas de onda com conteúdo de frequências típico de descargas atmosféricas. Os resultados gerados mostram que a consideração da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas aéreas trifásicas é relevante, mesmo considerando solos de resistividade moderada.

**Palavras-chaves:** transitórios eletromagnéticos, linhas de transmissão aéreas trifásicas.

---

---

## Abstract

---

This work assesses the effect of the frequency dependence of the electrical parameters of soil, namely the electrical permittivity and resistivity, on the analysis of electromagnetic transients on overhead three phase transmission lines. An overhead transmission line model in the phase domain is proposed, based on the representation of the transmission line by its nodal admittance matrix. A causal model, based on the Maxwell's Equations and field measurements, calculates the electrical resistivity and permittivity of soil in function of frequency. Simulations of electromagnetic transients on overhead transmission lines of single and double circuit are performed, considering the injection of signals with frequency content of typical lightning currents. The results show that it is important to consider the frequency dependence of the electrical parameters of soil in the analysis of electromagnetic transients on overhead transmission lines, even for soils of moderate values of resistivity.

**Keywords:** electromagnetic transients, overhead three phase transmission line.

---

---

# Sumário

---

<b>Capítulo 1</b> .....	<b>1</b>
1.1. Contextualização e Motivação do Trabalho .....	1
1.2. Objetivo.....	2
1.3. Contextualização .....	2
1.4. Metodologia.....	3
1.5. Publicações .....	4
1.6. Organização do Texto.....	4
<b>Capítulo 2</b> .....	<b>6</b>
2.1. Considerações Iniciais.....	6
2.2. Modelagem de Linhas de Transmissão Polifásicas .....	9
2.3. Modelos para Solução das Equações de Onda de Linhas de Transmissão.....	14
2.3.1. Métodos no Domínio Modal .....	15
2.3.2. Métodos no Domínio das Fases.....	28
2.4. Comentários Finais.....	36
<b>Capítulo 3</b> .....	<b>37</b>
3.1. Considerações Iniciais.....	37
3.2. Cálculo de Parâmetros de Linhas de Transmissão Aéreas.....	38
3.2.1. Cálculo da Matriz de Impedância Longitudinal.....	39
3.2.2. Cálculo da Matriz de Admitância Transversal .....	47
3.3. Dependência da Frequência dos Parâmetros Elétricos do Solo.....	50
3.4. Determinação da Resposta Transitória de um Sistema de Transmissão Aéreo .....	55
3.4.1. Formulação Nodal de Linhas de Transmissão Aéreas no Domínio das Fases .....	56
3.4.2. Determinação da Resposta Transitória .....	57
3.4.2.1. Cálculo da Resposta Transitória em uma Linha de Transmissão Aérea Trifásica. ....	58
3.5. Considerações Finais .....	60
<b>Capítulo 4</b> .....	<b>61</b>
4.1. Validação do Modelo.....	61

4.2. Avaliação da Influência da Dependência da Frequência dos Parâmetros Elétricos do Solo no Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão Aéreas Trifásicas de Circuito Simples .....	67
4.3. Avaliação da Influência da Dependência da Frequência dos Parâmetros Elétricos do Solo no Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão Aéreas Trifásicas de Circuito Duplo .....	81
4.4. Considerações Finais .....	94
<b>Capítulo 5 .....</b>	<b>96</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>99</b>

---



---

## Lista de Figuras

---

Figura 2.1. Circuito representativo de uma linha de transmissão polifásica no domínio da frequência. Adaptado de [9]. .....	13
Figura 2.2. Sistema duas portas.....	19
Figura 3.1. Representação dos acoplamentos resistivos, indutivos e capacitivos de uma linha de transmissão trifásica. Reprodução de [40].....	38
Figura 3.2. LT aérea com $n$ condutores representada através do método das imagens. Adaptado de [32]..	40
Figura 3.3. Modelo de Deri et al. Adaptado de [32]. .....	44
Figura 3.4. Representação dos nós do sistema de transmissão trifásico. ....	56
Figura 3.5. Fonte de corrente conectada ao terminal emissor do condutor T da LT trifásica de circuito simples horizontal. ....	58
<i>Figura 4.1. Sistema de transmissão para validação do modelo proposto. ....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 4.2. Circuito modelado no ATP para validação do modelo proposto.....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 4.3. Tensão dos nós 1, 5 e 6 da linha de transmissão da Figura 4.1. Fonte de corrente 1,2/50 us, amplitude de 1 A, injetada no nó 3 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <math>\rho_{solo} = 10000 \text{ ohms} * m</math>. Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz. ....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 4.4. Tensão dos nós 1, 5 e 6 da linha de transmissão da Figura 4.1. Fonte de corrente 5/120 us, amplitude de 1 A, injetada no nó 3 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <math>\rho_{solo} = 10000 \text{ ohms} * m</math>. Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 4.5. Linha de transmissão aérea trifásica de circuito simples horizontal com dois cabos para-raios [30].....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 4.6. Circuito modelado no ATP para análise de transitórios eletromagnéticos na LT da Figura 4.5. ....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 4.7. Tensão dos nós 3, 9 e 10 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente 1,2/50 us, amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <math>\rho_{solo} = 500 \text{ ohms} * m</math> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math>. Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz. ....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 4.8. Tensão dos nós 3, 9 e 10 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente 1,2/50 us, amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <math>\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m</math> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <math>\rho_{solo} = 10000 \text{ ohms} * m</math>. Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz. ....</i>	<i>71</i>

Figura 4.9. Tensão dos nós 3, 9 e 10 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente <b>5/120 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 500 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math></b> . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz. ....	72
Figura 4.10. Tensão dos nós 3, 9 e 10 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente <b>5/120 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 10000 \text{ ohms} * m</math></b> . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz. ....	73
Figura 4.11. Tensão do nó 9 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente <b>1,2/50 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b), c) e d) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas e), f), g) e h) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m</math></b> . ....	78
Figura 4.12. Tensão do nó 9 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente <b>5/120 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b), c) e d) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas e), f), g) e h) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m</math></b> . ....	79
Figura 4.13. Linha de transmissão aérea trifásica de circuito duplo vertical com dois cabos para-raios [42].	81
Figura 4.14. Circuito modelado no ATP para análise de transitórios eletromagnéticos na LT da Figura 4.13. ....	82
Figura 4.15. Tensão dos nós 3, 15 e 16 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente <b>1,2/50 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 500 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math></b> . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz. ....	83
Figura 4.16. Tensão dos nós 3, 15 e 16 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente <b>1,2/50 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 10000 \text{ ohms} * m</math></b> . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz. ....	84
Figura 4.17. Tensão dos nós 3, 15 e 16 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente <b>5/120 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 500 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math></b> . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz. ....	85
Figura 4.18. Tensão dos nós 3, 15 e 16 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente <b>5/120 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas d), e) e f) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 10000 \text{ ohms} * m</math></b> . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz. ....	86
Figura 4.19. Diferença absoluta entre os valores de tensão do nó 15 da linha de circuito duplo, calculados por meio do modelo proposto no domínio das fases, considerando e desprezando a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo. ....	90
Figura 4.20. Tensão do nó 15 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente <b>1,2/50 us</b> , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b), c) e d) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m</math></b> e as curvas e), f), g) e h) consideram um solo com <b><math>\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m</math></b> . ....	92

Figura 4.21. Tensão do nó 15 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente  $5/120 \text{ us}$ , amplitude de  $1 \text{ A}$ , injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b), c) e d) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 1000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas e), f), g) e h) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 5000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ .....93

---

---

## Lista de Tabelas

---

<i>Tabela 4.1. Valores calculados do primeiro pico de tensão no nó 9. ....</i>	75
<i>Tabela 4.2. Valores calculados do primeiro pico de tensão no nó 3. ....</i>	76
<i>Tabela 4.3. Valores calculados do primeiro pico de tensão no nó 15. ....</i>	88
<i>Tabela 4.4. Valores calculados do primeiro pico de tensão no nó 3. ....</i>	90

---

---

# Capítulo 1

## Introdução

---

### 1.1. Contextualização e Motivação do Trabalho

Em termos de planejamento de um sistema de transmissão de energia interligado, consiste como parte fundamental no projeto de expansão da rede o dimensionamento da proteção das linhas de transmissão, o que inclui a definição do nível de tensão suportável dos isoladores instalados nessas linhas. Neste contexto, o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão é de fundamental importância. Do ponto de vista prático, os resultados das simulações de transitórios em linhas de transmissão podem ser utilizados para se ter uma referência da ordem de grandeza das sobretensões a que o sistema é submetido durante ocorrências diversas. Essa informação, por sua vez, é fundamental para o dimensionamento de diferentes equipamentos do sistema elétrico, tais como disjuntores, transformadores, isoladores, para-raios, etc.

Um modelo amplamente utilizado no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão é o de J. Marti [1]. Sua modelagem no domínio modal considera a matriz de transformação com elementos reais e calculados em uma frequência específica. J. Marti calcula os elementos da matriz de impedância de retorno pelo solo por meio das formulações integrais deduzidas por Carson [2], que, dentre outros aspectos, considera as correntes de condução no solo muito superiores às de deslocamento. Adicionalmente, o modelo de J. Marti não leva em consideração a variação dos parâmetros elétricos do solo em função da frequência. Tais aproximações são válidas apenas para baixas frequências e solos de baixa resistividade.

Assim como o modelo de J. Marti, diferentes outros modelos de linhas de transmissão não incluem o efeito da variação da condutividade e da permissividade elétrica do solo em função da frequência. Esta consideração, no entanto, pode gerar

erros significativos no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, quando se considera solos de alta resistividade e altas frequências. Recentemente, diferentes trabalhos foram elaborados com o objetivo de determinar o comportamento dos parâmetros elétricos do solo em função da frequência [3, 4, 5]. Tendo em vista a praticidade de se incluir as formulações propostas por Alípio e Visacro [5] em códigos computacionais de cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão e devido à exatidão dessas equações na obtenção dos parâmetros elétricos do solo na faixa de frequência até 5 MHz, optou-se pela implementação do modelo de Alípio e Visacro na rotina computacional desenvolvida neste trabalho.

Esse contexto motivou a elaboração deste trabalho de dissertação, cuja proposta principal é analisar o efeito da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas.

## **1.2. Objetivo**

O objetivo deste trabalho é analisar a influência da variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas. Para isso, um modelo de linha de transmissão no domínio das fases é implementado em um código computacional desenvolvido na plataforma MATLAB. A dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo é determinada de acordo com as formulações propostas por Alípio e Visacro [5].

## **1.3. Contextualização**

A presente dissertação de mestrado está inserida no projeto de pesquisa intitulado “Modelagem de sistemas elétricos com a consideração simultânea de elementos e fenômenos dependentes do tempo e da frequência”, financiado pela FAPEMIG (TEC-AP-02017-16) e coordenado pelo orientador deste trabalho. O projeto mencionado aborda a modelagem híbrida de sistemas elétricos incluindo simultaneamente elementos e/ou fenômenos dependentes do tempo (por exemplo, sobretensões transitórias) e da frequência (por exemplo, parâmetros elétricos do solo),

com a finalidade de avaliar de forma rigorosa o desempenho de sistemas elétricos frente a descargas atmosféricas. Esta dissertação de mestrado constitui um dos produtos do projeto de pesquisa supracitado.

#### **1.4. Metodologia**

Este trabalho se inicia com uma revisão bibliográfica, em que são apresentados diferentes modelos de linhas de transmissão, além da dedução matemática das equações de onda que governam as relações de tensão e corrente em linhas de transmissão. O circuito representativo de uma linha de transmissão é deduzido e modelos baseados tanto no domínio modal quanto no domínio das fases são discutidos. Análises acerca das vantagens e desvantagens das modelagens no domínio modal e no domínio das fases também são realizadas.

Na sequência do texto é desenvolvida a modelagem da linha de transmissão diretamente no domínio das fases, considerando a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo. Para tanto, são apresentadas as formulações do cálculo das matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal de linhas transmissão, além de serem discutidas diferentes abordagens para a obtenção da matriz de impedância de retorno pelo solo. Realiza-se também uma análise sobre a necessidade da correção da matriz de admitância transversal em decorrência dos efeitos de penetração de campo elétrico no solo na região de altas frequências. A dependência da frequência da condutividade e da permissividade elétrica do solo é discutida com base em trabalhos que propõem diferentes aproximações para o cálculo desses parâmetros [3], [4], [5]. Discute-se também a representação da linha de transmissão por sua matriz de admitância nodal,  $Y_n(\omega)$ . A partir da resposta ao impulso dessa matriz é desenvolvida a modelagem da linha de transmissão no domínio das fases. As convoluções intrínsecas à modelagem da linha são calculadas de maneira recursiva. Para isso, utiliza-se a técnica Vector Fitting para fazer a aproximação dos elementos da matriz resposta ao impulso de  $Y_n(\omega)$  por uma soma de funções racionais no domínio da frequência.

Por fim, a validação do modelo é realizada por meio de uma simulação de transitório em uma linha de transmissão aérea, comparando-se os resultados obtidos com o modelo no domínio das fases e os resultados calculados pelo modelo de J. Marti. A

análise da influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos é realizada com base em simulações de transitórios em linhas com configurações de circuito simples e de circuito duplo, considerando solos de diferentes valores de resistividade.

## 1.5. Publicações

As seguintes publicações são resultado dos desenvolvimentos desta dissertação:

- G. Dias and R. Alipio, "Simulation of electromagnetic transients in overhead transmission lines including frequency-dependent ground parameters," in Proc. of GROUND'2018—International Conference on Grounding and Earthing & 8th LPE International Conference on Lightning Physics and Effects, 2018.
- "Simulation of electromagnetic transients in overhead transmission lines considering dispersive soil characteristics using phase-domain approaches: nodal admittance matrix and FDTD method", *a ser submetido ao XV International Symposium on Lightning Protection (SIPDA 2019)*.

## 1.6. Organização do Texto

O texto foi dividido em cinco capítulos, considerando o capítulo de introdução.

No capítulo 2 são deduzidas as equações de onda que descrevem a variação da tensão e da corrente, em função do espaço e do tempo, em linhas de transmissão. A solução dessas equações, bem como o circuito representativo de uma linha de transmissão, são apresentados, e diferentes modelos de linha, considerando abordagens no domínio modal e no domínio das fases são discutidos.

No capítulo 3 são apresentadas as formulações para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal de linhas de transmissão, além da matriz de impedância de retorno pelo solo. Para essa última são apresentadas formulações em sua forma integral e suas aproximações logarítmicas. A modelagem da

linha de transmissão no domínio das fases é desenvolvida ao final do capítulo, precedida de uma discussão sobre a variação dos parâmetros elétricos do solo em função da frequência.

No capítulo 4 é apresentada a validação do modelo e a análise do impacto da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas. Os resultados das simulações de transitórios em linhas aéreas trifásicas são apresentados considerando solos de diferentes valores de resistividade e linhas com configurações de circuito simples e circuito duplo.

No capítulo 5 é apresentada uma síntese do trabalho, as principais conclusões e os trabalhos futuros.

As referências bibliográficas indicadas ao longo deste trabalho constam no fim do texto.

---

---

## Capítulo 2

# Técnicas de Solução de Equações de Onda de Linhas de Transmissão

---

### 2.1. Considerações Iniciais

A linha de transmissão (*LT*) é o componente do Sistema Elétrico de Potência (*SEP*) responsável por realizar a transferência de grandes quantidades de energia. Nele, a transmissão de energia se dá por meio de ondas eletromagnéticas que se propagam de um terminal a outro da linha. De maneira rigorosa, as equações que representam a variação da tensão e da corrente, em função do espaço e do tempo, nas linhas de transmissão são deduzidas a partir da teoria de ondas eletromagnéticas. Supondo uma linha de transmissão paralela ao eixo  $z$  composta de  $n + 1$  condutores e utilizando as equações de Maxwell, é possível encontrar um conjunto de  $2n$  equações diferenciais parciais de primeira ordem, que explicitam as relações entre as  $n$  tensões de fase,  $V_i(z, t)$ , e as  $n$  correntes de fase,  $I_i(z, t)$ , para  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  [6]:

$$-\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} = \mathbf{R}\mathbf{I}(z, t) + \mathbf{L}\frac{\partial \mathbf{I}(z, t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$-\frac{\partial \mathbf{I}(z, t)}{\partial z} = \mathbf{G}\mathbf{V}(z, t) + \mathbf{C}\frac{\partial \mathbf{V}(z, t)}{\partial t} \quad (2.2)$$

em que  $\mathbf{V}(z, t)$  e  $\mathbf{I}(z, t)$  são, respectivamente, vetores com as  $n$  tensões e com as  $n$  correntes de fase em função do espaço e do tempo,  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{L}$  são, respectivamente, as matrizes de resistência e de indutância por unidade de comprimento e  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{C}$  são, respectivamente, as matrizes de condutância e de capacitância por unidade de comprimento. As matrizes com os parâmetros da linha são consideradas, neste caso, invariantes na frequência.

Modelar com exatidão o fenômeno de propagação das ondas de tensão e de corrente em linhas de transmissão no domínio do tempo não é trivial. Considerações de uma  $LT$  imersa em um meio não homogêneo, cujos parâmetros  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  e  $\mu$ , respectivamente condutividade elétrica, permissividade elétrica e permeabilidade magnética, são variáveis, ou de uma  $LT$  em que as seções transversais de seus condutores não são uniformes, podem dificultar sensivelmente a modelagem da linha de transmissão. No caso de  $LT$ s com condutores de seções transversais variáveis ao longo do eixo da linha, por exemplo, as matrizes de resistência, indutância, capacitância e condutância por unidade de comprimento são funções do espaço,  $\mathbf{R}(z)$ ,  $\mathbf{L}(z)$ ,  $\mathbf{C}(z)$  e  $\mathbf{G}(z)$ . Isso torna mais complexa a solução fechada das equações diferenciais no domínio do tempo descritas em (2.1) e (2.2), especialmente em estudos de transitórios eletromagnéticos em que a gama de frequências dos sinais é extensa. Martinez-Velasco e Gustavsen argumentam em [7] que o conceito de linha de transmissão não uniforme engloba também a consideração do efeito corona, já que ele representa uma fonte de atenuação e distorção das ondas viajantes. Ademais, esforços recentes vêm sendo feitos no sentido de estudar qual o impacto que a variação dos parâmetros do solo,  $\varepsilon_{solo}$  e  $\sigma_{solo}$ , com a frequência, pode ter em análises de transitórios eletromagnéticos em sistemas de transmissão [8].

Com o intuito de simplificar a solução das equações de onda de linhas de transmissão, algumas aproximações podem ser feitas ao se considerar a  $LT$  uniforme. No caso de uma linha de transmissão imersa em um meio com diferentes  $\varepsilon_{solo}$ ,  $\mu_{solo}$  e  $\sigma_{solo}$ , o conceito de  $LT$  uniforme ainda se aplica, desde que, na direção do eixo da linha, esses parâmetros sejam constantes e que a seção dos condutores da  $LT$  seja uniforme. No que tange a distribuição dos parâmetros da linha de transmissão, duas representações principais podem ser utilizadas [7]:

- a) Representação a parâmetros concentrados;
- b) Representação a parâmetros distribuídos.

Na primeira representação, tanto os parâmetros longitudinais quanto os parâmetros transversais da linha de transmissão são calculados usualmente em uma frequência específica e representados de forma concentrada. A aplicabilidade deste modelo limita-se a linhas de transmissão curtas, cujos comprimentos totais são muito menores do que o comprimento de onda,  $\lambda$ , da onda propagante. Essa representação fornece resultados mais exatos na faixa de frequências próxima da frequência na qual os parâmetros da linha de transmissão são calculados. Dessa forma, a utilização do modelo a parâmetros

concentrados é mais adequada no estudo em regime permanente de linhas de transmissão [9]. A segunda representação considera os parâmetros distribuídos ao longo de todo o comprimento da linha de transmissão, baseada no princípio da propagação de ondas eletromagnéticas. Nesta representação, o cálculo dos parâmetros da linha de transmissão pode ser feito considerando-os dependentes, ou não, da frequência, sendo o primeiro caso o mais adequado no estudo de *LTs* em regime transitório [9]. No modelo a parâmetros distribuídos considerando a dependência da frequência dos parâmetros da linha, as ondas viajantes de tensão e de corrente se propagam ao longo da *LT* sofrendo fenômenos de distorção e de atenuação, além de reflexões e refrações que dependem de descontinuidades e dos tipos de carga que a linha de transmissão alimenta.

Na solução das equações de onda de linhas de transmissão polifásicas, duas abordagens clássicas são utilizadas: método no domínio modal e método no domínio das fases. O primeiro método considera a utilização de matrizes de transformação modais,  $\mathbf{T}_v(\omega)$  e  $\mathbf{T}_i(\omega)$ , para desacoplar as  $2n$  equações de onda, transformando-as do domínio das fases para o domínio modal. Assim, a variável modal de cada equação desacoplada independe das variáveis modais das demais equações. Calculadas todas as variáveis modais, retorna-se para o domínio das fases utilizando as matrizes de transformação, cujos elementos podem ser considerados constantes ou dependentes da frequência [1], [10]. No caso de linhas de transmissão assimétricas e de circuito múltiplo ou em sistemas desbalanceados, a consideração das matrizes  $\mathbf{T}_v(\omega)$  e  $\mathbf{T}_i(\omega)$  independentes da frequência pode resultar em erros significativos no estudo de transitórios eletromagnéticos [11, 12]. Já no método no domínio das fases, a solução das equações de onda é obtida sem a transformação dessas equações para o domínio modal. Isso permite que alguns problemas associados à dependência da frequência das matrizes de transformação modais sejam contornados, dentre eles: esforço computacional exigido no cálculo de convoluções que envolvem as matrizes  $\mathbf{T}_v(\omega)$  e  $\mathbf{T}_i(\omega)$ ; dificuldade de se aproximar as matrizes de transformação modais por meio de funções racionais com pólos e zeros estáveis, haja visto que seus elementos nem sempre possuem comportamento estável e contínuo ao longo da faixa de frequências [7, 11].

Na sequência deste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica, detalhando de maneira sucinta alguns métodos para solução de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, precedida de uma breve discussão sobre a modelagem de linhas de transmissão.

## 2.2. Modelagem de Linhas de Transmissão Polifásicas

A dedução rigorosa das equações de onda de linhas de transmissão parte da teoria eletromagnética de propagação de ondas. Idealmente, considera-se nesta dedução que os vetores intensidade campo de elétrico e intensidade de campo magnético são perpendiculares ao eixo de propagação da onda viajante. Essa configuração vetorial caracteriza o modo de propagação do tipo *TEM*. As perdas nos condutores, no entanto, faz com que exista um vetor intensidade de campo elétrico no mesmo sentido do eixo da linha de transmissão. Desde que as perdas nos condutores da linha sejam muito pequenas, é possível aplicar as equações de onda deduzidas a partir da consideração de que as ondas viajantes na *LT* possuem modo de propagação do tipo *TEM*. Para isso, inclui-se o efeito das perdas nos condutores por meio de uma resistência distribuída ao longo de toda linha de transmissão [6].

Supondo uma linha de transmissão polifásica imersa em um meio homogêneo, linear e uniforme e considerando as perdas dos condutores e do meio, pode-se reescrever as equações (2.1) e (2.2) no domínio da frequência. Este processo facilita a solução das equações de onda, haja vista a dependência da frequência dos parâmetros da linha de transmissão.

$$-\frac{dV(z,\omega)}{dz} = \mathbf{Z}(\omega)\mathbf{I}(z, \omega) \quad (2.3)$$

$$-\frac{dI(z,\omega)}{dz} = \mathbf{Y}(\omega)\mathbf{V}(z, \omega) \quad (2.4)$$

As variáveis  $\mathbf{Z}(\omega)$  e  $\mathbf{Y}(\omega)$  são, respectivamente, as matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal da linha de transmissão por unidade de comprimento. Essas matrizes dependem, respectivamente, das matrizes de resistência e

de indutância da linha e também das matrizes de condutância e capacitância:

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{R}(\omega) + j\omega\mathbf{L}(\omega) \quad (2.5)$$

$$\mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{G}(\omega) + j\omega\mathbf{C}(\omega) \quad (2.6)$$

Considerando uma linha de transmissão uniforme, deriva-se (2.3) e (2.4) em relação a  $z$ :

$$-\frac{d^2\mathbf{V}(z,\omega)}{dz^2} = \mathbf{Z}(\omega)\frac{d\mathbf{I}(z,\omega)}{dz} \quad (2.7)$$

$$-\frac{d^2\mathbf{I}(z,\omega)}{dz^2} = \mathbf{Y}(\omega)\frac{d\mathbf{V}(z,\omega)}{dz} \quad (2.8)$$

Substituindo (2.3) em (2.8) e (2.4) em (2.7), obtém-se as equações de onda:

$$\frac{d^2\mathbf{V}(z,\omega)}{dz^2} = \mathbf{Z}(\omega)\mathbf{Y}(\omega)\mathbf{V}(z,\omega) \quad (2.9)$$

$$\frac{d^2\mathbf{I}(z,\omega)}{dz^2} = \mathbf{Y}(\omega)\mathbf{Z}(\omega)\mathbf{I}(z,\omega) \quad (2.10)$$

As soluções gerais dessas equações em um ponto  $z$  ao longo da linha são dadas por:

$$\mathbf{V}(z,\omega) = e^{-\Gamma_v(\omega)z}\mathbf{V}_p(\omega) + e^{\Gamma_v(\omega)z}\mathbf{V}_r(\omega) \quad (2.11)$$

$$\mathbf{I}(z,\omega) = e^{-\Gamma_i(\omega)z}\mathbf{I}_p(\omega) + e^{\Gamma_i(\omega)z}\mathbf{I}_r(\omega) \quad (2.12)$$

em que  $\mathbf{V}_p(\omega)$ ,  $\mathbf{V}_r(\omega)$ ,  $\mathbf{I}_p(\omega)$  e  $\mathbf{I}_r(\omega)$ , são, respectivamente, vetores correspondentes às ondas de tensão progressivas, ondas de tensão regressivas, ondas de corrente progressivas e ondas de corrente regressivas que viajam nas  $n$  fases da linha de transmissão. As variáveis  $\Gamma_v(\omega)$  e  $\Gamma_i(\omega)$  são as matrizes de constantes de propagação, definidas como:

$$\Gamma_v(\omega) = \sqrt{\mathbf{Z}(\omega)\mathbf{Y}(\omega)} \quad (2.13)$$

$$\Gamma_i(\omega) = \sqrt{\mathbf{Y}(\omega)\mathbf{Z}(\omega)} \quad (2.14)$$

Diferenciando em relação a  $z$  a equação (2.12) e substituindo-a em (2.4), obtém-se:

$$\Gamma_i(\omega)e^{-\Gamma_i(\omega)z}\mathbf{I}_p(\omega) - \Gamma_i(\omega)e^{-\Gamma_i(\omega)z}\mathbf{I}_r(\omega) = \mathbf{Y}(\omega)\mathbf{V}(z, \omega) \quad (2.15)$$

Considerando ainda a matriz de admitância característica,  $\mathbf{Y}_c(\omega)$ , definida como:

$$\mathbf{Y}_c(\omega) = \left(\sqrt{\mathbf{Z}(\omega)\mathbf{Y}(\omega)}\right)^{-1} \mathbf{Y}(\omega) \quad (2.16)$$

pode-se reescrever (2.15) da seguinte maneira:

$$\mathbf{Y}_c(\omega)\mathbf{V}(z, \omega) = e^{-\Gamma_i(\omega)z}\mathbf{I}_p(\omega) - e^{-\Gamma_i(\omega)z}\mathbf{I}_r(\omega) \quad (2.17)$$

A matriz de impedância característica,  $\mathbf{Z}_c(\omega)$ , é definida como o inverso da matriz  $\mathbf{Y}_c(\omega)$ . Somando (2.17) e (2.12):

$$\mathbf{Y}_c(\omega)\mathbf{V}(z, \omega) + \mathbf{I}(z, \omega) = 2e^{-\Gamma_i(\omega)z}\mathbf{I}_p(\omega) \quad (2.18)$$

Considerando uma linha de transmissão polifásica de comprimento total igual a  $d$  e substituindo em (2.18) a coordenada dos terminais emissores e receptores, respectivamente em  $z = 0$  e em  $z = d$ , obtém-se:

$$\mathbf{Y}_c(\omega)\mathbf{V}(0, \omega) + \mathbf{I}(0, \omega) = 2\mathbf{I}_p(\omega) \quad (2.19)$$

$$\mathbf{Y}_c(\omega)\mathbf{V}(d, \omega) + \mathbf{I}(d, \omega) = 2e^{-\Gamma_i(\omega)d}\mathbf{I}_p(\omega) \quad (2.20)$$

Reescrevendo os vetores de tensão e de corrente considerando as nomenclaturas  $k$  e  $m$ , respectivamente, para os terminais emissores ( $z = 0$ ) e para os terminais receptores ( $z = d$ ), tem-se:

$$\mathbf{V}(0, \omega) = \mathbf{V}_k(\omega) \quad (2.21)$$

$$\mathbf{I}(0, \omega) = \mathbf{I}_k(\omega) \quad (2.22)$$

$$\mathbf{V}(d, \omega) = \mathbf{V}_m(\omega) \quad (2.23)$$

$$\mathbf{I}(d, \omega) = -\mathbf{I}_m(\omega) \quad (2.24)$$

As variáveis  $V_k(\omega)$ ,  $V_m(\omega)$ ,  $I_k(\omega)$ , e  $I_m(\omega)$  são, respectivamente, o vetor tensão de fase dos terminais emissores em  $z = 0$ , o vetor tensão de fase dos terminais receptores em  $z = d$ , o vetor corrente de fase dos terminais emissores em  $z = 0$  e o vetor corrente de fase dos terminais receptores em  $z = d$ .

Substituindo  $I_p(\omega)$  da equação (2.19) em (2.20), obtém-se:

$$Y_c(\omega)V_m(\omega) - I_m(\omega) = e^{-\Gamma_i(\omega)d}[Y_c(\omega)V_k(\omega) + I_k(\omega)] \quad (2.25)$$

Considerando que a linha de transmissão possui as mesmas propriedades independente do terminal analisado, pode-se reescrever (2.25) simplesmente invertendo os subíndices correspondentes aos terminais  $k$  e  $m$ :

$$Y_c(\omega)V_k(\omega) - I_k(\omega) = e^{-\Gamma_i(\omega)d}[Y_c(\omega)V_m(\omega) + I_m(\omega)] \quad (2.26)$$

Define-se a matriz função de propagação ou matriz fator de propagação,  $A(\omega)$ , como:

$$A(\omega) = e^{-\Gamma_i(\omega)d} \quad (2.27)$$

Substituindo (2.27) em (2.26) e em (2.25), obtém-se as seguintes soluções para as equações de onda de linhas de transmissão polifásicas, dadas em função dos terminais emissor e receptor da  $LT$ :

$$I_k(\omega) = Y_c(\omega)V_k(\omega) + I_{kh}(\omega) \quad (2.28)$$

$$I_m(\omega) = Y_c(\omega)V_m(\omega) + I_{mh}(\omega) \quad (2.29)$$

em que:

$$I_{kh}(\omega) = -A(\omega)[Y_c(\omega)V_m(\omega) + I_m(\omega)] \quad (2.30)$$

$$I_{mh}(\omega) = -A(\omega)[Y_c(\omega)V_k(\omega) + I_k(\omega)] \quad (2.31)$$

As equações (2.28) a (2.31) são válidas para linhas de transmissão polifásicas ideais ou com perdas. Um modelo representativo dessas equações no domínio da frequência é

apresentado no circuito da Figura 2.1. Nessa figura é possível verificar a correspondência entre o circuito equivalente e as equações (2.28) e (2.29).

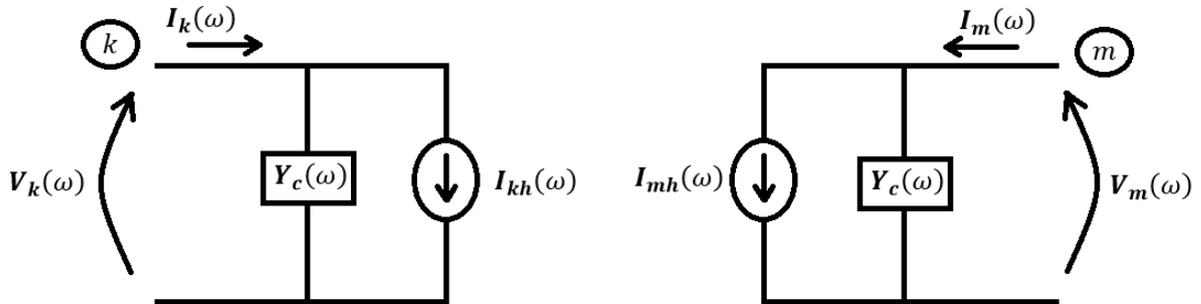


Figura 2.1. Circuito representativo de uma linha de transmissão polifásica no domínio da frequência. Adaptado de [9].

As fontes de corrente históricas, representadas pelos vetores  $I_{kh}(\omega)$  e  $I_{mh}(\omega)$ , são calculadas por meio das equações (2.30) e (2.31). No circuito da Figura 2.1 é possível observar que o acoplamento existente entre os terminais emissor e receptor da linha de transmissão acontece através das fontes  $I_{kh}(\omega)$  e  $I_{mh}(\omega)$ .

No estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, no entanto, é mais adequada a modelagem da  $LT$  no domínio do tempo. Aplicando a transformada inversa de Fourier em (2.28) à (2.31), obtém-se [7]:

$$\mathbf{i}_k(t) = \mathbf{y}_c(t) * \mathbf{v}_k(t) + \mathbf{i}_{kh}(t) \quad (2.32)$$

$$\mathbf{i}_m(t) = \mathbf{y}_c(t) * \mathbf{v}_m(t) + \mathbf{i}_{mh}(t) \quad (2.33)$$

em que:

$$\mathbf{i}_{kh}(t) = -\mathbf{a}(t) * [\mathbf{y}_c(t) * \mathbf{v}_m(t) + \mathbf{i}_m(t)] \quad (2.34)$$

$$\mathbf{i}_{mh}(t) = -\mathbf{a}(t) * [\mathbf{y}_c(t) * \mathbf{v}_k(t) + \mathbf{i}_k(t)] \quad (2.35)$$

O circuito que modela as equações (2.32) e (2.33) é equivalente ao circuito da Figura 2.1, diferindo-se apenas na representação das variáveis no domínio do tempo. O símbolo “\*” nas equações (2.32) a (2.35) representa a operação de convolução.

### **2.3. Modelos para Solução das Equações de Onda de Linhas de Transmissão**

Desde o primeiro modelo proposto por Dommel [13] no fim da década de 60, diferentes outras metodologias, com considerações físicas mais rigorosas, foram desenvolvidas [1], [10] - [12], [14] - [31]. A evolução desses modelos possibilitou a obtenção de resultados mais exatos, além de diminuir significativamente os custos computacionais relacionados, principalmente, ao cálculo de convoluções e de aproximações de funções de transferência por uma soma de frações parciais no domínio da frequência [17, 21].

Com relação aos modelos baseados no domínio modal, uma categorização em dois principais grupos pode ser feita: modelos que consideram a matriz de transformação modal constante e modelos que consideram a matriz de transformação dependente da frequência. Em relação ao primeiro grupo, diferenças entre os modelos podem ser observadas quanto à representação, no domínio do tempo, das funções referentes a cada elemento da matriz de admitância característica e da matriz função de propagação [7]. Quanto às convoluções que envolvem a matriz função de propagação, diferentes técnicas numéricas são utilizadas [1], [16] - [19]. Já no segundo grupo, o efeito da dependência da frequência da matriz de transformação modal é incluído realizando-se a operação de convolução entre essa matriz e os vetores de tensão e de corrente modais. Para isso, considera-se a aproximação dos elementos da matriz de transformação e dos vetores de tensão e corrente modais por meio da soma de funções racionais no domínio da frequência [10, 11, 21]. Em geral, a matriz de transformação modal não possui um comportamento estável e contínuo em toda faixa de frequências analisada; dessa maneira, a aproximação de seus elementos por funções racionais com polos estáveis nem sempre é possível [11, 21]. Este problema pode ser contornado realizando-se os cálculos de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão diretamente no domínio das fases [12], [23] - [31].

### 2.3.1. Métodos no Domínio Modal

A solução das equações de onda por métodos no domínio modal parte da ideia básica de diagonalizar os produtos matriciais  $\mathbf{P}(\omega) = \mathbf{Z}(\omega)\mathbf{Y}(\omega)$  e  $\mathbf{P}(\omega)^t = \mathbf{Y}(\omega)\mathbf{Z}(\omega)$ . A análise é feita no domínio da frequência haja vista a dependência da frequência dos parâmetros da  $LT$ . Seja:

$$\lambda_v(\omega) = \mathbf{T}_v^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega) \mathbf{T}_v(\omega) \quad (2.36)$$

$$\lambda_i(\omega) = \mathbf{T}_i^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega)^t \mathbf{T}_i(\omega) \quad (2.37)$$

As matrizes  $\lambda_v(\omega)$  e  $\lambda_i(\omega)$  possuem elementos apenas na diagonal principal, com valores iguais aos autovalores das matrizes  $\mathbf{P}(\omega)$  e  $\mathbf{P}(\omega)^t$ , respectivamente. Da teoria de sistemas lineares, sabe-se que a obtenção das matrizes  $\lambda_v(\omega)$  e  $\lambda_i(\omega)$  é possível desde que as matrizes de transformação modais,  $\mathbf{T}_v(\omega)$  e  $\mathbf{T}_i(\omega)$ , possuam nos elementos de suas colunas os valores correspondentes aos autovetores de  $\mathbf{P}(\omega)$  e  $\mathbf{P}(\omega)^t$  [9]. Isolando  $\mathbf{P}(\omega)$  e  $\mathbf{P}(\omega)^t$  e reescrevendo (2.36) e (2.37), obtém-se:

$$\mathbf{P}(\omega) = \mathbf{T}_v(\omega) [\lambda_v(\omega)] \mathbf{T}_v^{-1}(\omega) \quad (2.38)$$

$$\mathbf{P}(\omega)^t = \mathbf{T}_i(\omega) [\lambda_i(\omega)] \mathbf{T}_i^{-1}(\omega) \quad (2.39)$$

Substituindo (2.38) e (2.39) em (2.9) e (2.10):

$$\frac{d^2 \mathbf{V}(z, \omega)}{dz^2} = \mathbf{T}_v(\omega) [\lambda_v(\omega)] \mathbf{T}_v^{-1}(\omega) \mathbf{V}(z, \omega) \quad (2.40)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{I}(z, \omega)}{dz^2} = \mathbf{T}_i(\omega) [\lambda_i(\omega)] \mathbf{T}_i^{-1}(\omega) \mathbf{I}(z, \omega) \quad (2.41)$$

Multiplicando (2.40) e (2.41) respectivamente por  $\mathbf{T}_v^{-1}(\omega)$  e  $\mathbf{T}_i^{-1}(\omega)$ , obtém-se:

$$\frac{d^2 \mathbf{T}_v^{-1}(\omega) \mathbf{V}(z, \omega)}{dz^2} = [\lambda_v(\omega)] \mathbf{T}_v^{-1}(\omega) \mathbf{V}(z, \omega) \quad (2.42)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{T}_i^{-1}(\omega) \mathbf{I}(z, \omega)}{dz^2} = [\lambda_i(\omega)] \mathbf{T}_i^{-1}(\omega) \mathbf{I}(z, \omega) \quad (2.43)$$

O produto da inversa das matrizes de transformação modais,  $\mathbf{T}_v^{-1}(\omega)$  e  $\mathbf{T}_i^{-1}(\omega)$ , respectivamente com os vetores  $\mathbf{V}(z, \omega)$  e  $\mathbf{I}(z, \omega)$  resulta nos vetores de tensão e corrente modais, respectivamente  $\mathbf{V}_{mod}(z, \omega)$  e  $\mathbf{I}_{mod}(z, \omega)$ .

