



Ayres Henrique Vilarino de Barros

## Síntese de Controlador PID Robusto Multivariável com Preditor de Smith Filtrado Através de Método de Otimização Evolutivo

Belo Horizonte

2019

## Síntese de Controlador PID Robusto Multivariável com Preditor de Smith Filtrado Através de Método de Otimização Evolutivo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), em associação ampla com a UFSJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEL

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Nunes Gonçalves

Belo Horizonte 2019

Barros, Ayres Henrique Vilarino de

B277s Síntese de controlador PID robusto multivariável com preditor de Smith Filtrado através de método de otimização evolutivo / Ayres Henrique Vilarino de Barros. – 2019.

111 f.: il., gráfs, tabs.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica em associação ampla entre a UFSJ e o CEFET-MG. Orientador: Eduardo Nunes Gonçalves.

Banca examinadora: Eduardo Nunes Gonçalves, Valter Júnior de Souza Leite e Victor Costa da Silva.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Controle robusto – Teses. 2. Smith, Filtragem de – Teses. 3. Sistemas multivariáveis – Teses. 4. Algorítmos – Teses. 5. Computação evolutiva – Teses. I. Gonçalves, Eduardo Nunes. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Universidade Federal de São João del-Rei. IV. Título.

CDD 621.3191

### Síntese de Controlador PID Robusto Multivariável com Preditor de Smith Filtrado Através de Método de Otimização Evolutivo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), em associação ampla com a UFSJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Trabalho aprovado. Belo Horizonte, 11 de julho de 2019:

**Prof. Dr. Eduardo Nunes Gonçalves** Orientador

**Prof. Dr. Valter Júnior de Souza Leite** Convidado 1

Prof. Dr. Victor Costa da Silva Campos Convidado 2

> Belo Horizonte 2019

Este trabalho é dedicado a todos que acreditam que por meio da ciência é possível contribuir para um mundo melhor.

## Agradecimentos

Agradeço a Deus por todo o amor dedicado a mim e pelas oportunidades de aprendizado e aprimoramento que proporciona incessantemente à minha alma. Sou eternamente grato pela confiança depositada em mim. Esta vitória é nossa!

Agradeço aos meus amados amigos da espiritualidade maior, por promoverem mecanismos para harmonização da minha mente, consolo do meu coração e revitalização das minhas forças nos momentos mais difíceis, cuja amizade e assistência constantes foram indispensáveis para a conclusão desta importante etapa da minha vida.

Agradeço ao meu pai João Bosco de Barros (*sempre presente*) e à minha mãe Vera Vilarino dos Santos Barros, pelo amor incondicional que dedicaram a mim, pela educação exemplar que me proporcionaram e por se unirem com o propósito divino de dar-me a vida, concebendo um corpo para servir aos meus propósitos evolutivos de Espírito Imortal.

Agradeço à minha querida esposa Ana Carolina Machado Fontana de Barros, por todo o auxílio, carinho, companheirismo e amor, principalmente pela renúncia e sacrifício dos inumeráveis momentos que poderíamos estar juntos, mas que precisei dedicar às atividades do mestrado.

Agradeço aos meus irmãos Vinícius Vilarino de Barros e Gabriel Vilarino de Barros e à minha irmã Daniela Barbosa de Barros, pelos recíprocos laços de respeito, afetividade e união fraterna com os quais sempre conduzimos as nossas vidas.

Agradeço ao meu professor orientador Eduardo Nunes Gonçalves, pelos conselhos técnicos, pela indicação de estratégias de desenvolvimento e solução de problemas, pela revisão dos textos e pela sabedoria e paciência comigo, não somente ao longo das aulas, como também e principalmente durante a etapa de orientação para a escrita desta dissertação.

Agradeço aos membros da banca, Prof. Dr. Valter Júnior de Souza Leite e Prof. Dr. Victor Costa da Silva Campos, por aceitarem o convite e proporcionarem relevantes contribuições para melhoria do conteúdo desta dissertação.

Agradeço pelo apoio do CEFET-MG e de todos os professores e demais equipes que contribuíram para a minha formação acadêmica e conclusão deste trabalho.

Agradeço às agências CAPES e FAPEMIG [APQ-02943-15] - Edital 01/2015 -Demanda Universal por fornecerem parte dos recursos financeiros necessários à realização das atividades correlacionadas ao mestrado.

Finalmente, agradeço aos amigos, familiares e a todos aqueles que contribuíram de alguma forma para que a produção e conclusão deste trabalho acadêmico fosse possível.

"Os homens progridem incontestavelmente por si mesmos e pelos esforços da sua inteligência; mas, entregues às próprias forças, só muito lentamente progrediriam, se não fossem auxiliados por outros mais adiantados, como o estudante o é pelos professores. Todos os povos tiveram homens de gênio, surgidos em diversas épocas, para dar-lhes impulso e tirá-los da inércia." (A Gênese, Allan Kardec, 1:5)

### Resumo

Dentre os processos industriais existentes, um caso particular são aqueles que apresentam em suas dinâmicas elevado atraso, ou tempo morto. Para esse caso, estudos prévios na literatura indicam que técnicas clássicas empregando apenas controladores PID têm dificuldades para atender os critérios de estabilidade e desempenho. Uma solução para esse problema é conhecida como preditor de Smith, que permite projetar o controlador para o modelo da planta livre dos atrasos. Porém, trata-se de um esquema sensível às incertezas dos parâmetros da planta. Nesta dissertação é utilizado um procedimento iterativo de sintonia de controlador robusto PID com preditor de Smith filtrado para sistemas multivariáveis, com número de entradas igual ao número de saídas ou não, contínuos no tempo, com atrasos incertos variando em faixas. A contribuição mais importante deste trabalho é apresentar uma metodologia alternativa para tratar o problema de sintonia de controlador multivariável em sistemas incertos com atrasos dominantes. A proposta é sintonizar o controle PID com preditor de Smith e filtro de robustez de forma que as saídas de malha fechada da planta controlada se aproximem das saídas de um modelo de referência, ambos sujeitos às mesmas entradas exógenas. Tal objetivo de controle pode ser formulado como um problema de otimização em que se deseja minimizar a integral do erro ao quadrado, ou outro critério. Um modelo de referência diagonal é adotado para impor o desacoplamento entre as malhas de controle. Cada elemento da diagonal do modelo de referência determina as características desejadas para as respostas de rastreamento de referência. Ao se considerar que parte dos parâmetros do sistema não são precisamente conhecidos, mas que os mesmos podem estar dentro de um intervalo fechado, o problema de otimização multiobjetivo se torna um problema de otimização semi-infinita multiobjetivo, de difícil solução, em que é necessário minimizar o pior caso do domínio de incerteza com infinitos pontos, tanto para o sinal de referência, quanto para as perturbações. Para solucionar tal problema, é possível aplicar um procedimento iterativo de dois passos. No primeiro passo a otimização é transformada em mono-objetivo e realizada para um conjunto finito de pontos e, no segundo passo, o controlador obtido é verificado para os pontos do domínio infinito de incerteza. Havendo necessidade, novos pontos podem ser acrescentados no conjunto até que o resultado da otimização do primeiro passo seja similar ao resultado da análise no segundo passo. Neste trabalho é aplicado o algoritmo Evolução Diferencial tanto para o passo de sintonia quanto para o passo de análise. Alguns exemplos ilustrativos são considerados para demonstrar a eficácia desta técnica e os resultados obtidos pelo procedimento proposto são comparados com outros da literatura.

**Palavras-chave**: Controle robusto. Preditor de Smith filtrado. Sistemas multivariáveis. Algoritmo Evolução Diferencial. Otimização evolutiva.

### Abstract

Among the existing industrial processes, a particular case is those that present in their dynamics high delay, or dead time. For this case, previous studies in the literature indicates that classical techniques employing only PID controllers have difficulties in meeting the stability and performance criteria. A solution to this problem is known as Smith predictor that allows designing the controller for the model free of delays. However, it is a scheme sensitive to the uncertainties of plant parameters. In this dissertation, an iterative tuning procedure for PID controller with a filtered Smith predictor is applied for multivariable, with number of inputs equal to the number of outputs or not, continuous time, time-delayed systems, with uncertain delays varying in ranges. The most important contribution of this work is to present an alternative methodology to treat the problem of multivariable controller tuning in uncertain systems with dominant delays. The proposal is to tune the PID control with Smith predictor and robustness filter so that the closed loop outputs of the controlled plant approach the outputs of a reference model, both subject to the same exogenous inputs. Such a control objective can be formulated as an optimization problem where it is desired to minimize the integral of the squared error, or other criterion. A diagonal reference model is adopted to enforce decoupling among the control loops. Each diagonal element of the reference model determines the characteristics desired for the reference tracking responses. When considering that part of the system parameters are not precisely known, but that they may be within a closed interval, the multiobjective optimization problem becomes a multiobjective semi-infinite optimization problem, difficult to solve, where it is necessary to minimize the worst case in the uncertainty domain with infinite points, for both the reference signal and the disturbances. To solve this problem, it is proposed to apply an iterative two-step procedure. In the first step, the optimization is transformed into mono-objective and performed for a finite set of points and, in the second step, the achieved controller is verified for the points of the infinite uncertainty domain. If necessary, new points may be added to the set until the result of the optimization in the first step is similar to the result of the analysis in the second step. In this work, the Differential Evolution algorithm is applied to both the tuning step and the analysis step. Some illustrative examples are considered to demonstrate the efficacy of this technique and the results obtained by the proposed procedure are compared to others in the literature.

**Keywords**: Robust control. Filtered Smith predictor. Multivariable systems. Differential Evolution algorithm. Evolutionary optimization.

# Lista de ilustrações

Figura 1 –	Diagrama de blocos do preditor de Smith para sistemas SISO	19
Figura 2 –	Diagrama de blocos do preditor de Smith filtrado para sistemas SISO .	21
Figura 3 –	Diagrama de blocos do preditor de Smith filtrado para sistemas MIMO	22
Figura 4 –	Sistema de controle clássico	30
Figura 5 –	Resposta transitória da saída para diferentes atrasos e controladores	
	PI: $\theta = 0 e K_P = 0,1$ (), $\theta = 93,9 e K_P = 0,1$ () $e \theta = 93,9 e$	
	$K_P = 0.05 ()$	31
Figura 6 –	Preditor de malha aberta	32
Figura 7 $-$	Resposta transitória da saída para controlador PI () e preditor de	
	Smith sem filtro ()	33
Figura 8 $-$	Resposta transitória da saída para controlador PI (), preditor de	
	Smith sem filtro () e preditor de Smith filtrado (), para incerteza	
	de +20% no tempo de atraso $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	34
Figura 9 $-$	Resposta transitória da saída para rejeição de perturbação para contro-	
	lador PI (), preditor de Smith sem filtro () e preditor de Smith	
	filtrado (), para incerteza de +20% no tempo de atraso $\ldots$	35
Figura 10 –	Diferença entre função objetivo e ISE	42
Figura 11 –	Fluxograma simplificado do procedimento iterativo de dois passos	45
Figura 12 –	Aquecedor de água com longa tubulação na saída	56
Figura 13 –	Função objetivo versus variação do atraso em relação ao atraso nominal	
	para o controlador proposto P1	58
Figura 14 –	Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de pertur-	
	bação para os controladores P1 () e obtido de O.& S.& P. (2017)	
	$()$ , para $p_m$	59
Figura 15 –	Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de pertur-	
	bação para os controladores P1 () e obtido de O.& S.& P. (2017)	
	$()$ , para $p_m$	59
Figura 16 –	Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturba-	
	ção para os controladores P1 () e de O.& S.& P. (2017) (), para	
	$p^*$	60
Figura 17 –	Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de pertur-	
	bação para os controladores P1 () e de O.& S.& P. (2017) (),	
	para $p^*$	60
Figura 18 –	Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturba-	
	ção para os controladores P2 () e de O.& S.& P.(2017) (), para	
	$p_m$	61

Figura 19 –	Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P2 () e de O.& S.& P.(2017) (),	
Figura 20 –	para $p_m$	62
Figura 21 –	$p^*$	62
Figura 22 –	para $p^*$	63
Figura 23 –	$p_m$ Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de pertur- bação para os controladores P3 () e de N-R. & C. (2007) (), para	65
Figura 24 –	$p_m$	65
Figura 25 –	$p^*$	66
Figura 26 –	$p^*$	66
Figura 27 –	$p_m$	67
Figura 28 –	$p_m$	67
Figura 29 –	$p^*$ Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P4 () e de N-R. & C. (2007) (), para	68
Figura 30 – Figura 31 –	$p^{-}$	68 70 74

Figura 32 –	Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturba- ção para os controladores P5 (), P6 () e de Flesch (2012) (),	
Figura 33 –	para $p^*$ Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de pertur- bação para os controladores P5 () P6 () e de Elesch (2012) ()	75
Figura 34 –	para $p_m$	77
	bação para os controladores P5 (), P6 () e de Flesch (2012) (), para $p^*$	78
Figura 35 –	Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturba- ção para os controladores P7 (), P8 () e de Flesch (2012) (),	
Figura 36 –	para $p_m$	82
	ção para os controladores P7 (), P8 () e de Flesch (2012) (), para $p^*$	83
Figura 37 –	Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de pertur- bação para os controladores P7 (), P8 () e de Flesch (2012) (),	
Figura 38 –	para $p_m$	84
0	bação para os controladores P7 (), P8 () e de Flesch (2012) (), para $n^*$	84
Figura 39 –	Problema de controle padrão da Shell de fracionamento de óleo pesado	87
Figura 40 –	Fracionador de óleo pesado	88
Figura 41 –	Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P9 (), P10 () e de R. & C. (2006)	
Figura 42 –	(), para $p_m$	92
	bação para os controladores P9 (), P10 () e de R. & C. (2006) (), para $p^*$	92
Figura 43 –	Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de pertur- bação para os controladores P9 (), P10 () e de R. & C. (2006)	
	$()$ , para $p_m$	94
Figura 44 –	Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de pertur- bação para os controladores P9 (), P10 () e de R. & C. (2006)	
	$(), \text{ para } p^* \dots \dots$	95

## Lista de tabelas

Tabela 1 –	Comparação do desempenho dos controladores para o tanque de labo-	
	ratório	35
Tabela 2 $-$	Parâmetros de configuração do algoritmo DE adotados em cada processo	55
Tabela 3 –	Comparação do desempenho dos controladores PID para o aquecedor	
	de água	63
Tabela 4 –	Comparação do desempenho dos controladores PI para o aquecedor de	
	água	69
Tabela 5 –	Comparação do desempenho por critérios clássicos dos projetos P5 e	
	P6 para o evaporador de três estágios	78
Tabela 6 –	Comparação do desempenho pelo critério da $ISE$ dos projetos P5 e P6	
	para o evaporador de três estágios	80
Tabela 7 –	Comparação do desempenho por critérios clássicos dos projetos P7 e	
	P8 para o evaporador de três estágios	85
Tabela 8 –	Comparação do desempenho pelo critério da $ISE$ dos projetos P7 e P8	
	para o evaporador de três estágios	86
Tabela 9 –	Comparação do desempenho por critérios clássicos dos projetos P9 e	
	P10 para o fracionador de óleo pesado	96
Tabela 10 –	Comparação do desempenho pelo critério da $ISE$ dos projetos P9 e	
	P10 para o fracionador de óleo pesado	96
Tabela 11 –	Tempo de simulação e número de iterações, variáveis de otimização e	
	parâmetros incertos para cada um dos projetos de controlador propostos	97

## Lista de abreviaturas e siglas

PS	Preditor de Smith
PSF	Preditor de Smith Filtrado
ISE	Integral of the Squared Error
PI	Proporcional Integral
PID	Proporcional Integral Derivativo
SISO	Single-Input Single-Output
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
DE	Differential Evolution
MPC	Model Predictive Control
DTC	Dead-Time Compensator
GA	Genetic Algorithm

## Lista de símbolos

G(s)	Sistema com atrasos
$ heta_i$	Atraso do <i>i</i> -ésimo elemento de $G(s)$
$\widetilde{G}(s)$	Modelo de $G(s)$ , com atrasos
$ar{G}(s)$	Modelo de $G(s)$ , sem atrasos
$G_d(s)$	Dinâmica da perturbação
C(s)	Controlador
$K_{P,ij}$	Ganho proporcional do elemento $ij$ de $C(s)$
$T_{I,ij}$	Tempo integral do elemento $ij$ de $C(s)$
$T_{D,ij}$	Tempo derivativo do elemento $ij$ de $C(s)$
F(s)	Filtro de robustez
$ au_{p,i}$	Constante de tempo associada ao polo do i-ésimo elemento de $F(s)$
$ au_{z,i}$	Constante de tempo associada ao zero do i-ésimo elemento de $F(s)$
$T_{yr}(s)$	Função de transferência de malha fechada da referência para a saída
$T_{yd}(s)$	Função de transferência de malha fechada da perturbação para a saída
$T_{ur}(s)$	Função de transferência de malha fechada da referência para a entrada
$T_{ud}(s)$	Função de transferência de malha fechada da perturbação para a entrada
$\widehat{T}(s)$	Função de transferência de malha fechada do modelo de referência
$\omega_{n,i}$	Frequência natural do <i>i</i> -ésimo elemento de $\hat{T}(s)$
$\zeta_i$	Fator de amortecimento do <i>i</i> -ésimo elemento de $\hat{T}(s)$
$T_{z,i}$	Constante de tempo associada ao zero do $i\text{-}\acute{\rm e}{\rm simo}$ elemento de $\widehat{T}(s)$
$\widehat{ heta}_i$	Atraso do <i>i</i> -ésimo elemento de $\hat{T}(s)$
${\cal P}$	Domínio de incerteza infinito dos parâmetros de $G(s)$
$\widehat{\mathcal{P}}$	Domínio de incerteza finito dos parâmetros de $G(s)$

$\mathcal{X}$	Conjunto de soluções factíveis de $C(s)$ e $F(s)$
f(.)	Função objetivo
$f_s$	Valor da função objetivo no passo de síntese
$f_a$	Valor da função objetivo no passo de análise
$\epsilon$	Tolerância do erro entre valores da função objetivo
λ	Número de iterações do procedimento de dois passos, síntese e análise
$\epsilon_m$	Limite de confinamento do erro entre a saída de $T_{yr}(s)$ e de $\hat{T}(s)$
$\epsilon_d$	Limite de confinamento do erro para a saída de $T_{yd}(\boldsymbol{s})$
x	Vetor de variáveis de otimização
$\mathbf{x}^*$	Vetor de parâmetros ótimos
$\eta$	Número de variáveis de otimização
N	Tamanho da população no algoritmo DE
M	Número de gerações no algoritmo DE
С	Constante de cruzamento no algoritmo DE
${\cal F}$	Coeficiente de variação diferencial no algoritmo DE
$p_m$	Vetor de valores médios ou nominais dos parâmetros incertos
$p_{max}$	Vetor de valores máximos dos parâmetros incertos
$p^*$	Vetor de parâmetros incertos correspondendo ao pior caso
ξ	Número de parâmetros incertos de $G(s)$
$t_r$	Tempo de subida
$t_s$	Tempo de acomodação
$M_p$	Máximo sobressinal ou sobrevalor

## Sumário

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Revisão bibliográfica	18
1.1.1	Preditor de Smith	19
1.1.2	Preditor de Smith adaptativo	20
1.1.3	Preditor de Smith filtrado	20
1.1.4	Preditor de Smith multivariável	21
1.1.5	Preditor de Smith multivariável filtrado	22
1.1.6	Exemplos de aplicação do preditor de Smith	22
1.1.7	Algoritmo de otimização evolutivo	24
1.1.8	Algoritmo Evolução Diferencial	24
1.2	Motivação	25
1.3	Objetivos	26
1.4	Contribuições	27
1.5	Organização do trabalho	27
2	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	29
2.1	Sistemas com atraso	29
2.2	Preditor de Smith	33
2.3	Critério de desempenho	38
2.4	Modelo de referência	40
2.5	Problema de controle robusto multiobjetivo	41
2.6	Conclusão do capítulo	43
3	PROCEDIMENTO ITERATIVO DE SINTONIA ROBUSTA	44
3.1	Procedimento	44
3.1.1	Passo de síntese	45
3.1.2	Passo de análise	47
3.2	Algoritmo Evolução Diferencial	50
3.2.1	Mutação	52
3.2.2	Cruzamento	52
3.2.3	Seleção	53
3.3	Conclusão do capítulo	53
4	RESULTADOS	55
4.1	Sistema A - Aquecedor de água	56
4.1.1	Projeto 1: PSF-PID com foco em seguimento de referência	57

4.1.2	Projeto 2: PSF-PID com foco em rejeição de perturbação 6	0
4.1.3	Projeto 3: PSF-PI com foco em seguimento de referência 6	4
4.1.4	Projeto 4: PSF-PI com foco em rejeição de perturbação 6	6
4.2	Sistema B - Evaporador de três estágios	9
4.2.1	Projeto 5: PSF-PI considerando apenas atrasos nominais 7	1
4.2.2	Projeto 6: PSF-PI considerando atrasos nominais e de pior caso	3
4.2.3	Projeto 7: PS-PI sem filtro considerando incertezas de $\pm 30\%$ 8	1
4.2.4	Projeto 8: PSF-PI com filtro considerando incertezas de $\pm 30\%$ 8	1
4.3	Sistema C - Fracionador de óleo pesado	6
4.3.1	Projeto 9: PSF-PI desconsiderando a perturbação	9
4.3.2	Projeto 10: PSF-PI considerando a perturbação	1
4.4	Configuração do ambiente de simulação, análises e resultados 9	7
4.5	Conclusão do capítulo	9
5	<b>CONCLUSÕES</b>	1
5.1	Conclusão	1
5.2	Trabalhos futuros	4
5.3	Trabalho publicado relacionado à dissertação	6

REFERÊNCIAS				•			•						•	•		•							•					•	10	)7	
-------------	--	--	--	---	--	--	---	--	--	--	--	--	---	---	--	---	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	---	----	----	--

## 1 Introdução

A síntese de controlador proporcional integral derivativo (PID) robusto multivariável com preditor de Smith filtrado através de método de otimização evolutivo é um trabalho na área de controle robusto que emprega métodos de otimização para obtenção dos parâmetros ótimos de controle de plantas com atrasos e parâmetros incertos.

Os aspectos relacionados ao problema abordado neste trabalho e o ferramental matemático-computacional empregado em sua solução, assim como alguns exemplos para ilustrar os resultados da aplicação do procedimento proposto, são desenvolvidos e apresentados de forma estrutural ao longo desta dissertação.

A contextualização desse tema é realizada por meio de uma revisão da literatura com levantamento histórico dos principais desenvolvimentos realizados nesta área. Importantes componentes centrais do tema, como o preditor de Smith, o algoritmo de otimização evolutivo e o controlador PID robusto multivariável, têm seus aspectos principais discutidos, destacando sua evolução conjunta como sistema de controle e seu estado da arte<sup>1</sup>. Na sequência são apresentadas a motivação para a realização deste trabalho, os objetivos e as contribuições, além de um tópico indicando como o conteúdo está organizado.

#### 1.1 Revisão bibliográfica

O atraso, ou tempo morto, é um dos maiores problemas na maioria dos processos industriais, introduzindo limitações no desempenho do sistema quando utilizado controladores convencionais. Em virtude do atraso, (i) o efeito das perturbações é tardiamente percebido, (ii) a ação de controle, que é aplicada baseada no erro atual, tenta corrigir uma situação que foi originada algum tempo antes e (iii) um certo tempo precisa transcorrer para a ação de controle surtir efeito. Algumas causas do atraso são: tempo necessário para transportar massa, energia ou informação; processamento de rotinas em sensores, analisadores e controladores; grande número de sistemas conectados em cascata (PALMOR, 1996; NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007; TALA; DAXINI, 2015).

Uma vez que a presença do atraso limita o emprego e eficácia de técnicas tradicionais de controle, estruturas de compensação de atraso são essenciais para lidar com essa classe de sistemas. Para lidar com o atraso podem ser empregados controladores PID, compensadores de tempo morto (DTC, do inglês *Dead-Time Compensator*) ou técnicas de controle preditivo baseado em modelo (MPC, do inglês *Model Predictive Control*) (FLESCH, 2012). Uma

O estado da arte, ou estado do conhecimento, é uma expressão utilizada para indicar o nível mais alto de desenvolvimento, seja de um aparelho, de uma técnica ou de uma área científica, alcançado em um tempo definido.

solução baseada em predição para compensação do atraso foi proposta por Smith (1957) e passou a ser largamente utilizada e conhecida na literatura como preditor de Smith.

#### 1.1.1 Preditor de Smith

De acordo com Normey-Rico e Camacho (2007) e Nicoletti e Karimi (2014), o preditor de Smith foi proposto pela primeira vez no final da década de 1950 como um método para compensação do atraso, que o elimina da equação característica de malha fechada. O preditor de Smith é visto na literatura como uma estrutura de controle que desloca o atraso para fora da malha de realimentação, fazendo com que o controlador atue sobre o processo como se a dinâmica de malha fechada não apresentasse atraso. O diagrama de blocos de uma malha de controle de um sistema com uma entrada e uma saída (SISO, do inglês *Single-Input Single-Output*) com preditor de Smith pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 – Diagrama de blocos do preditor de Smith para sistemas SISO



Fonte: Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007, p. 132)

Na Figura 1, C(s) é o controlador, G(s) é o processo a ser controlado, com atraso  $\theta$  representado por  $e^{-\theta s}$ , P(s) é a dinâmica pura da planta, sem considerar o atraso,  $G_d(s)$  a dinâmica da perturbação de carga, e o preditor de Smith em si é representado pelos blocos  $\overline{G}(s)$  e  $e^{-\theta_n s}$ , em que  $\overline{G}(s)$  é o modelo da planta sem considerar o atraso e  $\theta_n$  é o atraso do modelo. Quanto aos sinais, r é a referência, y a saída do processo, u o sinal de controle, d a perturbação de carga,  $e_p$  o erro de predição entre y e a saída do modelo  $\tilde{y}$  considerando o atraso,  $\bar{y}$  a saída do modelo sem o atraso e e é o erro entre r e a saída predita  $y_p$ . Embora os sinais estejam representados de maneira simplificada, r, y, u etc., tanto nessa e nas demais figuras, quanto na maior parte do texto, todos variam em função do tempo contínuo, r(t), y(t), u(t) etc. Quando se julgou conveniente aumentar a clareza das informações, a forma de representação explicitando o tempo foi empregada.

Com o preditor de Smith, a malha de realimentação do controlador é fechada considerando o modelo sem atraso,  $\bar{G}(s)$ . O sinal de controle u é aplicado simultaneamente no processo real G(s) e em seu modelo  $\tilde{G}(s)$ , em que  $\tilde{G}(s) = \bar{G}(s)e^{-\theta_n s}$ . O sinal  $\bar{y}$  sem atraso é realimentado para que o controlador C(s) gere o sinal de controle a partir da dinâmica da planta sem atraso. Caso haja incertezas nos parâmetros do modelo do processo e G(s) e  $\tilde{G}(s)$  sejam diferentes, haverá diferença nas saídas  $y \in \tilde{y}$  e o sinal de erro de predição  $e_p$  atuará em conjunto com  $\bar{y}$ , ajustando o valor da referência r.

A eficiência da estratégia de controle empregada pelo preditor de Smith supõe atraso constante e modelo exato da planta, motivo pelo qual seu desempenho é sensível às incertezas do modelo do processo (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2008; FLESCH et al., 2011; OLIVEIRA, 2016; RAJA; ALI, 2017). Tais incertezas podem ser decorrentes de dinâmicas negligenciadas da planta, não linearidades e incertezas sobre parâmetros do sistema que não são precisamente conhecidos (MOHAMED, 2006).

Em virtude da falta de robustez do preditor de Smith, na ocasião do modelo da planta possuir parâmetros incertos ou diferentes dos parâmetros da planta real, muitos autores propuseram soluções para tornar o sistema de controle mais robusto (NORMEY-RICO et al., 2005; NICOLETTI; KARIMI, 2014; OLIVEIRA; SOUZA; PALHARES, 2017; DIEGOLI; NORMEY-RICO, 2018).

#### 1.1.2 Preditor de Smith adaptativo

Uma das alternativas para lidar com sistemas incertos que apresentam atrasos e/ou demais parâmetros variantes no tempo, de forma a garantir estabilidade e desempenho robusto sob diferentes condições de operação, é uma estratégia de controle adaptativo com preditor de Smith, em que os ganhos do controlador e os parâmetros do modelo da planta são ajustados em tempo real (BAI; WANG; ZHANG, 2008).

Uma estratégia de controle PI seguidor de modelo adaptativo auto sintonizado, baseado no preditor de Smith, para controlar a velocidade de um motor síncrono de ímãs permanentes com atraso no acionamento é apresentada em Mohamed (2006). A estratégia usa um algoritmo de estimação adaptativa para atualizar em tempo real os ganhos do controlador PI e os parâmetros do observador de perturbações e do modelo da planta.

#### 1.1.3 Preditor de Smith filtrado

Normey-Rico, Bordons e Camacho (1997) propõem um filtro F(s) passa-baixa de 1<sup>a</sup> ordem para agir no erro de predição com objetivo de melhorar a robustez do sistema de controle. Nos anos seguintes, esse tipo de estrutura passou a ser usada e referenciada na literatura como preditor de Smith filtrado (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007; NORMEY-RICO; GARCIA; GONZALEZ, 2012; RODRÍGUEZ et al., 2016; RUIZ et al., 2017). Apesar de prejudicar a rejeição de perturbações, o filtro tem a função de melhorar a robustez do sistema de controle em relação às incertezas nos parâmetros do modelo. A Figura 2 apresenta o diagrama de blocos de um sistema de controle com preditor de Smith filtrado.

Figura 2 – Diagrama de blocos do preditor de Smith filtrado para sistemas SISO



Fonte: Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007, p. 166)

Ao confrontar essa figura com a apresentada anteriormente é possível perceber que a única diferença existente entre elas é a presença do filtro de robustez F(s).

#### 1.1.4 Preditor de Smith multivariável

O preditor de Smith clássico foi originalmente concebido para sistemas SISO. Em Maciejowski (1994) é apresentada uma estrutura diferente que permite a aplicação do preditor de Smith para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês, *Multiple-Input Multiple-Output*). Importantes aspectos de compensadores multivariáveis de tempo morto e controladores preditivos baseados em modelo para processos com atraso são apresentados em Normey-Rico e Camacho (2007). Vlachos, Williams e Gomm (2002) exemplificam a utilização de um algoritmo evolutivo, o algoritmo genético<sup>2</sup>, para síntese de controlador PID discreto com preditor de Smith multivariável. Rao e Chidambaram (2006) propõem um método para aplicar o preditor de Smith multivariável em sistemas não quadrados (diferente número de entradas e saídas no sistema multivariável com matriz de transferência não quadrada). Sánchez-Peña, Bolea e Puig (2009) fazem uma análise do desempenho robusto do preditor de Smith MIMO para sistemas incertos com múltiplos atrasos.

 $<sup>^2~</sup>$  Algoritmos genéticos são uma classe particular de algoritmos evolutivos que usam técnicas inspiradas na biologia evolutiva como hereditariedade, mutação, seleção natural e recombinação.

