

Karina de Oliveira Rodrigues da Silva

**MODELOS MATEMÁTICOS PARA A
OTIMIZAÇÃO DA ELABORAÇÃO DE
CARDÁPIOS AUTOMATIZADOS PARA
UMA UNIDADE DE ALIMENTAÇÃO E
NUTRIÇÃO**

Belo Horizonte

2019

Karina de Oliveira Rodrigues da Silva

MODELOS MATEMÁTICOS PARA A OTIMIZAÇÃO DA ELABORAÇÃO DE CARDÁPIOS AUTOMATIZADOS PARA UMA UNIDADE DE ALIMENTAÇÃO E NUTRIÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Modelagem Matemática e Computacional.

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional

Orientador: Flávio Vinícius Cruzeiro Martins
Coorientadora: Elizabeth Fialho Wanner

Belo Horizonte
2019

S586m Silva, Karina de Oliveira Rodrigues da
Modelos matemáticos para a otimização da elaboração de cardápios automatizados para uma unidade de alimentação e nutrição / Karina de Oliveira Rodrigues da Silva. – 2019.
91 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.

Orientador: Flávio Vinícius Cruzeiro Martins.

Coorientadora: Elizabeth Fialho Wanner.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Cardápios – Modelos matemáticos – Teses. 2. Modelos matemáticos – Estudo de casos – Teses. 3. Otimização combinatória – Teses. 4. Programação linear – Teses. I. Martins, Flávio Vinícius Cruzeiro. II. Wanner, Elizabeth Fialho. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 519.6



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**“MODELOS MATEMÁTICOS PARA A OTIMIZAÇÃO DA ELABORAÇÃO
DE CARDÁPIOS AUTOMATIZADOS PARA UMA UNIDADE DE
ALIMENTAÇÃO E NUTRIÇÃO”**

Dissertação de Mestrado apresentada por **Karina de Oliveira Rodrigues da Silva**, em 27 de fevereiro de 2019, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Flávio Vinícius Cruzeiro Martins
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof^ª. Dr^ª. Elizabeth Fialho Wanner
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Mayron César de Oliveira Moreira
Universidade Federal de Lavras

Prof^ª. Dr^ª. Elisângela Martins de Sá
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

Prof. Dr. Thiago de Souza Rodrigues
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Modelagem Matemática e Computacional

Dedico este trabalho aos meus pais, aos meus familiares e amigos que sempre me incentivaram a ir atrás dos meus sonhos e que nunca duvidaram da minha capacidade. A todas as mulheres que lutaram e lutam pela igualdade de direitos, possibilitando que eu chegasse até aqui.

Agradeço a Deus por ter me dado forças para chegar até aqui e por ter colocado em minha vida pessoas tão maravilhosas, que sempre me ajudaram e sempre me incentivaram a crescer.

Agradeço à minha mãe, Aparecida, e ao meu pai, Roberto, por permitirem que eu fosse criada em uma família cheia de amor, respeito e companheirismo, e que independentemente das nossas condições financeiras, sempre se esforçaram para me agradar e para nunca faltar nada. Mãe, me esforço todos os dias para fazer valer tudo o que você me ensinou, toda a humildade, o amor e o respeito para com as pessoas. Você vibrou várias das minhas pequenas e grandes conquistas ao meu lado, você se emocionou com as minhas vitórias, você corrigiu os meus erros e permitiu que eu me tornasse alguém para me orgulhar. Nunca deixarei para trás os valores que você deixou e nunca me esquecerei de você. Consigo sentir o seu amor e orgulho daqui e essa é só mais uma de várias, se Deus permitir. "Enquanto eu respirar, vou me lembrar de você, só enquanto eu respirar."

Agradeço ao CEFET, instituição na qual eu conheci os melhores amigos ainda no curso técnico e que eu sei que continuarão fazendo parte da minha vida para sempre. Agradeço também a esses amigos por sempre tornarem os meus dias melhores.

Agradeço a todos os amigos que fazem parte da minha vida, que me aturam, ouvem os meus desabaços e me socorrem nos momentos de desespero. Muito obrigada, galera! Eu sou muito privilegiada por poder chamá-los de amigos.

Agradeço a todos os meus familiares, que são pessoas humildes das quais eu tenho muito orgulho e que sempre estiveram comigo.

Agradeço aos colegas que fiz durante o curso, por toda troca de conhecimento, grupos de estudos e risadas que deixaram o mestrado mais leve.

Agradeço ao meu orientador, Flávio, pela oportunidade e pelo voto de confiança que me foi dado, se mostrando prestativo desde o nosso primeiro contato.

Agradeço à Elisângela e ao Mayron, por toda a atenção e empenho na avaliação do projeto. Por compartilharem conhecimentos e dicas importantes não só para melhoria do trabalho final, como para o meu aprendizado como um todo.

Agradeço à Rafaela e a minha Coorientadora Elizabeth, por compartilharem comigo todo o conhecimento e trabalho desenvolvido. Muito obrigada!

E Finalmente, agradeço a agência de fomento CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

O objetivo de empresas responsáveis por produzir refeições coletivas é oferecer uma alimentação balanceada para os consumidores, respeitando as normas da legislação, de modo que o custo de produção das refeições seja o menor possível, ou que a qualidade nutricional das refeições seja a maior possível. Além da preocupação com a criação de um cardápio balanceado, é necessário considerar algumas características que compõem uma refeição, como por exemplo a variedade dos alimentos, combinação de texturas, cores e uma oferta de nutrientes que deve se adequar ao consumidor do serviço. O presente trabalho propõe a criação de dois modelos matemáticos para o problema da elaboração de cardápios para unidades de alimentação e nutrição, apresentando duas abordagens diferentes para o problema. O primeiro modelo tem por objetivo a elaboração de cardápios com o menor custo possível. O segundo modelo tem por meta a elaboração de cardápios com a maior qualidade nutricional possível, respeitando um limite orçamental pré-estabelecido. Os modelos matemáticos desenvolvidos foram implementados em python e resolvidos com o otimizador CPLEX. Os testes foram realizados considerando como unidade de alimentação e nutrição uma pré-escola que oferece refeições para crianças entre 4 e 5 anos. Os resultados alcançados por meio da implementação dos modelos comprovam que é possível obter cardápios coerentes de maneira prática, adequados nutricionalmente e adaptáveis as necessidades dos consumidores e da unidade de alimentação e nutrição.

Palavras-chave: Elaboração de Cardápios. Modelo Matemático. Otimização Combinatória. Programação Linear Inteira.

Abstract

The objective of companies responsible for producing collective meals is to offer a well-balanced eating for consumers. They must respect norms and produce meals with the smallest cost as possible, or produce meals with high-quality nutritional aspects. In addition, to create a balanced menu, it is necessary to work some aspects regarding meals, such as food's variety, consistency combination, colors and a supply of nutrients that should suit the service consumer. This project proposes the creation of two mathematical models for the menu planning problem of Food and Nutrition Companies, presenting two approaches to solve the problem. The first one has the objective of generating menus with the smallest cost as possible. The second modelling aims at elaborating menus with the best nutritional quality as possible. The mathematical models were implemented in python and solved using the optimization software package CPLEX. The tests were performed considering as Food and Nutritional Company an elementary school, that offer meals to children about 4 and 5 years. The results proved that it is possible obtain personalized menus in a practical way, by implementation of the mathematical models. The results show that the mathematical models are able to obtain nutritionally adequate menus, and adaptable to the needs of customers and the Food and Nutritional Company.

Keywords: Menu Planning. Mathematical Modeling. Combinatorial Optimization. Integer Linear Programming.

Lista de Figuras

Figura 1 – Convergência do gap da otimização em relação ao tempo de execução em dias.	35
Figura 2 – Convergência do gap da otimização em relação ao tempo de execução em minutos.	36
Figura 3 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	38
Figura 4 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	38
Figura 5 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	39
Figura 6 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	41
Figura 7 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	41
Figura 8 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	42
Figura 9 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94.	44
Figura 10 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94.	44
Figura 11 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94	45
Figura 12 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00.	47
Figura 13 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00.	47
Figura 14 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00.	48
Figura 15 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	51
Figura 16 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	51
Figura 17 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	52
Figura 18 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	54

Figura 19 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes 4.2.4).	54
Figura 20 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	55
Figura 21 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 32,85.	57
Figura 22 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 32,85.	57
Figura 23 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 32,85.	58
Figura 24 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00.	60
Figura 25 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00.	60
Figura 26 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00.	61
Figura 27 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	64
Figura 28 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	64
Figura 29 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).	65
Figura 30 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	68
Figura 31 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	68
Figura 32 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	69
Figura 33 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.	72
Figura 34 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.	72
Figura 35 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.	73
Figura 36 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.	76
Figura 37 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.	76

Figura 38 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.	77
Figura 39 – Quantidades de carboidratos para o cardápio de 6 dias, obtidas a partir dos testes 1 e 3.	78

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Comparação dos trabalhos encontrados na literatura e o trabalho proposto.	8
Tabela 2 – Conjunto dos preparos P - Exemplo	19
Tabela 3 – Conjunto das Refeições R - Exemplo	19
Tabela 4 – Conjunto de dias D - Exemplo	19
Tabela 5 – Conjunto dos tipos de preparos TP - Exemplo	19
Tabela 6 – Conjunto das cores C - Exemplo	19
Tabela 7 – Conjunto das texturas TX - Exemplo	20
Tabela 8 – Conjunto dos nutrientes N - Exemplo	20
Tabela 9 – Subconjuntos SP_{tp} dos preparos - Exemplo	20
Tabela 10 – Subconjuntos SRP_r dos tipos de preparos - Exemplo	20
Tabela 11 – Subconjuntos SP_{md} dos preparos - Exemplo	21
Tabela 12 – Subconjunto SR_{md} das refeições - Exemplo	21
Tabela 13 – Subconjunto SP_{dd} dos preparos - Exemplo	21
Tabela 14 – Subconjunto SR_{dd} das refeições - Exemplo	21
Tabela 15 – Subconjuntos SP_c dos preparos - Exemplo	22
Tabela 16 – Subconjunto SR_c das refeições - Exemplo	22
Tabela 17 – Subconjunto SP_{tx} dos preparos - Exemplo	22
Tabela 18 – Subconjunto SR_{tx} das refeições - Exemplo	22
Tabela 19 – Parâmetros Q_{tpr} - Exemplo	23
Tabela 20 – Parâmetros B_{pc} - Exemplo	23
Tabela 21 – Parâmetros K_{ptx} - Exemplo	23
Tabela 22 – Parâmetros $Q_{max_{pmd}}$ - Exemplo	24
Tabela 23 – Parâmetros $Q_{max_{pda}}$ e J_p - Exemplo	24
Tabela 24 – Parâmetros V_{nmin} e V_{nmax} - Exemplo	24
Tabela 25 – Parâmetros $Q_{max_{txr}}$ - Exemplo	25
Tabela 26 – Parâmetros $Q_{max_{cr}}$ - Exemplo	25
Tabela 27 – Classificação dos dados utilizados para testes	32
Tabela 28 – Valores de referências de nutrientes para crianças de 4 e 5 anos	33
Tabela 29 – Quantidade de quilocalorias dos macronutrientes	34
Tabela 30 – Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M1.	37
Tabela 31 – Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	40
Tabela 32 – Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94.	43
Tabela 33 – Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00.	46

Tabela 34 – Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	50
Tabela 35 – Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	53
Tabela 36 – Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 32,85.	56
Tabela 37 – Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00.	59
Tabela 38 – Semana 1 e semana 2 do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1.	62
Tabela 39 – Semana 3 e semana 4 do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1.	63
Tabela 40 – Semana 1 e semana 2 do cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	66
Tabela 41 – Semana 3 e semana 4 do cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.	67
Tabela 42 – Semana 1 e Semana 2 do cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.	70
Tabela 43 – Semana 3 e Semana 4 do cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.	71
Tabela 44 – Semana 1 e semana 2 do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.	74
Tabela 45 – Semana 3 e semana 4 do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.	75
Tabela 46 – Resumo dos testes realizados.	77
Tabela 47 – Dados utilizados nos testes ordenados pelos nomes dos preparos. . . .	86
Tabela 48 – Dados utilizados nos testes ordenados pelos custos dos preparos. . . .	89

Lista de Abreviaturas e Siglas

CFN	Conselho Federal de Nutricionistas
CHO	Carboidrato
IDR	Ingestão Diária Recomendada
LIP	Lipídio
PB	Programação Binária
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
PIM	Programação Linear Inteira Mista
PNAE	Programa Nacional de Alimentação Estudantil
PNAN	Política Nacional de Alimentação e Nutrição
PTN	Proteína
UAN	Unidade de Alimentação e Nutrição

Sumário

1 – Introdução	1
1.1 Justificativa	3
1.2 Objetivos	4
1.2.1 Objetivo geral	4
1.2.2 Objetivos específicos	4
1.3 Organização do trabalho	4
2 – Trabalhos Relacionados	5
3 – Fundamentação Teórica	9
3.1 Unidade de Alimentação e Nutrição	9
3.1.1 O papel do nutricionista na UAN	10
3.2 Cardápio	10
3.2.1 Leis da Alimentação	10
3.2.2 Nutrientes	11
3.2.2.1 Micronutrientes	11
3.2.2.2 Macronutrientes	12
3.3 Otimização Linear	12
3.3.1 Programação Linear	13
3.3.2 Programação Linear Inteira	13
3.3.3 Programação Linear Inteira Mista	14
3.3.4 Branch-and-Bound	15
4 – Metodologia	16
4.1 Caracterização do problema	16
4.2 Modelos Matemáticos	18
4.2.1 Definições dos conjuntos	18
4.2.2 Definições dos subconjuntos	20
4.2.3 Parâmetros do modelo	23
4.2.4 Modelo Matemático M1	25
4.2.4.1 As variáveis do modelo:	25
4.2.4.2 Função objetivo:	26
4.2.4.3 Restrições:	26
4.2.5 Modelo matemático M2	28
4.2.5.1 As variáveis do modelo:	29
4.2.5.2 Função objetivo:	29

4.2.5.3	Restrições:	29
5	– Análise e Discussão dos Resultados	32
5.1	Cardápios de 6 dias	34
5.1.1	Teste 1 - Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M1	35
5.1.2	Teste 2 - Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes	39
5.1.3	Teste 3 - Cardápio de 6 dias utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94	42
5.1.4	Teste 4 - Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00	45
5.2	Cardápios de 10 dias	48
5.2.1	Teste 5 - Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M1	49
5.2.2	Teste 6 - Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes	52
5.2.3	Teste 7 - Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M2, como limite de custo de R\$ 32,85	55
5.2.4	Teste 8 - Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00	58
5.3	Cardápios de 20 dias	61
5.3.1	Teste 9 - Cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M1	61
5.3.2	Teste 10 - Cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes	65
5.3.3	Teste 11 - Cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00	69
5.3.4	Teste 12 - Cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00	73
5.3.5	Discussão dos resultados	77
6	– Conclusão	80
6.1	Trabalhos Futuros	81
	Referências	82
	 Apêndices	 85
	APÊNDICE A – Dados utilizados para testes	86

Capítulo 1

Introdução

A alimentação é um direito assegurado a todo ser humano (BRASIL, 1988). Sendo uma das atividades mais importantes para o homem, a cada dia encontra-se maiores evidências de que a alimentação tem influência direta na saúde, positivamente ou negativamente, tornando-se um dos fatores determinantes na longevidade e qualidade de vida da população (SANTOS et al., 2012).

A Política Nacional de Alimentação e Nutrição (PNAN), aprovada em 1999, afirma o compromisso do Ministério da Saúde com os males relacionados à insuficiência alimentar e a pobreza, propondo respeito, proteção e promoção dos direitos humanos à alimentação e saúde (BÁSICA, 2003). A PNAN apresenta uma afirmação da importância do papel da alimentação e nutrição no desenvolvimento humano:

A alimentação e a nutrição constituem requisitos básicos para a promoção e a proteção da saúde, possibilitando a afirmação plena do potencial de crescimento e desenvolvimento humano, com qualidade de vida e cidadania.

Uma alimentação saudável, variada, com refeições coloridas e rica em nutrientes é capaz de propiciar ao indivíduo o fortalecimento da função imunológica do organismo. Além disso, uma alimentação saudável contribui para a proteção do indivíduo contra doenças cardíacas, acidente vascular cerebral, alguns tipos de cânceres, hipertensão e outras doenças que estão entre as causas de morte de grande parte da população, tanto no Brasil quanto no mundo (BRASIL, 2016).

Segundo Collaço (2003), o ritmo acelerado de vida da população urbana e o crescente hábito de se realizar refeições fora do ambiente doméstico são apontados como causas do consumo excessivo de alimentos pouco “saudáveis” pela sociedade. Estudos recentes mostram que a prática de maus hábitos alimentares, tais como a substituição de alimentos naturais por alimentos industrializados e o consumo de refeições tipo *fast-food*, é um fator

de risco de doenças importantes como obesidade, doenças cardiovasculares, diabetes e hipertensão (SARTORELLI; FRANCO, 2003; MONNEUSE; BELLISLE; KOPPERT, 1997).

Nesse contexto em que o indivíduo realiza grande parte das refeições fora do ambiente domiciliar, a Unidade de Alimentação e Nutrição (UAN) em que essas refeições são realizadas exercem notável influência em sua saúde. O principal objetivo de uma UAN é o fornecimento de refeições equilibradas nutricionalmente, adequadas a todos que usufruem de seus serviços e com bom nível de sanidade, ou seja, com alimentos não contaminados e corretamente manipulados (AKUTSU et al., 2005a).

De acordo com a resolução do CFN nº 380/2005 (NUTRICIONISTAS, 2005), uma das áreas de atuação do nutricionista é a área de alimentação coletiva. Desse modo, o profissional de nutrição é responsável por organizar, planejar e supervisionar os serviços de alimentação realizados nas UANs. Além disso, o nutricionista deve prestar serviços de assistências e de educação nutricional às coletividades, aos indivíduos sadios ou enfermos, em instituições públicas e privadas.

Entre as atividades de um nutricionista em uma UAN está a elaboração, avaliação e programação dos cardápios oferecidos, que devem ser adequados às faixas etárias e condições de saúde dos consumidores finais, respeitando seus hábitos alimentares. Um cardápio também deve ter coerência nas combinações de alimentos, cores, sabores e texturas, fornecendo energia e nutrientes em adequação ao público (DUTRA et al., 2009).

É importante que o nutricionista reconheça esses aspectos ao planejar um cardápio, tendo em vista que uma UAN funciona com o propósito de satisfazer e fidelizar o público a ser captado. Esse planejamento tem por objetivo a elevação da produtividade, utilizando melhor os recursos, com redução de custos (GINANI, 2011). O cardápio, então, torna-se uma ferramenta muito importante para ser utilizada na UAN, pois um bom delineamento deste permite não apenas a oferta de alimentos saudáveis, mas também pode contribuir para a promoção da saúde e na redução do custo das refeições.

Stigler (1945) apresentou um problema cujo objetivo era elaborar uma dieta para um indivíduo, de modo a satisfazer todas as necessidades mínimas de nutrientes recomendadas pelo Conselho Nacional de Pesquisa Norte-americano, ao menor custo possível. O planejamento de cardápios pode ser visto como uma nova versão do problema da dieta, em que se busca uma combinação ótima dos itens de um cardápio que satisfaça especificações nutricionais, estruturais e de variedades para uma sequência de dias (BALINTFY, 1964).

Esse trabalho tem por proposta a concepção de dois modelos matemáticos, para a elaboração automatizada de cardápios saudáveis e personalizados para uma UAN. Os requisitos referentes a quantidades, tipos e composição das refeições a serem servidas, combina-

ção de cores, texturas e variedades dos alimentos poderão ser pré determinadas pelo nutricionista responsável por gerenciar e elaborar o cardápio da UAN. O primeiro modelo, denominado M1, tem por objetivo a elaboração de um cardápio com o menor custo possível. O segundo modelo, denominado M2, tem por objetivo um cardápio com a maior qualidade nutricional possível, respeitando-se um limite de custo pré-estabelecido.

O problema apresentado é de natureza combinatória e pode ser associado ao Problema da Mochila Múltipla, em que se deseja colocar itens em mochilas respeitando o peso de cada uma e otimizando os valores dos produtos carregados. Nesse comparativo, cada mochila poderia ser representada por uma refeição do cardápio e cada produto pode ser visto como um prato a ser ou não adicionado na refeição. Esse problema é da classe NP-difícil e sua complexidade aumenta exponencialmente com o tamanho da entrada, de modo que a solução ótima do problema poderia ser encontrada em um tempo de processamento impraticável (GOLDBARG; LUNA, 2005, p. 177).

Ao utilizar o modelo M1, deseja-se elaborar cardápios que atendam as condições especificadas por nutricionistas, com o menor custo encontrado possível. Ao utilizar o modelo M2, deseja-se gerar um cardápio com a maior qualidade nutricional e que atenda aos requisitos estabelecidos. Desse modo, espera-se a obtenção de cardápios de qualidade, adequados ao público consumidor e gerados em um tempo admissível, capaz de oferecer suporte a nutricionistas nessas tomadas de decisão.

1.1 Justificativa

Dado ao grande número de combinações possíveis dos alimentos que podem compor uma refeição, a busca pela melhor combinação que atenda as especificações do consumidor e que otimize o custo, ou a qualidade nutricional da refeição, é irrealizável por uma mente humana em um tempo desejável.

O planejamento automatizado de cardápios em um tempo hábil, que atenda aos requisitos nutricionais e estruturais das refeições, propicia a promoção da saúde dos consumidores, a economia de gastos da UAN que oferece as refeições e uma maior agilidade no trabalho do nutricionista. A elaboração de cardápios é uma tarefa de alta complexidade e existem diversas pesquisas e estudos que buscam soluções automatizadas para o problema, alguns mencionados no Capítulo 2.

Este problema foi estudado por [Moreira, Martins e Wanner \(2015\)](#), que utilizou heurística, mais especificamente, algoritmos genéticos para solucionar o problema. O trabalho atual propõe uma modelagem matemática genérica para o problema estudado, utilizando o pacote acadêmico *CPLEX* para sua resolução, sem a implementação de heurísticas.

A solução proposta para o problema estudado pode ser utilizada e/ou adaptada para diferentes UANs, localizadas em diversas regiões, que dispõem de variados tipos de alimentos e que atendam à distintos públicos.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral do trabalho é a elaboração e a solução de modelos matemáticos para a otimização da concepção de cardápios para uma unidade de alimentação e nutrição, satisfazendo as necessidades da UAN em que será utilizado e permitindo que o nutricionista tenha flexibilidade para a adequação do cardápio ao serviço que será oferecido pelo estabelecimento.

1.2.2 Objetivos específicos

1. Modelar matematicamente o problema de forma flexível e facilmente adaptável.
2. Apresentar dois modelos matemáticos para o problema, o primeiro deles minimizando o custo total do cardápio, enquanto a outra formulação obtém cardápios com o menor erro nutricional possível, respeitando as restrições estabelecidas.
3. Aplicar o otimizador *CPLEX* para resolver os modelos.

1.3 Organização do trabalho

O restante do trabalho é dividido em 5 capítulos. O Capítulo 2 exibe alguns trabalhos relacionados à elaboração automatizada de cardápios, mencionando as técnicas utilizadas para a resolução do problema. O Capítulo 3 apresenta uma revisão bibliográfica de Unidade de Alimentação e Nutrição e o papel que o nutricionista deve desempenhar no estabelecimento, a descrição do que é um cardápio e dos componentes que farão parte da abordagem proposta, uma breve revisão sobre Otimização linear, descrevendo as características de programação linear, programação linear inteira e programação linear inteira mista. O Capítulo 4 apresenta a caracterização do problema, detalhando o modelo matemático proposto e descrevendo as formulações matemáticas utilizadas para o problema. O Capítulo 5 mostra os resultados obtidos pelo *CPLEX* para cardápios de cinco, dez, quinze e vinte dias, para uma UAN exemplificada por uma pré-escola. Por fim, o Capítulo 6 apresenta a conclusão para o trabalho e propostas para pesquisas futuras.

Capítulo 2

Trabalhos Relacionados

Pioneiro no planejamento de cardápios por computadores, [Balintfy \(1964\)](#) utilizou técnicas de programação linear para minimizar o custo de cardápios, satisfazendo requisitos de necessidades nutricionais e variedade. Para controlar os elementos cor e consistência nas possíveis combinações, foram utilizados quinze itens para os experimentos, classificados como componentes de jantar ou ceia. Os cardápios obtidos pelo algoritmo implementado foram comparados aos de um hospital, chegando-se a conclusão de que na solução apresentada os nutrientes foram satisfeitos em todos os dias, diferentemente dos cardápios antes utilizados pelo hospital que apresentaram a deficiência de alguns nutrientes. Além disso, o custo total do menu apresentou redução de 10 a 30% ([LANCASTER, 1992](#)).

Utilizando técnicas de inteligência artificial, [Petot, Marling e Sterling \(1998\)](#) implementaram um sistema híbrido (CAMPER) resultante da combinação de dois sistemas: CAMP ([MARLING, 1996](#)) e PRISM ([KOVACIC, 1995](#)). Esse sistema tem o objetivo de projetar cardápios diários de acordo com as necessidades e preferências de um indivíduo adulto, considerando as diretrizes nutricionais aceitas e os padrões estéticos de cor, textura, temperatura, gosto e variedade. Além disso, o sistema CAMPER permite que o usuário final adicione, delete ou substitua itens no cardápio recomendado.

[Gaál, Vassányi e Kozmann \(2005\)](#) desenvolveram um gerador de cardápios automatizado, o MenuGene, baseado em um algoritmo genético para elaborar cardápios diários e semanais para usuários da Internet, levando em consideração a quantidade dos nutrientes oferecidos e a harmonia das refeições. A aplicação usa a classificação do usuário quanto a fatores de riscos suscetíveis a doenças, peso, idade e preferências pessoais para projetar cardápios individuais. Após a realização de testes concluiu-se que o MenuGene é capaz de oferecer cardápios com níveis desejados de variedade, nutrientes e harmonia.

[Seljak \(2009\)](#) criou um método que aplica computação evolucionária para o planejamento de cardápios saudáveis. Inicialmente o problema foi dividido em subproblemas, e em seguida foi

implementado um algoritmo evolutivo que encontra um conjunto de soluções com os valores ótimos das funções objetivos. Para isso, é realizada a soma ponderada dessas funções que levam em consideração a funcionalidade do item alimentar e a sua qualidade sazonal, custo, sabor, consistência, textura e temperatura. Além disso, são implementadas funções de restrições para controle de nutrientes, energia, ácidos graxos saturados, colesterol, água e outros elementos presentes nas refeições. Verificou-se que o método evolutivo pode superar o processo humano na elaboração de cardápios, em termos de tempo e qualidade, ainda que um indivíduo precise escolher, após o término de execução da aplicação, quais dentre as soluções encontradas serão utilizadas.

Bas (2014) propõe um modelo de programação inteira mista para o problema da elaboração de cardápios, tendo como objetivo a minimização da quantidade de glicose presente nos cardápios finais. O tomador de decisão do problema é flexível para se ajustar ao grau de incerteza da quantidade de glicose presente nos alimentos. Foi realizada uma análise experimental com 177 alimentos, levando em consideração os requisitos nutricionais e os grupos de alimentos recomendados pelo Departamento de Saúde e Serviços Humanos dos Estados Unidos. Nas soluções apresentadas, alguns alimentos são frequentemente encontrados e estão em concordância com a literatura como indicados para dietas que objetivam o baixo nível de glicose no sangue. A abordagem utilizada não contempla a combinação de cores, texturas e harmonia dos alimentos.