Reescrevendo (2.42) e (2.43):

$$\frac{d^2 \mathbf{V}_{mod}(z, \omega)}{dz^2} = \boldsymbol{\lambda}_v(\omega) \mathbf{V}_{mod}(z, \omega) \quad (2.44)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{I}_{mod}(z, \omega)}{dz^2} = \boldsymbol{\lambda}_i(\omega) \mathbf{I}_{mod}(z, \omega) \quad (2.45)$$

Haja vista a presença de elementos não nulos somente na diagonal principal das matrizes  $\boldsymbol{\lambda}_v(\omega)$  e  $\boldsymbol{\lambda}_i(\omega)$ , verifica-se que (2.44) e (2.45) representam um conjunto de equações desacopladas, onde cada modo  $\mu = 1, 2, 3, \dots, n$  é independente. Importante destacar que os autovalores de  $\mathbf{P}(\omega)$  e  $\mathbf{P}(\omega)^t$  são os mesmos. Dessa maneira, pode-se representar as matrizes  $\boldsymbol{\lambda}_v(\omega)$  e  $\boldsymbol{\lambda}_i(\omega)$  simplesmente por  $\boldsymbol{\lambda}(\omega)$ . Comparando (2.44) e (2.45) respectivamente com (2.9) e (2.10), verifica-se o mesmo padrão entre essas equações, de forma que a solução de (2.44) e (2.45) pode ser escrita, para cada modo  $\mu = 1, 2, 3, \dots, n$ , como:

$$I_k^\mu(\omega) = Y_c^\mu(\omega) V_k^\mu(\omega) + I_{kh}^\mu(\omega) \quad (2.46)$$

$$I_m^\mu(\omega) = Y_c^\mu(\omega) V_m^\mu(\omega) + I_{mh}^\mu(\omega) \quad (2.47)$$

em que:

$$I_{kh}^\mu(\omega) = -A^\mu(\omega) [Y_c^\mu(\omega) V_m^\mu(\omega) + I_m^\mu(\omega)] \quad (2.48)$$

$$I_{mh}^\mu(\omega) = -A^\mu(\omega) [Y_c^\mu(\omega) V_k^\mu(\omega) + I_k^\mu(\omega)] \quad (2.49)$$

A solução no domínio do tempo é obtida aplicando-se a transformada inversa de Fourier em (2.46) a (2.49) [7]:

$$i_k^\mu(t) = y_c^\mu(t) * v_k^\mu(t) + i_{kh}^\mu(t) \quad (2.50)$$

$$i_m^\mu(t) = y_c^\mu(t) * v_m^\mu(t) + i_{mh}^\mu(t) \quad (2.51)$$

em que:

$$i_{kh}^{\mu}(t) = -a^{\mu}(t) * [y_c^{\mu}(t) * v_m^{\mu}(t) + i_m^{\mu}(t)] \quad (2.52)$$

$$i_{mh}^{\mu}(t) = -a^{\mu}(t) * [y_c^{\mu}(t) * v_k^{\mu}(t) + i_k^{\mu}(t)] \quad (2.53)$$

Tendo em conta a dependência da frequência das matrizes de transformação modais,  $\mathbf{T}_v(\omega)$  e  $\mathbf{T}_i(\omega)$ , uma nova convolução é necessária para se obter as tensões e correntes no domínio das fases [7]:

$$\mathbf{v}_{fase}(t) = \mathbf{t}_v(t) * \mathbf{v}_{mod}(t) \quad (2.54)$$

$$\mathbf{i}_{fase}(t) = \mathbf{t}_i(t) * \mathbf{i}_{mod}(t) \quad (2.55)$$

em que  $\mathbf{v}_{fase}(t)$ ,  $\mathbf{i}_{fase}(t)$ ,  $\mathbf{v}_{mod}(t)$ ,  $\mathbf{i}_{mod}(t)$ ,  $\mathbf{t}_v(t)$  e  $\mathbf{t}_i(t)$  são, respectivamente, vetor tensão de fase, vetor corrente de fase, vetor de tensão modal, vetor de corrente modal e as matrizes de transformação modais, todas estas variáveis representadas no domínio do tempo.

Em linhas gerais, para cada passo de tempo, a solução das equações de onda de linhas de transmissão aéreas polifásicas utilizando métodos no domínio modal, com a inclusão rigorosa dos efeitos de variação dos parâmetros com a frequência, é realizada em três etapas: transformação das tensões e correntes dos terminais da linha de transmissão do domínio das fases para o domínio modal; solução das equações de linhas de transmissão para cada modo  $\mu = 1, 2, 3, \dots, n$ ; e transformação dos vetores de tensão e corrente modais,  $\mathbf{v}_{mod}(t)$  e  $\mathbf{i}_{mod}(t)$ , para o domínio das fases, a partir de (2.54) e (2.55).

O primeiro modelo proposto por Dommel para cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão no domínio do tempo considerando parâmetros distribuídos, data do fim da década de 60 [13]. Nesse trabalho, o autor desenvolve a solução das equações de linha de transmissão inicialmente para o caso monofásico, desprezando as perdas nos condutores e no meio,  $R = 0$  e  $G = 0$ , e desconsiderando a dependência da frequência dos parâmetros da  $LT$ . Uma aproximação para incluir as perdas dos condutores por meio de resistências concentradas dispostas ao longo da linha de transmissão é apresentada. Para o caso de  $LT$ s polifásicas, Dommel

utiliza transformações de similaridade para realizar o desacoplamento das equações de onda. O autor ainda apresenta uma formulação geral para a síntese da matriz de transformação modal para o caso de sistemas perfeitamente balanceados. A grande vantagem do modelo proposto por Dommel foi a sua facilidade de implementação junto a outras rotinas computacionais já que, numericamente, os cálculos se resumem à solução de um sistema linear de equações para cada passo de tempo.

Em um outro trabalho, A. Budner inclui a dependência da frequência dos parâmetros de linhas de transmissão para o caso particular de uma *LT* monofásica a dois fios [14]. Utilizando uma matriz de transformação real e constante, o autor desacopla as equações da *LT* monofásica a dois fios em dois modos: “modo 1”, ou modo de sequência zero (modo terrestre), e “modo 2”, ou modo de sequência positiva (modo aéreo). Para cada modo  $\mu = 1, 2$  da linha de transmissão monofásica a dois fios, a solução das equações (2.44) e (2.45) é dada por:

$$V_k^\mu(\omega) = V_m^\mu(\omega) \cosh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) - I_m^\mu(\omega) Z_c^\mu(\omega) \sinh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) \quad (2.56)$$

$$I_k^\mu(\omega) = -I_m^\mu(\omega) \cosh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) + V_m^\mu(\omega) Y_c^\mu(\omega) \sinh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) \quad (2.57)$$

em que os subíndices  $k$  e  $m$  correspondem aos terminais emissor e receptor das linhas de transmissão monofásicas referentes aos modos  $\mu = 1, 2$  e  $d$  é o comprimento total da *LT*. A. Budner compara esta solução com as equações que descrevem um sistema duas portas:

$$I_k^\mu(\omega) = Y_{kk}^\mu(\omega) V_k^\mu(\omega) + Y_{km}^\mu(\omega) V_m^\mu(\omega) \quad (2.58)$$

$$I_m^\mu(\omega) = Y_{mk}^\mu(\omega) V_k^\mu(\omega) + Y_{mm}^\mu(\omega) V_m^\mu(\omega) \quad (2.59)$$

A Figura 2.2 apresenta o circuito de um sistema duas portas, descrito pelas equações (2.58) e (2.59).

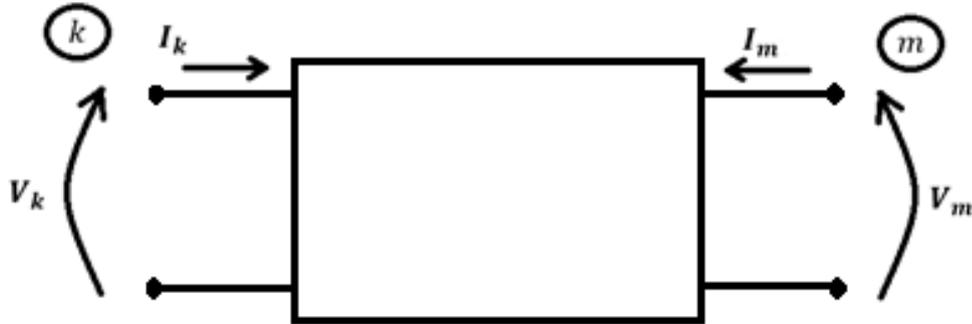


Figura 2.2. Sistema duas portas.

Fazendo as devidas substituições em (2.56) e (2.57) afim de isolar as variáveis  $I_k^\mu(\omega)$  e  $I_m^\mu(\omega)$  conforme (2.58) e (2.59), obtém-se:

$$I_k^\mu(\omega) = \left[ Y_c^\mu(\omega) \coth(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) \right] V_k^\mu(\omega) - \left[ Y_c^\mu(\omega) \operatorname{csch}(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) \right] V_m^\mu(\omega) \quad (2.60)$$

$$I_m^\mu(\omega) = - \left[ Y_c^\mu(\omega) \operatorname{csch}(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) \right] V_k^\mu(\omega) + \left[ Y_c^\mu(\omega) \coth(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) \right] V_m^\mu(\omega) \quad (2.61)$$

Comparando (2.58) e (2.59) com (2.60) e (2.61), obtém-se as seguintes expressões para as admitâncias de curto circuito e de transferência do sistema duas portas [14]:

$$Y_{kk}^\mu(\omega) = Y_{mm}^\mu(\omega) = Y_c^\mu(\omega) \coth(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) \quad (2.62)$$

$$Y_{km}^\mu(\omega) = Y_{mk}^\mu(\omega) = -Y_c^\mu(\omega) \operatorname{csch}(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) \quad (2.63)$$

As equações (2.62) e (2.63) apresentam, para os modos  $\mu = 1, 2$  da linha de transmissão monofásica a dois fios com parâmetros dependentes da frequência, os elementos que compõem a matriz de admitância nodal da *LT*. Análise interessante é feita acerca desses elementos: no domínio do tempo, o termo  $y_{kk}(t)$ , definido pela transformada inversa de Fourier de (2.62), pode ser interpretado como um sinal de corrente no nó  $k$ , devido à aplicação de um impulso de tensão nesse mesmo terminal, considerando o terminal  $m$  em curto circuito. Já o termo  $y_{km}(t)$ , definido pela

transformada inversa de Fourier de (2.63), pode ser interpretado como um sinal de corrente no nó  $k$ , devido à aplicação de um impulso de tensão no nó  $m$ , considerando o terminal  $k$  em curto circuito. É possível verificar, no caso analisado pelo autor, um decaimento maior da variável  $y_{kk}(t)$  de modo  $\mu = 1$ , se comparado a  $y_{kk}(t)$  de modo  $\mu = 2$ . Para o caso de uma linha de transmissão sem perdas, não há decaimento nas magnitudes das funções  $y_{kk}(t)$  de modos  $\mu = 1, 2$  e o intervalo de tempo entre os pulsos é correspondente ao tempo de propagação da onda. O modelo proposto por A. Budner possibilitou uma análise do comportamento dos modos de propagação, além de ser mais exato, haja vista a consideração da dependência da frequência dos parâmetros da linha de transmissão. O cálculo dos parâmetros da  $LT$  no modelo de Budner utiliza as formulações desenvolvidas por Carson [2]. O autor aponta uma desvantagem de seu modelo relacionado ao esforço computacional necessário para fazer a sintetização das funções que compõem a matriz de admitância nodal e o posterior cálculo, no domínio do tempo, da convolução dessas funções com as tensões terminais nos nós  $k$  e  $m$ . Apesar de não utilizar seu modelo no caso de um sistema trifásico, as formulações desenvolvidas por A. Budner são também aplicáveis em sistemas com  $n$ -fases. O autor generaliza o método discutido para o caso monofásico a 2 fios para o caso de uma linha  $n$ -fásica transposta, apresentando uma formulação para a sintetização da matriz de transformação modal com elementos constantes.

J. K. Snelson apresenta um modelo para cálculo de transitórios em linhas de transmissão monofásicas e polifásicas transpostas. Considerando o primeiro modelo proposto por Dommel [13], Snelson aplica uma substituição de variáveis para representar as ondas eletromagnéticas que se propagam em ambos os sentidos em uma linha de transmissão sem perdas em função dos parâmetros da  $LT$  e dos valores calculados de tensão e corrente em seus terminais [15].

Partindo do conceito de impedância de surto,

$$Z_o = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{R+j\omega l}{G+j\omega C}} \quad (2.64)$$

e da solução das equações de onda de uma linha de transmissão com perdas e com parâmetros dependentes da frequência, dadas para cada modo  $\mu = 1, 2, \dots, n$  por (2.56) e

(2.57), o autor utiliza a mesma substituição de variáveis aplicada no caso da LT sem perdas, obtendo:

$$F_k^\mu(\omega) = V_k^\mu(\omega) + Z_o^\mu I_k^\mu(\omega) \quad (2.65)$$

$$B_k^\mu(\omega) = V_k^\mu(\omega) - Z_o^\mu I_k^\mu(\omega) \quad (2.66)$$

em que  $F_k^\mu(\omega)$  é a onda que se propaga no sentido “entrando” nó  $k$  (onda progressiva ou *forward travelling wave*) e  $B_k^\mu(\omega)$  é a onda que se propaga no sentido “saindo” do nó  $k$  (onda regressiva ou *backward travelling wave*), tendo como referência a Figura 2.2, para cada modo  $\mu = 1, 2, \dots, n$ . Expressões equivalentes são obtidas para o terminal  $m$  de cada modo  $\mu = 1, 2, \dots, n$  da linha de transmissão. Fazendo as devidas substituições em (2.56), (2.57), (2.65) e (2.66), o autor encontra as seguintes expressões:

$$B_k^\mu(\omega) = A_1^\mu(\omega)F_m^\mu(\omega) + A_2^\mu(\omega)F_k^\mu(\omega) \quad (2.67)$$

$$B_m^\mu(\omega) = A_1^\mu(\omega)F_k^\mu(\omega) + A_2^\mu(\omega)F_m^\mu(\omega) \quad (2.68)$$

em que:

$$A_1^\mu(\omega) = \frac{1}{\cosh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) + \frac{1}{2} \left( \frac{Z_o^\mu}{Z_c^\mu(\omega)} + \frac{Z_c^\mu(\omega)}{Z_o^\mu} \right) \sinh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d)} \quad (2.69)$$

$$A_2^\mu(\omega) = \frac{-\frac{1}{2} \left( \frac{Z_o^\mu}{Z_c^\mu(\omega)} - \frac{Z_c^\mu(\omega)}{Z_o^\mu} \right) \sinh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d)}{\cosh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d) + \frac{1}{2} \left( \frac{Z_o^\mu}{Z_c^\mu(\omega)} + \frac{Z_c^\mu(\omega)}{Z_o^\mu} \right) \sinh(\sqrt{\lambda^\mu(\omega)} d)} \quad (2.70)$$

Considerando a transformada inversa de (2.67) e (2.68), obtém-se:

$$b_k^\mu(t) = a_1^\mu(t) * f_m^\mu(t) + a_2^\mu(t) * f_k^\mu(t) \quad (2.71)$$

$$b_m^\mu(t) = a_1^\mu(t) * f_k^\mu(t) + a_2^\mu(t) * f_m^\mu(t) \quad (2.72)$$

Considerando  $F_k^\mu(\omega) = 0$  e  $F_m^\mu(\omega) = 1$ , a função  $a_1^\mu(t)$  pode ser interpretada como a resposta calculada no terminal  $k$  frente a um impulso aplicado no nó  $m$ , com o terminal  $k$  em curto circuito. Da mesma maneira, a função  $a_2^\mu(t)$  pode ser interpretada como a resposta calculada no terminal  $m$  frente a um impulso aplicado nesse mesmo terminal,

com o nó  $k$  em curto circuito. Com  $F_k^{\mu}(\omega) = 0$ , a equação (2.65) representa, para cada modo  $\mu = 1, 2, \dots, n$ , uma linha de transmissão alimentando uma carga com o mesmo valor de sua impedância de surto  $Z_o^{\mu}$ . Considerando uma  $LT$  sem perdas, para cada modo  $\mu = 1, 2, \dots, n$ , qualquer impulso aplicado nos terminais da linha de transmissão não irá sofrer reflexão, de modo que as funções  $a_1^{\mu}(t)$  e  $a_2^{\mu}(t)$  serão representadas como um único pulso ao longo do tempo. Isso faz com que as convoluções em (2.71) e (2.72) possam ser substituídas por simples somatórios, calculados apenas nos intervalos de tempo em que  $a_1^{\mu}(t)$  e  $a_2^{\mu}(t)$  são não nulos. A substituição de variáveis proposta no modelo de Snelson possibilitou uma redução expressiva do custo computacional despendido no cálculo das convoluções em (2.71) e (2.72).

Meyer e Dommel exploram, de forma extensa, os trabalhos anteriores de Budner [14] e Snelson [15], sobretudo as dificuldades na obtenção das funções  $a_1^{\mu}(t)$  e  $a_2^{\mu}(t)$  e o cálculo das convoluções relacionadas [16]. No trabalho, os autores analisam o caso particular de uma linha de transmissão infinita para calcular a função  $A_2^{\mu}(\omega)$ . Esta aproximação faz com que a resposta em frequência de  $A_2^{\mu}(\omega)$  se torne mais suave, de modo que a interpolação linear desta função, em qualquer faixa de frequência, é feita de forma precisa. O caso particular da linha infinita pode ser utilizado como uma aproximação para estudos de transitórios em  $LT$ s em que as ondas refletidas no terminal receptor da linha não sejam importantes. Para intervalos de tempo menores do que o tempo de propagação da onda,  $t < \tau$ , esta abordagem facilita a obtenção das convoluções em (2.71) e (2.72). Meyer e Dommel discutem ainda uma possível simplificação para o cálculo das convoluções em (2.71) e (2.72) à partir da regra de integração trapezoidal, além da aproximação das funções  $a_1^{\mu}(t)$  e  $a_2^{\mu}(t)$  por meio de funções exponenciais. Meyer e Dommel implementam o modelo de linha de transmissão com algumas restrições: a linha é considerada perfeitamente transposta e a dependência da frequência é considerada somente no cálculo dos parâmetros de modo terrestre.

Visando diminuir o tempo gasto no cálculo de transitórios em linhas de transmissão com parâmetros dependentes da frequência, A. Semlyen e A. Dabuleanu apresentam um modelo que considera a aproximação, por uma função exponencial ou pela soma de duas dessas funções, da admitância característica e da função de propagação da  $LT$  para cada modo  $\mu = 1, 2, \dots, n$  [17]. Os autores apresentam uma formulação recursiva para calcular convoluções que envolvam funções da forma exponencial. Para cada modo  $\mu = 1, 2, \dots, n$ ,

a aproximação da admitância característica e da função de propagação por uma soma de funções exponenciais é feita a partir de um conjunto de equações não lineares, cuja solução é obtida por meio do algoritmo de Newton-Raphson. A decomposição modal feita por Semlyen e Dabuleanu considera a matriz de transformação modal constante. Os autores destacam que o esforço computacional exigido na nova rotina é comparável ao de métodos anteriores que consideram nulas as perdas nos condutores e que desprezam a dependência da frequência dos parâmetros da linha de transmissão.

A. Ametani desenvolve um método que reduz o tempo gasto no cálculo de convoluções, considerando a aproximação linear no domínio do tempo da resposta ao degrau ou ao impulso da impedância característica e da função de propagação [18]. Com o conjunto de equações de primeiro grau que descreve as respostas do sistema, as convoluções que envolvem esses parâmetros são reduzidas a uma simples soma de produtos. O autor salienta sobre a dependência da frequência da matriz de transformação modal; no entanto, seu modelo a considera constante. A grande vantagem do novo método proposto por Ametani é a simplificação das convoluções que envolvem a função de propagação e a impedância característica.

Com base no trabalho desenvolvido inicialmente em [17], Semlyen formula uma nova teoria para aproximar, diretamente no domínio da frequência, uma função de transferência qualquer por um somatório de funções racionais [19]. Esse somatório, no domínio do tempo, corresponde a uma soma de  $n$  funções exponenciais com expoentes reais ou complexos. Considerando o estudo de transitórios em linhas de transmissão, aplica-se essa teoria para aproximar a resposta ao degrau da função de propagação e da admitância característica da  $LT$ . Com isso, é possível calcular as convoluções que envolvem esses parâmetros de maneira recursiva, reduzindo significativamente o esforço computacional nesses cálculos. Semlyen discute sobre a necessidade de um número maior de funções exponenciais para representar com fidelidade determinados sistemas, especialmente linhas de transmissão longas. Uma modelagem com exatidão da resposta ao degrau da admitância característica e da função de propagação de uma  $LT$  requer, geralmente, um número maior do que três funções exponenciais. O autor comenta também que os expoentes dessas funções exponenciais em geral são complexos.

A natureza oscilatória da resposta em frequência dos parâmetros de linhas de transmissão pode gerar erros de instabilidade e de precisão, dependendo da técnica

numérica utilizada na solução de problemas de transitórios eletromagnéticos. Afim de contornar tais erros, J. Marti baseia-se em trabalhos anteriores [14, 15, 17, 19], e propõe um novo modelo considerando a matriz de transformação real e independente da frequência. No novo método, J. Marti utiliza a técnica de substituição de variáveis explorada anteriormente por Snelson [15] e considera a substituição da impedância de surto,  $Z_o^H$ , no circuito utilizado por Dommel [16] para interpretar as funções  $a_1^H(t)$  e  $a_2^H(t)$ , por uma impedância equivalente,  $Z_{eq}^H$ , que possui a mesma resposta em frequência da impedância característica  $Z_c^H$  da linha. Dessa maneira, qualquer impulso aplicado nos terminais da  $LT$  não sofre reflexão, de forma que a função  $a_1^H(t)$  possui somente um pulso e a função  $a_2^H(t) = 0$ . J. Marti apresenta a seguinte equação para  $a_1^H(t)$  no domínio da frequência:

$$A_1^H(\omega) = \frac{1}{\cosh(\sqrt{\lambda^H(\omega)} d) + \sinh(\sqrt{\lambda^H(\omega)} d)} \quad (2.73)$$

A partir dessa nova formulação, J. Marti consegue contornar os problemas discutidos em [16], referentes à dificuldade de se avaliar a contribuição das funções  $a_1^H(t)$  e  $a_2^H(t)$  no cálculo de convoluções. Por meio do método de ajuste assintótico de Bode, o autor faz a aproximação da impedância característica,  $Z_c^H(\omega)$ , e da função de propagação  $A_1^H(\omega)$ , dada em (2.73), por uma soma de funções racionais no domínio da frequência. Essas funções aproximadas no domínio do tempo,  $z_c^H(t)$  e  $a_1^H(t)$ , correspondem a uma soma de funções exponenciais decrescentes. J. Marti aplica, então, a teoria proposta inicialmente por Semlyen e Dabuleanu [17] de modo a resolver as convoluções que envolvem  $z_c^H(t)$  e  $a_1^H(t)$  de forma recursiva. O modelo proposto por J. Marti é até hoje um dos mais utilizados na solução de problemas de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão.

Tavares et al. propõem um modelo para cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão polifásicas, considerando a utilização da matriz de transformação de Clarke [20]. No método proposto, as impedâncias longitudinais de cada modo  $\mu = 1, 2, \dots, n$  da linha de transmissão polifásica são representadas por conexões de circuitos  $\pi$  em cascada. A dependência da frequência destes parâmetros modais é considerada nos cálculos. Por possuir somente elementos reais, Tavares et al. propõem implementar

a matriz de transformação de Clarke na plataforma *EMTP* por meio de um circuito de transformadores ideais, cujas polaridades e ligações são feitas de forma a reproduzirem as relações de transformação entre as correntes e tensões de fase respectivamente com as correntes e tensões modais. Os autores demonstram que o modelo proposto calcula a solução exata para o caso de linhas perfeitamente transpostas e é uma boa aproximação para estudos de transitórios em linhas de transmissão não transpostas e com simetria vertical.

Luis Marti apresenta um modelo para cálculo de transitórios eletromagnéticos em cabos subterrâneos de alta tensão [10]. A solução é desenvolvida no domínio do tempo, considerando a dependência da frequência dos parâmetros do sistema e também da matriz de transformação modal. No estudo de transitórios eletromagnéticos envolvendo cabos subterrâneos, a matriz de transformação modal possui forte dependência da frequência. Sendo assim, modelos que a consideram constante podem gerar resultados inexatos [10]. No caso de linhas de transmissão desbalanceadas, principalmente *LTs* com circuitos múltiplos, a consideração da matriz de transformação modal constante também pode gerar resultados inexatos em estudos de transitórios com extensa faixa de frequências. L. Marti se baseia no trabalho desenvolvido por J. Marti [1] para fazer a aproximação por uma soma de funções racionais dos elementos da matrizes modais de admitância característica e de função de propagação, além da matriz de transformação modal. Dessa maneira, convoluções que envolvem essas variáveis são calculadas de forma recursiva. A aproximação dos elementos da matriz de transformação modal é feita considerando em cada coluna um elemento real e constante ao longo de toda a faixa de frequência. Essa normalização garante que os autovetores do produto matricial  $YZ$ , que correspondem às colunas da matriz de transformação modal, sejam funções de fase mínima. O autor compara os resultados gerados pelo modelo proposto com cálculos analíticos, considerando a energização de uma das fases de um sistema subterrâneo de cabos trifásico, encontrando erro máximo de 2%. Comparado a resultados experimentais, o modelo apresenta alguns desvios, justificados por L. Marti como incertezas nas medições e na simulação. O autor não apresenta simulações de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas, apesar de afirmar que seu modelo é geral para esses casos.

Utilizando o método de Newton-Raphson, Wedepohl et al. desenvolvem um modelo que calcula os autovetores que compõem a matriz de transformação modal,

considerando seus elementos dependentes da frequência [11]. Os autores discutem que a resposta em frequência da matriz de transformação modal deve ser suave e contínua em todo espectro de frequências analisado, afim de se obter uma aproximação precisa de seus elementos por uma soma de funções racionais no domínio da frequência. Wedepohl et al. destacam que a utilização de rotinas convencionais para aproximar a matriz de transformação modal pode resultar em permutações dos autovalores em determinadas frequências, provocando saltos nos autovetores calculados. Aplicando o método de Newton-Raphson, esses problemas são contornados. Os autores afirmam que o modelo proposto por L. Marti [10] não se aplica no estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas de circuito múltiplo desbalanceadas, haja vista que nesses casos os elementos da matriz de transformação modal nem sempre são contínuos na faixa de frequências analisada. Wedepohl et al. analisam o caso de uma linha de transmissão de circuito duplo vertical, comparando a magnitude dos elementos da primeira coluna da matriz de transformação calculada analiticamente e por meio da nova rotina. Em toda a faixa de frequências analisada, os autores encontram um erro máximo de 1%. Para os elementos da matriz de admitância característica modal, Wedepohl et al. obtêm um erro máximo de 1%, enquanto que os elementos da matriz de função de propagação modal apresentam divergência máxima de 0,2%.

Gustavsen e Semlyen apresentam um novo método para calcular as aproximações de funções de transferência escalares e vetoriais por uma soma de funções racionais no domínio da frequência [21]. A técnica, denominada pelos autores de *Vector Fitting*, permite a aproximação por polos e zeros complexos. Essa é uma vantagem em relação ao modelo anterior proposto por L. Marti [10], o qual considera a aproximação das funções de transferência apenas por polos e zero reais. Gustavsen e Semlyen afirmam que o emprego da técnica *Vector Fitting* para aproximar os elementos da matriz de transformação modal permite uma economia significativa no tempo gasto nestes cálculos. Diferentemente do método proposto por L. Marti [10], no modelo desenvolvido por Gustavsen e Semlyen é considerado o mesmo conjunto de polos para aproximar os elementos de cada coluna da matriz de transformação modal. Em [10] esta aproximação é feita elemento a elemento. Gustavsen e Semlyen desenvolvem a solução das equações de onda de linhas de transmissão por meio da técnica de decomposição modal e consideram a matriz de transformação dependente da frequência. Os autores apresentam simulações para um sistema constituído de uma linha de transmissão

trifásica subterrânea. As aproximações das matrizes modais de admitância característica e de função de propagação e também da matriz de transformação modal são determinadas via aplicação do *Vector Fitting* e comparadas com resultados analíticos. A técnica proposta por Gustavsen e Semlyen é muito precisa em toda faixa de frequências analisada. Os autores salientam que em estudos de transitórios eletromagnéticos envolvendo sistemas de cabos subterrâneos, a aproximação precisa da matriz de transformação modal só é possível se considerada a possibilidade de alocação de zeros no semiplano direito. Outra análise é feita acerca da aproximação por funções racionais das matrizes de transformação modal e de admitância característica considerando um sistema composto de uma linha de transmissão aérea trifásica de circuito simples não transposta. Neste caso, os autores apontam a necessidade de se utilizar polos instáveis para aproximar os elementos dessas matrizes. Em outros tipos de configurações, por exemplo, de linhas de transmissão de circuitos múltiplos, polos instáveis também são necessários para aproximar as matrizes de admitância característica e de transformação modal.

O cálculo da tensão induzida em uma linha de transmissão aérea devido à injeção de um sinal de tensão ou de corrente em uma *LT* próxima, pode não ser feito de maneira precisa, caso a matriz de transformação modal seja considerada independente da frequência. Visando contornar este problema, Gustavsen propõe um método que considera a modelagem deste tipo de sistema por duas linhas de transmissão desacopladas, sendo que o efeito dos acoplamentos eletromagnéticos é incluído por meio de uma matriz de acoplamento [22]. Essa matriz de acoplamento é representada por funções racionais e seu modelo em espaço de estados é obtido por meio do *Vector Fitting* [21]. Cada linha de transmissão desacoplada é representada por um modelo no domínio modal, com a matriz de transformação constante. Afim de validar o modelo proposto, Gustavsen considera dois sistemas. No primeiro, o autor calcula a tensão induzida em uma linha de transmissão de 230 kV, considerando um sinal senoidal de tensão de 1 kHz aplicado em uma das fases de uma *LT* de 115 kV distante 50 m. No segundo sistema, é realizado o cálculo da tensão induzida nos trilhos de uma ferrovia, localizada nas proximidades de uma linha de transmissão de 230 kV. Em ambos os exemplos, o autor utiliza os resultados gerados pelo modelo ULM (*Universal Line Model*) e pelo modelo de J. Marti [1] como critério de comparação. O modelo ULM realiza os cálculos de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão diretamente no

domínio das fases [22]. Nos dois sistemas apresentados, o método proposto por Gustavsen apresenta resultados muito próximos aos do modelo ULM. O mesmo não é válido para o modelo de J. Marti [1]. Gustavsen afirma que o modelo proposto fornece resultados mais precisos, quando comparado a resultados calculados pelo modelo de J. Marti.

### **2.3.2. Métodos no Domínio das Fases**

Especialmente no caso de sistemas desbalanceados e em linhas de transmissão de circuito múltiplo e não transpostas, o efeito da frequência na matriz de transformação modal é muito forte. Dessa maneira, a utilização de modelos no domínio das fases se torna uma alternativa para contornar os problemas associados à matriz de transformação modal: esforço computacional despendido no cálculo de convoluções e problemas na sintetização de seus elementos.

O modelo proposto por Nakanishi e Ametani faz o cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão baseado no teorema da superposição [23]. Os autores calculam inicialmente a resposta ao impulso de uma linha de transmissão no domínio da frequência e fazem a transição para o domínio do tempo pelo uso da transformada inversa de Laplace numérica. Dessa maneira, todos os efeitos dependentes da frequência são incluídos no cálculo do transitório. Partindo desse princípio, Nakanishi e Ametani aproximam um sinal de tensão de entrada com forma de onda qualquer por um somatório de funções impulso. A resposta da linha de transmissão frente ao sinal de entrada qualquer é então calculada considerando a contribuição de todas as funções impulso aplicadas nos terminais da *LT*. Os autores comparam os cálculos previstos pelo modelo com dados medidos em campo para o caso de uma linha de transmissão trifásica aérea não transposta. No exemplo, verifica-se uma boa exatidão dos resultados obtidos pelo modelo proposto pelos autores. Nakanishi e Ametani afirmam que o novo método é aplicável nos casos em que não se pode desprezar a dependência da frequência da matriz de transformação modal.

Gustavsen et al. propõem um modelo que calcula, diretamente no domínio das fases, as convoluções que envolvem as matrizes função de propagação e admitância característica de uma linha de transmissão [12]. Os autores comentam que a

dependência da frequência da matriz de transformação modal pode ser considerada de duas maneiras: realizando as transformações por meio de uma convolução no domínio do tempo, conforme (2.54) e (2.55), ou realizando os cálculos diretamente no domínio das fases. Gustavsen et al. comentam que o trabalho desenvolvido inicialmente por Nakanishi e Ametani [23] não é computacionalmente eficiente, haja vista que esses autores utilizam convolução numérica em seu modelo. Visando contornar esse problema, Gustavsen et al. calculam, no domínio do tempo, a resposta ao degrau das matrizes função de propagação e admitância característica da *LT* considerando versões modificadas da transformada inversa de Fourier. Os autores fazem então a aproximação linear da cauda da resposta ao degrau dessas matrizes e utilizam convolução recursiva, conforme discutido inicialmente em [18]. A parte inicial da onda resultante da resposta ao degrau das matrizes função de propagação e admitância característica é representada de maneira discreta. Gustavsen et al. aplicam o modelo em um sistema constituído de um cabo coaxial subterrâneo nas condições de curto circuito e circuito aberto. Os resultados são próximos das soluções obtidas por modelos precisos que se baseiam na transformada inversa de Fourier. Os autores concluem, no entanto, que o modelo proposto é menos eficiente, se comparado a modelos no domínio modal, os quais realizam convoluções recursivamente.

G. Angelidis e A. Semlyen apresentam um modelo para cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão com parâmetros dependentes da frequência utilizando o método conhecido como *TSR* (“*Two Sided Recursions*”) [24]. Esse método consiste em calcular simultaneamente convoluções curtas entre matrizes polinomiais, obtidas a partir de aproximações das matrizes com parâmetros da linha de transmissão, e vetores com as variáveis de entrada e saída do sistema, que correspondem às tensões e correntes de fase dos terminais da linha de transmissão.

Seja:

$$H(\omega) = \frac{N(\omega)}{D(\omega)} \quad (2.74)$$

onde  $H(\omega)$  pode representar a matriz função de propagação ou a matriz de admitância característica da linha de transmissão.

A ideia básica do método *TSR* considera:

$$V = D(\omega)^{-1}N(\omega)X \quad \therefore \quad D(\omega)V = N(\omega)X \quad (2.75)$$

onde  $V$  e  $X$  correspondem, respectivamente, aos vetores com as variáveis de saída e de entrada do sistema. As convoluções resultantes da transformada inversa de Fourier de (2.75) são mais fáceis de serem calculadas, haja vista que os elementos das matrizes  $D(\omega)$  e  $N(\omega)$  são simples polinômios. Esses polinômios, por sua vez, são calculados sempre com o menor grau possível. G. Angelidis e A. Semlyen comentam que o método *TSR* pode ser aplicado tanto em modelos no domínio modal quanto diretamente no domínio das fases. Para o primeiro caso, aplica-se o *TSR* afim de se obter maior eficiência e rapidez nos cálculos. Já para o segundo caso, utiliza-se o método *TSR* visando maior exatidão dos resultados. A obtenção das constantes dos elementos das matrizes polinomiais é feita por aproximações no domínio da frequência. Os autores utilizam o modelo proposto para o cálculo de transitórios eletromagnéticos em uma linha de transmissão aérea considerando seus terminais receptores em aberto. Como critério de comparação, Angelidis e Semlyen consideram um modelo preciso baseado na transformada inversa de Fourier. Os resultados são comparados com modelos no domínio modal e no domínio das fases que aplicam o método *TSR*. Para os modos aéreos, os valores encontrados pelos três modelos são muito próximos. Já para o modo terra, os resultados obtidos pelo modelo no domínio modal aplicando o método *TSR* apresenta menor exatidão. A explicação se deve à maior dependência da frequência do modo de terra comparado aos modos aéreos. No trabalho de Angelidis e Semlyen, a matriz de transformação modal é calculada em uma frequência específica, definida em função do fenômeno transitório a ser estudado. Os elementos complexos da matriz de transformação são então aproximados por sua parte real.