#### 1.1.5 Preditor de Smith multivariável filtrado

A estrutura do preditor de Smith multivariável filtrado inicialmente foi concebida para sistemas estáveis. Normey-Rico e Camacho (2007) apresentam variações da estrutura do preditor de Smith multivariável filtrado para atender plantas integradoras e plantas instáveis. Flesch et al. (2011) fazem uma abordagem de controle no tempo discreto para sistemas MIMO utilizando uma estrutura do preditor de Smith filtrado que permite sua aplicação em processos estáveis, integradores e instáveis, todos com atraso. A Figura 3 apresenta o diagrama de blocos de um controlador multivariável com preditor de Smith filtrado com a estrutura proposta em Maciejowski (1994).

Figura 3 – Diagrama de blocos do preditor de Smith filtrado para sistemas MIMO



Fonte: Adaptado de Maciejowski (1994, p. 30)

Na Figura 3,  $\tilde{G}(s)$  é o modelo do sistema G(s), ambos com atrasos,  $\bar{G}(s)$  o modelo do sistema sem os atrasos,  $G_d(s)$  a dinâmica da perturbação de carga e F(s) um filtro adicional que auxilia na robustez do sistema. As dimensões de  $\tilde{G}(s)$  e de  $\bar{G}(s)$  são as mesmas de G(s), isto é,  $n \times m$ , em que n é o número de saídas e m o de entradas. Através da configuração de controle com preditor de Smith é possível projetar o controlador C(s)para o modelo sem atraso  $\bar{G}(s)$ , permitindo um controlador com ganhos mais elevados para obter um transitório mais rápido sem as restrições impostas pelos atrasos (SANTOS; FLESCH; NORMEY-RICO, 2014; SANTOS; TORRICO; NORMEY-RICO, 2016).

#### 1.1.6 Exemplos de aplicação do preditor de Smith

Na literatura são encontrados inúmeros exemplos de trabalhos abordando os mais variados tipos de processos. No ambiente industrial é possível encontrar processos com características peculiares que impõem desafios adicionais não somente aos engenheiros projetistas, como também aos próprios sistemas de controle. Além de diversos complicadores inerentes aos processos, a presença do atraso representa mais um dificultador. A relevância desse tipo de processo é percebida pelo número de trabalhos com propostas distintas para solucionar ou abordar de forma diferente algum aspecto do problema de controle.

Um exemplo clássico de difícil controle e muito explorado na literatura é o fracionador de óleo pesado da Shell, abordado em detalhes no Capítulo 4. Chen, He e Qi (2011), Nicoletti e Karimi (2014), Diegoli e Normey-Rico (2018) e Barros e Gonçalves (2018) abordam em seus trabalhos o problema padrão de controle da planta Shell, com foco em um sistema MIMO  $2 \times 3$ , com 2 saídas e 3 entradas.

Normey-Rico e Camacho (2007), Flesch (2012) e Santos, Torrico e Normey-Rico (2016) apresentam soluções para um sistema MIMO  $2 \times 2$  de controle de nível e temperatura de um evaporador de três estágios em uma fábrica de produção de açúcar, também abordado em detalhes no Capítulo 4.

Um exemplo monovariável mais simples, quando comparado aos supracitados, é encontrado em Normey-Rico et al. (2005), referente ao controle de nível de um processo SISO de evaporação em uma fábrica de açúcar. Nesse trabalho, um compensador de tempo morto robusto discreto é implementado com dois graus de liberdade (controlador e filtro) empregando preditor de Smith e o desempenho é comparado com um controlador PID.

Um sistema SISO de aquecimento de água com longa tubulação de saída é apresentado em Normey-Rico e Camacho (2007) e Oliveira, Souza e Palhares (2017) e abordado em detalhes no Capítulo 4.

Os avanços do preditor de Smith e seu uso para lidar com processos com atraso são tão expressivos que existem soluções industriais de *hardware* conjugado com programas específicos para auxiliar na configuração do sistema de controle. Em Siemens (2009) é apresentado um exemplo de programa para controle com preditor de Smith. Pela interface gráfica é possível fazer as configurações necessárias para a identificação automática da função de transferência, modelo, que representa o processo, incluindo no modelo a identificação do tempo morto, caso exista. Além de ser possível determinar qual controlador (P, PI, PID etc.) é o mais adequado para o processo, também é possível fazer a otimização dos parâmetros do controlador escolhido. As capacidades do programa são demonstradas por meio da comparação de um sistema de controle PI com preditor de Smith versus outros dois sistemas, um sem o preditor e outro baseado em modelo.

Diversas técnicas podem ser utilizados para projetar controladores robustos com preditor de Smith para sistemas incertos com atrasos. Muitas dessas técnicas fazem uso da otimização e, conforme apresentado na seção seguinte, o uso de algoritmos de otimização baseada em evolução biológica é bastante recorrente.

#### 1.1.7 Algoritmo de otimização evolutivo

Conforme descrito em Das e Suganthan (2011), a otimização é a essência por trás de muitos processos naturais, inclusive os baseados em evolução: ao longo de milhões de anos cada espécie teve que adaptar suas estruturas físicas para se adequar ao meio ambiente no qual estava inserida. Técnicas de computação evolucionária, ou evolutiva, foram desenvolvidas baseadas no relacionamento existente entre otimização e evolução biológica. Essas técnicas usam progresso iterativo, tais como crescimento ou desenvolvimento de uma população. Indivíduos específicos dessa população são selecionados de forma aleatória e/ou com base em algum critério predeterminado para se atingir o objetivo desejado. Os indivíduos selecionados produzem uma nova geração e, consequentemente, as características hereditárias da espécie são repassadas para essa nova geração, visando-se a preservação das qualidades adquiridas. Cada indivíduo na população representa uma solução do problema de otimização.

As principais metaheurísticas<sup>3</sup> inspiradas na natureza e utilizadas para resolver problemas práticos de otimização são apresentadas em Yang (2010), Das e Suganthan (2011) e Vikhar (2016). Alguns exemplos desses algoritmos são: algoritmo genético (GA, do inglês *Genetic Algorithm*) (VLACHOS; WILLIAMS; GOMM, 2002; BLAIFI et al., 2016), programação evolucionária (EP, do inglês *Evolutionary Programming*) (KHATOD; PANT; SHARMA, 2013; HUANG et al., 2018), estratégias evolutivas (ES, do inglês *Evolution Strategies*) (ABAD; ELIPE, 2018; CHRABASZCZ; LOSHCHILOV; HUTTER, 2018), programação genética (GP, do inglês *Genetic Programming*) (ZAMEER et al., 2017; ABABSA; DJEDL; DUTHEN, 2018), evolução diferencial (DE, do inglês *Differential Evolution*) (STORN; PRICE, 1997; DAS; KONAR; CHAKRABORTY, 2005; DAS; SUGANTHAN, 2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016), entre outros.

Dentre as metaheurísticas supracitadas, o algoritmo evolução diferencial assume nesse contexto um papel importante em virtude das vantagens que apresenta quando comparado com os demais. Uma breve introdução sobre o algoritmo DE é apresentada na seção seguinte e uma discussão mais aprofundada é realizada no Capítulo 3.

#### 1.1.8 Algoritmo Evolução Diferencial

O DE é um algoritmo de otimização evolutiva baseado em metaheurística. Uma revisão da literatura mostra que em relação a outros algoritmos tradicionais de otimização evolutiva, o DE é superior em diversos critérios, destacando a simplicidade de implementação e a eficiência em encontrar os parâmetros que atendam à função objetivo (STORN;

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Metaheurística é um método heurístico para resolver de forma genérica problemas de otimização. A heurística é uma técnica de resolução de problemas na qual a solução mais adequada de várias encontradas por métodos alternativos é selecionada em estágios sucessivos de um programa para uso no próximo passo do programa.

PRICE, 1997; DAS; KONAR; CHAKRABORTY, 2005; DAS; SUGANTHAN, 2011; DAS; MULLICK; SUGANTHAN, 2016). Uma pesquisa foi realizada para levantar o estado da arte do DE, revelando que suas variantes ao longo dos anos vêm sendo aplicadas nos mais variados problemas de otimização, inclusive em problemas multiobjetivo, incertos, com restrições e de ordem elevada (DAS; SUGANTHAN, 2011).

No trabalho de Storn e Price (1997), o algoritmo DE é comparado com diversos outros métodos de otimização, que podem ser utilizados em procedimentos de sintonia automática de controladores PID, com ou sem preditor de Smith, baseados, por exemplo, em otimização convexa e algoritmos genéticos. A complexidade de implementação do algoritmo evolução diferencial é pequena em relação aos demais; seu módulo principal de busca pode ser escrito em linguagem C em menos de 30 linhas de código. Além disso, o DE é muito fácil de usar, já que, em contraste com a maioria dos algoritmos evolucionários, em que muitos parâmetros precisam ser ajustados, possui apenas três parâmetros de ajuste (tamanho da população, constante de cruzamento e coeficiente de variação diferencial). Para comparar o DE com os demais algoritmos analisados, esses autores adotam, como critério de desempenho, o número médio de chamadas à função objetivo e a eficácia em encontrar o mínimo global. São empregadas 30 funções objetivo, com os mais variados graus de dificuldade computacional para encontrar o mínimo global. Alguns conjuntos de funções são executados 20 vezes, enquanto outros 1000 vezes. No desempenho médio geral, o DE apresentou os melhores resultados.

Transcorridos cinco anos, Das, Mullick e Suganthan (2016) realizaram um novo estudo sobre os avanços do DE, afirmando ser indiscutivelmente um dos mais poderosos e versáteis otimizadores evolucionários para espaços contínuos. Esses autores apresentam alguns campos de aplicação do algoritmo DE, como em sistemas elétricos de potência, redes neurais artificiais, pesquisa operacional e ciência de manufatura, sistemas robóticos e especialistas, reconhecimento de padrões, processamento de imagem, engenharia bioinformática e biomédica, engenharia eletrônica e de comunicação, entre outros. Além disso, para cada um desses campos, eles complementam os exemplos de aplicações em relação à listagem publicada anteriormente em Das e Suganthan (2011).

#### 1.2 Motivação

Ao longo das décadas o preditor de Smith vem sendo utilizado para contornar o problema de controle de sistemas com atraso elevado, em que os parâmetros do sistema e o atraso são conhecidos e invariantes no tempo, visando tornar a resposta mais rápida, sem levar o sistema à instabilidade. O preditor de Smith permite a utilização de ganhos maiores e torna a resposta mais rápida, mas faz isso para o sistema modelado sendo igual ao real. Se o modelo for diferente do sistema real, o desempenho pode ficar pior e o sistema pode ser levado à instabilidade. Nesse contexto, a principal motivação para a realização deste trabalho é o desafio de fornecer, mesmo com incertezas no modelo do sistema, meios para projetar um controlador PID robusto com preditor de Smith filtrado para sistemas multivariáveis com atrasos e parâmetros incertos.

Outra motivação é usar o preditor de Smith para obter transitórios mais rápidos, desacoplamento entre malhas de controle e garantir a robustez do sistema de controle em relação aos parâmetros incertos, além de, quando desejado como prioridade do projeto, rejeitar perturbações. A menção à robustez traz implícito o fato de que os parâmetros do sistema são incertos, incluindo nessas incertezas não somente a dinâmica do sistema, como também o tempo de atraso propriamente dito.

É importante salientar que o controle de plantas industriais complexas torna-se relevante quando o foco é o aumento de produtividade, garantia de qualidade, redução de custos, garantia de segurança na operação do sistema, entre outros requisitos. Muitos processos industriais apresentam atrasos que degradam o desempenho do sistema. Uma solução para tratar o atraso é o preditor de Smith. Dessa forma, quaisquer pesquisas ou avanços tecnológicos em projetos empregando o preditor de Smith são relevantes não somente para a indústria, como também para a comunidade acadêmica.

#### 1.3 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é propor uma alternativa para sintetizar controladores PID robustos multivariáveis com preditor de Smith filtrado para sistemas contínuos no tempo, com atrasos e parâmetros incertos, utilizando a técnica de otimização evolutiva implementada pelo algoritmo evolução diferencial. Apesar de não fazer parte do escopo deste trabalho, nada impede do procedimento ser aplicado em sistemas de tempo discreto.

Para atingir o objetivo principal são elencados os seguintes objetivos específicos:

• Definir um critério de desempenho adequado para avaliar o sistema de controle projetado e compará-lo com outros da literatura.

• Adaptar um procedimento de síntese iterativo de dois passos como proposto em Žaković e Rustem (2002) e utilizado com sucesso em vários trabalhos como, por exemplo, em Gonçalves et al. (2011), objetivando sintetizar controladores PID robustos com preditor de Smith filtrado.

• Definir os critérios para escolha do modelo de referência a ser adotado na etapa de projeto.

• Implementar e testar o algoritmo DE. Isso porque, ao invés de ser obtida uma versão pronta do algoritmo evolução diferencial, o autor faz questão de implementá-lo no MATLAB<sup>®</sup> a partir do zero, para adquirir conhecimento sobre o algoritmo e suas

peculiaridades.

• Avaliar os resultados da aplicação do procedimento proposto em processos industriais disponíveis na literatura.

• Comparar os resultados com outras soluções descritas na literatura e apresentar as conclusões.

#### 1.4 Contribuições

A principal contribuição deste trabalho é uma nova implementação de um procedimento para síntese de controle robusto PID multivariável com preditor de Smith filtrado para sistemas incertos com atrasos, baseado no algoritmo DE, considerando incertezas paramétricas<sup>4</sup>, nesse caso específico, nos tempos de atraso.

Embora para resolver problemas práticos de otimização o algoritmo genético é um dos mais antigos, conhecidos e utilizados, este trabalho conta com a utilização do algoritmo DE, evolução diferencial, com a vantagem de ser mais simples e fácil de implementar e configurar, além de fornecer resultados satisfatórios que superam o algoritmo genético em diversos cenários estudados na literatura. Essa evidência serve de estímulo para outros cientistas empregarem o algoritmo DE para obter em seus trabalhos resultados mais efetivos do que aqueles obtidos com outros algoritmos de otimização evolutiva.

São apresentados os resultados do procedimento proposto aplicado a três exemplos específicos de processos industriais. A diversidade de características que os sistemas estudados em conjunto fornecem, ao abordar um sistema SISO, um sistema MIMO quadrado,  $2 \times 2$ , com ação integradora e um sistema MIMO não quadrado,  $2 \times 3$ , torna a relevância deste trabalho e a abrangência da técnica proposta mais realçadas.

Enfim, este trabalho apresenta uma metodologia alternativa para tratar o problema de sintonia multivariável em sistemas incertos com atrasos.

#### 1.5 Organização do trabalho

Além desta introdução com a revisão bibliográfica, motivação para a realização deste trabalho, objetivos e contribuições, esta dissertação está organizada conforme descrito a seguir.

No Capítulo 2 é apresentada a formulação do problema com a parte matemática para resolvê-lo. Informações complementares sobre o preditor de Smith são fornecidas com detalhes técnicos importantes a respeito do seu funcionamento. Para maior clareza, os

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Incertezas paramétricas são uma forma de descrição para um conjunto incerto por meio de faixas de variação admissíveis para seus elementos.

assuntos abordados estão divididos nos tópicos: sistemas com atraso, preditor de Smith, critério de desempenho, modelo de referência e a formulação do problema de controle robusto multiobjetivo propriamente dita, além de uma conclusão com as considerações finais sobre o assunto abordado no capítulo.

No Capítulo 3 é exposto o procedimento iterativo de sintonia robusta proposto para resolver o problema. São explicados os detalhes relativos aos passos de síntese e de análise do controlador e do filtro. Esse capítulo também é dedicado a complementar as informações sobre o algoritmo DE, realçando aspectos relevantes do seu funcionamento, além de uma conclusão com as considerações finais sobre os assuntos apresentados.

No Capítulo 4 são apresentados três exemplos para ilustrar o método proposto, juntamente com os resultados das simulações, cálculos e análises comparativas com outros resultados da literatura. Um dos exemplos é uma planta SISO de aquecimento de água, enquanto os outros dois são plantas MIMO, sendo uma delas um evaporador de três estágios e a outra um fracionador de óleo pesado. O capítulo termina com a exposição das configurações adotadas para o ambiente de simulação e uma conclusão sobre os resultados e análises comparativas.

Finalmente, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e considerações finais, as sugestões para trabalhos futuros e a publicação gerada correlacionada ao assunto tratado nesta dissertação.

### 2 Formulação do Problema

Neste capítulo é apresentada a formulação matemática do problema de sintonia de controladores PID robustos com preditor de Smith filtrado para sistemas multivariáveis com atrasos e parâmetros incertos.

Com o objetivo de representar atraso de forma exata, ao invés de aproximações de Padé<sup>1</sup> ou série de Taylor<sup>2</sup>, neste trabalho optou-se pela minimização de norma<sup>3</sup> de sinais ao invés de norma de sistemas. Normas de sistemas são mais facilmente calculadas quando o sistema está representado em espaço de estados<sup>4</sup>. Para minimização de normas de sinais, pode-se trabalhar com a representação no domínio da frequência, considerando funções de transferência, que é o tipo de representação mais adotado na literatura na área de controle de processos.

#### 2.1 Sistemas com atraso

Os resultados deste trabalho são obtidos empregando técnicas de otimização, motivo pelo qual não há restrições quanto ao formato que o sistema a ser controlado deve apresentar, podendo esse possuir funções de transferência de  $1^{\underline{a}}$  ordem, de  $2^{\underline{a}}$  ordem ou de ordem mais elevada.

Considerando os exemplos ilustrativos apresentados no Capítulo 4 e para abranger os casos mais comuns encontrados na literatura, as funções de transferência de sistemas de 1ª e 2ª ordem são explicitadas, visando tornar mais fácil a compreensão do problema.

Considere a função de transferência de 1ª ordem com atraso na forma:

$$G(s) = \frac{b_0 e^{-\theta s}}{\tau s + 1}, \qquad (2.1)$$

em que  $b_0$  é o ganho direto do sistema em malha aberta,  $\tau$  a constante de tempo e  $\theta$  o atraso.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> A aproximação de Padé é uma técnica de aproximação de funções através do uso de funções racionais. Em matemática, uma função racional é uma razão de polinômios.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Série de Taylor é a série de funções da forma:  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$  sendo  $a_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$ , em que f(x) é uma função analítica dada. Uma função é dita analítica em um domínio 'D' quando ela e suas derivadas são definidas em todos os pontos de 'D'.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Normas são funções utilizadas para representar por um único número real não negativo a medida da dimensão de um vetor, matriz, sinal ou sistema. Intuitivamente, o conceito de norma está relacionado à noção geométrica de comprimento.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Espaço de Estados é, na engenharia de controle, um modelo matemático de um sistema físico composto de um conjunto de variáveis de entrada, de saída e de estado relacionadas entre si por meio de equações diferenciais de 1ª ordem. É comum a representação desse modelo por meio da notação matricial.

Quanto ao sistema de  $2^{\underline{a}}$  ordem com atraso:

$$G(s) = \frac{b_0 e^{-\theta s}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2},$$
(2.2)

 $\zeta$  é o fator de amortecimento e  $\omega_n$  a frequência natural, em rad/s.

Seja para os sistemas de 1<sup>a</sup> ou 2<sup>a</sup> ordem, seja para qualquer outra ordem e/ou formato, por se tratar de um trabalho que lida com problema de controle robusto, considerase que G(s) possui  $\xi$  parâmetros incertos que variam em faixa:  $p_i \in [\underline{p}_i, \overline{p}_i]$ , com  $i = 1, \ldots, \xi$ , em que  $\underline{p}$  é usado para definir o valor mínimo que o parâmetro pode assumir, enquanto  $\overline{p}$  define o seu valor máximo. Neste trabalho, apenas o atraso  $\theta$  é considerado um parâmetro incerto variando em um intervalo fechado:  $\theta \in [\underline{\theta}, \overline{\theta}]$ . Contudo, a proposta deste trabalho é flexível e abrangente o bastante para permitir que quaisquer parâmetros, inclusive todos simultaneamente, sejam tratados como incertos.

Considere o sistema de controle clássico apresentado na Figura 4, com realimentação negativa unitária e controlador C(s) em cascata com o processo G(s) (OGATA, 2010; NISE, 2017; DORF; BISHOP, 2018).

Figura 4 – Sistema de controle clássico



Fonte: Adaptado de Ogata (2010, p. 18)

A função de transferência de malha fechada da referência r para a saída y, considerando perturbação d nula,  $T_{yr}(s)$ , e a função de transferência de malha fechada da perturbação d para a saída y, considerando referência r nula,  $T_{yd}(s)$ , são dadas por:

$$T_{yr}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)e^{-\theta s}}{1 + C(s)P(s)e^{-\theta s}},$$
  

$$T_{yd}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_d(s)}{1 + C(s)P(s)e^{-\theta s}}.$$
(2.3)

A presença do atraso na equação característica,  $1 + C(s)P(s)e^{-\theta s} = 0$ , do sistema implica em degradação do desempenho ou até mesmo instabilidade. O atraso impõe restrições aos ganhos do controlador, resultando em limitação do desempenho que o sistema em malha fechada pode alcançar. O seguinte exemplo permite ilustrar essas

peculiaridades dos sistemas com atraso:

$$G(s) = \frac{5.6e^{-939s}}{40.2s+1}.$$
(2.4)

A Eq. (2.4) é a função de transferência de malha aberta de um processo SISO, tanque de laboratório, descrito em Ingimundarson e Hagglund (2001). O processo possui um longo atraso dominante,  $\theta = 93,9$  segundos, em virtude da pequena inclinação do canal aberto pelo qual a água é bombeada. Um atraso é considerado dominante quando seu valor é maior que o dobro do valor da maior constante de tempo do sistema,  $\theta > 2\tau$  (FLESCH, 2012; OLIVEIRA, 2016).

Considere o seguinte controlador PI:

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) , \qquad (2.5)$$

em que  $K_P = 0,1$  é o ganho proporcional e  $T_I = 47$  segundos é o tempo integral, cujos valores foram escolhidos arbitrariamente, considerando inicialmente a inexistência de atraso em G(s), isto é,  $\theta = 0$ . Esse controlador proporciona uma resposta exponencial, cujas características são consideradas adequadas. Ao considerar o atraso  $\theta = 93,9$  segundos, esse mesmo controlador diminui a capacidade de amortecimento do sistema, causando uma drástica oscilação na resposta. Para melhorar o desempenho do sistema em malha fechada, a título de exemplo foi considerada a metade do ganho proporcional anterior, isto é,  $K_P = 0,05$ , e mantido o valor de  $T_I$ . Esse novo controlador melhora consideravelmente a resposta. Esses efeitos do atraso podem ser verificados na Figura 5. A resposta temporal do sistema em malha fechada a uma entrada em degrau unitário demonstra o degradante efeito do atraso no desempenho do sistema.

Figura 5 – Resposta transitória da saída para diferentes atrasos e controladores PI:  $\theta = 0$ e  $K_P = 0,1$  (- - -),  $\theta = 93,9$  e  $K_P = 0,1$  (.-.-) e  $\theta = 93,9$  e  $K_P = 0,05$  (----)



Fonte: Resultado da pesquisa (2018)

Para ajudar a analisar graficamente e fazer uma descrição mais precisa das características da resposta do sistema são utilizados parâmetros numéricos, tais como os critérios clássicos de desempenho: tempo de subida  $t_r$ , tempo de acomodação  $t_s$  e máximo sobressinal  $M_p$ , entre outros (OGATA, 2010; NISE, 2017; DORF; BISHOP, 2018). Esses critérios fornecem informações sobre a velocidade e a qualidade da resposta. A velocidade é dada por  $t_r$ , intervalo de tempo no qual a resposta atinge de 10% a 90% do valor final, ou valor de regime permanente. Alternativamente,  $t_r$  pode ser mensurado de 0% a 100% do valor final. Neste trabalho, optou-se por considerar a primeira opção para o cálculo de  $t_r$ . Já a qualidade da resposta é dada por  $t_s$  e  $M_p$ , sendo que dentre duas respostas distintas, é considerada de melhor qualidade aquela que apresentar menores valores de  $t_s$  e  $M_p$ . O valor de  $t_s$  é o momento no tempo em que a resposta atinge e permanece em torno de  $\pm 2\%$  em relação ao valor final. De forma alternativa, outros limiares como  $\pm 0,5\%, \pm 1\%, \pm 5\%$  etc., também podem ser utilizados. Neste trabalho, optou-se por considerar  $\pm 2\%$  para o cálculo de  $t_s$ . O valor de  $M_p$ , geralmente dado em percentual, indica o quanto a resposta ultrapassa o valor final pela primeira vez, em virtude de sua oscilação e comportamento subamortecido. Na próxima seção, o valor numérico desses e de outros critérios de desempenho são reunidos em tabela e comentados convenientemente.

Na Figura 5 é possível observar que a presença do atraso aumenta o tempo de acomodação  $t_s$  e o sobressinal  $M_p$  e diminui o tempo de subida  $t_r$  da resposta. Percebe-se que a redução do ganho do controlador, imposta pelo atraso, aumenta  $t_r$ , ou seja, torna a resposta mais lenta, ao passo que promove uma redução de  $t_s$  e  $M_p$ . Como na presença do atraso ocorre degradação do desempenho do sistema, é necessário um controlador com menor ganho, o que geralmente resulta em transitório mais lento, sendo esse o preço a ser pago para evitar que a resposta se torne oscilatória.

Os processos com atraso dominante impõem limitações ao sistema de controle clássico, que é incapaz de contornar os problemas decorrentes do atraso. Uma solução ideal para lidar com tais processos seria empregar na malha de realimentação a saída da planta sem atraso,  $\bar{G}(s)$ , conforme exibido na Figura 6.

Figura 6 – Preditor de malha aberta



Fonte: Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007, p. 49)

A Figura 6 apresenta o diagrama de blocos de uma estratégia de controle baseada

em preditor de malha aberta. Nessa estrutura, o controlador C(s) pode ser ajustado considerando somente o modelo da planta sem atraso,  $\bar{G}(s)$ . Essa estratégia não pode ser usada na prática porque o controlador não recebe a informação do efeito da perturbação d e incertezas no modelo não são levadas em consideração, então, todos os benefícios da realimentação desaparecem (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007).

Uma solução melhor e possível de ser implementada na prática para lidar com o problema do atraso é o preditor de Smith, cujo diagrama de blocos foi previamente apresentado na Introdução, vide Figura 1.

#### 2.2 Preditor de Smith

Com a adoção do preditor de Smith, os problemas indicados na seção anterior são contornados, permitindo ganhos maiores para o controlador e, consequentemente, obtenção de transitórios mais rápidos. Na Figura 7 é apresentada a resposta temporal do sistema.



Fonte: Resultado da pesquisa (2018)

Com o preditor de Smith, o valor aproximado do tempo de subida é  $t_r = 25$  segundos, enquanto do controlador PI tradicional mencionado anteriormente,  $K_P = 0.05$  e  $T_I = 47$ , é  $t_r = 150$  segundos, ou seja, nesse caso o preditor de Smith tornou a velocidade da resposta do sistema 6 vezes maior. Com o preditor de Smith, o tempo de acomodação é aproximadamente  $t_s = 200$  segundos, enquanto para o controlador tradicional é o triplo,  $t_s = 600$  segundos. Já o máximo sobressinal com o preditor de Smith é nulo,  $M_p = 0\%$ , enquanto para o controlador tradicional  $M_p = 2.5\%$ , aproximadamente. É bom realçar que esse resultado é possível empregando um controlador PI com ganho 10 vezes maior,  $K_P = 0.5$  e  $T_I = 47$ . Não há dúvida de que o preditor de Smith proporciona uma resposta mais rápida e de maior qualidade quando comparado com o controlador PI tradicional. Até então os erros de modelagem ou incertezas foram desconsiderados, G(s) = G(s), situação na qual o preditor de Smith proporciona um desempenho excelente para o comportamento do sistema. Para demonstrar a sensibilidade do preditor de Smith diante das incertezas nos parâmetros do sistema, considere a incerteza de +20% sobre o valor nominal do atraso, isto é,  $\theta = 112,68$  segundos. Nessa circunstância, ocorre uma degradação considerável no desempenho do sistema. Para aumentar a robustez do preditor de Smith às incertezas, o filtro F(s) = (20s + 1)/(150s + 1) foi escolhido arbitrariamente. Na Figura 8 é apresentada a resposta temporal do sistema para incerteza de +20% no atraso, tanto sem o filtro, quanto com o filtro de robustez na estrutura do preditor de Smith. Nela é possível visualizar os efeitos da incerteza e do filtro no comportamento dinâmico da resposta. A incerteza causa deterioração na resposta do sistema, enquanto o filtro é capaz de eliminar ou atenuar seus efeitos.

Figura 8 – Resposta transitória da saída para controlador PI (- - -), preditor de Smith sem filtro (.-.-) e preditor de Smith filtrado (----), para incerteza de +20% no tempo de atraso



Fonte: Resultado da pesquisa (2018)

Até este momento nenhuma perturbação foi considerada atuando no processo, d = 0. Para finalizar a exposição do problema, considere referência nula, r = 0, e uma perturbação d na forma de degrau unitário entrando no sistema, vide Figura 2. Uma vez que o exemplo ilustrativo em Ingimundarson e Hagglund (2001), Eq. (2.4), não adota matriz de transferência para a dinâmica da perturbação de carga, considera-se  $G_d(s) = G(s)$ . A Figura 9 apresenta a influência do filtro na rejeição de perturbação para o sistema com incerteza de +20% no tempo de atraso.

A presença do filtro por um lado torna a resposta do sistema mais robusta contra incertezas nos parâmetros do sistema, por outro lado torna a rejeição de perturbação mais lenta. O contrário também é verdadeiro, ou seja, maior rejeição de perturbação implica em menor robustez do sistema. Por isso, há um compromisso entre as respostas de rastreamento de referência e de rejeição de perturbação que deve ser levado em consideração na hora de ajustar os parâmetros do filtro.

Figura 9 – Resposta transitória da saída para rejeição de perturbação para controlador PI (- - -), preditor de Smith sem filtro (.-.-) e preditor de Smith filtrado (----), para incerteza de +20% no tempo de atraso



Fonte: Resultado da pesquisa (2018)

A Tabela 1 reúne os valores dos critérios clássicos de desempenho e dos critérios baseados na ISE (do inglês Integral of the Squared Error) de todos os métodos de projeto de controladores abordados neste capítulo. A ISE é explicada com mais detalhes na próxima seção. Tais valores foram obtidos considerando tempo final de simulação  $t_f = 1000$  segundos e sinais de referência,  $r(t) = \mathbf{u}(t-1)$ , e perturbação,  $d(t) = \mathbf{u}(t-1)$ , aplicados não simultaneamente, sendo  $\mathbf{u}(t-t_0)$  a função degrau unitário deslocada no tempo, aplicada no tempo definido por  $t_0$ , com  $\mathbf{u}(t-t_0) = 0$  para  $t < t_0$  e  $\mathbf{u}(t-t_0) = 1$  para  $t \ge t_0$ . É bom esclarecer que  $\theta$  é o tempo transcorrido entre o instante de aplicação do degrau,  $t_0$ , e o momento em que o sistema começa a responder a tal estímulo. Para simplificar a tabela, o valor do tempo integral  $T_I = 47$  segundos, igual para todos os controladores, foi suprimido. Recapitulando,  $\theta = 0$  representa o cenário do sistema sem atraso,  $\theta = 93,9$  representa a condição nominal, ou de atraso médio, e  $\theta = 112,68$  representa o cenário de pior caso, com +20% de incerteza no valor do atraso. Para facilitar a identificação, os menores valores de cada critério de desempenho, para os cenários nominal,  $\theta = 93,9$ , e pior caso,  $\theta = 112,68$ , foram destacados em negrito.