Em 2015, Sufahani e Ismail (2015) propuseram um modelo matemático, usando programação linear inteira, para o planejamento de cardápios semanais de mínimo custo e que atendessem a ingestão necessária de nutrientes para estudantes de um internato da Malásia, com a faixa etária de 13 a 18 anos. No problema tratado são consideradas seis refeições diárias e limites mínimos e máximos de 11 tipos de nutrientes. Para garantir a variedade do cardápio, usa-se o *Delete-reshuffle Algorithm*, em que uma estrutura de repetição é executada 7 vezes, sendo cada execução correspondente ao planejamento de um dia, excluindo os pratos já utilizados em dias anteriores e distribuindo os pratos selecionados em uma programação de serviço adequada. Dessa forma, apesar de garantir a não repetibilidade de pratos, não há a garantia de coerência na combinação dos pratos, já que texturas e cores não são restrições consideradas no modelo e no arranjo dos pratos.

Moreira, Martins e Wanner (2015) criaram um algoritmo genético para a elaboração de cardápios semanais considerando quatro tipos de refeições: desjejum, almoço, lanche e jantar, que buscam atender os princípios do PNAE (Programa Nacional de Alimentação Escolar). Com os objetivos de minimizar o custo total e o erro nutricional dos cardápios gerados, foi utilizada a soma ponderada de funções reduzindo o problema a uma formulação mono-objetivo. Para tratar restrições de cor, variedade, consistência e custo das refeições, soluções que violam esses requisitos são penalizadas ao longo da aplicação, com o intuito

de que elas tenham menor probabilidade de aparecerem como uma das nove soluções finais do término da execução do algoritmo. Fica a cargo do nutricionista, utilizador da aplicação, decidir qual dentre os cardápios produzidos será utilizado.

O presente trabalho propõe dois modelos matemáticos, usando programação linear inteira e programação linear inteira mista, para a elaboração de cardápios diários ou semanais. No modelo matemático M1 (maiores detalhes na Seção 4.2.4), as seguintes restrições são consideradas para atender ao objetivo de se obter cardápios saudáveis e de menor custo: variedade, cor, consistência, limites de nutrientes e composição das refeições. No modelo matemático M2 (maiores detalhes na Seção 4.2.5), consideram-se as restrições do modelo M1, adicionando uma restrição de limite de custo do cardápio, e alterando a função objetivo para se obter um cardápio com o menor erro nutricional. Caso seja de interesse da UAN a minimização do custo total do cardápio, recomenda-se a utilização do modelo M1, e caso a UAN tenha um limite máximo de custo predeterminado, recomenda-se o uso do modelo M2.

A Tabela 1 apresenta as comparações dos trabalhos mencionados juntamente com o trabalho proposto. Para comparar os trabalhos são utilizadas as classificações cor, indicando se o trabalho considera as cores presentes no cardápio, assim como textura, variedade, nutrientes, temperatura e repetibilidade máxima de preparos. Há também uma classificação coletivo, utilizada para indicar se o planejamento de cardápio proposto é voltado para alimentação coletiva ou individual.

Dos trabalhos correlatos apresentados, [Balintfy \(1964\)](#), [Bas \(2014\)](#), [Sufahani e Ismail \(2015\)](#) são os que mais se aproximam do presente trabalho quanto as técnicas utilizadas, no entanto não levam em consideração as cores e texturas dos preparos que compõem as refeições. Já os trabalhos de [Petot, Marling e Sterling \(1998\)](#) e [Gaál, Vassányi e Kozmann \(2005\)](#) consideram as cores e texturas dos preparos, satisfazendo as necessidades e preferências de um indivíduo, diferentemente do trabalho proposto que pode ser utilizado para gerar cardápios que atendam às coletividades.

O trabalho de [Seljak \(2009\)](#) se aproxima do trabalho proposto por gerar cardápios para coletividades e por considerar as cores, texturas e nutrientes dos preparos, mas não há o uso de restrições que limite a repetibilidade máxima de preparos no cardápio. Apesar do trabalho de [Moreira, Martins e Wanner \(2015\)](#) considerar tal repetibilidade, o número de dias do cardápio e as composições das refeições não são parâmetros que podem ser ajustados, restringindo o uso do algoritmo a unidades de alimentação e nutrição específicas. Já o trabalho proposto permite ao nutricionista, usuário final da aplicação, a possibilidade de determinar o número de dias e quais refeições devem compor o cardápio, o que viabiliza o uso dos modelos não só por hospitais, ou escolas, mas para qualquer unidade de alimentação e nutrição.

Tabela 1 – Comparação dos trabalhos encontrados na literatura e o trabalho proposto.

	Cores	Texturas	Coletivo	Variedade	Nutrientes	Temperatura	Repetibilidade máxima de preparos	Objetivo	Técnicas Utilizadas
Bantify: 1964	não	não	sim	sim	sim	não	sim	Elaborar cardápios de menor custo, satisfazendo restrições de variedade e requisitos nutricionais.	Programação Linear
Pelot: 1998	sim	sim	não	sim	sim	sim	não	Elaborar cardápios que atendam requisitos nutricionais e preferências de um indivíduo.	Inteligência Artificial
Gaál: 1994	sim	sim	não	sim	sim	não	não	Elaborar cardápios que atendam requisitos nutricionais de forma harmoniosa, e que atenda às preferências de um indivíduo.	Algoritmo Genético
Seljak: 2009	sim	sim	sim	sim	sim	sim	não	Elaborar cardápios de menor custo que atendam requisitos nutricionais.	Computação Evolucionária
Bas: 2014	não	não	sim	sim	sim	não	não	Elaborar cardápios minimizando a quantidade final de glicose.	Programação Inteira Mista
Sufahani: 2015	não	não	sim	sim	sim	não	sim	Elaborar cardápios semanais de menor custo, atendendo requisitos nutricionais.	Programação Linear Inteira
Moreira: 2016	sim	sim	sim	sim	sim	não	não	Elaborar cardápios de menor custo, atendendo requisitos nutricionais.	Algoritmo Genético
Trabalho Proposto: 2019	sim	sim	sim	sim	sim	não	sim	Elaborar cardápios com o menor custo, ou com o menor erro nutricional, adaptáveis a qualquer unidade de alimentação e nutrição.	Programação Inteira e Programação Inteira Mista

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

Neste capítulo será apresentada uma revisão sobre cardápios, unidade de alimentação e nutrição e otimização linear. Juntamente serão introduzidos conceitos de elementos fundamentais a serem considerados no planejamento de cardápios e presentes na abordagem proposta.

3.1 Unidade de Alimentação e Nutrição

Uma Unidade de Alimentação e Nutrição é uma unidade de trabalho que desempenha serviços relacionamentos à alimentação e à nutrição, onde se desenvolve todas as atividades essenciais para o fornecimento de alimentos e refeições coletivas. UAN's podem ser exemplificados por restaurantes, atividades da alimentação escolar ou do trabalhador, lanchonetes, serviços de buffet, entre outros ([RESOLUÇÃO, 2011](#)).

A produção das refeições de uma UAN envolve fatores diversos como os tipos de alimentos que serão utilizados, as técnicas culinárias envolvidas nos preparos das refeições, o gerenciamento e atribuição de tarefas aos colaboradores envolvidos, a forma de manuseio dos alimentos, e a disposição de utensílios e equipamentos que podem facilitar a realização das operações ([MONTEIRO, 2012](#)).

A qualidade de uma UAN está relacionada às boas condições e aspectos dos alimentos, considerando as suas qualidades nutricionais e sensoriais, além das características higiênico-sanitárias do estabelecimento, capaz de promover ao consumidor segurança alimentar do que é produzido. Também considera-se como medidor de qualidade o bom atendimento oferecido aos clientes e o preço ([AKUTSU et al., 2005b](#)).

Segundo [Veiros et al. \(2002\)](#), se as refeições servidas nas UANs forem adequadas nutricionalmente, elas podem servir como base de uma alimentação saudável para os consumidores finais, visto que tendo essas refeições como referências, eles podem desenvolver bons

hábitos alimentares.

3.1.1 O papel do nutricionista na UAN

O nutricionista é o profissional responsável por atuar no gerenciamento da UAN, podendo realizar diversas tarefas, tais como o planejamento, organização e direção das atividades realizadas ligadas às gestões econômicas e físicas do estabelecimento. Também é atribuída ao nutricionista a atividade de elaborar e planejar os cardápios oferecidos, fiscalizar e supervisionar a compra e armazenamento de alimentos (VEIROS et al., 2002).

Independentemente da UAN em que o nutricionista trabalhe, é necessário que esse profissional tenha um conhecimento aprofundado dos seus clientes, individualmente e coletivamente, para que ele saiba como implantar ações que promovam a saúde dos consumidores (VEIROS et al., 2002).

3.2 Cardápio

O cardápio é uma ferramenta que relaciona um conjunto de alimentos e preparações, destinados a suprir as necessidades nutricionais e fisiológicas, individuais ou coletivas, caracterizando os alimentos por macronutrientes, vitaminas e minerais, preparação, custo e energia (NUTRICIONISTAS, 2010).

3.2.1 Leis da Alimentação

Em 1937, Pedro Escudero, médico argentino considerado pai do estudo nutricional, criou as quatro leis da alimentação: lei da quantidade, qualidade, harmonia e adequação (LANDA-BURE, 1968). De acordo com a lei da quantidade, um cardápio deve fornecer alimentos na quantidade ideal, sem o excesso ou a falta de alimentos que podem prejudicar o organismo do indivíduo ou que ultrapasse a quantidade de energia que uma pessoa deve consumir.

Segundo a lei da qualidade, um cardápio deve conter uma variedade de alimentos em bom estado, que satisfaçam a necessidade do corpo e que forneçam o valor ideal de nutrientes. Alimentos contaminados, malconservados ou com excesso de gorduras podem ocasionar malefícios à saúde dos indivíduos.

Conforme a lei da harmonia, um cardápio precisa conter a proporcionalidade na distribuição dos alimentos, resultando em um equilíbrio. Desse modo, os nutrientes presentes em uma refeição devem estar em proporções adequadas para o bom aproveitamento do organismo.

Por fim, a lei da adequação diz que um cardápio deve ser adequado ao indivíduo, levando-se em consideração fatores que interferem nas necessidades nutricionais de uma pessoa como,

por exemplo, estado da saúde e idade.

3.2.2 Nutrientes

Os nutrientes são substâncias providas de alimentos, tanto de origem vegetal quanto de origem animal, e que tem a função de contribuir para o bom funcionamento do organismo. Os nutrientes são categorizados como micronutrientes e macronutrientes.

O corpo humano necessita de diversos nutrientes. Por isso é preciso que a alimentação seja equilibrada e diversificada, já que um único alimento não contém todos os nutrientes que são necessários. Além disso, tanto o excesso quanto a falta deles podem causar problemas para a saúde, devido ao desequilíbrio no organismo. Uma alimentação colorida não é utilizada apenas como um recurso visual para estimular os sentidos e deixar as refeições mais atrativas, visto que uma variedade de cores pode influenciar na diversidade dos nutrientes que irão compor as refeições (SAÚDE, 2006).

3.2.2.1 Micronutrientes

Os micronutrientes são classificados como vitaminas e minerais. Esses elementos são essenciais para os processos metabólicos e fisiológicos do corpo, que estão presentes em diversos alimentos. As vitaminas são necessárias ao organismo em pequenas quantidades e contribuem para o crescimento e manutenção da vida. Os sais minerais, assim como as vitaminas, devem ser consumidos em pequenas quantidades e contribuem para o crescimento, formação dos tecidos, regulação dos processos corporais (SAÚDE, 2006). Abaixo, segue uma breve descrição de alguns micronutrientes.

- **Vitamina A:** A vitamina A é fundamental para o desenvolvimento e crescimento humano, além disso, tem o papel de atuar no funcionamento da visão. A sua deficiência pode enfraquecer o sistema imunológico e até mesmo causar cegueira, sendo reconhecida como uma das principais causas da mortalidade de crianças em países que estão em desenvolvimento (ZANCUL, 2004).
- **Vitamina C:** Tem o papel de atuar na prevenção de escorbuto, agindo na manutenção da saúde da pele, gengivas e vasos sanguíneos (CARVALHO et al., 2006).
- **Cálcio:** É considerado o mineral mais abundante no organismo. O consumo de alimentos que contém cálcio pode promover a saúde óssea do corpo, prevenindo doenças como a osteoporose. Além disso, pode também contribuir na prevenção de doenças cardiovasculares (PREMAOR; BRONDANI, 2016).

- **Ferro:** No metabolismo humano, o ferro desempenha papéis importantes como o transporte e armazenamento de oxigênio, além de outras funções metabólicas. A deficiência de ferro no organismo pode ocasionar doenças como a anemia (ZANCUL, 2004).
- **Zinco:** O zinco tem o papel de desempenhar processos fisiológicos importantes para o organismo humano, atuando no desenvolvimento e crescimento, e também no funcionamento do sistema imunológico. A deficiência de zinco pode ocasionar lesões na pele, retardo no crescimento e prejudicar o sistema imunológico, possibilitando a aparição de doenças como anorexia e diabetes (SENA; PEDROSA, 2008).

3.2.2.2 Macronutrientes

Os macronutrientes classificados como carboidratos, proteínas e lipídios são nutrientes fundamentais para o organismo, pois deles deriva-se a energia fornecida pelos alimentos. A quantidade desses macronutrientes presentes em um cardápio é um fator importante a ser considerado, para que esteja de acordo com as leis da quantidade e da qualidade descritas anteriormente. A seguir serão apresentadas breves definições dos macronutrientes:

- **Carboidratos:** São fonte de energia para o corpo e principalmente para o cérebro. Permitem a reserva de energia no organismo, possibilitando que o corpo trabalhe normalmente em períodos de jejum e mantenha todos os sistemas do organismo funcionando (DUTRA et al., 2009; PINHEIRO; PORTO; MENEZES, 2005).
- **Lipídios:** são componentes alimentares que fornecem as maiores taxas de energia para o organismo. Além disso, são responsáveis por transportar vitaminas lipossolúveis (vitaminas solúveis em gordura) como vitaminas A, D, E e K (PINHEIRO; PORTO; MENEZES, 2005), sendo também importantes para a formação de alguns hormônios (DUTRA et al., 2009).
- **Proteínas:** nutrientes indispensáveis para o corpo humano, contribuem como fonte calórica e fornecem aminoácidos para o organismo, elementos essenciais para a formação e conservação de músculos, da pele, do cabelo e dos ossos. São essenciais para o crescimento e manutenção do organismo (DUTRA et al., 2009; PINHEIRO; PORTO; MENEZES, 2005).

3.3 Otimização Linear

O termo otimizar consiste em maximizar ou minimizar a função objetivo de um problema, ou seja, escolher a melhor configuração possível para um problema, atingindo os objetivos

propostos (PAPADIMITRIOU; STEIGLITZ, 1998).

Para encontrar a solução ótima de um problema, podem ser utilizadas técnicas de Pesquisa Operacional. Essas técnicas consistem no desenvolvimento de métodos de sistemas complexos, com o intuito de se realizar tomadas de decisões a partir da comparação de estratégias e soluções alternativas, para melhor projetar e operar um sistema (ARENALES et al., 2015).

3.3.1 Programação Linear

Os modelos de Programação Linear (PL) se caracterizam por terem restrições e função objetivo definidas por um sistema de equação lineares e variáveis com restrições de não negatividade (ARENALES et al., 2015). Os modelos de programação linear podem ser apresentados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } f(\mathbf{x}^1) &= \mathbf{c}\mathbf{x} \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &\geq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\in \mathbb{R}_+ \end{aligned}$$

Na sequência, será apresentada uma descrição para os elementos apresentados no modelo.

- **f** : Representa a função objetivo do problema. Na forma apresentada, o objetivo do problema consiste na minimização da função objetivo.
- **\mathbf{x}** : Vetor ($n \times 1$) que representa as variáveis do problema no modelo descrito. As variáveis \mathbf{x} são contínuas e podem assumir valores zero ou positivos reais.
- **\mathbf{c}** : Vetor ($1 \times n$) que representa os coeficientes das variáveis na função objetivo.
- **\mathbf{A}** : Matriz ($m \times n$) que representa os coeficientes das variáveis nas restrições do modelo.
- **\mathbf{b}** : Vetor m vetor ($m \times 1$) que representa os termos independentes das restrições do problema.

3.3.2 Programação Linear Inteira

Um problema de Programação linear inteira (PLI), ou otimização linear inteira, faz parte de uma área de Pesquisa Operacional. Na Otimização linear inteira, a função objetivo e as

¹Os vetores e matrizes estão destacados em negrito ao longo do texto.

restrições do problema são equações lineares e o conjunto solução pertence a um conjunto discreto, ou seja, um conjunto de números inteiros. Quando um problema apresenta essas características e as variáveis podem assumir apenas valores 0 ou 1, ele é classificado como problema de programação binária (PB) (ARENALES et al., 2015).

Quando um PL possui um conjunto finito de soluções, ele é classificado como um problema de otimização combinatória (PAPADIMITRIOU; STEIGLITZ, 1998). O desafio dos problemas de natureza combinatória é o de encontrar algoritmos que os resolvam de forma eficiente, ou seja, em tempo aceitável e com um número de etapas computacionais consideravelmente pequeno (LAWLER, 2001). Problemas de otimização combinatória aparecem em várias aplicações e em diversas áreas em que variáveis de decisões são usadas para determinar, por exemplo, em quais pontos devem se alocar bases móveis da polícia, objetivando o maior número possível de atendimentos dessas bases. No problema aqui abordado, as variáveis de decisão são usadas para definir se um preparo deve ou não fazer parte de uma refeição em um determinado dia.

3.3.3 Programação Linear Inteira Mista

De acordo com Arenales et al. (2015), problemas que tem as restrições e função objetivo formadas por equações lineares, com variáveis reais e inteiras são classificados como problemas de programação linear inteira mista (PIM). Esses problemas podem se apresentar da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \mathbf{c}\mathbf{x} + \mathbf{d}\mathbf{y} \\ \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{y} &\geq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{y} \in \mathbb{Z}_+^p \end{aligned}$$

Em sequência, serão apresentadas as definições para os termos do modelo.

- **y**: Vetor ($p \times 1$) que representa as variáveis inteiras e positivas do problema. No modelo descrito, as variáveis y podem assumir valores zero ou positivos reais.
- **d**: Vetor ($1 \times p$) que representa os coeficientes das variáveis y na função objetivo.
- **D**: Matriz ($m \times p$) que representa os coeficientes das variáveis y nas restrições do modelo.

As definições de f , \mathbf{x} , \mathbf{c} , \mathbf{A} e \mathbf{b} foram apresentadas na Subseção 3.3.1.

3.3.4 Branch-and-Bound

Modelos de PLI e PLIM podem ser resolvidos utilizando métodos baseados no algoritmo de *Branch-and-Bound*. Uma das possíveis abordagens para esse método é descrita a seguir, juntamente com uma definição para *gap*, considerando um problema de minimização.

Inicialmente é gerado uma versão da relaxação do problema inteiro, isto é, variáveis inteiras são consideradas no domínio dos valores reais. Esse novo LP (Problema Linear) é chamado de nó raiz da árvore de *Branch-and-Bound*. Caso a solução do problema após relaxação satisfaça as restrições de integralidade do problema original, essa solução será ótima para o problema inteiro. Caso contrário, supondo que a variável x_j tem um valor fracionado x_j^* , são criados subproblemas separados ramificando o nó raiz, dos quais um tem a restrição adicional $x_j \geq \lceil x_j^* \rceil$ e o outro tem a restrição $x_j \leq \lfloor x_j^* \rfloor$. Cada novo PLI gerado é chamado de nó da árvore de *Branch-and-Bound*. Caso um nó da árvore apresente uma solução pior do que a melhor solução encontrada até o momento, o nó da árvore é “podado” e torna-se inexplorável. Uma outra forma de “podar” um nó é caso ao adicionar alguma restrição do modelo, ele não tenha uma solução viável para o problema relaxado, já que conseqüentemente, o nó também não terá uma solução inteira viável para o problema. O procedimento de ramificação e corte de nós é repetido até que se encontre a solução ótima para o problema inteiro original (BIXBY et al., 1999).

Dois valores importantes gerados durante o processo de *branching* são o limite inferior e superior. O limite superior é obtido após encontrar soluções viáveis inteiras. Já o limite inferior é o obtido tomando o mínimo dos valores objetivos ótimos resultantes de todos os LPs atuais. Supondo que o objetivo do problema original seja de minimização, não se deve aceitar uma solução inteira que seja maior que o limite superior atual. Caso seja encontrada alguma solução inteira menor que o limite superior, essa solução torna-se o novo limite superior (GUROBI OPTIMIZATION, 2018).

A diferença relativa entre os limites superior e inferior atuais é conhecida como *gap*. Esse valor fornece uma boa medida de otimalidade e pode ser usada como critério de convergência. Quando o *gap* atinge o valor 0, significa que a solução ótima foi encontrada (STREIFFERT; PHILBRICK; OTT, 2005).

Capítulo 4

Metodologia

Com o intuito de elucidar a abordagem adotada para a modelagem do problema, neste capítulo serão apresentadas as características dos elementos fundamentais que são considerados para a elaboração dos cardápios.

O trabalho proposto permite ao nutricionista, usuário final da aplicação, a possibilidade de determinar o número de dias e quais refeições devem compor o cardápio, o número máximo de repetição das cores e texturas nas refeições, os tipos de preparos que devem compor as refeições, os limites nutricionais e, se desejável, o limite de custo total. Também é possível ao nutricionista ajustar a variedade do cardápio, definindo quais preparos podem ser repetidos em um mesmo dia e a quantidade máxima de repetições, além de definir o número máximo de repetição de preparos em dias diferentes, considerando intervalos de dias consecutivos. Essa proposta viabiliza o uso dos modelos não só por hospitais, ou escolas, mas para qualquer unidade de alimentação e nutrição.

Os métodos utilizados para a modelagem do problema têm o intuito de fornecer ao responsável pela elaboração dos cardápios, um alto nível de liberdade para adequar o planejamento das refeições às necessidades reais da UAN em que serão disponibilizadas.

4.1 Caracterização do problema

Nesta seção serão introduzidos os conceitos e premissas utilizadas para preparo, cor, textura, refeição e nutrientes. Na abordagem adotada, cada refeição é composta por um número fixo de preparos e cada preparo possui um tipo, uma textura, cores e quantidades de nutrientes.

- **Preparo:** Um preparo deve ser entendido como uma combinação de ingredientes, utilizando-se as técnicas culinárias. Cada preparo é categorizado, exclusivamente, por um único tipo. Nos dados utilizados para os testes, são considerados dez tipos de preparos, listados em seguida.

1. Arroz;
 2. Feijão;
 3. Entrada;
 4. Prato principal;
 5. Acompanhamento;
 6. Sobremesa;
 7. Fruta;
 8. Suco;
 9. Leite ou derivado;
 10. Pão ou cereal.
- **Cor:** Cada preparo possui classificação de cores, que deve ser definida de acordo com as suas cores predominantes. O conjunto total de cores dos preparos disponíveis dependerá unicamente da categorização do nutricionista da UAN. Nos preparos utilizados para testes, cada preparo possui uma única cor e são consideradas as quatro cores listadas abaixo.
 1. Amarelo;
 2. Marrom;
 3. Verde;
 4. Vermelho.
 - **Textura:** Cada preparo possui uma única textura, podendo ser classificado de acordo com as especificações do nutricionista responsável pela UAN. As texturas dos preparos que compõem a refeição são fundamentais para a lei da adequação. Para os preparos utilizados para testes, consideram-se as texturas apresentadas abaixo.
 1. Líquida/Pastosa;
 2. Sólida.
 - **Refeição:** Representa uma combinação de preparos que deve ser servida ao consumidor final. Cada refeição é classificada como sendo de um único tipo. Os tipos de refeições a serem considerados no cardápio devem ser previamente especificados de acordo com as necessidades da UAN. Cabe ao nutricionista também especificar quais tipos de preparos devem compor cada tipo de refeição. Neste estudo, os tipos de refeições considerados estão listados a seguir.
 1. Café da manhã;
 2. Almoço;
 3. Lanche da Tarde;
 - **Nutrientes:** Para cada preparo, o valor de cada nutriente foi calculado com base nas

proporções dos ingredientes que o compõem. Neste estudo, durante os testes, foram considerados como nutrientes somente os macronutrientes listados abaixo.

1. Carboidratos;
2. Proteínas;
3. Lipídeos;

4.2 Modelos Matemáticos

Apresentaremos dois modelos matemáticos, sendo um de programação linear inteira e outro de programação linear inteira mista, para o planejamento de um cardápio, com refeições e número de dias personalizados, adaptável à realidade de cada UAN. Para melhor tratamento do problema, as restrições foram modeladas de forma que as leis da alimentação sejam consideravelmente satisfeitas.

Como recurso didático, será criado um exemplo ilustrativo de um problema a ser especificado para um cenário fictício, que deve ser utilizado para que o leitor tenha um melhor entendimento do modelo proposto. Os valores e classificações utilizados no exemplo são meramente ilustrativos.

Exemplo: Considere um restaurante industrial onde são servidos almoço e lanche da tarde para os trabalhadores. O almoço deve ser composto por um preparo do tipo arroz, um preparo do tipo feijão, dois preparos do tipo salada, um preparo do tipo prato principal e um preparo do tipo suco. Já o lanche da tarde deve ser composto por um preparo do tipo pão ou cereal e um preparo do tipo suco. As texturas dos preparos são classificadas como sólida ou pastosa/líquida, sendo que no almoço não deve haver mais de um preparo com a textura pastosa, exceto para preparos do tipo suco. Em um mesmo dia, um mesmo sabor de suco não poderá ser servido mais de uma vez. Além disso, o mesmo prato principal pode ser servido no máximo uma vez em dois dias consecutivos. O almoço não deve conter mais de um preparo da cor amarelo, considerando os preparos do tipo arroz e salada. A quantidade diária ingerida de lipídio deve estar entre 25-45%. Deve-se realizar o planejamento do cardápio, de menor custo possível, para 3 dias de funcionamento do restaurante.

4.2.1 Definições dos conjuntos

- P : Conjunto dos preparos. Os elementos desse conjunto são denotados por p .

A Tabela 2 apresenta o conjunto P para o problema exemplificado.

Tabela 2 – Conjunto dos preparos P - Exemplo

Índice	$p1$	$p2$	$p3$	$p4$	$p5$	$p6$	$p7$	$p8$	$p9$	$p10$	$p11$
Preparo	Arroz Branco	Feijão comum	Carne Ensopada	Cubos Suínos	Cubo Bovinos	Couve	Tomate	Salada de Maionese	Suco de Morango	Suco de Uva	Pão Francês
Tipo	Arroz	Feijão	Prato principal	Prato principal	Prato principal	Salada	Salada	Salada	Suco	Suco	Pão ou Cereal
Cor	Amarelo	Marrom	Vermelho	Marrom	Marrom	Verde	Vermelho	Amarelo	Vermelho	Vermelho	Amarelo
Textura	Sólida	Pastosa/Líquida	Sólida	Sólida	Sólida	Sólida	Sólida	Pastosa/Líquida	Pastosa/Líquida	Pastosa/Líquida	Sólida
Q_{lip} (lipídio)	1.3	2.4	2.0	1.9	1.7	1.8	1.8	2.1	2.4	2.3	2.3
C_p	0.54	0.35	0.27	0.33	1.8	1.2	0.45	0.54	0.14	0.17	0.43

- R : Conjunto dos tipos de refeições. Os elementos desse conjunto são denotados por r .