Noda et al. propõem substituir o cálculo das convoluções resultantes das soluções das equações de onda no domínio do tempo por um modelo *ARMA* (“*Auto Regressive Moving Average*”) [25]. Aplicando a teoria da transformada  $Z$ , Noda et al. representam cada elemento das matrizes função de propagação e admitância característica de uma linha de transmissão por uma função racional no domínio  $Z$ . Os coeficientes dessas funções racionais, que definem o modelo *ARMA* de cada elemento dessas matrizes, são calculados pelo método de mínimos quadrados linearizado desenvolvido pelos autores.

Noda et al. aplicam o método de mínimos quadrados linearizado para aproximar o elemento (1,1) da matriz função propagação de uma linha de transmissão aérea horizontal não transposta de 500 kV na faixa de frequências de 1000 Hz a 1 MHz. Nessa faixa de frequências, as curvas exata e aproximada são muito próximas. Os autores aplicam o modelo proposto no cálculo das tensões terminais de linhas de transmissão aéreas horizontais e verticais de 500 kV não transpostas. A exatidão do modelo desenvolvido por Noda et al. é avaliada por comparações com valores medidos em campo para as mesmas configurações das linhas de transmissão simuladas.

Nguyen et al. consideram a sintetização dos elementos das matrizes de admitância característica e função de propagação de uma linha de transmissão diretamente no domínio das fases [26]. Para isso, os autores assumem que os elementos dessas matrizes podem ser aproximados no domínio da frequência por funções racionais de fase mínima. As convoluções dadas em (2.32) e (2.33) são então calculadas de forma recursiva, haja vista que os elementos das matrizes  $Y_c(\omega)$  e  $A(\omega)$  são simples somas de funções exponenciais no domínio do tempo. Nguyen et al. utilizam uma versão modificada do algoritmo aplicado por J. Marti [1] e por L. Marti [10] para sintetizar os elementos de  $Y_c(\omega)$  e  $A(\omega)$ . O cálculo das matrizes modais de admitância característica e função de propagação é feito conforme o trabalho desenvolvido por Wedepohl em [11]. Nguyen et al. validam o modelo proposto simulando a energização de sequência zero de uma linha de transmissão de circuito duplo aérea considerando seus terminais receptores em aberto. Os resultados possuem boa exatidão quando comparados com modelos que se baseiam na transformada inversa de Fourier e com modelos no domínio modal que consideram a matriz de transformação calculada em uma frequência específica. Os autores apresentam também o cálculo das tensões induzidas em uma linha ferroviária paralela a uma linha de transmissão de 138 kV, considerando a energização simultânea dos terminais emissores da *LT* por fontes de tensão com frequência de 60 Hz, mantendo os terminais receptores da linha de transmissão e dos trilhos da linha ferroviária em curto circuito. Nguyen et al. calculam as tensões induzidas nos terminais emissores da linha ferroviária e comparam com soluções exatas e com resultados gerados por modelos no domínio modal com a matriz de transformação calculada em duas frequências distintas. Em regime permanente, verifica-se que o modelo proposto pelos autores possui maior exatidão, quando comparado com modelos no domínio modal que consideram a matriz de transformação constante.

F. Castellanos e J. Marti apresentam um modelo de linha de transmissão polifásica no domínio das fases denominado *Z-Line* [27]. De maneira sucinta, esse modelo consiste em representar as ondas viajantes em uma linha de transmissão pela superposição entre uma onda eletromagnética ideal que se propaga com a velocidade da luz e uma onda viajante cujas distorções se devem às perdas nos condutores e no solo. O modelo *Z-Line* representa o efeito dessas ondas viajantes, respectivamente, por meio de matrizes com os parâmetros externos da linha de transmissão,  $L_{ext}$  e  $C$ ; e de uma matriz  $Z_{loss}(\omega)$  que contempla os parâmetros referentes às perdas internas dos condutores e do solo. As matrizes indutância externa e capacitância da *LT*,  $L_{ext}$  e  $C$ , dependem exclusivamente das características físicas da linha de transmissão e são independentes da frequência. Já os elementos da matriz  $Z_{loss}(\omega)$  praticamente não dependem da geometria da *LT*, no entanto sofrem forte influência da frequência. Uma limitação do modelo proposto por F. Castellanos e J. Marti é a consideração de  $Z_{loss}(\omega)$  de forma concentrada. Os autores argumentam que o efeito das perdas distribuídas ao longo de uma linha de transmissão pode ser representado pela matriz  $Z_{loss}(\omega)$  subdividindo a *LT* em seções de comprimentos curtos, tendo como referência o comprimento total da linha de transmissão. A solução completa do sistema é então obtida conectando-se em série os circuitos representativos de cada subdivisão da *LT*. Observação importante é feita pelos autores acerca da aproximação por polos e zeros dos elementos de  $Z_{loss}(\omega)$ : por questões de estabilidade, a sintetização desses elementos geralmente não pode ser feita de maneira individual, pelo fato da linha de transmissão ser um sistema acoplado. Dessa forma, os autores propõem um novo método para sintetizar  $Z_{loss}(\omega)$  considerando a aproximação simultânea de todos os seus elementos na faixa de frequências analisada. F. Castellanos e J. Marti validam o modelo proposto considerando a simulação de um transitório eletromagnético em uma linha de transmissão de circuito duplo aérea não transposta. No caso analisado, o modelo *Z-Line* apresentou um tempo maior de processamento, quando comparado à solução obtida pelo modelo no domínio modal com matriz de transformação constante. Quanto à exatidão dos resultados, o modelo proposto pelos autores obteve valores muito próximos aos calculados pelo modelo teórico que considera a transformada de Fourier na solução das equações de onda.

Gustavsen e Semlyen apresentam dois modelos para cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, considerando a aproximação dos elementos das matrizes admitância característica e função de propagação pela técnica *Vector*

*Fitting* [28]. O primeiro modelo considera a aproximação de  $Y_c(\omega)$  e  $A(\omega)$  diretamente no domínio das fases. Já no segundo modelo, os autores fazem a aproximação de  $A(\omega)$  considerando a formulação dada por:

$$A(\omega) = A_0(\omega) + \Delta A(\omega) \quad (2.76)$$

em que  $A_0(\omega)$  é a própria matriz função de propagação, calculada a partir da matriz de transformação com elementos reais e constantes, e o termo  $\Delta A(\omega)$ , que é chamado de fator de correção. Pelo fato da matriz  $Y_c(\omega)$  possuir geralmente um comportamento suave em função da frequência, sua aproximação em ambos os modelos é feita diretamente no domínio das fases. Já a matriz  $A(\omega)$  possui uma resposta muito oscilatória em função da frequência, em decorrência dos diferentes tempos de trânsito associados aos componentes modais de cada um de seus elementos. Os autores comentam que a aproximação dos elementos de  $A(\omega)$  considerando a equação (2.76) é mais fácil de ser calculada, haja vista que o termo  $A_0(\omega)$  é função de uma matriz de transformação real e constante e de uma matriz diagonal cujas respostas de suas componentes modais em função da frequência é mais suave. O termo  $\Delta A(\omega)$  é desprezível quando  $A_0(\omega)$  é obtido utilizando-se uma matriz de transformação modal calculada em alta frequência. Gustavsen e Semlyen validam ambos os modelos propostos por um estudo de transitório eletromagnético em uma linha de transmissão aérea de circuito duplo não transposta, com seus terminais receptores nas condições de circuito aberto e de curto circuito. Os resultados são comparados com um modelo teórico preciso, baseado na solução das equações de onda utilizando a transformada de Fourier. O primeiro modelo apresenta resultados precisos nas duas simulações. Já o segundo modelo apresenta bons resultados quando a parcela  $\Delta A(\omega)$  não é desconsiderada dos cálculos. Os autores afirmam que os modelos propostos podem também ser aplicados no estudo de transitórios em linhas subterrâneas, desde que os tempos de trânsito dos componentes modais da linha não sejam muito diferentes.

Morched et al. apresentam um modelo capaz de simular transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas fortemente assimétricas, considerando a transmissão de energia sendo realizada tanto através de condutores nus, quanto por cabos coaxiais isolados [29]. Os autores aproximam os elementos da matriz de admitância característica de uma linha de transmissão diretamente no domínio das

fases. Já no caso da matriz função de propagação, seus elementos são sintetizados no domínio das fases considerando a contribuição de todas variáveis modais da matriz  $A(\omega)$ . Utilizando a técnica *Vector Fitting* [21], Morched et al. fazem a aproximação por funções racionais de cada elemento da matriz função de propagação modal, de forma a obter os polos e os tempos de trânsito de cada variável modal. Em seguida, no domínio das fases, os autores expressam os elementos da matriz função de propagação em função dos polos e dos tempos de trânsito das variáveis modais. A formulação apresentada é válida para qualquer frequência; dessa forma, os elementos de  $A(\omega)$  são calculados considerando diferentes pontos dentro da faixa de frequências analisada. Obtém-se então um sistema de equações lineares sobredeterminado, cuja solução define os resíduos das funções racionais que aproximam os elementos da matriz função de propagação. Morched et al. comentam que a obtenção dos autovalores de  $A(\omega)$  considerando uma matriz de transformação modal calculada em uma frequência próxima a 1 MHz (alta frequência), é uma aproximação razoável em termos de exatidão de resultados. Os autores discutem ainda que um aumento na eficiência do modelo proposto pode ser conseguido agrupando as variáveis modais que possuem tempos de trânsito relativamente próximos. Morched et al. apresentam resultados de simulação de transitórios eletromagnéticos considerando: um sistema subterrâneo de transmissão de energia através de cabos coaxiais isolados, uma linha de transmissão aérea e um sistema de transmissão constituído de cabos coaxiais isolados dispostos no interior de uma tubulação preenchida por óleo. Em todos os casos analisados, o modelo proposto pelos autores apresenta resultados precisos tanto para as aproximações dos elementos das matrizes de admitância característica e função de propagação, quanto no cálculo das tensões nos condutores.

Semlyen e Gustavsen discutem sobre a necessidade de se garantir a simetria dos modelos de linhas de transmissão no domínio das fases [30]. Considerando um sistema constituído de uma linha de transmissão horizontal trifásica não transposta, suas matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal são desbalanceadas, porém simétricas. Os autores comentam que alguns modelos no domínio das fases não exprimem a real simetria de sistemas de transmissão desbalanceados e não transpostos. Isso decorre do fato de, apesar de  $Z(\omega)$  e  $Y(\omega)$  serem simétricas, o produto dessas matrizes, em qualquer ordem, não é. Por consequência, a matriz de função de propagação também não é simétrica. A aproximação por funções racionais dos

elementos de  $A(\omega)$  de maneira direta pode, então, levar à assimetria da matriz de admitância nodal. Afim de contornar esse problema, os autores propõem uma nova técnica para aproximar os elementos da matriz de função de propagação. Ao invés de sintetizar os elementos de  $A(\omega)$  e  $Y_c(\omega)$  de maneira independente, os autores fazem inicialmente a aproximação de  $Y_c(\omega)$  e de  $Y_p(\omega)$ , esta última denominada de matriz de admitância característica propagada. Essa matriz é calculada pelo produto entre a matriz de função de propagação e a matriz de admitância característica, conforme descrito na equação (2.77):

$$Y_p(\omega) = A(\omega)Y_c(\omega) \quad (2.77)$$

A partir do modelo simétrico por funções racionais de  $Y_p(\omega)$  e  $Y_c(\omega)$ , os autores calculam  $A(\omega)$  de maneira analítica. As aproximações dos elementos de  $Y_p(\omega)$  e  $Y_c(\omega)$  são feitas utilizando a técnica *Vector Fitting* [21]. Semlyen e Gustavsen apresentam um gráfico em que é possível visualizar o grau de assimetria de uma matriz de admitância nodal calculada pelo modelo proposto e por métodos convencionais no domínio das fases em uma ampla faixa de frequências. Para tal, os autores consideram um sistema de transmissão trifásico horizontal não transposto. Nos casos apresentados pelos autores é possível verificar que o modelo proposto representa com maior exatidão a simetria inerente ao sistema de transmissão analisado.

Baseado no trabalho desenvolvido por Morched et al. [29], Noda propõe um novo modelo de linhas de transmissão no domínio das fases [31]. De maneira semelhante ao modelo *ULM* [29], Noda não faz a aproximação por funções racionais da matriz de função de propagação de uma linha de transmissão de forma direta. Os elementos de  $A(\omega)$  são calculados por meio de uma formulação modificada, de forma a incluir os efeitos de todos os modos de propagação relativos à matriz de função de propagação. A aproximação dos elementos de  $A(\omega)$  e  $Y_c(\omega)$  é feita utilizando-se o método chamado de "*Frequency-Partitioning Fitting*", ou *FpF*, como uma alternativa à técnica *Vector Fitting* [21] aplicada no modelo *ULM*. De forma resumida, a técnica *FpF* faz a aproximação da resposta em frequência de uma determinada função de transferência, dividindo a faixa de frequências analisada em subseções menores e calculando, para cada subseção, as aproximações racionais correspondentes. Os polos de cada subdivisão são então obtidos e, juntos, esses polos representam a resposta da função de transferência em toda a faixa

de frequências. Técnicas numéricas para melhorar a precisão do método  $FpF$  são também apresentadas pelo autor. O modelo proposto por Noda é validado por uma análise de um transitório eletromagnético em uma linha de transmissão de circuito duplo aérea de 500 kV. Os resultados previstos com o novo modelo apresentam elevada exatidão, quando comparados a resultados obtidos por uma rotina teórica de referência, baseada na transformada inversa de Laplace, e por dados obtidos em testes em campo. Pode-se considerar que o modelo proposto por Noda é uma variação do modelo desenvolvido por Morched et al [29].

## 2.4. Comentários Finais

Modelos de linhas de transmissão no domínio modal, que consideram a matriz de transformação constante, são suficientemente precisos no estudo de sistemas de transmissão perfeitamente transpostos e balanceados. Já no caso de  $LTs$  com configurações de circuito múltiplo não transpostas e em sistemas desbalanceados, é necessário considerar a dependência da frequência da matriz de transformação modal. Devido aos problemas associados à matriz de transformação dependente da frequência, utiliza-se como alternativa os modelos no domínio das fases. Esses modelos, por sua vez, não possuem restrições quanto às características físicas da linha de transmissão ou do sistema.

Este trabalho de dissertação considera a solução de problemas de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas diretamente no domínio das fases. O modelo proposto inclui a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo dos parâmetros da linha de transmissão. Para tal, foram utilizadas as formulações propostas por Alípio e Visacro [5], que descrevem o comportamento da resistividade e da permissividade elétrica do solo em função da frequência. Este assunto, bem como as formulações para o cálculo dos parâmetros de uma linha de transmissão, são abordados no capítulo 3.

---

---

## Capítulo 3

# Modelagem Computacional de Linhas de Transmissão Aéreas no Domínio das Fases

---

### 3.1. Considerações Iniciais

A definição do modelo para representar uma determinada linha de transmissão aérea depende, basicamente, de dois fatores: do comprimento total da linha de transmissão e da faixa de frequências abrangida pelo fenômeno transitório em estudo. A partir da análise destes dois fatores, verifica-se a necessidade de se considerar os parâmetros da *LT* de forma distribuída ou concentrada e o quanto a dependência da frequência dos parâmetros da linha pode influenciar nos cálculos de transitórios eletromagnéticos [32].

De maneira geral, as sobretensões em linhas de transmissão podem ser causadas por faltas no sistema, manobras em disjuntores, incidência de descargas atmosféricas, fenômenos de ferroressonância, dentre outros. Em cada um desses casos, a faixa de frequências abrangida no período transitório varia [32]. Independentemente do estudo envolvendo a linha de transmissão, é um pré-requisito a obtenção das matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal. Essas matrizes, respectivamente  $Z(\omega)$  e  $Y(\omega)$ , são determinantes no cálculo das matrizes de constante de propagação,  $\Gamma_v(\omega)$  e  $\Gamma_i(\omega)$ , cuja importância pode ser verificada nas equações (2.11) e (2.12). Nessas equações, é possível observar que são as matrizes  $\Gamma_v(\omega)$  e  $\Gamma_i(\omega)$  que caracterizam a forma de propagação das ondas viajantes de tensão e de corrente. Os elementos de  $\Gamma_v(\omega)$  e  $\Gamma_i(\omega)$  são os responsáveis por determinar a variação do módulo e da fase das ondas de tensão e de corrente que se propagam ao longo da *LT*.

Neste capítulo, são apresentadas diferentes formulações para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal de uma linha de transmissão aérea com  $n$  condutores. Abordagens para o cálculo da matriz de impedância de retorno

pelo solo que consideram formulações em sua forma integral [2], [33], [34], [35] e aproximações logarítmicas [36] são discutidas. É apresentada também uma discussão acerca da necessidade de se considerar a correção do efeito do solo na matriz de admitância transversal no cálculo de transitórios em LT, baseada em trabalhos recentes [8], [37], [38], [39]. De maneira sucinta, são apresentados alguns trabalhos que propõem formulações baseadas em trabalhos empíricos, que descrevem a variação dos parâmetros elétricos do solo em função da frequência [4], [5]. A metodologia básica para solucionar problemas de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas no domínio das fases, implementada pelo autor em uma rotina computacional no *software MATLAB*, é apresentada ao final deste capítulo.

### 3.2. Cálculo de Parâmetros de Linhas de Transmissão Aéreas

Considerando uma linha de transmissão aérea trifásica, pode-se representar os acoplamentos resistivos, indutivos e capacitivos de uma seção  $dx$  desta LT conforme a Figura 3.1.

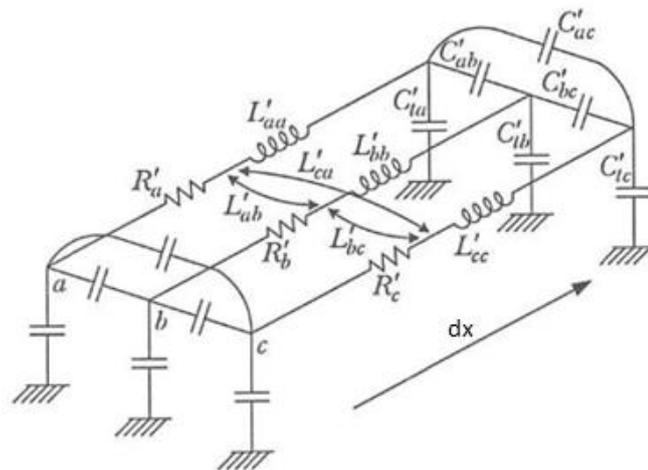


Figura 3.1. Representação dos acoplamentos resistivos, indutivos e capacitivos de uma linha de transmissão trifásica. Reprodução de [40].

Na equação (2.6),  $\mathbf{G}(\omega)$  representa a matriz de condutâncias de uma linha de transmissão aérea. A contribuição da matriz  $\mathbf{G}(\omega)$ , cujo significado físico está associado às correntes condutivas que circulam no meio entre os condutores e o solo, é

desconsiderada neste trabalho de dissertação. Quanto à matriz de capacitâncias,  $\mathbf{C}(\omega)$ , seus elementos são considerados independentes da frequência. Martinez-Velasco comentam que na modelagem de linhas de transmissão aéreas, essa é uma boa aproximação para a matriz de capacitâncias, considerando a faixa de frequências abrangida por fenômenos transitórios típicos em linhas de transmissão [32]. A partir dessas duas considerações, reescreve-se (2.5) e (2.6):

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{R}(\omega) + j\omega\mathbf{L}(\omega) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{Y}(\omega) = j\omega\mathbf{C} \quad (3.2)$$

Os elementos da matriz  $\mathbf{C}$  dependem apenas das características físicas da linha de transmissão e da permissividade elétrica do meio em que a linha está imersa (no caso, o ar). Já em relação às matrizes de resistências e de indutâncias,  $\mathbf{R}(\omega)$  e  $\mathbf{L}(\omega)$ , elas são dependentes tanto das características físicas da  $LT$  quanto da frequência [32], além de dependerem das características eletromagnéticas dos condutores e do meio em que a linha está imersa. Ao longo desta seção, são explorados alguns trabalhos que apresentam diferentes abordagens para o cálculo de parâmetros de linhas de transmissão.

### 3.2.1. Cálculo da Matriz de Impedância Longitudinal

Os elementos da matriz de impedância longitudinal são função das características geométricas da linha de transmissão e das características eletromagnéticas dos condutores e do solo. Basicamente, a matriz  $\mathbf{Z}(\omega)$  pode ser obtida pela soma de três parcelas [32]:

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{Z}_{ext}(\omega) + \mathbf{Z}_{int}(\omega) + \mathbf{Z}_{solo}(\omega) \quad (3.3)$$

Os termos  $\mathbf{Z}_{ext}(\omega)$ ,  $\mathbf{Z}_{int}(\omega)$  e  $\mathbf{Z}_{solo}(\omega)$  representam, respectivamente, a matriz de impedância externa aos condutores, a matriz de impedância interna dos condutores da linha de transmissão e matriz de impedância de retorno pelo solo.

Considerando uma linha de transmissão aérea com  $n$  condutores dispostos sobre um solo condutor elétrico perfeito, pode-se representar esse sistema, aplicando o método das imagens, conforme Figura 3.2. Os condutores  $i$  e  $j$  representam os  $n$  condutores da linha de transmissão,  $i'$  e  $j'$  representam os  $n$  condutores imagem,  $D_{ij}$  são as distâncias em [m] entre os condutores da LT e suas imagens,  $d_{ij}$  são as distâncias em [m] entre os  $n$  condutores da linha de transmissão,  $x_i$  e  $x_j$  são as coordenadas no eixo horizontal dos  $n$  condutores e  $y_i$  e  $y_j$  são as alturas em [m] dos  $n$  condutores da LT em relação ao solo.

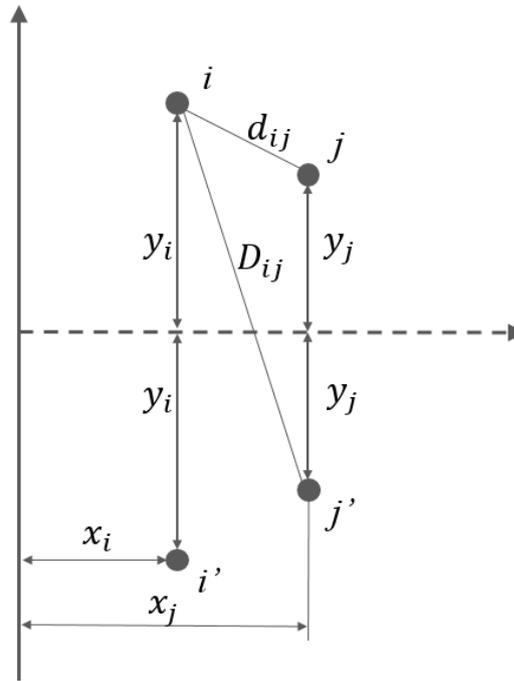


Figura 3.2. LT aérea com  $n$  condutores representada através do método das imagens. Adaptado de [32].

Esse sistema permite calcular a matriz  $\mathbf{Z}_{ext}(\omega)$ , cujos elementos dependem apenas das características geométricas da linha de transmissão, além da permeabilidade magnética do meio entre os condutores. A matriz  $\mathbf{Z}_{ext}(\omega)$  pode ser calculada como:

$$\mathbf{Z}_{ext}(\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{11}}{r_1} & \dots & \ln \frac{D_{1j}}{d_{1j}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{i1}}{d_{i1}} & \dots & \ln \frac{D_{ij}}{r_i} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

em que  $\omega$  é a frequência angular em [rad/s],  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo em [H/m] e  $r_i$  são as medidas em [m] dos raios dos  $n$  condutores da linha de transmissão.

Os elementos da matriz de impedância de retorno pelo solo podem ser calculados através de diferentes formulações. A primeira solução na forma integral proposta por Carson [2] considera, inicialmente, um sistema constituído de uma linha de transmissão com um condutor, a uma altura  $y$  acima do solo. O solo é representado por um condutor sólido plano homogêneo semi-infinito e as correntes de deslocamento são desprezadas. Para um sistema constituído de dois condutores com retorno pelo solo, Carson propõe as seguintes equações para calcular os elementos próprios e mútuos da matriz  $\mathbf{Z}_{solo}(\omega)$ :

$$Z_{solo_{ii}}(\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma_{solo} + \lambda}} d\lambda \quad (3.5)$$

$$Z_{solo_{ij}}(\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-(h_i+h_j)\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma_{solo} + \lambda}} \cos(d_{ij}\lambda) d\lambda \quad (3.6)$$

Já nas formulações propostas por Sunde, os termos próprios e mútuos de  $\mathbf{Z}_{solo}(\omega)$  são calculados conforme as equações (3.7) e (3.8) [33]:

$$Z_{solo_{ii}}(\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0(\sigma_{solo} + j\omega\varepsilon_{solo}) + \lambda}} d\lambda \quad (3.7)$$

$$Z_{solo_{ij}}(\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-(h_i+h_j)\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0(\sigma_{solo} + j\omega\varepsilon_{solo}) + \lambda}} \cos(d_{ij}\lambda) d\lambda \quad (3.8)$$

Ao analisar as formulações de Carson [2] dadas em (3.5) e (3.6), verifica-se que a diferença em relação às formulações propostas por Sunde se dá apenas no termo  $\sigma_{solo}$ , que nas equações (3.7) e (3.8) é substituído por  $\sigma_{solo} + j\omega\varepsilon_{solo}$ . A inclusão do termo contendo a permissividade elétrica do solo permite uma análise mais precisa em estudos de transitórios em linhas de transmissão envolvendo altas frequências. Isso decorre do fato de que em altas frequências, principalmente em sistemas que contemplam solos de alta resistividade, o termo  $j\omega\varepsilon_{solo}$  pode ter a mesma ordem de grandeza de  $\sigma_{solo}$ . Fisicamente, o termo  $j\omega\varepsilon_{solo}$  está associado às correntes capacitivas no solo. Ametani et al. comentam que as expressões (3.7) e (3.8) são uma aproximação não consistente para situações em que se objetiva avaliar o comportamento transitório de *LTs* com retorno pelo solo em altas frequências ou em solos de alta resistividade [37]. A análise feita por Ametani et al. é abordada mais adiante.

W. H. Wise apresenta uma solução para o cálculo do campo elétrico paralelo a uma linha de transmissão com  $n = 1$  condutor infinito disposto a uma altura  $y$  acima do solo [41]. Em seu trabalho, Wise generaliza as formulações propostas por Carson [2], ao levar em consideração as correntes de deslocamento no solo. O solo, por sua vez, é representado por um condutor homogêneo plano semi-infinito. Baseado no trabalho de Wise [41], Nakagawa apresenta as seguintes equações para o cálculo dos elementos de  $Z_{solo}(\omega)$  [35]:

$$Z_{solo_{ii}}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{-2y_i\lambda}}{\lambda + \frac{\mu_0}{\mu_{solo}} b_1} \cos(r_i\lambda) d\lambda \quad (3.09)$$

$$Z_{solo_{ij}}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{-(y_i+y_j)\lambda}}{\lambda + \frac{\mu_0}{\mu_{solo}} b_1} \cos(d_{ij}\lambda) d\lambda \quad (3.10)$$

em que

$$b_1 = \sqrt{\lambda^2 + k_1^2 - k_0^2} \quad (3.11)$$

$$k_0^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \quad (3.12)$$

$$k_1^2 = j\omega \mu_{solo} (\sigma_{solo} + j\omega \epsilon_{solo}) \quad (3.13)$$

Em um trabalho recente, Ametani et al. [37] analisam de maneira minuciosa as formulações para o cálculo de  $Z_{solo}(\omega)$  propostas por Carson [2], Sunde [33] e Wise [41]. Em seu artigo, Ametani et al. verificam o comportamento da constante de atenuação em função da frequência para o caso de *LTs* monofásicas e *LTs* com dois e três condutores. Tomando como exemplo uma *LT* aérea monofásica, a constante de atenuação,  $\alpha$ , é dada pela parte real da constante de propagação  $\gamma = \sqrt{Z(\omega)Y(\omega)}$ :

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (3.14)$$

Ametani et al. também argumentam que as formulações propostas por Sunde [33] e suas aproximações não estão corretas. De acordo com os autores, no entanto, é possível corrigir as equações (3.7) e (3.8) bastando substituir o termo  $\epsilon_{solo}$  por  $(\epsilon_r - 1)\epsilon_0$ , onde  $\epsilon_r$  é a permissividade relativa do solo.

D'Amore e Sarto propõem uma formulação para o cálculo da matriz de impedância de retorno pelo solo, deduzida à partir da solução das equações de Maxwell [34]. Na dedução, os autores consideram uma linha de transmissão polifásica de comprimento infinito. A matriz  $\mathbf{Z}_{solo}(\omega)$  é calculada a partir da matriz de propagação,  $\mathbf{P}$ , definida como [34]:

$$\mathbf{P} = \left( \mathbf{Z}_{int}(\omega) + \mathbf{Z}_{ext}(\omega) + \mathbf{Z}'_g(\omega) \right) \left( \mathbf{Y}_e^{-1}(\omega) + \mathbf{Y}_g^{-1}(\omega) \right)^{-1} \quad (3.15)$$

onde  $\mathbf{Y}_e(\omega)$  e  $\mathbf{Y}_g(\omega)$  são, respectivamente, a matriz de admitância externa e a matriz de admitância de retorno pelo solo. O cálculo dessas matrizes é abordado na próxima seção.

D'Amore e Sarto apresentam a seguinte formulação para o cálculo de  $\mathbf{Z}'_g(\omega)$ :

$$\mathbf{Z}'_g(\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \mathbf{F}_{1g} \quad (3.16)$$

em que os termos  $i, j = 1, 2, \dots, n$  de  $\mathbf{F}_{1g}$  são dados por:

$$F_{1g_{ij}} = \frac{1}{2} \ln \frac{y_i + y_j + j(x_j - x_i) + \xi_1}{y_i + y_j + j(x_j - x_i)} \quad (3.17)$$

As variáveis  $\xi_1$ ,  $k_0$  e  $k_g$  são calculadas conforme equações (3.18) a (3.20):

$$\xi_1 = \frac{2}{(k_0^2 - k_g^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.18)$$

$$k_0 = \omega(\epsilon_0\mu_0)^{\frac{1}{2}} \quad (3.19)$$

$$k_g = k_0 \left( \frac{\epsilon_{solo}}{\epsilon_0} - j \frac{\sigma_{solo}}{\omega\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.20)$$

Dessa maneira, obtida a matriz de propagação por meio de (3.15), calcula-se a matriz de impedância de retorno pelo solo conforme (3.21):

$$\mathbf{Z}_{solo}(\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \mathbf{F}_{1g} - \frac{1}{j\omega\epsilon_0\pi} \mathbf{F}_{3g} \mathbf{P}^t \quad (3.21)$$

em que os elementos de  $F_{3g}$  são dados por:

$$F_{3g_{ij}} = \xi_2 \ln \frac{y_i + j(x_j - x_i) + \xi_3}{y_i + j(x_j - x_i)} \quad (3.22)$$

As constantes  $\xi_2$  e  $\xi_3$  são obtidas das equações (3.23) e (3.24):

$$\xi_2 = \frac{k_0^2}{k_0^2 + k_g^2} \quad (3.23)$$

$$\xi_3 = \frac{k_0^2 + k_g^2}{k_0^2 + (k_0^2 - k_g^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.24)$$

Em (3.21),  $P^t$  corresponde à transposta da matriz de propagação,  $P$ .

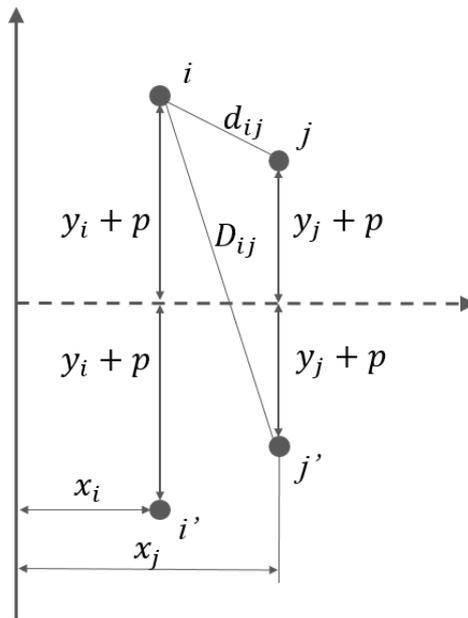


Figura 3.3. Modelo de Deri et al. Adaptado de [32].

Considerando uma linha de transmissão polifásica com retorno de corrente através de um solo não ideal homogêneo, Deri et al. propõem representar este sistema conforme a Figura 3.3 [36]. As formulações propostas pelos autores para o cálculo de  $Z_{solo}(\omega)$  são uma aproximação das equações de Carson [2]. De maneira sucinta, Deri et al. representam o sistema de transmissão com retorno de corrente por um plano condutor ideal deslocado de uma distância complexa,  $p$ , da superfície. Essa distância, definida

como profundidade complexa, depende das características físicas do solo e é calculada como:

$$p = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_{solo}}} \quad (3.25)$$

O cálculo de  $\mathbf{Z}_{solo}(\omega)$  parte então da obtenção da matriz  $\mathbf{Z}_{Deri}(\omega)$ , dada por [32]:

$$\mathbf{Z}_{Deri}(\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D'_{11}}{r_1} & \dots & \ln \frac{D'_{1j}}{d_{1j}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D'_{i1}}{d_{i1}} & \dots & \ln \frac{D'_{ij}}{r_i} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

As distâncias indicadas nessa equação estão representadas na Figura 3.3.  $\mathbf{Z}_{Deri}(\omega)$  contempla tanto a matriz de impedância externa quanto a matriz de impedância de retorno pelo solo, sendo assim,  $\mathbf{Z}_{solo}(\omega)$  pode ser calculada como:

$$\mathbf{Z}_{solo}(\omega) = \mathbf{Z}_{Deri}(\omega) - \mathbf{Z}_{ext}(\omega) \quad (3.27)$$

Para considerar o efeito das correntes de deslocamento no solo nas formulações de Deri et al., pode-se substituir o termo  $\sigma_{solo}$  em (3.25) por  $\sigma_{solo} + j\omega\epsilon_{solo}$ . Assim, a profundidade complexa  $p$  é calculada como [42]:

$$p = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_{solo} + j\omega\epsilon_{solo})}} \quad (3.28)$$

Ao fazer a substituição proposta por Ametani et al. no termo  $\epsilon_{solo}$  em (3.28), tem-se a seguinte expressão corrigida para a profundidade complexa:

$$p = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0[\sigma_{solo} + j\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)]}} \quad (3.29)$$

De Conti e Emídio comparam os valores do módulo e do ângulo das impedâncias de retorno pelo solo próprias e mútuas de uma linha monofásica a dois fios, calculados por meio das formulações de Sunde em sua forma integral e em sua forma aproximada [38].

No sistema analisado, os autores observam que as aproximações logarítmicas das equações de Sunde, dadas pelas equações (3.26) a (3.28), reproduzem com precisão as equações (3.7) e (3.8), para solos com diferentes valores de permissividade elétrica e com resistividade até 10000 ohms\*m, na faixa de frequências até 100 MHz. Ainda, De Conti e Emídio discutem que o cálculo da impedância de retorno pelo solo com a profundidade complexa,  $p$ , calculada por meio das equações (3.28) ou (3.29), não influi significativamente no estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas, haja vista que a diferença verificada nas curvas de impedância longitudinal da linha é desprezível [8, 38].

Neste trabalho de dissertação, considera-se o cálculo da matriz de impedância de retorno pelo solo por meio das formulações propostas por Sunde [33], implementadas via aproximações de Deri, conforme equações (3.26) a (3.28).

Na equação (3.3),  $\mathbf{Z}_{int}(\omega)$  está relacionada à impedância interna dos  $i = 1, 2, \dots, n$  condutores da linha de transmissão aérea. Considerando  $n$  condutores cilíndricos sólidos, os elementos  $Z_{int,i}(\omega)$  podem ser calculados conforme a equação (3.30) [32]:

$$Z_{int,i}(\omega) = -\frac{Z_{c_i} I_0(\gamma_i r_i)}{2\pi r_i I_1(\gamma_i r_i)} \quad (3.30)$$

Os termos  $I_0$  e  $I_1$  representam as funções modificadas de Bessel de primeiro tipo de ordens zero e um. As variáveis  $Z_{c_i}$  e  $\gamma_i$ , respectivamente impedância de onda e constante de propagação dos  $i = 1, 2, \dots, n$  condutores da linha de transmissão, são dadas por:

$$Z_{c_i} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_i}{\sigma_i}} \quad (3.31)$$

$$\gamma_i = \sqrt{j\omega\mu_i\sigma_i} \quad (3.32)$$

em que  $\sigma_i$  é a condutividade e  $\mu_i$  é a permeabilidade magnética dos  $i = 1, 2, \dots, n$  condutores da linha de transmissão.

### 3.2.2. Cálculo da Matriz de Admitância Transversal

A matriz de admitância transversal é composta de uma parcela externa,  $\mathbf{Y}_e(\omega)$ , que considera o solo como um condutor perfeito e de uma parcela de correção,  $\mathbf{Y}_g(\omega)$ , que inclui o efeito de penetração de campo elétrico no solo [34]. A matriz  $\mathbf{Y}_e(\omega)$  depende apenas das características geométricas da linha de transmissão e é calculada por meio da inversão da matriz de potencial de Maxwell. As distâncias indicadas na equação (3.33) estão representadas na Figura 3.2:

$$\mathbf{Y}_e(\omega) = \left( \frac{1}{j\omega\epsilon_0 2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{11}}{r_1} & \dots & \ln \frac{D_{1j}}{d_{1j}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{i1}}{d_{i1}} & \dots & \ln \frac{D_{ij}}{r_i} \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (3.33)$$

A partir do trabalho desenvolvido por Wise, Nakagawa [35] propõe a seguinte formulação para o cálculo dos termos  $i, j = 1, 2, \dots, n$  da matriz de correção da admitância transversal,  $\mathbf{Y}_g(\omega)$ :

$$Y_{g_{ij}}(\omega) = 2 \int_0^\infty \frac{\left(\lambda + \frac{\mu_{solo} b_1}{\mu_0}\right) e^{-(y_i + y_j)\lambda}}{\left(\lambda + \frac{\mu_0}{\mu_{solo}} b_1\right) \left(\frac{r_1^2}{r_0^2} \lambda + \frac{\mu_{solo} b_1}{\mu_0}\right)} \cos([x_j - x_i]\lambda) d\lambda \quad (3.34)$$

D'Amore e Sarto [34] propõem o cálculo de  $\mathbf{Y}_g(\omega)$  conforme a equação (3.35):

$$\mathbf{Y}_g(\omega) = j\omega\epsilon_0\pi \left( \mathbf{F}_{2g}(\omega) - \mathbf{F}_{3g}(\omega) \right)^{-1} \quad (3.35)$$

Os elementos da matriz  $\mathbf{F}_{2g}(\omega)$  são calculados através da seguinte equação:

$$F_{2g_{ij}} = \xi_2 \ln \frac{y_i + y_j + j(x_j - x_i) + \xi_3}{y_i + y_j + j(x_j - x_i)} \quad (3.36)$$

As variáveis  $\xi_2$  e  $\xi_3$  são calculadas conforme equações (3.23) e (3.24). Os elementos de  $\mathbf{F}_{3g}$  são calculados conforme (3.22).