Método	$\theta$	$K_P$	$t_r$	$t_s$	$M_p(\%)$	$ISE_r$	$ISE_d$
PI	0	0,1	192,5661	$353,\!6051$	0	39,7898	843,5897
PI	93,9	$^{0,1}$	62,6559	1490,0615	61,0441	174,3673	3911,0676
PI	$93,\!9$	$0,\!05$	145,8218	504,0954	$5,\!8959$	146,8447	3780,2818
PI	112,68	$0,\!05$	134,9147	763,6260	$15,\!6794$	168,2039	4402,4965
PS	93,9	$^{0,5}$	35,7422	$175,\!9472$	0	$101,\!4031$	$2191,\!7785$
$\mathbf{PS}$	112,68	$^{0,5}$	$35,\!1538$	1527,7305	40,1363	128,6099	$2807,\!2288$
PSF	112,68	$^{0,5}$	35,7037	502,7903	9,2828	$121,\!2309$	4883,9169

Tabela 1 – Comparação do desempenho dos controladores para o tanque de laboratório

Fonte: Resuldado da pesquisa (2018)
37

Os dados numéricos da Tabela 1 são bastante expressivos e discrepantes de um controlador para o outro e em cada cenário avaliado, definido pelo par atraso  $\theta$  e ganho  $K_P$ . Independente de  $K_P$ , no cenário com  $\theta = 93.9$ , o preditor de Smith sem filtro (PS) apresentou menores, entenda melhores, resultados quando comparado com os demais controladores PI para os três critérios clássicos,  $t_r$ ,  $t_s \in M_p$ , e para os dois critérios baseados na integral do erro ao quadrado,  $ISE_r$  e  $ISE_d$ . Já no cenário de pior caso, com  $\theta = 112,68$ , o PS apresentou menores valores de  $t_r$  e  $ISE_d$ , enquanto o preditor de Smith filtrado (PSF) apresentou menores valores de  $t_s$ ,  $M_p \in ISE_r$ . Em decorrência desses resultados não resta dúvida de que o preditor de Smith, com ou sem filtro, apresenta melhor desempenho quando comparado com o controlador PI. Além do mais, percebe-se o compromisso existente entre os dois objetivos conflitantes: (i) seguimento de referência e (ii) rejeição de perturbação, pois o PS apresenta melhor  $ISE_d$  ao passo que o PSF, já que apresenta filtro de robustez, apresenta melhor  $ISE_r$ , como era esperado. Vale lembrar que os parâmetros do controlador PI, do preditor de Smith e do filtro foram escolhidos arbitrariamente, então, é óbvio que é possível melhorar tais resultados empregando alguma técnica de sintonia, como a abordada neste trabalho. O desdobramento detalhado dessa discussão se encontra no Capítulo 4 com abordagem mais aprofundada.

Uma vez que o problema de controle de sistemas incertos com atraso foi apresentado e a solução com o preditor de Smith foi ilustrada com um exemplo numérico, procede-se à formalização do problema para ser resolvido computacionalmente por meio de algoritmo de otimização. Visando generalizar o procedimento proposto neste trabalho para contemplar não somente sistemas SISO, como também e principalmente sistemas MIMO, doravante toda a formulação matemática-computacional do problema será pautada em sistemas multivariáveis.

· · .

Tomando como base a Figura 3, seja n o número de saídas (sensores) do sistema,  $y \in \mathbb{R}^n$ , e m o número de entradas (atuadores),  $u \in \mathbb{R}^m$ , a matriz de funções de transferência do sistema é dada por:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \cdots & G_{1m}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \cdots & G_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}(s) & G_{n2}(s) & \cdots & G_{nm}(s) \end{bmatrix},$$
(2.6)

em que cada elemento de G(s) é uma função de transferência de 1ª ordem, Eq. (2.1), 2ª ordem, Eq. (2.2), ou de ordem superior. Neste trabalho, para cada elemento de G(s) é considerado que os atrasos  $\theta_{ij}$  são parâmetros incertos variando em um intervalo fechado:  $\theta_{ij} \in [\underline{\theta}_{ij}, \overline{\theta}_{ij}], \text{ com } i = 1, \ldots, n \text{ e } j = 1, \ldots, m.$  O controlador PID centralizado é uma matriz de funções de transferência dada por:

$$C(s) = \begin{bmatrix} C_{11}(s) & C_{12}(s) & \cdots & C_{1n}(s) \\ C_{21}(s) & C_{22}(s) & \cdots & C_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{m1}(s) & C_{m2}(s) & \cdots & C_{mn}(s) \end{bmatrix},$$
(2.7)

sendo cada termo  $C_{ij}(s)$ , com i = 1, ..., m e j = 1, ..., n, uma função de transferência de um controlador PID no formato:

$$C_{ij}(s) = K_{P,ij} \left( 1 + \frac{1}{T_{I,ij}s} + \frac{T_{D,ij}s}{\tau_{f,ij}s + 1} \right) , \qquad (2.8)$$

em que  $K_{P,ij}$  são os ganhos proporcionais,  $T_{I,ij}$  os tempos integrais,  $T_{D,ij}$  os tempos derivativos e  $\tau_{f,ij}$  as constantes de tempo dos filtros da ação derivativa.

Um formato alternativo que explicita os ganhos de cada elemento  $C_{ij}(s)$  do controlador, Eq. (2.7), é apresentado a seguir:

$$C_{ij}(s) = K_{P,ij} + \frac{K_{I,ij}}{s} + K_{D,ij} \frac{s}{\tau_{f,ij}s + 1}, \qquad (2.9)$$

em que  $K_{P,ij}$  são os ganhos proporcionais,  $K_{I,ij}$  os ganhos integrais com  $K_{I,ij} = \frac{K_{P,ij}}{T_{I,ij}}$ ,  $K_{D,ij}$  os ganhos derivativos com  $K_{D,ij} = K_{P,ij}T_{D,ij}$  e, finalmente,  $\tau_{f,ij}$  as constantes de tempo dos filtros da ação derivativa.

Conforme Normey-Rico e Camacho (2007, p. 88),  $\tau_{f,ij} = \alpha_{ij}T_{D,ij}$ , com limites  $0 < \alpha_{ij} < 1$ , apresentando variação típica na faixa  $0.05 < \alpha_{ij} < 0.5$  para controladores industriais. Além disso, eles informam que  $\alpha_{ij}$  pode ser usado para ajustar a atenuação de ruído e também a robustez da malha fechada.

Para aumentar a robustez do sistema, um filtro F(s) com ganho estático unitário (F(0) = 1) é usado (NORMEY-RICO; BORDONS; CAMACHO, 1997). No caso MIMO, é adotado o filtro de dimensões  $n \times n$  como sendo uma matriz diagonal de funções de transferência dada por:

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{\tau_{z,1}s+1}{\tau_{p,1}s+1} & 0\\ & \ddots & \\ 0 & \frac{\tau_{z,n}s+1}{\tau_{p,n}s+1} \end{bmatrix},$$
(2.10)

em que  $\tau_{z,i}$  são as constantes de tempo associadas aos zeros do filtro e  $\tau_{p,i}$  são as constantes de tempo associadas aos polos, com i = 1, ..., n.

As matrizes de funções de transferência de malha fechada do sistema, obtidas a partir das relações básicas extraídas do diagrama de blocos, Figura 3, são apresentadas a seguir, em que  $T_{yr}(s)$  relaciona a referência r com a saída y,  $T_{yd}(s)$  relaciona a perturbação  $d \operatorname{com} y$ ,  $T_{ur}(s)$  relaciona r com a entrada  $u \in T_{ud}(s)$  relaciona  $d \operatorname{com} u$ :

$$T_{yr}(s) = G(s)Z(s)C(s),$$
  

$$T_{yd}(s) = G_d(s) - G(s)Z(s)C(s)F(s)G_d(s),$$
  

$$T_{ur}(s) = Z(s)C(s),$$
  

$$T_{ud}(s) = Z(s)C(s)F(s)G_d(s),$$
  
(2.11)

em que  $Z(s) = \left\{ I_m + C(s) \left[ \overline{G}(s) + F(s) \left( G(s) - \widetilde{G}(s) \right) \right] \right\}^{-1}$ , sendo  $I_m$  uma matriz identidade de dimensões  $m \times m$ .

A partir do conjunto de expressões indicado na Eq. (2.11) é possível fazer as mais variadas simulações do comportamento do sistema para os projetos de controladores propostos e os da literatura, comparando-os de acordo com algum critério de desempenho.

## 2.3 Critério de desempenho

Para avaliar a técnica aqui proposta e comparar o desempenho dos controladores propostos com outros projetos da literatura, é considerada a integral do erro ao quadrado (*ISE*, do inglês *Integral of the Squared Error*) como critério de desempenho no domínio do tempo:

$$ISE_{i} = \int_{0}^{t_{f}} \left[ r_{i}(t) - y_{i}(t) \right]^{2} dt, \ i = 1, \dots, n,$$
(2.12)

sendo a diferença entre cada sinal de referência  $r_i(t)$  e a respectiva saída da planta  $y_i(t)$ o erro  $e_i(t)$ , que reflete o desempenho do sistema de controle nos quesitos rastreamento dos sinais de referência e desacoplamento entre malhas de controle,  $t_f$  o tempo final de simulação e n o número de saídas da planta. Para avaliar o acoplamento entre as malhas de controle, as entradas são definidas como  $r_i(t) = \mathbf{u}(t - (i - 1)t_f/n)$  para que sejam degraus unitários igualmente espaçados no tempo. Vale ressaltar que, por questões de conveniência, pode-se aplicar um degrau com amplitude a diferente da unidade, isto é,  $a \neq 1$ . Para evitar uma possível confusão entre as nomenclaturas dos sinais, neste trabalho optou-se por grafar o degrau unitário em negrito,  $\mathbf{u}$ , e o sinal de controle em texto normal, u. A *ISE* total é dada por:

$$ISE_t = \sum_{i=1}^n ISE_i \,. \tag{2.13}$$

A  $ISE_t$  corresponde à norma 2, ou norma Euclidiana, ao quadrado de um vetor de sinais:

$$ISE_t = \|e\|_2^2 = \sum_{i=1}^n \int_0^{t_f} |e_i(t)|^2 dt , \qquad (2.14)$$

em que o vetor de sinais e, indicativo do erro, como mencionado antes, é a diferença entre o sinal de referência r e a saída da planta y. Uma discussão mais detalhada sobre normas pode ser encontrada em Skogestad e Postlethwaite (2001). É bom ressaltar que nada impede de se empregar critérios clássicos de desempenho, como tempo de subida,  $t_r$ , tempo de acomodação,  $t_s$ , e máximo sobressinal,  $M_p$ , entre outros, normalmente definidos em função da resposta de um sistema a uma entrada em degrau (OGATA, 2010; NISE, 2017; DORF; BISHOP, 2018). A metodologia de mensuração de cada um desses critérios foi abordada na seção anterior.

O uso de critérios clássicos para avaliar o desempenho do sistema de controle multivariável pode ser inconclusivo. Um exemplo disso ocorre quando determinada resposta apresenta um pequeno tempo de acomodação e um sobressinal elevado, enquanto outro sistema apresenta um grande tempo de acomodação e pequeno sobressinal, situação que dificulta identificar qual dos sistemas de controle é o melhor. A ISE, por representar com um único valor o grau de proximidade entre a resposta e a referência, é um parâmetro mais conclusivo para resolver esse impasse, sendo usado exclusivamente ou de forma complementar aos demais. Neste trabalho, a ISE é a medida de desempenho que define o critério de sucesso. Dentre a  $ISE_r$ , devido à referência, e a  $ISE_d$ , devido à perturbação, a prioridade é considerar a  $ISE_r$  como critério de desempenho definitivo, salvo se expresso o contrário.

Ao comparar dois projetos, aquele que apresentar o menor valor de ISE é considerado o melhor. Para se ter uma noção quantitativa do quanto um projeto é melhor que outro, adota-se  $m(\%) = 100(ISE_{maior} - ISE_{menor})/ISE_{maior}$ , em que m(%) é a melhoria percentual indicativa do quanto um valor de ISE é menor que outro,  $ISE_{maior}$  é o valor da maior ISE dentre os projetos comparados, para uma mesma saída,  $y_i$ , e para um mesmo cenário de parâmetros médios ou nominais,  $p_m$ , ou de parâmetros correspondentes ao pior caso de desempenho,  $p^*$ , e  $ISE_{menor}$  é a menor ISE nessas mesmas circunstâncias. Visando sinalizar a contribuição da técnica proposta em relação aos métodos da literatura utilizados como referência na comparação, defina  $ISE_{maior}$  para o método comparado e  $ISE_{menor}$ para o melhor controlador projetado, em circunstâncias semelhantes de comparação. A eventual supressão do valor de m(%) sinaliza a inexistência de melhoria.

No que diz respeito ao tempo necessário para o cômputo do critério de desempenho, calcular norma de matrizes do espaço de estado é mais rápido do que calcular a *ISE* da resposta transitória a partir da simulação da função de transferência. Entretanto, se fosse usar as matrizes do espaço de estado, os atrasos da planta deveriam ter uma representação polinomial, obtida, por exemplo, empregando aproximação de Padé, processo que intrinsecamente não fornece uma representação precisa dos atrasos. Por esse motivo, a motivação para considerar como critério de desempenho o cálculo que leva em consideração norma de sinais, e não norma de sistemas, é poder utilizar um modelo exato de atraso.

## 2.4 Modelo de referência

Neste trabalho é adotado como um dos objetivos de controle a aproximação de modelo de referência. O modelo de referência é uma matriz de funções de transferência diagonal, para impor o desacoplamento entre as malhas:

$$\widehat{T}(s) = \begin{bmatrix} \widehat{T}_1(s) & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \widehat{T}_n(s) \end{bmatrix}, \qquad (2.15)$$

em que cada elemento de  $\hat{T}(s)$  é uma função de transferência de malha fechada dada por:

$$\widehat{T}_{i}(s) = \frac{\omega_{n,i}^{2}(T_{z,i}s+1)e^{-\widehat{\theta}_{i}s}}{s^{2}+2\zeta_{i}\omega_{n,i}s+\omega_{n,i}^{2}}, \ i=1,\dots,n.$$
(2.16)

Neste trabalho, os elementos  $\hat{T}_i(s)$ , que determinam a resposta transitória desejada para cada saída, são funções de transferência de 2ª ordem dotados de atraso e zero de 1ª ordem. Entretanto, nada impede que outros formatos sejam utilizados.

Nos sistemas multivariáveis, para capturar as dinâmicas mais rápidas de cada saída, os atrasos  $\hat{\theta}_i$  do modelo de referência são escolhidos como sendo o menor atraso por saída do sistema a ser controlado, isto é,  $\hat{\theta}_i = \min_j \theta_{ij}$ . Essa escolha é realizada a cada simulação, de forma que os atrasos do sistema,  $\theta_{ij}$ , e do modelo de referência,  $\hat{\theta}_i$ , sejam sempre atualizados em conjunto para que os sinais de resposta fiquem o mais sobrepostos possível, o que contribui para a obtenção de menores valores da função objetivo.

Os parâmetros do modelo de referência podem ser obtidos de diversas maneiras. Um exemplo é de modo a atender determinadas características como tempo de subida, tempo de acomodação, máximo sobrevalor etc. Outra maneira é por tentativa e erro, mas uma opção melhor que essa é usando o algoritmo DE. Nesse caso, o resultado é automático e muito mais rápido e preciso. De posse do sinal de resposta desejado, obtido, por exemplo, a partir da simulação da resposta de algum controlador da literatura a uma entrada em degrau, o DE é utilizado para encontrar os parâmetros da função de transferência de malha fechada que reproduza aproximadamente aquela mesma resposta. Feito isso, caso necessário são realizados manualmente ajustes finos nesses parâmetros para, por exemplo, tornar a resposta desejada mais rápida.

A escolha dessa abordagem de projeto, que usa um modelo de referência e tem como objetivo aproximar a resposta do sistema controlado, y, da resposta gerada por esse modelo,  $\hat{y}$ , recai no fato do valor da função objetivo f tender a zero quando ambas as respostas,  $y \in \hat{y}$ , são aproximadamente iguais. Isso permite encontrar mais facilmente parâmetros ótimos para o controlador C(s) e filtro F(s), principalmente quando são consideradas perturbações de carga na etapa de projeto. Quando o valor da função objetivo é pequeno em relação ao modelo de referência, o que implica em garantia de seguimento de referência, a aplicação de uma perturbação na etapa de projeto irá causar o aumento de f e o algoritmo otimizador será capaz de focar na obtenção de C(s) e F(s) que minimizam f, consequentemente garantindo não somente o seguimento de referência, como também a rejeição de perturbações.

O modelo de referência  $\hat{T}(s)$  representa a função de transferência de malha fechada desejada, contendo sempre o mesmo número de saídas do sistema G(s). O número de entradas, r, de  $\hat{T}(s)$  é sempre igual ao de saídas,  $\hat{y}$ , mesmo quando o sistema G(s) não é quadrado e se tem mais saídas y que entradas u. Determinada referência r aplicada à  $\hat{T}(s)$  resultará na respectiva saída  $\hat{y}$  que será comparada pelo otimizador com a respectiva saída y do sistema em malha fechada T(s). Por esse motivo, no procedimento proposto neste trabalho não há preocupação com a questão de priorização de saídas, ou seja, não há necessidade de ter que escolher quais erros entre os pares referência-saída devem ser minimizados.

## 2.5 Problema de controle robusto multiobjetivo

Seja  $Y_r(s) = T_{yr}(s)R(s)$  e  $\hat{Y}(s) = \hat{T}(s)R(s)$  as respostas do sistema em malha fechada e do modelo de referência, respectivamente, para um vetor de referências r tipo degrau unitário igualmente distribuídas no intervalo de simulação. Seja  $Y_d(s) = T_{yd}(s)D(s)$  a resposta do sistema em malha fechada para um vetor de perturbações d tipo degrau unitário igualmente distribuídas no intervalo de simulação. O problema de sintonia de controle PID robusto com preditor de Smith filtrado pode ser formulado assim: dado um sistema multivariável  $n \times m$ , G(s), com vetor de parâmetros incertos  $p \in \mathcal{P} = [\underline{p}_1, \overline{p}_1] \times, \ldots, \times [\underline{p}_{\xi}, \overline{p}_{\xi}]$ , sendo  $\mathcal{P}$  o domínio de incerteza, encontre os parâmetros do controlador C(s),  $K_{P,ij}$ ,  $T_{I,ij}$ e  $T_{D,ij}$ , e do filtro F(s),  $\tau_{z,i} \in \tau_{p,i}$ , que constituem o vetor de variáveis de otimização,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_{\eta}]^T$ , que minimizam as funções objetivo:

$$f_r(p, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \int_0^{t_f} \left[ \hat{y}_{r,i}(t) - y_{r,i}(t) \right]^2 dt , \qquad (2.17)$$

$$f_d(p, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \int_0^{t_f} \left[ y_{d,i}(t) \right]^2 dt \,.$$
(2.18)

O vetor  $\mathbf{x}$  representa o conjunto das variáveis cujos valores procura-se especificar através do processo de otimização para se atingir a melhor solução possível para o problema. As constantes de tempo  $\tau_{f,ij}$  do filtro da ação derivativa do controlador PID opcionalmente podem fazer parte do vetor  $\mathbf{x}$ , sendo parâmetros a mais do controlador para serem otimizados. Neste trabalho adotou-se valores fixos para  $\tau_{f,ij}$  visando reduzir o número de parâmetros a serem otimizados, sendo escolhidos de maneira apropriada para que as comparações com outros projetos da literatura fossem realizadas sob as mesmas condições. A função objetivo, também conhecida como função custo, representa o índice de desempenho do sistema, cujo valor, por convenção, deseja-se minimizar para atingir o desempenho ótimo. O cálculo do valor da função objetivo  $f_r$ , Eq. (2.17), e também de  $f_d$ , Eq. (2.18), é semelhante ao cálculo da ISE, Eq. (2.12), ou seja, ambos correspondem à norma 2 ao quadrado de um vetor de sinais. A diferença está basicamente no fato de ao comparar com a saída y do sistema,  $f_r$  adota a saída  $\hat{y}_r$  do modelo de referência, enquanto a ISE adota a referência r. Os gráficos exibidos na Figura 10 tornam mais clara a compreensão de tal diferença. Tanto a função objetivo quanto a ISE correspondem ao quadrado da área hachurada.





Fonte: Resultado da pesquisa (2018)

Seja  $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^{\eta}$  o conjunto de soluções factíveis (com tempos integrais e tempos derivativos positivos e constantes de tempo do filtro positivas, que resultem em sistemas estáveis), o problema de otimização semi-infinita<sup>5</sup> multiobjetivo<sup>6</sup> considerado neste trabalho é estabelecido como:

$$\mathbf{x}^* = \arg\min_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}}\max_{p\in\mathcal{P}}\mathbf{f}(p,\mathbf{x}), \qquad (2.19)$$

com a função multiobjetivo definida neste trabalho como:

$$\mathbf{f}(p, \mathbf{x}) \triangleq \begin{bmatrix} f_r(p, \mathbf{x}) \\ f_d(p, \mathbf{x}) \end{bmatrix}.$$
 (2.20)

Um ponto a ser considerado diz respeito às eventuais restrições as quais o sinal de controle pode estar submetido. Uma abordagem para tratar essa situação é acrescentar

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Problemas de otimização semi-infinita são caracterizados por possuírem um conjunto finito de variáveis a otimizar sujeito a um conjunto infinito de restrições.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> A otimização multiobjetivo é uma área de decisão de múltiplos critérios que se preocupa com problemas de otimização matemática envolvendo mais de uma função objetivo a ser otimizada simultaneamente. No caso da otimização mono-objetivo, apenas um único critério é avaliado por meio da otimização de uma única função objetivo.

um objetivo adicional à formulação do problema multiobjetivo de controle robusto, de forma a considerar algum critério, por exemplo, a função objetivo  $f_u$  relacionada ao sinal de controle, com formulação similar à  $f_d$ . Outra abordagem é escolher um modelo de referência com resposta mais rápida para forçar um sinal com esforço de controle maior, ou adotar um modelo de referência com resposta mais lenta para afrouxar a exigência dos esforços de controle.

A Eq. (2.19) estabelece um problema de otimização semi-infinita multiobjetivo, minimizar pior caso de um conjunto infinito, de difícil solução. Para resolver esse problema, é proposto utilizar um procedimento iterativo de dois passos, em que cada passo é necessário resolver um problema de otimização mais simples de ser solucionado.

## 2.6 Conclusão do capítulo

A modelagem matemática de sistemas incertos com atrasos, as restrições dos controladores clássicos, o uso do preditor de Smith para essa classe de sistemas, os critérios de desempenho para comparação entre projetos de controladores, assim como a função multiobjetivo a ser minimizada foram apresentados neste capítulo.

Um dos objetivos da otimização é minimizar a função objetivo  $f_r$ , confrontando a resposta do sistema contra uma resposta produzida por um modelo de referência. Esse modelo de referência, além de produzir uma resposta desejada, é construído de maneira tal com vistas a desacoplar as malhas de controle. O outro objetivo da otimização é minimizar a função objetivo  $f_d$ , de tal forma que as influências da perturbação sejam atenuadas.

Neste capítulo foi formulado o problema de controle multiobjetivo e a descrição do procedimento iterativo para resolvê-lo se encontra no próximo capítulo.

# 3 Procedimento Iterativo de Sintonia Robusta

No capítulo anterior foi apresentada a formulação do problema que impõe dificuldades metodológicas e computacionais para sua solução, visto se tratar de uma busca por uma solução ótima com número de parâmetros finitos, mas em que a função multiobjetivo e as restrições têm que ser verificadas para um conjunto infinito. Uma proposta de abordagem para contornar tais dificuldades é o assunto central deste capítulo.

## 3.1 Procedimento

Para solução do problema de otimização semi-infinita multiobjetivo, Eq. (2.19), é utilizado um procedimento iterativo de dois passos, denominados passo de síntese e passo de análise, em que cada passo é necessário resolver um problema de otimização mais simples que o problema (2.19). A ideia é, no passo de síntese, substituir o conjunto infinito  $\mathcal{P}$  por um conjunto finito  $\widehat{\mathcal{P}} \subset \mathcal{P}$  no problema (2.19) para tornar possível a sua solução por algoritmos de otimização existentes. No passo de análise, o controlador obtido no passo de síntese é verificado para o conjunto infinito  $\mathcal{P}$  para avaliar a necessidade ou não de acrescentar pontos adicionais no conjunto finito  $\hat{\mathcal{P}}$  até que os valores da função objetivo para os conjuntos  $\hat{\mathcal{P}} \in \mathcal{P}$  sejam aproximados e que todas as restrições sejam atendidas em  $\mathcal{P}$ . O problema de otimização multiobjetivo, Eq. (2.19), é transformado em mono-objetivo para facilitar a sua resolução, considerando uma das funções objetivo como restrição sujeita à penalidade. Apesar dos problemas de otimização mono-objetivo presentes nos passos de síntese e análise serem mais simples que o problema original de otimização semi-infinita multiobjetivo, eles também são de difícil solução por lidarem com funções possivelmente não convexas e multimodais (mínimos em diferentes regiões do espaço de busca). Para solução desse tipo de problema de otimização, os algoritmos evolutivos, com população de soluções, são os mais indicados. Em virtude das qualidades mencionadas anteriormente, neste trabalho adotou-se o algoritmo DE, evolução diferencial, em ambos os passos do procedimento iterativo.

Esse procedimento iterativo de dois passos para sintonia robusta de controladores foi proposto por Žaković e Rustem (2002) e utilizado com sucesso em trabalhos diversos, como em Gonçalves et al. (2011). Tal procedimento, ao contornar a limitação imposta por  $\mathcal{P}$  ser um conjunto infinito, permite obter os parâmetros ótimos do sistema de controle robusto invariante no tempo.

Primeiramente são definidos: (i) os parâmetros de configuração do algoritmo DE,

(ii) os critérios de parada do procedimento iterativo, (iii) a planta que se deseja controlar e (iv) a faixa percentual de variação dos parâmetros incertos da planta. Em seguida, um laço de repetição executa sequencialmente as rotinas de síntese e análise até que algum critério de parada tenha sido atendido. Finalmente, os parâmetros ótimos do controlador C(s) e do filtro F(s) são obtidos. A Figura 11 apresenta um fluxograma simplificado dos principais blocos e etapas do procedimento iterativo de dois passos.

Figura 11 – Fluxograma simplificado do procedimento iterativo de dois passos



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Os critérios de parada adotados neste trabalho para o procedimento iterativo levam em consideração o número de iterações  $\lambda$  e a tolerância percentual  $\epsilon_1$  definidos para o problema. Caso a diferença entre o valor ótimo da função objetivo no passo de síntese,  $f_s^*$ , e o valor máximo da função objetivo na etapa de análise,  $f_a^*$ , supere a tolerância  $\epsilon_1$  ou viole as restrições, então, o vetor de parâmetros incertos correspondente ao pior caso de desempenho,  $p^*$ , é incluído no conjunto finito,  $\hat{\mathcal{P}}$ , e os dois passos são executados novamente. O procedimento iterativo de dois passos continua até que o critério de convergência seja satisfeito. O procedimento finaliza após ser executado  $\lambda$  vezes ou quando  $f_s^* \approx f_a^*$ , indicando que as restrições foram atendidas para o conjunto todo,  $\mathcal{P}$ , e a diferença da síntese para a análise não é significativa. Neste trabalho foram adotados  $\epsilon_1 = 5\%$  e  $\lambda = 10$ . Obviamente, se  $f_a^*$  não é elevado, isso significa que o sistema é robustamente estável para todo  $p \in \mathcal{P}$ .

Visando uma explicação mais didática e inteligível do procedimento iterativo de dois passos, procurou-se apresentar o assunto da forma mais simplificada possível, tanto no texto quanto na Figura 11. Entretanto, as peculiaridades do problema a ser tratado neste trabalho exigem níveis de detalhamento mais aprofundados, motivo pelo qual os passos de síntese e análise são abordados com mais detalhes nas seções seguintes.

#### 3.1.1 Passo de síntese

No passo de síntese, o problema de otimização semi-infinita multiobjetivo, Eq. (2.19), definido no capítulo anterior, é transformado em mono-objetivo otimizando  $f_d$  e conside-

rando  $f_r$  como restrição (TAKAHASHI, 2007):

$$\mathbf{x}^* = \arg\min_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}} \max_{p\in\mathcal{P}} f_d(p, \mathbf{x})$$
  
sujeito a: 
$$\max_{p\in\mathcal{P}} f_r(p, \mathbf{x}) \le \epsilon_m$$
(3.1)

em que  $\epsilon_m$  é uma constante arbitrariamente escolhida para confinar o pior caso de erro entre a saída do sistema e a saída do modelo de referência dentro de limites aceitáveis, permitindo definir o nível de robustez desejável em relação às incertezas nos parâmetros do sistema. Dessa forma, menores valores de  $\epsilon_m$  tendem a proporcionar um sistema de controle mais robusto, enquanto maiores valores não garantem o mesmo resultado.

Ambas as funções objetivo precisam ser verificadas,  $f_r \in f_d$ . Primeiramente verificase a função objetivo relacionada à restrição (sujeito a), ou seja,  $f_r$ . Se a restrição for atendida para todo  $p \in \mathcal{P}$ , então passa-se a verificar a função objetivo  $f_d$ .

Uma vez que o método de otimização adotado é para problemas sem restrição, é necessário empregar um método que transforme o problema restrito, Eq. (3.1), em um problema irrestrito. Neste trabalho é utilizado o método de penalidades (TAKAHASHI, 2007). Pelo método de penalidades, quando a solução violar a restrição, a função objetivo é modificada para apresentar um valor mais elevado. Após experimentos com diferentes formulações, foi adotada a seguinte formulação para o problema irrestrito baseado no método de penalidades:

$$f(p, \mathbf{x}) = \begin{cases} f_d(p, \mathbf{x}), & se \ f_r(p, \mathbf{x}) \le \epsilon_m \\ 1000(1 + f_r(p, \mathbf{x})), & se \ f_r(p, \mathbf{x}) > \epsilon_m \end{cases}$$
(3.2)

Se determinado nível de erro de aproximação do modelo de referência for atingido, isto é, se  $f_r \leq \epsilon_m$ , o mecanismo otimizador passa a ajustar o vetor de variáveis de otimização,  $\mathbf{x}$ , ou seja, os parâmetros de C(s) e F(s), com foco em rejeição de perturbações. Caso contrário,  $f(p, \mathbf{x})$  é penalizada por meio da operação  $1000(1 + f_r)$  e o algoritmo de otimização passa a otimizar os parâmetros do controlador e do filtro visando o seguimento de referência. Desde que minimizar  $f_r$  pode implicar em maximizar  $f_d$ , e vice-versa, o compromisso entre seguimento de referência e rejeição de perturbações é ajustado com base no valor de  $\epsilon_m$ . Vale a pena ressaltar que as soluções,  $\mathbf{x}$ , que resultem em um sistema em malha-fechada instável serão penalizadas naturalmente já que apresentarão elevado erro.