A Tabela 3 mostra o conjunto R para o problema exemplificado.

Tabela 3 – Conjunto das Refeições R - Exemplo

Índice	$r1$	$r2$
Refeição	Almoço	Lanche da tarde

- D : Conjunto de dias. Os elementos desse conjunto são denotados por d .

A Tabela 4 mostra o conjunto D para o exemplo dado.

Tabela 4 – Conjunto de dias D - Exemplo

Índice	$d1$	$d2$	$d3$
--------	------	------	------

- TP : Conjunto dos tipos de preparos. Os elementos desse conjunto são denotados por tp .

A Tabela 5 contém o conjunto TP para o exemplo descrito.

Tabela 5 – Conjunto dos tipos de preparos TP - Exemplo

Índice	$tp1$	$tp2$	$tp3$	$tp4$	$tp5$	$tp6$
Tipo de preparo	Arroz	Feijão	Prato Principal	Salada	Suco	Pão ou Cereal

- C : Conjunto das cores dos preparos. Os elementos desse conjunto são denotados por c .

A Tabela 6 apresenta o conjunto C para o exemplo descrito.

Tabela 6 – Conjunto das cores C - Exemplo

Índice	$c1$	$c2$	$c3$	$c4$
Cor	Amarelo	Marrom	Vermelho	Verde

- TX : Conjunto das texturas. Os elementos desse conjunto são denotados por tx .

A Tabela 7 mostra o conjunto TX para o exemplo.

Tabela 7 – Conjunto das texturas TX - Exemplo

Índice	$tx1$	$tx2$
Textura	Sólida	Pastosa/Líquida

- N : Conjunto dos nutrientes. Os elementos desse conjunto são denotados por n .

A Tabela 8 apresenta o conjunto N para o exemplo.

Tabela 8 – Conjunto dos nutrientes N - Exemplo

Índice	$n1$
Nutriente	Lipídio

4.2.2 Definições dos subconjuntos

- SP_{tp} : Subconjunto dos preparos que são do tipo tp , tal que $SP_{tp} \subset P$.

A Tabela 9 apresenta os subconjuntos SP_{tp} para o exemplo.

Tabela 9 – Subconjuntos SP_{tp} dos preparos - Exemplo

SP_{tp1} (Arroz)	SP_{tp2} (Feijão)	SP_{tp3} (Prato principal)	SP_{tp4} (Salada)	SP_{tp5} (Suco)	SP_{tp6} (Pão ou Cereal)
Arroz Branco	Feijão Comum	Carne ensopada Cubos suínos Cubos Bovinos	Couve Tomate Salada de Maionese	Suco de morango Suco de Uva	Pão francês

- STP_r : Subconjunto dos tipos de preparos que devem estar presentes na refeição r , tal que $STP_r \subset TP$.

A Tabela 10 apresenta os subconjuntos SRP_r para o exemplo.

Tabela 10 – Subconjuntos SRP_r dos tipos de preparos - Exemplo

$STP1$ (Almoço)	$STP2$ (Lanche da tarde)
Arroz Feijão Prato Principal Salada Suco	Pão ou Cereal Suco

- SP_{md} : Subconjunto dos preparos que devem ser considerados nas restrições de repetibilidade dos preparos, para um mesmo dia, tal que $SP_{md} \subset P$.

A Tabela 11 apresenta os subconjuntos SP_{md} para o exemplo.

Tabela 11 – Subconjuntos SP_{md} dos preparos - Exemplo

SP_{md}
Suco de morango Suco de uva

- SR_{md} : Subconjunto das refeições que devem ser consideradas nas restrições de repetibilidade dos preparos, para um mesmo dia, tal que $SR_{md} \subset R$.

A Tabela 12 apresenta o subconjunto SR_{md} para o exemplo.

Tabela 12 – Subconjunto SR_{md} das refeições - Exemplo

SR_{md}
Almoço Lanche da tarde

- SP_{dd} : Subconjunto dos preparos que devem ser considerados nas restrições de repetibilidade dos preparos, para dias diferentes, tal que $SP_{dd} \subset P$.

A Tabela 13 apresenta o subconjunto SP_{dd} para o exemplo.

Tabela 13 – Subconjunto SP_{dd} dos preparos - Exemplo

SP_{dd}
Carne de Panela Cubos Suínos Cubos Bovinos

- SR_{dd} : Subconjunto de refeições que devem ser consideradas nas restrições de repetibilidade dos preparos, para dias diferentes, tal que $SR_{dd} \subset R$.

A Tabela 14 apresenta o subconjunto SR_{dd} para o exemplo.

Tabela 14 – Subconjunto SR_{dd} das refeições - Exemplo

SR_{dd}
Almoço

- SP_c : Subconjunto de preparos que devem ser verificados na repetição máxima de cores, tal que $SP_c \subset P$.

A Tabela 15 mostra o subconjunto SP_c para o exemplo.

Tabela 15 – Subconjuntos SP_c dos preparos - Exemplo

SP_c
Feijão Carne ensopada Cubos suínos Cubos bovinos

- SR_c : Subconjunto de refeições que terão uma repetição máxima de cores, tal que $SR_c \subset R$.

A Tabela 16 apresenta o subconjunto SR_c para o exemplo.

Tabela 16 – Subconjunto SR_c das refeições - Exemplo

SR_c
Almoço

- SP_{tx} : Subconjunto de preparos que devem ser verificados na repetição máxima de texturas, tal que $SP_{tx} \subset P$.

A Tabela 17 apresenta o subconjunto SP_{tx} para o exemplo.

Tabela 17 – Subconjunto SP_{tx} dos preparos - Exemplo

SP_{tx}
Arroz Feijão Carne ensopada Cubos suínos Cubos bovinos Tomate Couve Salada de Maionese

- SR_{tx} : Subconjunto de refeições que terão uma repetição máxima de texturas, tal que $SR_{tx} \subset R$.

A Tabela 18 apresenta o subconjunto SR_{tx} para o exemplo.

Tabela 18 – Subconjunto SR_{tx} das refeições - Exemplo

SR_{tx}
Almoço

4.2.3 Parâmetros do modelo

- Q_{tpr} : Quantidade de preparos do tipo tp deve estar presente na refeição r .

A Tabela 19 apresenta os parâmetros Q_{tpr} para o exemplo.

Tabela 19 – Parâmetros Q_{tpr} - Exemplo

Q	$tp1$	$tp2$	$tp3$	$tp4$	$tp5$	$tp6$
$r1$	1	1	1	2	1	-
$r2$	-	1	-	-	-	1

- B_{pc} : Parâmetro que assume valor 0 ou 1, indicando se o preparo p possui a cor c .

$$B_{pc} = \begin{cases} 1, & \text{se o preparo } p \text{ possui cor } c; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A Tabela 20 apresenta os parâmetros B_{pc} para o exemplo.

Tabela 20 – Parâmetros B_{pc} - Exemplo

B	$p1$	$p2$	$p3$	$p4$	$p5$	$p6$	$p7$	$p8$	$p9$	$p10$	$p11$
$c1$	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
$c2$	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
$c3$	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0
$c4$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

- K_{ptx} : Parâmetro que assume valor 0 ou 1, indicando se o preparo p é de textura tx .

$$K_{ptx} = \begin{cases} 1, & \text{se o preparo } p \text{ é da textura } tx; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A Tabela 21 mostra os parâmetros K_{ptx} para o exemplo.

Tabela 21 – Parâmetros K_{ptx} - Exemplo

K	$p1$	$p2$	$p3$	$p4$	$p5$	$p6$	$p7$	$p8$	$p9$	$p10$	$p11$
$tx1$	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
$tx2$	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0

- $Q_{max_{p_{md}}}$: Número máximo de repetições de um preparo, em um mesmo dia, considerando as refeições do subconjunto SR_{md} e preparos do subconjunto SP_{md} .

A Tabela 22 apresenta os parâmetros $Q_{max_{p_{md}}}$ para o exemplo dado. Como pode ser observado, considerando as refeições almoço ($r1$) e lanche da tarde ($r2$), o preparo Suco de Morango ($p9$) pode ser servido no máximo uma vez em um mesmo dia, assim como o Suco de Uva ($p10$).

Tabela 22 – Parâmetros $Q_{max_{p_{md}}}$ - Exemplo

refeições\preparo	$p9$	$p10$
$r1, r2$	1	1

- $Q_{max_{p_{dd}}}$: Número máximo de repetições de um preparo, em dias diferentes, considerando as refeições do grupo SR_{dd} e preparos do subconjunto SP_{dd} .
- J_p : Quantidade de dias consecutivos em que não deve haver repetição do preparo p .

A Tabela 23 apresenta os parâmetros $Q_{max_{p_{dd}}}$ e J_p para o exemplo dado. A disposição dos dados indica que o preparo Carne de Panela ($p3$) pode ser servido, na refeição almoço ($r1$), no máximo uma vez a cada dois dias consecutivos ($J_p = 2$). O mesmo é válido para os preparos Cubos Suínos ($p4$) e Cubos Bovinos ($p5$).

Tabela 23 – Parâmetros $Q_{max_{p_{dd}}}$ e J_p - Exemplo

refeição\preparos	$p3$	$p4$	$p5$
$r1$	1	1	1
J_p	2	2	2

- C_p : Custo do preparo p .
- C_{max} : Custo máximo do cardápio.
- Q_{np} : Quantidade do nutriente n no preparo p .

Os valores dos parâmetros C_p e Q_{np} podem ser encontrados na Tabela 2.

- $V_{n_{min}}$: Valor mínimo de referência do nutriente n .
- $V_{n_{max}}$: Valor máximo de referência do nutriente n .

A Tabela 24 apresenta os valores dos parâmetros $V_{n_{min}}$ e $V_{n_{max}}$ para o exemplo.

Tabela 24 – Parâmetros $V_{n_{min}}$ e $V_{n_{max}}$ - Exemplo

	$n1$
V_{n1min}	25%
V_{n1max}	45%

- $Q_{max_{txr}}$: Número máximo de repetição da textura tx , na refeição r , considerando o subconjunto SR_{tx} :

A Tabela 25 apresenta os parâmetros $Q_{max_{txr}}$ para o exemplo dado. Para a refeição almoço ($r1$), a quantidade de preparos de textura pastosa/líquida ($tx2$) deve ser, no máximo, um.

Tabela 25 – Parâmetros $Q_{max_{txr}}$ - Exemplo

refeição\textura	$tx2$
$r1$	1

- $Q_{max_{c_r}}$ Número máximo de repetição de uma cor, em uma refeição r , considerando o subconjunto SR_c .

A Tabela 26 apresenta os parâmetros $Q_{max_{c_r}}$ para o exemplo. Como pode ser observado, a refeição almoço ($r1$) deve ser composta por, no máximo, um preparo da cor amarela ($c1$).

Tabela 26 – Parâmetros $Q_{max_{c_r}}$ - Exemplo

refeição\cor	$c1$
$r1$	1

- d_{max} : Máximo de dias do cardápio.

Para o exemplo dado, $d_{max} = 3$

4.2.4 Modelo Matemático M1

A formulação binária proposta trabalha com a ideia de que a unidade de alimentação e nutrição que fará uso dos cardápios elaborados necessita atender os requisitos de composição das refeições, cores, texturas, variedade e nutricionais do cardápio, com o menor custo possível.

4.2.4.1 As variáveis do modelo:

$$X_{prd} = \begin{cases} 1, & \text{se o preparo } p \text{ está na refeição } r \text{ no dia } d; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

4.2.4.2 Função objetivo:

O problema consiste na minimização do custo total do cardápio, considerando o custo dos preparos utilizados em todas as refeições e dias do cardápio.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{p \in P} \sum_{r \in R} \sum_{d=1}^{dmax} C_p \cdot X_{prd}$$

4.2.4.3 Restrições:

- **Integridade da composição das Refeições:** O objetivo dessa restrição é a garantia de que cada refeição seja composta pelos seus respectivos tipos de preparos obrigatórios. Considerando cada dia do cardápio, para cada tipo de refeição há um subconjunto STP_r que contém os tipos de preparo da qual ela é composta. Cada tipo de preparo do subconjunto deve aparecer Q_{tpr} vezes na refeição, para isso verifica-se todos os preparos desse tipo que estão presentes no subconjunto SP_{tp} . A restrição pode ser escrita como:

$$\sum_{p \in SP_{tp}} X_{prd} - Q_{tpr} = 0 \quad \forall r \in R \quad \forall tp \in STP_r \quad \forall d \in D$$

- **Máximo de cores em uma mesma refeição:** O subconjunto SR_c contém os tipos de refeições para as quais essa restrição deve ser aplicada. Para cada refeição, as cores dos preparos pertencentes ao subconjunto SP_c podem ser repetidas no máximo $Q_{max_{c_r}}$ vezes, para cada dia do cardápio e para cada cor. A restrição pode ser escrita como:

$$\sum_{p \in SP_c} B_{pc} \cdot X_{prd} \leq Q_{max_{c_r}} \quad \forall c \in C \quad \forall r \in SR_c \quad \forall d \in D$$

- **Máximo de texturas em uma mesma refeição:** Para cada tipo de refeição, presente no subconjunto SR_{tx} , a textura do tipo tx pode ser repetida no máximo $T_{max_{txr}}$ vezes, para cada dia do cardápio e para cada textura. Essa restrição deve ser verificada apenas para os preparos contidos no subconjunto SP_{tx} , garantindo assim, a adequação e qualidade das refeições em concordância com as necessidades do consumidor final. A restrição pode ser escrita como:

$$\sum_{p \in SP_{tx}} K_{ptx} \cdot X_{prd} \leq T_{max_{txr}} \quad \forall tx \in TX \quad \forall r \in SR_{tx} \quad \forall d \in D$$

- **Repetição máxima de preparos para um mesmo dia:** Para garantir a variedade das refeições e preparos em um mesmo dia, verifica-se todas as refeições do subconjunto SR_{md} , de modo que cada preparo do subconjunto SP_{md} apareça, no máximo,

$Qmax_{p_{md}}$ vezes por dia. A restrição pode ser escrita como:

$$\sum_{r \in SR_{md}} X_{prd} \leq Qmax_{p_{md}} \quad \forall p \in SP_{md} \quad \forall d \in D$$

- **Repetição máxima de preparos para dias diferentes:** Cada preparo pertencente ao subconjunto SP_{dd} , no período de J dias consecutivos pode ser repetido, no máximo, $Qmax_{p_{dd}}$ vezes. Essa restrição é utilizada para assegurar que cardápios diários e idênticos não sejam criados em dias consecutivos. A restrição pode ser escrita como:

$$\sum_{d=i}^{i+(J_p-1)} \sum_{r \in SR_{dd}} X_{prd} \leq Qmax_{p_{dd}} \quad \forall p \in SP_{dd} \quad i = 1, \dots, dmax - (J_p + 1)$$

- **Limites mínimos e máximos dos nutrientes:** Atendendo aos princípios de qualidade e harmonia, essa restrição tem a função de garantir que, para cada nutriente n , o cardápio forneça a quantidade necessária que o indivíduo deve consumir diariamente, respeitando-se o limite mínimo $V_{n_{min}}$ e máximo $V_{n_{max}}$ de cada um. As restrições podem ser escritas como:

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Q_{np} \cdot X_{prd} \geq V_{n_{min}} \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Q_{np} \cdot X_{prd} \leq V_{n_{max}} \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D$$

- **Integralidade e não-negatividade:** Um preparo p pode ou não estar presente em uma refeição r , ofertada no dia d . Para isso, a restrição garante que as variáveis do modelo assumam apenas valores 0 ou 1. A restrição pode ser escrita como:

$$X_{prd} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P \quad \forall r \in R \quad \forall d \in D$$

A formulação final do modelo matemático M1 é mostrada a seguir:

$$M1 : \text{Minimizar} \quad \sum_{p \in P} \sum_{r \in R} \sum_{d=1}^{dmax} C_p \cdot X_{prd} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{p \in SP_{tp}} X_{prd} - Q_{tpr} = 0 \quad \forall r \in R \quad \forall tp \in STP_r \quad \forall d \in D \quad (2)$$

$$\sum_{p \in SP_c} B_{pc} \cdot X_{prd} \leq Qmax_{c_r} \quad \forall r \in SR_c \quad \forall d \in D \quad \forall c \in C \quad (3)$$

$$\sum_{p \in SP_{tx}} K_{ptx} \cdot X_{prd} \leq T_{max_{txr}} \quad \forall r \in SR_{tx} \quad \forall d \in D \quad \forall tx \in TX \quad (4)$$

$$\sum_{r \in SR_{md}} X_{prd} \leq Q_{max_{pmd}} \quad \forall p \in SP_{md} \quad \forall d \in D \quad (5)$$

$$\sum_{d=i}^{i+(J_p-1)} \sum_{r \in SR_{dd}} X_{prd} \leq Q_{max_{pdd}} \quad \forall p \in SP_{dd} \quad i = 1, \dots, d_{max} - (J_p + 1) \quad (6)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Q_{np} \cdot X_{prd} \geq V_{n_{min}} \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D \quad (7)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Q_{np} \cdot X_{prd} \leq V_{n_{max}} \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D \quad (8)$$

$$X_{prd} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P \quad \forall r \in R \quad \forall d \in D \quad (9)$$

4.2.5 Modelo matemático M2

A seguinte formulação consiste em um modelo de programação linear inteira mista e baseia-se na premissa de que a unidade de alimentação e nutrição que fará uso dos cardápios tem um orçamento de custo do cardápio já pré-definido, limitando assim gastos adicionais. Além disso, deseja-se atender aos requisitos de composição das refeições, cores, texturas, variedades, e simultaneamente, deseja-se minimizar o erro nutricional diário das refeições servidas. Ou seja, deseja-se que a quantidade de nutrientes oferecida no cardápio esteja o mais próxima possível da situação ideal.

Nesta formulação, as restrições integridade de composição das refeições, máximo de cores em uma mesma refeição, máximo de texturas em uma mesma refeição, repetição máxima de preparos para um mesmo dia, e repetição máxima de preparos para dias diferentes são exatamente as mesmas da formulação anterior. As variáveis do modelo são modificadas, assim como as restrições de limites mínimos e máximos dos nutrientes, e é adicionada uma restrição de custo máximo do cardápio.

As variáveis de folga, inseridas nas restrições de limites dos nutrientes, são utilizadas para penalizar a função objetivo do problema caso a quantidade diária oferecida de nutrientes não esteja entre os valores mínimos e máximos estipulados.

4.2.5.1 As variáveis do modelo:

$$X_{prd} = \begin{cases} 1, & \text{se o preparo } p \text{ está na refeição } r \text{ no dia } d; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$fMin_{nd}$, Representa a quantidade faltante do nutriente n no dia d

$fMax_{nd}$, Representa a quantidade excedida do nutriente n no dia d

4.2.5.2 Função objetivo:

O objetivo do problema consiste na minimização do erro nutricional do cardápio, considerando as quantidades oferecidas de todos os nutrientes em todos os dias do cardápio.

$$\text{Minimizar } \sum_{n \in N} \sum_{d=1}^{dmax} fMax_{nd} + fMin_{nd}$$

4.2.5.3 Restrições:

- **Limites mínimos e máximos dos nutrientes:** Essa restrição foi modificada para flexibilizar a quantidade dos nutrientes nas refeições. Para cada nutriente n , é desejável que o cardápio forneça a quantidade necessária que o indivíduo deve consumir diariamente, visando atender o seu limite mínimo V_{Nmin} e máximo V_{Nmax} . A restrição pode ser escrita como:

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Q_{np} \cdot X_{prd} + fMin_{nd} \geq V_{nmin} \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Q_{np} \cdot X_{prd} - fMax_{nd} \leq V_{nmax} \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D$$

- **Custo máximo do cardápio:** A soma total dos custos de todos os preparos utilizados no cardápio não pode exceder ao limite de custo C_{max} pré-estabelecido. A restrição pode ser escrita como:

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} \sum_{d=1}^{dmax} C_p \cdot X_{prd} \leq C_{max}$$

- **Integralidade e não-negatividade:** Essas restrições garantem que todas as variáveis do problema assumam valores positivos e inteiros. As restrições podem ser escritas como:

$$X_{prd} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P \quad \forall r \in R \quad \forall d \in D$$

$$fMin_{nd} \geq 0 \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D$$

$$fMax_{nd} \geq 0 \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D \quad (10)$$

A formulação final do modelo matemático M2 é apresentada abaixo:

$$M2 : \text{Minimizar} \quad \sum_{n \in N} \sum_{d=1}^{dmax} fMax_{nd} + fMin_{nd} \quad (11)$$

Sujeito a:

$$\sum_{p \in SP_{tp}} X_{prd} - Q_{tpr} = 0 \quad \forall r \in R \quad \forall tp \in STP_r \quad \forall d \in D \quad (12)$$

$$\sum_{p \in SP_c} B_{pc} \cdot X_{prd} \leq Qmax_{cr} \quad \forall r \in SR_c \quad \forall d \in D \quad \forall c \in C \quad (13)$$

$$\sum_{p \in SP_{tx}} K_{ptx} \cdot X_{prd} \leq Tmax_{txr} \quad \forall r \in SR_{tx} \quad \forall d \in D \quad \forall tx \in TX \quad (14)$$

$$\sum_{r \in SR_{md}} X_{prd} \leq Qmax_{pdd} \quad \forall p \in SP_{md} \quad \forall d \in D \quad (15)$$

$$\sum_{d=i}^{i+(J_p-1)} \sum_{r \in SR_{dd}} X_{prd} \leq Qmax_{pdd} \quad \forall p \in SP_{dd} \quad i = 1, \dots, dmax - (J_p + 1) \quad (16)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Q_{np} \cdot X_{prd} + fMin_{nd} \geq V_{nmin} \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D \quad (17)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R} Q_{np} \cdot X_{prd} - fMax_{nd} \leq V_{nmax} \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D \quad (18)$$

$$X_{prd} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P \quad \forall r \in R \quad \forall d \in D \quad (19)$$

$$fMin_{nd} \geq 0 \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D \quad (20)$$

$$fMax_{nd} \geq 0 \quad \forall n \in N \quad \forall d \in D \quad (21)$$

O próximo capítulo apresentará os testes realizados ao implementar os modelos matemáticos descritos nesse capítulo.

Capítulo 5

Análise e Discussão dos Resultados

Os modelos matemáticos apresentados na seção anterior foram implementados utilizando a linguagem de programação *python 2.7*, juntamente com a biblioteca do *CPLEX*, versão acadêmica 12.7.1.0, utilizando sua configuração *default*. Os testes foram feitos em uma máquina Supermicro, 64 threads físicas, sem hyperthread, 128 GB RAM.

A busca pela solução ótima do problema para o modelo M1, teve o seu critério de parada definido por tempo de execução delimitado para uma hora. Quando o tempo estipulado foi atingido durante o processamento da solução, o *cplex* retornou o melhor resultado encontrado até o momento e a busca pela solução ótima foi findada. Já para o modelo M2, não houve a necessidade de limitar o tempo da otimização, pois a busca pela solução ótima terminou em poucos segundos, quando um cardápio foi gerado com a maior qualidade nutricional, atendendo aos requisitos estabelecidos.

Para a realização dos testes, foi utilizada uma base de dados com 111 preparos. As Tabelas 47 e 48, localizadas no Apêndice A, contém os nomes dos preparos, juntamente com o custo, tipo, textura e cor de cada um. Na Tabela 47 as informações estão ordenadas alfabeticamente pelos nomes dos preparos, já na Tabela 48 estão ordenadas de modo crescente pelos preparos de menor custo. A Tabela abaixo mostra como esses dados estão classificados.

Tabela 27 – Classificação dos dados utilizados para testes

Tipo de Preparo	Amarelo		Vermelho		Verde		Marrom	
	Sólido	Líquido/Pastoso	Sólido	Líquido/Pastoso	Sólido	Líquido/Pastoso	Sólido	Líquido/Pastoso
Arroz	7	0	0	0	2	0	0	0
Feijão	0	1	0	0	0	0	4	1
Entrada	1	4	8	0	15	0	0	1
Prato Principal	4	5	3	1	0	1	1	0
Acompanhamento	0	0	6	3	1	1	1	0
Fruta	5	0	3	0	2	0	1	0
Sobremesa	2	1	1	0	0	0	0	0
Suco	0	5	0	3	0	1	0	0
Leite ou Derivado	0	2	0	0	0	1	0	2
Pão ou Cereal	3	0	5	0	3	0	0	0

Os testes descritos nesta seção foram realizados considerando como Unidade de Alimentação e Nutrição o refeitório de uma pré-escola fictícia, responsável pela alimentação coletiva de crianças com idade entre 4 e 5 anos, utilizando as normas do PNAE. Os testes exploram a variabilidade dos parâmetros d_{max} , J_p e $Q_{max_{pdd}}$.

Na UAN mencionada, o cardápio é composto por três refeições: café da manhã, almoço e lanche. Os tipos de preparos são classificados como: arroz, feijão, entrada, prato principal, acompanhamento, sobremesa, fruta, suco, leite ou derivado, pão ou cereal.

O café da manhã é composto por três tipos de preparos: 1 do tipo fruta, 1 do tipo pão ou cereal, 1 do tipo leite ou derivado. O almoço traz em sua composição oito tipos de preparos, sendo: 1 do tipo arroz, 1 do tipo feijão, 2 do tipo entrada, 1 do tipo prato principal, 1 do tipo acompanhamento, 1 do tipo suco, e 1 do tipo fruta ou sobremesa. Já o lanche é formado por três tipos de preparos: 1 do tipo fruta, 1 do tipo pão ou cereal, e uma bebida sendo do tipo leite ou derivado ou do tipo suco.

As cores dos preparos são classificadas como vermelha, marrom, amarela e verde, sendo que na refeição almoço, considerando os tipos de preparo entrada, prato principal, fruta, sobremesa e suco, uma mesma cor pode aparecer até duas vezes.

As texturas são classificadas como líquida/pastosa ou sólida, sendo que na refeição almoço, considerando os preparos do tipo entrada, prato principal, acompanhamento e feijão, a textura líquida/pastosa não pode aparecer por mais de uma vez.

Para um mesmo dia, os preparos do tipo pão ou cereal e leite ou derivado não podem ser repetidos nas refeições café da manhã e lanche. Por exemplo, um tipo de biscoito ofertado no café da manhã não pode ser ofertado novamente no lanche da tarde. Além disso, preparos do tipo fruta não podem estar presentes em mais de uma refeição, ou seja, não pode haver repetibilidade de uma fruta em um mesmo dia.

Deve-se respeitar os limites mínimos e máximos dos nutrientes: carboidratos (CHO), proteínas (PTN) e lipídios (LIP), considerando 70% da Ingestão Diária Recomendada (IDR), para crianças de 4 e 5 anos. Esse valor percentual é utilizado com base no período de tempo que os alunos permanecem na pré-escola (BRASIL, 2017; ORGANIZATION, 2003). A Tabela 28 contém os valores de referência das quantidades mínimas e máximas de nutrientes que devem ser ofertadas diariamente, com base na IDR.