Nakagawa [43] e Ametani et al. [37] analisam o comportamento das constantes modais de atenuação de uma linha de transmissão aérea trifásica de circuito vertical sobre um solo condutor não ideal. A correção da admitância transversal para o caso de sistemas com solos com resistividade  $\rho_{solo} \neq 0$  influencia o comportamento da constante de atenuação de modo comum,  $\alpha_0$ , da *LT* na região de altas frequências. Nakagawa [35] mostra que a influência de  $Y_g(\omega)$  sobre  $\alpha$  é maior, quanto menor for a condutividade do solo. A constante de atenuação de modo comum obtida considerando-se apenas a parcela externa,  $Y_e(\omega)$ , possui um comportamento monotônico crescente em função da frequência [43]. Já o comportamento de  $\alpha_0$  considerando a parcela de correção da admitância transversal,  $Y_g(\omega)$ , e o efeito da impedância interna dos condutores da linha de transmissão, para o caso de solos de alta resistividade, é crescente na região de baixas frequências e começa a decrescer a partir de uma certa frequência crítica. Após atingir um valor mínimo diferente de zero, a constante de atenuação de modo comum volta a ter um comportamento crescente em função da frequência. Uma possível explicação física desse efeito é o fato de que em regiões de altas frequências, a corrente de retorno pelo solo tende a se propagar quase que em sua totalidade na superfície da terra. Dessa forma, o solo se comporta aproximadamente como um condutor perfeito. À medida que a frequência continua aumentando,  $\alpha_0$  volta a crescer devido às perdas internas nos condutores da linha de transmissão [37].

D'Amore e Sarto [34] analisam o comportamento da constante de atenuação de modo comum de um sistema de transmissão trifásico considerando os efeitos de um solo não ideal de condutividade  $\sigma_{solo} = 5 \frac{mS}{m}$ . Assim como observado por Nakagawa [43] e Ametani [37], D'Amore e Sarto mostram que  $\alpha_0$  tende a decrescer após certa frequência crítica,  $f_c$ . Ametani et al. [37] comentam que a frequência crítica de um sistema de transmissão é inversamente proporcional à resistividade do solo,  $\rho_{solo}$ , e à altura do condutor em relação à superfície. Na faixa de frequências próxima à  $f_c$ , a penetração dos campos eletromagnéticos no solo é praticamente desprezível e o retorno de corrente acontece quase que em sua totalidade na superfície do solo. D'Amore e Sarto também analisam o comportamento das constantes de atenuação de modos aéreos do mesmo sistema de transmissão trifásico. Observa-se que estas constantes,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , praticamente não são influenciadas pelas características físicas do solo. Por essa razão,

os valores de  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  calculados por meio da formulação proposta por Carson [2] são muito próximos aos valores obtidos de acordo com as formulações de D'Amore e Sarto.

Ametani et al. [37] avaliam o comportamento das parcelas referentes à capacitância e à condutância de uma linha de transmissão aérea monofásica na faixa de frequência de 0 até 1000 MHz. Os autores comentam que a divergência dos valores da capacitância da linha, considerando, ou não, a correção da admitância transversal, não é significativa. No caso de uma linha de transmissão com condutor a uma altura de 5 metros da superfície, o erro encontrado para a capacitância é de, aproximadamente, 7,5% na faixa de frequências próxima a 10 MHz. Observa-se que a divergência nos valores da capacitância são maiores, quanto maior é a resistividade do solo. Já em relação à condutância da linha de transmissão, verifica-se uma diferença nos valores na faixa de frequências próxima a 6 MHz, para o caso da linha com um condutor a uma altura de apenas 1 metro da superfície. Para o caso do sistema de transmissão com um condutor a uma altura de 10 metros da superfície, a divergência nos valores da condutância são observados apenas em faixas superiores a 10 MHz. De maneira semelhante, a diferença dos valores da condutância calculados a partir da consideração do solo condutor perfeito, ou incluindo a correção da admitância transversal, é maior quanto maior a resistividade do solo.

Emídio [8] analisa o efeito da correção da admitância transversal no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas aéreas monofásicas a um e a dois fios. Para tal, o autor calcula os parâmetros das linhas considerando a variação dos parâmetros do solo com a frequência, conforme as formulações propostas por Visacro e Alípio [4]. Nas simulações, Emídio calcula a tensão do terminal receptor das linhas aéreas monofásicas a um e a dois fios considerando a aplicação de um degrau de tensão de 1 p.u. no terminal emissor destas linhas. O autor considera solos de resistividade em baixas frequências de  $\rho_{solo_0} = 1000 \text{ ohm} * m$  e de  $\rho_{solo_0} = 10000 \text{ ohm} * m$ . Em todos os casos analisados, as curvas de tensão do terminal receptor calculadas considerando as formulações de Nakagawa [35] e Sunde [33] praticamente se sobrepõem. Emídio conclui, dessa forma, que a correção da admitância transversal, nos casos analisados, não é relevante.

Diferentes autores concluem que a correção da admitância transversal pode ser desprezada em estudos dentro da faixa de frequências associada a fenômenos transitórios típicos em linhas de transmissão, para sistemas que possuam valores realistas de condutividade e permissividade elétrica do solo [38, 39]. De Conti e Emídio

[44] verificam a relevância de se considerar a parcela de correção,  $Y_g(\omega)$ , no cálculo da admitância transversal de uma linha aérea monofásica com dois condutores dispostos sobre um solo de condutividade  $\sigma_{solo} = 0,0001 \frac{S}{m}$ , avaliando diferentes valores de  $\epsilon_{solo}$ . Os autores encontram erros máximos para a magnitude e fase dos elementos próprios e mútuos de  $Y(\omega)$  desconsiderando a parcela  $Y_g(\omega)$  de, respectivamente, -6% e -2% na faixa de frequência de 0 Hz a 10 MHz, no caso em que os parâmetros do solo são dependentes da frequência. Para esse mesmo sistema de transmissão monofásico, De Conti e Emídio verificam que a não consideração dos efeitos dispersivos do solo no cálculo da impedância longitudinal pode gerar um erro maior que 250% nos termos mútuos de  $Z(\omega)$ , para a mesma faixa de frequências. Comparativamente, o erro decorrente da não consideração dos efeitos dispersivos do solo no cálculo da impedância longitudinal é muito maior que no cálculo da admitância transversal.

Neste trabalho de dissertação, a correção da admitância transversal é desprezada.

### 3.3. Dependência da Frequência dos Parâmetros Elétricos do Solo

Portela et al. avaliam a influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo,  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon_{solo}$ , na modelagem de sistemas de transmissão aéreos [3]. Para isso, os autores consideram um sistema constituído de uma linha de transmissão aérea, perfeitamente transposta, de 440 kV. Um modelo que descreve a variação da condutividade e permissividade elétricas do solo em função da frequência proposto pelos autores é utilizado para calcular os parâmetros da  $LT$  na faixa de frequências até 1 MHz. Nos resultados apresentados por Portela et al., verificam-se diferenças significativas nos parâmetros de resistência e indutância por unidade de comprimento, ao considerar  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon_{solo}$  constantes e dependentes da frequência. Divergências também são observadas na constante de atenuação, especialmente em frequências acima de 1 kHz. No estudo de transitório realizado, observa-se que a resposta de sequência zero do sistema de transmissão é mais amortecida quando se considera  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon_{solo}$  dependentes da frequência.

Lima e Portela analisam o efeito da dependência da frequência de  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon_{solo}$  na modelagem de sistemas de transmissão aéreos e subterrâneos [42]. A análise é feita tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo e, para isso, os autores

consideram três sistemas de transmissão com diferentes assimetrias dos condutores: linha de transmissão aérea de circuito simples horizontal, linha de transmissão aérea de circuito duplo vertical e sistema de transmissão através de cabos subterrâneos. Lima e Portela calculam a variação dos parâmetros de propagação em função da frequência, especificamente, as constantes de atenuação e as velocidades de propagação, associadas a cada modo dos sistemas de transmissão considerados. Os autores se baseiam no trabalho desenvolvido por Wedepohl et al. [11] para calcular os parâmetros de propagação modais considerando uma matriz de transformação complexa e dependente da frequência. Observa-se que nos sistemas de transmissão aéreos de circuito horizontal e de circuito vertical, a constante de atenuação e a velocidade de propagação do modo terra são as variáveis mais impactadas quando se considera os parâmetros do solo dependentes da frequência. Em relação aos parâmetros modais aéreos, é possível verificar uma divergência nas constantes de atenuação. Já para as velocidades de propagação, estas são praticamente iguais quando  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon_{solo}$  são constantes ou dependentes da frequência. No sistema de transmissão subterrâneo, a influência da dependência da frequência dos parâmetros do solo é muito menor, tanto nas constantes de atenuação, quanto nas velocidades de propagação dos modos aéreos e terra. Os autores comentam que esses resultados são esperados, haja visto que a blindagem dos cabos subterrâneos diminui significativamente a influência dos parâmetros do solo. Lima e Portela fazem a análise do efeito da dependência da frequência de  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon_{solo}$  no domínio do tempo simulando a aplicação de um degrau de tensão em um dos terminais emissores de cada sistema de transmissão, considerando todos os demais terminais das linhas de cada sistema em aberto. Verifica-se que as tensões induzidas nos sistemas aéreos de circuito horizontal e de circuito vertical são mais amortecidas quando se considera  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon_{solo}$  dependentes da frequência. Além disso, na linha aérea de circuito horizontal, a forma de onda da tensão induzida é bastante divergente. Já no sistema de transmissão aéreo de circuito vertical, essa divergência também ocorre, mas é menos acentuada. No sistema de transmissão subterrâneo, as diferenças nas formas de onda das tensões induzidas são menores, independentemente do modelo utilizado na representação do solo. Conforme já mencionado, a modelagem da impedância de retorno pelo solo proposta por Lima e Portela considera a profundidade complexa calculada conforme equação (3.28). De maneira sucinta, a expressão  $(\sigma_{solo} + j\omega\epsilon_{solo})$  é calculada em função de três elementos estatísticos independentes, sendo um associado à

condutividade do solo em baixa frequência,  $\sigma_0$ , e os outros dois associados à dependência da frequência de  $\sigma_{solo}$  e  $\omega\varepsilon_{solo}$ :

$$\sigma_{solo} + j\omega\varepsilon_{solo} \approx \sigma_0 + \delta\sigma_0 + j\delta\omega\varepsilon_{solo} \quad (3.37)$$

Gertrudes et al. fazem uma análise das componentes modais das matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal de uma linha de transmissão aérea trifásica de 440 kV, perfeitamente transposta, afim de avaliar a influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência [39]. Os autores utilizam a matriz de transformação de Clarke para fazer a conversão dos parâmetros da *LT* do domínio das fases para o domínio modal. Os parâmetros modais são calculados em uma faixa de frequências de 0 a 2 MHz, considerando  $\sigma_{solo}$  e  $\varepsilon_{solo}$  constantes e dependentes da frequência para solos de diferentes valores de resistividade. Observa-se que a diferença entre os modos 0 e 1 da matriz de resistência modal, considerando  $\sigma_{solo}$  e  $\varepsilon_{solo}$  constantes e dependentes da frequência, é maior no caso de solos de alta resistividade. Quanto aos modos 0 e 1 relativos à matriz de indutância, os autores comentam que as maiores divergências encontradas foram com a componente modal de sequência zero, com erros máximos da ordem de 33% no caso de solos de alta resistividade e de 13% no caso de solos de baixa resistividade. Gertrudes et al. apresentam um gráfico da variação das capacitâncias de modos 0 e 1 na faixa de frequências até 2 MHz. Observa-se que os valores das capacitâncias modais calculadas tanto pelo modelo de linha que considera o solo como condutor ideal, quanto pelo modelo que inclui o efeito da variação de  $\sigma_{solo}$  e  $\varepsilon_{solo}$  com a frequência, portanto mais preciso, são muito próximos. O autor conclui, dessa maneira, que a correção da admitância transversal pode ser desprezada no caso analisado.

Visacro e Alípio propõem, em um primeiro momento, um modelo que descreve o comportamento da resistividade e da permissividade elétrica do solo em função da frequência [4]. Conforme discutido pelos autores, a condutividade de um material está associada às perdas por efeito Joule decorrentes do processo de condução, enquanto que a permissividade elétrica está relacionada à capacidade de polarização do material e, por conseguinte, a sua capacidade de armazenar energia no campo elétrico. Visacro e Alípio discutem que, diferentemente da resistividade,  $\rho$ , a permissividade elétrica de um material é dada pelo número complexo:

$$\varepsilon = \varepsilon_{real} - j\varepsilon_{imag} \quad (3.38)$$

A parcela  $\varepsilon_{real}$  determina a capacidade de polarização dos dipolos do material, ao passo que  $\varepsilon_{imag}$  está associada às perdas que ocorrem no processo de polarização. Para encontrar as formulações de  $\rho_{solo}$  e  $\varepsilon_{solo}$  em função da frequência, Visacro e Alípio aplicaram testes em solos de 31 diferentes locais do Brasil, cujas resistividades variavam numa faixa de 60 a 9100 ohm\*m. De maneira resumida, os testes consistiam em injetar ondas impulsivas de corrente de baixa intensidade, com tempos de frente de onda muito curtos, em eletrodos enterrados no solo. As tensões geradas ao nível do solo e os valores de corrente medidos eram então utilizados para obtenção de estimativas da variação com a frequência de  $\rho_{solo}$  e  $\varepsilon_{solo}$ . Nos gráficos apresentados pelos autores, pode-se observar uma grande variação da resistividade e da permissividade elétrica dos diferentes solos testados. As formulações propostas por Visacro e Alípio são válidas para a faixa de frequências de 100 Hz a 4 MHz e suas validações foram feitas através de testes experimentais. Esses testes consistiam em injetar correntes com formas de ondas que simulam padrões de ondas característicos de descargas atmosféricas em eletrodos enterrados em solos de diferentes resistividades. Os valores do *GPR* (“*Ground Potential Rise*”) medidos experimentalmente foram então comparados com valores simulados que consideraram os parâmetros do solo constantes e dependentes da frequência. Observa-se que o *GPR* calculado considerando  $\rho_{solo}$  e  $\varepsilon_{solo}$  conforme as formulações propostas por Visacro e Alípio tem erro significativamente menor quando comparado ao caso em que se consideram esses parâmetros constantes. Visacro e Alípio concluem que a dependência dos parâmetros do solo com a frequência deve ser considerada no caso de solos com resistividade acima de 300 ohm\*m. Os autores concluem que quanto maior a resistividade do solo, maior a necessidade de se considerar a dependência da frequência de  $\rho_{solo}$  e  $\varepsilon_{solo}$ .

Dando continuidade ao trabalho desenvolvido inicialmente em [4], Alípio e Visacro propõem um novo modelo semi-teórico causal que descreve a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo,  $\sigma_{solo}$  e  $\varepsilon'_{solo}$  [5]. O parâmetro  $\varepsilon'_{solo}$  corresponde à parcela real da permissividade elétrica do solo. O novo modelo é válido para uma faixa de frequências até 4 MHz, embora possa ser estendido para frequências

até cerca de 5 MHz. Alípio e Visacro propõem as formulações de  $\sigma_{solo}$  e  $\varepsilon'_{solo}$  em função da frequência baseadas em medições realizadas em solos de diferentes localidades e também nas equações de Maxwell e nas relações causais de Kramer-Kronig. Conforme comentado pelos autores, as relações de Kramer-Kronig são gerais, haja visto que elas são derivadas das equações de Maxwell. Além disso, as relações de Kramer-Kronig traduzem a conexão causal entre a variação da condutividade e da permissividade com a frequência [5]. Alípio e Visacro propõem as seguintes formulações para o cálculo dos parâmetros elétricos do solo:

$$\sigma_{solo} = \sigma_0 + \sigma_0 * h(\sigma_0) \left( \frac{f}{1\text{MHz}} \right)^\gamma \quad (3.39)$$

$$\varepsilon'_{solo} = \varepsilon'_\infty + \frac{\tan\left(\frac{\pi\gamma}{2}\right) * 10^{-3}}{2\pi(1\text{MHz})^\gamma} \sigma_0 * h(\sigma_0) f^{-1} \quad (3.40)$$

em que  $\sigma_{solo}$  é a condutividade do solo em [mS/m],  $\sigma_0$  é a condutividade CC do solo em [mS/m],  $\varepsilon'_{solo}$  é a parcela real da permissividade elétrica do solo,  $\varepsilon'_\infty$  é a permissividade elétrica do solo em altas frequências e  $f$  é a frequência em [Hz] [5]. A fim de considerar a dispersão estatística dos valores de  $\sigma_{solo}$  e  $\varepsilon'_{solo}$  medidos em solos que possuem o mesmo valor de  $\sigma_0$ , os autores apresentam uma tabela com os possíveis valores para as constantes  $\varepsilon'_\infty$  e  $\gamma$  e para a função  $h(\sigma_0)$ . Dependendo do valor utilizado para esses parâmetros, o modelo proposto por Alípio e Visacro retorna resultados médios, relativamente conservadores e totalmente conservadores. Os autores apresentam gráficos com valores do *GPR* medidos e calculados por meio das novas formulações decorrentes da aplicação de uma onda impulsiva de corrente em um eletrodo enterrado em solos de baixa e alta resistividades. Mesmo para valores conservadores dos parâmetros  $\varepsilon'_\infty$ ,  $\gamma$  e  $h(\sigma_0)$ , percebe-se que o modelo de Alípio e Visacro é ainda mais preciso se comparado a modelos que consideram os parâmetros do solo constantes. Para valores médios desses parâmetros, os resultados são bastante precisos. Por essa razão, considera-se neste trabalho de dissertação que os parâmetros elétricos do solo variam de acordo com as formulações propostas por Alípio e Visacro [5].

### 3.4. Determinação da Resposta Transitória de um Sistema de Transmissão Aéreo

Considere um sistema de transmissão de energia interligado por linhas de transmissão, composto por  $n$  barras. A relação entre os fasores de tensão e corrente das  $n$  barras deste sistema é determinada por meio da formulação matricial descrita na equação (3.41):

$$I_{inj} = Y_{barra}V_{barra} \quad (3.41)$$

em que  $I_{inj}$  é o vetor das correntes injetadas em cada nó (barra) do sistema,  $Y_{barra}$  é a matriz de admitância nodal de dimensões  $n \times n$ , onde  $n$  é o número de nós do sistema, e  $V_{barra}$  é o vetor de tensões das  $n$  barras. Esse tipo de representação facilita imensamente o estudo de fluxo de potência, determinante, por exemplo, no planejamento e operação de sistemas elétricos. A formulação apresentada na equação (3.41) também pode ser aplicada na modelagem de linhas de transmissão polifásicas. A partir da representação da  $LT$  por meio de sua matriz de admitância nodal dependente da frequência,  $Y_n(\omega)$ , é possível calcular os valores de tensão dos  $k$  terminais emissores e dos  $m$  terminais receptores da linha. Esse tipo de modelagem permite incluir diferentes condições terminais de forma muito prática, bastando, para isso, somar ao elemento  $Y_n(n, n)$  o valor da admitância da carga inserida no respectivo terminal  $n$  da linha de transmissão. Além disso, o modelo permite implementar associações com múltiplos vãos de linha e fazer a interface com plataformas do tipo *EMTP*. É possível a injeção tanto de fontes de tensão quanto de fontes de corrente, haja vista a correspondência entre os equivalentes de Norton e de Thévenin. O cálculo dos elementos da matriz  $Y_n(\omega)$  e a determinação da resposta transitória de uma linha de transmissão aérea polifásica são assuntos abordados nesta seção.

### 3.4.1. Formulação Nodal de Linhas de Transmissão Aéreas no Domínio das Fases

Combinando as equações (2.28) e (2.29), obtém-se a seguinte formulação para o cálculo da matriz de admitância nodal de uma linha de transmissão aérea com  $n$  fases, no domínio da frequência [30], [42], [45]:

$$Y_n(\omega) = \begin{bmatrix} Y_c(\omega)[I + A(\omega)^2][I - A(\omega)^2]^{-1} & -2Y_c(\omega)A(\omega)[I - A(\omega)^2]^{-1} \\ -2Y_c(\omega)A(\omega)[I - A(\omega)^2]^{-1} & Y_c(\omega)[I + A(\omega)^2][I - A(\omega)^2]^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

em que o termo  $I$  representa uma matriz identidade de ordem  $n \times n$ . Os quatro elementos que compõem a matriz  $Y_n(\omega)$  são submatrizes quadradas cujas ordens são iguais ao número de circuitos da linha de transmissão. A equação (3.43) descreve a relação entre os vetores de tensão e de corrente de fase dos  $k$  terminais emissores e dos  $m$  terminais receptores de uma linha de transmissão aérea com  $n$  fases, considerando a dependência da frequência dos parâmetros da LT:

$$I_n(\omega) = Y_n(\omega)V_n(\omega) \quad (3.43)$$

Suponha que os condutores de uma linha de transmissão aérea trifásica de circuito simples horizontal com dois cabos para-raios estejam dispostos conforme o desenho da Figura 3.4. Nesta mesma figura está apresentada a numeração correspondente a cada nó deste sistema. A linha de transmissão encontra-se sobre um solo com resistividade igual a  $\rho_{solo}$ .

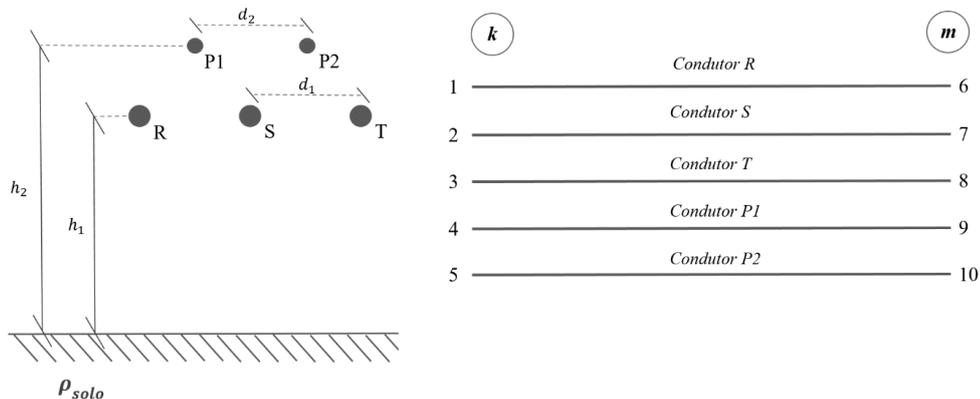


Figura 3.4. Representação dos nós do sistema de transmissão trifásico.

Aplicando a equação (3.43) na modelagem do sistema apresentado na Figura 3.4, interpreta-se que os termos  $V_n$  que compõem o vetor de tensões, com  $n = 1, 2, 3, \dots, 10$ , correspondem, respectivamente, às tensões dos  $k$  terminais emissores dos condutores R, S, T, P1 e P2 e às tensões dos  $m$  terminais receptores dos condutores R, S, T, P1 e P2 da linha de transmissão. Da mesma maneira, os  $n = 1, 2, 3, \dots, 10$  termos que compõem o vetor  $I_n$  correspondem, respectivamente, às correntes de fase que entram nos  $k$  terminais emissores dos condutores R, S, T, P1 e P2 e nos  $m$  terminais receptores dos condutores R, S, T, P1 e P2 da linha de transmissão. Em relação à matriz de admitância nodal, observa-se que essa será sempre de ordem  $(2n) \times (2n)$ , sendo  $n$  igual ao número de condutores da linha.

### 3.4.2. Determinação da Resposta Transitória

Conforme comentado por Martinez-Velasco e Gustavsen [7], uma abordagem para a solução de problemas de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão no domínio das fases é baseada na aproximação por funções racionais dos elementos das matrizes  $Y_c(\omega)$  e  $A(\omega)$ , a fim de possibilitar a execução das operações de convolução das equações (2.32) e (2.33) de maneira recursiva.

Na modelagem computacional desenvolvida neste trabalho de dissertação, considera-se a montagem da matriz de admitância nodal da linha de transmissão conforme a equação (3.42). O vetor  $H_n(\omega)$ , resultado da resposta ao impulso do sistema representado pela inversa da matriz  $Y_n(\omega)$ , é calculado em uma ampla faixa de frequências. Nos resultados apresentados neste trabalho considerou-se a análise dos elementos do vetor  $H_n(\omega)$  na faixa de frequências até 10 MHz. A equação (3.44) apresenta a formulação para o cálculo de  $H_n(\omega)$ :

$$H_n(\omega) = [Y_n(\omega)]^{-1} \mathcal{L}[\delta(t)] \quad (3.44)$$

Pode-se interpretar que a gama de valores dos elementos  $h_n(\omega)$ , calculados na faixa de frequências até 10 MHz, corresponde à resposta em frequência do vetor  $H_n(\omega)$ . Por meio da técnica Vector Fitting [21], é possível aproximar a resposta em frequência de cada elemento do vetor  $H_n(\omega)$  por uma soma de funções racionais, considerando polos e

zeros complexos. Considera-se que a aproximação do vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$  é dada pelo vetor  $\mathbf{H}_{n_{aprox}}(\omega)$ , esse último composto pelos elementos  $h_{n_{aprox}}(\omega)$ . Supondo que uma fonte de corrente  $i_n(t)$ , com forma de onda qualquer, seja inserida em um terminal  $n$  de uma linha de transmissão aérea, a tensão em qualquer terminal, no domínio do tempo, pode ser calculada conforme a equação (3.45):

$$v_n(t) = h_{n_{aprox}}(t) * i_n(t) \quad (3.45)$$

A convolução da equação (3.45) pode ser feita de maneira recursiva, haja vista que cada elemento  $h_{n_{aprox}}(t)$  corresponde a uma soma de funções exponenciais.

### 3.4.2.1. Cálculo da Resposta Transitória em uma Linha de Transmissão Aérea Trifásica

Considerando uma fonte de corrente  $i_3(t)$ , com forma de onda qualquer, sendo aplicada no terminal emissor do condutor T do sistema de transmissão detalhado no desenho da Figura 3.5. Nessa figura está representada a numeração dos nós da linha de transmissão trifásica de circuito simples horizontal, já exemplificada na Figura 3.4.

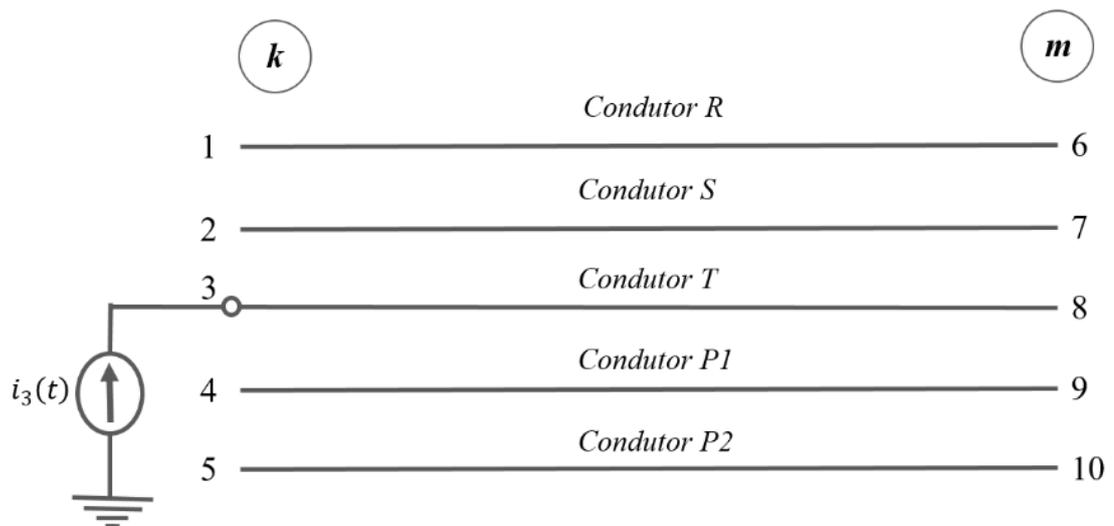


Figura 3.5. Fonte de corrente conectada ao terminal emissor do condutor T da LT trifásica de circuito simples horizontal.

Para se obter o valor das tensões dos  $k$  terminais emissores e dos  $m$  terminais receptores dessa linha de transmissão, calcula-se, inicialmente, a matriz de admitância nodal, conforme a equação (3.42). O vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$ , obtido a partir da resposta ao impulso da inversa da matriz  $\mathbf{Y}_n(\omega)$ , é então calculado em uma ampla faixa de frequências.

Considerando o sistema da Figura 3.5, o cálculo do vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$  é feito conforme a equação (3.46):

$$\mathbf{H}_n(\omega) = \begin{bmatrix} h_1(\omega) \\ h_2(\omega) \\ h_3(\omega) \\ h_4(\omega) \\ h_5(\omega) \\ h_6(\omega) \\ h_7(\omega) \\ h_8(\omega) \\ h_9(\omega) \\ h_{10}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{n_{1,1}}(\omega) & \dots & y_{n_{1,10}}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n_{10,1}}(\omega) & \dots & y_{n_{10,10}}(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Utilizando a técnica Vector Fitting [21], os elementos que compõem  $\mathbf{H}_n(\omega)$  são aproximados por uma soma de frações racionais no domínio da frequência. De maneira exemplificativa, suponha que seja necessário calcular as tensões nos nós 8 e 9 do sistema da Figura 3.5, respectivamente as tensões dos terminais receptores dos condutores T e P1 da linha de transmissão. Nesse caso, realizam-se as convoluções conforme as equações (3.47) e (3.48) a fim de se obter as curvas de tensão nesses terminais:

$$v_8(t) = h_{8_{approx}}(t) * i_3(t) \quad (3.47)$$

$$v_9(t) = h_{9_{approx}}(t) * i_3(t) \quad (3.48)$$

### 3.5. Considerações Finais

Um modelo amplamente utilizado em análises de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, implementado no *software* ATP, é o proposto por J. Marti [1]. Esse modelo, baseado no domínio modal, possui algumas restrições quanto a sua precisão quando utilizado em estudos de transitórios que consideram linhas de transmissão assimétricas ou sistemas desbalanceados. A imprecisão do modelo nesses casos, se deve, basicamente, à consideração da matriz de transformação modal independente da frequência. Adicionalmente, o modelo JMarti desconsidera as correntes capacitivas no solo e a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo, o que pode ocasionar erros no caso de *LTs* sobre solos de alta resistividade.

Alguns trabalhos apresentados neste capítulo discutem a variação da condutividade e da permissividade elétrica do solo em função da frequência e propõem formulações que descrevem o comportamento desses parâmetros [3, 4, 5]. Com o objetivo de avaliar a influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos em *LTs*, implementou-se um código computacional na plataforma MATLAB que considera a variação de  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon'_{solo}$  conforme as formulações de Alípio e Visacro [5]. A solução das equações de onda de linhas de transmissão é feita diretamente no domínio das fases. A solução parte da implementação da matriz de admitância nodal,  $\mathbf{Y}_n(\omega)$ , que, conforme discutido, é deduzida a partir da solução das equações de onda dadas pelas equações (2.28) e (2.29). Optou-se pela modelagem da linha de transmissão diretamente no domínio das fases, haja vista os problemas associados à matriz de transformação modal [7, 11].

A seguir, são apresentados alguns gráficos contendo resultados de respostas transitórias de sistemas de transmissão aéreos, sujeitos à injeção de correntes com formas de onda com conteúdos de frequências típicos de descargas atmosféricas. Para tal, equações clássicas de dupla exponencial são utilizadas. Os gráficos comparam os resultados gerados pelo modelo proposto neste capítulo ao modelo de J. Marti, a fim de avaliar a influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios em linhas de transmissão aéreas de diferentes configurações.

---

---

## Capítulo 4

# Resultados e Análises

---

Neste capítulo, é realizada uma análise da influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas. Para configurações típicas de sistemas de transmissão de circuitos simples e duplo, são simuladas situações de transitórios eletromagnéticos nas linhas com injeção de correntes com formas de ondas com conteúdos de frequência correspondentes a primeiras descargas e descargas subsequentes típicas. Para fins de comparação dos resultados e de validação do modelo proposto neste trabalho de dissertação, utiliza-se como referência o modelo de J. Marti [1], implementado na plataforma *ATP*. Optou-se pela escolha deste modelo como referência, haja vista sua ampla utilização em estudos de transitórios eletromagnéticos em *LTs* e pela possibilidade de sua implementação diretamente no programa *ATP* (“*Alternative Transients Program*”), através do bloco *LCC*.

### 4.1. Validação do Modelo

O sistema considerado para validar o modelo elaborado neste trabalho de dissertação é composto de uma linha de transmissão aérea trifásica de circuito simples, conforme ilustrado na Figura 4.1. A distância entre os condutores de todas as fases é igual, de forma a configurar um sistema o mais simétrico possível. Dessa maneira, elimina-se o erro associado à dependência da frequência da matriz de transformação modal, que no modelo de J. Marti é considerada real e constante. A numeração dos nós dos terminais da *LT* está representada na mesma figura.

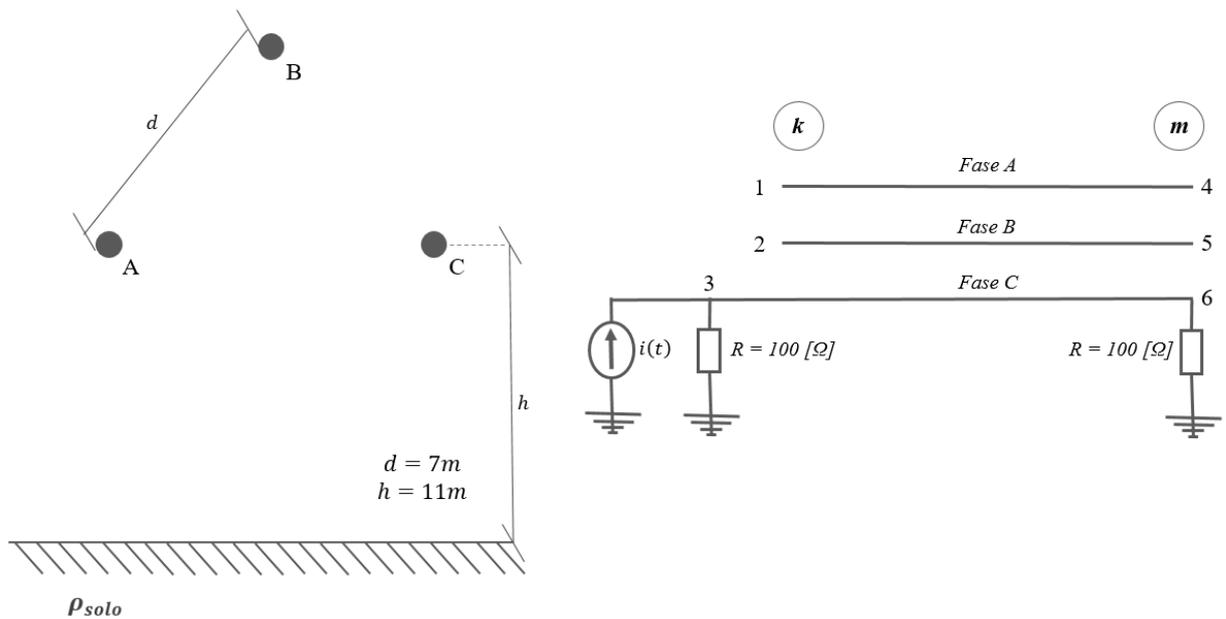


Figura 4.1. Sistema de transmissão para validação do modelo proposto.

Nas simulações feitas no ATP, considerou-se uma fonte conectada ao terminal emissor da fase C da linha de transmissão, com injeção de correntes com amplitudes de pico de 1 A e formas de onda com conteúdos de frequência que correspondem a primeiras descargas e descargas subsequentes típicas. As formas de onda das correntes injetadas no nó 3 são do tipo dupla exponencial. As curvas de corrente consideradas nas simulações possuem tempo de frente de onda e tempo de meia onda de 1,2/50 us e 5/120 us, respectivamente. Nos terminais emissor e receptor da fase C da linha de transmissão, foram conectados resistores de 100 ohms aterrados. Os demais terminais da linha foram mantidos em aberto. A linha de transmissão possui comprimento de 500 metros, que poderia corresponder, na prática, a um vão de linha.

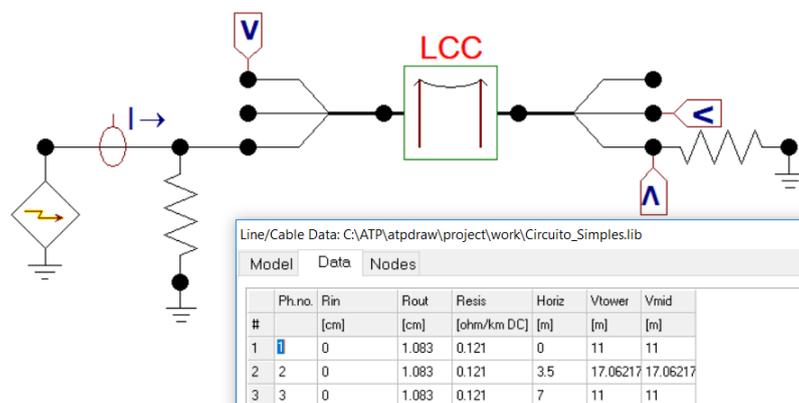


Figura 4.2. Circuito modelado no ATP para validação do modelo proposto.