No passo de síntese, o algoritmo DE determina o vetor de parâmetros ótimos do controlador e do filtro,  $\mathbf{x}^*$ , para um conjunto finito  $\hat{\mathcal{P}} \subset \mathcal{P}$ :

$$\mathbf{x}^* = \arg\min_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}}\max_{p\in\widehat{\mathcal{P}}} f(p, \mathbf{x}), \qquad (3.3)$$

sendo que neste trabalho adotou-se inicializar  $\widehat{\mathcal{P}}$  com dois pontos: o vetor dos valores médios, ou nominais,  $p_m$ , e o vetor dos valores máximos dos parâmetros do sistema,  $p_{max}$ , isto é,  $\hat{\mathcal{P}} = \{p_m, p_{max}\}$ . Uma vez que neste trabalho são consideradas incertezas paramétricas nos atrasos, o vetor  $p_m$  corresponde aos atrasos originais da planta G(s), enquanto  $p_{max}$  corresponde ao maior valor que os atrasos assumem considerando determinado percentual de variação,  $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$  etc., para as incertezas dos parâmetros do sistema.

Excetuando as especificidades de  $f(p, \mathbf{x})$ , a essencial e única diferença entre os problemas estabelecidos em (2.19) e (3.3) é o domínio de incerteza no qual a busca pela solução ótima é realizada. Neste caso, ao invés de realizar a busca por uma solução ótima no conjunto infinito  $\mathcal{P}$ , conforme a problemática exposta no capítulo anterior, no passo de síntese a busca é realizada no conjunto finito  $\hat{\mathcal{P}}$ , o que viabiliza computacionalmente a obtenção de uma solução parcial para o problema.

Uma das justificativas para a escolha de inicializar  $\hat{\mathcal{P}}$  não somente com o vetor  $p_m$ , mas principalmente com o vetor  $p_{max}$  recai no fato do erro de modelagem piorar quando a variação entre o valor médio e o valor máximo, ou mínimo, do atraso aumenta. Essa característica pode ser mais facilmente visualizada graficamente através do exemplo de sistema monovariável exposto no Capítulo 4. Outra opção, tratada em trabalhos anteriores, como em Gonçalves et al. (2011), seria inicializar  $\hat{\mathcal{P}}$  considerando o conjunto dos vértices do hiper-retângulo, porém, o número de vértices,  $2^{\xi}$ , cresce exponencialmente com o número de parâmetros incertos  $\xi$ , o que aumentaria o esforço computacional.

Em inúmeras simulações, o pior caso de desempenho ocorre quando os atrasos estão em seus valores máximos, por exemplo, acrescidos ou decrescidos de 10% do valor nominal. Mesmo esse resultado não sendo observado em todas as situações, sintetizar o sistema de controle considerando todos os atrasos em seus valores máximos como pior caso fornece, desde as primeiras iterações do procedimento iterativo, bons candidatos, controladores C(s) e filtros F(s), robustos e, dependendo do critério de parada adotado, requer menor esforço computacional.

No passo de síntese, os parâmetros de configuração do algoritmo DE, a matriz G(s) de funções de transferência da planta, a matriz  $G_d(s)$  com a dinâmica das perturbações de carga, além dos valores médios,  $p_m$ , e máximos,  $p_{max}$ , dos parâmetros do sistema são passados para a rotina de síntese. Após a otimização, essa rotina fornece como resultado o vetor  $\mathbf{x}^*$ , contendo os parâmetros ótimos do controlador C(s) e do filtro F(s).

#### 3.1.2 Passo de análise

No passo de análise, os parâmetros de configuração do algoritmo DE específicos da análise, a planta G(s), a matriz de perturbações  $G_d(s)$ , assim como o controlador C(s) e o filtro F(s), obtidos no passo de síntese, são passados para a rotina de análise. Após a otimização, essa rotina fornece o vetor  $p^*$  contendo a combinação de atrasos correspondente ao pior caso de desempenho, seja para a referência,  $p_r^*$ , seja para a perturbação,  $p_d^*$ , conforme detalhamentos a seguir.

A solução ótima  $\mathbf{x}^*$ , obtida na etapa de síntese, é verificada pelo algoritmo DE para todo o conjunto infinito  $\mathcal{P}$  através da solução do seguinte problema de otimização mono-objetivo:

$$p_r^* = \arg\max_{p \in \mathcal{P}} f_r(p, \mathbf{x}^*) \,. \tag{3.4}$$

O vetor de parâmetros incertos correspondente ao pior caso de desempenho,  $p_r^*$ , é obtido ao considerar o erro entre a saída do sistema,  $y_r$ , e a saída do modelo de referência,  $\hat{y}$ , ambas devido a uma entrada exógena de referência em degrau, r. Nesse caso, o valor máximo da função objetivo na etapa de análise é dado por:

$$f_{r,a}^* = \max_{p \in \mathcal{P}} f_r(p, \mathbf{x}^*) = f_r(p_r^*, \mathbf{x}^*).$$
(3.5)

Se  $f_{r,a}^* > \epsilon_m$ , o  $p_r^*$  correspondente passa a compor o conjunto  $\widehat{\mathcal{P}}$ , isto é,  $\widehat{\mathcal{P}} = \widehat{\mathcal{P}} \bigcup \{p_r^*\}$ , e o procedimento iterativo de dois passos é executado novamente, desde que algum dos critérios de parada ainda não tenha sido atendido. Caso contrário, a solução ótima  $\mathbf{x}^*$ , obtida na etapa de síntese, é verificada para todo o conjunto infinito  $\mathcal{P}$  através da solução do seguinte problema de otimização mono-objetivo com foco na perturbação:

$$p_d^* = \arg\max_{p \in \mathcal{P}} f_d(p, \mathbf{x}^*) \,. \tag{3.6}$$

O vetor de parâmetros incertos correspondente ao pior caso de desempenho,  $p_d^*$ , é obtido ao considerar o erro entre a saída do sistema,  $y_d$ , devido a uma entrada exógena de perturbação em degrau, e a saída nula desejada nessa mesma circunstância. O valor máximo da função objetivo da perturbação na etapa de análise é dado por:

$$f_{d,a}^* = \max_{p \in \mathcal{P}} f_d(p, \mathbf{x}^*) = f_d(p_d^*, \mathbf{x}^*).$$
(3.7)

Defina o valor ótimo da função objetivo da perturbação no passo de síntese:

$$f_{d,s}^* = \max_{p \in \widehat{\mathcal{P}}} f_d(p, \mathbf{x}^*) \,. \tag{3.8}$$

Se  $100(f_{d,a}^* - f_{d,s}^*)/f_{d,s}^* > \epsilon_1$ , faz-se  $\widehat{\mathcal{P}} = \widehat{\mathcal{P}} \bigcup \{p_d^*\}$  e os passos de síntese e análise são executados novamente. Caso contrário, o procedimento iterativo de dois passos é finalizado. Concluído o procedimento, o controlador C(s) e o filtro F(s) otimizados mais recentemente são considerados a solução ótima para o projeto.

Antes de executar o procedimento iterativo de dois passos propriamente dito é interessante realizar uma etapa preliminar para obtenção de informações prévias sobre as características do sistema a ser controlado. Os valores da função objetivo e da ISE,

dependentes, por exemplo, do tipo de sinal de referência aplicado, r(t), e do tempo final de simulação,  $t_f$ , são exemplos dessas informações. Vale ressaltar que essa etapa preliminar consiste em executar o algoritmo de otimização no passo de síntese para otimizar  $f_r$ , Eq. (2.17), desconsiderando qualquer tipo de restrição e considerando apenas o cenário de atrasos nominais. O menor valor obtido da função objetivo serve de base para definir o valor mínimo que se pode adotar para  $\epsilon_m$ .

Para conseguir um resultado mais rápido nessa etapa preliminar, que consequentemente exige menor esforço computacional, pode ser realizada uma adaptação em cada um dos passos de síntese e análise para que outro critério de parada seja considerado, além daqueles previamente mencionados para o laço principal do procedimento iterativo.

O critério de parada antecipado sugerido neste trabalho considera a variabilidade percentual da função objetivo ao longo de  $\kappa$  gerações. Considere  $f_{s,k+\kappa}$  o valor da função objetivo no passo de síntese na  $(k + \kappa)$ -ésima geração e  $f_{s,k}$  na k-ésima geração, e  $f_{a,k+\kappa}$ e  $f_{a,k}$  idem, respectivamente, porém, para o passo de análise. Nesse caso,  $k = 1, \ldots, M$ é o índice que indica a geração atual e  $\kappa$  é uma constante utilizada para definir quando o critério de parada é avaliado, verificação realizada nas gerações em que k é múltiplo de  $\kappa$ . No caso da análise, se  $100(f_{a,k+\kappa} - f_{a,k})/f_{a,k} < \epsilon_2$ , isto é, caso a diferença entre  $f_{a,k+\kappa} \in f_{a,k}$  não supere um determinado valor,  $\epsilon_2$ , ao longo das últimas  $\kappa$  gerações, então o laço das M gerações é interrompido antecipadamente. No caso da síntese, a verificação  $100(f_{s,k} - f_{s,k+\kappa})/f_{s,k+\kappa} < \epsilon_3$  passa a ser realizada apenas se a função objetivo, Eq. (2.17) ou Eq. (2.18), for menor que o limiar de confinamento do erro,  $\epsilon_m$ . Neste trabalho foi adotado  $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 5\%$  e  $\kappa = 40$ , tanto para o passo de síntese quanto para o de análise. Dessa forma, nas gerações múltiplas de 40, verifica-se se a função objetivo alterou o seu valor em mais de 5% em relação à última verificação ocorrida há 40 gerações atrás; se alterou, então o algoritmo prossegue até a próxima verificação ou até esgotar-se o número total de gerações, M; se não alterou, então o algoritmo é interrompido antecipadamente, pois considera-se que houve convergência das soluções, isto é, obtenção dos parâmetros ótimos de C(s) e F(s). Nada impede dos referidos critérios de parada antecipada, utilizados opcionalmente na etapa preliminar, serem adotados também para o procedimento iterativo de dois passos, tendo em mente o compromisso existente entre a rapidez para se obter um resultado de simulação e o nível de robustez desejável para o sistema de controle.

É importante realçar a flexibilidade como grande vantagem da técnica proposta neste trabalho ao permitir que toda a formulação para as funções objetivo  $f_r$  e  $f_d$  seja permutada no procedimento iterativo de dois passos. Dessa forma, no lugar de  $\epsilon_m$  surge  $\epsilon_d$ como limiar do erro aceitável para os efeitos da perturbação na saída do sistema. Além disso, onde se lê  $f_r$ ,  $f_r(p, \mathbf{x})$ ,  $f_r(p, \mathbf{x}^*)$ ,  $p_r^*$  etc., deve-se ler os seus equivalentes  $f_d$ ,  $f_d(p, \mathbf{x})$ ,  $f_d(p, \mathbf{x}^*)$ ,  $p_d^*$  etc., e vice-versa. Tal alteração na formulação da solução para o problema tratado neste trabalho permite definir o nível tolerável de influência das perturbações, ao passo que a formulação atual focaliza na definição do nível de erro admissível entre a saída e o modelo de referência. Ambas abordagens permitem definir o nível de robustez desejável diante das incertezas nos parâmetros do sistema.

Neste trabalho o algoritmo DE executa um papel de extrema relevância em ambos os passos de síntese e análise do procedimento iterativo. A título de esclarecimento, o esforço computacional necessário para sintetizar o controlador PID é diretamente proporcional ao número de parâmetros a serem otimizados. Um ciclo completo de projeto pode durar minutos, horas ou dias de execução em um computador pessoal ou *notebook* com configuração típica de processador, memória, armazenamento etc. O algoritmo DE foi escolhido visando reduzir esse tempo, por ser, dentre outros motivos já citados no capítulo introdutório, um dos mais eficientes algoritmos de otimização evolutivo. Detalhes sobre esse algoritmo são apresentados na seção seguinte.

## 3.2 Algoritmo Evolução Diferencial

O algoritmo evolução diferencial, descrito em detalhes em Storn e Price (1997), é adotado para ambos os passos do procedimento iterativo por ser um algoritmo simples de ser implementado e eficiente para solução de problemas de otimização não-lineares, não-diferenciáveis, não-convexos e multimodais.

Neste trabalho, a ferramenta computacional MATLAB<sup>®</sup> é utilizada para implementar a técnica de projeto usando o algoritmo DE tanto nos passos de síntese quanto de análise.

Aproveitando o fato de que a estrutura do algoritmo DE permite execução paralela e que o MATLAB<sup>®</sup> possui recursos de paralelismo de processamento, úteis quando o *hardware* do processador possui mais de um núcleo, essa tecnologia é empregada para reduzir ainda mais o esforço computacional necessário para sintetizar o controlador.

Embora para o algoritmo evolução diferencial apenas três parâmetros (tamanho da população, N, constante de cruzamento, C, e coeficiente de variação diferencial,  $\mathcal{F}$ ) precisam ser ajustados, neste trabalho são considerados os seguintes parâmetros adicionais de configuração do DE: M o número de gerações e  $L \in \mathbb{R}^{q \times 2}$  a matriz com os limites inferiores e superiores de variação permitida para as variáveis de otimização **X**. No passo de síntese,  $\mathbf{X} = \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{\eta}$  e, no passo de análise,  $\mathbf{X} = p \in \mathbb{R}^{\xi}$ .

No que diz respeito às restrições, na etapa de síntese, os limites iniciais contidos em L não são utilizados para restringir as variáveis de otimização ao longo das diversas gerações, exceção feita à população inicial, criada com base nesses limites. Por outro lado, na etapa de análise é utilizada a operação de reflexão para garantir que as variáveis de otimização permaneçam dentro de seus limites definidos pelo conjunto  $\mathcal{P}$ . Na prática é possível perceber que a distribuição da população inicial afeta o comportamento do algoritmo DE. Uma população inicial mais espalhada pode dificultar a convergência do DE. Por outro lado, uma população mais concentrada pode fazer o DE convergir rápido demais e não encontrar uma solução boa. Em virtude disso, é importante escolher os limites de L mais adequados para cada problema e, geralmente, essa escolha é baseada na tentativa e erro.

O algoritmo DE é um método de otimização evolutivo com operações, ou operadores, de mutação, cruzamento e seleção. Esses operadores são os mesmos empregados em algoritmos evolucionários tradicionais, como o Algoritmo Genético. O nome do algoritmo evolução diferencial vem da operação de mutação em que uma solução mutante é criada a partir da diferença de outras duas soluções da população, adicionada a uma terceira, todas escolhidas de forma aleatória.

O algoritmo DE é estruturado da seguinte maneira:

```
k \leftarrow 1

\mathbf{X}_{k} \leftarrow \operatorname{Cria\_População\_Inicial(N)}

\mathbf{F}_{x} \leftarrow f(\mathbf{X}_{k})

<u>enquanto</u> k \leq M

\mathbf{V}_{k} \leftarrow \operatorname{Mutação\_Diferencial}(\mathbf{X}_{k})

\mathbf{U}_{k} \leftarrow \operatorname{Cruzamento}(\mathbf{X}_{k}, \mathbf{V}_{k})

\mathbf{U}_{k} \leftarrow \operatorname{Tratamento\_Restrições}(\mathbf{U}_{k})

\mathbf{F}_{u} \leftarrow f(\mathbf{U}_{k})

\mathbf{X}_{k+1} \leftarrow \operatorname{Seleção}(\mathbf{X}_{k}, \mathbf{U}_{k}, \mathbf{F}_{x}, \mathbf{F}_{u})

k \leftarrow k+1
```

fim enquanto

Resumidamente, os passos do algoritmo DE são: criar a população inicial aleatória; calcular o valor da função objetivo para cada indivíduo da população; enquanto o critério de parada não for atendido, realizar a mutação diferencial e o cruzamento para criar a população teste, tratar eventuais restrições sobre as soluções da população teste, calcular o valor da função objetivo para cada indivíduo da população teste, realizar a seleção entre os indivíduos da população anterior e da população teste, mantendo aqueles que resultarem em menor valor para a função objetivo.

Uma breve descrição dos operadores do algoritmo evolução diferencial é apresentada nas seções a seguir.

### 3.2.1 Mutação

Inicialmente, o vetor  $\mathbf{X}$  da população inicial é gerado aleatoriamente. Entretanto, se uma solução prévia estiver disponível, pode-se adicioná-la como um dos elementos da população.

Em uma operação chamada de mutação, um novo vetor, conhecido como vetor mutante, é gerado pela soma de um vetor com a diferença entre dois outros vetores multiplicada pelo coeficiente de variação diferencial. Conforme se deduz a partir do trabalho de Das, Mullick e Suganthan (2016), há várias opções para determinar o valor desse coeficiente, sendo uma das mais típicas considerar  $\mathcal{F} \in [0,5, 1,0] \in \mathbb{R}$ . O valor de  $\mathcal{F}$ pode ser fixado ou determinado aleatoriamente nessa faixa a cada execução da operação de mutação.

Exemplificando,

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{X}_a + \mathcal{F}_i(\mathbf{X}_b - \mathbf{X}_c),$$

em que  $\mathbf{V}_i$  é o vetor mutante,  $\mathbf{X}_a$  o vetor que será somado, denominado vetor base,  $\mathbf{X}_b$  e  $\mathbf{X}_c$  os vetores que participarão da operação de subtração e  $\mathcal{F}_i$  é o coeficiente de variação diferencial. Os índices  $a, b \in c$  são aleatoriamente gerados e de forma excludente, não repetida, diferentes do índice i, a partir do conjunto de vetores, ou indivíduos, que compõem a população. Para uma mesma geração, essa operação de mutação é repetida quantas vezes for o número de indivíduos da população,  $i = 1, \ldots, N$ .

#### 3.2.2 Cruzamento

Na operação chamada de cruzamento, recombinação ou *crossover*, um novo vetor, conhecido como vetor teste, é obtido pela mistura dos parâmetros do vetor mutante com os parâmetros do vetor correspondente na população atual, conhecido como vetor alvo.

Exemplificando, para uma mesma geração e para um mesmo indivíduo dessa geração, para cada parâmetro de otimização que compõe o vetor de variáveis de otimização,  $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ , faça:

 $\begin{array}{l} nia = \mathrm{N} \mathrm{\acute{u}mero\_Inteiro\_Aleat\acute{o}rio}(\eta) \\ \underline{\mathrm{para}} \ j = 1 \ \underline{\mathrm{at\acute{e}}} \ \eta \ \mathrm{par} \hat{\mathrm{ametros}} \ \mathrm{de} \ \mathrm{otimiza} \\ \underline{\mathrm{se}} \ (\mathrm{Aleat\acute{o}rio}() < \mathcal{C}) \ \underline{\mathrm{ou}} \ (nia = j) \\ \mathbf{U}_{j} \leftarrow \mathbf{V}_{j} \\ \underline{\mathrm{caso}} \ \mathrm{contr\acute{a}rio} \\ \mathbf{U}_{j} \leftarrow \mathbf{X}_{j} \\ \underline{\mathrm{fim}} \ \mathrm{se} \\ \mathrm{fim} \ \mathrm{para} \end{array}$ 

em que  $\mathbf{U}_i$  é o vetor teste,  $\mathbf{V}_i$  o vetor mutante e  $\mathbf{X}_i$  o vetor alvo, com  $i = 1, \ldots, \eta$ . Uma das

expressões lógicas para decidir se o critério foi atendido é verificar se um número gerado aleatoriamente é menor do que a constante de cruzamento C. O valor dessa constante,  $C \in [0, 1] \in \mathbb{R}$ , é previamente escolhida nessa faixa na etapa inicial de definição dos parâmetros de ajuste do algoritmo DE. Para garantir que ao menos um elemento do vetor mutante seja usado no vetor teste, outra expressão lógica é verificar se a iteração atual é igual a um número inteiro gerado aleatoriamente,  $nia \in [1, \eta]$ .

É importante esclarecer que o trecho de código acima não contempla todas as peculiaridades da operação de cruzamento. Por exemplo, o código é executado não somente para cada parâmetro de otimização que compõe um indivíduo da população, mas também para cada indivíduo em si. De qualquer forma, neste trabalho optou-se por apresentar um trecho de código ao mesmo tempo simples e funcional, visando maior clareza. Além disso, para garantir que a solução teste seja diferente da solução alvo, é gerado um índice aleatório para fazer o parâmetro correspondente da solução mutante pertencer à solução teste.

## 3.2.3 Seleção

Finalmente, na operação chamada de seleção ou competição, se o vetor teste fornecer um valor menor para a função objetivo do que o vetor alvo, o vetor teste substitui o vetor alvo na próxima geração. Uma vez que cada vetor da população tem que servir como vetor alvo, N competições ocorrem em uma geração.

Exemplificando, para cada indivíduo da população, faça:

$$\frac{\text{se } f(\mathbf{U}_i) < f(\mathbf{X}_i)}{\mathbf{X}_i \leftarrow \mathbf{U}_i}$$
fim se

i = 1 N Norso caso so o critório aval

para i = 1, ..., N. Nesse caso, se o critério avaliado não for atendido para determinado indivíduo, o vetor alvo,  $\mathbf{X}_i$ , permanece inalterado.

Em outras palavras, sob a ótica evolutiva, quando o indivíduo representado pelo vetor teste se sobressai em relação ao indivíduo representado pelo vetor alvo, o material genético do vetor teste é passado para a próxima geração.

## 3.3 Conclusão do capítulo

Neste capítulo foi apresentado o procedimento iterativo de dois passos, síntese e análise, como proposta para solucionar o problema de difícil solução abordado no Capítulo 2. Além da adoção de tal procedimento para simplificar a solução, o problema de otimização multiobjetivo é transformado em um problema de otimização mono-objetivo com uma das funções objetivo tratada como restrição sujeita à penalidade.

Cada passo desse procedimento é resolvido pelo algoritmo evolução diferencial, escolhido em virtude das vantagens que apresenta quando comparado com outros algoritmos de otimização evolutivos.

Para demonstrar a efetividade desta proposta, esse procedimento iterativo é aplicado para resolver o problema formulado no Capítulo 2 em exemplos apresentados no Capítulo 4.

## 4 Resultados

Para avaliar o procedimento proposto de projeto de controladores para sistemas multivariáveis incertos com atrasos, utilizando preditor de Smith filtrado e algoritmo DE, são considerados três exemplos da literatura. Embora o foco desta dissertação seja sistemas multivariáveis, a opção por apresentar um exemplo monovariável se justifica, conforme discutido em parte no Capítulo 2, por ser mais simples mostrar as características da estrutura dos blocos de controle e mais fácil explicar os efeitos do preditor de Smith com e sem o filtro de robustez. Além do mais, um sistema SISO facilita plotar o gráfico bidimensional do valor da função objetivo versus a variação do atraso em relação ao atraso nominal, sendo essa a parte complementar da discussão sobre sistemas SISO iniciada no Capítulo 2, que permite confirmar, para o caso avaliado, que o pior caso de desempenho ocorre quando o atraso está em um dos seus limites máximos de variação percentual.

Além do exemplo monovariável que consiste em uma planta SISO estável referenciada como aquecedor de água ou simplesmente aquecedor, também são apresentados dois sistemas multivariáveis, um deles uma planta MIMO integradora quadrada  $2 \times 2$ , referenciada como evaporador de três estágios ou simplesmente evaporador, e o outro uma planta MIMO estável não quadrada  $2 \times 3$ , referenciada como fracionador de óleo pesado ou como planta Shell.

Na Tabela 2 são apresentados os parâmetros de configuração do algoritmo DE: tamanho da população, N, número de gerações, M, e limite de variação dos parâmetros incertos, L, considerados para os passos de síntese e análise. Esses valores foram utilizados em cada um dos exemplos abordados neste trabalho. Todos esses parâmetros foram escolhidos empiricamente, por tentativa e erro, a partir dos resultados obtidos nas primeiras simulações. Apesar disso, vale ressaltar que o tamanho da população está relacionado com o número de variáveis de otimização, enquanto o número de iterações ou gerações necessárias para que a população convirja para o ótimo depende do tamanho da população.

Processo	Passo	N M		L	
	síntese	12	400	[0, 1]	
Aquecedor de agua	análise	18	100	$\pm 10\%$	
Evaporador do três estários	síntese	24	600	[0, 0, 1]	
Evaporador de tres estagios	análise	16	150	$\pm 10\%$ $\pm 30\%$	
Fracionador de áleo posado	síntese	32	800	[0, 0, 1]	
riacionador de oleo pesado	análise	24	200	$\pm 10\%$	

Tabela 2 – Parâmetros de configuração do algoritmo DE adotados em cada processo

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

No que diz respeito aos demais parâmetros de configuração do algoritmo DE, para os três exemplos abordados neste trabalho, a constante de cruzamento foi mantida fixa, C = 0.9, pois foi testado com outros valores e ficou bom com esse para todos os exemplos. Quanto ao coeficiente de variação diferencial, seu valor foi determinado aleatoriamente nesta faixa,  $\mathcal{F} = [0,5, 1,0]$ , a cada execução da operação de mutação. Essa é a faixa sugerida em Das, Konar e Chakraborty (2005), que foi adotada neste trabalho sem nenhuma alteração.

Visando abordar aspectos distintos envolvidos no procedimento de projeto de controladores, em cada exemplo é abordada uma ou mais questões diferentes. No primeiro exemplo são destacadas as características dos sistemas para seguimento de referência e rejeição de perturbação, para controle utilizando filtro de 1ª ordem e filtro de 1ª ordem com zero, além dos efeitos da adotação de um controlador PI versus PID. No segundo exemplo lida-se com um sistema integrador, para controle com preditor de Smith sem filtro e com filtro de robustez, considerando incertezas de  $\pm 10\%$  e  $\pm 30\%$  nos atrasos do sistema. Finalmente, no terceiro exemplo aborda-se um sistema não quadrado, ora considerando, ora não as perturbações durante a fase de projeto.

## 4.1 Sistema A - Aquecedor de água

Um sistema monovariável de aquecimento de água com cano longo na saída é descrito em Normey-Rico e Camacho (2007) e Oliveira, Souza e Palhares (2017) e apresentado esquematicamente na Figura 12.

Figura 12 – Aquecedor de água com longa tubulação na saída



Fonte: Oliveira, Souza e Palhares (2017, p. 1273)

Esse sistema é representado pela seguinte função de transferência de 2ª ordem:

$$G(s) = \frac{1}{(1,5s+1)(0,4s+1)}e^{-\theta s}, \qquad (4.1)$$

tendo como entrada a potência p(t) aplicada na resistência elétrica instalada no tanque, a saída a temperatura T no final da tubulação e o atraso  $\theta$  variando  $\pm 10\%$  em torno do valor médio  $\theta_m = 3,5$  segundos, isto é,  $\theta \in [3,15, 3,85]$ . Dentre as causas do atraso mencionadas

na Introdução, nesse caso o atraso é devido ao transporte de massa, especificamente, água, que após sair do tanque gasta algum tempo para fluir pela tubulação até o seu extremo, local em que o sensor de temperatura se encontra instalado.

Na sequência são desenvolvidos quatro projetos de controladores para esse sistema de aquecimento de água.

### 4.1.1 Projeto 1: PSF-PID com foco em seguimento de referência

Para comparação foi considerado o seguinte controlador PID proposto por Oliveira, Souza e Palhares (2017) para controlar o processo aquecedor de água:

$$C(s) = 5,0822 + \frac{3,5501}{s} + 1,4335 \frac{s}{0,05s+1}.$$
(4.2)

A metodologia de projeto desses autores emprega a estrutura do preditor de Smith sem filtro e considera incertezas de  $\pm 10\%$  sobre o valor do atraso. Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = 3,85$ .

Na aplicação do procedimento proposto nesta dissertação, os seguintes parâmetros para o modelo de referência  $\hat{T}(s)$ , Eq. (2.15), foram adotados:  $\omega_n = 1.9$ ,  $\zeta = 1$ ,  $T_z = 0.8$  e  $\hat{\theta} = 3.5$ . Tais parâmetros definem o comportamento desejado para a saída do sistema:  $\hat{y}$ com tempo de subida  $t_r = 0.6233$  segundos, tempo de acomodação  $t_s = 5.5941$  segundos e máximo sobressinal  $M_p = 2.7959\%$ . Os parâmetros de  $\hat{T}(s)$  foram determinados a partir da resposta ao degrau unitário do controlador obtido pelo método apresentado em Oliveira, Souza e Palhares (2017).

O projeto P1 consiste em um preditor de Smith filtrado (PSF) com controlador PID projetado com foco no seguimento de referência, em detrimento da rejeição de perturbação. Para atender esse objetivo, o limiar de confinamento do pior caso de erro entre a saída do sistema e a saída do modelo de referência adotado foi  $\epsilon_m = 0,005$ . Aplicando o procedimento iterativo de dois passos, considerando o conjunto finito inicial,  $\hat{\mathcal{P}}$ , com dois pontos, o atraso médio e o atraso máximo, 3,5 e 3,85, respectivamente, foi projetado o seguinte controlador PID centralizado:

$$C(s) = 5,7197 + \frac{4,1293}{s} + 1,7525 \frac{s}{0,05s+1}.$$
(4.3)

Visando efetuar a comparação entre os controladores em condições o mais semelhantes possíveis, a constante de tempo da ação derivativa,  $\tau_f$ , foi mantida fixa com o mesmo valor adotado por Oliveira, Souza e Palhares (2017), isto é,  $\tau_f = 0.05$ .

Quanto ao projeto do filtro de robustez, a seguinte função de transferência de  $1^{\underline{a}}$  ordem foi obtida:

$$F(s) = \frac{1}{13,51s+1}.$$
(4.4)

É bom esclarecer que ao longo das simulações foi verificado para os filtros projetados que o valor da constante de tempo do zero,  $\tau_z$ , não raro fica menor que 1, enquanto a constante de tempo do polo,  $\tau_p$ , às vezes chega à casa das dezenas ou centenas. Por esse motivo, para cada exemplo, ao realizar algumas simulações que constatam que, além de um pequeno  $\tau_z$ , a relação  $\tau_p/\tau_z$  supera muitas dezenas, optou-se por considerar a constante do zero nula, medida que além de eliminar uma variável de otimização, reduz o esforço computacional. A Eq. (4.4) reflete esse caso.

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = 3,85$ . Esse resultado também pode ser confirmado graficamente, por meio da Figura 13, em que o maior valor da função objetivo, neste caso, algo em torno de  $5,5 \times 10^{-3}$ , ocorre para o atraso relativo 1,1, equivalente ao acréscimo de 10% ao valor do atraso médio  $\theta_m = 3,5$ , isto é, 3,85. O segundo pior caso de desempenho, cerca de de  $5,0 \times 10^{-3}$  para a função objetivo, ocorre para o atraso relativo 0,9, referente ao decréscimo de 10% do valor de  $\theta_m$ , isto é, 3,15. E o menor valor da função objetivo, aproximadamente  $1,0 \times 10^{-3}$ , ocorre justamente para o sistema precisamente conhecido, sem nenhuma incerteza em seus parâmetros, para o atraso relativo 1, equivalente ao valor médio do atraso,  $\theta_m = 3,5$ .

Figura 13 – Função objetivo versus variação do atras<br/>o em relação ao atraso nominal para o controlador proposto P1



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

As respostas transitórias de seguimento de referência,  $y_r(t)$ , e de rejeição de perturbação,  $y_d(t)$ , para os controladores PID proposto (P1) e comparado, Eq. (4.2), para  $t_f = 30$  segundos, sinais  $r(t) = \mathbf{u}(t-1)$  e  $d(t) = \mathbf{u}(t-1)$  aplicados não simultaneamente, para atraso médio,  $p_m$ , são apresentadas na Figura 14. Os sinais de referência, r(t), e perturbação, d(t), na forma de degrau unitário deslocado no tempo, foram aplicados no tempo t = 1 segundo para melhor visualização do sinal de controle u(t).