Tabela 28 – Valores de referências de nutrientes para crianças de 4 e 5 anos

	CHO	PTN	LIP
$R_{n_{min}}$	55%	10%	15%
$R_{n_{max}}$	75%	15%	30%

Os parâmetros $R_{n_{min}}$ e $R_{n_{max}}$ são os valores de referência da quantidade mínima e máxima do nutriente n , respectivamente. Para cálculo dos limites mínimos e máximos de micronutrientes a serem ofertados em um mesmo dia, foram utilizadas as fórmulas:

$$V_{n_{min}} = R_{n_{min}} \cdot \frac{e}{kcal_n}$$

$$V_{n_{max}} = R_{n_{max}} \cdot \frac{e}{kcal_n}$$

Em que e é o valor referencial da energia e $kcal_n$ é a quantidade de quilocalorias do nutriente n . Essa fórmula utiliza como base a relação entre os limites de macronutrientes e energia necessária diária, estabelecida pela FAO/WHO (Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura) (ORGANIZATION, 2003). Considerando 70% da Ingestão Diária Recomendada, $e = 950$ quilocalorias. A Tabela 29 contém os valores $kcal_n$ de cada macronutriente.

Tabela 29 – Quantidade de quilocalorias dos macronutrientes

	CHO	PTN	LIP
$kcal_n$	4	4	9

Os custos considerados para os preparos foram baseados em valores encontrados em supermercados. Os valores nutricionais dos preparos podem ser encontrados em (NEPA, 2011).

5.1 Cardápios de 6 dias

Com a finalidade de mostrar a possibilidade de obtenção de um cardápio semanal e diversificado, desejou-se a elaboração de um cardápio de 6 dias para a pré-escola, que atendesse aos seguintes requisitos de variedade para dias diferentes e de custo total:

1. Para as refeições do tipo almoço, os preparos do tipo entrada, prato principal e acompanhamento não poderiam ser repetidos, em todo o cardápio.
2. Para as refeições do tipo café da manhã, almoço e lanche da tarde, os preparos do tipo arroz, feijão, suco, fruta, pão ou cereal, sobremesa, e leite ou derivado não poderiam ser ofertados por mais de duas vezes.

5.1.1 Teste 1 - Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M1

Ao executar a aplicação, considerando aos requisitos descritos, utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4), foi observado que com 8 minutos de otimização o *gap* da solução estava em 2%. Após 30 minutos de otimização o *gap* era de 0.08% e com 90 minutos atingiu-se o *gap* de 0.04%. Esse valor se manteve após 2 dias de otimização, em que o algoritmo ainda estava em execução e a otimização do problema ainda buscava uma solução ótima ou buscava provar a otimalidade da solução incumbente.

As Figuras 1 e 2 mostram o decaimento do *gap* da otimização ao longo do tempo. A Figura 1 demonstra, por meio de um gráfico, que por mais de um dia de execução, o *gap* da solução ficou bem próximo de 0%. A Figura 2 apresenta mais detalhadamente a evolução do *gap*, possibilitando observar que em torno de 18 minutos, o *gap* da solução converge para um valor menor que 0.1%. Isso mostra que, dependendo dos dados e parâmetros utilizados no modelo matemático M1, haverá a necessidade de propor uma interrupção da otimização por tempo, viabilizando o uso da aplicação.

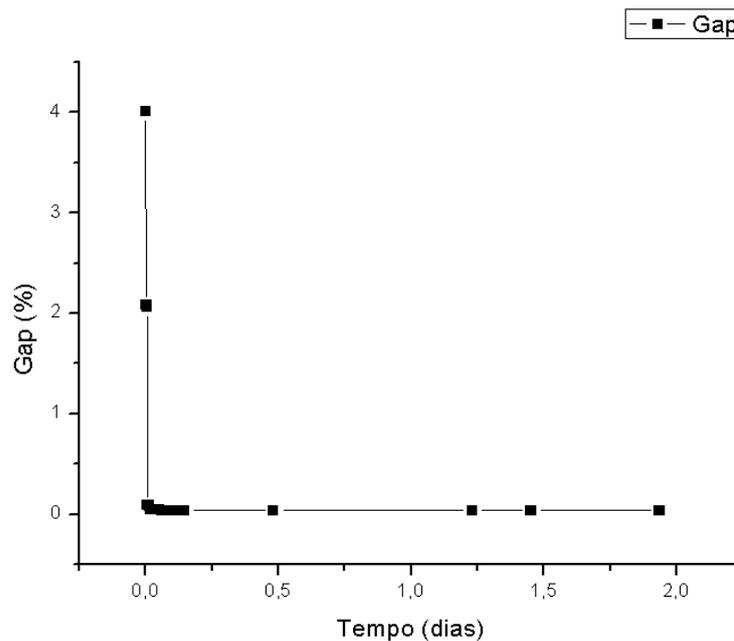


Figura 1 – Convergência do *gap* da otimização em relação ao tempo de execução em dias.

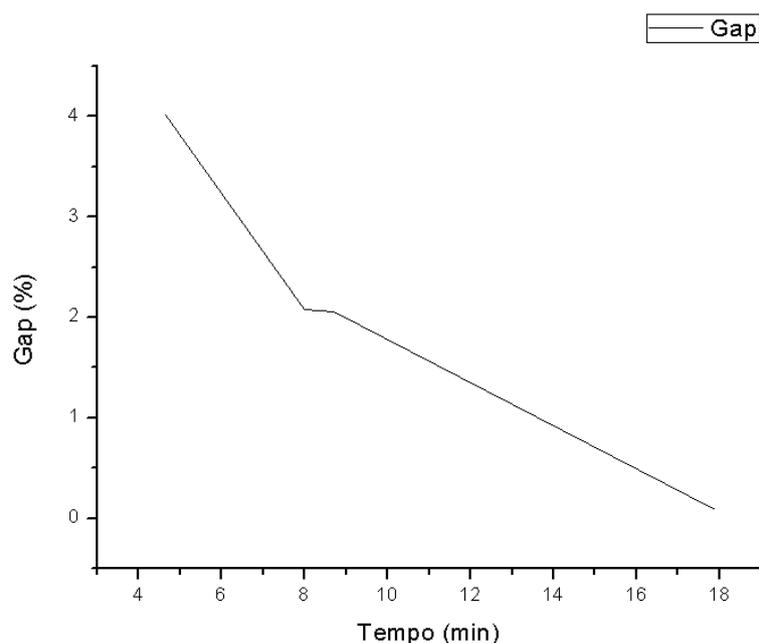


Figura 2 – Convergência do gap da otimização em relação ao tempo de execução em minutos.

A Tabela 30 mostra o cardápio gerado após uma hora de otimização, com o *gap* de 0.05%. O custo total do cardápio é R\$ 20,97. Como pode ser observado, os 10 preparos mais baratos (consultar Tabela 48) estão presentes no cardápio. As entradas, pratos principais e acompanhamentos mais baratos, como por exemplo salada de cenoura, bambá de couve e peixe à milanesa, atendem aos requisitos de não repetibilidade em todo o cardápio. As frutas mais baratas (banana e abacaxi) não extrapolam o limite de repetibilidade, mas são ofertadas o máximo de vezes possível (duas vezes). Também é possível notar que não há a repetição de fruta, suco, leite ou derivado e pão ou cereal em um mesmo dia.

Tabela 30 – Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M1.

Semana 1						
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira	Sábado
Café da Manhã	Café com Leite Bolo de Banana Laranja	Café com Leite Pão com Margarina Banana	Bolo de Banana Mamão Leite Caramelado	Leite Acheolotado Bolo Nutritivo Abacaxi	Leite Acheolotado Biscoito Doce Banana	Biscoito Sal Leite Caramelado Abacaxi
Almoço	Creme de Abóbora com Milho Verde Arroz Simples Estrogonote de Frango Feijão Simples Melancia Salada de Almeirão Suco de Laranja Salada de Almeirão com Agrião	Polenta à Bolonhesa Suco de Caju Arroz Colorido com Carne Moída Feijão Batido Melancia Salada de Almeirão com Tomate Salada de Repolho com Tomate Bife Suíno	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Pera Beterraba com Cenoura Beterraba com Vagem Quibe de Frango	Suco de Uva Arroz Simples Feijão Simples Banana Caramelizada Moqueca de Banana e Frango Cenoura e Chuchu Salada de Acelga com Agrião Peixe à Milanesa	Feijoada Light Arroz com Lentilha Laranja Salada de Cenoura Almeirão Refogado Quibebe Suco de Laranja Quibe de Carne	Suco de Maracujá Arroz Colorido com Carne Moída Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Beterraba com Cheiro Verde Salada de Couve Bife Bovino com Cebola
Lanche da tarde	Vitamina de Abacate Bolo de Cenoura Tangerina	Bolo Nutritivo Suco de Uva Melão	Biscoito Sal Suco de Caju Tangerina	Biscoito Doce Melão Suco de limão	Bolo de Cenoura Pera Suco de limão	Pão com Margarina Vitamina de Frutas Mamão

As Figuras 3, 4 e 5 exibem, respectivamente, as quantidades de carboidratos, proteínas e lipídios em todos os dias do cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1. Por meio dessas figuras, é possível observar que os valores dos nutrientes estão aderentes ao que foi especificado (Tabela 28).

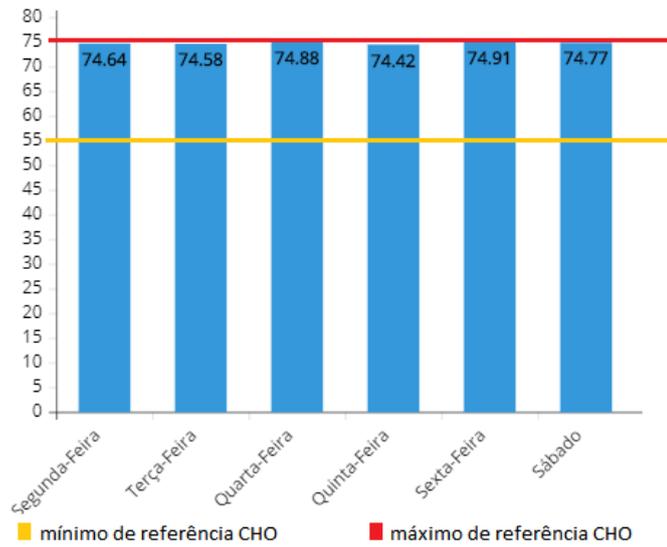


Figura 3 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

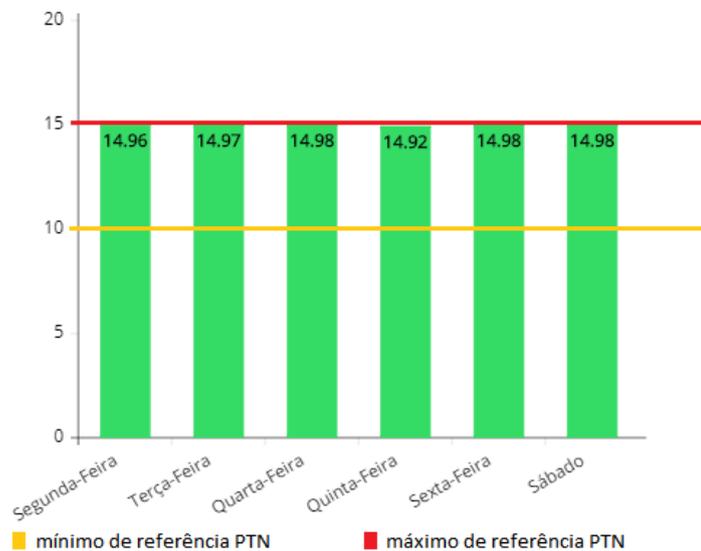


Figura 4 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

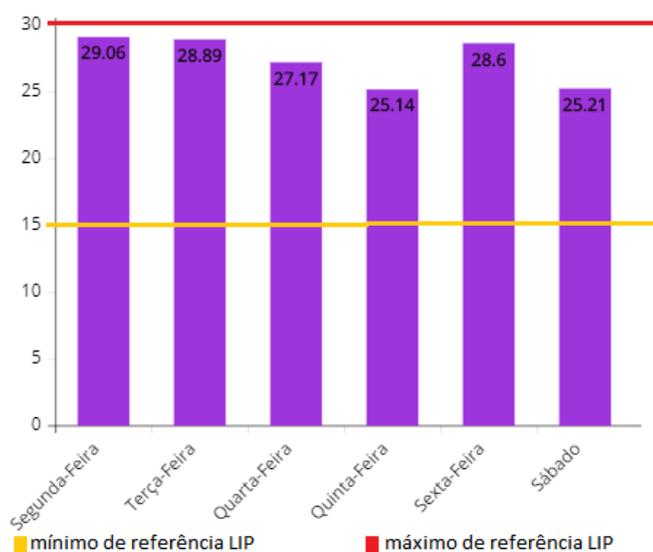


Figura 5 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

5.1.2 Teste 2 - Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes

Neste teste, utiliza-se o modelo M1 sem as restrições de limites mínimos e máximos de nutrientes (Formulação (7) e (8)). Para esse problema, a solução ótima foi encontrada em 0.15s. A Tabela 31 apresenta o cardápio gerado pela otimização, com o custo total de R\$ 20,86. É possível observar que a remoção das restrições de limites mínimos e máximos dos nutrientes não trouxe um ganho significativo no custo total do cardápio, que ficou apenas 0,11 mais barato. Um ponto positivo na remoção das restrições é que a otimização durou menos que 1 segundo e não precisou ser interrompida para obtenção de solução em tempo viável.

Tabela 31 – Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

Semana 1						
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira	Sábado
Café da Manhã	Pão com Margarina Leite Açocolatado Banana	Café com Leite Pão com Margarina Laranja	Biscoito Sal Vitamina de Frutas Laranja	Biscoito Sal Vitamina de Frutas Melancia	Bolo de Cenoura Leite Caramelado Abacaxi	Leite Açocolatado Bolo de Cenoura Mamão
Almoço	Arroz com Lentilha Feijão Simples Quibebe Abacaxi Suco de Laranja Beterraba com Cheiro Verde Beterraba com Cenoura Frango Xadrez	Polenta à Bolonhesa Arroz com Lentilha Feijão Batido Melancia Suco de Laranja Salada de Acelga com Agrião Salada de Couve Bife Bovino com Cebola	Creme de Abóbora com Milho Verde Feijoada Light Suco de Uva Arroz Simples Salada de Cenoura Banana Caramelizada Salada de Almeirão com Tomate Quibe de Frango	Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão com Agrião Salada de Repolho com Tomate Peixe à Milanesa	Feijoada Light Suco de Maracujá Arroz Simples Almeirão Refogado Moqueca de Banana e Frango Melão Beterraba com Vagem Bife Suíno	Banana Bambá de Couve Suco de Uva Salada de Almeirão Cenoura e Chuchu Quibe de Carne Arroz com Brócolis e Frango Feijão Simples
Lanche da tarde	Biscoito Doce Mamão Leite Caramelado	Biscoito Doce Suco de Caju Pera	Bolo Nutritivo Suco de Caju Pera	Café com Leite Bolo Nutritivo Tangerina	Bolo de Banana Tangerina Suco de Limão	Bolo de Banana Melão Suco de Limão

As Figuras 6, 7 e 8 exibem, respectivamente, as quantidades de carboidratos, proteínas e lipídios diárias do cardápio obtido como solução ótima do problema. Nota-se que em todos os dias, os limites mínimos dos nutrientes foram satisfeitos, porém a quantidade de carboidrato e proteína extrapolou o limite máximo em 4 dos 6 dias do cardápio, além disso a quantidade de lipídio excedeu o limite máximo em 2 dias.

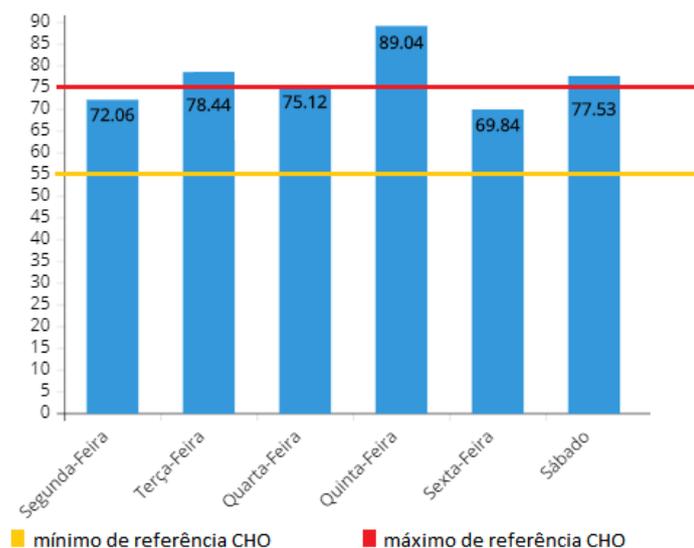


Figura 6 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

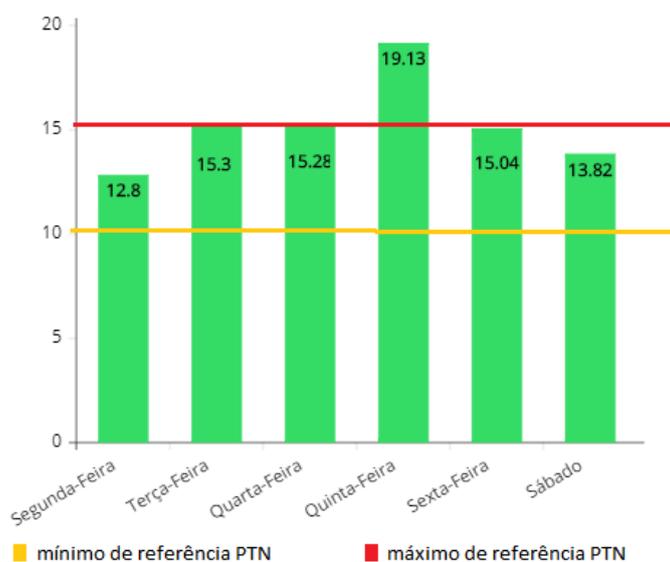


Figura 7 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

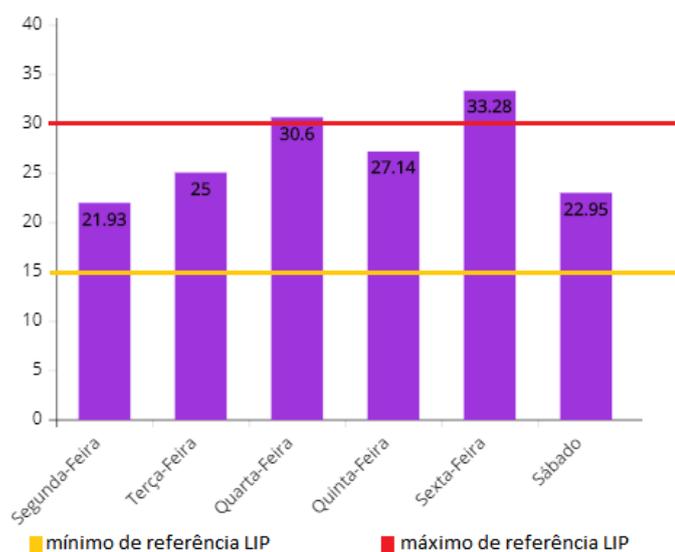


Figura 8 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

5.1.3 Teste 3 - Cardápio de 6 dias utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94

Esse teste foi realizado para observar o tempo de otimização e as quantidades diárias de nutrientes, ao utilizar o modelo M2 com um custo limite de R\$ 20,94, valor próximo ao custo encontrado no Teste 1 (Subseção 5.1.1). Para esse problema, a solução ótima foi encontrada em 45.38s. A Tabela 32 apresenta o cardápio gerado pela otimização, com o custo total de R\$ 20,93. Os requisitos de repetibilidade máxima dos preparos, texturas e cores são atendidos.

Tabela 32 – Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94.

Semana 1						
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira	Sábado
Café da Manhã	Leite Acheolotado Biscoito Sal Mamão Banana Polenta à Bolonhesa Arroz Colorido com Carne Moída Feijão Batido Suco de limão Salada de Almeirão com Agrião Beterraba com Cenoura Bife Suíno Pão com Margarina Tangerina Suco de Laranja	Café com Leite Pão com Margarina Melão Creme de Abóbora com Milho Verde Arroz Simples Almeirão Refogado Feijão Simples Tangerina Suco de limão Beterraba com Vagem Quibe de Frango Bolo Nutritivo Laranja Suco de Laranja	Vitamina de Abacate Bolo de Banana Melão Feijoada Light Suco de Maracujá Arroz Simples Salada de Cenoura Quibebe Abacaxi Salada de Acelga com Agrião Peixe à Milanesa Leite Acheolotado Biscoito Doce Pêra	Biscoito Sal Leite Caramelizado Pêra Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Caju Arroz com Brócolis e Frango Mamão Beterraba com Cheiro Verde Salada de Couve Frango Xadrez Vitamina de Abacate Bolo Nutritivo Abacaxi	Café com Leite Bolo de Banana Melancia Suco de Caju Arroz Colorido com Carne Moída Feijão Simples Banana Caramelizada Moqueca de Banana e Frango Salada de Almeirão Cenoura e Chuchu Quibe de Carne Bolo de Cenoura Suco de Maracujá Laranja	Biscoito Doce Melancia Leite Caramelizado Suco de Uva Arroz com Brócolis e Frango Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão com Tomate Salada de Repolho com Tomate Bife Bovino com Cebola Banana Bolo de Cenoura Suco de Uva
Almoço						
Lanche da tarde						

As Figuras 9, 10 e 11 apresentam, respectivamente, as quantidades de carboidratos, proteínas e lipídios em cada dia do cardápio gerado. Nota-se que os limites de carboidratos e lipídios foram completamente atendidos, porém a quantidade de proteínas excedeu, em menos que 1%, o limite máximo em todos os dias do cardápio.

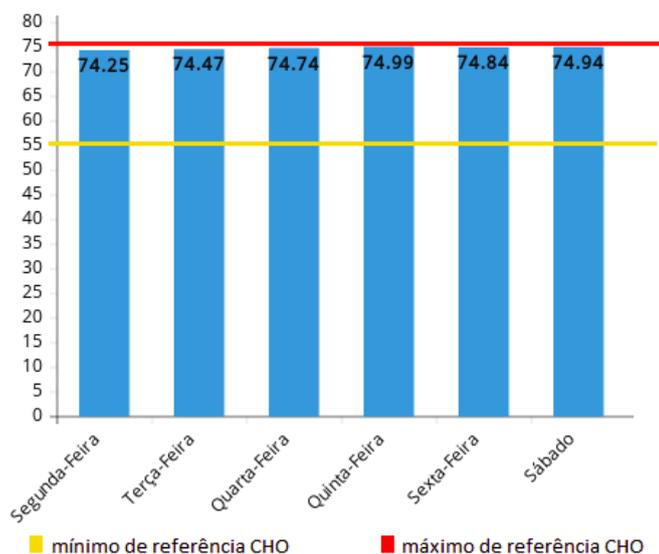


Figura 9 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94.

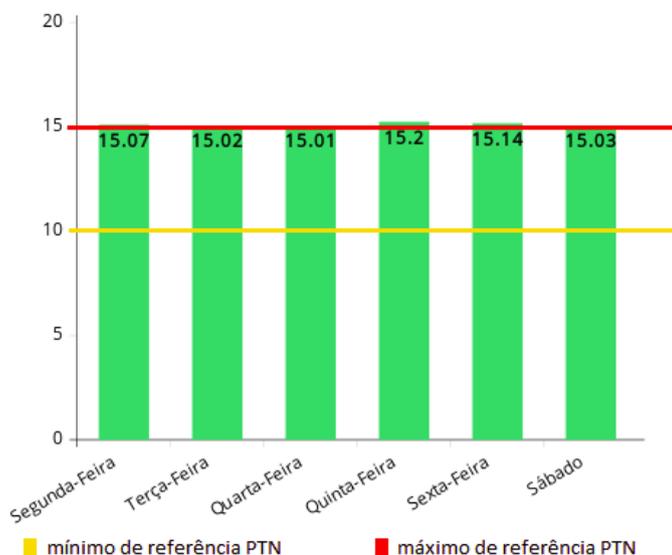


Figura 10 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94.

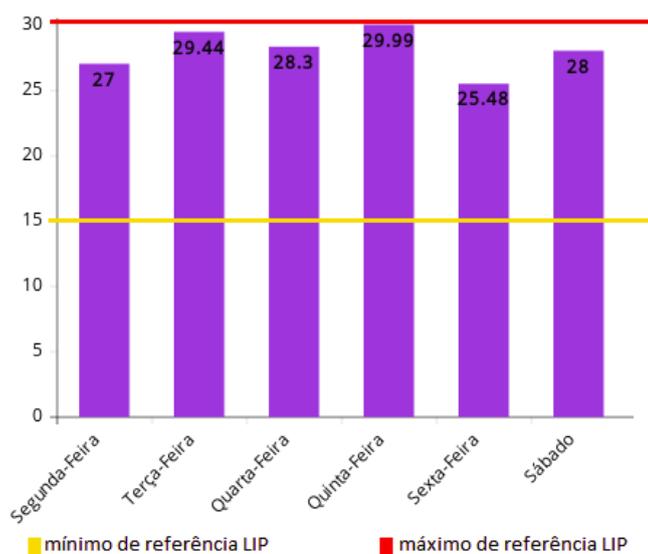


Figura 11 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 20,94

5.1.4 Teste 4 - Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00

Utilizando-se o modelo M2 (Subseção 4.2.5), foi gerado um cardápio para atender as mesmas especificações, porém com o objetivo de minimizar o erro nutricional do cardápio, respeitando-se o limite de custo de R\$ 30,00. A Tabela 33 apresenta o cardápio gerado pela solução ótima dessa simulação, que foi atingida em 0,30s. O custo total do cardápio é de R\$ 25,12, que não ultrapassa o limite pré-estabelecido. Neste cardápio, pode-se observar que o preparo mais caro do tipo acompanhamento (cuscuz com sardinha) e o preparo mais caro do tipo suco (suco de graviola) estão presentes, diferentemente dos cardápios gerados nos testes anteriores. Os requisitos de cores, variedades e texturas também foram atendidos, conforme o esperado.

Tabela 33 – Cardápio de 6 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00.

Semana 1						
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira	Sábado
Café da Manhã	Leite Acheolotado Bolo de Banana Melancia	Café com Leite Pão com Margarina Banana	Biscoito Sal Leite Caramelado Pera	Bolo Nutritivo Leite Caramelado Melão	Biscoito Sal Banana Vitamina de Frutas	Café com Leite Bolo de Cenoura Melancia
Almoço	Torta Colorida de Frango, Tomate e Vagem Suco de Manga Arroz Colorido com Carne Moída Almôndegas ao Molho Feijão Simples Caqui Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cheiro Verde	Suco de Abacaxi Arroz Simples Cuscuz com Sardinha Feijão Batido Abacaxi Beterraba com Cenoura Beterraba com Vagem Bife Suino Leite Acheolotado Maçã Bolo Nutritivo	Arroz com Lentilha Laranja Feijão Simples Moqueca de Banana e Frango Quibe de Forno Suco de Graviola Salada de Agrião Salada de Almeirão com Agrião	Maçã Feijoada Light Suco de Caju Arroz com Ovos Mexidos Salada de Cenoura Quibebe Salada de Repolho com Tomate Bife Bovino com Cebola	Polenta à Jardineira Suco de Caju Arroz Colorido com Carne Moída Estrogonofe de Frango Feijão Batido Pera Salada de Almeirão com Tomate Salada de Tomate, Cebola e Pimentão	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Acerola Arroz Simples Salada de Alfaca Abacaxi Salada de Almeirão Quibe de Carne
Lanche da tarde	Biscoito Doce Suco de Abacaxi Mamão		Bolo de Cenoura Tangerina Suco de Graviola	Bolo de Banana Suco de Uva Tangerina	Biscoito Doce Suco de Uva Melão	Pão com Margarina Suco de Acerola Mamão

As Figuras 12, 13 e 14 exibem, respectivamente, os valores diários dos nutrientes carboidratos, proteínas e lipídeos obtidos na solução ótima do problema, utilizando o modelo M2. Como pode ser observado, os valores diários dos nutrientes estão dentro dos limites especificados (Tabela 28).