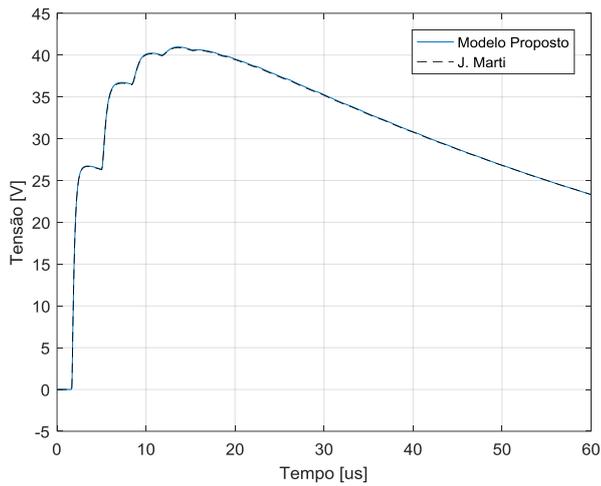
A Figura 4.2 apresenta o circuito simulado no programa *ATP*, considerando o modelo de J. Marti implementado no bloco *LCC*. Os parâmetros elétricos dos condutores 1, 2 e 3 correspondem, respectivamente, aos parâmetros dos condutores das fases A, B e C do sistema da Figura 4.1.

Os elementos da matriz de transformação modal foram calculados na frequência determinada pela equação (4.1):

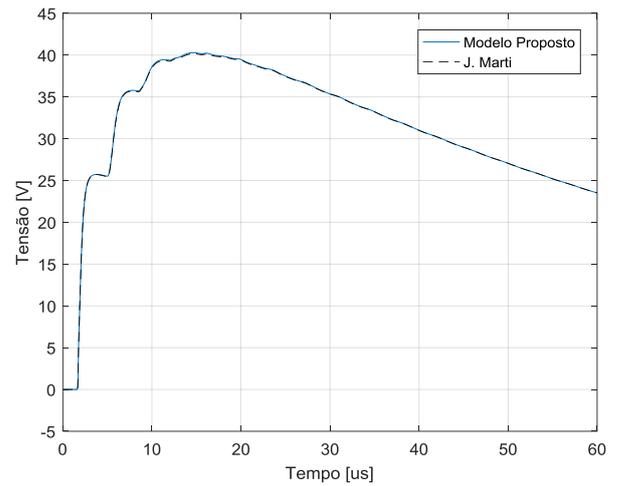
$$f_{Marti} = \frac{1}{t_f} \quad (4.1)$$

em que  $f_{Marti}$  é a frequência escolhida para o cálculo da matriz de transformação no modelo de J. Marti e  $t_f$  é o tempo de frente da onda de corrente aplicada ao sistema. Dessa maneira, para as curvas de corrente do tipo 1,2/50 us e 5/120 us considerou-se, respectivamente, as frequências de 0,83 MHz e de 0,2 MHz para o cálculo da matriz de transformação modal.

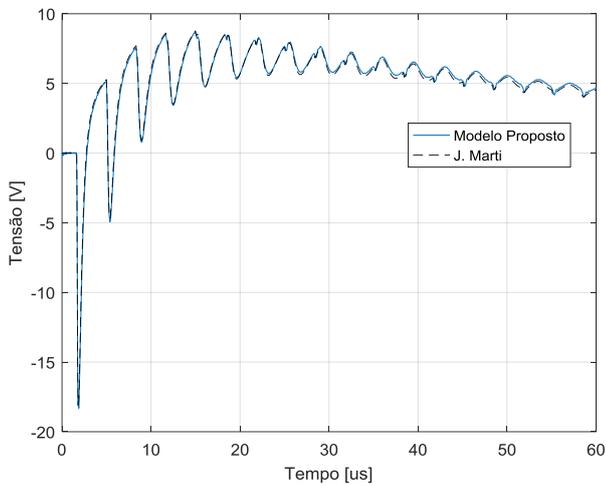
As Figuras 4.3 e 4.4 apresentam os gráficos de tensão em função do tempo calculados nos nós 6, 5 e 1 da linha de transmissão da Figura 4.1, considerando solos de resistividade  $\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m$  e  $\rho_{solo} = 10.000 \text{ ohms} * m$ . Os gráficos apresentam os valores de tensão de cada nó calculados pelo modelo de J. Marti e pelo modelo proposto neste trabalho de dissertação. Considerou-se os parâmetros elétricos do solo constantes no modelo proposto, além do cálculo da matriz de impedância de retorno pelo solo ser feito por meio das aproximações logarítmicas de Deri et al. Apesar de o modelo de J. Marti calcular os elementos da matriz  $Z_{solo}$  a partir das formulações integrais de Carson, a divergência esperada nos resultados é pequena.



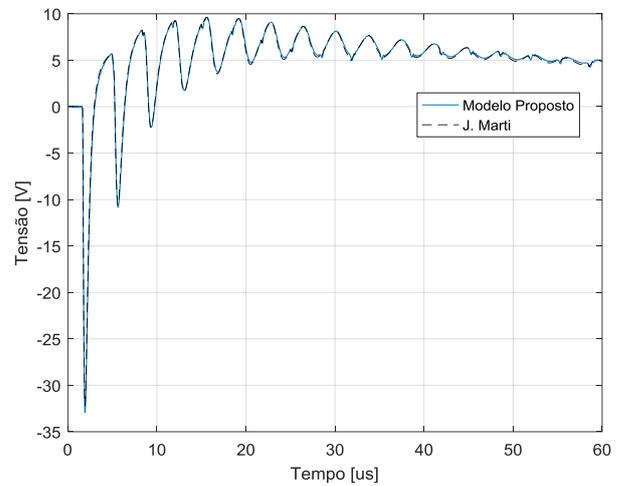
a) Terminal receptor da fase C – Nó 6



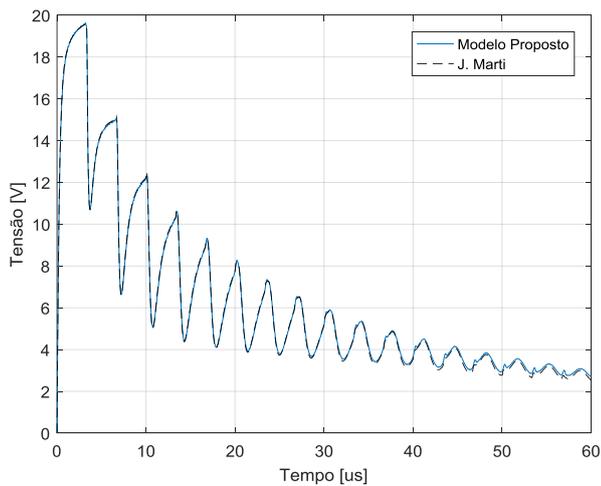
d) Terminal receptor da fase C – Nó 6



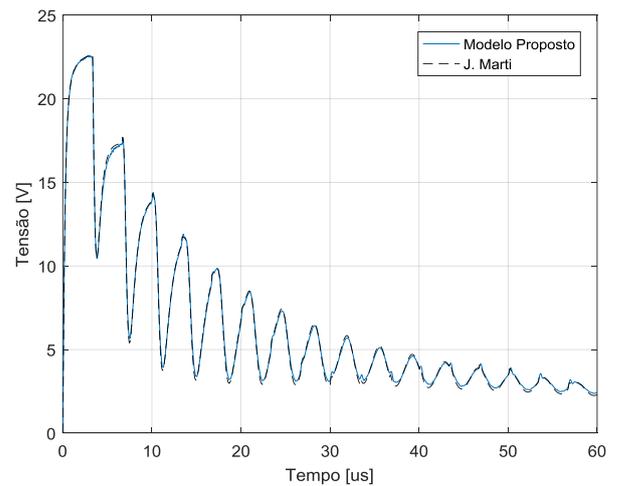
b) Terminal receptor da fase B – Nó 5



e) Terminal receptor da fase B – Nó 5

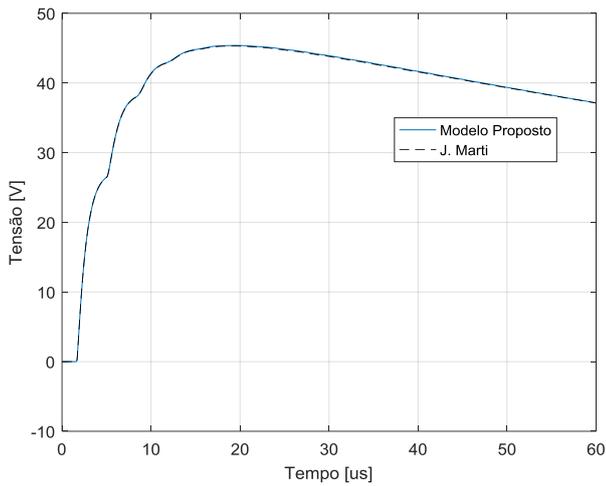


c) Terminal emissor da fase A – Nó 1

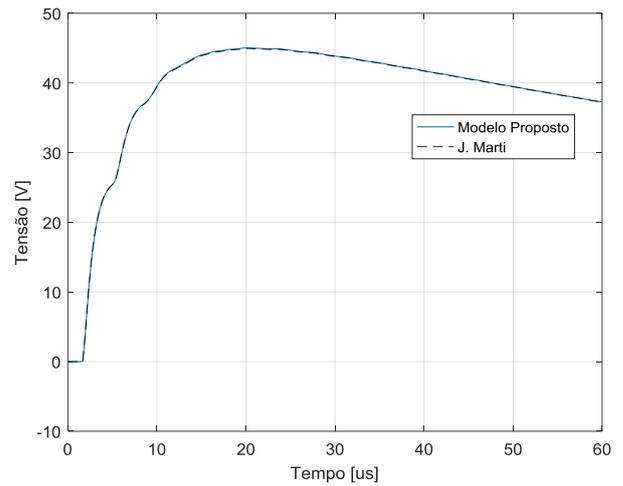


f) Terminal emissor da fase A – Nó 1

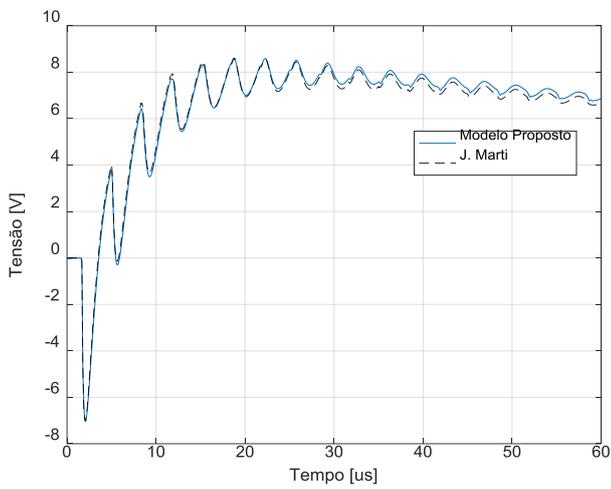
Figura 4.3. Tensão dos nós 1, 5 e 6 da linha de transmissão da Figura 4.1. Fonte de corrente  $1,2/50 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 3 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 1000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 10000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz.



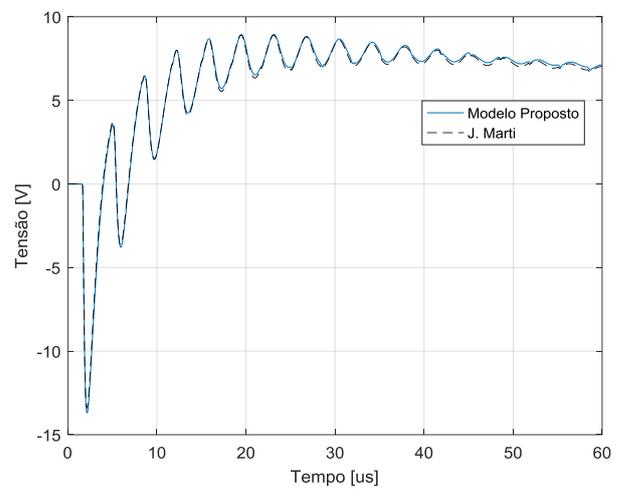
a) Terminal receptor da fase C – Nó 6



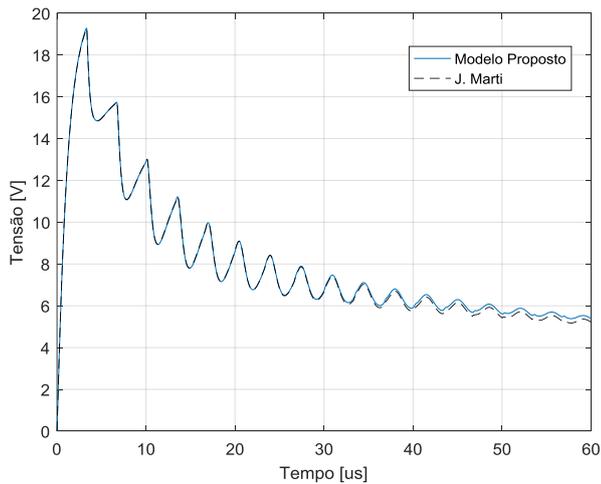
d) Terminal receptor da fase C – Nó 6



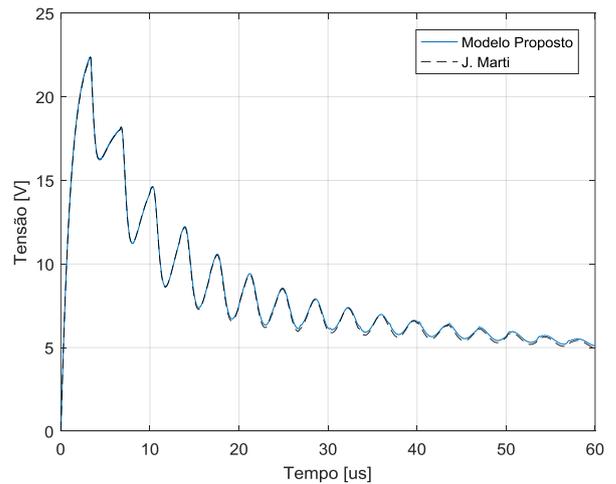
b) Terminal receptor da fase B – Nó 5



e) Terminal receptor da fase B – Nó 5



c) Terminal emissor da fase A – Nó 1



f) Terminal emissor da fase A – Nó 1

Figura 4.4. Tensão dos nós 1, 5 e 6 da linha de transmissão da Figura 4.1. Fonte de corrente  $5/120 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 3 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 1000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 10000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz.

Conforme pode ser observado, em todos os casos analisados, as curvas de tensão calculadas pelo modelo proposto e pelo modelo de J. Marti praticamente se sobrepõem. As pequenas oscilações nos valores de tensão calculados no modelo elaborado neste trabalho de dissertação podem ser justificadas em função do número de polos considerado na aproximação dos elementos do vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$ , dado pela equação (3.46). Nas simulações realizadas, os elementos de  $\mathbf{H}_n(\omega)$  foram aproximados com 150 polos. O quantitativo de polos foi definido com foco em obter um menor erro nas aproximações do vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$ , feitas por meio da técnica Vector Fitting, sem elevar, no entanto, o custo computacional da rotina. Ainda, ao modelar uma linha de transmissão por meio de sua matriz de admitância nodal, entende-se que todos os acoplamentos eletromagnéticos existentes na LT estão representados nos elementos de  $\mathbf{Y}_n(\omega)$ . Dessa maneira, espera-se um elevado número de polos para aproximar a resposta em frequência da matriz de admitância nodal, devido aos diversos acoplamentos eletromagnéticos existentes entre os condutores da linha, entre os condutores e solo, além dos próprios efeitos eletromagnéticos internos de cada condutor da LT. Por ser  $\mathbf{H}_n(\omega)$  um vetor igual a resposta ao impulso da inversa da matriz  $\mathbf{Y}_n(\omega)$ , que representa uma linha de transmissão qualquer, considerou-se um elevado número de polos na aproximação dos elementos de  $\mathbf{H}_n(\omega)$ .

Por meio das Figuras 4.3 e 4.4, observa-se que nos instantes de tempo subsequentes aos primeiros picos de tensão, em aproximadamente  $t > 30 \text{ us}$ , especialmente para os nós 5 e 1, a diferença entre as tensões calculadas por J. Marti e pelo modelo no domínio das fases sofre um sensível aumento quando comparada com os instantes iniciais, onde as curvas de tensão calculadas por J. Marti e pelo modelo proposto praticamente se sobrepõem. Esse aumento na divergência entre os valores de tensão calculados pelos dois modelos ao longo do tempo está associado à dificuldade da rotina Vector Fitting [21] em fazer o ajuste do vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$  na região de baixas frequências. Considerando os gráficos de tensão das Figuras 4.3 e 4.4, nos instantes de tempo  $t > 30 \text{ us}$ , já houve uma atenuação dos efeitos eletromagnéticos de altas frequências.

Apesar das diferentes abordagens para o cálculo da matriz de impedância de retorno pelo solo, as tensões calculadas em todos os nós da linha são muito próximas. Comparações das formas das ondas de tensão em outros terminais da linha de transmissão também foram realizadas, onde pôde ser observada a mesma exatidão dos resultados. Os gráficos apresentados nesta seção demonstram a exatidão e a

confiabilidade do modelo de linha de transmissão desenvolvido diretamente no domínio das fases, elaborado neste trabalho de dissertação. Nas próximas seções, são feitas análises acerca da influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, considerando configurações de linhas de transmissão aéreas trifásicas de circuito simples e circuito duplo.

#### 4.2. Avaliação da Influência da Dependência da Frequência dos Parâmetros Elétricos do Solo no Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão Aéreas Trifásicas de Circuito Simples

Na Figura 4.5 está representada a linha de transmissão aérea trifásica considerada nas simulações para avaliar o efeito da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo,  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon'_{solo}$ , no cálculo de transitórios eletromagnéticos. Na mesma figura está representada a numeração dos nós de cada terminal da linha de transmissão.

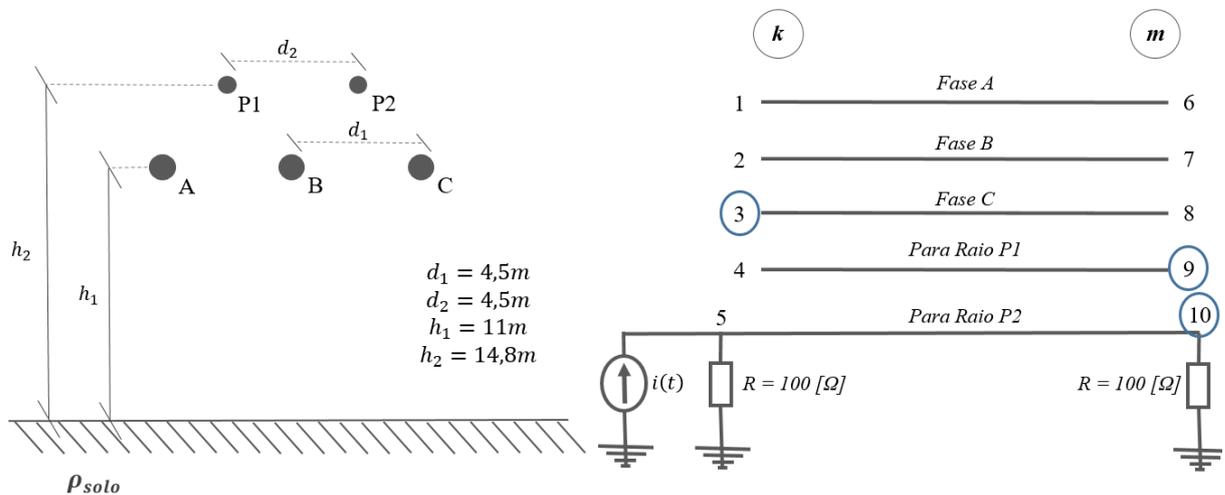


Figura 4.5. Linha de transmissão aérea trifásica de circuito simples horizontal com dois cabos para-raios [30].

No circuito simulado no ATP, considerou-se uma fonte conectada ao terminal emissor do cabo para raio P2 da linha de transmissão com injeção de correntes com tempos de frente de onda e de meia onda de  $1,2/50 \mu s$  e  $5/120 \mu s$ , respectivamente, e amplitude de pico de 1 A. Nos terminais emissor e receptor do cabo para raios P2 foram

conectados resistores de 100 ohms aterrados. Demais terminais da linha foram mantidos em aberto. A linha de transmissão possui comprimento de 500 metros. A Figura 4.6 apresenta o circuito simulado no programa ATP, considerando o modelo de J. Marti implementado no bloco LCC. Os parâmetros elétricos dos condutores 1 a 5 correspondem, respectivamente, aos parâmetros dos condutores das fases A, B e C e dos cabos para-raios P1 e P2 indicados no sistema da Figura 4.5.

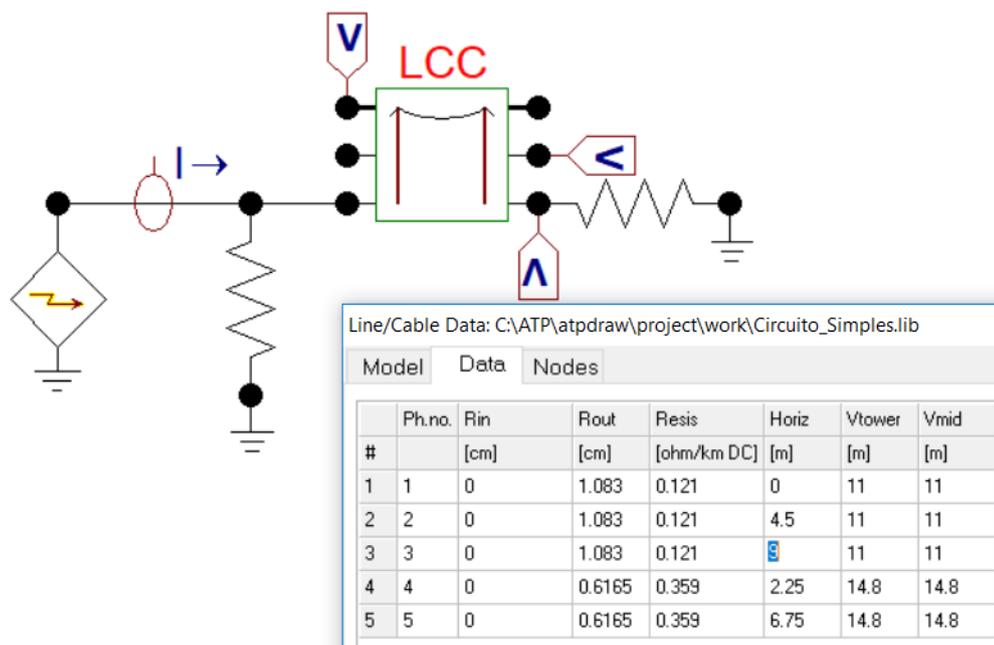


Figura 4.6. Circuito modelado no ATP para análise de transitórios eletromagnéticos na LT da Figura 4.5.

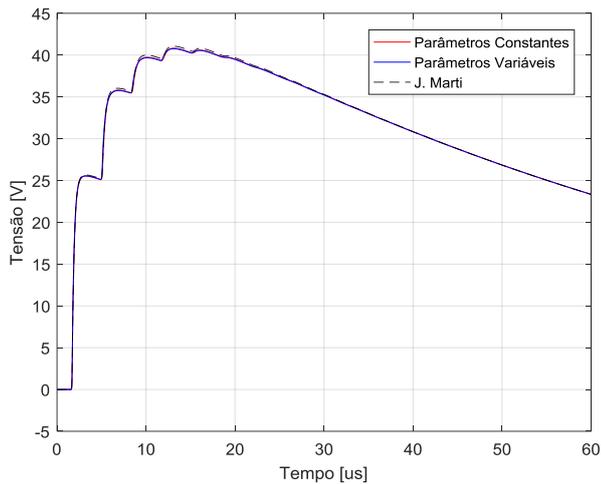
A matriz de transformação modal no modelo de J. Marti foi calculada para uma frequência determinada através da equação (4.1). Os elementos do vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$  foram aproximados por uma soma de frações racionais no domínio da frequência, por meio da técnica Vector Fitting [21]. Com base nas justificativas apresentadas, foram utilizados 150 polos nas aproximações da resposta em frequência do vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$  na frequência até 10 MHz.

As Figuras 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 apresentam gráficos com valores de tensão calculados nos nós 10, 9 e 3 da linha de transmissão da Figura 4.5, para solos de resistividades iguais a 500, 1000, 5000 e 10000 ohms\*m. As três curvas de tensão apresentadas em cada gráfico correspondem às seguintes metodologias de cálculo realizadas:

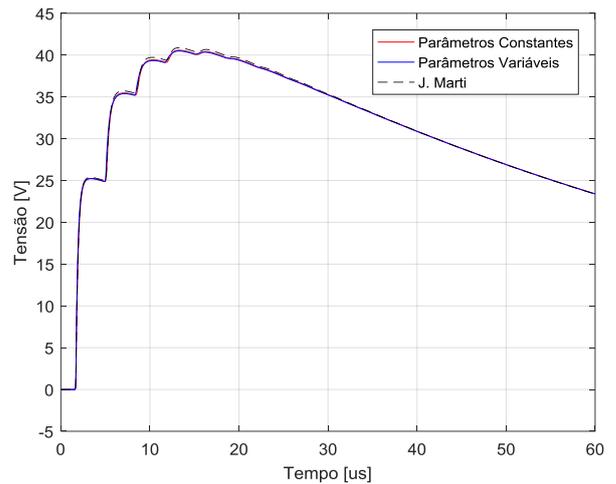
- i. Parâmetros constantes: curva de tensão calculada por meio da metodologia proposta neste trabalho de dissertação, para resistividade do solo constante.

Os elementos da matriz de impedância de retorno pelo solo são calculados por meio das aproximações logarítmicas de Deri et al. [36], descritas nas equações (3.26) e (3.27);

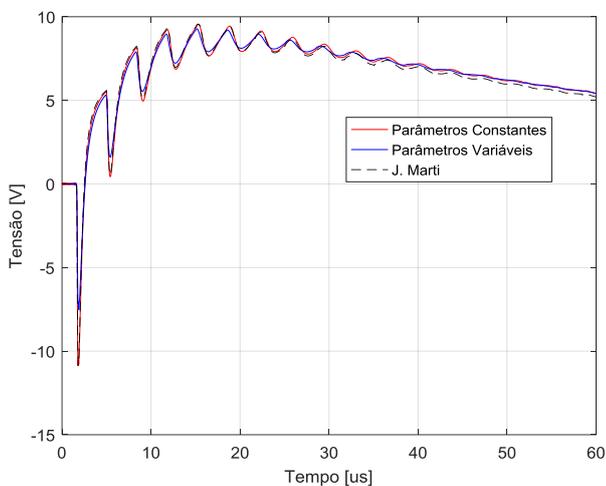
- ii. Parâmetros variáveis: curva de tensão calculada por meio da metodologia proposta neste trabalho de dissertação, com parâmetros de resistividade e permissividade elétricas do solo dependentes da frequência, calculados por meio do modelo causal de Alípio e Visacro [5]. Os elementos da matriz de impedância de retorno pelo solo são calculados por meio das formulações de Sunde [33], através das aproximações logarítmicas descritas nas equações (3.27) e (3.28);
- iii. J. Marti: curva de tensão calculada por meio do modelo de J. Marti implementado no programa *ATP*, com matriz de transformação modal calculada na frequência determinada pelo inverso do tempo de frente da onda de corrente injetada no sistema.



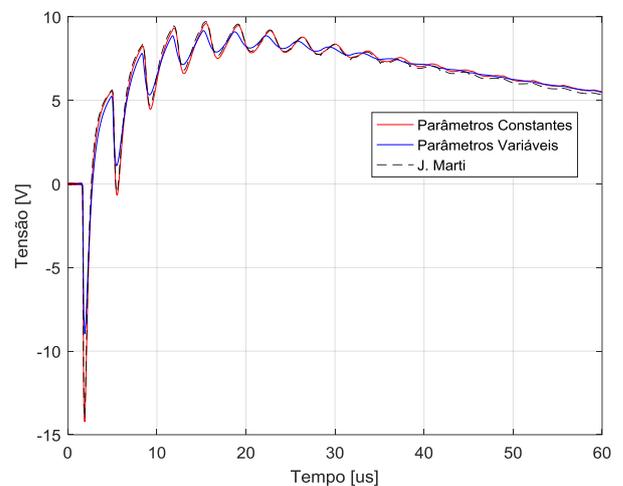
a) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 10



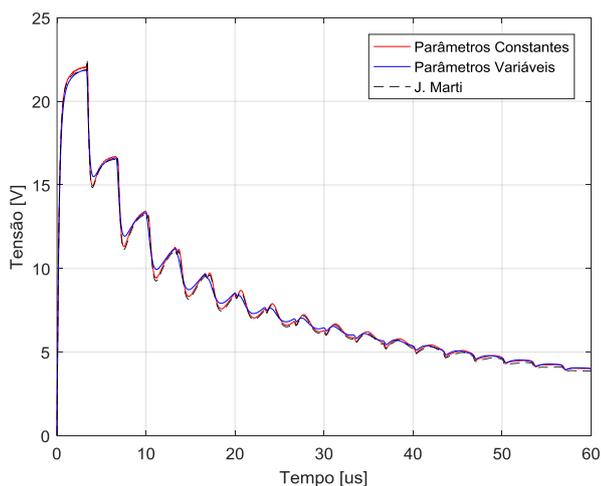
d) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 10



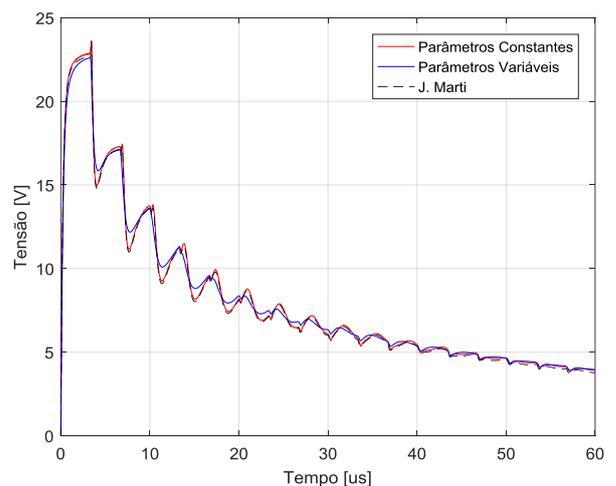
b) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 9



e) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 9

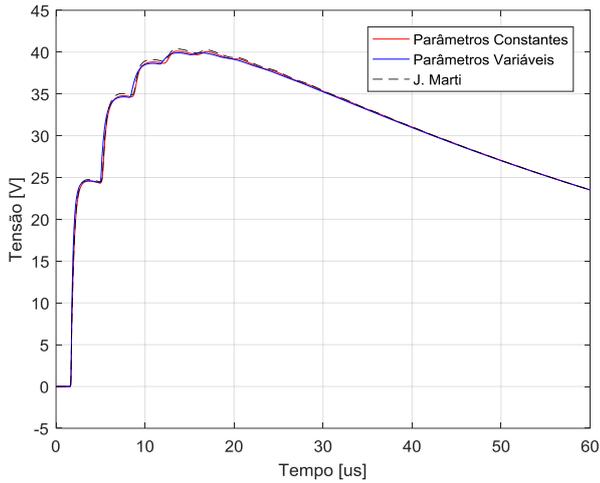


c) Terminal emissor da Fase C – Nó 3

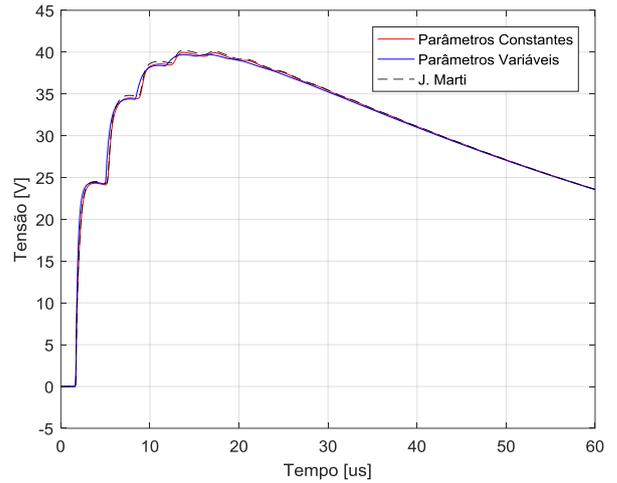


f) Terminal emissor da Fase C – Nó 3

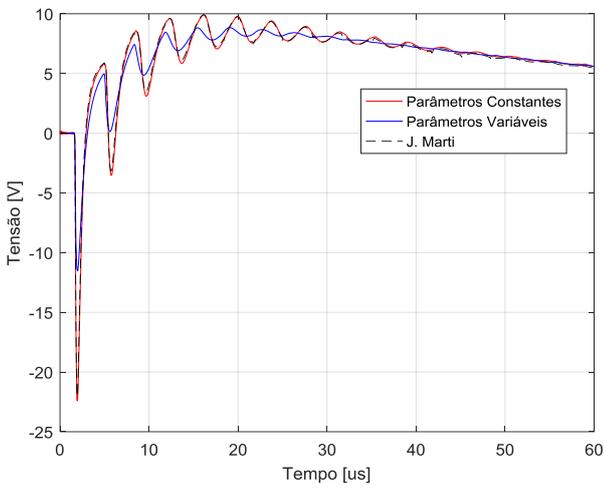
Figura 4.7. Tensão dos nós 3, 9 e 10 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente  $1,2/50 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 500 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 1000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz.



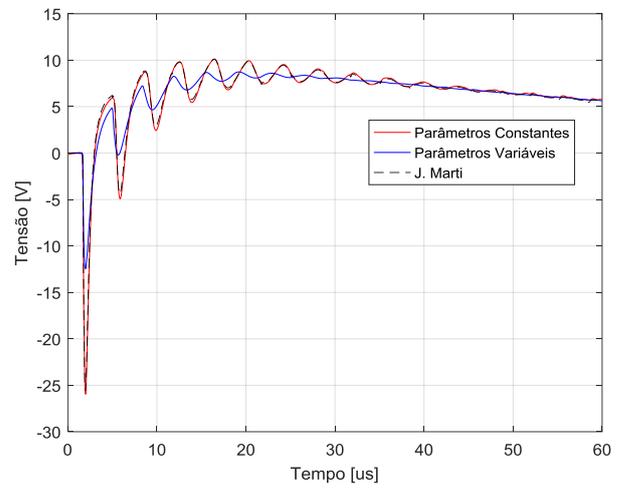
a) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 10



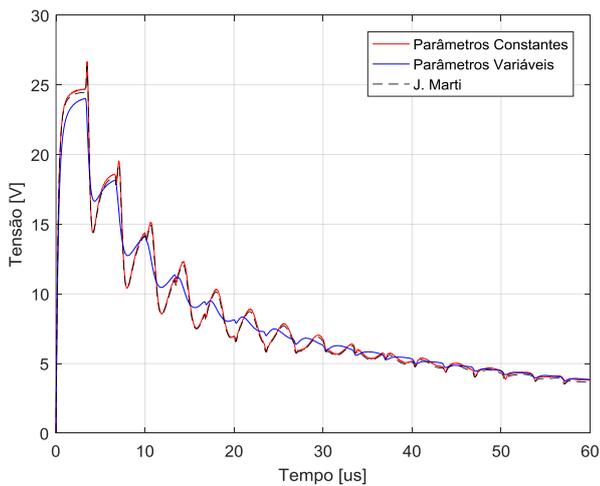
d) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 10



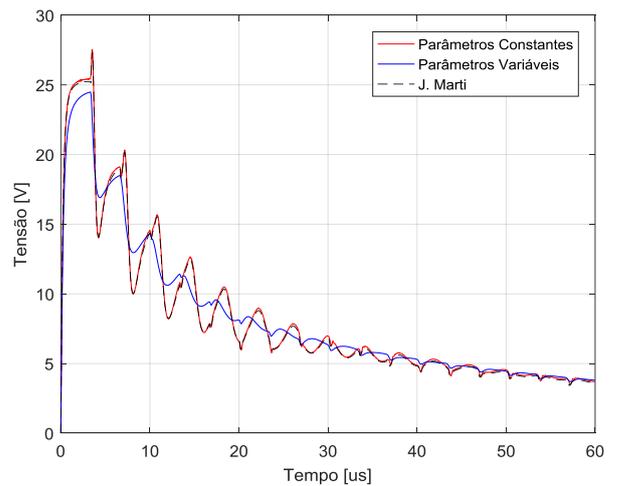
b) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 9



e) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 9

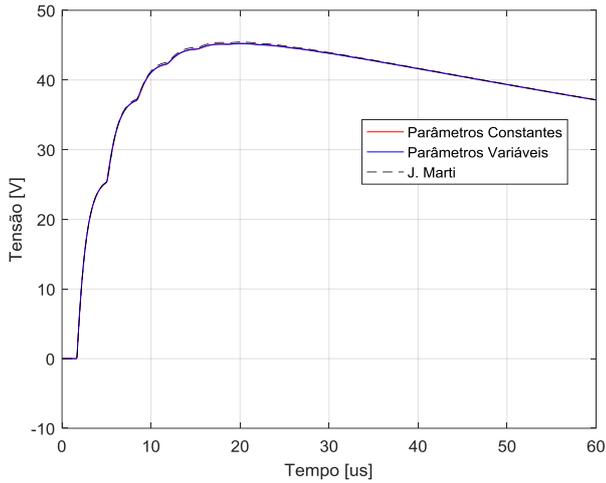


c) Terminal emissor da Fase C – Nó 3

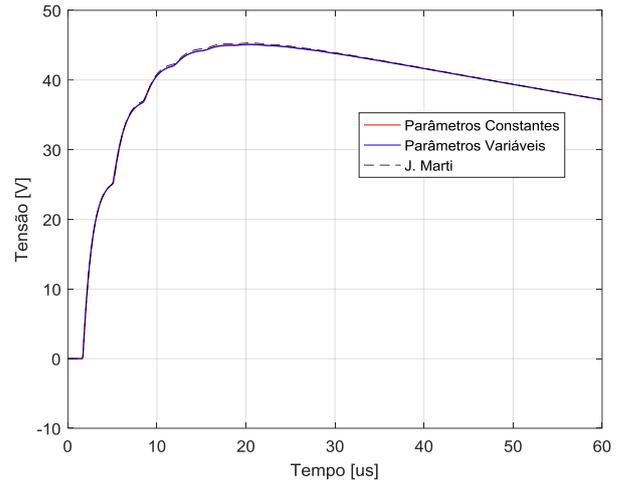


f) Terminal emissor da Fase C – Nó 3

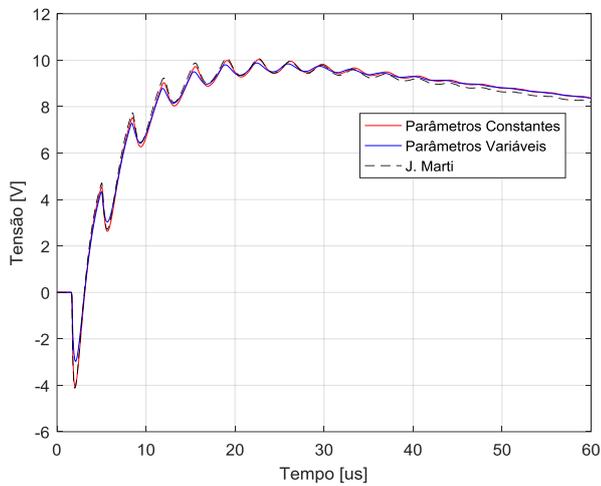
Figura 4.8. Tensão dos nós 3, 9 e 10 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente  $1,2/50 \mu\text{s}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 5000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 10000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz.