Algumas partes do gráfico foram ampliadas com o objetivo de melhorar a visualização do transitório do trecho destacado e facilitar a comparação entre os controladores.

Na Figura 14 é possível verificar que o objetivo do projeto foi atendido para o seguimento de referência, embora, conforme esperado, a rejeição de perturbação tenha ficado

Figura 14 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P1 (----) e obtido de O.& S.& P. (2017) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

prejudicada. Para o cenário de atraso médio,  $p_m$ , o controlador proposto é ligeiramente mais rápido para acompanhar a referência quando comparado com o controlador de Oliveira, Souza e Palhares (2017).

Nas mesmas condições de simulação mencionadas anteriormente, os esforços de controle exercidos por cada controlador, para seguir a referência,  $u_r(t)$ , e para rejeitar a perturbação,  $u_d(t)$ , são apresentados na Figura 15.

Figura 15 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P1 (----) e obtido de O.& S.& P. (2017) (---), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

A amplitude dos esforços de controle para seguir a referência diverge apenas durante o período de tempo em destaque na Figura 15, entre 0,8 e 1,2 segundos, aproximadamente, sendo maior para o controlador proposto até por volta de t = 1,1 segundo. Esse resultado era esperado, pois na circunstância em que nenhuma restrição é imposta ao sinal de controle, é necessário um maior esforço de controle para conseguir um transitório de saída mais rápido. De forma coerente, o menor esforço de controle para rejeitar perturbação explica a rejeição menos eficiente proporcionada por P1 quando comparado com o outro método da literatura.

Para o cenário de pior caso,  $p^*$ , nas mesmas condições de simulação anteriores, isto é, para  $t_f = 30$  segundos, sinais  $r(t) = \mathbf{u}(t-1)$  e  $d(t) = \mathbf{u}(t-1)$  aplicados não simultaneamente, as respostas transitórias de seguimento de referência e de rejeição de perturbação para cada um dos controladores PID são apresentadas na Figura 16, enquanto os esforços de controle são apresentados na Figura 17.

Figura 16 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P1 (----) e de O.& S.& P. (2017) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Figura 17 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P1 (----) e de O.& S.& P. (2017) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Uma rápida inspeção nas Figuras 16 e 17 demonstra que na presença de incertezas o controlador proposto é mais robusto do que o controlador de Oliveira, Souza e Palhares (2017). Esse resultado pode ser confirmado pela realçada degradação das respostas  $y_r(t)$  e  $y_d(t)$  e dos sinais de controle  $u_r(t)$  e  $u_d(t)$  do controlador comparado, apresentando grau considerável de oscilação.

O projeto P1 foi realizado para um sistema considerando que o seguimento de referência tem maior prioridade e importância sobre a rejeição de perturbação. Na próxima seção consta um novo projeto para o qual o foco é a rejeição de perturbação.

## 4.1.2 Projeto 2: PSF-PID com foco em rejeição de perturbação

O projeto P2 visa melhorar a capacidade do sistema de controle de rejeitar perturbação, mas sem afetar significativamente o seguimento de referência. Isso é possível afrouxando, na parametrização do otimizador, as exigências de erro máximo permitido entre a saída do modelo de referência,  $\hat{y}$ , e a saída do sistema, y. Nesse caso, foi utilizado  $\epsilon_m$  10 vezes maior em relação ao projeto anterior,  $\epsilon_m = 0.05$  contra 0.005. Ao aumentar o limiar de tal erro, o mecanismo otimizador tem maior grau de liberdade para encontrar um controlador e filtro que rejeitem as perturbações com maior efetividade.

O controlador e o filtro projetados para essa situação são:

$$C(s) = 5,8641 + \frac{3,0380}{s} + 1,9240 \frac{s}{0,05s+1}, \qquad (4.5)$$

$$F(s) = \frac{1}{0,8699s + 1}.$$
(4.6)

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = 3,85$ .

Ao confrontar os projetos P1 e P2, o controlador de P2, Eq. (4.5), possui maiores  $K_P$  e  $K_D$  e menor  $K_I$  em relação ao controlador de P1, Eq. (4.3). Quanto ao filtro de P2, Eq. (4.6), a constante de tempo,  $\tau_p$ , é aproximadamente 15 vezes menor que a constante do filtro de P1, Eq. (4.4), o que era esperado, já que o filtro de robustez torna o sistema mais imune às incertezas para o seguimento de referência, ao preço de prejudicar a rejeição de perturbação.

Na Figura 18 são apresentadas as respostas transitórias de seguimento de referência e de rejeição de perturbação para os controladores PID proposto (P2) e comparado, Eq. (4.2), para atraso médio,  $p_m$ . Nas mesmas circunstâncias, os esforços de controle são apresentados na Figura 19.

Figura 18 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P2 (----) e de O.& S.& P.(2017) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Para o cenário de atraso médio,  $p_m$ , visualmente é possível identificar que o objetivo do projeto — melhorar a rejeição de perturbação — foi atendido, apesar de não ter superado a capacidade de rejeição do controlador comparado. Por outro lado, as características da resposta transitória para seguimento de referência,  $y_r$ , não sofreram degradação aparente, inclusive houve uma ligeira melhoria, como a redução do sobressinal,  $M_p$ .

Figura 19 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P2 (----) e de O.& S.& P.(2017) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Na Figura 20 são apresentadas as respostas transitórias de seguimento de referência e de rejeição de perturbação para o cenário de pior caso,  $p^*$ . E na Figura 21 são apresentados os esforços de controle exercidos por cada um dos controladores PID.

Figura 20 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P2 (----) e de O.& S.& P. (2017) (- --), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Pela análise gráfica é possível notar que, na presença de incertezas, o projeto P2 é um pouco mais vulnerável que o P1. Esse é o preço a ser pago para melhorar a rejeição de perturbação. Ainda assim, a degradação da resposta proporcionada pelo controlador comparado, Eq. (4.2), é maior do que com o projeto P2.

Para complementar com valores numéricos a análise gráfica de desempenho, os valores do tempo de subida,  $t_r$ , do tempo de acomodação,  $t_s$ , do sobrevalor máximo,  $M_p$ , da integral do erro ao quadrado devido à referência,  $ISE_r$ , e devido à perturbação,  $ISE_d$ , para os projetos de controle propostos, P1 e P2, e comparado, Eq. (4.2), considerando  $t_f = 30$  segundos para valor médio,  $p_m$ , e pior caso,  $p^*$ , com sinais  $r(t) = \mathbf{u}(t-1)$  e  $d(t) = \mathbf{u}(t-1)$  aplicados não simultaneamente, são apresentados na Tabela 3. Visando incrementar as informações, optou-se por apresentar também as características da resposta do modelo de referência. Os critérios clássicos de desempenho,  $t_r$ ,  $t_s \in M_p$ , são calculados e

Figura 21 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P2 (----) e de O.& S.& P. (2017) (- --), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

exibidos para a saída  $y_r(t)$  considerando apenas a referência r(t), enquanto a perturbação d(t) é nula.

Tabela 3 – Comparação do desempenho dos controladores PID para o aquecedor de água

Método	Cenário	$t_r$	$t_s$	$M_p(\%)$	$ISE_r$	$ISE_d$
Modelo de referência	$p_m$	0,6233	5,5941	2,7959	3,6669	_
O. & S. & P. (2017)	$p_m$	$0,\!6377$	$7,\!1219$	$2,\!8605$	3,7074	$2,\!3492$
	$p^*$	$0,\!6337$	28,7085	$40,\!6232$	4,2028	$2,\!6851$
Proposto (P1)	$p_m$	0,5655	7,1167	2,8031	3,6818	9,2811
	$p^*$	$0,\!5789$	$10,\!2517$	$2,\!1898$	$4,\!0365$	9,5015
Proposto (P2)	$p_m$	0,6271	$5,\!9868$	0,0040	$3,\!6760$	3,0236
	$p^*$	$0,\!6301$	13,7513	$19,\!6599$	4,0729	$3,\!3526$

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

A comparação dos resultados apresentados na Tabela 3 demonstra que os projetos P1 e P2 apresentam melhor desempenho geral do que o controlador obtido de Oliveira, Souza e Palhares (2017). Destaque feito aos critérios de desempenho  $t_r$ ,  $t_s$ ,  $M_p$  e  $ISE_r$ . Para facilitar a identificação, os melhores resultados para  $p_m$  e  $p^*$  de cada critério de desempenho estão realçados em negrito. O único critério não superado pelos projetos propostos foi em relação à rejeição de perturbação,  $ISE_d$ , o que pode ser explicado pela ausência do filtro no método comparado, lembrando que sua ausência reflete em melhor rejeição de perturbação em detrimento da robustez em relação à incerteza no atraso. Não superar o critério  $ISE_d$  não é um problema em si, pois o foco deste trabalho é garantir a robustez, isto é, um nível aceitável de seguimento de referência mesmo diante de incertezas nos parâmetros do sistema. Além de conseguir resultado similar de rejeição de perturbação, P2 ficou mais robusto quando comparado com o outro método da literatura. Melhorias adicionais para lidar com a perturbação podem ser obtidas aumentando ainda mais o limiar de erro máximo do otimizador,  $\epsilon_m$ , mencionado no início desta seção, sempre levando em consideração o compromisso entre o seguimento de referência e a rejeição de perturbação. Conforme instruções no Capítulo 2 para avaliar o critério de desempenho  $ISE_r$ , os seguintes valores percentuais arredondados para uma casa decimal indicam quantitativamente o quanto um projeto é melhor que outro. Analisando primeiramente o cenário de atrasos médios,  $p_m$ , tem-se:  $ISE_{maior} = 3,7074$  e  $ISE_{menor} = 3,6760$ , resultando na melhoria m(%) = 0,7% proporcionada pelo projeto P2 em relação ao controlador obtido de Oliveira, Souza e Palhares (2017). Fazendo a análise para o cenário de pior caso,  $p^*$ , P1 apresenta uma melhoria de 4,0% em relação ao controlador comparado. Com base nesse critério de desempenho, os controladores propostos são um pouco melhores do que o controlador comparado.

A mesma discussão realizada para os projetos P1 e P2 se repete na próxima seção, porém, agora com foco no projeto de preditor de Smith filtrado com controlador PI.

### 4.1.3 Projeto 3: PSF-PI com foco em seguimento de referência

Para comparação, foi considerado o seguinte controlador PI proposto por Normey-Rico e Camacho (2007) para controlar o processo aquecedor de água:

$$C(s) = 3\frac{s+0,6667}{s}.$$
(4.7)

Considerando incertezas de  $\pm 10\%$  no atraso de G(s), ao analisar esse controlador para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = 3,85$ .

Para criar condições semelhantes de comparação, os parâmetros do modelo de referência,  $\hat{T}(s)$ , Eq. (2.15), para os projetos P3 e P4 foram determinados não mais considerando Oliveira, Souza e Palhares (2017), mas a partir da resposta ao degrau unitário do controlador obtido pelo método apresentado em Normey-Rico e Camacho (2007). Dessa forma, os seguintes parâmetros para  $\hat{T}(s)$  foram adotados:  $\omega_n = 1.8$ ,  $\zeta = 0.9$ ,  $T_z = 0.6$  e  $\hat{\theta} = 3.5$ , proporcionando  $\hat{y}$  com tempo de subida  $t_r = 0.8887$  segundos, tempo de acomodação  $t_s = 4.8076$  segundos e máximo sobressinal  $M_p = 1.6283\%$ .

Considerando  $\epsilon_m = 0.05$ , o controlador PI e o filtro de robustez referentes ao projeto P3 são:

$$C(s) = 4.2 \frac{s + 0.4578}{s}, \qquad (4.8)$$

$$F(s) = \frac{0.5s + 1}{4.469s + 1}.$$
(4.9)

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = 3,85$ .

As respostas transitórias de seguimento de referência e de rejeição de perturbação para os controladores PI proposto, P3, e comparado, Eq. (4.7), para atraso médio,  $p_m$ , são apresentadas na Figura 22, enquanto na Figura 23 são apresentados os esforços de controle.

Figura 22 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P3 (----) e de N-R. & C. (2007) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Figura 23 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P3 (----) e de N-R. & C. (2007) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Para o cenário de pior caso,  $p^*$ , as respostas transitórias são apresentadas na Figura 24, enquanto os esforços de controle exercidos por cada um dos controladores PI são apresentados na Figura 25.

Embora os resultados do projeto P3 possuam algumas diferenças em relação aos resultados do projeto P1, ambos realizados com foco em seguimento de referência, vale a mesma discussão realizada anteriormente. Em resumo, na presença de incertezas, cenário  $p^*$ , ambos os sistemas de controle, o proposto, P3, e o comparado, Eq. (4.7), apresentam desempenho pior em relação à situação em que não há incertezas, cenário  $p_m$ . Entretanto, P3 é visualmente mais robusto, apesar de realizar uma rejeição de perturbação menos eficiente, conforme já era esperado.

Na próxima seção consta um novo projeto com foco na rejeição de perturbação, uma vez que o atual foi realizado considerando como prioridade o seguimento de referência.

Figura 24 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P3 (----) e de N-R. & C. (2007) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Figura 25 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P3 (----) e de N-R. & C. (2007) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

### 4.1.4 Projeto 4: PSF-PI com foco em rejeição de perturbação

Ao aplicar o procedimento proposto visando rejeitar as perturbações de carga, d, sem considerável deterioração da resposta de seguimento de referência, considerando  $\epsilon_m = 0,1$ , foram projetados o controlador PI centralizado e o filtro de robustez:

$$C(s) = 3,8559 \frac{s + 0,4739}{s}, \qquad (4.10)$$

$$F(s) = \frac{0.7131s + 1}{1.413s + 1}.$$
(4.11)

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = 3,85$ .

Nas Figuras 26 e 27, respectivamente, são apresentadas as respostas transitórias de seguimento de referência e de rejeição de perturbação para o projeto de controlador proposto, P4, e comparado, Eq. (4.7), para o cenário de atraso médio,  $p_m$ , além dos esforços de controle exercidos por cada controlador PI.

Figura 26 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P4 (----) e de N-R. & C. (2007) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Figura 27 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P4 (----) e de N-R. & C. (2007) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Finalmente, para o cenário de pior caso,  $p^*$ , as respostas transitórias e os esforços de controle são apresentados nas Figuras 28 e 29, respectivamente.

Pela análise gráfica é possível verificar que a rejeição de perturbação foi aprimorada, conforme era esperado. Por outro lado, havia uma possibilidade da resposta de seguimento de referência do projeto P4 apresentar comportamento pior, ao ser comparado com o controlador da literatura, mas aconteceu justamente o contrário, o desempenho de P4 ficou melhor. É evidente a degradação apresentada por todos os projetos ao confrontar suas respostas para os cenários  $p_m$  e  $p^*$ , indicando não ser uma tarefa fácil lidar com sistemas que apresentam incertezas em seus parâmetros.

Os critérios numéricos de desempenho dos projetos propostos, P3 e P4, e comparado, Eq. (4.7), obtidos nas mesmas circunstâncias que P1 e P2, são apresentados na Tabela 4.

Ao analisar a Tabela 4 percebe-se que os controladores P3 e P4 resultam em melhor desempenho geral do que o controlador obtido de Normey-Rico e Camacho (2007), conforme

Figura 28 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P4 (----) e de N-R. & C. (2007) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Figura 29 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P4 (----) e de N-R. & C. (2007) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

destaques em negrito. Em relação ao comparativo anterior, o destaque recai nos critérios de desempenho  $t_r$ ,  $M_p$  e  $ISE_r$ . O critério  $t_s$  não foi superado para o cenário específico de valor médio,  $p_m$ , enquanto para o pior caso,  $p^*$ , houve considerável superação. Assim como ocorreu para os projetos P1 e P2, os controladores P3 e P4 não se sobressaíram em relação ao critério  $ISE_d$ . De qualquer forma, maior capacidade de rejeição de perturbação pode ser obtida diminuindo as exigências de seguimento de referência ao parametrizar o otimizador do procedimento iterativo de dois passos com um  $\epsilon_m$  maior. Em relação à  $ISE_r$ , o nível de melhoria obtido para o cenário de atraso médio,  $p_m$ , foi m(%) = 1,9%, enquanto para o cenário de pior caso,  $p^*$ , foi de 4,9\%, ambos para P3 em relação ao método da literatura.

Uma consideração importante em relação à rejeição de perturbação é a dificuldade de se obter  $ISE_d$  com valores menores quando se usa filtro de robustez. Nesse aspecto, usando a estrutura de preditor de Smith filtrado é mais difícil obter um sistema de controle para obter uma melhor rejeição de perturbação que os projetos de autores que

Método	Cenário	$t_r$	$t_s$	$M_p(\%)$	$ISE_r$	$ISE_d$
Modelo de referência	$p_m$	0,8887	4,8076	$1,\!6283$	3,7394	_
N-R. & C. (2007)	$p_m$	0,7869	$7,\!1176$	12,0259	$3,\!9550$	$2,\!5576$
	$p^*$	0,7937	$29,\!4551$	$32,\!1237$	$4,\!4574$	$2,\!9027$
Proposto (P3)	$p_m$	0,6460	7,9321	10,7458	$3,\!8785$	4,7840
	$p^*$	$0,\!6465$	$14,\!7544$	10,7155	$4,\!2403$	5,0446
Proposto (P4)	$p_m$	0,6909	8,0530	$9,\!4747$	3,8964	2,9538
	$p^*$	$0,\!6915$	18,7737	$23,\!6768$	4,3039	$3,\!2661$

Tabela 4 – Comparação do desempenho dos controladores PI para o aquecedor de água

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

usam estruturas sem filtro, como Normey-Rico e Camacho (2007) e Oliveira, Souza e Palhares (2017). Se o filtro fosse retirado o resultado poderia ser igual ou até melhor do que o desses autores. Isso porque o filtro torna mais lenta a capacidade do controlador perceber e atuar nas perturbações. Trata-se de um filtro de robustez para as incertezas nos parâmetros da planta, refletindo no seguimento de referência, não necessariamente para rejeitar perturbações. Um cenário específico para estudar as influências da retirada do filtro é abordado na próxima seção para o sistema B.

É interessante notar que para o presente exemplo, sistema SISO de aquecimento de água, para todos os projetos de controladores propostos, P1, P2, P3 e P4, e todos os controladores comparados, Eq. (4.2) e Eq. (4.7), o pior caso de desempenho ocorreu para o atraso máximo,  $\theta = 3,85$ . Contudo, essa situação de similaridade não necessariamente ocorre para outros sistemas, conforme será visto nas seções seguintes.

## 4.2 Sistema B - Evaporador de três estágios

Conforme consta em Normey-Rico e Camacho (2007), em uma fábrica de açúcar, a primeira etapa consiste na extração da sacarose (açúcar) a partir da beterraba ou da cana, resultando num caldo (ou suco) com impurezas. Essas impurezas precisam ser removidas antes da sacarose pura poder ser cristalizada. O caldo é considerado purificado quando contém menos de 20% de partículas sólidas. Nessas condições, o caldo pode ser concentrado pela evaporação da maior quantidade de água possível. Posteriormente, o açúcar é cristalizado a partir do caldo concentrado por meio da contínua evaporação de água em um recipiente a vácuo. Finalmente, o açúcar é secado e empacotado. A evaporação é a etapa na qual a água contida no caldo é eliminada para se obter um caldo com elevada concentração de açúcar. Apesar da evaporação poder ser realizada em um único evaporador, quando a vazão e o custo do vapor são elevados, usualmente se emprega dois ou mais evaporadores em cascata. Dessa forma, não só o caldo passa de um evaporador para outro em estágios sucessivos, como também o vapor produzido e aplicado em um dos evaporadores é usado para aquecer o próximo e assim sucessivamente.

Um sistema multivariável de evaporação de três estágios é descrito com detalhes em Normey-Rico e Camacho (2007) e apresentado esquematicamente na Figura 30.

Figura 30 – Evaporador de três estágios para controle de nível e temperatura



Fonte: Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007, p. 366)

O nível e a temperatura do caldo no tanque de armazenamento são, respectivamente,  $y_1 e y_2$ , as vazões de entrada de caldo e vapor são, respectivamente,  $u_1 e u_2$ , enquanto q é a vazão de saída de caldo do tanque. Nessa planta, q é considerada a entrada de perturbação d.

O sistema MIMO  $2 \times 2$  do evaporador de três estágios é representado pela seguinte matriz de funções de transferência de  $1^{\underline{a}}$  ordem:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{3,5e^{-s}}{s} & \frac{-e^{-5s}}{2s+1} \\ \frac{2e^{-7s}}{1,5s+1} & \frac{-e^{-5s}}{3,2s+1} \end{bmatrix}.$$
(4.12)

A dinâmica da perturbação de carga é representada por:

$$G_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.5e^{-3s}}{s} \\ \frac{4.5e^{-2s}}{2s+1} \end{bmatrix}.$$
(4.13)

Neste exemplo é considerado que os atrasos  $\theta_i$  de G(s) variam  $\pm 10\%$  em torno do valor médio  $\theta_m = [1 \ 7 \ 5 \ 5]^T$  segundos, isto é,  $\theta_i \in [0,9, 1,1] \times [6,3, 7,7] \times [4,5, 5,5] \times [4,5, 5,5]$ , para o par de projetos P5 e P6. Por outro lado, para P7 e P8 considera-se variação de  $\pm 30\%$  nos tempos de atraso, isto é,  $\theta_i \in [0,7, 1,3] \times [4,9, 9,1] \times [3,5, 6,5] \times [3,5, 6,5]$ .

Flesch (2012) aborda o problema de controle do evaporador de três estágios no tempo discreto, com período de amostragem  $T_s = 0,2$  minutos, e propõe o controlador PI

#### e o filtro a seguir:

$$C(z) = \begin{bmatrix} 0.14 + \frac{0.14}{10} \frac{0.2z}{(z-1)} & 0\\ 0 & -0.95 + \frac{-0.95}{3.2} \frac{0.2z}{(z-1)} \end{bmatrix},$$
(4.14)
$$\begin{bmatrix} \frac{1.5z - 1.4}{z - 0.9} & 0\\ \end{bmatrix}$$

$$F(z) = \begin{bmatrix} \hline z - 0.9 & 0 \\ 0 & 0.1 \\ 0 & z - 0.9 \end{bmatrix}.$$
 (4.15)

Para efeito de comparação, o controlador e o filtro equivalentes em tempo contínuo são:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 0,1428 \frac{s+0,014}{s} & 0\\ 0 & -1,0094 \frac{s+0,2941}{s} \end{bmatrix},$$
(4.16)  
$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{2,8474s+1}{1,8983s+1} & 0\\ 0 & \frac{1}{1,8983s+1} \end{bmatrix}.$$
(4.17)

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = [1,1000 \ 6,3000 \ 5,5000 \ 5,5000]^T$ , não necessariamente os valores máximos de cada atraso.

Para realizar a comparação em condições semelhantes àquelas do cenário de simulação adotado por Flesch (2012), considera-se uma mudança em degrau de 0,75 na amplitude de  $r_1$ , isto é, na referência de  $y_1$ , uma mudança de 0,5 na amplitude de  $r_2$ , ou seja, na referência de  $y_2$ , e uma perturbação d também em degrau com amplitude de 0,05. Por outro lado, o instante de tempo em que o degrau de cada um desses sinais é aplicado é diferente do adotado em Flesch (2012), visando melhorar a visualização gráfica do comportamento dos sinais.

Atenção ao fato de que os projetos P1 a P4, referentes a um sistema monovariável, tiveram seus resultados gráficos exibidos a cada projeto. Por outro lado, uma vez que os próximos projetos, P5 a P10, são para sistemas multivariáveis, para lidar com as diversas entradas e saídas do sistema e facilitar a comparação, optou-se por apresentar primeiramente as informações de cada par de projeto, por exemplo, P5 e P6, para, em seguida, apresentar os gráficos correspondentes com os resultados unificados.

Nas próximas seções, quatro projetos de controladores são desenvolvidos para o sistema de evaporação de três estágios.

#### 4.2.1 Projeto 5: PSF-PI considerando apenas atrasos nominais

No Capítulo 3 é mencionado que no passo de síntese do procedimento iterativo de dois passos, o conjunto finito inicial  $\hat{\mathcal{P}}$  é inicializado com dois pontos, os atrasos médios
ou nominais,  $p_m$ , e os atrasos máximos,  $p_{max}$ , que neste caso equivale a todos os quatro atrasos acrescidos de 10%. O par de projetos P5 e P6 representa um experimento que demonstra a importância de inicializar  $\hat{\mathcal{P}}$  não somente com os atrasos nominais, mas também e principalmente com os atrasos máximos.

Os seguintes parâmetros para o modelo de referência  $\hat{T}(s)$ , Eq. (2.15), foram adotados:  $\omega_{n,1} = 0,3807$ ,  $\zeta_1 = 1,0799$ ,  $T_{z,1} = 5,6012$ ,  $\hat{\theta}_1 = 1$ ,  $\omega_{n,2} = 1,0544$ ,  $\zeta_2 = 1,4584$ ,  $T_{z,2} = 0,4509$  e  $\hat{\theta}_2 = 5$ . Tais parâmetros definem o comportamento desejado para a saída do sistema:  $\hat{y}_1$  com tempo de subida  $t_r = 1,8861$  segundos, tempo de acomodação  $t_s = 16,2620$  segundos e máximo sobressinal  $M_p = 11,4784\%$ ;  $\hat{y}_2$  com  $t_r = 5,1957$  segundos,  $t_s = 54,2598$  segundos e  $M_p = 0\%$ . Os parâmetros de  $\hat{T}(s)$  foram determinados a partir da resposta ao degrau unitário fornecida pelo controlador obtido pelo método apresentado em Flesch (2012), posteriormente ajustados para tornar a resposta ligeiramente mais rápida. Os parâmetros de  $\hat{T}(s)$  foram determinados considerando o sistema precisamente conhecido. Conforme abordado no Capítulo 2, para capturar as dinâmicas mais rápidas de cada saída, os atrasos  $\hat{\theta}_i$  do modelo de referência foram escolhidos como sendo o menor atraso por saída de G(s).

O projeto P5 consiste em um preditor de Smith filtrado (PSF) com controlador proporcional integral (PI) projetado considerando apenas o atraso nominal. Por esse motivo, é utilizado apenas o passo de síntese do procedimento iterativo de dois passos. Nesta fase, o passo de análise não é empregado. Ao contrário dos projetos para o aquecedor de água, P1, P2, P3 e P4, o seguimento de referência e a rejeição de perturbação não têm prioridade um sobre o outro e não são o foco principal do projeto P5. Diferentemente dos projetos anteriores, para P5 foi considerado o limiar de erro aceitável para a perturbação,  $\epsilon_d = 0,4$ , pois a formulação com  $\epsilon_d$  proporcionou resultado melhor do que o obtido com  $\epsilon_m$ . Dessa forma, considerando o conjunto finito,  $\hat{\mathcal{P}}$ , com um único ponto, o atraso médio,  $p_m$ , foram projetados o controlador PI centralizado e o filtro de robustez:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 0.21049 \frac{s+0.3623}{s} & 0.021218 \frac{s+6.901}{s} \\ -0.07419 \frac{s+1.448}{s} & -0.78472 \frac{s+0.837}{s} \end{bmatrix},$$
(4.18)

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,247s+1}{0,05255s+1} & 0\\ 0 & \frac{6,66s+1}{2,482s+1} \end{bmatrix}.$$
 (4.19)

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = [1,1000 \ 6,4896 \ 4,5166 \ 5,4767]^T$ .

No final da seção do projeto P4, do aquecedor de água, foi mencionado que nem sempre os atrasos referentes à condição de pior caso,  $p^*$ , coincidem com os atrasos máximos. Se coincidissem, então no caso de P5 os atrasos de pior caso, iguais aos máximos,  $p^* = p_{max}$ ,

seriam  $[1,1 7,7 5,5 5,5]^T$ . Portanto, essa diferença fica comprovada na prática com o projeto P5 e também com alguns outros projetos ao longo deste capítulo.

Como fica evidenciado, os valores do atraso na condição de pior caso,  $p^*$ , do controlador comparado, Eq. (4.16) e Eq. (4.17), e do controlador proposto, P5, são diferentes. Essa divergência é levada em consideração nos gráficos relativos ao pior caso. Enquanto os sinais de saída e entrada dos controladores comparado e P5 plotados para  $p_m$  se baseiam no sistema precisamente conhecido, com atrasos médios, os sinais plotados para  $p^*$  se baseiam nos respectivos piores casos de cada controlador.

A seção seguinte mostra o impacto no desempenho do sistema de controle robusto quando os atrasos referentes ao pior caso também são levados em consideração durante o procedimento de projeto.

## 4.2.2 Projeto 6: PSF-PI considerando atrasos nominais e de pior caso

O projeto P6 consiste em um preditor de Smith filtrado (PSF) com controlador proporcional integral (PI) projetado considerando, no conjunto finito  $\hat{\mathcal{P}}$ , simultaneamente os atrasos médios,  $p_m$ , e os atrasos que resultam em pior caso de desempenho do projeto P5,  $p^*$ . Novamente, apenas o passo de síntese do procedimento iterativo de dois passos é utilizado. Dessa forma, considerando  $\epsilon_d = 0.7$ , foram projetados o controlador PI centralizado e o filtro de robustez:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 0,19179 \frac{s+0,2279}{s} & 0,080155 \frac{s+1,05}{s} \\ 0,053317 \frac{s+0,0004859}{s} & -0,9126 \frac{s+0,4789}{s} \end{bmatrix},$$
(4.20)
$$\begin{bmatrix} 1,138s+1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{0,0447s+1} & 0\\ 0 & \frac{3,341s+1}{11,71s+1} \end{bmatrix}.$$
 (4.21)

Atenção ao fato de que esse controlador não foi analisado para o domínio de incerteza,  $\mathcal{P}$ , por isso, seu vetor  $p^*$  é desconhecido. Na verdade, ele não é necessário para o experimento realizado com o par de projetos P5 e P6. Vale ressaltar que para a plotagem dos gráficos para o cenário de pior caso de desempenho foi adotado o mesmo  $p^*$  do projeto P5, embora o pior caso real para P6, caso fosse analisado para o domínio de incerteza, não necessariamente seria o mesmo de P5.

Nesta seção, os sinais de saída, y, e de controle, u, dos projetos P5 e P6 e do método comparado são agrupados graficamente de maneira conveniente para facilitar a comparação. Além disso, mais adiante, os critérios de desempenho, clássico e baseado na ISE, são reunidos em tabelas para organizar melhor os dados e facilitar a análise e a comparação numérica dos projetos.

.<sup>.</sup>.

As respostas transitórias de seguimento de referência,  $y_{r,1}(t) \in y_{r,2}(t)$ , e de rejeição de perturbação,  $y_{d,1}(t) \in y_{d,2}(t)$ , para os controladores PI propostos, P5 e P6, e comparado, Eq. (4.16) e Eq. (4.17), para  $t_f = 80$  segundos, sinais  $r_1(t) = 0.75\mathbf{u}(t-1), r_2(t) = 0.5\mathbf{u}(t-40)$ e  $d(t) = 0.05\mathbf{u}(t-1)$  aplicado não simultaneamente com  $r_1(t) \in r_2(t)$ , para atrasos médios,  $p_m$ , e de pior caso,  $p^*$ , são apresentadas nas Figuras 31 e 32, respectivamente. Os sinais de referência  $r_1(t)$  e perturbação d(t), na forma de degrau deslocado no tempo com amplitude  $a \neq 1$ , foram aplicados no tempo t = 1 segundo para melhor visualização gráfica da dinâmica inicial do sinal de controle u(t), enquanto  $r_2(t)$  foi aplicado no tempo t = 40 segundos para evitar sobreposição de sua respectiva resposta,  $y_{r,2}(t)$ , com a respectiva resposta de  $r_1(t), y_{r,1}(t)$ , além de facilitar a visualização dos eventuais acoplamentos entre as malhas de controle.





Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Quando o controlador é projetado considerando apenas os atrasos nominais, a resposta fica boa para a condição de atrasos médios,  $p_m$ , porém, geralmente se torna insatisfatória para a condição de pior caso,  $p^*$ . No caso específico de P5, a resposta ficou oscilatória e instável, conforme pode ser visualizado na Figura 32. Para não prejudicar a visualização dos demais sinais, optou-se por excluir os sinais de P5 do gráfico principal, deixando-os apenas destacados no minigráfico. Dessa forma, projetar um controlador considerando apenas os atrasos médios desperdiça, por assim dizer, desnecessariamente a primeira iteração do procedimento iterativo de dois passos, visto que o controlador obtido não consegue estabilizar a planta satisfatoriamente. Essa é uma das justificativas para se considerar, além dos atrasos médios, ao menos outra combinação de atrasos para o conjunto inicial  $\hat{\mathcal{P}}$ . O ideal seria essa combinação corresponder aos atrasos que resultam no pior caso de desempenho,  $p^*$ . Entretanto, a princípio não é possível conhecer de antemão tais atrasos, mas é de conhecimento prático que na maioria das vezes um ou todos eles se encontram nos limites definidos para a incerteza nos parâmetros do processo.

Figura 32 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P5 (----), P6 (.-.-) e de Flesch (2012) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Para complementar a discussão supracitada e torná-la mais clara, cita-se como exemplo o próprio projeto P5, que foi sintetizado considerando incertezas de  $\pm 10\%$  em cada um dos quatro atrasos da planta G(s). Nessa faixa, qual é a combinação de atrasos que resulta em pior caso de desempenho? Não se sabe. Se essa informação fosse conhecida, não seria necessário executar o procedimento iterativo de dois passos. Pelo contrário, o projeto seria muito mais simples e rápido, pois bastaria executar uma única iteração apenas do passo de síntese, considerando o conjunto finito  $\widehat{\mathcal{P}}$  com apenas os atrasos médios e os atrasos de pior caso, isto é,  $\hat{\mathcal{P}} = \{p_m, p^*\}$ . Entretanto, na prática percebe-se que na condição de pior caso, o valor de cada um dos atrasos é quase sempre um dos dois extremos, isto é, alguns são +10% enquanto outros são -10% do valor médio,  $p_m$ . Neste trabalho optou-se por adotar sempre +10% simultaneamente para todos os atrasos, resultando no que neste trabalho é referido como atrasos máximos,  $p_{max}$ . Não necessariamente esses atrasos máximos correspondem à condição de pior caso de desempenho, mas a prática mostrou que escolhê-los para compor o conjunto inicial  $\hat{\mathcal{P}}$ , juntamente com os atrasos médios, isto é,  $\hat{\mathcal{P}} = \{p_m, p_{max}\}$ , fornece resultados mais rápidos e controladores mais robustos desde as primeiras iterações do procedimento iterativo de dois passos.

No caso do projeto P6, ao analisar a Figura 31, graficamente quase não se percebe a pequena degradação ocorrida na resposta transitória de seguimento de referência para a condição de atrasos médios,  $p_m$ , quando comparado com P5. Tal deterioração do desempenho fica evidente com a comparação numérica, realizada no texto mais adiante. A partir da análise gráfica de P6 é possível perceber que, para a condição de pior caso,  $p^*$ , além da resposta do sistema se tornar estável em relação a P5, ela apresenta considerável melhoria. Vale ressaltar que eram esperados ambos os comportamentos, de degradação para  $p_m$  e de melhoria para  $p^*$ , em relação ao projeto P5. No caso da Figura 31, relativa à condição de atrasos médios,  $p_m$ , percebe-se que as saídas de seguimento de referência dos projetos P5 e P6 ficaram semelhantes e apresentando menor acoplamento geral entre as malhas de controle quando comparadas com as saídas do controlador obtido de Flesch (2012). Quanto às saídas de rejeição de perturbação, os três projetos ficaram diferentes e os propostos neste trabalho se sobressaíram, com destaque para P6 em relação a  $y_{d,1}$ , e P5 em relação a  $y_{d,2}$ . No que diz respeito à Figura 32, referente ao pior caso,  $p^*$ , P6 se sobressai em relação ao projeto usado para comparação. Como visto antes, P5 resulta em instabilidade e serve para confirmar a necessidade de se considerar os atrasos máximos juntamente com os atrasos médios no conjunto inicial,  $\hat{\mathcal{P}}$ , do procedimento iterativo de dois passos.

Pelo gráfico da Figura 31 percebe-se que há um erro de regime permanente na resposta de rejeição de perturbação,  $y_{d,1}$ , do projeto P5 que a ação integral do controlador foi incapaz de eliminar. O motivo disso pode ser analisado com base na Eq. (4.12). A função de transferência que correlaciona a entrada  $u_1$  com a saída  $y_1$ ,  $\frac{3.5e^{-s}}{s}$ , age como um integrador, pois possui um polo,  $\frac{1}{s}$ , na origem do plano s<sup>1</sup>, portanto, G(s) trata-se de uma planta integradora. Além disso,  $G_d(s)$ , Eq. (4.13), também possui uma função de transferência integradora,  $\frac{3.5e^{-3s}}{s}$ . Esse tipo de planta oferece desafios adicionais ao projeto de controladores, que deixa de ser uma tarefa trivial. Processos integrativos são um caso especial de plantas instáveis (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007, p. 146). Segundo eles, na configuração do preditor de Smith existe uma realimentação que modifica a estrutura do controlador e, no caso da planta integradora, o controlador deixa de ter um polo em s = 0 no diagrama de controle equivalente. No contexto deste trabalho, quando a planta tem um integrador, a representação do preditor de Smith, Figura 3, por meio de uma estrutura equivalente ao controle clássico, Figura 4, pode fazer o controlador equivalente perder sua ação integral, tornando-o incapaz de anular o erro de regime permanente.

Uma das soluções para lidar com o problema do erro de regime permanente é projetar um pré-controlador que estabilize a planta e tire o seu polo da origem. Feito isso, o controlador principal é projetado para atuar na planta equivalente estável e não mais integradora. A dificuldade de tal abordagem é determinar a planta equivalente quando o sistema original possui funções de transferência com atraso. Isso poderia ser feito com certo sucesso utilizando o próprio algoritmo DE para estimar os parâmetros da função de transferência que reproduza a mesma resposta da planta equivalente, numa abordagem de identificação de sistemas baseada em dados. Outra solução existente é empregar uma estrutura modificada do preditor de Smith, específica para tratar plantas integradoras (KWAK; SUNG; LEE, 2001; NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007; MATAUŠEK; RIBIĆ, 2012).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> O plano s, ou plano de frequência complexa, é um plano cartesiano no qual o eixo horizontal é o eixo real  $\sigma$  e o eixo vertical é o eixo imaginário  $j\omega$ , utilizado para representar graficamente a frequência complexa  $s = \sigma \pm j\omega$ . Em análise de sinais, essa frequência complexa s pertence ao domínio da frequência, que designa a análise de funções matemáticas com respeito à frequência, em contraste com a análise no domínio do tempo.

Não é o foco deste trabalho resolver a questão do erro de regime permanente, motivo pelo qual o projeto considera a planta na sua versão original, como descrita anteriormente, Eq. (4.12) e Eq. (4.13). Pode-se notar que mesmo sem eliminar o erro de regime, P5 obteve um transitório melhor para seguimento de referência, embora o erro de regime estacionário para rejeição de perturbação é pior quando comparado com o controlador proposto por Flesch (2012).

Nas mesmas condições de simulação indicadas anteriormente, os esforços de controle exercidos por cada controlador proposto, P5 e P6, e comparado, para seguir a referência,  $u_{r,1} e u_{r,2}$ , e rejeitar a perturbação,  $u_{d,1} e u_{d,2}$ , são apresentados nas Figuras 33 e 34, para atrasos médios,  $p_m$ , e de pior caso,  $p^*$ , respectivamente.

Figura 33 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P5 (----), P6 (.-.-) e de Flesch (2012) (- --), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Os sinais de entrada não são o foco deste trabalho, motivo pelo qual a discussão em relação a eles é mínima ou mesmo inexistente em alguns trechos do texto. De qualquer forma, vale a pena realçar que a amplitude dos esforços de controle para seguir a referência e para rejeitar a perturbação do projeto P5, e também P6, é um pouco maior do que aquela apresentada pelo controlador comparado, vide Figura 33. Esse resultado era esperado, uma vez que é necessário um maior esforço de controle para conseguir transitórios de saída,  $y_r$  e  $y_d$ , mais rápidos.

Os valores do tempo de subida,  $t_r$ , do tempo de acomodação,  $t_s$  e do sobrevalor máximo,  $M_p$ , são apresentados na Tabela 5, considerando  $t_f = 80$  segundos, para valor médio,  $p_m$ , e pior caso,  $p^*$ , com sinais  $r_1(t) = 0.75\mathbf{u}(t-1)$  e  $r_2(t) = 0.5\mathbf{u}(t-40)$ . Os valores se referem aos projetos de controle propostos, P5 e P6, e comparado, Eq. (4.16) e Eq. (4.17). Esses critérios clássicos de desempenho são calculados e exibidos para cada saída independentemente, sem levar em consideração os acoplamentos, ou seja, as características

Figura 34 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P5 (----), P6 (.-.-) e de Flesch (2012) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

da saída  $y_{r,1}$  são obtidas considerando a referência  $r_2(t)$  nula e vice-versa. Além disso, tais critérios de desempenho são determinados considerando perturbação, d(t), nula.

Método	Cenário	Saída	$t_r$	$t_s$	$M_p(\%)$
Modele de referêncie	n	$y_1$	1,8861	16,2620	11,4784
modelo de feferencia	$p_m$	$y_2$	$5,\!1957$	$54,\!2598$	0
	n	$y_1$	2,5591	26,9335	$14,\!6519$
Flosch(2012)	Pm	$y_2$	6,5732	64,0279	$3,\!9934$
1165011 (2012)		$y_1$	2,9090	$24,\!2540$	$11,\!1244$
	p	$y_2$	10,6306	$\begin{array}{r} t_s \\ \hline 16,2620 \\ 54,2598 \\ \hline 26,9335 \\ 64,0279 \\ \hline 24,2540 \\ 61,6719 \\ \hline 14,8817 \\ 52,8737 \\ \hline \\ - \\ \hline \\ 16,4380 \\ 52,6491 \\ \hline 15,0169 \\ 63,4180 \\ \end{array}$	0
	m	$y_1$	1,8493	$14,\!8817$	18,7222
Proposto (P5)	$p_m$	$y_2$	4,2025	$52,\!8737$	$1,\!9549$
1  toposto  (1  5)	*	$y_1$	$1,\!62^\dagger$	_	$18,93^{\dagger}$
	p	$y_2$	$4,\!95^\dagger$	—	$16{,}14^{\dagger}$
	m	$y_1$	2,0345	$16,\!4380$	18,7539
Proposto (P6)	$p_m$	$y_2$	4,8186	$52,\!6491$	$1,\!9615$
		$y_1$	1,8544	15,0169	18,2566
	P	$y_2$	5,8717	$63,\!4180$	$8,\!1834$

Tabela 5 – Comparação do desempenho por critérios clássicos dos projetos P5 e P6 para o evaporador de três estágios

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Para facilitar a identificação dos melhores resultados, os valores de  $y_1$  e  $y_2$ , tanto de  $p_m$  quanto de  $p^*$ , são destacados em negrito na Tabela 5. Vale ressaltar que para o critério de desempenho tempo de subida,  $t_r$ , na condições de pior caso,  $p^*$ , a melhor resposta é a do projeto P5, embora seja uma resposta instável. Se por algum motivo for considerado que a instabilidade invalida esse projeto — e é razoável pensar assim, pois não faz sentido

um controlador que não é capaz de ao menos estabilizar a planta para as condições de operação estabelecidas —, então, a segunda melhor resposta é a do projeto P6.

Há basicamente dois tipos de análise comparativa a ser feita com os dados apresentados na Tabela 5: (i) análise comparativa intraprojeto: compara os valores relativos aos cenários  $p_m e p^*$  de um mesmo método de projeto e (ii) análise comparativa interprojeto: compara separadamente cada um dos cenários,  $p_m e p^*$ , com o seu respectivo cenário de outro método. No primeiro caso, o aumento de  $t_r$  no cenário  $p^*$  em relação a  $p_m$  implica em diminuição da velocidade da resposta para todas as metodologias, ao passo que o aumento de  $t_s$  implica em degradação parcial da qualidade da resposta. É dito parcial porque, por outro lado, a diminuição de  $M_p$  contribui para melhorar a qualidade da resposta. Conforme a discussão sobre critérios de desempenho realizada no Capítulo 2, o impasse — se no geral a resposta ficou melhor ou pior — é resolvido inequivocamente com base no valor da *ISE*. No segundo caso de análise, para  $p_m$ , P6 teve um desempenho melhor do que Flesch (2012) em todos os critérios clássicos, exceto para  $M_p$  de  $y_1$ , com 18,7539% contra 14,6519%. Já para  $p^*$ , pode-se dizer que houve um empate técnico, pois P6 supera Flesch (2012) para  $t_r$ de  $y_1 e y_2$ , e para  $t_s$  de  $y_1$ , enquanto Flesch (2012) supera P6 para  $M_p$  de  $y_1$  e  $y_2$ , e para  $t_s$  de  $y_2$ . Novamente, é necessário adotar a *ISE* para resolver esse impasse.

Na Tabela 5, os valores destacados com uma adaga, '†', para  $p^*$  de P5 foram manualmente calculados com auxílio gráfico, pois o cálculo automático ficou comprometido uma vez que a saída do sistema ficou instável. Além disso, tal instabilidade impossibilitou calcular  $t_s$ , motivo pelo qual foi empregado um traço, '-', para indicar a ausência do seu valor. Para  $p_m$ , P5 supera P6 em todos os critérios clássicos, exceto para  $t_s$  de  $y_2$ , com 52,8737% contra 52,6491%. Esse melhor desempenho de P5 para  $p_m$  era esperado, uma vez que foi projetado com base apenas nos atrasos médios,  $p_m$ , enquanto P6, projetado para ser mais robusto para o cenário  $p^*$ , tem consequentemente sua resposta deteriorada para  $p_m$ .

Os valores da integral do erro ao quadrado devido à referência para a saída  $y_1$ ,  $ISE_{r,1}$ , para a saída  $y_2$ ,  $ISE_{r,2}$ , e total,  $ISE_{r,t}$ , e os valores da integral do erro ao quadrado devido à perturbação para a saída  $y_1$ ,  $ISE_{d,1}$ , para a saída  $y_2$ ,  $ISE_{d,2}$ , e total,  $ISE_{d,t}$ , são apresentados na Tabela 6. Os valores se referem ao modelo de referência e aos projetos de controle propostos, P5 e P6, e comparado, Eq. (4.16) e Eq. (4.17), considerando  $t_f = 80$  segundos, para valor médio,  $p_m$ , e pior caso,  $p^*$ , com sinais  $r_1(t) = 0.75\mathbf{u}(t-1)$ ,  $r_2(t) = 0.5\mathbf{u}(t-40) e d(t) = 0.05\mathbf{u}(t-1)$  aplicado não simultaneamente com  $r_1(t) e r_2(t)$ . Em outras palavras, quando  $r_1(t) e r_2(t)$  são aplicados, d(t) = 0, ao passo que quando d(t)é aplicado,  $r_1(t) = 0 e r_2(t) = 0$ .

Finalmente, por meio da Tabela 6 é possível eliminar os impasses previamente mencionados e determinar qual dos métodos fornece a melhor resposta com base na ISE. Uma vez que os critérios clássicos foram determinados considerando perturbação, d, nula, o

Método	Cenário	$ISE_{r,1}$	$ISE_{r,2}$	$ISE_{r,t}$	$ISE_{d,1}$	$ISE_{d,2}$	$ISE_{d,t}$
Modelo ref.	$p_m$	0,9076	1,5342	2,4418	—	—	_
Flogeh (2012)	$p_m$	1,3983	$1,\!6700$	3,0683	0,5181	0,3717	0,8898
$\Gamma \operatorname{Iesch}(2012)$	$p^*$	1,5118	1,8251	$3,\!3369$	0,5257	$0,\!4445$	0,9702
Proposto (P5)	$p_m$	0,9622	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$2,\!5707$	0,2001	$0,\!1986$	$0,\!3987$
1 1000500 (1 0)	$p^*$	228,9244	$14,\!3557$	$243,\!2801$	$3,\!3378$	$0,\!4655$	$3,\!8033$
Proposto (P6)	$p_m$	1,0164	$1,\!6057$	2,6221	$0,\!1761$	0,4625	$0,\!6386$
1 1000500 (1 0)	$p^*$	1,0541	1,7410	2,7950	$0,\!1873$	0,5120	0,6993

Tabela 6 – Comparação do desempenho pelo critério da ISE dos projetos P5 e P6 para o evaporador de três estágios

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

valor  $ISE_{r,t}$  é empregado para dar o veredito final. Vale lembrar que, para  $p^*$ , quanto menor o valor da ISE, maior a robustez do sistema de controle projetado. Os dois tipos de análise comparativa realizados anteriormente, intraprojeto e interprojeto, também podem ser aplicados nos dados dessa tabela. Em todos os três métodos, de Flesch (2012) e propostos, P5 e P6, o valor da ISE, seja devido à referência, seja devido à perturbação, tanto para  $y_1$  quanto para  $y_2$ , aumenta para  $p^*$  quando comparado com  $p_m$ . Comparativamente, para o cenário  $p_m$ , P5 apresenta uma melhoria de 16,2% em relação ao projeto comparado, com 2,5707 contra 3,0683. Por outro lado, P6 é o melhor e mais robusto dos projetos, por apresentar a menor  $ISE_{r,t}$ , com 2,7950 contra 3,3369 de Flesch (2012) no cenário de pior caso,  $p^*$ , representando uma melhoria também de 16,2%. Os melhores valores de cada projeto estão destacados em negrito para facilitar a identificação.

Algo que precisa ser evidenciado é a não adequação da utilização da ISE em respostas que possuem erro de regime permanente, como é o caso do sistema B integrador. Isso porque, a existência do erro de regime permanente faz a ISE ser maior do que deveria ser. O valor da ISE é dependente principalmente do tipo e amplitude do sinal de referência, r(t), e do tempo final de simulação,  $t_f$ , mas com erro de regime a ISE fica fortemente dependente do valor de  $t_f$  e tende ao infinito quando  $t_f \rightarrow \infty$ . No caso particular do evaporador de três estágios, a alteração de  $t_f = 80$  segundos para um valor maior aumentaria o valor da ISE, enquanto sua diminuição o reduziria, comportamento indesejado quando avaliações e comparações de desempenho rigorosas precisam ser efetuadas. Neste trabalho optou-se por manter os valores da ISE, mas deixando explicitada essa ressalva. De qualquer forma, como todos os controladores foram comparados tomando como base  $t_f = 80$  segundos, a ISE não deixa de ser útil para dar uma noção aproximada de qual projeto apresenta resposta de melhor qualidade no contexto dessa situação específica.

Nas seções seguintes são abordadas questões relacionadas ao impacto do filtro de robustez no desempenho do sistema em condições de incertezas mais acentuadas nos parâmetros da planta.

### 4.2.3 Projeto 7: PS-PI sem filtro considerando incertezas de $\pm 30\%$

Diferente dos projetos anteriores, que adotam um preditor de Smith filtrado (PSF), com filtro de 1<sup>a</sup> ordem com ou sem zero, o projeto P7 adota um preditor de Smith (PS) sem filtro. Sendo mais claro, ele possui uma matriz de funções de transferência do filtro, F(s), porém, elas não apresentam dinâmica, sendo cada uma delas uma simples constante unitária. Para não descaracterizar o projeto obtido de Flesch (2012), optou-se por utilizar o seu filtro original, ao invés de também adotar para ele um filtro fixo com ganhos unitários.

Outra diferença apresentada pelo projeto P7 em relação aos anteriores é considerar incertezas de  $\pm 30\%$  nos parâmetros do sistema. Nesse caso, uma maior exigência recai sobre o controlador projetado, que precisa ser muito mais robusto do que para os projetos anteriores que consideram incertezas de apenas  $\pm 10\%$ .

Ao aplicar o procedimento proposto neste trabalho considerando  $\epsilon_d = 1,1$ , foi projetado o seguinte controlador PI centralizado e filtro fixo com ganhos unitários:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 1,3293 \frac{s+0,0005916}{s} & -0,12288 \frac{s+0,5182}{s} \\ 0,073558 \frac{s+0,1378}{s} & -0,55448 \frac{s+0,2069}{s} \end{bmatrix},$$
(4.22)

$$F(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (4.23)

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = [1,3000 \ 4,9641 \ 6,0412 \ 6,4995]^T$ . No caso do projeto proposto por Flesch (2012), nas mesmas circunstâncias de análise, isto é, considerando incertezas de  $\pm 30\%$  nos tempos de atraso, tem-se:  $p^* = [1,3000 \ 4,9000 \ 6,5000 \ 6,5000]^T$ .

1

Em condições semelhantes às do projeto P7, o efeito de se adotar o filtro de robustez é abordado na seção seguinte.

#### 4.2.4 Projeto 8: PSF-PI com filtro considerando incertezas de $\pm 30\%$

O projeto P8 consiste nas mesmas características do projeto P7, exceto pelo fato do filtro não ser fixo, mas sim consistir em um filtro otimizado de 1ª ordem com zero.

Considerando  $\epsilon_d = 1,1$ , ao aplicar o procedimento de controle proposto neste trabalho, foi projetado o seguinte controlador PI centralizado e filtro de robustez:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 0,16672 \frac{s+0,1116}{s} & 0,079013 \frac{s+0,2021}{s} \\ 0,042299 \frac{s+0,084}{s} & -0,74713 \frac{s+0,2895}{s} \end{bmatrix},$$
(4.24)

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,315s+1}{0,2463s+1} & 0\\ 0 & \frac{0,3141s+1}{0,02817s+1} \end{bmatrix}.$$
 (4.25)

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = [1,3000 \ 4,9000 \ 3,5000 \ 6,5000]^T$ .

Doravante nesta seção, os sinais de saída, y, e de controle, u, dos projetos P7 e P8 e do controlador comparado são agrupados graficamente de maneira conveniente visando facilitar a comparação. Na sequência, os critérios de desempenho, clássico e pela ISE, são reunidos em tabelas com intuito de facilitar a análise e comparação numérica dos projetos.

Considerando o mesmo cenário de avaliação empregado para P5 e P6, as respostas transitórias de seguimento de referência e de rejeição de perturbação para os controladores PI propostos, P7 e P8, e comparado, Eq. (4.16) e Eq. (4.17), para atrasos médios,  $p_m$ , e de pior caso,  $p^*$ , são apresentadas nas Figuras 35 e 36, respectivamente.

Figura 35 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P7 (----), P8 (.-.-) e de Flesch (2012) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Percebe-se nas Figuras 35 e 36 que a inexistência do filtro causa forte deterioração da resposta de P7 até mesmo para a condição de atrasos médios,  $p_m$ . Além disso, observa-se um grande acoplamento entre as malhas de controle para o projeto P7 quando comparado com Flesch (2012). A influência do sinal de referência  $r_2(t)$  na saída  $y_1(t)$  é tão drástica que após sua aplicação, em t = 40 segundos,  $y_1(t)$  não aparenta, pelo menos quando visualizado até t = 80 segundos, ser capaz de atender o objetivo de seguimento de referência. Cabe ressaltar que o controlador projetado tem que apresentar a resposta ótima para todo o intervalo de incerteza, não priorizando o sistema com valores nominais.

A análise das figuras relativas ao projeto P8 não deixa dúvida de que o filtro de

Figura 36 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P7 (----), P8 (.-.-) e de Flesch (2012) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

robustez é essencial para esse tipo de sistema de controle, principalmente quando estão presentes incertezas de grande amplitude nos parâmetros do sistema.

É bom ressaltar que os projetos P7 e P8 foram desenvolvidos tentando manter níveis de rejeição de perturbação aproximados, isto é, valores similares para a  $ISE_d$ , com base nos valores proporcionados pelo controlador comparado. Por esse motivo, o resultado foi uma resposta de rastreamento de referência não tão robusta quanto se é possível obter quando o foco do projeto é seguimento de referência. Na verdade, no caso específico de P7, a resposta apresenta baixa qualidade para a condição de atrasos médios,  $p_m$ , pois revela forte acoplamento entre as malhas de controle e diverge consideravelmente em relação à referência. Para a condição de pior caso,  $p^*$ , a resposta é completamente inaceitável, pois além de estar excessivamente oscilatória, apresenta os dois inconvenientes supracitados.

Considerando o mesmo cenário de teste anterior, os esforços de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores PI propostos, P7 e P8, e comparado, Eq. (4.16) e Eq. (4.17), para atrasos médios,  $p_m$ , e de pior caso,  $p^*$ , são apresentadas nas Figuras 37 e 38, respectivamente.

Outro impacto da inexistência do filtro de robustez, no caso do projeto P7, pode ser visualizado na Figura 37, em que a amplitude do sinal de controle  $u_1(t)$  é cerca de 10 vezes maior do que a amplitude do respectivo sinal de controle aplicado pelo controlador obtido de Flesch (2012), aproximadamente 1 contra 0,1. Na prática isso pode representar um grande problema, pois além da provável exigência de maior custo energético para efetuar o controle, o sinal de controle pode estar sujeito à restrições como, por exemplo, saturação.

Os gráficos evidenciam imensa degradação na resposta do sistema do projeto P7 não só para o cenário de pior caso,  $p^*$ , como também para o caso de atrasos nominais,

Figura 37 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P7 (----), P8 (.-.-) e de Flesch (2012) (- - -), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Figura 38 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P7 (----), P8 (.-.-) e de Flesch (2012) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

 $p_m$ . Como era esperado, a ausência do filtro de robustez implica em considerável perda de qualidade na resposta do sistema. Vale ressaltar que, conforme discutido nos projetos referentes ao sistema A, aquecedor de água, uma resposta transitória de seguimento de referência apresentando características com melhor qualidade, tanto para  $p_m$  quanto para  $p^*$ , pode ser obtida dando menor prioridade para a capacidade do sistema em rejeitar perturbações. Nesse caso, isso pode ser feito por meio do aumento do valor de  $\epsilon_d$ .

Na Tabela 7 são apresentados os critérios clássicos de desempenho, enquanto na Tabela 8 são agrupados os critérios de desempenho baseados na ISE, referentes ao modelo de referência e aos projetos P7, P8 e comparado, Eq. (4.16) e Eq. (4.17), considerando

 $t_f = 80$  segundos, para valor médio,  $p_m$ , e pior caso,  $p^*$ , com sinais  $r_1(t) = 0.75 \mathbf{u}(t-1)$ ,  $r_2(t) = 0.5 \mathbf{u}(t-40)$  e  $d(t) = 0.05 \mathbf{u}(t-1)$  aplicado não simultaneamente no momento em que  $r_1(t)$  e  $r_2(t)$  são aplicados. Em ambas as tabelas, os melhores valores estão destacados em negrito.

Método	Cenário	Saída	$t_r$	$t_s$	$M_p(\%)$			
Modele de referêncie	m	$y_1$	1,8861	16,2620	11,4784			
Modelo de Telefencia	$p_m$	$y_2$	$5,\!1957$	$54,\!2598$	0			
	n	$y_1$	2,7311	26,1100 10,837 57,1293 0.0594				
Flosch(2012)	$p_m$	$y_2$	7,9728	$57,\!1293$	$0,\!0594$			
1105011(2012)	<b>n</b> *	$y_1$	2,2773	$30,\!2880$	$22,\!4942$			
	P	$y_2$	$4,\!6455$	$69,\!6551$	$19,\!3749$			
	n	$y_1$	0,4071	$10,\!8811$	$10,\!2049$			
Proposto(P7)	Pm	$y_2$	17,8616	$73,\!8327$	0			
	n*	$y_1$	$0,\!4315$	$79,\!8963$	56,9187			
	P	$y_2$	12,5242	$76,\!8418$	$0,\!8878$			
	n	$y_1$	2,5902	$23,\!9817$	$10,\!2722$			
Proposto (P8)	Pm	$y_2$	10,5906	$\begin{array}{c cccc} t_{r} & t_{s} \\ \hline & t_{s} \\ \hline & 861 & 16,2620 \\ 957 & 54,2598 \\ \hline & 311 & 26,1100 \\ \hline & 728 & 57,1293 \\ \hline & 773 & 30,2880 \\ \hline & 455 & 69,6551 \\ \hline & 071 & 10,8811 \\ \hline & 8616 & 73,8327 \\ \hline & 315 & 79,8963 \\ \hline & 5242 & 76,8418 \\ \hline & 902 & 23,9817 \\ \hline & 5906 & 62,0226 \\ \hline & 096 & 27,8236 \\ \hline & 5798 & 74,5520 \\ \hline \end{array}$	0			
1 1000500 (1 0)	$\begin{array}{c c} {\rm Cenário} & {\rm Saída} & t_r \\ \hline p_m & y_1 & 1,8861 \\ \hline y_2 & 5,1957 \\ \hline y_2 & 5,1957 \\ \hline y_2 & 7,9728 \\ \hline p_m & y_1 & 2,7311 \\ \hline y_2 & 7,9728 \\ \hline p_m & y_1 & 2,2773 \\ \hline y_2 & 4,6455 \\ \hline p_m & y_1 & 0,4071 \\ \hline p_m & y_2 & 17,8616 \\ \hline p^* & y_1 & 0,4315 \\ \hline y_2 & 12,5242 \\ \hline p_m & y_1 & 2,5902 \\ \hline p_m & y_1 & 2,5902 \\ \hline p_m & y_1 & 2,0096 \\ \hline p^* & y_2 & 6,6798 \\ \hline \end{array}$	$27,\!8236$	15,7273					
	P	$y_2$	$6,\!6798$	$\begin{array}{c} t_s \\ \hline 16,2620 \\ 54,2598 \\ 26,1100 \\ {\color{red}{57,1293}} \\ 30,2880 \\ {\color{red}{69,6551}} \\ {\color{red}{10,8811}} \\ 73,8327 \\ 79,8963 \\ 76,8418 \\ 23,9817 \\ 62,0226 \\ {\color{red}{27,8236}} \\ 74,5520 \end{array}$	$13,\!1752$			

Tabela 7 – Comparação do desempenho por critérios clássicos dos projetos P7 e P8 para o evaporador de três estágios

Fonte: Resultado	da	pesquisa	(2019)	)
------------------	----	----------	--------	---

Analisando os critérios clássicos de desempenho apresentados na Tabela 7 percebese, da mesma forma que foi discutido para os projetos P5 e P6, que em alguns aspectos um método de projeto supera o outro, enquanto em outros isso não ocorre, dificultando a tarefa de decisão sobre qual é o melhor projeto. Eis que a ISE mais uma vez é empregada para decidir esse impasse.