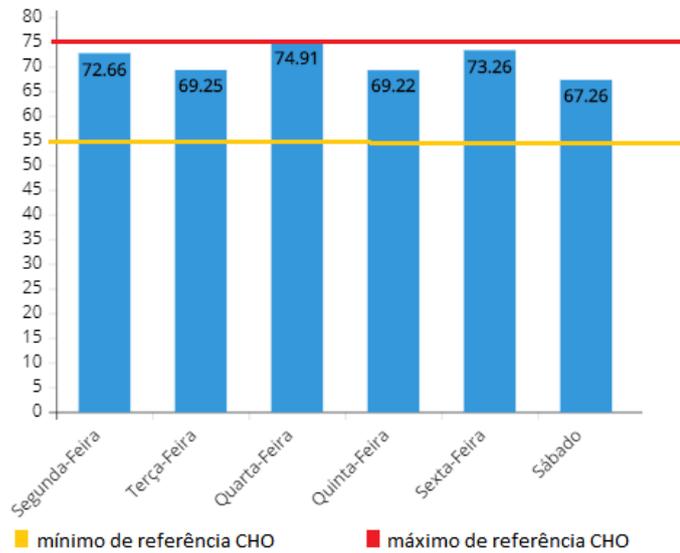


Figura 12 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00.

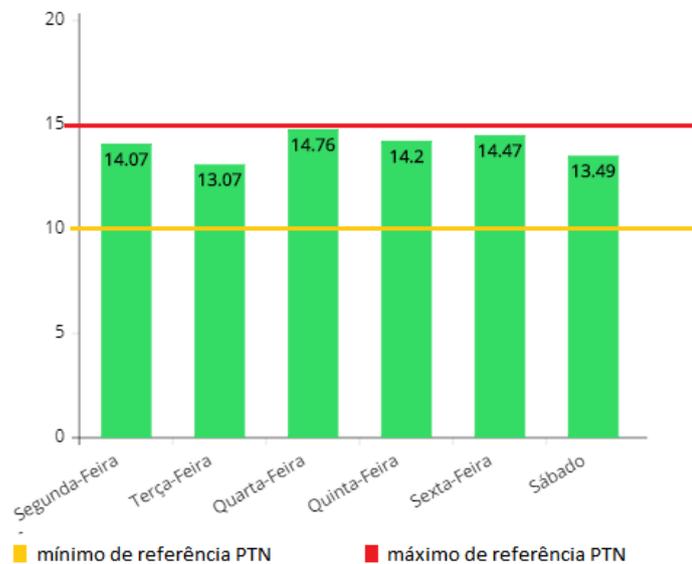


Figura 13 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00.

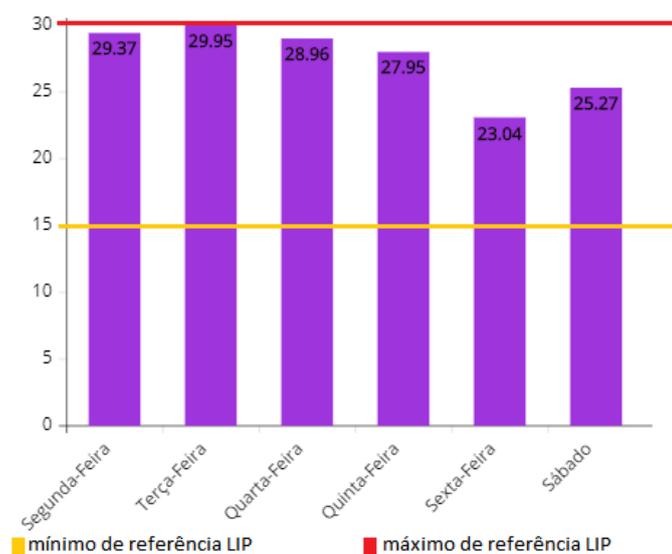


Figura 14 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 6 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 30,00.

5.2 Cardápios de 10 dias

Os testes descritos nesta subseção consideraram que os cardápios gerados para a pré-escola são de 10 dias de planejamento. Com esses testes, pretende-se verificar os padrões de repetibilidade dos preparos ao utilizar ambos os modelos e o *gap* atingido em um cardápio com mais de 6 dias ao se utilizar o modelo M1. Os cardápios gerados devem atender aos seguintes requisitos de variedade para dias diferentes, e de custo total:

1. Em 3 dias seguidos, um mesmo preparo do tipo pão ou cereal poderá ser servido apenas uma vez.
2. Em 4 dias consecutivos, um mesmo preparo do tipo entrada não pode ser repetido, considerando as refeições do tipo almoço.
3. Em 5 dias seguidos, considerando as refeições do tipo almoço, os preparos do tipo arroz e feijão não podem ser ofertados por mais de duas vezes, já um preparo do tipo sobremesa, poderá ser servido no máximo uma vez. Além disso, para um mesmo período de 5 dias, considerando as refeições do tipo almoço, café da manhã e lanche da tarde, um mesmo preparo do tipo fruta, suco, leite ou derivado poderá ser servido no máximo duas vezes.
4. Em 8 dias consecutivos, considerando as refeições do tipo almoço, o mesmo preparo do tipo acompanhamento não deve ser ofertado por mais de duas vezes.

5. Em 10 dias seguidos, um mesmo preparo do tipo prato principal não deve ser ofertado por mais de uma vez.

Esses requisitos foram escolhidos para mostrar a variabilidade dos cardápios ao modificar os parâmetros $Q_{max_{pdd}}$ e J_p (Subseção 4.2.3).

5.2.1 Teste 5 - Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M1

A Tabela 34 ilustra o cardápio gerado para a pré-escola, considerando o período de 10 dias e utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4). A otimização foi interrompida após uma hora de execução, e a solução encontrada possui *gap* igual a 0.07%. Neste cardápio, de custo total de R\$ 32,90, é possível observar alguns padrões de repetição de preparos, como por exemplo, os preparos biscoito doce e biscoito sal são ofertados a cada 3 dias.

Nota-se também que o preparo mais barato do tipo leite ou derivado (leite caramelado) aparece o maior número de vezes possível, já que a cada 5 dias este pode aparecer no máximo 2 vezes e por se tratar de um cardápio de 10 dias, o preparo aparece 4 vezes. O mesmo acontece para os preparos leite achocolatado e café com leite, que são respectivamente, o segundo e terceiro preparo mais baratos do tipo leite ou derivado.

Apesar dos preparos não serem repetidos em um mesmo dia, alguns aparecem em dias consecutivos, como por exemplo a laranja que é ofertada na Terça-Feira e na Quarta-Feira da primeira semana do cardápio. Se isso for considerado um problema, é necessário que as janelas de repetição dos preparos sejam ajustadas.

Tabela 34 – Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

Semana 1					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Biscoito Doce Banana Leite Caramelado	Bolo de Cenoura Leite Caramelado Abacaxi	Café com Leite Pão com Margarina Tangerina	Café com Leite Biscoito Sal Melancia	Leite Achiolado Banana Bolo de Cenoura
Almoço	Arroz com Brócolis e Frango Salada de Cenoura Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão Suco de Laranja Frango Ensopado	Suco de Uva Arroz Simples Laranja Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Salada de Almeirão com Tomate Salada de Almeirão com Agrião Bife Bovino com Cebola	Bambá de Couve Feijoada Light Arroz Simples Melancia Suco de limão Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate Quibe de Frango	Polenta à Bolonhesa Suco de Uva Arroz com Lentilha Feijão Batido Melão Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Frango Xadrez	Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Mamão Salada de Cenoura Feijão Simples Quibe de Forno Quibebe Salada de Almeirão
Lanche da tarde	Biscoito Sal Mamão Suco de Laranja	Leite Achiolado Bolo Nutritivo Melão	Bolo de Banana Suco de Caju Laranja	Biscoito Doce Suco de Caju Abacaxi	Bolo Nutritivo Tangerina Suco de limão
Semana 2					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Pão com Margarina Banana Leite Caramelado	Biscoito Sal Leite Caramelado Abacaxi	Café com Leite Bolo Nutritivo Tangerina	Pão com Margarina Leite Achiolado Melancia	Leite Achiolado Biscoito Sal Tangerina
Almoço	Feijoada Light Arroz Colorido com Carne Moída Estrogonofe de Frango Banana Caramelizada Quibebe Suco de Laranja Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde	Polenta à Bolonhesa Suco de Uva Arroz Simples Laranja Feijão Batido Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate Peixe à Milanesa	Bambá de Couve Arroz com Brócolis e Frango Feijão Simples Melancia Suco de limão Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Quibe de Carne	Suco de Caju Arroz Simples Salada de Cenoura Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Melão Salada de Almeirão Bife Suíno	Banana Arroz com Brócolis e Frango Almôndegas ao Molho Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Suco de limão Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde
Lanche da tarde	Bolo de Banana Mamão Suco de Laranja	Biscoito Doce Suco de Maracujá Melão	Bolo de Cenoura Suco de Caju Laranja	Café com Leite Bolo de Banana Abacaxi	Biscoito Doce Suco de Uva Mamão

As Figuras 15, 16 e 17 mostram respectivamente, as quantidades diárias dos carboidratos, proteínas e lipídeos para o cardápio gerado. Para cada dia e nutriente, os limites mínimos e máximos especificados foram respeitados.

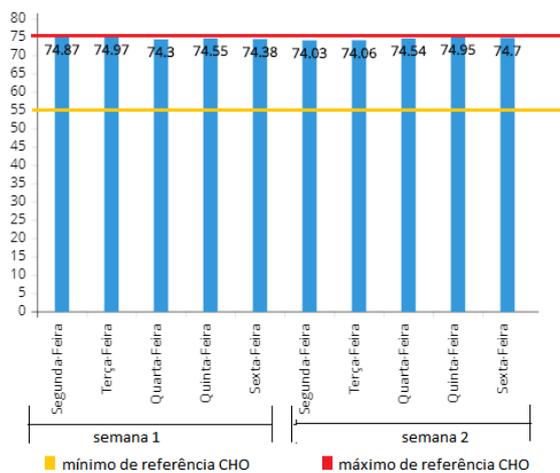


Figura 15 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

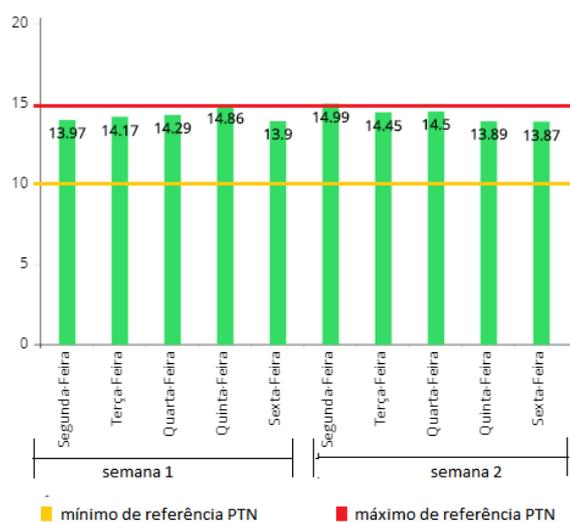


Figura 16 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

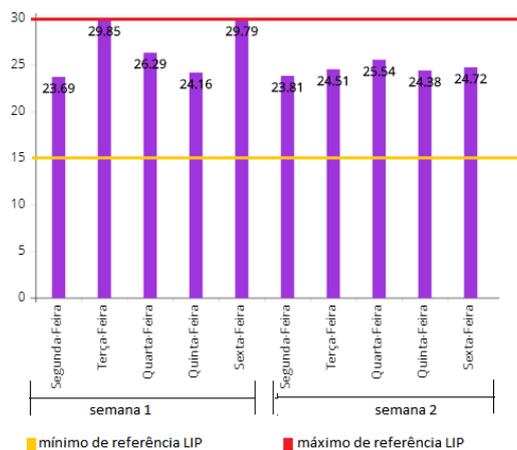


Figura 17 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

5.2.2 Teste 6 - Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes

Ao remover os limites de nutrientes do modelo M1, obteve-se um cardápio de 10 dias em 0,14s, não sendo necessária a interrupção da otimização e a solução ótima foi encontrada. A Tabela 35 apresenta o cardápio gerado que tem o custo total de R\$ 32,84, apenas R\$ 0,06 mais barato que o cardápio obtido no teste anterior. Nesta solução pode-se observar a aparição do preparo mais barato de cada tipo (consultar Tabela 48).

Tabela 35 – Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

Semana 1					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Biscoito Sal Leite Caramelado Tangerina	Banana Bolo de Banana Leite Caramelado	Café com Leite Bolo Nutritivo Mamão	Leite Acheolotado Biscoito Doce Laranja	Leite Acheolotado Bolo de Banana Melão
Almoço	Arroz Simples Laranja Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Salada de Almeirão Suco de limão Beterraba com Cenoura Quibe de Frango	Suco de Maracujá Arroz com Lentilha Salada de Cenoura Almôndegas ao Molho Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão com Tomate	Suco de Caju Arroz Simples Feijão Simples Quibebe Abacaxi Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate Bife Suíno	Polenta à Bolonhesa Suco de Maracujá Arroz com Brócolise Frango Mamão Feijão Batido Quibe de Forno Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cheiro Verde	Bambá de Couve Feijoada Light Arroz com Brócolis e Frango Melancia Salada de Almeirão Suco de limão Beterraba com Cenoura Peixe à Milanesa
Lanche da tarde	Biscoito Doce Suco de Uva Melancia	Pão com Margarina Melão Suco de Laranja	Banana Bolo de Cenoura Suco de Caju	Biscoito Sal Abacaxi Suco de Laranja	Pão com Margarina Suco de Uva Tangerina
Semana 2					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Bolo Nutritivo Melancia Leite Caramelado	Biscoito Doce Leite Caramelado Melão	Café com Leite Bolo de Banana Abacaxi	Leite Acheolotado Bolo de Cenoura Laranja	Leite Acheolotado Biscoito Doce Tangerina
Almoço	Bambá de Couve Feijoada Light Arroz com Lentilha Salada de Cenoura Tangerina Suco de limão Salada de Almeirão com Tomate Quibe de Carne	Suco de Maracujá Arroz Simples Feijão Simples Banana Caramelizada Quibebe Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate Bife Bovino com Cebola	Polenta à Bolonhesa Suco de Caju Arroz Simples Mamão Estrogonofe de Frango Feijão Batido Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cheiro Verde	Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Abacaxi Salada de Almeirão Beterraba com Cenoura Frango Xadrez	Arroz com Brócolis e Frango Salada de Cenoura Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Melão Suco de limão Salada de Almeirão com Tomate Frango Enopado
Lanche da tarde	Bolo de Cenoura Suco de Uva Laranja	Biscoito Sal Banana Suco de Laranja	Pão com Margarina Banana Suco de Caju	Bolo Nutritivo Mamão Suco de Laranja	Biscoito Sal Suco de Uva Melancia

As Figuras 18, 19 e 20 exibem, respectivamente, as quantidades de carboidratos, proteínas e lipídios ofertados em todos os dias do cardápio. Os limites máximos e mínimos de carboidratos e proteínas não foram atendidos em todos os dias do cardápio. Já o limite mínimo de lipídios foi respeitado todos os dias, e o limite máximo foi excedido, em menos que 1%, em um único dia do cardápio.

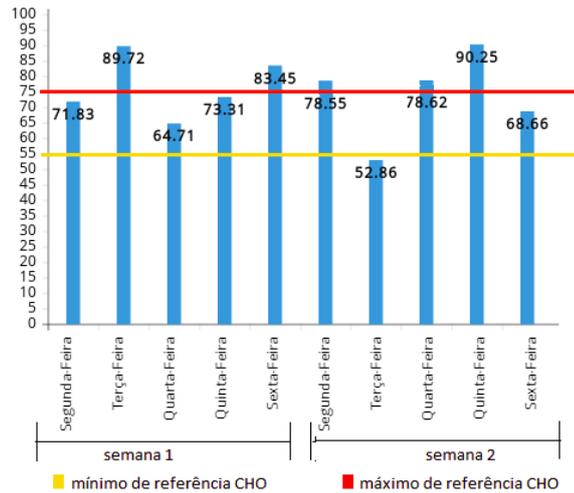


Figura 18 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

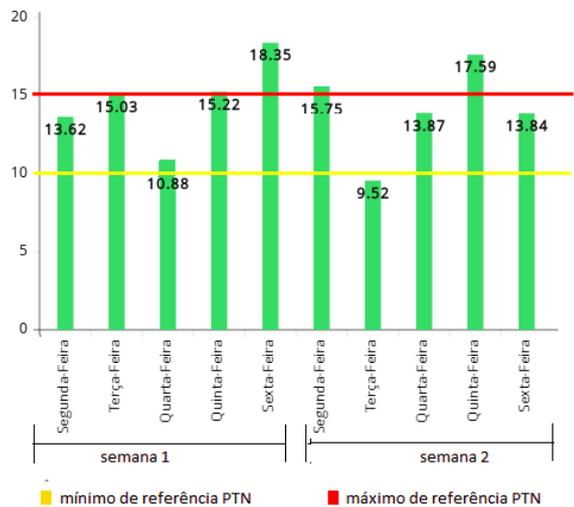


Figura 19 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes (4.2.4).

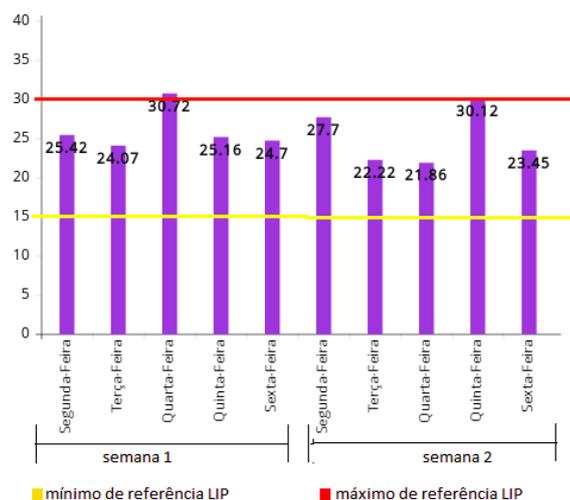


Figura 20 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

5.2.3 Teste 7 - Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M2, como limite de custo de R\$ 32,85

Este teste foi realizado utilizando o modelo M2 e limitando o custo máximo do cardápio a R\$ 32,85. O teste teve duração de 172,88s e a solução ótima foi encontrada. A Tabela 36 apresenta o cardápio gerado cujo custo é de R\$ 32,84. Nota-se que o cardápio obtido em aproximadamente 2 minutos é apenas R\$ 0,06 mais barato que o cardápio de menor custo, encontrado em uma hora de otimização no Teste 5 (Subseção 5.2.1).

Tabela 36 – Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 32,85.

Semana 1					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Leite Acheolotado Biscoito Doce Mamão	Leite Acheolotado Bolo de Banana Melancia	Café com Leite Bolo de Cenoura Melancia	Biscoito Sal Laranja Leite Caramelado	Banana Bolo de Banana Leite Caramelado
Almoço	Banana Arroz com Brócolis e Frango Salada de Cenoura Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Suco de Laranja	Suco de Caju Arroz Simples Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Abacaxi Salada de Almeirão Beterraba com Cenoura Bife Suíno	Suco de Uva Arroz com Brócolis e Frango Laranja Feijão Simples Quiubebe Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cheiro Verde Frango Xadrez	Polenta à Bolonhesa Arroz Simples Feijão Batido Melão Suco de limão Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate Peixe à Milanesa	Feijoada Light Suco de Uva Arroz com Lentilha Salada de Cenoura Banana Caramelizada Quiubebe Salada de Almeirão com Tomate Quiubebe de Frango
Lanche da tarde	Biscoito Sal Tangerina Suco de Laranja	Pão com Margarina Suco de Maracujá Melão	Bolo Nutritivo Tangerina Suco de limão	Biscoito Doce Suco de Caju Abacaxi	Café com Leite Pão com Margarina Mamão
Semana 2					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Leite Acheolotado Banana Bolo de Cenoura	Leite Acheolotado Biscoito Doce Abacaxi	Café com Leite Pão com Margarina Laranja	Bolo Nutritivo Laranja Leite Caramelado	Biscoito Sal Banana Leite Caramelado
Almoço	Bambá de Couve Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Mamão Estrogonofe de Frango Feijão Simples Salada de Almeirão Beterraba com Cenoura	Polenta à Bolonhesa Suco de Caju Arroz com Lentilha Feijão Batido Melancia Quiubebe de Forno Salada de Almeirão com Agrião Beterraba com Cheiro Verde	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Uva Arroz Simples Tangerina Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate Quiubebe de Carne	Suco de Caju Arroz Simples Salada de Cenoura Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Abacaxi Salada de Almeirão com Tomate Bife Bovino com Cebola	Arroz com Brócolis e Frango Almôndegas ao Molho Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão Suco de limão Beterraba com Cenoura
Lanche da tarde	Bolo Nutritivo Tangerina Suco de Laranja	Biscoito Sal Melão Suco de Laranja	Bolo de Banana Melancia Suco de limão	Bolo de Cenoura Suco de Maracujá Melão	Biscoito Doce Suco de Uva Mamão

As Figuras 21, 22 e 23 mostram, respectivamente, as quantidades diárias de carboidratos, proteínas e lipídios do cardápio. Os limites mínimos dos nutrientes foram respeitados em todos os dias do cardápio. Já os limites máximos de carboidratos e proteínas foram extrapolados, em menos de 1%, em alguns dias do cardápio. O limite máximo de lipídios foi atendido em todos os dias.

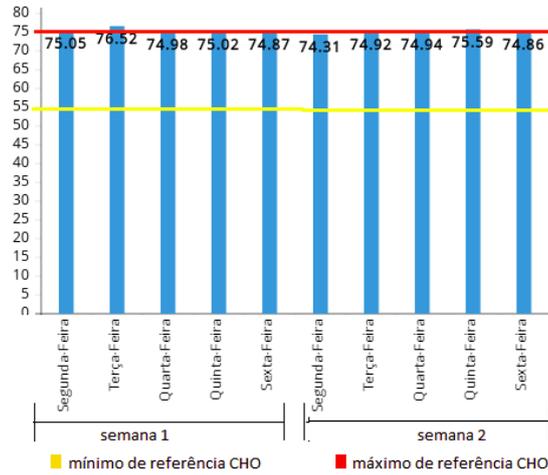


Figura 21 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 32,85.

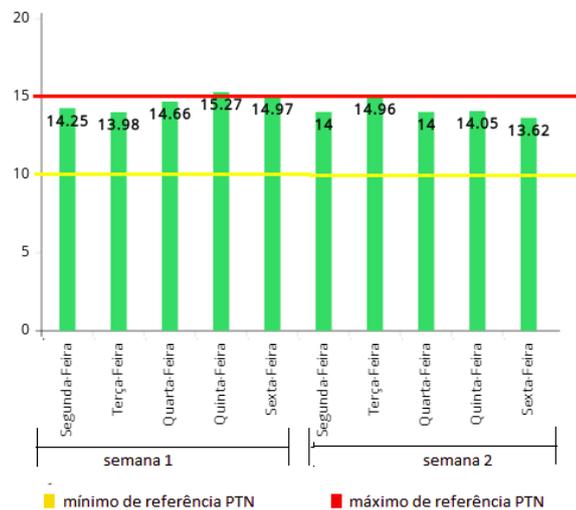


Figura 22 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 32,85.

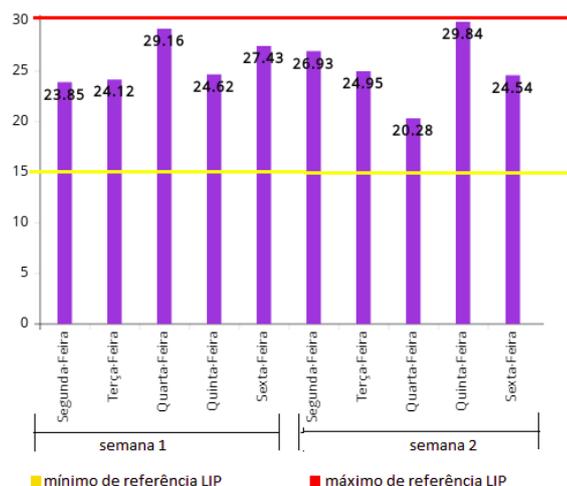


Figura 23 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 32,85.

5.2.4 Teste 8 - Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00

A Tabela 37 mostra o cardápio gerado pela solução ótima da execução da aplicação, utilizando o modelo M2 (Subseção 4.2.5). A execução teve duração de 0.94s e o custo total do cardápio gerado foi de R\$ 43,75.

Neste cardápio pode-se observar a repetição de alguns preparos que são ofertados o maior número de vezes possível, como por exemplo arroz colorido com carne moída e feijoad light. Outra observação é o fato de alguns preparos que foram ofertados mais de uma vez no teste anterior, não foram ofertados para este cardápio, como exemplo macarrão ao molho de frango. O preparo mais caro do tipo leite ou derivado (vitamina de abacate) foi ofertado somente neste cardápio, ao comparar os resultados obtidos nos testes anteriores.

Tabela 37 – Cardápio de 10 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00.

Semana 1					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Café com Leite Pão com Margarina Laranja	Leite Achocolatado Bolo de Banana Melão	Café com Leite Biscoito Doce Banana	Biscoito Sal Vitamina de Frutas Abacaxi	Maçã Bolo de Banana Leite Caramelado
Almoço	Suco de Manga Arroz Colorido com Carne Moída Mamão Cuscuz com Sardinha Feijão Batido Salada de Acelga e Cenoura Salada de Agrião Frango Xadrez	Feijoada Light Suco de Abacaxi Arroz Simples Laranja Moqueca de Banana e Frango Cenoura e Chuchu Beterraba com Cheiro Verde Bife Suíno	Polenta à Jardineira Arroz Colorido com Carne Moída Carne moída com Batatas Feijão Simples Abacaxi Suco de Graviola Salada de Couve Salada de Tomate, Cebola e Pimentão	Suco de Abacaxi Arroz à Grega com Frango Feijão Simples Salada de Alface Quibebe Melão Salada de Tomate, Ervilha e Couve Quibe de Frango Pão com Margarina Vitamina de Abacate Pera	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Uva Arroz Simples Mamão Cuscuz com Sardinha Carne moída com Quiabo Salada de Almeirão Salada de Alface com Agrião
Lanche da tarde	Biscoito Sal Maçã Suco de Acerola	Banana Bolo Nutritivo Leite Caramelado	Bolo de Cenoura Suco de Caju Melancia	Pão com Margarina Vitamina de Abacate Pera	Suco de Uva Pão com Ovos Mexidos Caqui
Semana 2					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Café com Leite Biscoito Doce Tangerina	Pão com Margarina Leite Achocolatado Melão	Vitamina de Frutas Bolo de Cenoura Abacaxi	Café com Leite Biscoito Doce Abacaxi	Biscoito Sal Laranja Leite Caramelado
Almoço	Polenta à Bolonhesa Suco de Manga Arroz Colorido com Carne Moída Mamão Estrogonofe de Frango Feijão Batido Salada de Alface com Agrião Beterraba com Cheiro Verde	Feijoada Light Suco de Caju Arroz com Ovos Mexidos Almeirão Refogado Quibe de Forno Quibebe Caqui Beterraba com Cenoura	Bambá de Couve Suco de Acerola Arroz Simples Feijão Simples Melancia Salada de Couve Salada de Repolho com Tomate Quibe de Carne	Goiaba Suco de Abacaxi Arroz Colorido com Carne Moída Cuscuz com Sardinha Feijão Simples Salada de Acelga e Cenoura Beterraba com Vagem Frango Ensopado	Feijoada Light Suco de Uva Arroz Simples Mamão Cuscuz com Sardinha Carne moída com Quiabo Salada de Almeirão Salada de Alface com Agrião
Lanche da tarde	Leite Achocolatado Bolo Nutritivo Laranja	Biscoito Sal Leite Caramelado Pera	Banana Suco de Abacaxi Pão com Queijo	Bolo de Banana Melão Suco de limão	Pão com Margarina Suco de Caju Melancia

As Figuras 24, 25, 26 exibem, respectivamente as quantidades de carboidratos, proteínas e lipídeos em todos os dias do cardápio. Nota-se que os valores estão dentro dos limites desejáveis (Tabela 28).