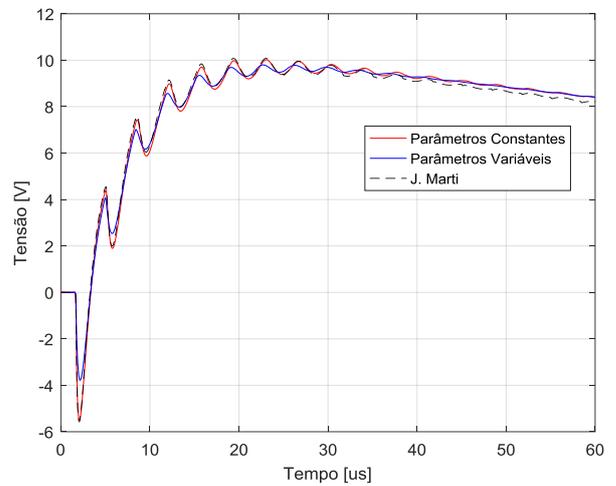
a) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 10



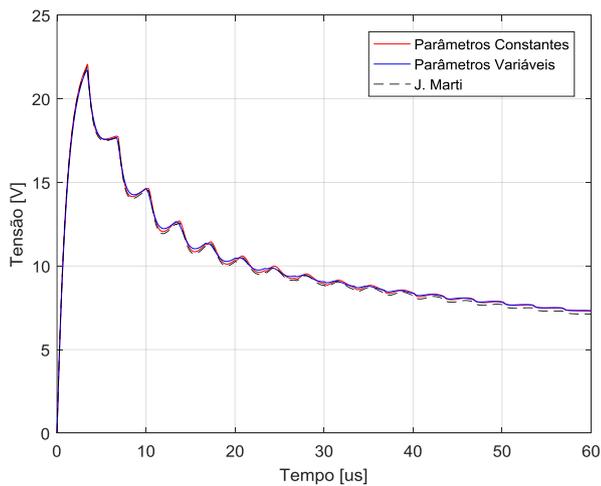
d) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 10



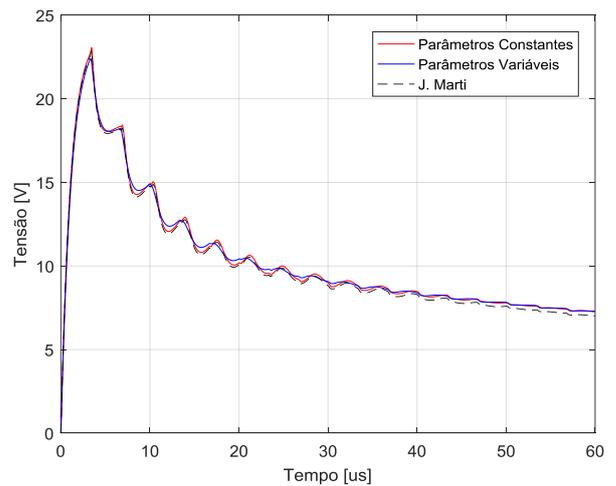
b) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 9



e) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 9

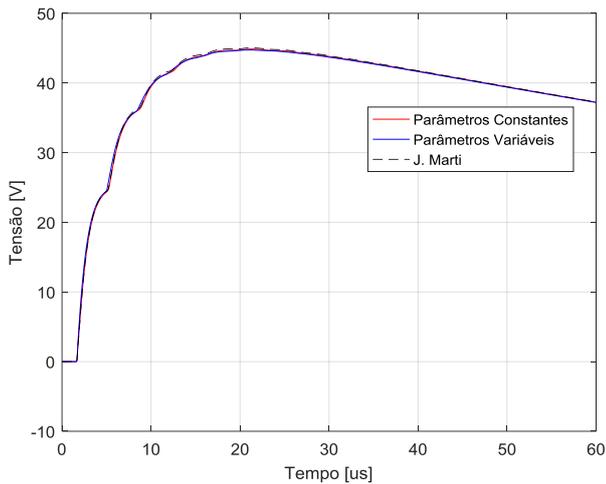


c) Terminal emissor da Fase C – Nó 3

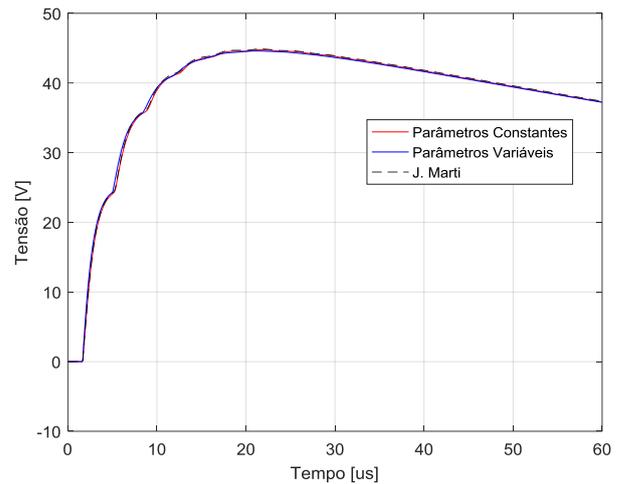


f) Terminal emissor da Fase C – Nó 3

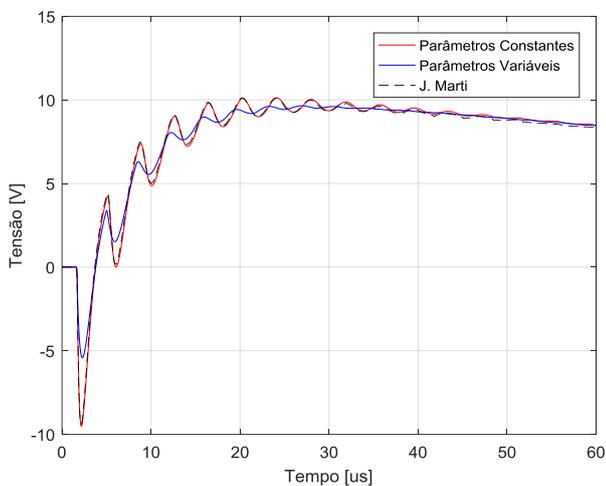
Figura 4.9. Tensão dos nós 3, 9 e 10 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente  $5/120 \mu\text{s}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 500 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 1000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz.



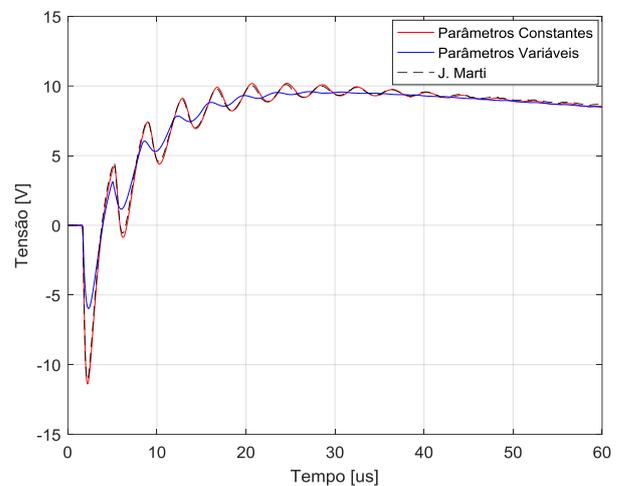
a) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 10



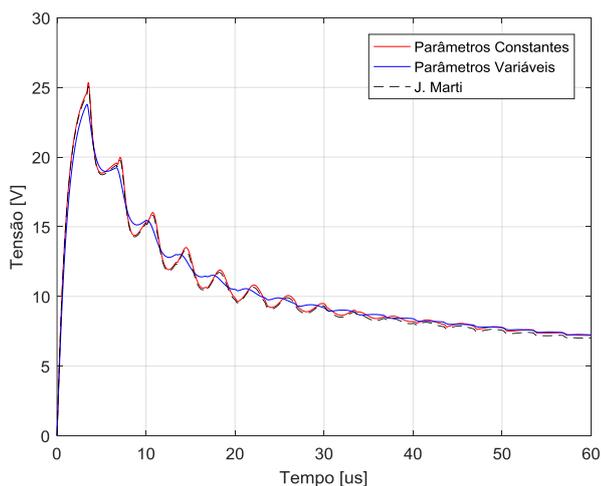
d) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 10



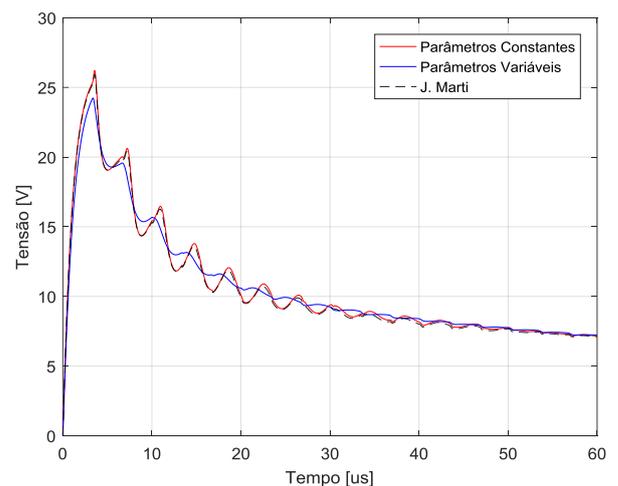
b) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 9



e) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 9



c) Terminal emissor da Fase C – Nó 3



f) Terminal emissor da Fase C – Nó 3

Figura 4.10. Tensão dos nós 3, 9 e 10 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente  $5/120 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 5000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 10000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz.

Ao analisar as Figuras 4.7 a 4.10, observa-se que as curvas de tensão calculadas pelo modelo de J. Marti estão muito próximas das curvas obtidas pelo modelo proposto com parâmetros do solo constantes. Isso chama a atenção pelo fato de que, apesar da aproximação da matriz de transformação modal utilizada no modelo de J. Marti por meio de elementos reais e constantes na frequência e da assimetria do sistema de transmissão da Figura 4.5, o modelo retornou resultados precisos quando comparado ao modelo proposto neste trabalho de dissertação - teoricamente mais exato, tendo em vista que a modelagem da *LT* é feita diretamente no domínio das fases. Nesse caso, pode-se concluir que o critério utilizado na escolha da frequência da matriz de transformação modal no modelo de J. Marti foi adequado.

Independentemente da resistividade do solo, verifica-se por meio das Figuras 4.7 a 4.10 que o valor máximo da tensão calculada no nó 10, terminal receptor do condutor onde se injetou a onda de corrente, é aproximadamente o mesmo, tanto para a simulação com fonte de corrente do tipo 1,2/50 us quanto do tipo 5/120 us. Além disso, para este terminal, as curvas de tensão calculadas por meio das três metodologias praticamente se sobrepõem. Em relação às tensões induzidas, verifica-se de maneira geral que as curvas calculadas pelo modelo proposto com parâmetros do solo dependentes da frequência, apresentam atenuação mais acentuada, quando comparadas às demais curvas. No nó 9 esse efeito é mais destacado.

Na Tabela 4.1 está apresentado o valor do primeiro pico da tensão resultante no terminal receptor do condutor para-raios P1 (nó 9), calculado por meio das três metodologias mencionadas. Indicam-se, também, os erros absolutos dos valores de tensão calculados pelo modelo de J. Marti e pelo modelo proposto com parâmetros elétricos do solo constantes. O erro foi calculado tendo como referência o modelo proposto neste trabalho de dissertação, para a variação da resistividade e permissividade elétricas do solo de acordo com o modelo causal de Alípio e Visacro [5].

Tabela 4.1. Valores calculados do primeiro pico de tensão no nó 9.

RESISTIVIDADE DO SOLO	METODOLOGIA DE CÁLCULO	Fonte de Corrente			
		1,2/50 us		5/120 us	
		Tensão [V]	Erro [%]	Tensão [V]	Erro [%]
500 ohms*m	<i>J. Marti</i>	-10,85	45,28	-4,12	38,72
	<i>Par. Constantes</i>	-10,87	44,62	-4,05	36,17
	<i>Par. Variáveis</i>	-7,52	REF.	-2,97	REF.
1000 ohms*m	<i>J. Marti</i>	-14,03	56,58	-5,57	47,37
	<i>Par. Constantes</i>	-14,22	58,76	-5,51	45,76
	<i>Par. Variáveis</i>	-8,96	REF.	-3,78	REF.
5000 ohms*m	<i>J. Marti</i>	-22,05	91,07	-9,40	73,43
	<i>Par. Constantes</i>	-22,41	94,19	-9,51	75,40
	<i>Par. Variáveis</i>	-11,54	REF.	-5,42	REF.
10000 ohms*m	<i>J. Marti</i>	-25,58	105,29	-11,11	86,09
	<i>Par. Constantes</i>	-25,96	108,35	-11,39	90,66
	<i>Par. Variáveis</i>	-12,46	REF.	-5,97	REF.

Nas simulações em que se considerou a fonte de corrente com maior conteúdo de frequências, no caso a fonte do tipo 1,2/50 us, o valor do primeiro pico de tensão no nó 9 foi, de fato, o valor máximo de tensão a que foi submetido o condutor para-raios P1. Ao considerar solos de moderada resistividade, verifica-se por meio da Tabela 4.1 que, em termos absolutos, a sobretensão calculada pelo modelo de J. Marti é em torno de 50% maior do que a sobretensão calculada pelo modelo proposto neste trabalho de dissertação, considerando a variação dos parâmetros elétricos do solos com a frequência. Já no caso de solos de alta resistividade, o erro chegou a mais de 100%. Faixa de erro semelhante é verificada para o modelo proposto considerando os parâmetros elétricos do solo constantes.

Nas simulações em que se considerou a fonte de corrente do tipo 5/120 us, o primeiro pico de tensão no nó 9 não correspondeu, necessariamente, ao maior valor de tensão a que foi submetido o condutor para-raios P1. De toda maneira, observa-se na Tabela 4.1 que, como no caso anterior, a diferença entre as tensões calculadas pelos modelos que desprezam a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência e as tensões obtidas pelo modelo proposto com a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência é maior, quanto maior a resistividade do solo. É de se notar, também, que a diferença entre as tensões calculadas é proporcionalmente maior para o caso da onda de corrente com menor tempo de frente.

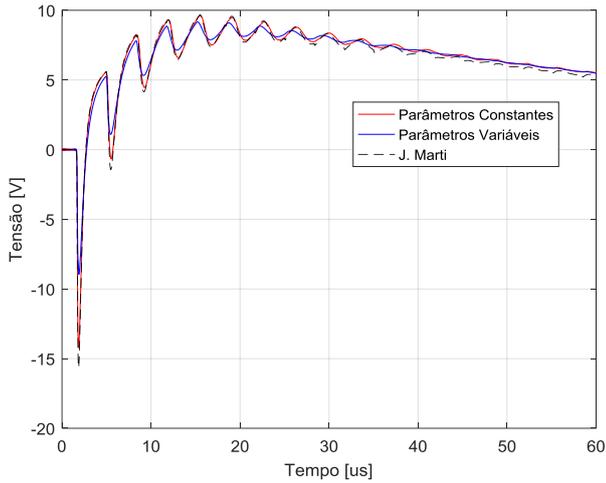
Conforme observado nas Figuras 4.7 a 4.10, a maior diferença entre o valor do primeiro pico da curva de tensão induzida no terminal emissor da fase C, calculado pelo modelo proposto com a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência, e o modelo de J. Marti ocorre nos casos em que o solo possui resistividade igual a 10000 ohms\*m. O valor do primeiro pico da tensão induzida no nó 3, considerando o cálculo por meio das três metodologias, é detalhado na Tabela 4.2. Nessa tabela é também apresentado o erro absoluto da tensão calculada pelo modelo de J. Marti e pelo modelo proposto neste trabalho de dissertação, para os parâmetros elétricos do solo constantes. Utilizou-se, como referência, o modelo proposto que considera a variação da resistividade e permissividade elétricas do solo de acordo com o modelo causal de Alípio e Visacro [5].

Tabela 4.2. Valores calculados do primeiro pico de tensão no nó 3.

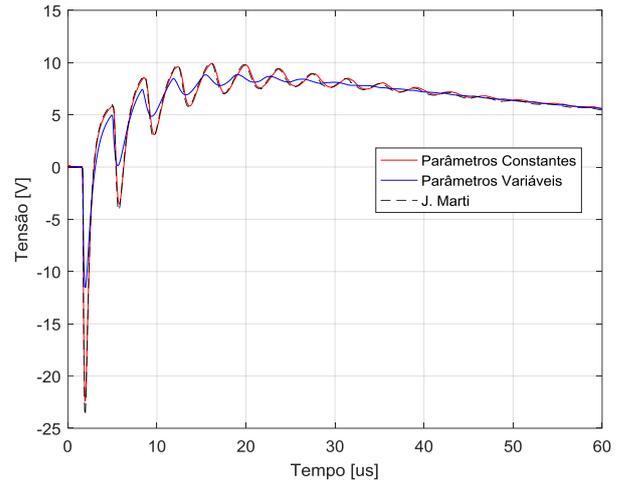
RESISTIVIDADE DO SOLO	METODOLOGIA DE CÁLCULO	Fontes de Corrente do tipo			
		1,2/50 us		5/120 us	
		Tensão [V]	Erro [%]	Tensão [V]	Erro [%]
10000 ohms*m	J. Marti	27,35	11,67	25,95	7,09
	Par. Constantes	27,55	12,49	26,21	8,17
	Par. Variáveis	24,49	REF.	24,23	REF.

Conforme pode ser observado, para o mesmo valor de resistividade do solo, a diferença entre as tensões calculadas pelos modelos que desprezam a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência (J. Marti e Par. Constantes) e as tensões obtidas pelo modelo proposto com a variação de  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon'_{solo}$  na frequência é maior para o caso da onda de corrente com menor tempo de frente.

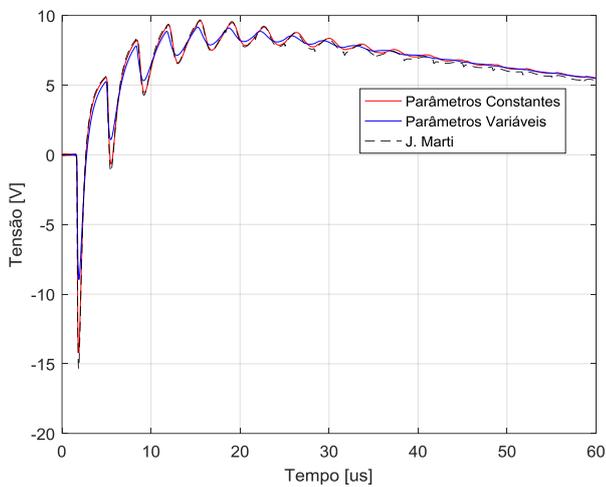
Nas Figuras 4.11 e 4.12 são apresentadas as curvas da tensão resultante no nó 9 da linha de transmissão da Figura 4.5, calculadas por meio do modelo proposto com os parâmetros do solo constantes e dependentes da frequência, e através do modelo de J. Marti. Para esse último, considerou-se diferentes frequências para o cálculo da matriz de transformação modal. Foram considerados solos de resistividades iguais a 1000 ohms\*m e 5000 ohms\*m.



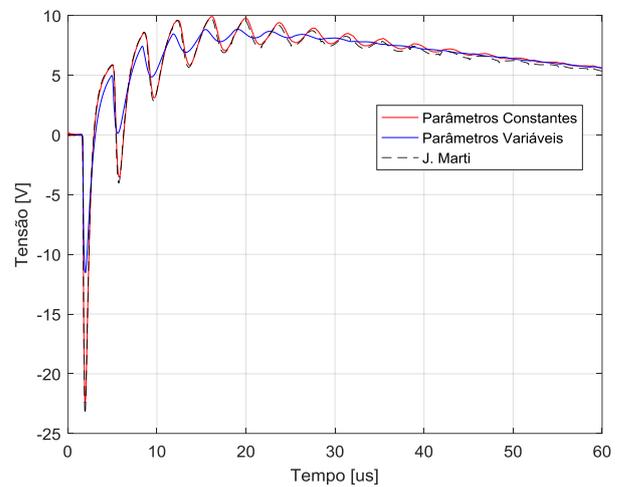
a) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 kHz**



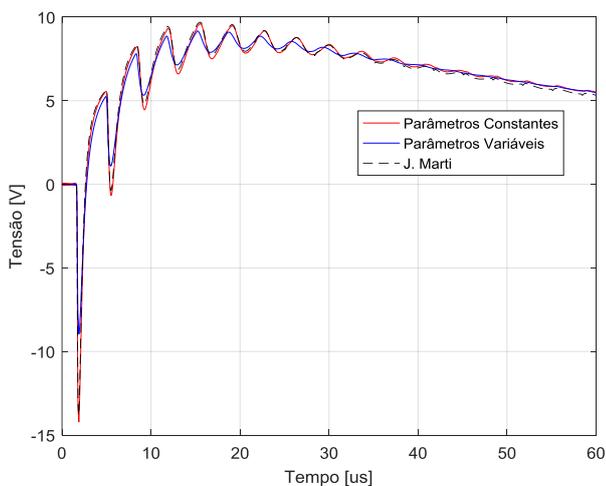
e) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 kHz**



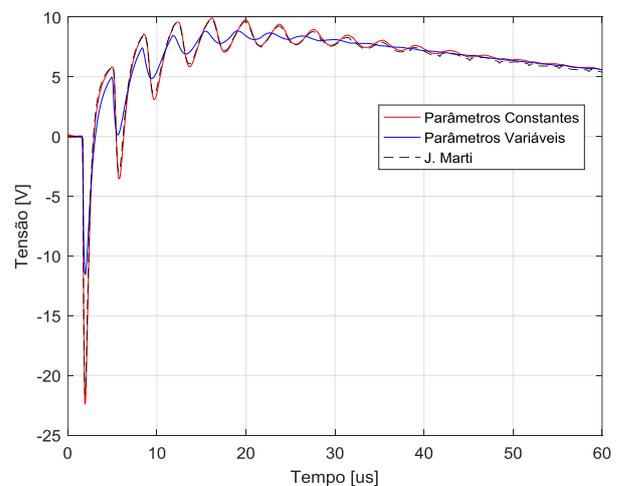
b) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 kHz**



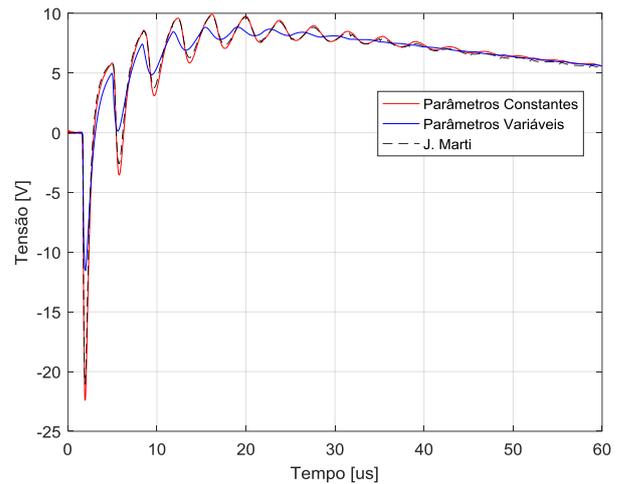
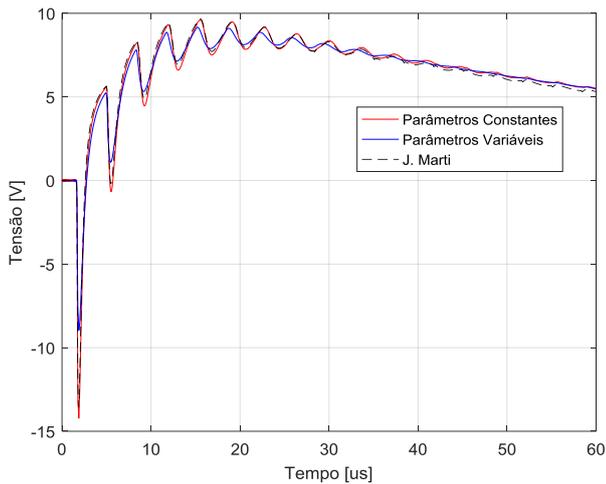
f) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 kHz**



c) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **2 MHz**



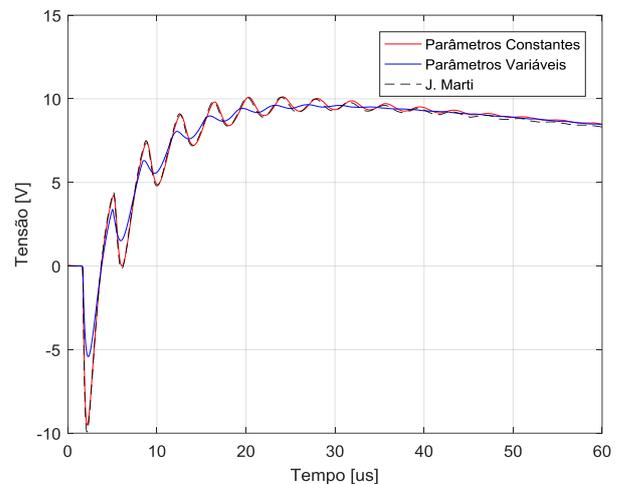
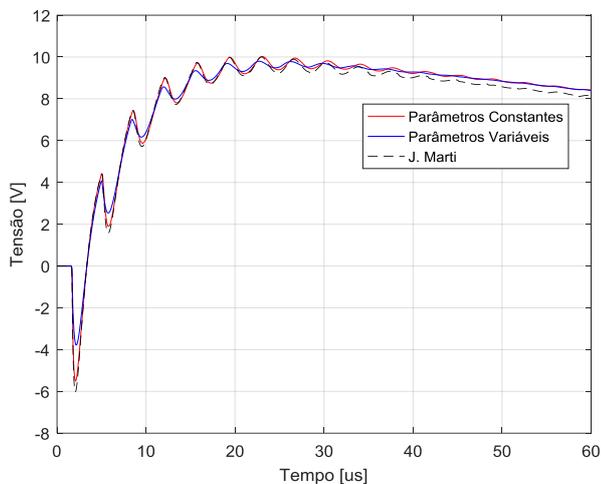
g) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **2 MHz**



d) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 MHz**

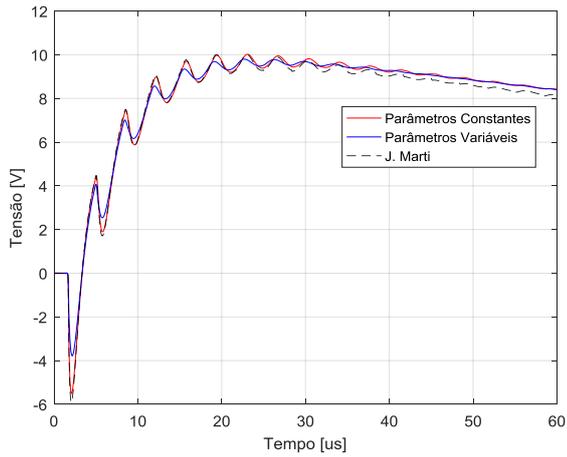
h) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 MHz**

Figura 4.11. Tensão do nó 9 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente **1,2/50 us**, amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b), c) e d) consideram um solo com  $\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m$  e as curvas e), f), g) e h) consideram um solo com  $\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m$ .

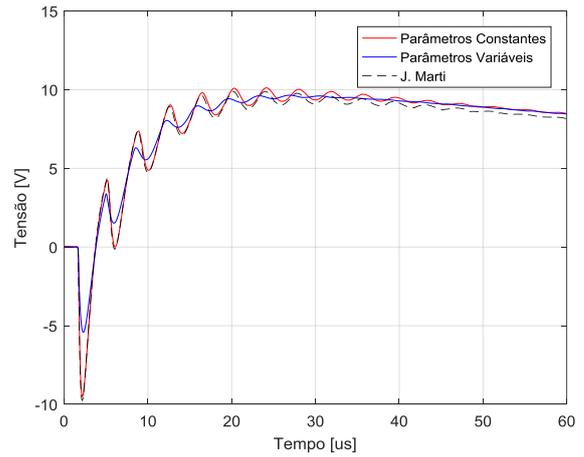


a) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 kHz**

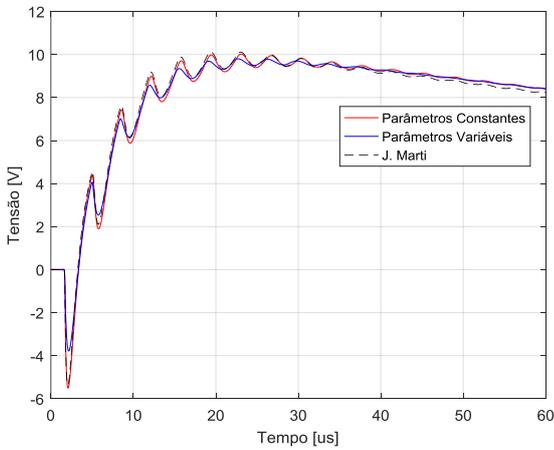
e) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 kHz**



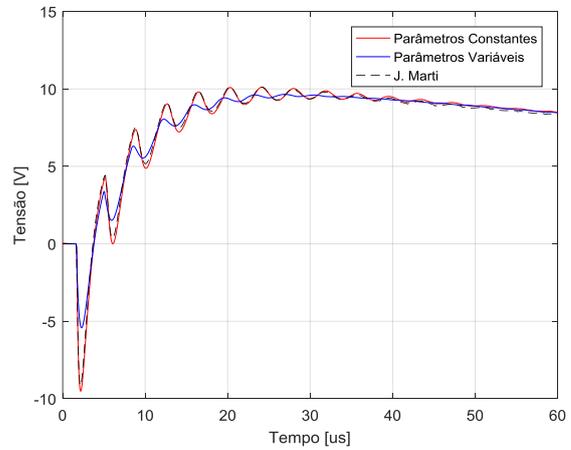
b) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 kHz**



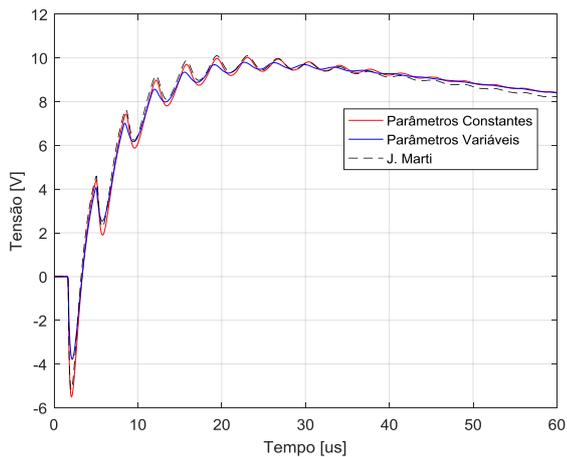
f) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 kHz**



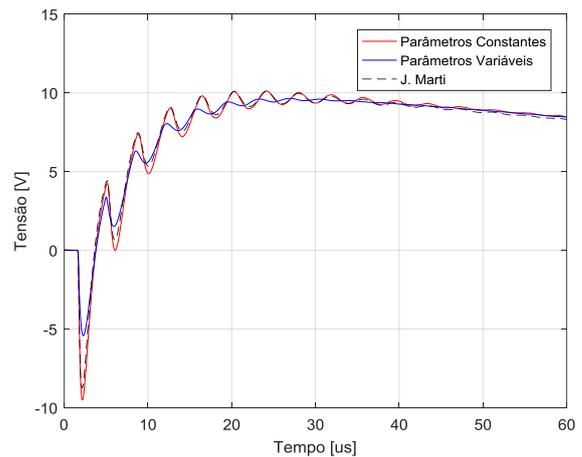
c) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 MHz**



g) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 MHz**



d) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 MHz**



h) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 9. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 MHz**

Figura 4.12. Tensão do nó 9 da linha de transmissão da Figura 4.5. Fonte de corrente  $5/120 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 5 da linha. As curvas a), b), c) e d) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 1000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas e), f), g) e h) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 5000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ .

De modo geral, para as duas fontes de correntes e para ambas as resistividades avaliadas, independentemente da frequência escolhida para o cálculo da matriz de transformação modal, as tensões calculadas utilizando-se o modelo de J. Marti apresentam comportamento muito próximo daquelas determinadas a partir do modelo proposto no domínio das fases, para parâmetros elétricos do solo constantes. De qualquer forma, e considerando uma análise rigorosa, observa-se uma pequena divergência entre os picos das formas de onda de tensão, com destaque para o primeiro pico, considerando os resultados retornados pelo modelo de J. Marti e pelo modelo no domínio das fases com parâmetros elétricos do solo constantes. Dos resultados obtidos, as maiores divergências são da ordem de 10% e 6%, respectivamente, para solos de resistividade 1000 ohms\*m e 5000 ohms\*m, considerando a simulação com fonte de corrente do tipo 1,2/50 us. Já para o caso da onda do tipo 5/120 us, os erros absolutos calculados são da ordem de 9% e 4%, respectivamente para solos de resistividade 1000 ohms\*m e de 5000 ohms\*m.

É interessante notar que, a despeito da relativa assimetria dos condutores da configuração de linha avaliada, o modelo de J. Marti ainda foi capaz de retornar formas de onda com comportamento muito próximo às obtidas a partir do modelo proposto no domínio das fases com parâmetros do solo constantes e com erros muito pequenos em termos de estimativa dos valores de pico, sobretudo tendo-se em conta os erros inerentes aos cálculos numéricos envolvidos. No entanto, é importante destacar aqui, tendo como base a revisão bibliográfica apresentada no Capítulo 2, que o modelo de J. Marti deve ser empregado com cautela no caso em que a disposição dos condutores apresenta assimetria não desprezível. A verificação de que o modelo de J. Marti retorna resultados satisfatórios para a linha em questão só foi possível tendo como referência um modelo desenvolvido diretamente no domínio da fases.

### 4.3. Avaliação da Influência da Dependência da Frequência dos Parâmetros Elétricos do Solo no Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão Aéreas Trifásicas de Circuito Duplo

Na Figura 4.13 está representada uma linha de transmissão aérea trifásica de circuito duplo com dois cabos para raios. Este sistema foi utilizado nas simulações de transitórios eletromagnéticos apresentados nesta subseção, considerando os parâmetros elétricos do solo,  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon'_{solo}$ , constantes e dependentes da frequência. Na Figura 4.13 está também representada a numeração dos nós de cada terminal da linha de transmissão.

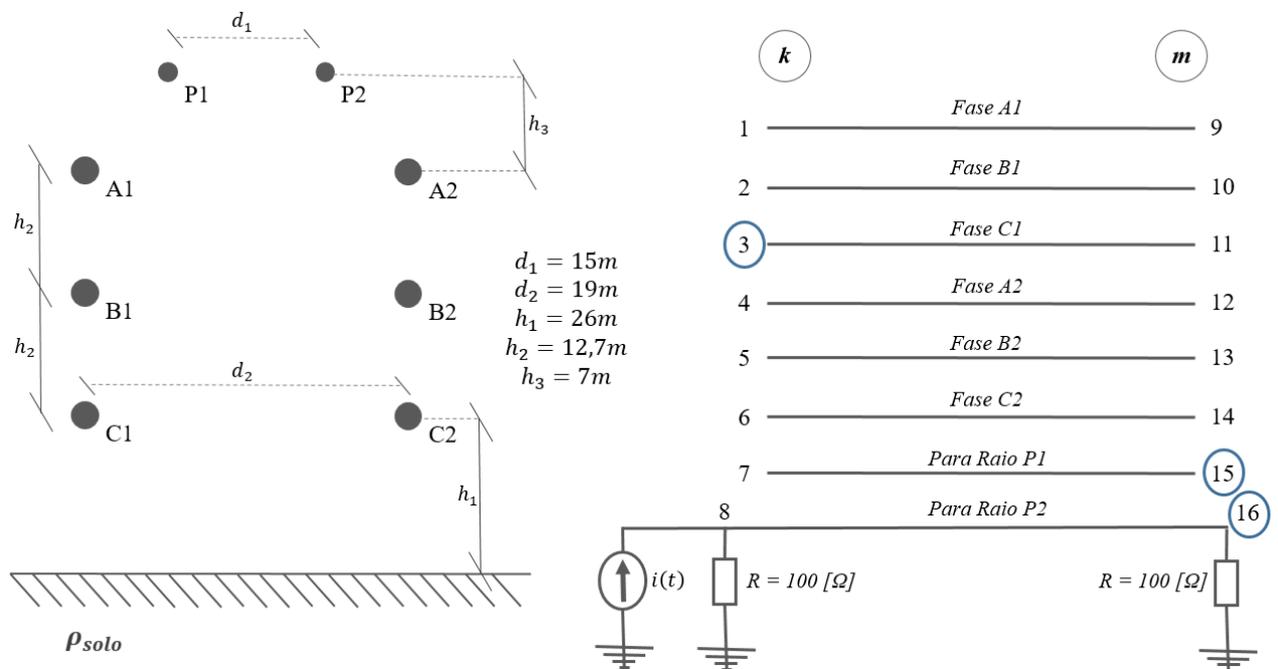


Figura 4.13. Linha de transmissão aérea trifásica de circuito duplo vertical com dois cabos para-raios [42].