Na Tabela 7, para  $p^*$  do projeto P7, o tempo de acomodação  $t_s = 79,8963$  segundos de  $y_1$  indica que, dentro da janela de tempo de simulação de 80 segundos, a resposta ainda não havia se estabilizado em torno de  $\pm 2\%$  sobre o valor final, isto é, permanecendo confinado na faixa  $0,75\pm 2\%$ . Nas mesmas circunstâncias, P8 proporciona  $t_s = 27,8236$  segundos, superando não somente P7, como também o controlador obtido de Flesch (2012).

Uma rápida inspeção na Tabela 8 demonstra que o projeto P8 é o mais robusto dentre os métodos comparados, uma vez que apresenta o menor valor de  $ISE_{r,t}$ . A melhoria obtida foi de 6,2% para  $p_m$  e de 12,6% para  $p^*$ , em relação ao controlador de Flesch (2012). Embora o controlador obtido de Flesch (2012) tenha sido superado com base na ISE total, um detalhe a ser realçado é que ao menos a sua  $ISE_{r,2}$  é menor do que a fornecida pelos controladores propostos, P7 e P8, tanto para  $p_m$  quanto para  $p^*$ .

Mediante uma análise geral é possível observar na Figura 35 o maior desacoplamento

Método	Cenário	$ISE_{r,1}$	$ISE_{r,2}$	$ISE_{r,t}$	$ISE_{d,1}$	$ISE_{d,2}$	$ISE_{d,t}$
Modelo ref.	$p_m$	0,9076	1,5342	2,4418	—	—	_
Flosch $(2012)$	$p_m$	1,3983	$1,\!6700$	3,0683	0,5181	$0,\!3717$	0,8898
$\Gamma \operatorname{IESCH}\left(2012\right)$	$p^*$	1,8462	$2,\!2709$	4,1171	0,5621	$0,\!6797$	1,2419
Proposto (P7)	$p_m$	$2,\!6352$	2,3629	<b>4</b> ,1171     0,5 <b>4</b> ,9981 <b>0,3</b>	$0,\!3888$	0,5361	0,9250
1  toposto  (1 1)	$p^*$	3,4198	$2,\!8040$	6,2237	$0,\!4043$	0,7284	1,1327
Proposto (P8)	$p_m$	1,0665	1,8130	$2,\!8795$	0,3901	0,3137	0,7038
1 Toposto (1 8)	$p^*$	1,2494	2,3478	$3,\!5973$	0,4514	0,5888	1,0402

Tabela 8 – Comparação do desempenho pelo critério da ISEdos projetos P7 e P8 para o evaporador de três estágios

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

entre as malhas de controle para o controlador proposto P8, o que reflete na menor integral do erro ao quadrado. Na Figura 36 pode ser observado que P8 é mais robusto que o controlador apresentado em Flesch (2012) para variações dos atrasos com incertezas de  $\pm 30\%$ , o que é confirmado pelos valores da Tabela 8. O acoplamento entre as malhas de controle aumentou com a variação dos atrasos, mas sem considerar a incerteza dos atrasos no procedimento de projeto é possível até mesmo que o sistema de controle PI com preditor de Smith filtrado não seja robustamente estável, como ocorreu com o projeto P5. O filtro F(s) tem um papel importante no resultado obtido, pois foi verificado que as respostas transitórias se tornam muito mais oscilatórias quando F(s) está ausente.

Até agora foram abordados dois exemplos ilustrativos, um processo SISO e um processo MIMO quadrado,  $2 \times 2$ . Um exemplo de processo MIMO não quadrado é abordado na seção a seguir.

# 4.3 Sistema C - Fracionador de óleo pesado

O problema de controle padrão da Shell de um fracionador de óleo pesado, usado principalmente na indústria petroquímica, sistema MIMO não quadrado, com 5 entradas e 7 saídas, com restrições sobre os sinais de controle, fortes interações e diferentes atrasos, é descrito, por exemplo, em Vlachos, Williams e Gomm (2002). O diagrama de blocos geral do problema padrão de controle da Shell é apresentado na Figura 39.

O diagrama de controle do fracionador de óleo pesado encontrado em Normey-Rico e Camacho (2007) é apresentado na Figura 40. Os sinais de entrada u, de saída y e de perturbação d são indicados na figura para facilitar a compreensão do problema.

Na planta Shell, as duas primeiras saídas são mensuradas por meio de analisadores específicos, sendo  $y_1$  a composição do produto no topo da coluna onde o óleo pesado é fracionado e  $y_2$  a composição do produto na lateral da coluna.  $y_3$  e  $y_5$  são as temperaturas do produto no topo e na lateral da coluna, respectivamente.  $y_4$ ,  $y_6$  e  $y_7$  são, nessa ordem,



Figura 39 – Problema de controle padrão da Shell de fracionamento de óleo pesado

Fonte: Adaptado de Vlachos, Williams e Gomm (2002, p. 152)

as temperaturas do produto nos refluxos superior, intermediário e inferior. As entradas  $u_1$ e  $u_2$  acionam válvulas responsáveis por controlar a extração e/ou reposição de produto no topo e na lateral da coluna, respectivamente, enquanto  $u_3$  controla o refluxo inferior. Finalmente, as entradas  $d_1$  e  $d_2$  são as perturbações não mensuradas que afetam o processo, consistindo nos refluxos intermediário e superior do produto, respectivamente (VLACHOS; WILLIAMS; GOMM, 2002).

Visando ilustrar o procedimento de projeto proposto e, concomitantemente, atender o objetivo de comparação com outros autores, neste exemplo considera-se apenas o subsistema com as 3 primeiras entradas,  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ , e as 2 primeiras saídas,  $y_1$  e  $y_2$ , sem considerar as restrições e as perturbações,  $d_1$  e  $d_2$ , do sistema, situação estudada em trabalhos anteriores, como em Rao e Chidambaram (2006). Um projeto específico levando em consideração as perturbações  $d_1$  e  $d_2$  também é abordado neste trabalho. É considerado o problema de rastreamento dos sinais de referência e desacoplamento das duas malhas de controle. O sistema 2 × 3 é modelado como:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05e^{-27s}}{50s+1} & \frac{1,77e^{-28s}}{60s+1} & \frac{5,88e^{-27s}}{50s+1} \\ \frac{5,39e^{-18s}}{50s+1} & \frac{5,72e^{-14s}}{60s+1} & \frac{6,90e^{-15s}}{40s+1} \end{bmatrix}.$$
 (4.26)

Embora vários autores na literatura consideram a planta Shell  $2 \times 3$  com todos os atrasos triplicados (CHEN; HE; QI, 2011; NICOLETTI; KARIMI, 2014; DIEGOLI; NORMEY-RICO, 2018), qualquer abordagem que resulta em uma implementação prática para lidar com o problema padrão de controle da planta Shell deve levar em consideração os atrasos originais dessa planta, conforme apresentado na Eq. (4.26). Por esse motivo,



Figura 40 – Fracionador de óleo pesado

Fonte: Adaptado de Normey-Rico e Camacho (2007, p. 399)

visando lidar com um problema de controle em um cenário mais realista, optou-se por considerar neste trabalho a planta Shell com seus atrasos originais.

Neste exemplo é considerado que os atrasos  $\theta_i$  de G(s) variam  $\pm 10\%$  em torno do valor médio  $\theta_m = [27 \ 18 \ 28 \ 14 \ 27 \ 15]^T$  minutos, isto é,  $\theta_i \in [24,3,\ 29,7] \times [16,2,\ 19,8] \times [25,2,\ 30,8] \times [12,6,\ 15,4] \times [24,3,\ 29,7] \times [13,5,\ 16,5].$ 

Conforme Vlachos, Williams e Gomm (2002), a planta Shell  $2 \times 3$  possui uma dinâmica de perturbação de carga representada pela matriz de funções de transferência

 $G_d(s)$ , que correlaciona e acopla as perturbações  $d_1$  e  $d_2$  às saídas  $y_1$  e  $y_2$ :

$$G_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,2e^{-27s}}{45s+1} & \frac{1,44e^{-27s}}{40s+1} \\ \frac{1,52e^{-15s}}{25s+1} & \frac{1,83e^{-15s}}{20s+1} \end{bmatrix}.$$
(4.27)

Para comparação, a metodologia de projeto apresentada em Rao e Chidambaram (2006) foi considerada aplicada para os valores nominais de atraso e, adotando  $\delta = 6$  e  $\epsilon = 0.15$ , sendo esses os parâmetros de ajuste na referida metodologia, obteve-se o controlador:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 0,47446\frac{s+0,025}{s} & -0,01893\frac{s+0,025}{s} \\ -2,0157\frac{s+0,025}{s} & 1,6503\frac{s+0,025}{s} \\ 1,3004\frac{s+0,025}{s} & -0,48374\frac{s+0,025}{s} \end{bmatrix}.$$
 (4.28)

O filtro F(s) é determinado a partir dos atrasos máximos para cada saída de G(s), sendo cada constante de tempo metade desse atraso máximo (RAO; CHIDAMBARAM, 2006):

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{14s+1} & 0\\ 0 & \frac{1}{9s+1} \end{bmatrix}.$$
 (4.29)

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = [29,7000 \ 16,2000 \ 25,2000 \ 15,4000 \ 29,7000 \ 13,5000]^T$ .

Para realizar a comparação em condições semelhantes àquelas do cenário de simulação adotado por Rao e Chidambaram (2006), considera-se uma mudança em degrau unitário na amplitude de  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $d_1$  e  $d_2$ . Por outro lado, o instante de tempo em que o degrau de cada um desses sinais é aplicado é diferente do adotado em Rao e Chidambaram (2006), visando melhorar a visualização gráfica do comportamento dos sinais.

Nas próximas seções, dois projetos de controladores são desenvolvidos para o sistema de fracionamento de óleo pesado da Shell, um deles não levando em consideração as perturbações  $d_1$  e  $d_2$  na etapa de síntese e o outro considerando tais perturbações.

### 4.3.1 Projeto 9: PSF-PI desconsiderando a perturbação

O projeto P9 consiste em um preditor de Smith filtrado (PSF) com controlador PI projetado exclusivamente com foco no seguimento de referência. Nesse caso, nenhuma perturbação é considerada durante o procedimento de projeto, isto é,  $d_1$  e  $d_2$  são mantidos nulos, sendo a síntese e a análise realizadas apenas com base nos sinais de referência  $r_1$  e  $r_2$ . Apesar da perturbação não ser levada em consideração durante o procedimento de projeto, ela é aplicada ao sistema finalizado e os gráficos da resposta de rejeição da perturbação são apresentados para evidenciar os efeitos dessa omissão.

Na aplicação do procedimento proposto, os seguintes parâmetros para o modelo de referência, Eq. (2.15), foram adotados:  $\omega_{n,1} = 0,084$ ,  $\zeta_1 = 1$ ,  $T_{z,1} = 17,29$ ,  $\hat{\theta}_1 = 27$ ,  $\omega_{n,2} = 0,064$ ,  $\zeta_2 = 1,26$ ,  $T_{z,2} = 33,35$  e  $\hat{\theta}_2 = 14$ . Tais parâmetros definem o comportamento desejado para a saída do sistema:  $\hat{y}_1$  com tempo de subida  $t_r = 15,2630$  minutos, tempo de acomodação  $t_s = 50,7570$  minutos e máximo sobressinal  $M_p = 1,8244\%$ ;  $\hat{y}_2$  com  $t_r = 14,7549$  minutos,  $t_s = 237,0621$  minutos e  $M_p = 1,3862\%$ .

Esses parâmetros foram obtidos para reproduzir respostas transitórias obtidas com outros controladores ou por tentativa e erro. Os parâmetros de  $\hat{T}_1(s)$  foram determinados a partir da resposta ao degrau unitário do controlador obtido pelo método apresentado em Rao e Chidambaram (2006) para  $\delta = 5$  e  $\epsilon = 0,15$ . Os parâmetros de  $\hat{T}_2$  foram determinados por testes considerando inicialmente o sistema precisamente conhecido.

Aplicando o procedimento iterativo, considerando  $\epsilon_m = 4,5$  e o conjunto finito inicial,  $\hat{\mathcal{P}}$ , com dois pontos, os atrasos médios e os atrasos máximos, foram projetados o controlador PI centralizado e o filtro de robustez:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 1,2257 \frac{s+0,05066}{s} & -0,87908 \frac{s+0,02157}{s} \\ -1,5449 \frac{s+0,006939}{s} & 1,6723 \frac{s+0,01974}{s} \\ 1,1596 \frac{s+0,0002852}{s} & 0,30345 \frac{s+0,0121}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{288s+1}{7645s+1} & 0 \\ 0 & \frac{267,6s+1}{873,8s+1} \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

As constantes de tempo do filtro F(s) são demasiadamente elevadas e isso ficará mais evidente quando comparado com o próximo projeto. Esse valor elevado é explicado pela inexistência da perturbação. De todas as otimizações realizadas neste trabalho, o projeto P9 teve a maior duração, conforme será visto adiante, pois filtros cada vez maiores foram sendo encontrados ao longo das iterações, resultando em valores da função objetivo cada vez menores. Somente após um longo tempo os valores da função objetivo convergiram, permitindo que o procedimento de projeto fosse finalizado ou interrompido antecipadamente, conforme critérios de parada explicados no capítulo anterior.

Na aplicação do procedimento proposto são consideradas incertezas de  $\pm 10\%$  nos seis atrasos de G(s). Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = [29,7000 \ 16,2000 \ 25,2001 \ 15,4000 \ 29,7000 \ 16,5000]^T$ .

No projeto P9 é estudada a influência de não se considerar a perturbação no procedimento de projeto, durante os passos de síntese e análise. Trata-se, portanto, de

uma abordagem de projeto com otimização mono-objetivo, que visa atender apenas o critério de seguimento de referência, diferentemente dos demais projetos, com abordagem de otimização multiobjetivo, em que os critérios de seguimento de referência e de rejeição de perturbação devem ser atendidos simultaneamente. Nas situações em que não há a restrição imposta pela presença da perturbação, o filtro de robustez tende a apresentar elevados valores de constante de tempo, pois quanto maior a constante de tempo, mais robusto se torna o sistema de controle. Essa discussão iniciada com o projeto P9 é complementada na próxima seção com o projeto P10, ocasião em que os efeitos de se considerar a perturbação são levados em consideração na etapa de projeto.

## 4.3.2 Projeto 10: PSF-PI considerando a perturbação

O projeto P10 consiste nas mesmas características do projeto P9, exceto pelo fato dos sinais de perturbação aqui serem considerados durante o procedimento de projeto, nos passos de síntese e análise, enquanto que no projeto P9 eles foram omitidos.

Aplicando o procedimento iterativo, considerando  $\epsilon_m = 5.8$  e o conjunto finito inicial,  $\hat{\mathcal{P}}$ , com dois pontos, os atrasos médios e os atrasos máximos, foram projetados o controlador PI centralizado e o filtro de robustez:

$$C(s) = \begin{bmatrix} 2,4142 \frac{s+0,03109}{s} & 0,046279 \frac{s+0,04179}{s} \\ -0,40168 \frac{s+0,002972}{s} & 2,4501 \frac{s+0,008052}{s} \\ 0,76913 \frac{s+0,01275}{s} & 0,18578 \frac{s+0,1085}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.32)$$

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{9,488s+1}{34,77s+1} & 0 \\ 0 & \frac{7,667s+1}{26,55s+1} \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

A primeira grande diferença desse projeto quando comparado com o P9 é no filtro de robustez F(s). Algumas das constantes do filtro do projeto P10 são algumas dezenas ou centenas de vezes menores do que as do filtro de P9. Esse resultado era esperado, uma vez que é mais fácil rejeitar perturbações com filtro pequeno ou inexistente.

Quando esse controlador é analisado para o domínio de incerteza, o pior caso de desempenho ocorre para  $p^* = [29,7000 \ 16,2000 \ 25,2000 \ 15,4000 \ 29,7000 \ 13,5000]^T$ . Coincidentemente, é a mesma combinação de atrasos do Rao e Chidambaram (2006).

· · .

Conforme realizado nas seções anteriores, os sinais de saída e de entrada do par de projetos P9 e P10 e do controlador comparado são agrupados graficamente de maneira conveniente visando facilitar a comparação. Os critérios de desempenho, clássico e baseado na ISE, são reunidos em tabelas e apresentados mais adiante para tornar mais fácil a análise e comparação numérica dos projetos.

As respostas transitórias de seguimento de referência,  $y_{r,1}(t) \in y_{r,2}(t)$ , e de rejeição de perturbação,  $y_{d,1}(t) \in y_{d,2}(t)$ , para os controladores PI propostos, P9 e P10, e comparado, Eq. (4.28) e Eq. (4.29), para  $t_f = 400$  minutos, sinais  $r_1(t) = \mathbf{u}(t-1)$ ,  $r_2(t) = \mathbf{u}(t-200)$ ,  $d_1(t) = \mathbf{u}(t-1) \in d_2(t) = \mathbf{u}(t-200)$ , com  $d_1(t) \in d_2(t)$  aplicados não simultaneamente com  $r_1(t) \in r_2(t)$ , para atrasos médios,  $p_m$ , e de pior caso,  $p^*$ , são apresentadas nas Figuras 41 e 42, respectivamente.

Figura 41 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P9 (----), P10 (.-.-) e de R. & C. (2006) (----), para  $p_m$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Figura 42 – Resposta transitória de seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P9 (----), P10 (.-.-) e de R. & C. (2006) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Para o cenário de atrasos médios,  $p_m$ , buscou-se obter transitórios aproximados para  $y_1(t)$  nos projetos P9 e de Rao e Chidambaram (2006), significando esforços de controle similares. Com o procedimento apresentado em Rao e Chidambaram (2006), para amortecer o transitório de  $y_2(t)$ , é necessário um transitório sobreamortecido de  $y_1(t)$ , o que foi evitado em P9. Para o procedimento proposto, foi obtida uma melhor resposta transitória para  $y_2(t)$ . Pode ser observado na Figura 41 o maior desacoplamento entre as malhas de controle para o controlador proposto, P9, o que reflete na menor integral do erro ao quadrado, como será visto mais adiante. Por outro lado, o resultado de Rao e Chidambaram (2006) ficou melhor no quesito rejeição de perturbação, pois as constantes de tempo do filtro de robustez projetado em P9 são altas e bem maiores do que as constantes do filtro de Rao e Chidambaram (2006).

Para o cenário de pior caso,  $p^*$ , pode ser observado na Figura 42 que o controlador proposto P9 é mais robusto que o projetado pelo método apresentado em Rao e Chidambaram (2006) para variações dos atrasos devido às incertezas, o que é confirmado pelos valores da integral do erro ao quadrado, convenientemente comentados mais adiante. O acoplamento entre as malhas de controle aumentou com a variação dos atrasos, mas é importante realçar que o sistema de controle poderia até mesmo não ser robustamente estável caso a incerteza dos atrasos não fosse considerada no procedimento de projeto. O filtro F(s) exerce importante papel no resultado, pois na sua ausência foi verificado que as respostas transitórias se tornam muito mais oscilatórias.

Ao analisar a Figura 41, percebe-se que para o cenário de atrasos médios, a resposta de seguimento de referência,  $y_{r,2}$ , do projeto proposto, P10, é graficamente melhor do que a do projeto comparado, tanto nos quesitos velocidade,  $t_r$ , e qualidade,  $t_s \in M_p$ , quanto em relação ao acoplamento entre as malhas de controle. Por outro lado,  $y_{r,1}$  apresenta um maior acoplamento e possui algumas características de desempenho ligeiramente inferiores às do projeto comparado, como será confirmado pelos valores numéricos apresentados no final desta seção. Quanto às respostas de rejeição de perturbação,  $y_{d,1} \in y_{d,2}$ , o projeto P10 e o controlador de Rao e Chidambaram (2006) exibem comportamentos semelhantes. Na verdade, P10 se destaca com enorme evidência em relação ao projeto P9 no quesito rejeição de perturbação, o que comprova a importância de se considerar a perturbação durante o procedimento de projeto. Também é bom realçar o compromisso assumido entre seguir a referência e rejeitar a perturbação, pois ao ser comparado com o projeto P9, P10 teve que diminuir a qualidade da resposta de seguimento de referência para conseguir melhorar consideravelmente a resposta de rejeição de perturbação.

No cenário de pior caso,  $p^*$ , indicado na Figura 42, é fácil perceber a deterioração, ainda que pouco expressiva, da resposta de seguimento de referência de P10 na presença de incertezas nos atrasos do sistema, quando comparada com a resposta em situação equivalente fornecida pelo projeto P9. Por outro lado, o projeto P10 apresenta uma robustez superior àquela proporcionada pelo projeto comparado, Eq. (4.28) e Eq. (4.29), não só visível graficamente como também e principalmente por meio dos valores numéricos apresentados a seguir.

Nas mesmas condições de simulação mencionadas anteriormente, os esforços de

controle exercidos por cada controlador, para seguir a referência,  $u_{r,1}$ ,  $u_{r,2} \in u_{r,3}$ , e rejeitar a perturbação,  $u_{d,1}$ ,  $u_{d,2} \in u_{d,3}$ , para os cenários  $p_m \in p^*$ , são apresentados nas Figuras 43 e 44, respectivamente.





Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Com base em inspeção gráfica, a amplitude dos esforços de controle para seguir a referência do projeto P9 é, em média, maior do que aquela apresentada pelo controlador comparado para  $u_{r,1}$ , praticamente igual para  $u_{r,2}$  e menor para  $u_{r,3}$ . Quanto aos esforços de controle para rejeitar a perturbação, a amplitude é, em média, maior para  $u_{d,1}$  e  $u_{d,3}$  e menor para  $u_{d,2}$ . Ao analisar P10, a amplitude dos esforços de controle para seguimento de referência possui as mesmas relações de P9, enquanto para rejeição de perturbação é menor para  $u_{d,1}$ , similar para  $u_{d,2}$  e aparentemente maior para  $u_{d,3}$ . A partir da análise gráfica sem adoção de critérios rígidos de desempenho, esses resultados conduzem a um empate técnico entre os controladores no quesito esforços de controle.

O projeto P10 foi desenvolvido objetivando manter o nível de rejeição de perturbação similar ao valor obtido pelo controlador comparado. Em outras palavras, a otimização visou encontrar um controlador C(s) e filtro F(s) que resultassem em um valor aproximado para a  $ISE_d$ . Por esse motivo, embora as respostas de rejeição de perturbação de P10 sejam semelhantes às respostas do controlador comparado, o resultado foi uma resposta de rastreamento de referência não tão robusta quanto se é possível obter quando o foco do projeto é seguimento de referência, principalmente em um cenário como o do projeto P9,

Figura 44 – Esforço de controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para os controladores P9 (----), P10 (.-.-) e de R. & C. (2006) (- - -), para  $p^*$ 



Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

no qual não são consideradas as influências da perturbação durante o procedimento de projeto.

Na Tabela 9 são apresentados os critérios clássicos de desempenho referentes ao modelo de referência e aos projetos propostos, P9 e P10, e comparado, Eq. (4.28) e Eq. (4.29), considerando  $t_f = 400$  minutos para valor médio,  $p_m$ , e pior caso,  $p^*$ , com sinais  $r_1(t) = \mathbf{u}(t-1), r_2(t) = \mathbf{u}(t-200), d_1(t) = \mathbf{u}(t-1)$  e  $d_2(t) = \mathbf{u}(t-200),$  com  $d_1(t)$  e  $d_2(t)$ aplicados não simultaneamente com  $r_1(t)$  e  $r_2(t)$ . Os menores valores, isto é, os melhores, estão destacados em negrito.

A partir da análise comparativa intraprojeto, realizada nos dados da Tabela 9, baseada no confronto dos cenários  $p_m$  e  $p^*$  de um mesmo método de projeto, é possível observar que, de  $p_m$  para  $p^*$ , em todos os projetos houve um aumento do tempo de subida,  $t_r$ , do tempo de acomodação,  $t_s$ , e do máximo sobressinal,  $M_p$ , exceto  $t_r$  de  $y_2$  de Rao e Chidambaram (2006), com 20,9067 contra 18,2264, e  $t_s$  de  $y_2$  de P9, com 245,5302 contra 241,9882. Esses resultados vêm corroborar com o fato de que as incertezas nos parâmetros do sistema degradam a resposta apresentada pelo mesmo quando comparado com o cenário de parâmetros médios ou nominais.

Por outro lado, a análise comparativa interprojeto, que visa confrontar cada cenário,  $p_m \in p^*$ , com o seu respectivo cenário de outro método de projeto, demostrou que os

Método	Cenário	Saída	$t_r$	$t_s$	$M_p(\%)$
Modelo de referência	n	$y_1$	$15,\!2630$	50,7570	1,8244
Modelo de referencia	$p_m$	$y_2$	14,7549	237,0621	$1,\!3862$
	n	$y_1$	$13,\!9683$	49,9973	0,3124
B $\& C (2006)$	<i>Pm</i>	$y_2$	20,9067	309,5482	6,1100
$10. \times 0. (2000)$	$n^*$	$y_1$	$18,\!9815$	$186,\!5162$	$21,\!2839$
	P	$y_2$	$18,\!2264$	$360,\!5910$	15,2686
	n	$y_1$	$10,\!9611$	$46,\!1756$	1,5272
Proposto (P0)	Pm	$y_2$	14,7298	$245,\!5302$	$0,\!1286$
1 TOPOSCO (1 <i>J</i> )	<b>n</b> *	$y_1$	$16,\!4535$	$58,\!4735$	2,3089
	P	$y_2$	$18,\!6147$	$241,\!9882$	$1,\!1590$
	n	$y_1$	$16,\!2772$	82,5701	0
Proposto (P10)	Pm	$y_2$	$8,\!1286$	$235,\!0564$	0
1 1000500 (1 10)	n*	$y_1$	$26,\!6724$	$125,\!3665$	9,1742
	P	$y_2$	$14,\!9260$	$292,\!0053$	$4,\!1720$

Tabela 9 – Comparação do desempenho por critérios clássicos dos projetos P9 e P10 para o fracionador de óleo pesado

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

controladores dos projetos P9 e P10 superam o controlador comparado, apresentando valores menores para  $t_r$ ,  $t_s \in M_p$ , conforme destaques em negrito. Ao confrontar P9 com P10, alguns resultados indicam que P9 supera P10, enquanto outros indicam o contrário. De qualquer forma, P9 tem sete valores menores, enquanto P10 tem cinco. Pelos critérios clássicos, a impressão é de que P9 apresenta melhor resultado que P10, o que será confirmado ou refutado com base no veredito final fornecido pela *ISE*.

Na Tabela 10 são agrupados os critérios de desempenho baseados na ISE, tanto devidos à referência quanto à perturbação, obtidos nas mesmas circunstâncias descritas para a tabela anterior. Novamente, os melhores resultados estão destacados em negrito.

Método	Cenário	$ISE_{r,1}$	$ISE_{r,2}$	$ISE_{r,t}$	$ISE_{d,1}$	$ISE_{d,2}$	$ISE_{d,t}$
Modelo ref.	$p_m$	30,874	$17,\!566$	48,440	_	_	_
$D_{\ell_{2}} = C_{\ell_{2}} (2006)$	$p_m$	30,180	$19,\!657$	49,837	$66,\!442$	$77,\!895$	$144,\!337$
$\Pi_{-} \approx C. (2000)$	$p^*$	39,298	30,331	69,629	70,833	82,088	152,921
Proposto (P0)	$p_m$	29,358	$16,\!657$	46,015	1029,828	845,600	1875,428
1 Toposto $(1.9)$	$p^*$	$35,\!632$	21,703	$57,\!335$	1019,712	856,056	1875,768
Proposto (P10)	$p_m$	29,532	15,743	$45,\!275$	68,365	80,075	148,440
1 Toposto (1 10)	$p^*$	36.131	19,578	55,709	70,683	81,259	151.942

Tabela 10 – Comparação do desempenho pelo critério da ISEdos projetos P9 e P10 para o fracionador de óleo pesado

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

Uma rápida inspeção demonstra que, em termos qualitativos, o projeto P10 é o mais robusto dentre os métodos apresentados na Tabela 10, uma vez que apresenta o

menor valor da integral do erro ao quadrado total devido à referência,  $ISE_{r,t}$ . Embora o controlador obtido de Rao e Chidambaram (2006) tenha sido superado com base nas  $ISE_{r,1}$ ,  $ISE_{r,2}$  e  $ISE_{r,t}$ , um detalhe a ser realçado é que ao menos as suas integrais do erro ao quadrado devidas à perturbação,  $ISE_{d,1}$ ,  $ISE_{d,2}$  e  $ISE_{d,t}$ , são menores do que as fornecidas pelos controladores propostos, P9 e P10, para o cenário específico indicado por  $p_m$ . Já para o cenário  $p^*$ , o projeto P10 apresenta melhores resultados. Para o critério  $ISE_{r,t}$ , o valor aproximado da melhoria percentual apresentada pelo projeto P10 em relação ao controlador comparado foi de 9,2% para o cenário  $p_m$  e de 20,0% para  $p^*$ . Dessa forma, P10 demonstra não somente a melhor adequação para o controle da planta em condições nominais, como também maior robustez na presença de incertezas.

Na seção seguinte são agrupadas as informações técnicas envolvendo as simulações computacionais de cada um dos dez projetos abordados neste capítulo, além das análises e resultados decorrentes dos projetos desenvolvidos nesta dissertação.

# 4.4 Configuração do ambiente de simulação, análises e resultados

A implementação do algoritmo DE e as simulações foram realizadas utilizando o software MATLAB<sup>®</sup>, versão R2014a (8.3.0.532), instalado em um notebook HP de 64 bits com Windows 8.1 Pro, processador 1,7 GHz Intel(R) Core(TM) i5-3317U, 2 núcleos, 4 processadores lógicos, memórias cache L1 de 128 kB, L2 de 512 kB e L3 de 3 MB, memória RAM de 4 GB, armazenamento em HD de 465 GB, antivírus Windows Defender ativado e conexão com a internet estabelecida ao longo da maioria das simulações.

Na Tabela 11 são apresentadas as principais informações sobre as simulações, a saber: (i) tempo de simulação, (ii) quantidade de iterações  $\lambda$ , (iii) número de variáveis de otimização  $\eta$  e (iv) número de parâmetros incertos  $\xi$  relacionados a cada projeto de controlador abordado neste trabalho.