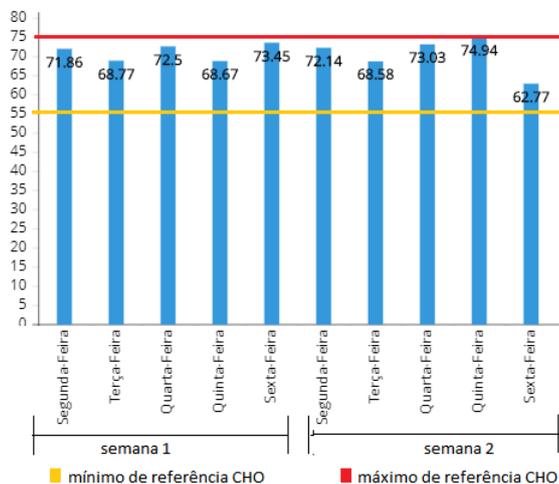


Figura 24 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00.

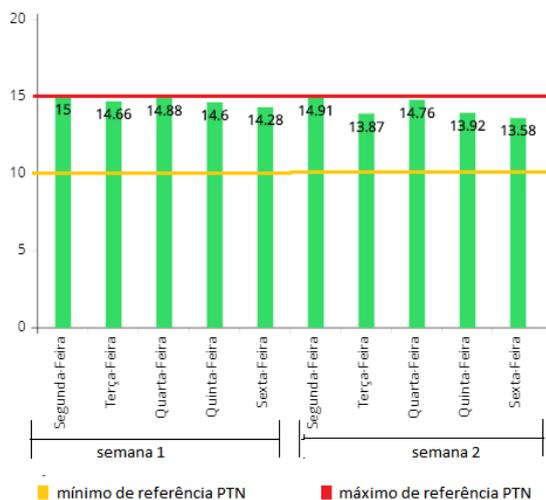


Figura 25 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00.

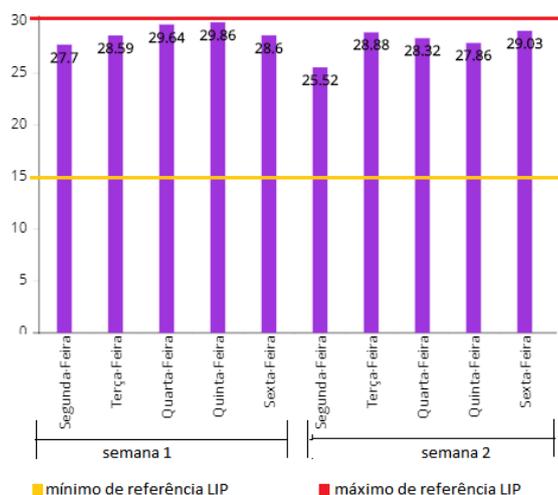


Figura 26 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 10 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 50,00.

5.3 Cardápios de 20 dias

Nesta seção, os testes realizados consideraram a necessidade de se elaborar um cardápio de 20 dias. Considerando que a pré-escola mencionada funciona apenas nos dias úteis, os cardápios gerados nesses testes corresponderão a 4 semanas de planejamento, ou seja, a praticamente um mês de funcionamento da UAN. Para estes testes, foram consideradas todas as premissas utilizadas nos testes para cardápios de 10 dias, alterando os limites de custos ao utilizar o modelo M2.

5.3.1 Teste 9 - Cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M1

As Tabelas 38 e 39 apresentam, respectivamente, as semanas 1 e 2, 3 e 4 do cardápio com o custo total de R\$ 67,16, gerado pela solução correspondente ao gap de 1.5% da otimização. Neste cardápio, nota-se que há uma repetição padronizada de alguns preparos, como por exemplo, o suco de caju que é ofertado em todas as Segundas-Feiras. É possível observar que as premissas de repetibilidade, especificadas para o problema, são todas satisfeitas.

Alguns ingredientes principais dos preparos são ofertados em uma mesma refeição. Por exemplo, na refeição almoço da Terça-Feira na semana 1, os preparos salada de almeirão com tomate e salada de almeirão com agrião são ofertadas na mesma refeição, o que pode ser indesejável para o consumidor final do cardápio e para o nutricionista responsável por planejá-lo.

Tabela 38 – Semana 1 e semana 2 do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1.

Semana 1					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Leite Acheolado Biscoito Doce Melancia	Bolo Nutritivo Laranja Leite Caramelado	Café com Leite Pão com Margarina Melancia	Biscoito Doce Leite Caramelado Melão	Café com Leite Bolo Nutritivo Mamão
Almoço	Arroz Simples Feijão Simples Quibebe Melão Suco de Laranja Beterraba com Cenoura Salada de Repolho com Tomate Peixe à Milanesa	Suco de Uva Arroz Colorido com Carne Moída Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão Salada de Acelga com Agrião Bife Suirino	Arroz com Brócolis e Frango Feijão Simples Quibebe Abacaxi Suco de Laranja Beterraba com Cheiro Verde Beterraba com Vagem Quibe de Frango	Banana Feijoada Light Suco de Caju Arroz Simples Salada de Cenoura Macarrão ao Molho de Frango Salada de Almeirão com Tomate Frango Ensopado	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Quibe de Forno Pera Beterraba com Cenoura Salada de Repolho com Tomate
Lanche da tarde	Banana Bolo de Cenoura Suco de Caju	Biscoito Sal Mamão Suco de limão	Leite Acheolado Bolo de Banana Laranja	Bolo de Cenoura Tangerina Suco de limão	Biscoito Sal Suco de Uva Abacaxi
Semana 2					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Pão com Margarina Leite Acheolado Melão	Bolo de Cenoura Leite Caramelado Tangerina	Café com Leite Biscoito Sal Laranja	Pão com Margarina Leite Caramelado Tangerina	Café com Leite Bolo de Cenoura Melancia
Almoço	Polenta à Bolonhesa Suco de Maracujá Arroz Simples Feijão Batido Melancia Salada de Almeirão Salada de Acelga com Agrião Bife Bovino com Cebola	Polenta à Bolonhesa Arroz Colorido com Carne Moída Estrogonofe de Frango Feijão Batido Banana Caramelizada Suco de limão Beterraba com Cheiro Verde Beterraba com Vagem	Bambá de Couve Arroz com Brócolis e Frango Mamão Salada de Cenoura Feijão Simples Suco de Laranja Salada de Almeirão com Tomate Frango Xadrez	Maçã Feijoada Light Suco de Caju Arroz Simples Quibebe Beterraba com Cenoura Salada de Repolho com Tomate Quibe de Carne	Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Almôndegas ao Molho Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Melão Cenoura e Chuchu Salada de Acelga com Agrião
Lanche da tarde	Banana Bolo de Banana Suco de Caju	Biscoito Doce Suco de Uva Laranja	Bolo Nutritivo Abacaxi Suco de Laranja	Banana Bolo de Banana Suco de limão	Leite Acheolado Biscoito Doce Abacaxi

Tabela 39 – Semana 3 e semana 4 do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1.

Semana 3					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Leite Acheocolatado Bolo Nutritivo Pera	Bolo de Banana Leite Caramelado Melão	Café com Leite Biscoito Doce Laranja	Biscoito Sal Mamão Leite Caramelado	Leite Acheocolatado Bolo de Banana Melão
Almoço	Feijoada Light Suco de Maracujá Arroz Simples Mamão Quiube Salada de Almeirão Beterraba com Cheiro Verde Peixe à Milanesa	Torta Colorida de Frango, Tomate e Vagem Suco de Uva Arroz Colorido com Carne Moída Salada de Cenoura Feijão Batido Banana Caramelizada Salada de Almeirão com Tomate Bife Suíno	Bambá de Couve Arroz com Brócolis e Frango Feijão Simples Melancia Suco de Laranja Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate Quiube de Frango	Banana Polenta à Bolonhesa Feijoada Light Arroz Simples Carne moída com Quiabo Suco de limão Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura	Suco de Caju Arroz Colorido com Carne Moída Feijão Simples Moqueca de Banana e Frango Quiube de Forno Abacaxi Cenoura e Chuchu Beterraba com Cheiro Verde
Lanche da tarde	Biscoito Sal Banana Suco de Caju	Pão com Margarina Suco de Uva Pera	Bolo de Cenoura Abacaxi Suco de Laranja	Bolo Nutritivo Laranja Suco de limão	Pão com Margarina Suco de Maracujá Melancia
Semana 4					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Café com Leite Biscoito Doce Mamão Banana Suco de Maracujá Arroz Simples Salada de Cenoura Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Salada de Almeirão Bife Bovino com Cebola	Biscoito Sal Leite Caramelado Tangerina Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Uva Arroz com Brócolis e Frango Estrogonofe de Frango Banana Caramelizada Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate	Café com Leite Bolo de Banana Melancia Arroz com Brócolis e Frango Feijão Simples Quiube Abacaxi Suco de Laranja Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Frango Xadrez	Bolo de Cenoura Mamão Leite Caramelado Feijoada Light Arroz com Lentilha Laranja Quiube Suco de Laranja Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde Quiube de Carne	Leite Acheocolatado Biscoito Sal Abacaxi Suco de Caju Arroz Simples Salada de Cenoura Almôndegas ao Molho Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Melão Salada de Almeirão
Lanche da tarde	Bolo de Cenoura Suco de Caju Tangerina	Bolo Nutritivo Suco de Uva Melão	Pão com Margarina Leite Acheocolatado Laranja	Biscoito Doce Banana Suco de limão	Bolo Nutritivo Melancia Suco de limão

As Figuras 27,28 e 29 mostram, respectivamente as quantidades diárias de carboidratos, proteínas e lipídeos para cada dia do cardápio. Nota-se que os valores dos nutrientes estão em concordância com os limites pré-estabelecidos.

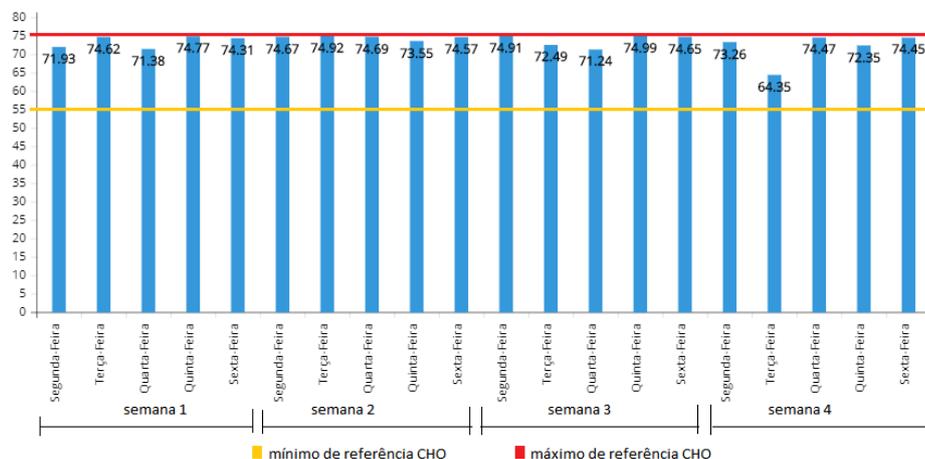


Figura 27 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

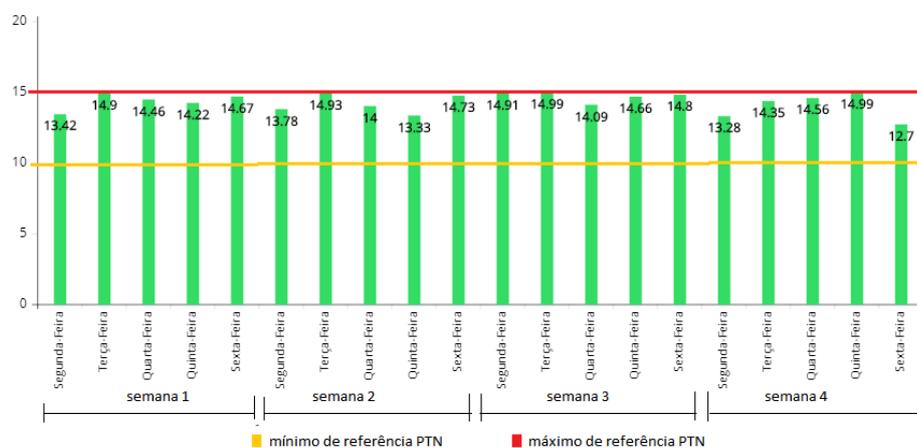


Figura 28 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

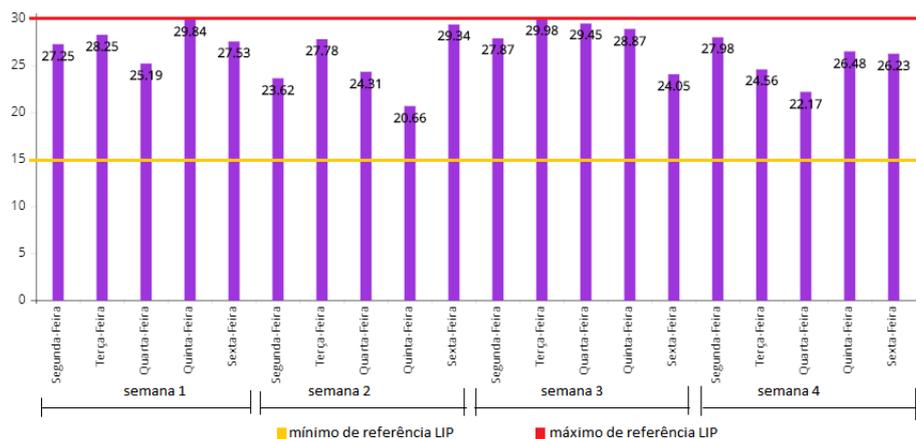


Figura 29 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1 (Subseção 4.2.4).

5.3.2 Teste 10 - Cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes

Ao remover as restrições de limites de nutrientes no modelo M1, obteve-se a solução ótima para o problema em 1,03s, não sendo necessária a interrupção da otimização. As Tabelas 40 e 41 apresentam o cardápio gerado com o custo total de R\$ 66,04, valor R\$ 1,12 mais barato que o cardápio obtido no teste anterior. Todas as restrições de composição das refeições foram satisfeitas, assim como as restrições de repetibilidade dos preparos, tanto para dias diferentes quanto para um mesmo dia. Também é possível observar uma padronização na repetibilidade de alguns preparos. Por exemplo, o preparo arroz simples, por ser o preparo mais barato do tipo arroz, é ofertado em todas as segundas-feiras, possibilitando que seja repetido o máximo de vezes possível.

Tabela 40 – Semana 1 e semana 2 do cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

Semana 1					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Biscoito Sal Laranja Leite Caramelado	Leite Achocolatado Banana Bolo de Cenoura	Bolo de Banana Leite Caramelado Tangerina	Café com Leite Biscoito Sal Mamão	Leite Achocolatado Biscoito Doce Melancia
Almoço	Polenta à Bolonhesa Suco de Maracujá Arroz Simples Salada de Cenoura Feijão Batido Melancia Salada de Repolho com Tomate Peixe à Milanese	Arroz Simples Almôndegas ao Molho Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Abacaxi Salada de Almeirão Suco de Laranja Beterraba com Vagem	Bambá de Couve Arroz com Brócolis e Frango Laranja Feijão Simples Suco de limão Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde Quibe de Frango	Banana Suco de Caju Arroz com Lentilha Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Bife Suíno	Feijoada Light Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Salada de Cenoura Banana Caramelizada Quibe de Forno Quibebe Salada de Repolho com Tomate
Lanche da tarde	Bolo Nutritivo Suco de Uva Melão	Biscoito Doce Suco de Uva Mamão	Pão com Margarina Suco de Caju Abacaxi	Bolo Nutritivo Tangerina Suco de Laranja	Bolo de Cenoura Melão Suco de limão
Semana 2					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Pão com Margarina Laranja Leite Caramelado	Leite Achocolatado Banana Bolo Nutritivo	Biscoito Doce Leite Caramelado Tangerina	Café com Leite Bolo de Banana Tangerina	Leite Achocolatado Bolo Nutritivo Melancia
Almoço	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Uva Arroz Simples Melão Salada de Almeirão Beterraba com Vagem Frango Xadrez	Polenta à Bolonhesa Suco de Uva Arroz com Lentilha Feijão Simples Abacaxi Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde Frango Ensopado	Suco de Caju Arroz Simples Laranja Feijão Simples Quibebe Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Quibe de Carne	Polenta à Bolonhesa Arroz com Brócolis e Frango Mamão Salada de Cenoura Estrogonofe de Frango Feijão Batido Suco de Laranja Salada de Repolho com Tomate	Arroz com Brócolis e Frango Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão Suco de limão Beterraba com Vagem Bife Bovino com Cebola
Lanche da tarde	Bolo de Banana Suco de Maracujá Melancia	Biscoito Sal Mamão Suco de Laranja	Bolo de Cenoura Abacaxi Suco de limão	Pão com Margarina Banana Suco de Caju	Biscoito Sal Suco de Maracujá Melão

Tabela 41 – Semana 3 e semana 4 do cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

Semana 3					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Bolo de Cenoura Laranja Leite Caramelado	Café com Leite Pão com Margarina Banana	Biscoito Sal Leite Caramelado Tangerina	Leite Açocolatado Banana Bolo de Cenoura	Pão com Margarina Leite Açocolatado Melancia
Almoço	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Uva Arroz Simples Melão Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde Peixe à Milanese	Arroz com Lentilha Almôndegas ao Molho Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Abacaxi Suco de Laranja Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura	Suco de Caju Arroz Simples Salada de Cenoura Feijão Simples Quibebe Abacaxi Salada de Repolho com Tomate Quibe de Frango	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Caju Arroz com Brócolis e Frango Mamão Salada de Almeirão Beterraba com Vagem Bife Suíno	Polenta à Bolonhesa Arroz com Brócolis e Frango Feijão Batido Banana Caramelizada Quibe de Forno Suco de limão Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde
Lanche da tarde	Biscoito Doce Suco de Maracujá Melancia	Bolo de Banana Suco de Uva Mamão	Bolo Nutritivo Laranja Suco de limão	Biscoito Doce Tangerina Suco de Laranja	Bolo de Banana Suco de Maracujá Melão
Semana 4					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Café com Leite Biscoito Sal Laranja	Bolo de Cenoura Mamão Leite Caramelado	Pão com Margarina Leite Caramelado Abacaxi	Leite Açocolatado Banana Bolo Nutritivo	Leite Açocolatado Biscoito Doce Melancia
Almoço	Feijoada Light Suco de Maracujá Arroz Simples Quibebe Melão Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Frango Xadrez	Banana Polenta à Bolonhesa Suco de Uva Arroz com Lentilha Salada de Cenoura Feijão Simples Salada de Repolho com Tomate Frango Ensopado	Suco de Caju Arroz Simples Laranja Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Salada de Almeirão Beterraba com Vagem Quibe de Carne	Bambá de Couve Arroz com Brócolis e Frango Mamão Estrogonofe de Frango Feijão Simples Suco de Laranja Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde	Arroz com Brócolis e Frango Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Suco de limão Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Bife Bovino com Cebola
Lanche da tarde	Bolo Nutritivo Suco de Uva Melancia	Biscoito Doce Abacaxi Suco de Laranja	Bolo de Banana Tangerina Suco de limão	Biscoito Sal Suco de Caju Tangerina	Bolo de Cenoura Suco de Maracujá Melão

As Figuras 30, 31 e 32 apresentam, respectivamente, as quantidades de carboidratos, proteínas e lipídios para o cardápio gerado. Os limites mínimos de todos os nutrientes foram atendidos em todos os dias do cardápio, já os limites máximos foram extrapolados em pelo menos 1 dia.

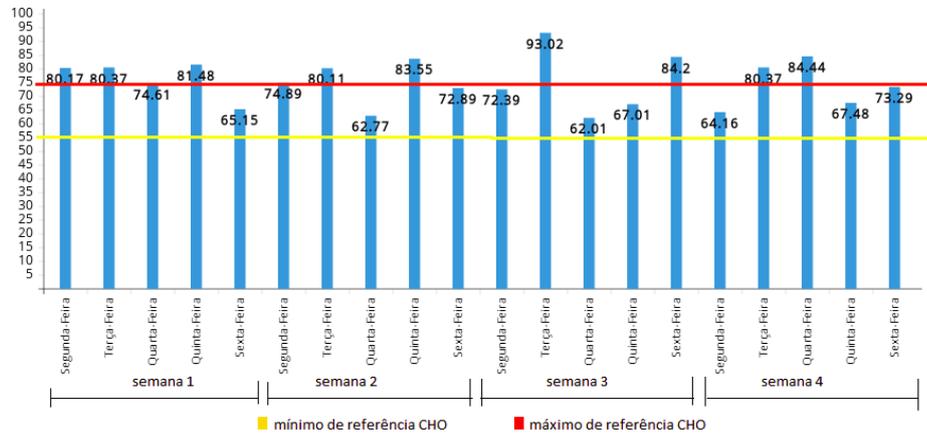


Figura 30 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

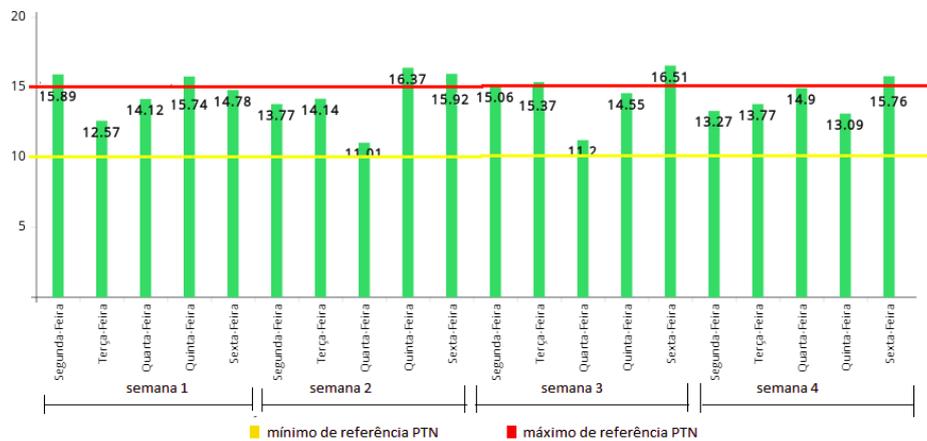


Figura 31 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

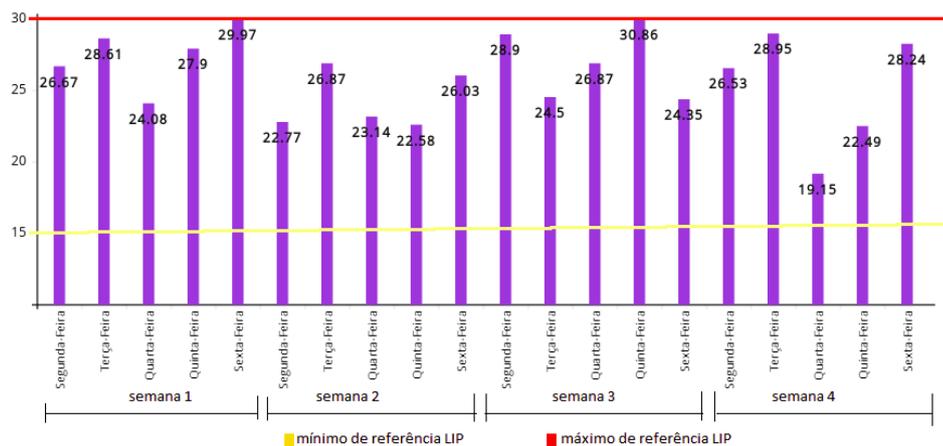


Figura 32 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M1, sem restrições de limites de nutrientes.

5.3.3 Teste 11 - Cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00

Esse teste foi executado utilizando o modelo M2, com o limite de custo de R\$ 67,00, ou seja, R\$ 0,16 mais barato que o custo total do cardápio gerado no Teste 9 (Subseção 5.3.1). A solução ótima foi obtida em 1146,69s, aproximadamente 20 minutos, não sendo necessária a interrupção da otimização. As Tabelas 42 e 43 apresentam o cardápio obtido, que possui o custo de R\$ 67,00.

Neste cardápio é possível observar que todas as restrições de composição das refeições foram atendidas, assim como as restrições de repetibilidade máxima de preparos. Nota-se que o preparo suco de limão é ofertado em toda segunda-feira, sendo este o preparo mais barato do tipo suco.

Tabela 42 – Semana 1 e Semana 2 do cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.

Semana 1					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Bolo Nutritivo Leite Caramelado Melão	Leite Açoçolado Biscoito Doce Banana	Pão com Margarina Leite Açoçolado Mamão	Café com Leite Bolo Nutritivo Laranja	Biscoito Doce Leite Caramelado Melão
Almoço	Suco de Uva Arroz Simples Estragonofe de Frango Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão com Tomate Salada de Repolho com Tomate	Bambá de Couve Suco de Caju Arroz com Brócolis e Frango Feijão Simples Melancia Salada de Almeirão Beterraba com Cenoura Frango Xadrez	Banana Feijoada Light Suco de Uva Arroz Simples Salada de Cenoura Quiabe Salada de Acelga com Agrião Quibe de Frango	Polenta à Bolonhesa Suco de Caju Arroz com Brócolis e Frango Feijão Simples Melancia Salada de Almeirão com Agrião Beterraba com Cheiro Verde Frango Ensopado	Suco de Maracujá Arroz com Lentilha Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Abacaxi Salada de Almeirão com Tomate Salada de Repolho com Tomate Bife Suino
Lanche da tarde	Biscoito Sal Tangerina Suco de limão	Bolo de Cenoura Mamão Suco de Laranja	Bolo de Banana Laranja Suco de limão	Biscoito Sal Abacaxi Suco de Laranja	Bolo de Cenoura Suco de Maracujá Tangerina
Semana 2					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Bolo de Banana Leite Caramelado Pêra	Leite Açoçolado Banana Bolo Nutritivo	Café com Leite Biscoito Doce Banana	Pão com Margarina Leite Açoçolado Abacaxi	Bolo Nutritivo Mamão Leite Caramelado
Almoço	Torta Colorida de Frango, Tomate e Vagem Suco de Uva Arroz Simples Feijão Batido Banana Caramelizada Salada de Almeirão Beterraba com Cenoura Bife Bovino com Cebola	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Caju Arroz com Lentilha Mamão Salada de Cenoura Quibe de Forno Salada de Acelga com Agrião	Polenta à Bolonhesa Arroz com Brócolis e Frango Laranja Feijão Simples Carne moída com Quiabo Suco de limão Salada de Almeirão com Agrião Beterraba com Vagem	Suco de Caju Arroz Simples Feijão Simples Melancia Quiabe Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde Peixe à Milanesa	Bambá de Couve Feijoada Light Arroz com Brócolis e Frango Pêra Suco de Laranja Beterraba com Cenoura Salada de Repolho com Tomate Quibe de Carne
Lanche da tarde	Pão com Margarina Tangerina Suco de limão	Biscoito Sal Melão Suco de Laranja	Bolo de Cenoura Suco de Uva Melancia	Café com Leite Bolo de Banana Laranja	Biscoito Sal Suco de Maracujá Abacaxi

Tabela 43 – Semana 3 e Semana 4 do cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.