Uma fonte foi conectada ao terminal emissor do cabo para raios P2 da linha de transmissão, para injetar correntes com tempos de frente de onda e de meia onda de 1,2/50  $\mu s$  e 50/120  $\mu s$ , respectivamente, com amplitude de pico de 1 A. Nos terminais emissor e receptor do cabo para raio P2 foram conectados resistores de 100 ohms aterrados. Os demais terminais da linha foram mantidos em aberto. A linha de transmissão possui comprimento total de 500 metros. Na Figura 4.14 está representado o circuito simulado no ATP, considerando o modelo de J. Marti implementado no bloco LCC. Os parâmetros elétricos dos condutores fase enumerados de 1 a 8 correspondem,

respectivamente, aos parâmetros dos condutores das fases A1, B1, C1, A2, B2 e C2 e dos cabos para-raios P1 e P2 indicados no sistema da Figura 4.13.

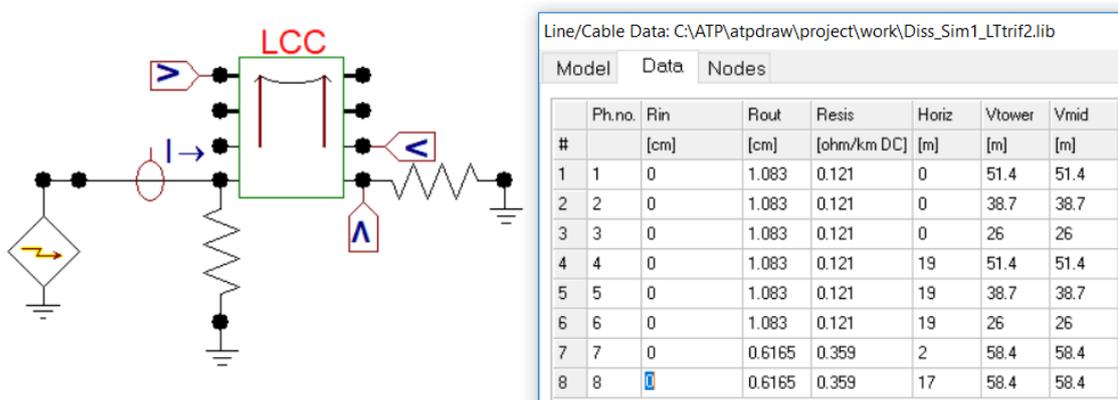
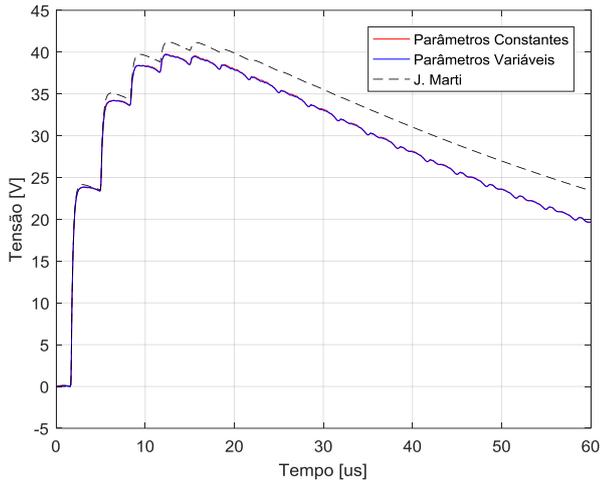


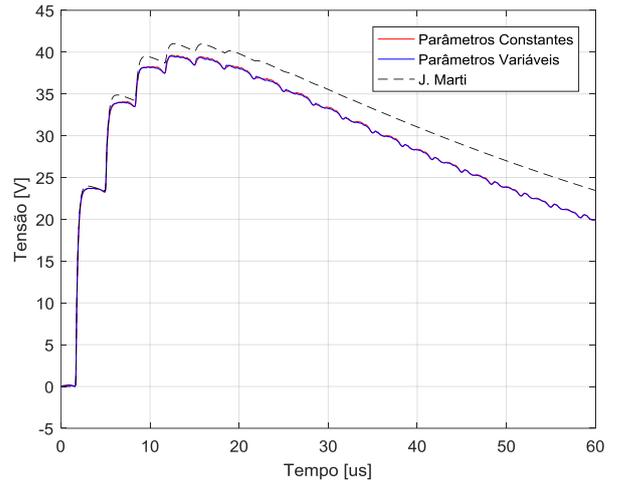
Figura 4.14. Circuito modelado no ATP para análise de transitórios eletromagnéticos na LT da Figura 4.13.

A matriz de transformação modal no modelo de J. Marti foi calculada na frequência igual ao inverso do tempo de frente da onda de corrente injetada no sistema. Foram utilizados 150 polos para fazer a aproximação dos elementos do vetor  $H_n(\omega)$ , com base nas justificativas apresentadas. Considerou-se a resposta em frequência dos elementos do vetor  $H_n(\omega)$  até 10 MHz.

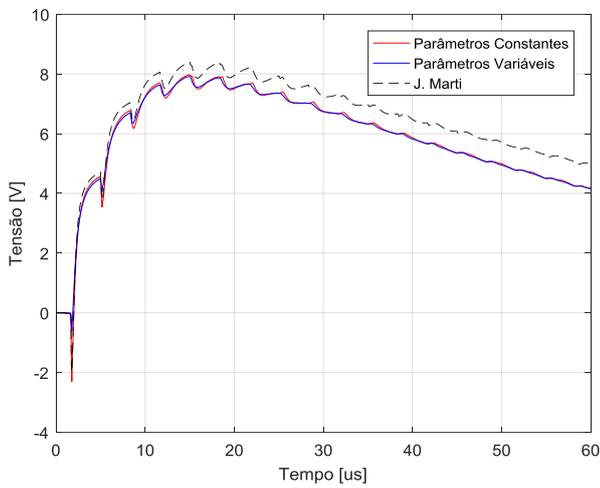
As Figuras 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18 apresentam gráficos com as formas de onda de tensão calculadas nos nós 16, 15 e 3 da linha de transmissão da Figura 4.13, para solos de resistividades iguais a 500, 1000, 5000 e 10000 ohms\*m. As curvas de tensão apresentadas em cada gráfico correspondem às três metodologias de cálculo já mencionadas: modelo proposto, no domínio das fases, com parâmetros do solo constantes e dependentes da frequência, e o modelo de J. Marti.



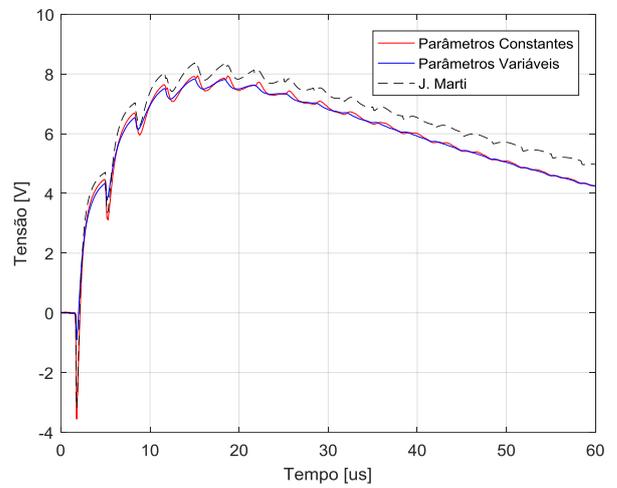
a) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 16



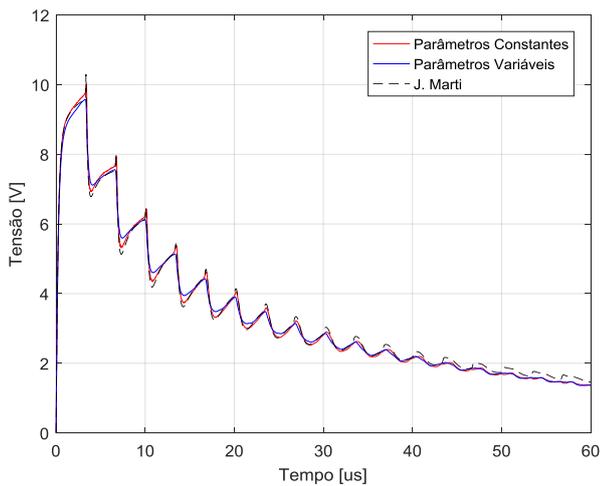
d) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 16



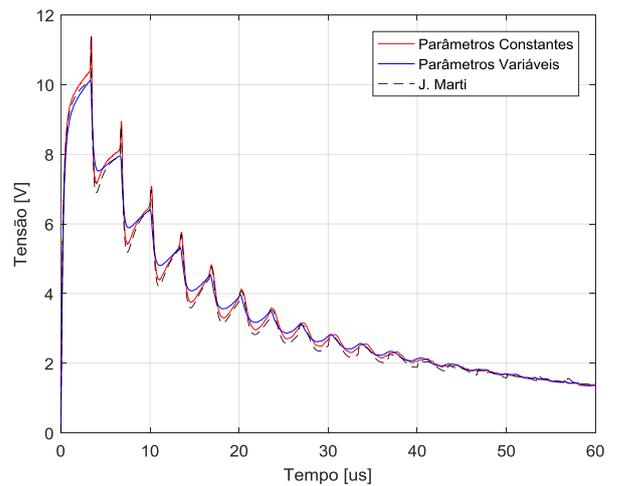
b) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 15



e) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 15

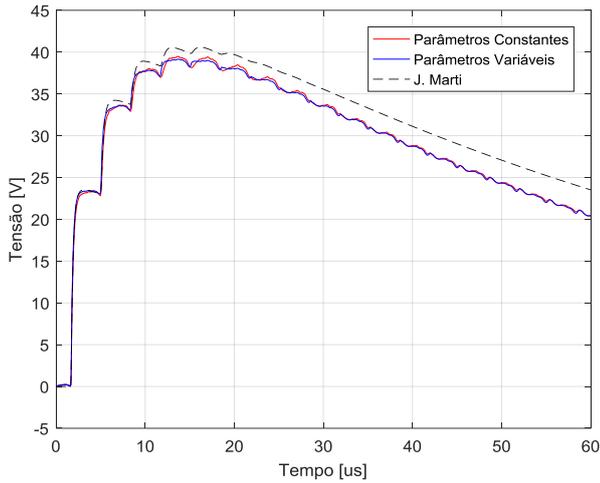


c) Terminal emissor da Fase C1 – Nó 3

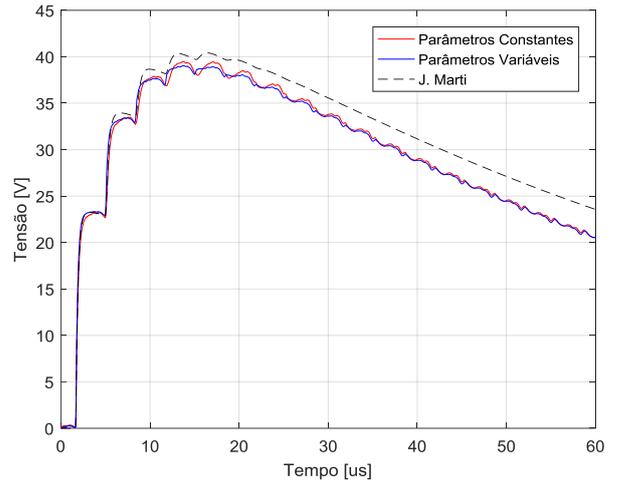


f) Terminal emissor da Fase C1 – Nó 3

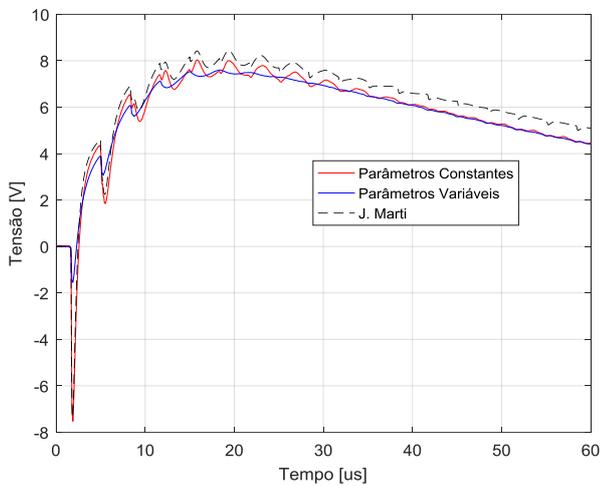
Figura 4.15. Tensão dos nós 3, 15 e 16 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente  $1,2/50 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 500 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 1000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz.



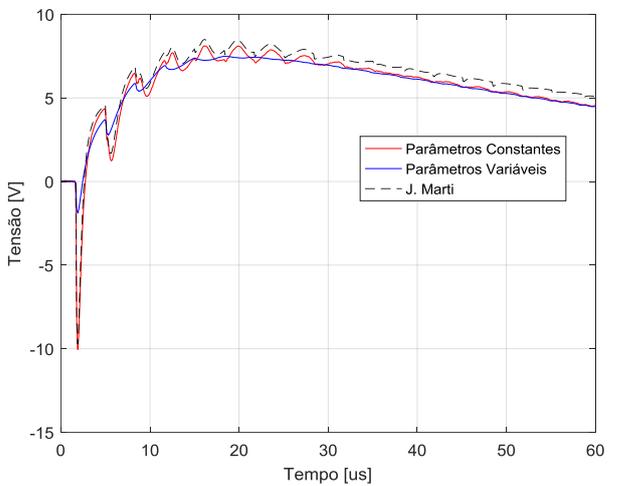
a) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 16



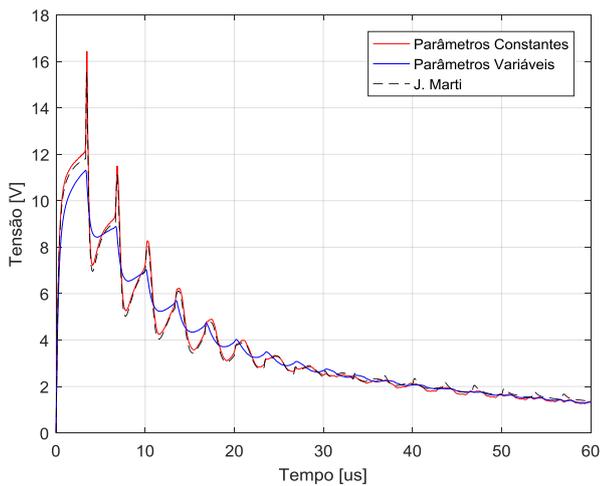
d) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 16



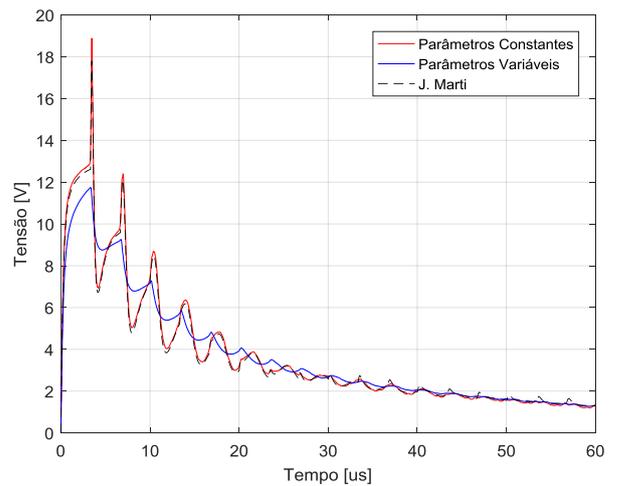
b) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 15



e) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 15

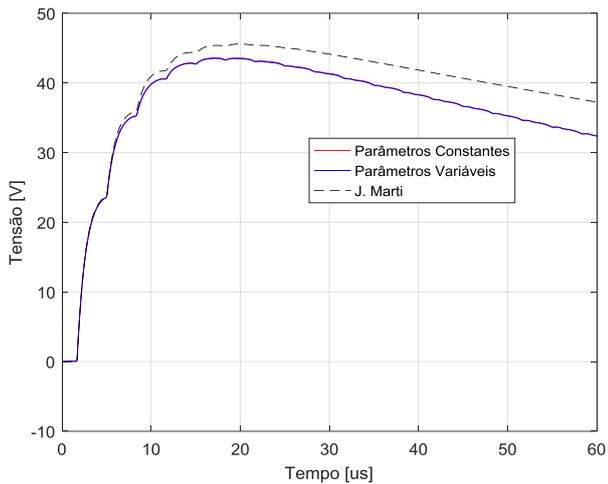


c) Terminal emissor da Fase C1 – Nó 3

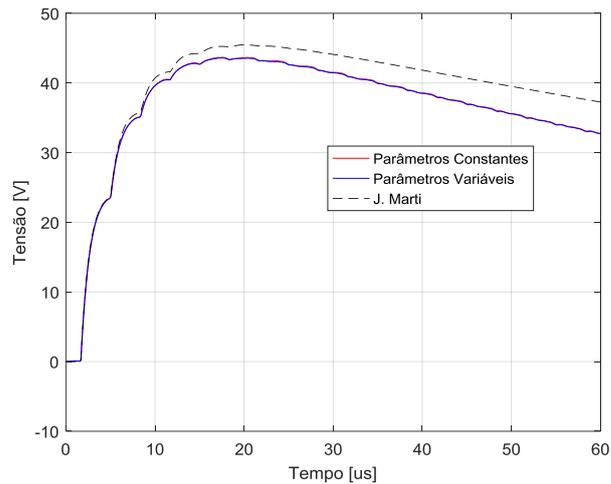


f) Terminal emissor da Fase C1 – Nó 3

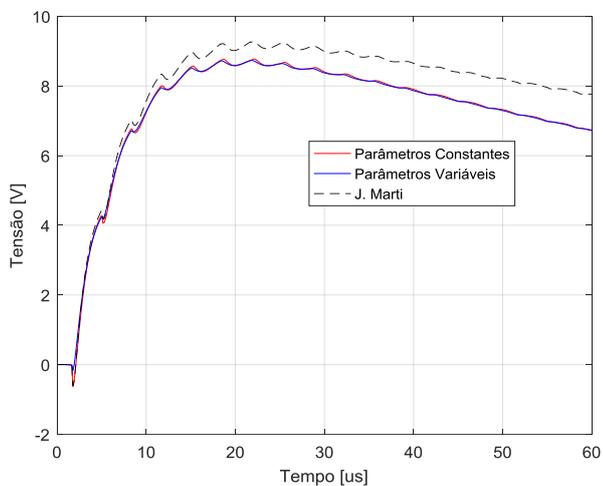
Figura 4.16. Tensão dos nós 3, 15 e 16 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente  $1,2/50 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 5000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 10000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,83 MHz.



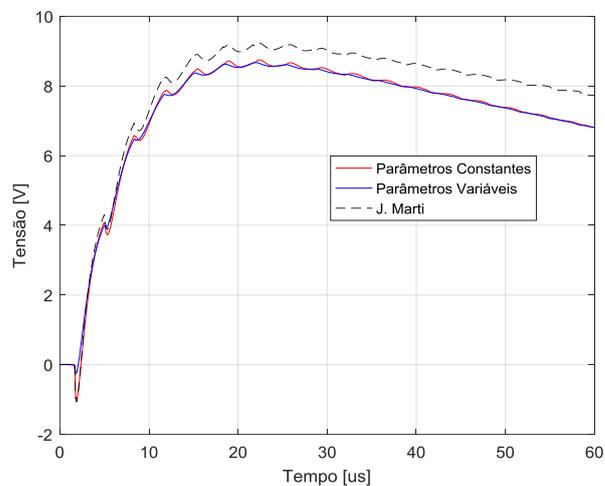
a) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 16



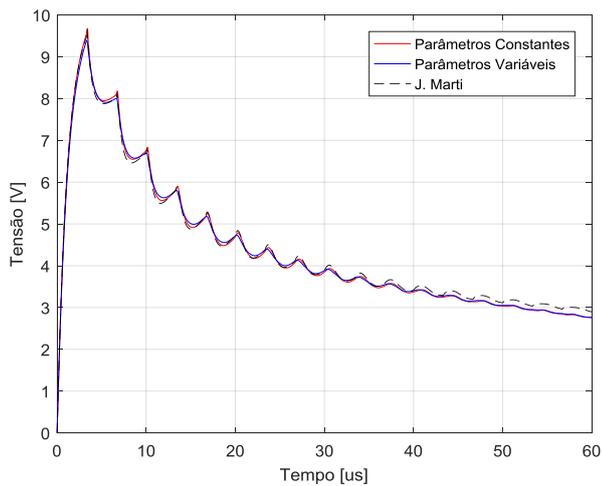
d) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 16



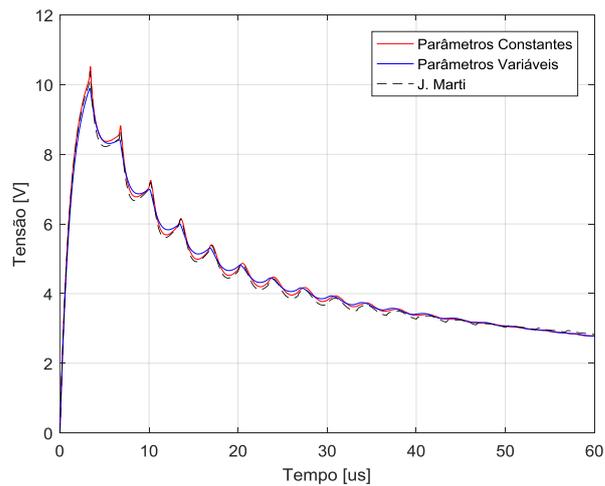
b) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 15



e) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 15

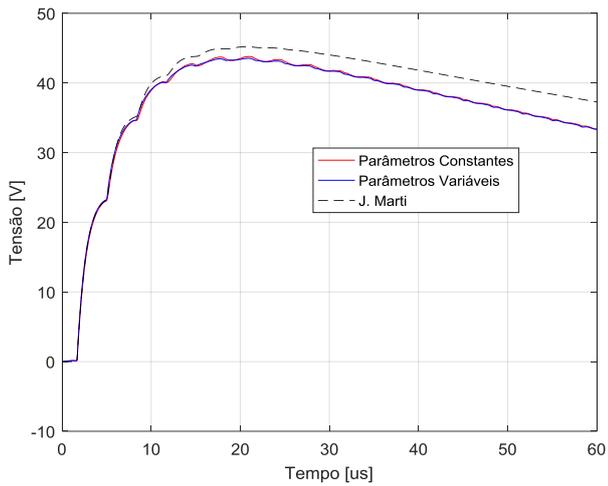


c) Terminal emissor da Fase C1 – Nó 3

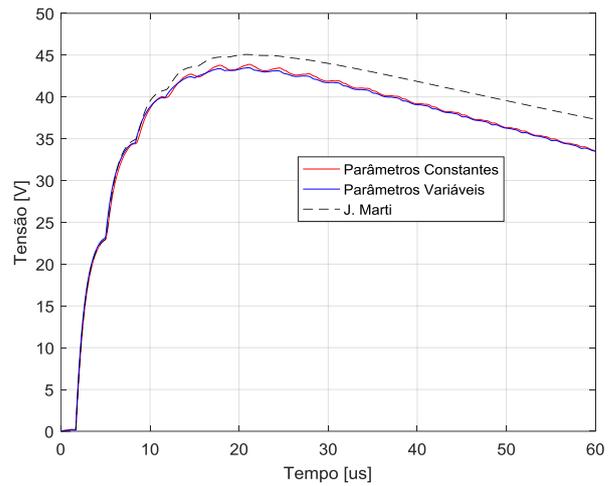


f) Terminal emissor da Fase C1 – Nó 3

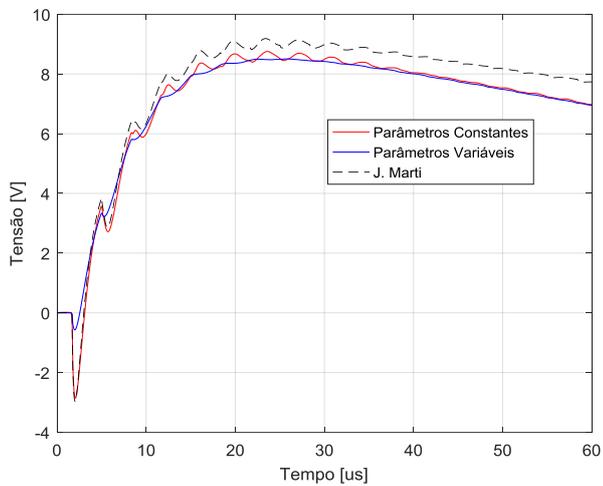
Figura 4.17. Tensão dos nós 3, 15 e 16 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente  $5/120 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 500 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 1000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz.



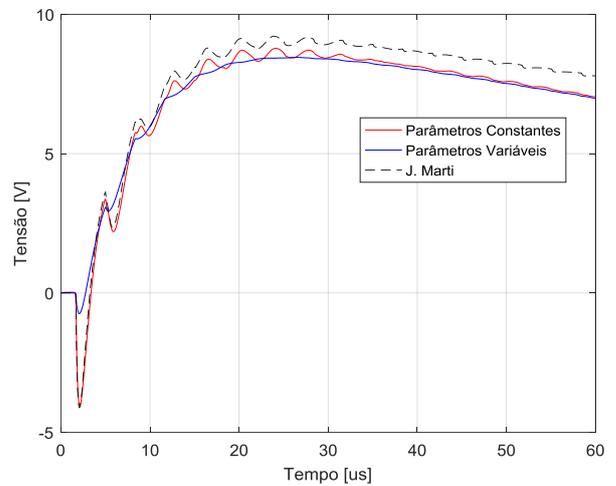
a) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 16



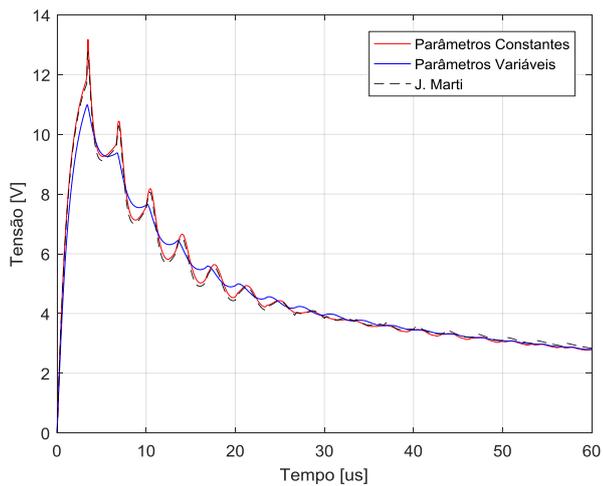
d) Terminal receptor do condutor para-raios P2 – Nó 16



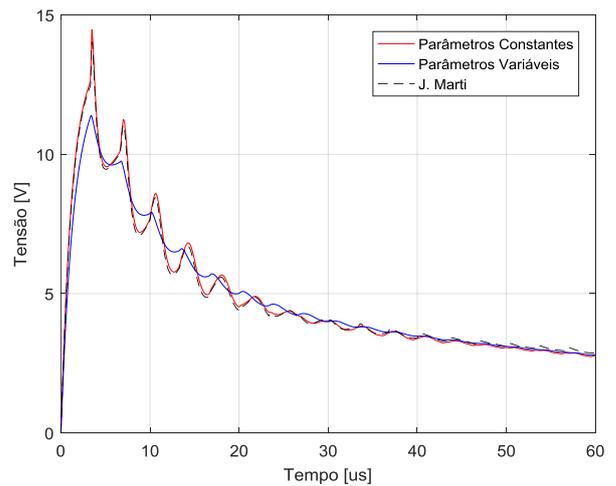
b) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 15



e) Terminal receptor do condutor para-raios P1 – Nó 15



c) Terminal emissor da Fase C1 – Nó 3



f) Terminal emissor da Fase C1 – Nó 3

Figura 4.18. Tensão dos nós 3, 15 e 16 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente  $5/120 \text{ us}$ , amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b) e c) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 5000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$  e as curvas d), e) e f) consideram um solo com  $\rho_{\text{solo}} = 10000 \text{ ohms} \cdot \text{m}$ . Matriz de transformação modal do modelo de J. Marti calculada para a frequência de 0,2 MHz.

Ao considerar o mesmo critério da seção 4.2 para definir a frequência da matriz de transformação modal do modelo de J. Marti, é possível verificar, especialmente para as tensões calculadas nos nós 15 e 16, que no caso do sistema de transmissão de circuito duplo, o modelo de J. Marti retorna formas de onda divergentes daquelas calculadas pelo modelo proposto neste trabalho de dissertação, considerando os parâmetros do solo constantes. Uma justificativa dessa divergência é a dificuldade do Vector Fitting [21] em fazer a aproximação dos elementos do vetor  $\mathbf{H}_n(\omega)$  na região de baixas frequências.

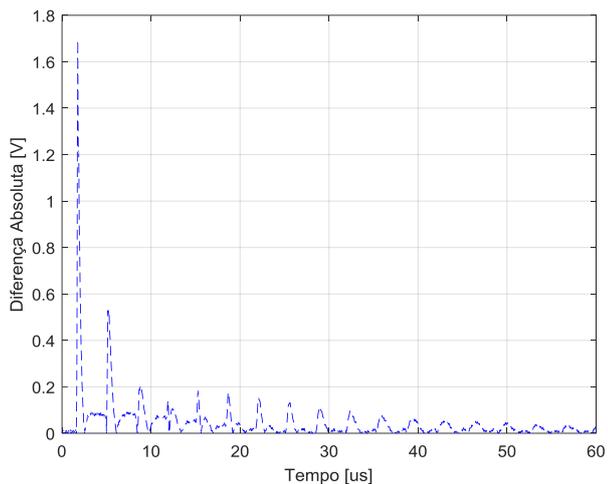
Da mesma maneira que no caso da linha de transmissão de circuito simples, pode-se observar por meio das Figuras 4.15 a 4.18 que para o caso do sistema de transmissão de circuito duplo, o valor máximo de tensão no terminal receptor do cabo onde se injetou a onda de corrente é aproximadamente o mesmo, independentemente da resistividade do solo considerada, tanto para as simulações com a fonte de corrente do tipo 1,2/50 us, quanto do tipo 5/120 us e considerando os modelos propostos no domínio das fases. Já em relação às tensões induzidas nos nós 3 e 15, verifica-se, de maneira geral, que as curvas calculadas, com os parâmetros do solo dependentes da frequência, apresentam atenuação mais acentuada, quando comparadas às curvas calculadas com o modelo proposto no domínio das fases com parâmetros elétricos do solo constantes.

Na Tabela 4.3 está apresentado o valor do primeiro pico da tensão resultante no terminal receptor do condutor para-raios P1 (nó 15), calculado por meio das três metodologias, considerando o sistema da Figura 4.13. Estão também apresentados os erros absolutos dos valores de tensão calculados pelo modelo de J. Marti e pelo modelo proposto com os parâmetros elétricos do solo constantes, tendo como referência o modelo desenvolvido neste trabalho de dissertação, com a variação dos parâmetros elétricos do solo na frequência de acordo com [5].

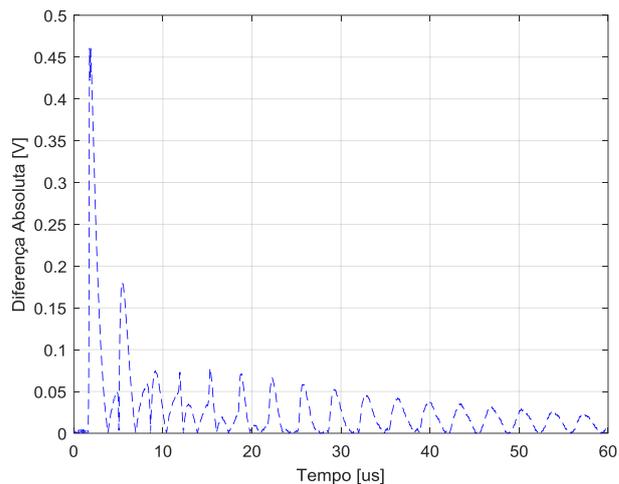
Tabela 4.3. Valores calculados do primeiro pico de tensão no nó 15.

RESISTIVIDADE DO SOLO	METODOLOGIA DE CÁLCULO	Fontes de Corrente do tipo			
		1,2/50 us		5/120 us	
		Tensão [V]	Erro [%]	Tensão [V]	Erro [%]
500 ohms*m	<i>J. Marti</i>	-1,98	224,97	-0,59	249,88
	<i>Par. Constantes</i>	-2,30	277,39	-0,63	271,63
	<i>Par. Variáveis</i>	-0,61	REF.	-0,17	REF.
1000 ohms*m	<i>J. Marti</i>	-3,17	250,67	-1,07	319,89
	<i>Par. Constantes</i>	-3,56	293,10	-1,02	298,35
	<i>Par. Variáveis</i>	-0,91	REF.	-0,26	REF.
5000 ohms*m	<i>J. Marti</i>	-7,35	374,93	-2,96	417,38
	<i>Par. Constantes</i>	-7,53	386,17	-2,85	398,68
	<i>Par. Variáveis</i>	-1,55	REF.	-0,57	REF.
10000 ohms*m	<i>J. Marti</i>	-9,72	414,76	-4,12	456,66
	<i>Par. Constantes</i>	-10,05	432,02	-4,04	446,40
	<i>Par. Variáveis</i>	-1,89	REF.	-0,74	REF.

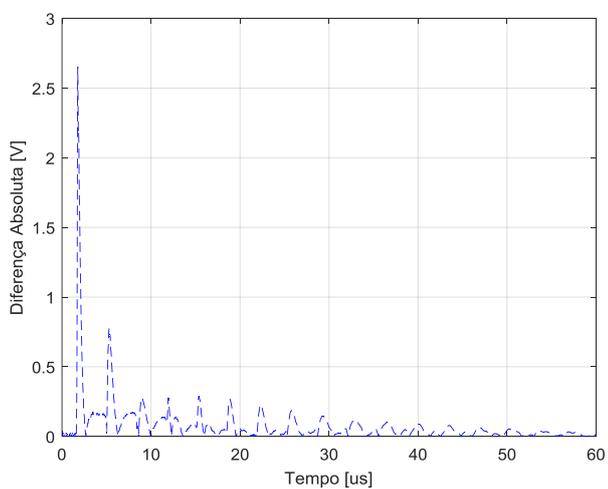
Nas simulações com as fontes de corrente do tipo 1,2/50 us e do tipo 5/120 us, o valor do primeiro pico de tensão no nó 15 não correspondeu, necessariamente, ao maior valor de tensão a que foi submetido o condutor para-raios P1. De toda forma, observa-se na Tabela 4.3 que a diferença entre as sobretensões calculadas pelos modelos que consideram os parâmetros elétricos do solo constantes e o modelo proposto com a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência é maior, quanto maior a resistividade do solo. No caso específico da tensão no nó 15, o erro no valor do primeiro pico da onda de tensão ao se desconsiderar a dependência da frequência dos parâmetros do solo é ligeiramente maior para a onda do tipo 5/120 us, a despeito do seu menor conteúdo de frequências. De qualquer maneira, ao se considerar toda a forma de onda, pode-se observar que os erros devido a não consideração da dependência da frequência dos parâmetros do solo são mais expressivos quando se considera a injeção da onda de corrente do tipo 1,2/50 us, que apresenta espectro associado mais amplo cobrindo frequências mais elevadas. A Figura 4.19 contém gráficos que apresentam a diferença absoluta entre os valores de tensão do nó 15 da linha calculados pelo modelo proposto no domínio das fases, considerando os parâmetros do solo constantes e dependentes da frequência.