P1P2P3P4P5P6P7P8P9P100,20,20,21,7Duração (horas) 0,32,01,53,155,09,4 Iterações,  $\lambda$  $\mathbf{2}$  $\mathbf{2}$  $\mathbf{2}$  $\mathbf{2}$ 1 571 56 Variáveis otimizadas,  $\eta$ 4 4 4 4 12128 121616Parâmetros incertos,  $\xi$ 1 1 1 4 4 4 6 6 1 4

Tabela 11 – Tempo de simulação e número de iterações, variáveis de otimização e parâmetros incertos para cada um dos projetos de controlador propostos

Fonte: Resultado da pesquisa (2019)

É possível observar na Tabela 11 que quanto maior o número de variáveis de otimização e de parâmetros incertos, maior é a tendência da simulação tornar-se cada vez mais demorada. Isso ocorre em virtude do maior esforço computacional exigido para otimizar o maior número de parâmetros do controlador e do filtro e lidar com o maior número de parâmetros incertos da planta. Por exemplo, para os projetos P1 e P2 são 4 variáveis de otimização, sendo 3  $(K_P, K_I \in K_D)$  para o controlador  $C(s) \in 1$   $(\tau_p)$  para o filtro F(s), exigindo menor esforço computacional que os projetos P9 ou P10, com 16 variáveis de otimização cada. O número de iterações indica quantas vezes as etapas de síntese e análise do procedimento iterativo de dois passos foram executadas antes de serem interrompidas por atender algum dos critérios de parada. Além disso, o número de iterações acrescido de uma unidade corresponde ao número de combinações de atrasos em  $\mathcal{P}$  para os quais o sistema de controle foi sintetizado e analisado, sendo que algumas dessas combinações resultam em situações de pior caso de desempenho. Por exemplo, para o projeto P1 são 3 combinações de atrasos, a dos atrasos médios,  $p_m$ , a dos atrasos máximos,  $p_{max}$ , e a dos atrasos correspondente ao pior caso,  $p^*$ . Exceção a isso é o projeto P5, com uma única combinação, a dos atrasos médios,  $p_m$ . Quanto aos parâmetros incertos, neste trabalho foi considerada incerteza apenas nos atrasos, como informado anteriormente, por isso, os projetos de P1 a P4 da planta SISO, aquecedor de água, contam com um único parâmetro incerto, os projetos de P5 a P8 da planta MIMO  $2 \times 2$ , evaporador de três estágios, contam com 4 parâmetros incertos, enquanto os projetos P9 e P10 da planta MIMO  $2 \times 3$ , fracionador de óleo pesado, contam com 6 parâmetros incertos.

O critério de parada antecipado, explicado em detalhes no Capítulo 3, é o principal responsável pelos resultados destoantes observados na Tabela 11, como é o caso da duração de 55,0 horas do projeto P9. Esse destaque de P9 em relação aos demais projetos se explica pelo fato de que, desconsiderando a perturbação durante o procedimento de projeto, que é o caso de P9, a princípio não há limites para as constantes de tempo do filtro de robustez, que tendem a crescer ao longo das gerações para tornar o sistema cada vez mais robusto, fazendo com que o valor da função objetivo se altere com mais frequência ao longo das gerações, de forma a não atender o critério de parada antecipado. Não sendo atendido esse critério de parada, o algoritmo roda por mais vezes e o tempo total da simulação acaba sendo maior. Outro exemplo de influência do critério de parada antecipado recai nos projetos P7 e P8, em que a duração de P7 é maior do que a de P8, 3,1 contra 1,7 horas, mesmo possuindo quatro variáveis de otimização a menos, 8 contra 12. Essa duração maior se explica pelo fato de que P7, não possuindo filtro de robustez, dispõe de uma faixa maior de possibilidades para os parâmetros do controlador, que variam e fazem a função objetivo variar mais vezes ao longo das gerações, não atendendo o critério de parada antecipado. Como antes, o resultado é o algoritmo rodar mais iterações e apresentar um tempo total de simulação superior.

Uma análise geral deste capítulo evidencia que os projetos desenvolvidos neste trabalho proporcionam resultados superiores quando confrontados com aqueles fornecidos por métodos disponíveis na literatura. Com base na integral do erro ao quadrado total devido à referência,  $ISE_{r,t}$ , adotada neste trabalho como critério de desempenho para fornecer o veredito final a respeito do melhor projeto, obteve-se a seguinte relação de qualidade da resposta: (i) P1-P2 > (OLIVEIRA; SOUZA; PALHARES, 2017), (ii) P3 > P4 > (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007), (iii) P5-P6 > P8 > (FLESCH, 2012) > P7 e (iv) P10 > P9 > (RAO; CHIDAMBARAM, 2006). A notação Px > Py indica que o projeto Px apresenta os menores, ou melhores, valores de  $ISE_{r,t}$  para os cenários de atrasos  $p_m$  e  $p^*$  simultaneamente, ao passo que a notação Px-Py indica que o projeto Px é melhor para o cenário  $p_m$  enquanto o Py é melhor para  $p^*$ , ou vice-versa, mas não simultaneamente para ambos os cenários. Dos dez projetos desenvolvidos, apenas P7 não conseguiu se sobressair em relação aos projetos da literatura. A maioria dos projetos propostos neste trabalho, para cada um dos quatro métodos dos autores comparados, apresenta resposta com qualidade superior, confirmando a efetividade do algoritmo DE e do procedimento iterativo de dois passos na obtenção de um sistema de controle mais robusto e de melhor qualidade.

Ao longo das simulações, os projetos foram submetidos a determinados cenários de avaliação, que podem ser agrupados de acordo com as seguintes categorias: (i) foco em seguimento de referência versus rejeição de perturbação, (ii) projeto de preditor de Smith com controlador PID versus com controlador PI, (iii) adoção de filtro de robustez de 1<sup>a</sup> ordem com zero versus sem zero, (iv) consideração apenas de atrasos nominais versus de atrasos nominais e de pior caso, (v) preditor de Smith com filtro de robustez versus sem filtro, (vi) consideração do sistema precisamente conhecido versus consideração de incertezas nos parâmetros e (vii) consideração da perturbação versus sua desconsideração. Tais categorias contemplam uma gama vasta de situações reais que podem ocorrer na prática. Certamente há outras categorias de avaliação que poderiam ser explicitadas, mas essas são suficientes para demonstrar o funcionamento do procedimento iterativo de dois passos diante das situações relatadas e sua capacidade de produzir resultados satisfatórios para os exemplos de processos industriais estudados.

## 4.5 Conclusão do capítulo

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos ao aplicar o procedimento proposto neste trabalho em três exemplos ilustrativos de plantas industriais, visando a solução do problema de sintonia robusta de controlador PID para sistemas multivariáveis incertos com atrasos. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos por quatro métodos disponíveis na literatura.

Os diversos cenários de avaliação aos quais os projetos foram submetidos contribuem para uma visão mais ampla das particularidades dos processos industriais utilizados como exemplos, assim como facilita o entendimento do funcionamento do algoritmo DE e do procedimento iterativo de dois passos.

A partir dos resultados é possível afirmar que a técnica proposta nesta dissertação se

mostrou capaz de produzir resultados satisfatórios diante do desafio de projetar controlador e filtro robustos, que proporcionam respostas de qualidade para sistemas multivariáveis, em situações adversas onde estão presentes incertezas nos parâmetros do sistema, atrasos dominantes e perturbações de carga.

O próximo capítulo consiste no desfecho deste trabalho, no qual são apresentadas, dentre outras informações, as considerações finais sobre diversos aspectos abordados ao longo do texto.

# 5 Conclusões

Neste último capítulo desta dissertação são apresentadas as conclusões e considerações finais, as sugestões para trabalhos futuros e as informações sobre a publicação de um artigo aceito e apresentado em congresso correlacionado ao assunto.

# 5.1 Conclusão

Neste trabalho foi proposto um procedimento de sintonia de controle PID robusto com preditor de Smith e filtro de robustez para sistemas multivariáveis incertos com atrasos baseado em um procedimento iterativo de dois passos empregando o algoritmo evolução diferencial para transformar o problema de otimização semi-infinita multiobjetivo em um problema de mais fácil solução. Foram considerados como parâmetros incertos todos os atrasos das funções de transferência dos sistemas multivariáveis. Foram adotadas como funções objetivo a serem minimizadas simultaneamente a diferença entre a saída da planta e a saída de um modelo de referência, ambas devido a uma entrada de referência em degrau, e a saída para uma entrada de perturbação em degrau. Através da escolha dos parâmetros desse modelo de referência define-se as características desejadas para a resposta de rastreamento de referência. Através da escolha de  $\epsilon_m$ , limite de confinamento do valor do erro da função objetivo  $f_r$ , pode-se obter um compromisso entre as características da resposta de rastreamento de referência, desacoplamento entre malhas de controle e rejeição de perturbações. Idem em relação à escolha de  $\epsilon_d$ , limite de confinamento do valor do erro da função objetivo  $f_d$ . Foi aplicado o procedimento iterativo proposto em três exemplos ilustrativos para demonstrar sua efetividade em lidar com problemas multivariáveis com atrasos e incertezas nos parâmetros.

O primeiro aspecto que precisa ser destacado diz respeito ao número de parâmetros de ajuste necessários ao procedimento de projeto. Cada autor considerado como referência para comparação usa uma técnica diferente, com número de parâmetros de ajuste distinto. Por exemplo, no caso específico da planta Shell, o resultado obtido foi comparado com um resultado da literatura que se baseia em uma técnica de sintonia analítica com apenas dois parâmetros de ajuste, enquanto o método proposto usa um modelo de referência com seis parâmetros de ajuste. O maior número de parâmetros do modelo de referência, que por um lado poderia até ser encarado como uma desvantagem do método proposto, na verdade permite uma maior liberdade para escolha do desempenho mais adequado para o sistema, ao contrário do método analítico em que o ajuste de uma malha de controle afeta consideravelmente a outra malha.

Um dos principais problemas da estrutura de controle PID com preditor de Smith

são os efeitos causados por incertezas no modelo do processo. Como verificado no capítulo anterior, ao se considerar as incertezas nos atrasos da planta durante o procedimento de sintonia, não é possível obter o mesmo desempenho para o cenário de atrasos médios, ou nominais, obtido na ocasião do sistema precisamente conhecido. Por outro lado, pelo menos é obtido um controle mais robusto, para o cenário de atrasos correspondente ao pior caso de desempenho. Portanto, este é o preço a se pagar para garantir a robustez do sistema: deteriora-se o desempenho para o cenário de atrasos médios objetivando melhorar o desempenho robusto para o cenário de pior caso. Vale ressaltar que é possível considerar incerteza em outros parâmetros, além dos atrasos, ao custo de maior esforço computacional.

Apesar do método que emprega o algoritmo DE não ter a garantia de solução ótima global, pelo menos não foi encontrada na literatura pesquisada menção contrária a isso, ainda assim ele pode ser efetivo com menor custo computacional do que outros métodos similares. Dos dez projetos desenvolvidos neste trabalho, nove proporcionam resultados superiores com base no critério de desempenho da integral do erro ao quadrado total devido à referência,  $ISE_{r,t}$ , quando confrontados com os resultados dos controladores usados para comparação. Portanto, mesmo sem a garantia de obtenção da solução ótima global, a qualidade das respostas obtidas neste trabalho confirma a efetividade do algoritmo evolução diferencial e, consequentemente, do procedimento iterativo de dois passos para o propósito de síntese de controlador PID robusto multivariável com preditor de Smith filtrado para sistemas incertos com atrasos.

Foi mencionado que através da escolha dos parâmetros do modelo de referência é possível obter um compromisso entre as características da resposta de rastreamento de referência, desacoplamento entre malhas de controle e rejeição de perturbações. Embora não tenha sido foco deste trabalho, obviamente é possível incluir objetivos e restrições adicionais ao problema para tratar, por exemplo, restrições nos esforços de controle. Nesse caso, escolher um modelo de referência que reproduza resposta mais rápida força um sinal com esforço de controle maior, ao passo que adotar um modelo de referência com resposta mais lenta afrouxa a exigência imposta ao esforço de controle. Outra alternativa que pode ser utilizada sozinha, ou combinada com o ajuste do modelo de referência, é acrescentar um objetivo adicional à formulação do problema de controle robusto multiobjetivo, pois além de considerar a função objetivo da referência,  $f_r$ , e/ou da perturbação,  $f_d$ , também contemplaria esse novo critério relacionado ao sinal de controle,  $f_u$ .

Neste trabalho foi possível perceber na prática o quão versátil é o algoritmo evolução diferencial. Ele foi usado não apenas nas etapas de síntese e de análise do procedimento iterativo de dois passos, como também em outras ocasiões. O auxílio para a identificação dos parâmetros iniciais do modelo de referência é uma dessas ocasiões. Tais parâmetros podem ser obtidos por tentativa e erro, mas ao usar o algoritmo DE o resultado é automático e muito mais rápido e preciso. De posse do sinal de resposta desejado, obtido, por exemplo,

a partir da simulação da resposta de algum controlador a uma entrada em degrau, o DE é utilizado para encontrar os parâmetros da função de transferência de malha fechada que reproduza aquela mesma resposta. Feito isso, aí sim, caso necessário, são realizados manualmente ajustes finos nesses parâmetros para, por exemplo, tornar a resposta desejada mais rápida. Outra ocasião de uso do DE, mas não abordado neste trabalho, seria para identificar o sistema equivalente do pré-controlador mencionado para eliminar o erro de regime permanente na resposta do evaporador de três estágios.

A aplicação do procedimento proposto para sintetizar um sistema de controle para as três plantas estudadas neste trabalho deixa evidente a versatilidade desse método em tratar situações e cenários bastante distintos. Para o exemplo do sistema A, as principais características são: (i) ser uma planta SISO, (ii) possuir atraso dominante, isto é, valor maior que o dobro da maior constante de tempo, e (iii) não possuir dinâmica de perturbação de carga. Para o sistema B, as características distintivas são: (i) ser uma planta MIMO, (ii) possuir 2 entradas e 2 saídas, ou seja, ser um sistema quadrado, (iii) possuir atrasos diferentes na maioria dos pares entrada-saída, (iv) possuir atrasos dominantes, (v) possuir a dinâmica de perturbação de carga representada por vetor coluna de funções de transferência  $G_d(s)$  e (vi) possuir ação integradora em uma das funções de transferência de G(s) e de  $G_d(s)$ . Quanto ao sistema C, as características de destaque são: (i) ser uma planta MIMO, (ii) possuir 3 entradas e 2 saídas, ou seja, ser um sistema não quadrado, (iii) possuir atrasos diferentes para a maioria das funções de transferência, (iv) possuir atrasos não dominantes e (v) possuir a dinâmica de perturbação de carga representada por matriz quadrada de funções de transferência  $G_d(s)$ .

Uma última consideração a ser feita é que, felizmente, esta dissertação cumpriu tanto o seu objetivo principal, quanto os específicos, visto que, além da introdução com uma revisão bibliográfica sobre o assunto e da presente conclusão, (i) foi definido o critério de desempenho para comparação dos projetos, (ii) assim como o critério de escolha do modelo de referência, ambos abordados com detalhes no Capítulo 2, (iii) foi implementado e testado o algoritmo DE no software MATLAB<sup>®</sup>, (iv) além de ter sido adaptado o procedimento iterativo de dois passos para sintetizar controladores PID robustos multivariáveis com preditor de Smith filtrado para sistemas incertos com atrasos, abordagem realizada no Capítulo 3, (v) a técnica proposta foi aplicada em três exemplos de plantas industriais disponíveis na literatura e (vi) os projetos desenvolvidos foram comparados entre si e confrontados com outros da literatura, conforme apresentado no Capítulo 4.

Enfim, diante dos resultados animadores obtidos ao aplicar o procedimento iterativo a sistemas com características diversas, não há dúvida de que os objetivos desse trabalho foram cumpridos de forma satisfatória. Nesse sentido, trata-se de uma técnica promissora que deve receber a devida atenção por meio de estudos mais aprofundados, visando seu contínuo aprimoramento.

## 5.2 Trabalhos futuros

Assim como todo trabalho científico impõe delimitação ao escopo de pesquisa, decisões foram tomadas ao longo do desenvolvimento desta dissertação para estudar e abordar determinadas opções em detrimento de múltiplas outras disponíveis. As opções descartadas, tão relevantes quanto as consideradas aqui neste trabalho, são de interesse de estudo e aprofundamento, por parte do autor desta dissertação, em ocasiões e oportunidades futuras, como em um doutorado, por exemplo. Os parágrafos seguintes apresentam e esclarecem sucintamente algumas das possibilidades de trabalhos futuros.

Na era da computação e informatização, com o aprimoramento e uso cada vez mais intenso de processadores, controladores e microcontroladores, em virtude dos benefícios dos sistemas digitais como facilidade de implementação e modificação, é de grande interesse abordar o tema desta dissertação para contemplar sistemas discretos, complementando e expandindo os conhecimentos adquiridos com os sistemas contínuos aqui estudados. Nesse caso, é possível ir além da abordagem meramente acadêmica mediante a possibilidade de implementação prática da técnica em algum sistema microprocessado para controle de sistemas reais.

Outro trabalho relevante envolve o cômputo do critério de desempenho por meio do cálculo da norma de sistemas, ao invés da norma de sinais como feito neste trabalho. Normas de sistemas são mais fáceis de calcular quando se emprega a representação matricial de sistemas no espaço de estados e o cálculo da norma de matrizes é mais rápido do que calcular a norma de sinais, isto é, calcular a função objetivo ou a integral do erro ao quadrado da resposta transitória a partir da simulação da função de transferência. Entretanto, o uso de matrizes do espaço de estado requer que os atrasos da planta sejam representados por um polinômio, representação obtida, por exemplo, empregando aproximação de Padé ou série de Taylor, processo que intrinsecamente não fornece uma representação precisa dos atrasos. É importante pesquisar o quanto o tempo de simulação é reduzido com essa abordagem e a influência da representação imprecisa dos atrasos na qualidade da resposta do sistema.

Para obter resultados não somente acadêmicos, mas também voltados para a prática, servindo para implementação em algum sistema de controle real, é essencial considerar todas as limitações e restrições conhecidas. Por exemplo, como visto anteriormente, a planta Shell possui restrições sobre os sinais de controle, fortes interações e diferentes atrasos. O atual trabalho não teve como foco considerar tais restrições sobre os sinais de controle, por isso, essas informações precisam ser levadas em consideração durante o procedimento de projeto em trabalhos futuros. Essa abordagem certamente tornará mais difícil sintetizar um controlador com a mesma qualidade obtida neste trabalho, sendo esse o desafio a ser estudado e contornado. Como visto na seção relativa ao projeto P5 do Capítulo 4, o evaporador de três estágios é uma planta integradora que interfere na ação integral do controlador, de forma que o erro de regime permanente nem sempre é eliminado. Em muitos processos, é inadmissível a existência desse erro, motivo pelo qual é importante um trabalho que trate da implementação de alguma solução, como as anteriormente sugeridas, para lidar com esse problema. A comunidade científica e o ambiente industrial se beneficiarão com os resultados de um trabalho mais geral, que aborde não somente a questão das plantas integradoras, como também de processos instáveis e outros que apresentem qualquer peculiaridade que impõe desafios adicionais ao projeto de controle.

Embora realizar comparações temporais com outros métodos da literatura não tenha sido o foco deste trabalho, o custo computacional do procedimento proposto é demasiadamente elevado, destaques feitos aos projetos P9 e P10, que demandaram 55,0 e 9,4 horas, respectivamente. Esse gargalo se encontra na etapa de síntese, mais especificamente na função de avaliação da função objetivo do algoritmo DE, que acaba se tornando lenta, visto que o DE precisa utilizá-la em todos os indivíduos da população a cada geração, tanto para a referência quanto para a perturbação e para cada conjunto de combinações de atrasos incertos, que cresce a cada iteração do procedimento iterativo de dois passos. Diante dessa situação, qualquer trabalho que vise estudar e propor mecanismos para redução do tempo de simulação é de grande relevância.

Ao longo das últimas décadas e mais intensamente nos últimos anos, o campo da inteligência artificial<sup>1</sup> vem se desenvolvendo cada vez mais e trabalhos nessa área são sempre promissores, visto que essa tecnologia vem desde muitos anos trazendo diversos benefícios para a humanidade. Problemas que englobam heurística, como é o caso deste trabalho, e aprendizado são mais adequados para uma solução pelos métodos e técnicas de inteligência artificial. Métodos de busca heurística são utilizados para direcionar o processo de busca em problemas combinatórios e formam o núcleo da maior parte dos sistemas de inteligência artificial. As redes neurais artificiais podem ser utilizadas em um trabalho futuro no cerne do procedimento iterativo de dois passos para que o algoritmo DE aprenda ao longo do uso e passe a gerar para as gerações futuras indivíduos fortes candidatos a parâmetros ótimos do controlador e do filtro de robustez, descartando previamente indivíduos que costumam gerar resultados ruins, abordagem que a princípio é capaz de reduzir os tempos de simulação.

A realização deste trabalho forneceu uma percepção de que o algoritmo DE pode ser utilizado com objetivos distintos em aplicações diversas. Por exemplo, parece que qualquer operação matemática que o MATLAB<sup>®</sup> faz com funções de transferência é automaticamente convertida para a representação em espaço de estados. Uma consequência negativa disso

No campo da ciência da computação, inteligência artificial, ou simplesmente IA, (AI, do inglês *Artificial Intelligence*) é a inteligência demonstrada por máquinas, em contraste com a inteligência natural exibida por humanos e outros animais.

é que nem sempre é possível retornar para a representação em função de transferência, principalmente se o sistema original possuir atrasos. Diante dessa problemática, o algoritmo evolução diferencial pode ser utilizado para voltar a ter uma representação do sistema baseado em função de transferência. Para isso, após simular a resposta do sistema em espaço de estados, basta utilizar o DE para encontrar os parâmetros ótimos da função de transferência que gera uma resposta semelhante. Nesse caso, o DE passaria a ser usado também como um identificador de sistemas baseado em dados.

A relação de trabalhos futuros que podem ser realizados como desdobramentos do tema desta dissertação não se limita aos previamente citados, sendo esse um campo vasto com muitas possibilidades de estudos inéditos e aprimoramentos dos conhecimentos já adquiridos sobre o assunto.

Enfim, os comentários sobre os temas centrais deste trabalho e as análises comparativas dos resultados obtidos certamente não se esgotam por aqui. Há muito a se pesquisar sobre o assunto e os trabalhos focados na simulação computacional e/ou na implementação prática de soluções para os problemas do dia a dia são sempre bem-vindos. Com certeza a abordagem dada nesta dissertação carrega em si sua parcela de contribuição para uma visão mais ampla de como o emprego da engenharia e da computação, aliado ao esforço e boa vontade, são capazes de alavancar a ciência e alçá-la a patamares mais elevados de conhecimento e técnica, visando sempre o conforto e o bem-estar da humanidade.

# 5.3 Trabalho publicado relacionado à dissertação

Artigo publicado (BARROS; GONÇALVES, 2018) e temática apresentada pelo autor desta dissertação no XXII Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2018, realizado no período de 09 a 12 de setembro de 2018 em João Pessoa - PB:

BARROS, A. H. V.; GONÇALVES, E. N. Síntese de Controlador PI Robusto Multivariável com Preditor de Smith pelo Método de Otimização Evolutivo. **Congresso Brasileiro de Automática** - CBA. Setembro, 2018.

Esse artigo considera como exemplo ilustrativo a planta Shell, ou mais especificamente, o fracionador de óleo pesado, para os cenários de atrasos médios, ou nominais, e atrasos relativos à condição de pior caso. A robustez do sistema de controle é avaliada considerando incertezas de  $\pm 10\%$  nos atrasos da planta. Em relação ao exemplo, esse trabalho é semelhante ao projeto P9 abordado nesta dissertação, exceto por não apresentar os esforços de controle e por não considerar as perturbações na avaliação dos resultados.

# Referências

ABABSA, T.; DJEDL, N.; DUTHEN, Y. Genetic programming-based self-reconfiguration planning for metamorphic robot. *International Journal of Automation and Computing*, v. 15, n. 4, p. 431–442, 2018.

ABAD, A.; ELIPE, A. Evolution strategies for computing periodic orbits. *Mathematics and Computers in Simulation*, v. 146, p. 251–261, 2018.

BAI, J.; WANG, S.; ZHANG, X. Development of an adaptive Smith predictor-based self-tuning PI controller for an HVAC system in a test room. *Energy and Buildings*, v. 40, p. 2244–2252, 2008.

BARROS, A. H. V. de; GONÇALVES, E. N. Síntese de controlador PI robusto multivariável com preditor de Smith pelo método de otimização evolutivo. *Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, 2018.

BLAIFI, S. et al. An enhanced dynamic model of battery using genetic algorithm suitable for photovoltaic applications. *Applied Energy*, v. 169, p. 888–898, 2016.

CHEN, J.; HE, Z.-F.; QI, X. A new control method for MIMO first order time delay non-square systems. *Journal of Process Control*, v. 21, p. 538–546, 2011.

CHRABASZCZ, P.; LOSHCHILOV, I.; HUTTER, F. Back to basics: benchmarking canonical evolution strategies for playing Atari. *Proceedings of the Twenty-Seventh International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-18)*, p. 1419–1426, 2018.

DAS, S.; KONAR, A.; CHAKRABORTY, U. K. Two improved differential evolution schemes for faster global search. *In Proceedings ACM-SIGEVO GECCO Genetic and Evolutionary Computation Conference*, p. 991–998, 2005.

DAS, S.; MULLICK, S. S.; SUGANTHAN, P. N. Recent advances in differential evolution: an updated survey. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 27, p. 1–30, 2016.

DAS, S.; SUGANTHAN, P. N. Differential evolution: a survey of the state-of-the-art. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 15, n. 1, p. 4–31, 2011.

DIEGOLI, B. B.; NORMEY-RICO, J. E. Robust MIMO Smith predictor tuning via convex optimization. *Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, 2018.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Sistemas de controle modernos. 13. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.

FLESCH, R. C. C. Contribuições ao controle de sistemas monovariáveis e multivariáveis com atraso de transporte. Tese (Doutorado em Engenharia de Automação de Sistemas) — Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.

FLESCH, R. C. C. et al. Unified approach for minimal output dead time compensation in MIMO processes. *Journal of Process Control*, v. 21, n. 7, p. 1080–1091, August 2011.
GONÇALVES, E. N. et al. Robust  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_{\infty}$  reference model dynamic output-feedback control synthesis. *International Journal of Control*, v. 84, n. 12, p. 2067–2080, December 2011.

HUANG, H. et al. Evolutionary programming with a simulated-conformist mutation strategy. *Soft Computing*, v. 22, n. 2, p. 659–676, 2018.

INGIMUNDARSON, A.; HAGGLUND, T. Robust tuning procedures of dead-time compensating controllers. *Control Engineering Practice*, v. 9, p. 1195–1208, 2001.

KHATOD, D. K.; PANT, V.; SHARMA, J. Evolutionary programming based optimal placement of renewable distributed generators. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 2, p. 683–695, 2013.

KWAK, H. J.; SUNG, S. W.; LEE, I.-B. Modified Smith predictors for integrating processes: comparisons and proposition. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 40, n. 6, p. 1500–1506, 2001.

MACIEJOWSKI, J. M. Robustness of multivariable Smith predictors. *Journal of Process Control*, v. 4, n. 1, p. 29–32, 1994.

MATAUŠEK, M. R.; RIBIĆ, A. I. Control of stable, integrating and unstable processes by the modified Smith predictor. *Journal of Process Control*, v. 22, p. 338–343, 2012.

MOHAMED, Y. A.-R. I. Adaptive self-tuning speed control for permanent-magnet synchronous motor drive with dead time. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 21, n. 4, p. 855–862, 2006.

NICOLETTI, A.; KARIMI, A.  $\mathcal{H}_{\infty}$  Smith predictor design for time-delayed MIMO systems via convex optimization. Conference on Control Applications - CCA, p. 1418–1424, 2014.

NISE, N. S. Engenharia de sistemas de controle. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

NORMEY-RICO, J. E.; BORDONS, C.; CAMACHO, E. F. Improving the robustness of dead-time compensating PI controllers. *Control Engineering Practice*, v. 5, n. 6, p. 801–810, 1997.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Control of dead-time processes. [S.l.]: Springer, 2007.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Dead-time compensators: a survey. *Control Engineering Practice*, v. 16, p. 407–428, 2008.

NORMEY-RICO, J. E.; GARCIA, P.; GONZALEZ, A. Robust stability analysis of filtered Smith predictor for time-varying delay processes. *Journal of Process Control*, v. 22, p. 1975–1984, 2012.

NORMEY-RICO, J. E. et al. Robust dead-time compensation of a evaporation process in sugar production. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 38, n. 1, p. 460–465, 2005.

OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

OLIVEIRA, F. S. S. de. *Controle PI/PID robusto baseado no preditor de Smith*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Belo Horizonte, Universidade Federal de Minas Gerais, 2016.

OLIVEIRA, F. S. S. de; SOUZA, F. O.; PALHARES, R. M. PID tuning for time-varying delay systems based on modified Smith predictor. *International Federation of Automatic Control (IFAC)*, v. 50, n. 1, p. 1269–1274, 2017.

PALMOR, Z. J. Time-delay compensation: Smith predictor and its modifications. In: LEVINE, W. S. (Ed.). *The Control Handbook*. Boca Raton: CRC Press and IEEE Press, 1996. cap. 10.8, p. 224–237.

RAJA, G. L.; ALI, A. Smith predictor based parallel cascade control strategy for unstable and integrating processes with large time delay. *Journal of Process Control*, v. 52, p. 57–65, 2017.

RAO, A. S.; CHIDAMBARAM, M. Smith delay compensator for multivariable non-square systems with multiple time delays. *Computers and Chemical Engineering*, v. 30, p. 1243–1255, 2006.

RODRÍGUEZ, C. et al. On the filtered Smith predictor with feedforward compensation. *Journal of Process Control*, v. 41, p. 35–46, 2016.

RUIZ Ángel et al. A unified event-based control approach for FOPTD and IPTD processes based on the filtered Smith predictor. *Journal of the Franklin Institute*, v. 354, p. 1239–1264, 2017.

SÁNCHEZ-PEÑA, R. S.; BOLEA, Y.; PUIG, V. MIMO Smith predictor: global and structured robust performance analysis. *Journal of Process Control*, v. 19, p. 163–177, 2009.

SANTOS, T. L. M.; FLESCH, R. C. C.; NORMEY-RICO, J. E. On the filtered Smith predictor for MIMO processes with multiple time delays. *Journal of Process Control*, v. 24, p. 383–400, 2014.

SANTOS, T. L. M.; TORRICO, B. C.; NORMEY-RICO, J. E. Simplified filtered Smith predictor for MIMO processes with multiple time delays. *ISA Transactions*, v. 65, p. 339–349, 2016.

SIEMENS. Smith predictor for control of processes with dead times. 1. ed. Germany, 2009.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: analysis and design.* 2. ed. Nova Jersey, EUA: John Wiley and Sons, 2001.

SMITH, O. J. M. Closed control of loops with dead time. *Chemical Engineering Progress*, v. 53, n. 5, p. 217–219, 1957.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution: a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, v. 11, p. 341–359, 1997.

TAKAHASHI, R. H. C. Otimização escalar e vetorial. Belo Horizonte, 2007.

TALA, A.; DAXINI, B. Smith predictive control of time-delay processes. *National* Conference on Emerging Trends in Computer, Electrical and Electronics - ETCEE, 2015.

VIKHAR, P. A. Evolutionary algorithms: a critical review and its future prospects. International Conference on Global Trends in Signal Processing, Information Computing and Communication (ICGTSPICC), p. 261–265, 2016.

VLACHOS, C.; WILLIAMS, D.; GOMM, J. B. Solution to the Shell standard control problem using genetically tuned PID controllers. *Control Engineering Practice*, v. 10, p. 151–163, 2002.

YANG, X.-S. Nature-inspired metaheuristic algorithms. 2. ed. [S.l.]: Luniver Press, 2010.

ŽAKOVIĆ, S.; RUSTEM, B. Semi-infinite programming and applications to minimax problems. *Annals of Operations Research*, v. 124, p. 81–110, 2002.

ZAMEER, A. et al. Intelligent and robust prediction of short term wind power using genetic programming based ensemble of neural networks. *Energy Conversion and Management*, v. 134, p. 361–372, 2017.