Semana 3					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Biscoito Doce Leite Caramelado Melão	Leite Acheolatlado Banana Bolo de Banana	Café com Leite Bolo Nutritivo Tangerina	Leite Acheolatlado Bolo de Cenoura Abacaxi	Pão com Margarina Banana Leite Caramelado
Almoço	Arroz Colorido com Carne Moída Salada de Cenoura Estragonofe de Frango Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Suco de limão Salada de Acelga com Agrião	Torta Colorida de Frango, Tomate e Vagem Suco de Maracujá Arroz Simples Mamão Feijão Batido Salada de Almeirão Salada de Couve Frango Xadrez Pão com Margarina Suco de Caju Melão	Polenta à Bolonhesa Suco de Uva Arroz Colorido com Carne Moída Laranja Carne moída com Batatas Feijão Simples Salada de Almeirão com Tomate Beterraba com Cheiro Verde	Suco de Caju Arroz Simples Laranja Feijão Simples Macarrão ao Molho de Frango Salada de Agrião Salada de Almeirão com Agrião Frango Ensopado	Feijoada Light Suco de Maracujá Arroz com Lentilha Quibebe Abacaxi Cenoura e Chuchu Beterraba com Cenoura Bife Suíno
Lanche da tarde	Bolo de Cenoura Suco de Uva Tangerina		Biscoito Sal Melancia Suco de limão	Biscoito Doce Melancia Suco de Laranja	Bolo de Banana Mamão Suco de Laranja
Semana 4					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Bolo Nutritivo Leite Caramelado Tangerina	Café com Leite Bolo de Cenoura Melão	Café com Leite Pão com Margarina Laranja	Leite Acheolatlado Biscoito Sal Melancia	Banana Bolo de Cenoura Leite Caramelado
Almoço	Bambá de Couve Feijoada Light Arroz com Brócolis e Frango Salada de Cenoura Melão Salada de Almeirão Suco de limão Quibe de Frango	Polenta à Bolonhesa Suco de Maracujá Arroz com Lentilha Mamão Feijão Batido Beterraba com Vagem Salada de Repolho com Tomate Bife Bovino com Cebola	Torta Colorida de Frango, Tomate e Vagem Suco de Uva Arroz Simples Feijão Batido Banana Caramelizada Quibe de Forno Salada de Almeirão com Tomate Salada de Almeirão com Agrião	Suco de Caju Arroz Simples Laranja Feijão Simples Quibebe Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Peixe à Milanesa	Bambá de Couve Arroz com Brócolis e Frango Mamão Salada de Cenoura Feijão Simples Salada de Almeirão Suco de limão Quibe de Carne
Lanche da tarde	Biscoito Sal Suco de Uva Pêra	Biscoito Doce Banana Suco de Caju	Leite Acheolatlado Bolo de Banana Melancia	Bolo Nutritivo Abacaxi Suco de Laranja	Biscoito Doce Abacaxi Suco de Laranja

As Figuras 33, 34 e 35 apresenta, respectivamente, as quantidades diárias de carboidratos, proteínas e lipídios para o cardápio gerado. Nota-se que os limites mínimos e máximos dos nutrientes foram respeitados em todos os dias do cardápio.

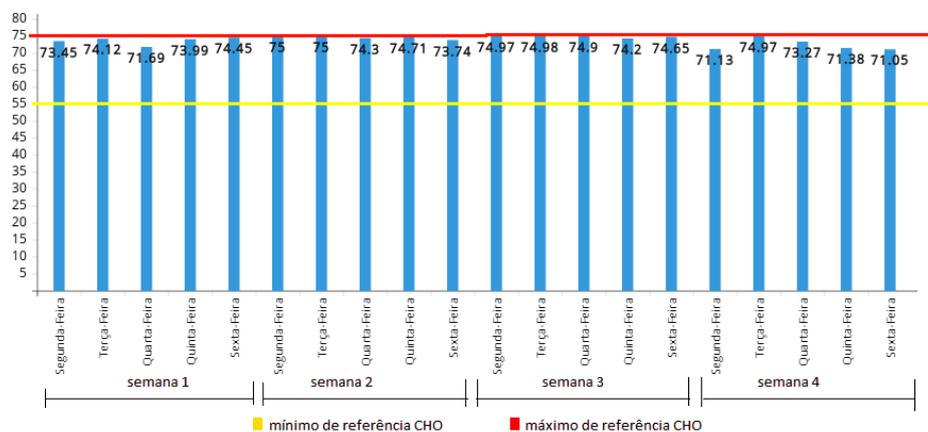


Figura 33 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.

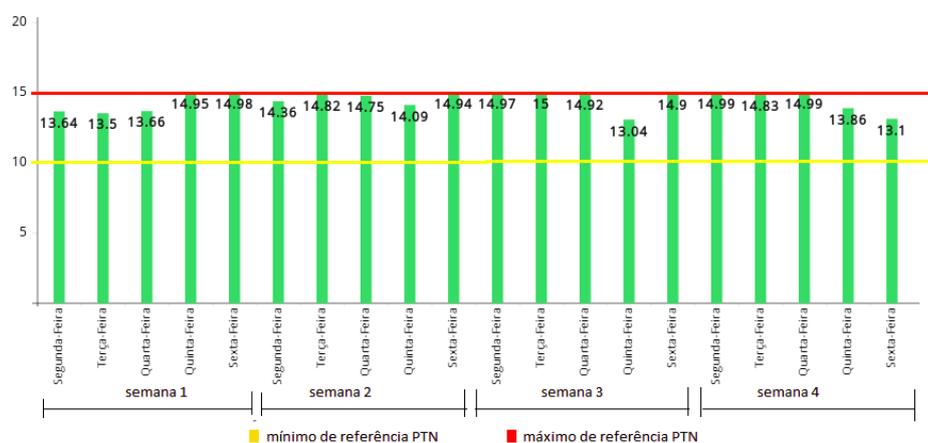


Figura 34 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.

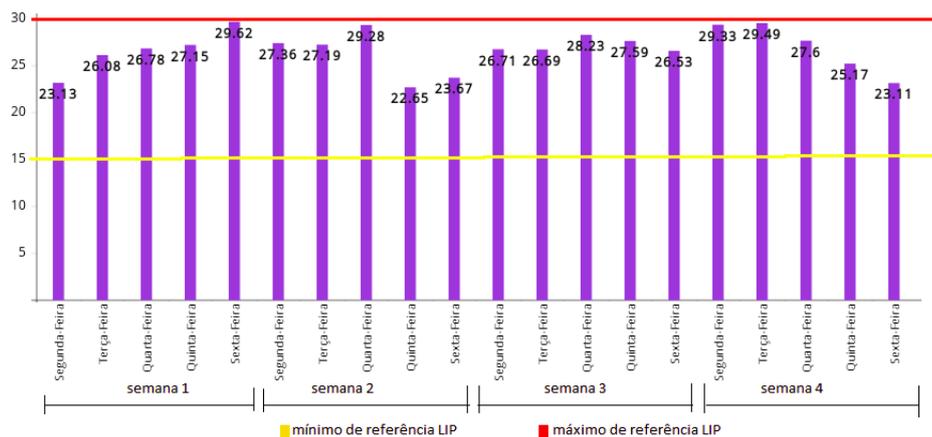


Figura 35 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 67,00.

5.3.4 Teste 12 - Cardápio de 20 dias gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00

A otimização para elaboração de um cardápio de 20 dias, utilizando o modelo M2 (Subseção 4.2.5), teve duração de 13,37s e a solução ótima foi encontrada. As Tabelas 44 e 45 mostram, respectivamente, as semanas 1 e 2, 3 e 4 do cardápio gerado a partir da solução ótima do teste descrito. O custo total do cardápio foi de R\$ 84,97, valor inferior ao custo máximo pré-estabelecido (R\$ 100,00), como requisitado.

Neste cardápio nota-se um padrão de repetição dos preparos bolos nutritivos e bolo de banana, que é ofertado a cada 3 dias do cardápio. Essas repetições podem ser indesejadas pelo nutricionista, que tem a possibilidade de mudar a janela e quantidade máxima de repetições para esses preparos.

Tabela 44 – Semana 1 e semana 2 do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.

Semana 1					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Bolo Nutritivo Laranja Leite Caramelado	Biscoito Sal Maçã Leite Caramelado	Leite Achromatado Biscoito Doce Melão	Café com Leite Bolo Nutritivo Abacaxi	Café com Leite Bolo de Banana Abacaxi
Almoço	Suco de Acerola Arroz Colorido com Carne Moída Salada de Alface com Tomate Salada de Cenoura Estrogonofe de Frango Feijão Simples Quiabe Tangerina	Feijoada Light Suco de Caju Arroz Simples Almôndegas ao Molho Cuscuz com Sardinha Banana Caramelizada Salada de Alface Salada de Couve	Banana Bambá de Couve Feijão Tropeiro Suco de Uva Arroz Simples Salada de Almeirão Salada de Agrião Bife Suíno	Suco de Abacaxi Arroz com Ovos Mexidos Feijão Simples Salada de Acelga e Cenoura Quiabe Caqui Salada de Tomate, Ervilha e Couve	Banana Suco de Acerola Arroz Colorido com Carne Moída Cuscuz com Sardinha Feijão Batido Salada de Acelga com Agrião Salada de Alface com Agrião Quiabe de Carne
Lanche da tarde	Pão com Margarina Suco de Uva Melancia	Bolo de Banana Suco de Caju Melão	Bolo de Cenoura Suco de Maracujá Mamão	Quiabe de Frango Pão com Margarina Melancia Suco de Graviola	Biscoito Sal Maçã Vitamina de Frutas
Semana 2					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Bolo de Cenoura Leite Caramelado Tangerina	Leite Achromatado Bolo Nutritivo Tangerina	Leite Achromatado Biscoito Sal Melão	Café com Leite Pão com Molho de Carne Abacaxi	Pão com Margarina Banana Leite Caramelado
Almoço	Polenta à Jardineira Suco de Abacaxi Arroz com Brócolis e Frango Feijão Simples Salada de Alface Carne moída com Quiabo Pera Beterraba com Cheiro Verde	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Caju Arroz Colorido com Carne Moída Salada de Alface com Tomate Mamão Salada de Agrião Bife Bovino com Cebola	Feijoada Light Torta Colorida de Frango, Tomate e Vagem Suco de Uva Arroz Simples Salada de Cenoura Caqui Cenoura e Chuchu Frango Ensopado	Suco de Abacaxi Arroz Simples Feijão Simples Melancia Quiabe Salada de Almeirão Beterraba com Cenoura Frango Xadrez	Polenta à Jardineira Arroz Colorido com Carne Moída Feijão Batido Quiabe de Forno Melão Suco de Graviola Beterraba com Cheiro Verde Salada de Repolho com Tomate
Lanche da tarde	Biscoito Doce Suco de Acerola Laranja	Pão com Margarina Pera Suco de Laranja	Bolo de Banana Suco de Uva Mamão	Maçã Bolo de Cenoura Suco de Maracujá	Biscoito Doce Suco de Manga Abacaxi

Tabela 45 – Semana 3 e semana 4 do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.

Semana 3					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Café com Leite Biscoito Sal Laranja	Leite Acheolotado Bolo de Banana Laranja	Leite Acheolotado Biscoito Doce Melancia	Café com Leite Bolo Nutritivo Tangerina	Vitamina de Frutas Bolo de Cenoura Abacaxi
Almoço	Maçã Suco de Maracujá Arroz com Brócolis e Frango Carne moída com Batatas Cuscuz com Sardinha Feijão Simples Salada de Agrião Salada de Almeirão com Agrião	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Abacaxi Arroz com Ovos Mexidos Estrogonofe de Frango Salada de Alface Pera Salada de Tomate com Vagem	Polenta à Bolonhesa Feijoada Light Suco de Acerola Arroz Colorido com Carne Moída Salada de Cenoura Almôndegas ao Molho Melão Salada de Almeirão com Tomate	Suco de Abacaxi Arroz com Ovos Mexidos Feijão Batido Macarrão ao Molho de Frango Banana Caramelizada Salada de Almeirão Salada de Repolho com Tomate Bife Suíno	Arroz Simples Feijão Simples Quiubebe Melão Suco de Graviola Salada de Alface com Agrião Beterraba com Cheiro Verde Quibe de Carne
Lanche da tarde	Bolo Nutritivo Suco de Manga Caqui	Bolo de Cenoura Suco de Acerola Mamão	Pão com Margarina Suco de Uva Caqui	Biscoito Sal Suco de Caju Abacaxi	Maçã Bolo de Banana Suco de Uva
Semana 4					
Refeição	Segunda-Feira	Terça-Feira	Quarta-Feira	Quinta-Feira	Sexta-Feira
Café da Manhã	Biscoito Doce Mamão Leite Caramelado	Biscoito Sal Leite Caramelado Pera	Café com Leite Bolo de Banana Melancia	Leite Acheolotado Biscoito Doce Pera	Café com Leite Pão com Margarina Laranja
Almoço	Polenta à Bolonhesa Arroz Simples Feijão Simples Carne moída com Quiabo Caqui Suco de Graviola Salada de Couve Salada de Tomate com Ervilha	Suco de Abacaxi Arroz com Lentilha Salada de Alface com Tomate Cuscuz com Sardinha Feijão Batido Melancia Salada de Alface Quibe de Frango	Feijoada Light Suco de Caju Arroz Colorido com Carne Moída Quiubebe Caqui Salada de Acelga com Agrião Beterraba com Cenoura Bife Bovino com Cebola	Bambá de Couve Feijoada Light Suco de Acerola Arroz com Ovos Mexidos Salada de Acelga e Cenoura Abacaxi Salada de Agrião Frango Xadrez	Polenta à Jardineira Suco de Acerola Arroz Simples Almeirão Refogado Feijão Simples Banana Caramelizada Salada de Tomate com Ervilha Frango Ensopado
Lanche da tarde	Banana Suco de Maracujá Pão com Ovos Mexidos	Pão com Margarina Maçã Suco de Maracujá	Bolo Nutritivo Suco de Uva Mamão	Bolo de Cenoura Suco de Caju Laranja	Biscoito Sal Banana Suco de Graviola

As Figuras 36, 37 e 38 exibem, respectivamente, as quantidades de carboidratos, proteínas e lipídeos em todos os dias do cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2. Observa-se que as quantidades de nutrientes estão adequadas aos limites estabelecidos.

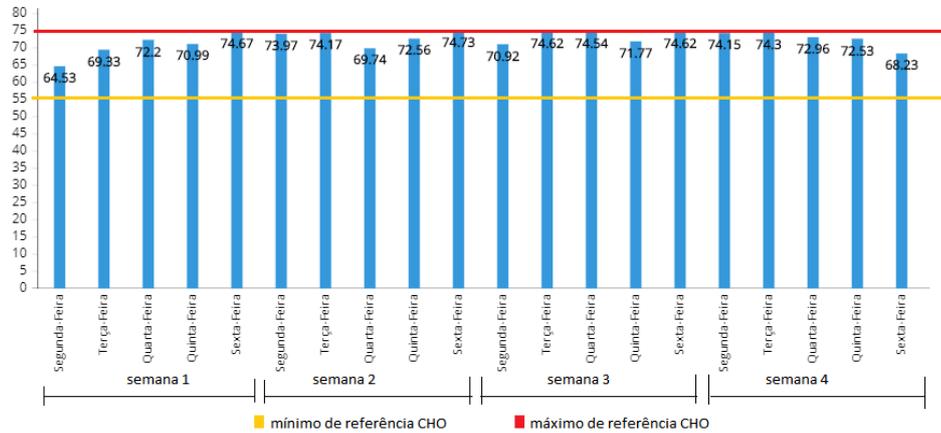


Figura 36 – Quantidade de carboidratos para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.

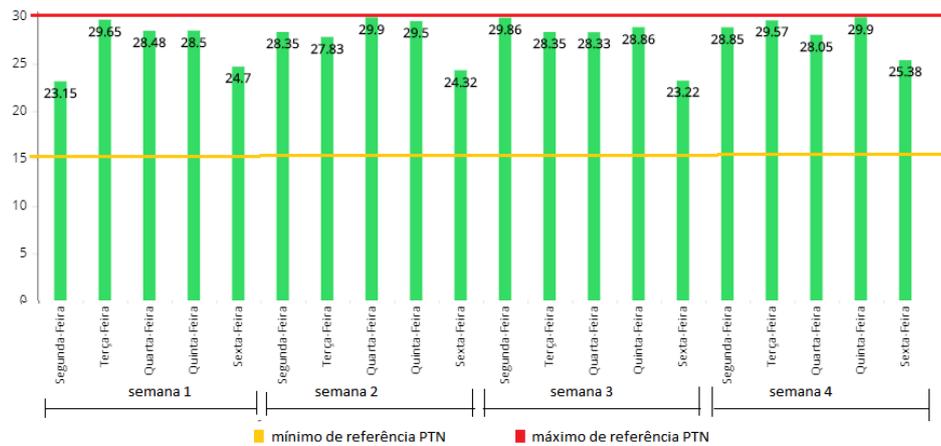


Figura 37 – Quantidades de proteínas para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.

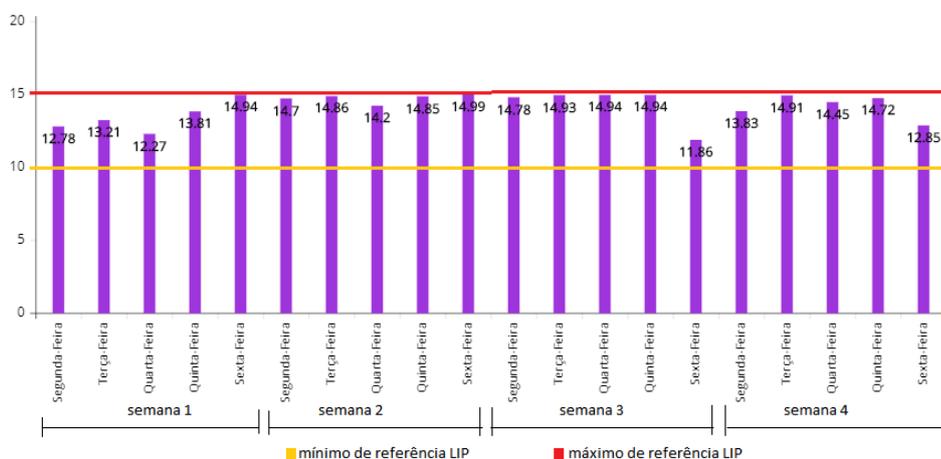


Figura 38 – Quantidades de lipídios para o cardápio de 20 dias, gerado utilizando o modelo M2, com limite de custo de R\$ 100,00.

5.3.5 Discussão dos resultados

A Tabela 46 apresenta um resumo dos testes realizados, indicando o número de dias do cardápio proposto, modelo utilizado, tempo total da otimização, *gap* encontrado, limite de custo estabelecido ao se utilizar o modelo M2, custo total e médio do cardápio gerado e se todos os limites de nutrientes foram atendidos em todos os dias do cardápio.

Tabela 46 – Resumo dos testes realizados.

Teste	Número de dias	Modelo	Tempo (s)	Gap (%)	Limite de custo R\$	Custo total R\$	Custo médio diário R\$	Todos os limites de nutrientes atendidos
1	6	M1	3600	0.04	-	20,97	3,49	sim
2	6	M1	0.15	0.0	-	20,86	3,47	não
3	6	M2	45.38	0.0	20,94	20,93	3,48	não
4	6	M2	0.3	0.0	30,00	25,82	4,30	sim
5	10	M1	3600	0.07	-	32,90	3,29	sim
6	10	M1	0.14	0.0	-	32,84	3,28	não
7	10	M2	172.88	0.0	32,85	32,84	3,28	não
8	10	M2	0.94	0.0	50,00	43,57	4,36	sim
9	20	M1	3600	1.5	-	67,16	3,36	sim
10	20	M1	1.03	0.0	-	66,04	3,30	não
11	20	M2	1146.69	0.0	67,00	67,00	3,35	sim
12	20	M2	13.37	0.0	100,00	84,97	8,50	sim

A Figura 39 mostra as quantidades de carboidratos em todos os dias do cardápio de 6 dias, gerados nos testes 1 (Subseção 5.1.1) e 4 (Subseção 5.1.4). Ao comparar o custo do cardápio gerado pelo teste 1 (R\$ 20,97) com o custo do cardápio gerado pelo teste 4 (R\$ 25,82), nota-se que apesar do custo encontrado no teste 1 ser aproximadamente 19% mais

barato que custo encontrado no teste 4, em todos os dias do cardápio, a quantidade de carboidratos no teste 1 foi superior a quantidade de carboidratos no teste 4. Isso mostra que a possibilidade de preparos mais nutritivos e com uma menor quantidade de carboidratos serem economicamente mais caros.

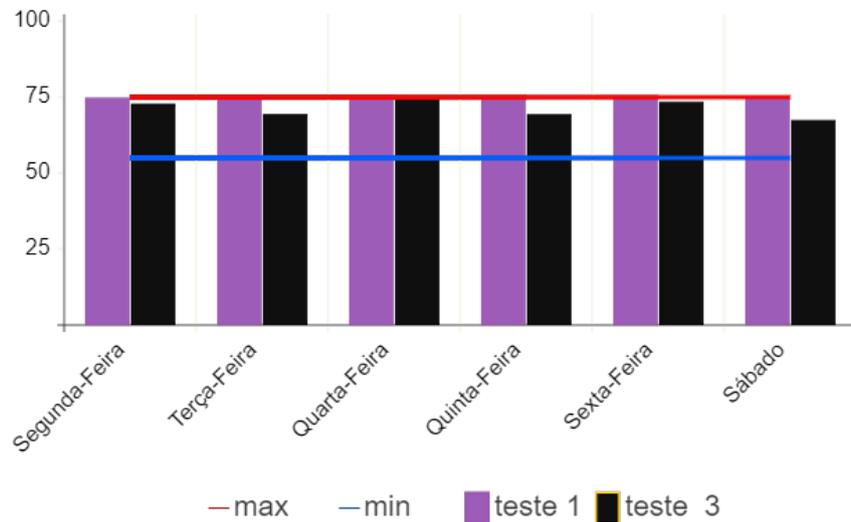


Figura 39 – Quantidades de carboidratos para o cardápio de 6 dias, obtidas a partir dos testes 1 e 3.

Realizando os testes para os cardápios de 10 dias, nota-se que ao utilizar o modelo M1 no teste 5 (Subseção 5.2.1), aparece um padrão de repetição de preparos no cardápio, enquanto que no teste 8 (Subseção 5.2.4) que utiliza o modelo M2, esse padrão não aparece. Isso é devido ao fato do modelo M1 objetivar a minimização do custo, e sempre que for possível, um preparo de custo mais barato será utilizado no cardápio. Padrões de repetição também ocorreram no teste 8, ao se utilizar o modelo M2. Isso pode ter ocorrido para que o limite total de custo do cardápio não fosse extrapolado, ou também pode ter ocorrido de preparos muito nutritivos serem utilizados sempre que possível, para reduzir o erro nutricional do cardápio.

Apesar dos testes 9 (Subseção 5.3.1) e 12 (Subseção 5.3.4) realizados para cardápios de 20 dias utilizarem os mesmos parâmetros e janelas de repetição dos testes 5 (Subseção 5.2.1) e 8 (Subseção 5.2.4), os 10 primeiros dias do cardápio de 20 dias não é uma repetição de um cardápio de 10 dias. Devido as janelas de repetições de preparos serem diferentes entre si, não há a ocorrência da criação de um conjunto de dias, que possa ser repetido diversas vezes em um mesmo cardápio. Por exemplo, ao utilizar o modelo M1, se todos os preparos tivessem a janela de repetição igual a cinco dias, o cardápio teria um padrão de repetição a cada cinco dias, ou seja, o dia 1 seria igual ao dia 6, o dia 2 seria igual ao dia 7, e assim sucessivamente.

Para todos os testes utilizando o modelo M1, os requisitos nutricionais foram atendidos quando as restrições de limites mínimos e máximos foram utilizadas. Ao otimizar cardápios usando o modelo M2, as restrições de limites nutricionais foram atendidas ao se utilizar limites de custos consideravelmente mais altos que os custos totais de cardápios gerados pelo modelo M1. Por exemplo, o teste 5 (Subseção 5.2.1) gerou um cardápio com o custo de R\$ 32,90, utilizando o modelo M1. Ao utilizar o modelo M2 no teste 7 (Subseção 5.2.3), com o limite de custo de R\$ 32,85, as quantidades diárias de nutrientes ofertadas no cardápio não se enquadravam nos limites especificados. Ao utilizar o modelo M2 com o limite de custo de R\$ 50,00, os requisitos nutricionais foram completamente atendidos e o tempo de otimização foi aproximadamente 184 vezes menor que o tempo gasto no teste 7, como pode ser observado no teste 8 (Subseção 5.2.4).

Os testes 2 (Subseção 5.1.2), 6 (Subseção 5.2.2) e 10 (Subseção 5.3.2) mostram que ao remover as restrições de limites nutricionais do modelo M1, o tempo de otimização foi menor que 2 segundos para os cardápios de 6, 10 e 20 dias. Isso evidencia que essas restrições tornam o processo de otimização mais custoso.

A proposta de otimização oriunda do modelo M1 trata de forma paliativa a sazonalidade dos alimentos da região de funcionamento da UAN em que será utilizada. Isso porque os alimentos mais abundantes em uma determinada época do ano tendem a ficar mais baratos e, conseqüentemente, esses alimentos poderiam ser usados na composição dos cardápios, já que o objetivo da otimização é a minimização dos custos.

Os resultados apresentados nos testes mostram que é possível realizar o planejamento automático de cardápios coerentes, variados, coloridos, nutritivos e adequados, de forma automatizada e de acordo com as especificações do nutricionista, considerando diferentes tipos de UANs.

Capítulo 6

Conclusão

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de dois modelos matemáticos que podem ser utilizados por nutricionistas para elaboração de cardápios de uma unidade de alimentação e nutrição, de forma prática e efetiva. Os modelos são capazes de atender restrições quanto a adequação de composição das refeições, texturas, cores e nutrientes, em conformidade com os pré-requisitos de uma UAN e dos comensais que usufruem de seus serviços. Os modelos permitem que o nutricionista tenha bastante flexibilidade ao definir os requisitos que um cardápio deve possuir, como por exemplo, a quantidade de dias, de refeições a serem servidas e repetibilidade máxima de preparos.