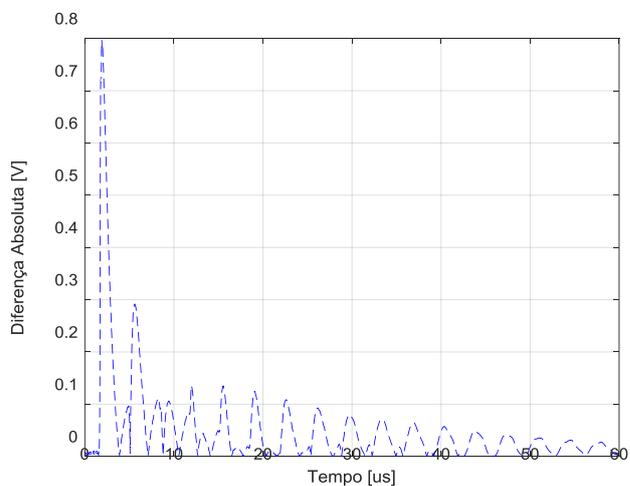
a) Fonte de corrente **1,2/50 us**, resistividade do solo igual a **500 ohms\*m**



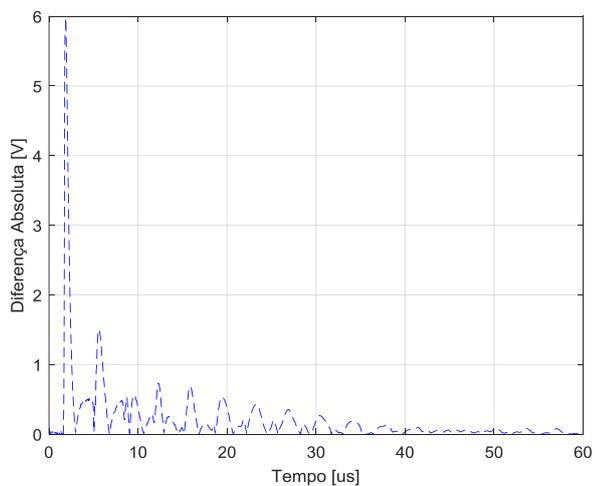
e) Fonte de corrente **5/120 us**, resistividade do solo igual a **500 ohms\*m**



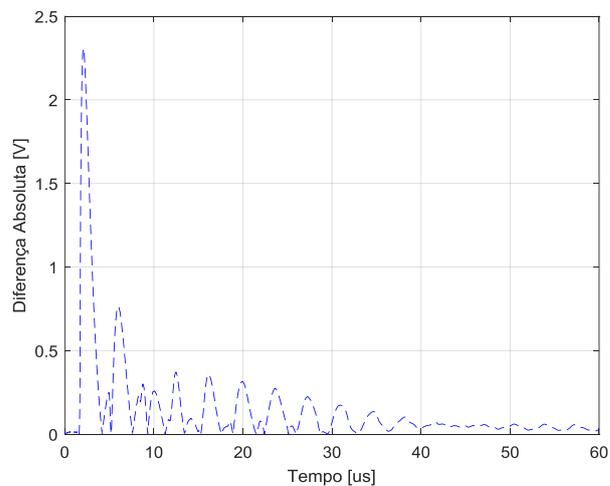
b) Fonte de corrente **1,2/50 us**, resistividade do solo igual a **1000 ohms\*m**



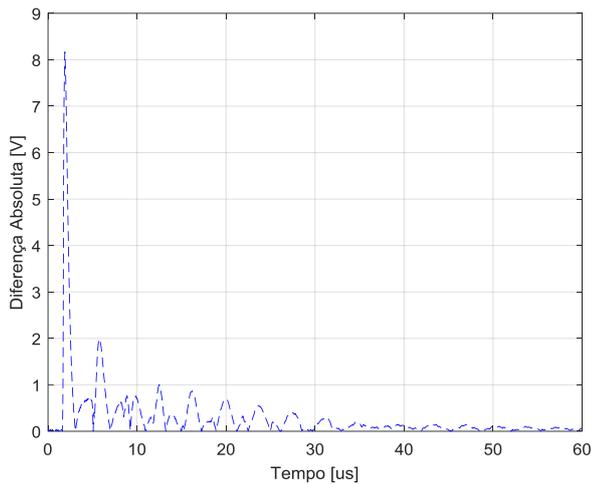
f) Fonte de corrente **5/120 us**, resistividade do solo igual a **1000 ohms\*m**



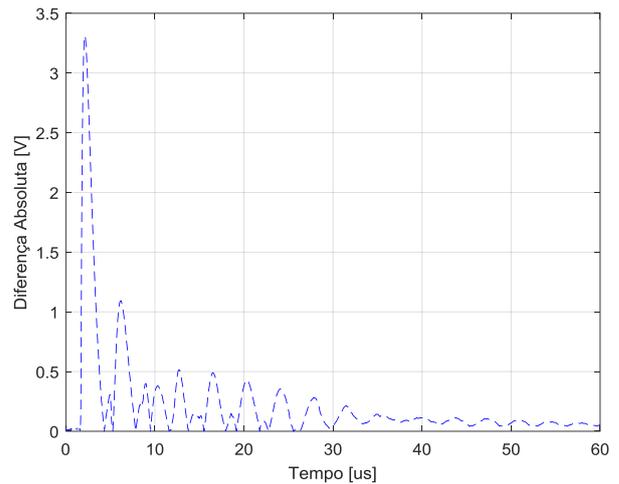
c) Fonte de corrente **1,2/50 us**, resistividade do solo igual a **5000 ohms\*m**



g) Fonte de corrente **5/120 us**, resistividade do solo igual a **5000 ohms\*m**



d) Fonte de corrente **1,2/50 us**, resistividade do solo igual a **10000 ohms\*m**



h) Fonte de corrente **5/120 us**, resistividade do solo igual a **10000 ohms\*m**

Figura 4.19. Diferença absoluta entre os valores de tensão do nó 15 da linha de circuito duplo, calculados por meio do modelo proposto no domínio das fases, considerando e desprezando a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo.

Conforme se observa, para um mesmo valor de resistividade do solo, a diferença entre as tensões calculadas pelo modelo no domínio das fases, considerando e desprezando a variação dos parâmetros elétricos do solo na frequência, é maior para as simulações onde se considera a injeção de uma onda de corrente do tipo 1,2/50 us. Ainda, essa diferença atinge picos mais elevados, quanto maior a resistividade do solo.

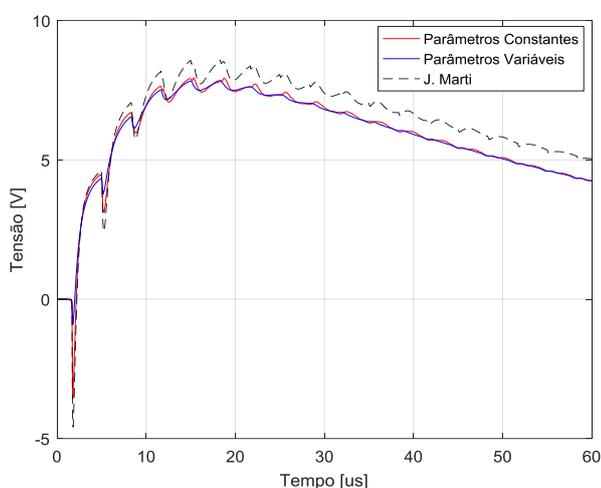
Considerando o condutor da fase C1, verifica-se por meio das Figuras 4.15 a 4.18 que a diferença entre o valor do primeiro pico da tensão induzida no nó 3, calculado pelos modelos que consideram os parâmetros elétricos do solo constantes, e o modelo proposto considerando a dependência da frequência da resistividade e permissividade elétricas do solo é maior, sobretudo no caso de solo com resistividade de 10000 ohms\*m. Para esse valor de resistividade, está apresentado na Tabela 4.4 o valor do primeiro pico da tensão induzida no nó 3, resultante da injeção no nó 8 das ondas de corrente com tempos de frente de onda e de meia onda iguais a 1,2/50 us e 5/120 us, respectivamente. Estão contempladas as três metodologias de cálculo definidas na seção 4.2.

Tabela 4.4. Valores calculados do primeiro pico de tensão no nó 3.

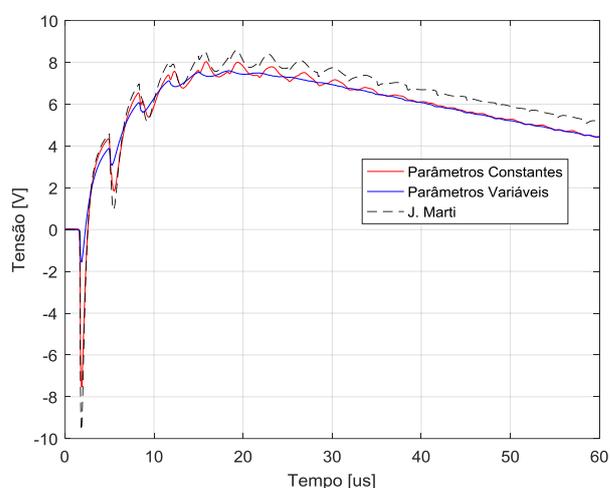
RESISTIVIDADE DO SOLO	METODOLOGIA DE CÁLCULO	Fontes de Corrente do tipo			
		1,2/50 us		5/120 us	
		Tensão [V]	Erro [%]	Tensão [V]	Erro [%]
10000 ohms*m	J. Marti	17,79	51,53	14,03	23,17
	Par. Constantes	18,88	60,81	14,47	27,04
	Par. Variáveis	11,74	REF.	11,39	REF.

Por meio da Tabela 4.4 e das Figuras 4.15 a 4.18, pode-se observar que, para o mesmo valor de resistividade do solo, a diferença entre as tensões do nó 3 calculadas pelos modelos que desprezam a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência (J. Marti e Par. Constantes) e as tensões obtidas pelo modelo proposto com a variação de  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon'_{solo}$  na frequência é maior para o caso da onda de corrente com menor tempo de frente.

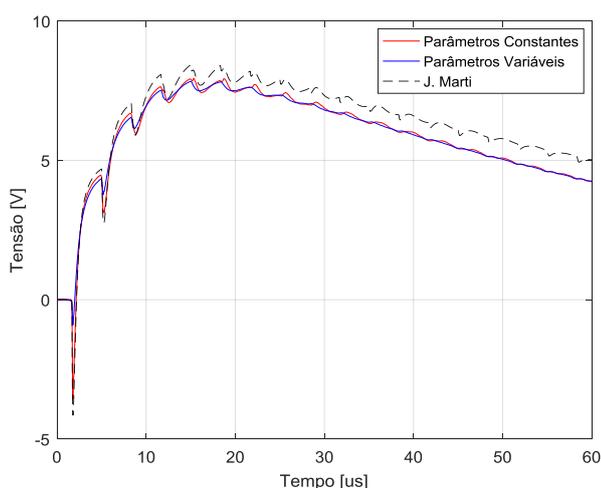
Nas Figuras 4.20 e 4.21 são apresentados os valores de tensão do nó 15 da linha de transmissão da Figura 4.13, calculados por meio do modelo proposto, com os parâmetros do solo constantes e dependentes da frequência, e através do modelo de J. Marti. Para esse último, considerou-se diferentes frequências para o cálculo da matriz de transformação modal.



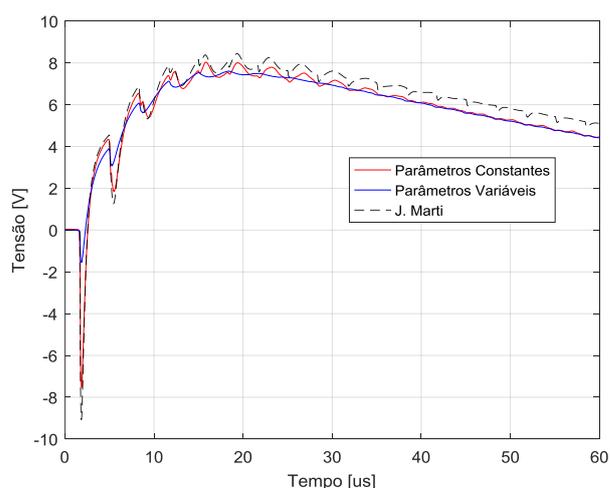
a) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 kHz**



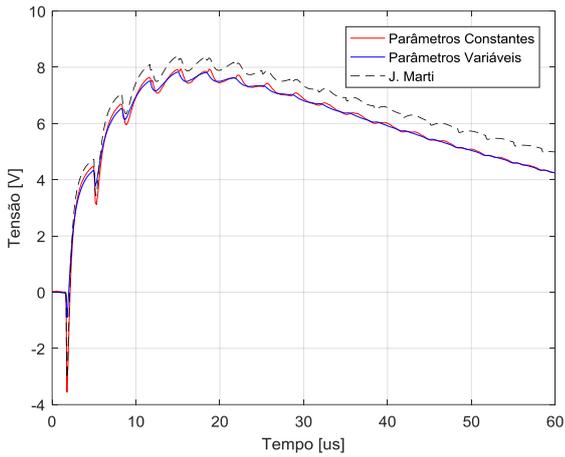
e) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 kHz**



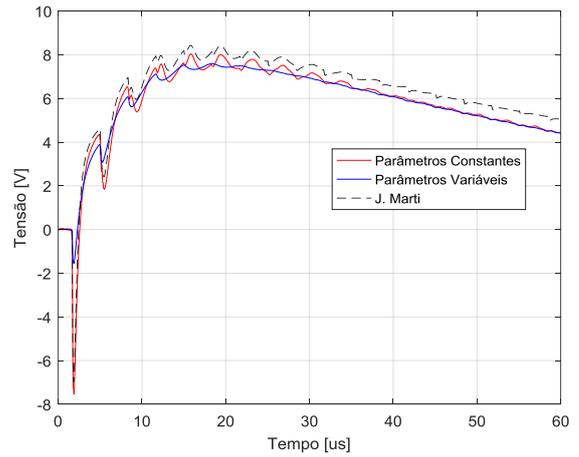
b) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **20 kHz**



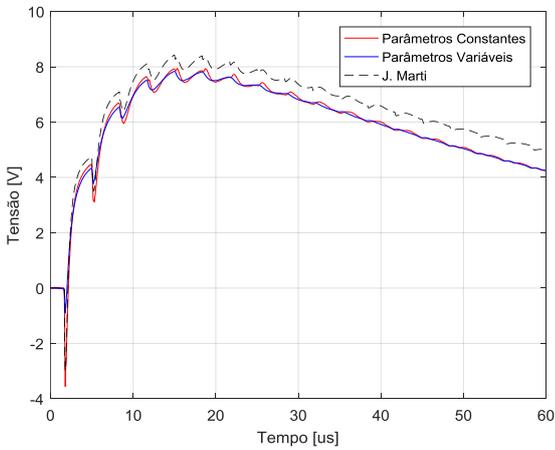
f) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **20 kHz**



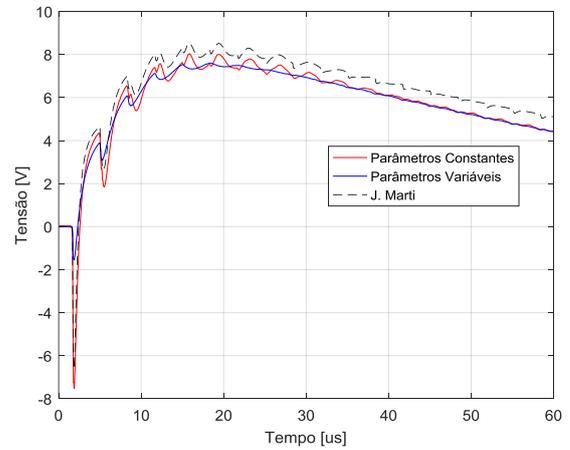
c) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **2 MHz**



g) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **2 MHz**

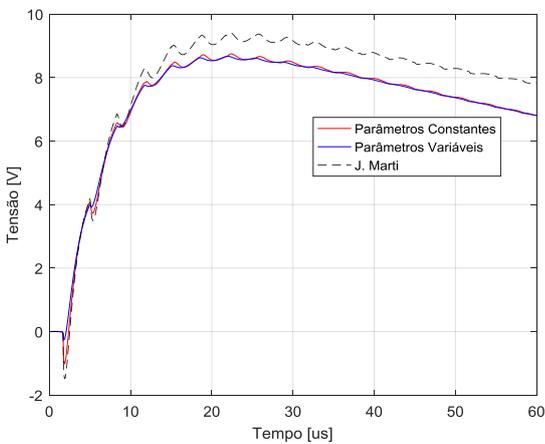


d) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 MHz**

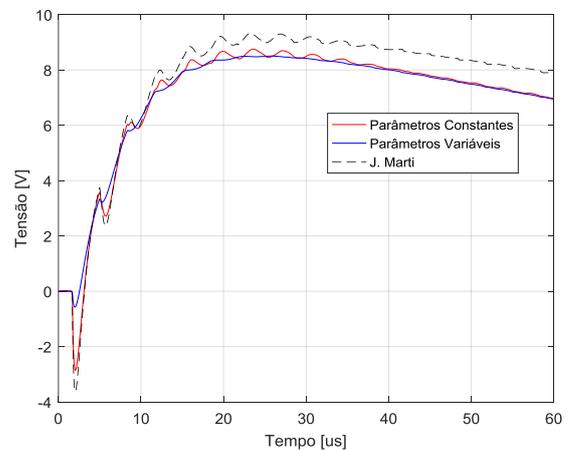


h) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 MHz**

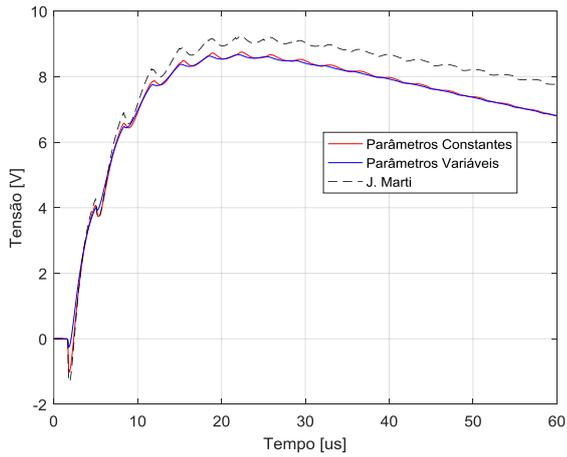
Figura 4.20. Tensão do nó 15 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente **1,2/50 us**, amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b), c) e d) consideram um solo com  $\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m$  e as curvas e), f), g) e h) consideram um solo com  $\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m$ .



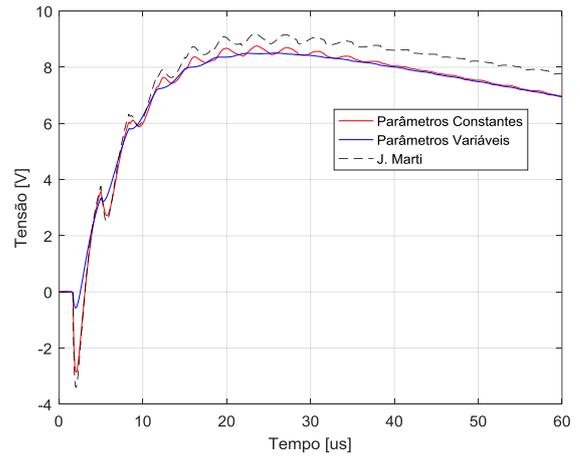
a) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 kHz**



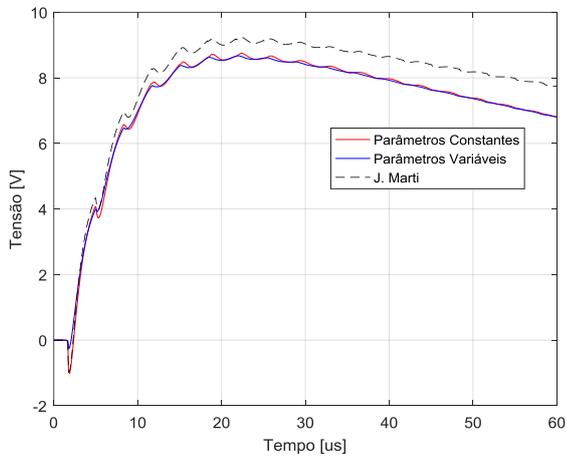
e) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 kHz**



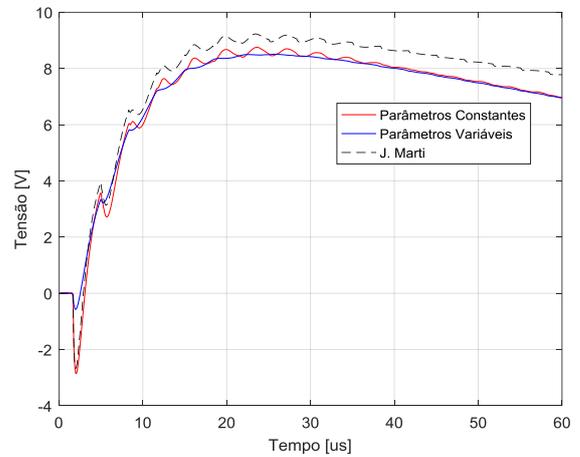
b) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **20 kHz**



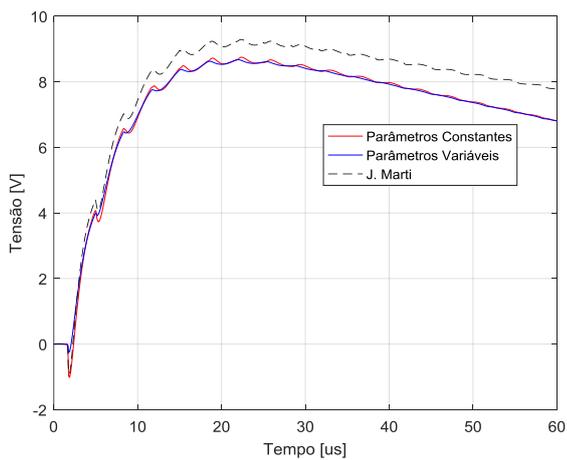
f) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **20 kHz**



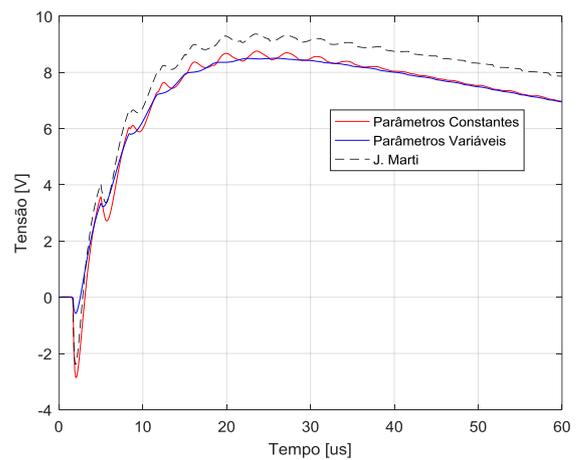
c) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 MHz**



g) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **1 MHz**



d) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 MHz**



h) Terminal receptor do condutor P1 – Nó 15. Matriz de transformação modal calculada para a frequência de **10 MHz**

Figura 4.21. Tensão do nó 15 da linha de transmissão da Figura 4.13. Fonte de corrente **5/120 us**, amplitude de 1 A, injetada no nó 8 da linha. As curvas a), b), c) e d) consideram um solo com  $\rho_{solo} = 1000 \text{ ohms} * m$  e as curvas e), f), g) e h) consideram um solo com  $\rho_{solo} = 5000 \text{ ohms} * m$ .

Ao analisar as Figuras 4.20 e 4.21, verifica-se que a modificação da frequência da matriz de transformação do modelo de J. Marti não leva a resultados mais próximos daqueles obtidos a partir do modelo proposto com parâmetros do solo constantes. Com base nos gráficos de tensão apresentados, considerando os diferentes valores da frequência da matriz de transformação modal, pode-se observar, de uma maneira geral, que a diferença entre as tensões calculadas pelo modelo proposto, considerando os parâmetros elétricos do solo constantes, e as tensões calculadas pelo modelo de J. Marti é maior para o caso da linha de transmissão de circuito duplo, em comparação com o caso anterior da linha de circuito simples.

#### **4.4. Considerações Finais**

Neste capítulo foram apresentadas simulações de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas de circuito simples e de circuito duplo, considerando o cálculo das tensões por meio do modelo de J. Marti implementado no programa *ATP*, e por meio do modelo desenvolvido neste trabalho de dissertação, considerando os parâmetros elétricos do solo constantes e dependentes da frequência. A validação do modelo proposto foi também realizada neste capítulo.

De maneira geral, observa-se que as sobretensões induzidas nos terminais das linhas de transmissão de circuitos simples e duplo são menores quando a variação dos parâmetros do solo em função da frequência é considerada. É possível identificar, ainda, que a diferença entre os valores das tensões calculadas considerando e desprezando a variação dos parâmetros elétricos do solo na frequência é maior, quanto maior o valor da resistividade do solo e quanto maior o conteúdo de frequência da onda de corrente injetada. Interessante pontuar que, em todas as simulações realizadas, as tensões calculadas no terminal receptor do cabo para raios onde foram injetadas as correntes impulsivas são muito próximas, considerando ou não a dependência da frequência dos parâmetros do solo.

De maneira geral, verifica-se que as tensões calculadas pelo modelo proposto, desprezando a variação dos parâmetros elétricos do solo na frequência, e as tensões calculadas pelo modelo de J. Marti, considerando os diferentes valores da frequência da

matriz de transformação, são mais próximas para o caso da linha de transmissão de circuito simples.

Ao analisar a influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no cálculo de transitórios em linhas de transmissão aéreas, pode-se perceber que, nos casos apresentados, a consideração da variação de  $\sigma_{solo}$  e  $\epsilon'_{solo}$  na frequência já é significativa em solos de resistividade moderada. No caso da linha de circuito simples, os erros no cálculo das sobretensões no nó 9 foram próximos a 50%, considerando e desprezando a variação dos parâmetros elétricos do solo na frequência, para solos de resistividade igual a 500 ohms\*m. Em solos de resistividade igual a 10000 ohms\*m, o erro passou de 100%. Para o caso da linha de transmissão de circuito duplo, os erros no cálculo das sobretensões no nó 15 passaram de 200% considerando solos de apenas 500 ohms\*m.

---

---

## Capítulo 5

# Síntese, Conclusões e Trabalhos Futuros

---

Este trabalho investigou a influência da dependência da frequência dos parâmetros resistividade e permissividade elétricas do solo no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas com configurações de circuito simples e circuito duplo.

Na revisão bibliográfica foram deduzidas as equações de onda de linhas transmissão. A solução dessas equações foi apresentada e diferentes modelos de linha no domínio das fases e no domínio modal foram discutidos. Com base na literatura consultada, optou-se por modelar a linha de transmissão no domínio das fases. A modelagem da  $LT$  diretamente no domínio das fases é mais precisa, tendo em vista que não há a necessidade de se sintetizar os elementos de uma matriz de transformação modal e de realizar as operações de convolução envolvendo essa matriz.

O cálculo das matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal de uma linha de transmissão polifásica foi apresentado, considerando diferentes abordagens para a obtenção da matriz de impedância de retorno pelo solo. Discutiu-se algumas formulações integrais e aproximações logarítmicas para o cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais de uma linha polifásica. No modelo proposto, a matriz  $Z_{solo}$  foi calculada considerando as formulações de Sunde, implementadas por meio de suas aproximações logarítmicas. A dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo foi discutida e o modelo causal proposto por Alípio e Visacro para descrever a variação da condutividade e permissividade do solo com a frequência foi aplicado no desenvolvimento da rotina computacional elaborada neste trabalho de dissertação.

A modelagem da linha de transmissão foi realizada a partir de sua representação por meio de sua matriz de admitância nodal,  $Y_n(\omega)$ . Considerando a relação matricial  $V_n(\omega) = Y_n(\omega)^{-1} I_n(\omega)$ , aproxima-se inicialmente os elementos da resposta ao impulso

da inversa da matriz de admitância nodal por uma soma de funções racionais no domínio da frequência. Esta aproximação é realizada empregando a técnica Vector Fitting. Para encontrar a resposta transitória no domínio do tempo, as convoluções são calculadas de forma recursiva entre os elementos aproximados de  $\mathbf{Y}_n(\omega)^{-1}$  e a fonte do sistema. Nas simulações realizadas foram consideradas fontes de corrente com conteúdo de frequências correspondente a primeiras descargas e descargas subsequentes típicas.

O modelo proposto neste trabalho de dissertação foi validado por meio de uma simulação de transitório eletromagnético em uma linha de transmissão aérea trifásica de circuito simples simétrica. As tensões calculadas pelo modelo proposto foram comparados com os resultados gerados pelo modelo de J. Marti, implementado no bloco *LCC* da plataforma *ATP*. A configuração da linha de transmissão simétrica foi definida, afim de eliminar o erro associado à dependência da frequência da matriz de transformação modal. Nas simulações realizadas, comprovou-se a exatidão dos valores de tensão calculados pelo modelo proposto.

Simulações de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas com configurações de circuito simples e circuito duplo foram realizadas, considerando solos de diferentes valores de resistividade. De maneira geral, observou-se uma diferença significativa nos valores de pico e na forma de onda das tensões induzidas nos terminais das linhas, ao comparar as tensões calculadas pelos modelos que consideram e que desprezam a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência. No caso da linha de circuito simples analisada, observou-se uma divergência em torno de 50% no valor de pico da tensão induzida no nó 9 da linha, para solo de resistividade igual a 500 ohm\*m. Para a mesma linha de transmissão, porém considerando o solo com resistividade igual a 10000 ohms\*m, essa divergência ultrapassou 100%. No caso da linha de transmissão de circuito duplo, observou-se erros ainda maiores no valor calculado do primeiro pico da tensão induzida no terminal receptor do cabo para-raio P1. Interessante pontuar que as curvas de tensão no terminal receptor do cabo onde foi aplicada a onda de corrente, basicamente não são influenciadas pela inclusão da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo, em todos os casos analisados.

Por meio das simulações realizadas, pôde-se observar que dependendo da configuração dos condutores de uma linha de transmissão, o modelo de J. Marti pode levar a resultados destoantes, tendo-se como referência resultados obtidos pela

aplicação de um modelo diretamente no domínio das fases (em princípio, mais exatos). Dessa maneira, como forma de verificar se os resultados gerados por esse modelo apresentam boa exatidão, uma comparação de resultados considerando modelos de linha mais precisos se faz necessária.

Nas simulações envolvendo a linha de transmissão de circuito simples, o modelo de J. Marti levou a valores de tensão mais próximos dos valores calculados empregando o modelo proposto, desprezando a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência, quando comparado ao caso da linha de circuito duplo.

Com base nas simulações de transitórios eletromagnéticos realizadas, é claro, para ambos os casos de linha de transmissão analisados – circuito simples e circuito duplo –, que são significativas as diferenças entre as tensões calculadas considerando e desprezando a variação dos parâmetros elétricos do solo na frequência, mesmo no caso de solos de resistividade moderada. De maneira geral, a influência da variação dos parâmetros do solo com a frequência é maior, quanto mais alta a resistividade do solo e quanto maior o conteúdo de frequência envolvendo o fenômeno transitório em estudo.

Considerando os desenvolvimentos deste trabalho, são sugeridas as seguintes principais propostas de trabalho futuro:

- Cálculo dos parâmetros da linha de transmissão considerando formulações mais rigorosas, contemplando, inclusive, a correção do efeito do solo no cálculo da matriz de admitância;
- Avaliação da influência da variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência no cálculo de transitórios em linhas subterrâneas;
- Avaliação da influência da variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência no cálculo de transitórios em linhas utilizando outras abordagens no domínio das fases como, por exemplo, *FDTD (Finite-Difference Time-Domain Method)*, *ULM* e transformada numérica de Laplace;
- Avaliação da influência dos resultados deste trabalho no cálculo de sobretensões em linhas de transmissão decorrentes da incidência de descargas atmosféricas.

---

---

## Referências Bibliográficas

---

- [1] J. Marti. **“Accurate Modelling of Frequency-dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations”**, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, nº 1, January 1982.
- [2] J. Carson. **“Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return”**, University of Waterloo, October 23-24, P-65 – 80, 2000.
- [3] C. Portela, M. Tavares, J. Pissolato. **“Accurate Representation of Soil Behaviour for Transient Studies”**, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 150, No. 6, November 2003.
- [4] S. Visacro, R. Alipio. **“Frequency Dependence of Soil Parameters: Experimental Results, Predicting Formula and Influence on the Lightning Response of Grounding Electrodes”**, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 27, No. 2, p. 927 - 935, April 2012.
- [5] R. Alipio, S. Visacro. **“Modeling the Frequency Dependence of Electrical Parameters of Soil”**, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 56, No. 5, p. 1163 – 1171, October 2014.
- [6] Clayton R. Paul. **“Analysis of Multiconductor Transmission Lines”**. Second Edition.
- [7] J. Martinez-Velasco, B. Gustavsen. **“Overview of Overhead Line Models and Their Representation in Digital Simulations”**, International Conference on Power Systems Transients, June 24 – 28, 2001.
- [8] M. Emídio. **“Uma Abordagem para o Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão Aéreas no Domínio do Tempo Considerando uma Representação mais Detalhada dos Efeitos do Solo”**, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, Julho 2015.
- [9] A. Araújo e W. Neves. **“Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Energia”**. Editora UFMG, 2005.

- [10] L. Marti. **“Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency-Dependent Modal Transformation Matrices”**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 3, No. 3, p. 1099 – 1110, July 1988.
- [11] L. Wedepohl, H. Nguyen, G. Irwin. **“Frequency-Dependent Transformation Matrices for Untransposed Transmission Lines using Newton-Raphson Method”**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, No. 3, p. 1538 – 1546, August 1996.
- [12] B. Gustavsen, J. Sletbak, T. Henriksen. **“Calculation of Electromagnetic Transients in Transmission Cables and Lines Taking Frequency Dependent Effects Accurately Into Account”**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 2, p. 1076 – 1084, April 1995.
- [13] H. Dommel. **“Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks”**. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS – 88, no. 4, p. 388 – 399, April 1968.
- [14] A. Budner. **“Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program”**. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, no.1, p. 88 – 97, January 1970.
- [15] J. Snelson. **“Propagation of Travelling Waves on Transmission Lines – Frequency Dependent Parameters”**. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-91, p. 85 - 91, Jan/Fev, 1972.
- [16] W. Meyer e H. Dommel. **“Numerical Modelling of Frequency-Dependent Transmission-Line Parameters in an Electromagnetic Transients Program”**. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-93, p. 1401-1409, Set/Oct, 1974.
- [17] A. Semlyen e A. Dabuleanu. **“Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines with Ground Return Using Recursive Convolutions”**. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, p. 561-571, March/April, 1975.
- [18] A. Ametani. **“A Highly Efficient Method for Calculating Transmission Line Transients”**. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-95, p. 1545-1551, September/October, 1976.
- [19] A. Semlyen. **“Contributions to the Theory of Calculation of Electromagnetic Transients on Transmission Lines with Frequency Dependent Parameters”**. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, p. 848-856, February, 1981.

- [20] M. Tavares, J. Pissolato, C. Portela. “**Mode Domain Multiphase Transmission Line Model – Use in Transient Studies**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, p. 1533 – 1544, October 1999.
- [21] B. Gustavsen, A. Semlyen. “**Simulation of Transmission Line Transients Using Vector Fitting and Modal Decomposition**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13, No. 2, p. 605 – 614, April 1998.
- [22] B. Gustavsen. “**Modal Domain-Based Modeling of Parallel Transmission Lines with Emphasis on Accurate Representation of Mutual Coupling Effects**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 27, No. 4, p. 2159 – 2167, October 2012.
- [23] H. Nakanishi, A. Ametani. “**Transient Calculation of a Transmission Line Using Superposition Law**”, IEE Proceedings, Vol. 133, No. 5, p. 263 – 269, July 1986.
- [24] G. Angelidis, A. Semlyen. “**Direct Phase-Domain Calculation of Transmission Line Transients Using Two-Sided Recursions**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 2, p. 941 – 949, April 1995.
- [25] T. Noda, N. Nagaoka, A. Ametani. “**Phase Domain Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines by Means of an ARMA Model**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, No. 1, p. 401 – 411, January 1996.
- [26] H. Nguyen, H. Dommel, J. Marti. “**Direct Phase-Domain Modelling of Frequency-Dependent Overhead Transmission Lines**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, No. 3, p. 1335 – 1342, July 1997.
- [27] F. Castellanos, J. Marti. “**Full Frequency Dependent Phase Domain Transmission Line Model**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, No. 3, p. 1331 – 1339, August 1997.
- [28] B. Gustavsen, A. Semlyen. “**Combined Phase and Modal Domain Calculation of Transmission Lines Transients Based on Vector Fitting**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13, No. 2, p. 596 – 604, April 1998.
- [29] A. Morched, B. Gustavsen, M. Tartibi. “**A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 3, p. 1032 – 1038, July 1999.
- [30] A. Semlyen, B. Gustavsen. “**Phase-Domain Transmission-Line Modeling with Enforcement of Symmetry via the Propagated Characteristic Admittance Matrix**”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 27, No. 2, p. 626 – 631, April 2012.

- [31] T. Noda. **“Application of Frequency-Partitioning Fitting to the Phase-Domain Frequency-Dependent Modeling of Overhead Transmission Lines”**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 30, No. 1, p. 174 – 183, February 2015.
- [32] J. Martinez-Velasco. **“Power System Transients Parameter Determination”**, CRC Press Taylor & Francis Group.
- [33] E. Sunde. **“Earth Conduction Effects in Transmission Systems”**, New York, Dover Publications.
- [34] M. D’Amore, M. Sarto. **“A New Formulation of Lossy Ground Return Parameters for Transient Analysis of Multiconductor Dissipative Lines”**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, No. 1, p. 303 – 614, January 1997.
- [35] M. Nakagawa. **“Admittance Correction Effects of a Single Overhead Line”**, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No.3, p. 1154 – 1161, March 1981.
- [36] A. Deri, G. Tevan, A. Semlyen, A. Castanheira. **“The Complex Ground Return Plane – A Simplified Model for Homogeneous and Multi-layer Earth Return”**, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 8, p. 3686 – 3693, August 1981.
- [37] A. Ametani, Y. Miyamoto, Y. Baba, N. Nagaoka. **“Wave Propagation on an Overhead Multiconductor in a High-Frequency Region”**, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 56, No. 6, p. 1638 – 1648, December 2014.
- [38] A. Conti, M. Emídio. **“Simulation of Transients with a Modal-Domain Based Transmission Line Model Considering Ground as a Dispersive Medium”**, Proc. International Conference on Power Systems Transients (IPST), Croatia, June 2015.
- [39] J. Gertrudes, M. Tavares, C. Portela. **“Transient Analysis on Overhead Transmission Line Considering the Frequency Dependent Soil Representation”**, IEEE Electric Power and Energy Conference, October 3-5, 2011.
- [40] L. Júnior. **“Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência”**. Editora da Universidade de São Paulo, 2003.
- [41] W. Wise. **“Propagation of High-Frequency Currents in Ground Return Circuits”**, Proceedings of the Institute of Radio Engineers, volume 22, no 4, p. 522 – 527, April 1934.

- [42] A. Lima, C. Portela. **“Inclusion of Frequency-Dependent Soil Parameters in Transmission-Line Modeling”**, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 22, No. 1, p. 492 – 499, January 2007.
- [43] M. Nakagawa. **“Further Studies on Wave Propagation Along Overhead Transmission Lines: Effects of Admittance Correction”**, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No.7, July 1981.
- [44] A. Conti, M. Emídio. **“Extension of a Modal-Domain Transmission Line Model to Include Frequency-Dependent Ground Parameters”**. Electric Power Systems Research 138 (2016) 120-130, March 2016.
- [45] R. Alípio e A. Miranda. **“Influence of Frequency-dependent Behavior Of Grounding Systems and Line Models on Lightning Overvoltages in Overhead Lines”**. XXIV International Conference on Electromagnetic Disturbances, September 2017.