O modelo matemático M1 (Subseção 4.2.4) tem o objetivo de minimizar o custo total de um cardápio em uma UAN. A formulação possui premissas de assegurar aos consumidores o cumprimento de uma oferta de nutrientes. Já o modelo M2 (Subseção 4.2.5) visa a redução do erro nutricional de um cardápio em uma UAN, sujeito a um orçamento pré-estabelecido. O modelo M2 tem as mesmas restrições do modelo M1 quanto à não repetibilidade de preparos, texturas e cores. Além disso, possui uma restrição que assegura que o limite de custo total do cardápio não seja ultrapassado. No modelo M2 há uma modificação nas restrições de limites mínimos e máximos dos nutrientes, permitindo que os limites não sejam atendidos ou sejam ultrapassados, enquanto o objetivo do problema é reduzir ao máximo essas ocorrências.

Os testes realizados após a implementação dos modelos foram baseados e adaptados de acordo com as premissas do PNAE para uma pré-escola, que oferece alimentação coletiva para crianças de 4 e 5 anos. Os resultados computacionais obtidos foram satisfatórios e apresentaram cardápios coerentes, com duração de até 20 dias.

Para viabilizar o uso do modelo M1 as otimizações realizadas nos testes foram interrompidas após uma hora de execução. Apesar dos resultados encontrados utilizando o modelo M1 serem satisfatórios, estudos podem ser desenvolvidos visando o aperfeiçoamento do modelo

matemático, com o objetivo de que as otimizações não necessitem ser interrompidas para que soluções sejam disponibilizadas em um tempo aceitável. Em nenhum dos testes realizados utilizando o modelo M2 foi necessária a interrupção da otimização, já que as soluções ótimas dos problemas foram encontradas em um tempo hábil de execução.

6.1 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros, podem ser relevantes e significativos os desenvolvimentos dos seguintes aspectos:

- Realizar testes e estender os estudos para uma maior base de dados e para diferentes unidades de alimentação e nutrição.
- Considerar o elemento principal de um preparo, para evitar que um mesmo alimento esteja presente em vários preparos de uma mesma refeição. Este trabalho não trata esse nível de detalhe e, em determinados testes, nota-se por exemplo, que no almoço são servidas juntas uma salada de beterraba com vagem e salada de beterraba com cheiro verde.
- Considerar o modo de cozimento do preparo. Por diversas razões, pode-se desejar que uma quantidade de preparos cozidos, fritos, assados e crus componham uma refeição.
- Propor uma restrição que trate a incidência mínima de preparos. Utilizando a formulação 1, é possível que alguns preparos, por terem o custo mais elevados, nunca sejam ofertados em uma refeição. Porém, por uma necessidade da UAN, pode ocorrer a obrigatoriedade de servir alguns desses preparos.
- Considerar uma quantidade mínima de cores e texturas que devem compor uma mesma refeição.
- Estudar a possibilidade de utilizar os modelos não só para unidades em que são realizadas alimentações coletivas, como também para gerar cardápios personalizados para atender dietas determinadas por nutricionistas.

Referências

- AKUTSU, R. d. C. et al. A ficha técnica de preparação como instrumento de qualidade na produção de refeições. **Revista de Nutrição**, scielo, v. 18, p. 277 – 279, 04 2005. ISSN 1415-5273. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1415-52732005000200012&nrm=iso>. Citado na página 2.
- AKUTSU, R. d. C. et al. Adequação das boas práticas de fabricação em serviços de alimentação. **Revista de Nutrição**, scielo, v. 18, p. 419 – 427, 06 2005. ISSN 1415-5273. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1415-52732005000300013&nrm=iso>. Citado na página 9.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa operacional: para cursos de engenharia**. 2. ed. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.
- BALINTFY, J. L. Menu planning by computer. **Communications of the ACM**, ACM, v. 7, n. 4, p. 255–259, 1964. Citado 3 vezes nas páginas 2, 5 e 7.
- BAS, E. A robust optimization approach to diet problem with overall glycemic load as objective function. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier, v. 38, n. 19-20, p. 4926–4940, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 7.
- BÁSICA, B. D. de A. **Política nacional de alimentação e nutrição**. [S.l.: s.n.], 2003. Citado na página 1.
- BIXBY, E. R. et al. Mip: Theory and practice—closing the gap. In: SPRINGER. **IFIP Conference on System Modeling and Optimization**. [S.l.], 1999. p. 19–49. Citado na página 15.
- BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado, 1988. Citado na página 1.
- BRASIL. **Desmistificando dúvidas sobre alimentação e nutrição: material de apoio para profissionais de saúde**. [S.l.]: Ministério da Saúde Brasília, DF, 2016. Citado na página 1.
- BRASIL. **Caderno de Legislação PNAE**. [S.l.]: Fundo Nacional para o Desenvolvimento da Educação, 2017. 49 p. Citado na página 33.
- CARVALHO, P. G. de et al. Hortaliças como alimentos funcionais. **Embrapa Hortaliças-Artigo em periódico indexado (ALICE)**, SciELO Brasil, 2006. Citado na página 11.
- COLLAÇO, J. H. L. Um olhar antropológico sobre o hábito de comer fora. **Campos-Revista de Antropologia**, v. 4, 2003. Citado na página 1.
- DUTRA, E. S. et al. **Módulo 16: Cardápios Saudáveis**. Brasília: Universidade de Brasília: Ministério da Educação, 2009. 132 p. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 12.
- GAÁL, B.; VASSÁNYI, I.; KOZMANN, G. A novel artificial intelligence method for weekly dietary menu planning. **Methods of Information in Medicine**, Schattauer GmbH, v. 44, n. 05, p. 655–664, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 7.

GINANI, V. C. Avaliação da qualidade nutricional, sensorial e cultural de cardápios populares. 2011. Citado na página 2.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. [S.l.]: Elsevier, 2005. Citado na página 3.

GUROBI OPTIMIZATION. **Mixed-Integer Programming (MIP) - A Primer on the Basics**. 2018. Disponível em: <<http://www.gurobi.com/resources/getting-started/mip-basics>>. Acesso em: 25-06-2018. Citado na página 15.

KOVACIC, K. J. **Using common-sense knowledge for computer menu planning**. Tese (Doutorado) — Case Western Reserve University, 1995. Citado na página 5.

LANCASTER, L. M. The history of the application of mathematical programming to menu planning. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 57, n. 3, p. 339–347, 1992. Citado na página 5.

LANDABURE, P. Pedro escudero: his thoughts, his doctrine and his works. **Prensa medica argentina**, v. 55, n. 41, p. 1983–1989, 1968. Citado na página 10.

LAWLER, E. L. **Combinatorial optimization: networks and matroids**. [S.l.]: Courier Corporation, 2001. Citado na página 14.

MARLING, C. R. **Integrating case-based and rule-based reasoning in knowledge-based systems development**. [S.l.]: Case Western Reserve University, 1996. Citado na página 5.

MONNEUSE, M.; BELLISLE, F.; KOPPERT, G. Eating habits, food and health related attitudes and beliefs reported by french students. **European journal of clinical nutrition**, Nature Publishing Group, v. 51, n. 1, p. 46, 1997. Citado na página 2.

MONTEIRO, M. A. M. Importância da ergonomia na saúde dos funcionários de unidades de alimentação e nutrição. **Revista Baiana de Saúde Pública**, v. 33, n. 3, p. 416, 2012. Citado na página 9.

MOREIRA, R. P. C.; MARTINS, F.; WANNER, E. Algoritmo genético para elaboração de cardápios nutricionais para alimentação escolar. In: **Anais do 12º Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional**. [S.l.: s.n.], 2015. Citado 3 vezes nas páginas 3, 6 e 7.

NEPA. **Núcleo de Estudos e Pesquisas em Alimentação. Tabela Brasileira de Composição de Alimentos**. 2011. Disponível em: <<http://www.nepa.unicamp.br/taco/tabela.php?ativo=tabelas>>. Acesso em: 17-05-2018. Citado na página 34.

NUTRICIONISTAS, C. F. D. Resolução cfn n 380/2005. **Dispõe sobre a definição das áreas de atuação do**, 2005. Citado na página 2.

NUTRICIONISTAS, C. F. de. Resolução cfn nº 465/2010. **Dispõe sobre as atribuições do nutricionista, estabelece parâmetros numéricos mínimos de referência no âmbito do Programa de Alimentação Escolar e dá outras providências**. Diário Oficial da União, v. 25, 2010. Citado na página 10.

ORGANIZATION, W. H. **Diet, nutrition, and the prevention of chronic diseases: report of a joint WHO/FAO expert consultation**. [S.l.]: World Health Organization, 2003. v. 916. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.

PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. **Combinatorial optimization: algorithms and complexity**. [S.l.]: Courier Corporation, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.

PETOT, G. J.; MARLING, C.; STERLING, L. An artificial intelligence system for computer-assisted menu planning. **Journal of the American Dietetic Association**, Elsevier, v. 98, n. 9, p. 1009–1014, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 7.

PINHEIRO, D.; PORTO, K.; MENEZES, M. A química dos alimentos: carboidratos, lipídeos, proteínas, vitaminas e minerais. **Maceió: Edufal**, 2005. Citado na página 12.

PREMAOR, M. O.; BRONDANI, J. E. Nutrição e saúde óssea: a importância do cálcio, fósforo, magnésio e proteínas. **Revista da AMRIGS**, v. 60, n. 3, p. 253–263, 2016. Citado na página 11.

RESOLUÇÃO, C. N. 380/2005. **Dispõe sobre a definição das áreas de atuação do nutricionista e suas atribuições, estabelece parâmetros numéricos de referência, por área de atuação, e dá outras providências. Disponível em:** < <http://www.cfn.org.br/novosite/pdf/res/2005/res380.pdf> > Acesso em, v. 10, 2011. Citado na página 9.

SANTOS, V. E. P. et al. O estado nutricional e comportamento alimentar de um grupo de mulheres na estratégia de saúde da família. **Revista de Enfermagem da UFSM**, v. 2, n. 2, p. 394–400, 2012. Citado na página 1.

SARTORELLI, D. S.; FRANCO, L. J. Tendências do diabetes mellitus no brasil: o papel da transição nutricional. **Cad Saúde Pública**, SciELO Public Health, v. 19, n. 1, p. 29–36, 2003. Citado na página 2.

SAÚDE, M. da. **Manual clínico de alimentação e nutrição na assistência a adultos infectados pelo HIV**. [S.l.]: Ministério da Saúde Brasília, 2006. Citado na página 11.

SELJAK, B. K. Computer-based dietary menu planning. **Journal of food composition and analysis**, Elsevier, v. 22, n. 5, p. 414–420, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 7.

SENA, K. C. M. de; PEDROSA, L. d. F. C. Efeitos da suplementação com zinco: crescimento, sistema imunológico e diabetes. **Medicina**, v. 8, p. 08, 2008. Citado na página 12.

STIGLER, G. J. The cost of subsistence. **Journal of farm economics**, JSTOR, v. 27, n. 2, p. 303–314, 1945. Citado na página 2.

STREIFFERT, D.; PHILBRICK, R.; OTT, A. A mixed integer programming solution for market clearing and reliability analysis. In: IEEE. **Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE**. [S.l.], 2005. p. 2724–2731. Citado na página 15.

SUFAHANI, S. F.; ISMAIL, Z. Planning a nutritious and healthy menu for malaysian school children aged 13-18 using "delete-reshuffle algorithm" in binary integer programming. **Journal of Applied Sciences**, Asian Network for Scientific Information (ANSINET), v. 15, n. 10, p. 1239, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 7.

VEIROS, M. B. et al. Análise das condições de trabalho do nutricionista na atuação como promotor de saúde em uma unidade de alimentação e nutrição: um estudo de caso. Florianópolis, SC, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 10.

ZANCUL, M. S. Fortificação de alimentos com ferro e vitamina a. **Medicina (Ribeirão Preto. Online)**, v. 37, n. 1/2, p. 45–50, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 12.

Apêndices

APÊNDICE A – Dados utilizados para testes

A Tabela abaixo apresenta os dados, ordenados alfabeticamente pelos nomes dos preparos, utilizados para as realizações dos testes descritos no capítulo 5.

Tabela 47 – Dados utilizados nos testes ordenados pelos nomes dos preparos.

Nome do Preparo	Custo (R\$)	Textura	Cor	Tipo
Abacaxi	0,09	Sólida	Amarelo	Fruta
Almeirão Refogado	0,08	Sólida	Verde	Entrada
Almôndegas ao Molho	0,36	Líquida/Pastosa	Vermelho	Prato Principal
Arroz à Grega com Frango	0,56	Sólida	Amarelo	Arroz
Arroz Colorido com Carne Moída	0,42	Sólida	Amarelo	Arroz
Arroz com Banana e Carne	0,54	Sólida	Amarelo	Arroz
Arroz com Brócolis e Frango	0,40	Sólida	Amarelo	Arroz
Arroz com Lentilha	0,40	Sólida	Amarelo	Arroz
Arroz com Ovos Mexidos	0,50	Sólida	Amarelo	Arroz
Arroz com Taioba e Frango	0,43	Sólida	Vermelho	Arroz
Arroz Doce com Coco	1,22	Líquida/Pastosa	Amarelo	Fruta
Arroz Simples	0,10	Sólida	Amarelo	Arroz
Arroz Verde e Amarelo	0,79	Sólida	Vermelho	Arroz
Bambá de Couve	0,13	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Banana	0,07	Sólida	Amarelo	Fruta
Banana Caramelizada	0,07	Sólida	Amarelo	Sobremesa
Beterraba com Cenoura	0,05	Sólida	Vermelho	Entrada
Beterraba com Cheiro Verde	0,07	Sólida	Vermelho	Entrada
Beterraba com Vagem	0,07	Sólida	Vermelho	Entrada
Bife Bovino com Cebola	0,50	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Bife Suíno	0,43	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Biscoito Doce	0,22	Sólida	Amarelo	Pão ou Cereal
Biscoito Sal	0,25	Sólida	Amarelo	Pão ou Cereal
Bolo de Banana	0,35	Sólida	Verde	Pão ou Cereal
Bolo de Cenoura	0,30	Sólida	Verde	Pão ou Cereal
Bolo Nutritivo	0,28	Sólida	Verde	Pão ou Cereal
Café com Leite	0,41	Líquida/Pastosa	Marrom	Leite ou derivado
Canjica com Coco Ralado	0,91	Sólida	Amarelo	Sobremesa
Canjiquinha com Músculo e Hortaliças	0,68	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Caqui	0,36	Sólida	Marrom	Fruta
Carne moída com Batatas	0,50	Líquida/Pastosa	Vermelho	Prato Principal
Carne moída com Quiabo	0,39	Líquida/Pastosa	Verde	Prato Principal

Genoura e Chuchu	0,07	Sólida	Verde	Entrada
Creme de Abóbora com Milho Verde	0,41	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Cuscuz com Sardinha	0,97	Sólida	Marrom	Acompanhamento
Estrogonofe de Frango	0,51	Sólida	Marrom	Prato Principal
Farofa	0,85	Sólida	Amarelo	Acompanhamento
Feijão Batido	0,10	Líquida/Pastosa	Verde	Feijão
Feijão Maravilha	0,70	Sólida	Verde	Feijão
Feijão Simples	0,10	Sólida	Verde	Feijão
Feijão Tropeiro	0,63	Sólida	Verde	Feijão
Feijoada Light	0,60	Sólida	Verde	Feijão
Frango Ensopado	0,38	Líquida/Pastosa	Vermelho	Prato Principal
Frango Xadrez	0,46	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Goiaba	0,46	Sólida	Verde	Fruta
Jardineira de Legumes	0,24	Sólida	Amarelo	Entrada
Laranja	0,13	Sólida	Amarelo	Fruta
Leite Achocolatado	0,40	Líquida/Pastosa	Marrom	Leite ou derivado
Leite Caramelado	0,21	Líquida/Pastosa	Amarelo	Leite ou derivado
Maçã	0,23	Sólida	Vermelho	Fruta
Macarrão ao Molho de Frango	0,50	Sólida	Vermelho	Acompanhamento
Macarrão ao Molho de Sardinha	1,21	Sólida	Vermelho	Acompanhamento
Macarronada à Bolonhesa	0,87	Sólida	Vermelho	Acompanhamento
Mamão	0,14	Sólida	Vermelho	Fruta
Melancia	0,09	Sólida	Vermelho	Fruta
Melão	0,18	Sólida	Amarelo	Fruta
Moqueca de Banana e Frango	0,39	Líquida/Pastosa	Vermelho	Acompanhamento
Pão com Atum	1,63	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Pão com Margarina	0,57	Sólida	Amarelo	Pão ou Cereal
Pão com Molho de Carne	1,14	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Pão com Molho de Frango	1,01	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Pão com Ovos Mexidos	0,99	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Pão com Queijo	1,28	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Peixe à Milanesa	0,25	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Pêra	0,20	Sólida	Verde	Fruta
Polenta à Bolonhesa	0,53	Sólida	Amarelo	Acompanhamento
Polenta à Jardineira	0,83	Sólida	Amarelo	Acompanhamento
Purê de Batata com Molho de Frango	0,49	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Quiabo Refogado	0,09	Sólida	Verde	Entrada
Quibe de Carne	0,48	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Quibe de Forno	0,53	Sólida	Verde	Prato Principal
Quibe de Frango	0,40	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Quibebe	0,17	Líquida/Pastosa	Verde	Acompanhamento
Salada de Acelga com Agrião	0,07	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Acelga e Cenoura	0,09	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Agrião	0,09	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Alface	0,11	Sólida	Verde	Entrada

Salada de Alface com Agrião	0,10	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Alface com Tomate	0,13	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Alface, Batata e Cenoura	0,12	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Almeirão	0,06	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Almeirão com Agrião	0,08	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Almeirão com Tomate	0,06	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Cenoura	0,03	Sólida	Vermelho	Entrada
Salada de Couve	0,09	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Frutas	0,98	Sólida	Vermelho	Sobremesa
Salada de Repolho com Tomate	0,07	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Tomate com Ervilha	0,19	Sólida	Vermelho	Entrada
Salada de Tomate com Vagem	0,10	Sólida	Vermelho	Entrada
Salada de Tomate, Cebola e Pimentão	0,12	Sólida	Vermelho	Entrada
Salada de Tomate, Ervilha e Couve	0,27	Sólida	Vermelho	Entrada
Sopa Cremosa de Batata e Cenoura	0,63	Líquida/Pastosa	Amarelo	Entrada
Sopa de Feijão	0,33	Líquida/Pastosa	Marrom	Entrada
Sopa de Inhame com Frango	0,53	Líquida/Pastosa	Amarelo	Entrada
Sopa de Macarrão com Hortaliças	0,67	Líquida/Pastosa	Amarelo	Entrada
Sopa Minestrone	0,37	Líquida/Pastosa	Amarelo	Entrada
Suco de Abacaxi	0,62	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Suco de Acerola	0,62	Líquida/Pastosa	Vermelho	Suco
Suco de Caju	0,25	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Suco de Graviola	0,62	Líquida/Pastosa	Vermelho	Suco
Suco de Laranja	0,26	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Suco de limão	0,22	Líquida/Pastosa	Verde	Suco
Suco de Manga	0,61	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Suco de Maracujá	0,40	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Suco de Uva	0,29	Líquida/Pastosa	Vermelho	Suco
Tangerina	0,19	Sólida	Amarelo	Fruta
Torta Colorida de Frango, Tomate e Vagem	0,72	Sólida	Amarelo	Acompanhamento
Tutu de Feijão com Molho de Carne	0,47	Líquida/Pastosa	Amarelo	Feijão
Vaca Atolada	0,55	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Vitamina de Abacate	0,47	Líquida/Pastosa	Verde	Leite ou derivado
Vitamina de Frutas	0,46	Líquida/Pastosa	Amarelo	Leite ou derivado

A Tabela abaixo apresenta os dados, ordenados numericamente pelos custos dos preparos, utilizados para as realizações dos testes descritos no capítulo 5.

Tabela 48 – Dados utilizados nos testes ordenados pelos custos dos preparos.

Nome do Preparo	Custo (R\$)	Textura	Cor	Tipo
Salada de Cenoura	0,03	Sólida	Vermelho	Entrada
Beterraba com Cenoura	0,05	Sólida	Vermelho	Entrada
Salada de Almeirão	0,06	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Almeirão com Tomate	0,06	Sólida	Verde	Entrada
Banana Caramelizada	0,07	Sólida	Amarelo	sobremesa
Salada de Repolho com Tomate	0,07	Sólida	Verde	Entrada
Banana	0,07	Sólida	Amarelo	Fruta
Beterraba com Cheiro Verde	0,07	Sólida	Vermelho	Entrada
Beterraba com Vagem	0,07	Sólida	Vermelho	Entrada
Salada de Acelga com Agrião	0,07	Sólida	Verde	Entrada
Cenoura e Chuchu	0,07	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Almeirão com Agrião	0,08	Sólida	Verde	Entrada
Almeirão Refogado	0,08	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Couve	0,09	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Agrião	0,09	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Acelga e Cenoura	0,09	Sólida	Verde	Entrada
Abacaxi	0,09	Sólida	Amarelo	Fruta
Melancia	0,09	Sólida	Vermelho	Fruta
Quiabo Refogado	0,09	Sólida	Verde	Entrada
Feijão Batido	0,10	Líquida/Pastosa	Verde	Feijão
Feijão Simples	0,10	Sólida	Verde	Feijão
Salada de Alface com Agrião	0,10	Sólida	Verde	Entrada
Arroz Simples	0,10	Sólida	Amarelo	Arroz
Salada de Tomate com Vagem	0,10	Sólida	Vermelho	Entrada
Salada de Alface	0,11	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Alface, Batata e Cenoura	0,12	Sólida	Verde	Entrada
Salada de Tomate, Cebola e Pimentão	0,12	Sólida	Vermelho	Entrada
Laranja	0,13	Sólida	Amarelo	Fruta
Salada de Alface com Tomate	0,13	Sólida	Verde	Entrada
Bambá de Couve	0,13	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Mamão	0,14	Sólida	Vermelho	Fruta
Quiabebe	0,17	Líquida/Pastosa	Verde	Acompanhamento
Melão	0,18	Sólida	Amarelo	Fruta
Salada de Tomate com Ervilha	0,19	Sólida	Vermelho	Entrada
Tangerina	0,19	Sólida	Amarelo	Fruta
Pêra	0,20	Sólida	Verde	Fruta
Leite Caramelado	0,21	Líquida/Pastosa	Amarelo	Leite ou derivado
Biscoito Doce	0,22	Sólida	Amarelo	Pão ou Cereal
Suco de limão	0,22	Líquida/Pastosa	Verde	Suco
Maçã	0,23	Sólida	Vermelho	Fruta

Jardineira de Legumes	0,24	Sólida	Amarelo	Entrada
Biscoito Sal	0,25	Sólida	Amarelo	Pão ou Cereal
Suco de Caju	0,25	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Peixe à Milanese	0,25	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Suco de Laranja	0,26	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Salada de Tomate, Ervilha e Couve	0,27	Sólida	Vermelho	Entrada
Bolo Nutritivo	0,28	Sólida	Verde	Pão ou Cereal
Suco de Uva	0,29	Líquida/Pastosa	Vermelho	Suco
Bolo de Cenoura	0,30	Sólida	Verde	Pão ou Cereal
Sopa de Feijão	0,33	Líquida/Pastosa	Marrom	Entrada
Bolo de Banana	0,35	Sólida	Verde	Pão ou Cereal
Almôndegas ao Molho	0,36	Líquida/Pastosa	Vermelho	Prato Principal
Caqui	0,36	Sólida	Marrom	Fruta
Sopa Minestrone	0,37	Líquida/Pastosa	Amarelo	Entrada
Frango Ensopado	0,38	Líquida/Pastosa	Vermelho	Prato Principal
Carne moída com Quiabo	0,39	Líquida/Pastosa	Verde	Prato Principal
Moqueca de Banana e Frango	0,39	Líquida/Pastosa	Vermelho	Acompanhamento
Arroz com Brócolis e Frango	0,40	Sólida	Amarelo	Arroz
Quibe de Frango	0,40	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Suco de Maracujá	0,40	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Leite Achocolatado	0,40	Líquida/Pastosa	Marrom	Leite ou derivado
Arroz com Lentilha	0,40	Sólida	Amarelo	Arroz
Café com Leite	0,41	Líquida/Pastosa	Marrom	Leite ou derivado
Creme de Abóbora com Milho Verde	0,41	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Arroz Colorido com Carne Moída	0,42	Sólida	Amarelo	Arroz
Bife Suíno	0,43	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Arroz com Taioba e Frango	0,43	Sólida	Vermelho	Arroz
Goiaba	0,46	Sólida	Verde	Fruta
Vitamina de Frutas	0,46	Líquida/Pastosa	Amarelo	Leite ou derivado
Frango Xadrez	0,46	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Tutu de Feijão com Molho de Carne	0,47	Líquida/Pastosa	Amarelo	Feijão
Vitamina de Abacate	0,47	Líquida/Pastosa	Verde	Leite ou derivado
Quibe de Carne	0,48	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Purê de Batata com Molho de Frango	0,49	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Arroz com Ovos Mexidos	0,50	Sólida	Amarelo	Arroz
Macarrão ao Molho de Frango	0,50	Sólida	Vermelho	Acompanhamento
Bife Bovino com Cebola	0,50	Sólida	Vermelho	Prato Principal
Carne moída com Batatas	0,50	Líquida/Pastosa	Vermelho	Prato Principal
Estrogonofe de Frango	0,51	Sólida	Marrom	Prato Principal
Quibe de Forno	0,53	Sólida	Verde	Prato Principal
Polenta à Bolonhesa	0,53	Sólida	Amarelo	Acompanhamento
Sopa de Inhamé com Frango	0,53	Líquida/Pastosa	Amarelo	Entrada
Arroz com Banana e Carne	0,54	Sólida	Amarelo	Arroz
Vaca Atolada	0,55	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Arroz à Grega com Frango	0,56	Sólida	Amarelo	Arroz

Pão com Margarina	0,57	Sólida	Amarelo	Pão ou Cereal
Feijoada Light	0,60	Sólida	Verde	Feijão
Suco de Manga	0,61	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Suco de Abacaxi	0,62	Líquida/Pastosa	Amarelo	Suco
Suco de Acerola	0,62	Líquida/Pastosa	Vermelho	Suco
Suco de Graviola	0,62	Líquida/Pastosa	Vermelho	Suco
Feijão Tropeiro	0,63	Sólida	Verde	Feijão
Sopa Cremosa de Batata e Cenoura	0,63	Líquida/Pastosa	Amarelo	Entrada
Sopa de Macarrão com Hortaliças	0,67	Líquida/Pastosa	Amarelo	Entrada
Canjiquinha com Músculo e Hortaliças	0,68	Líquida/Pastosa	Amarelo	Acompanhamento
Feijão Maravilha	0,70	Sólida	Verde	Feijão
Torta Colorida de Frango, Tomate e Vagem	0,72	Sólida	Amarelo	Acompanhamento
Arroz Verde e Amarelo	0,79	Sólida	Vermelho	Arroz
Polenta à Jardineira	0,83	Sólida	Amarelo	Acompanhamento
Farofa	0,85	Sólida	Amarelo	Acompanhamento
Macarronada à Bolonhesa	0,87	Sólida	Vermelho	Acompanhamento
Canjica com Coco Ralado	0,91	Sólida	Amarelo	sobremesa
Cuscuz com Sardinha	0,97	Sólida	Marrom	Acompanhamento
Salada de Frutas	0,98	Sólida	Vermelho	sobremesa
Pão com Ovos Mexidos	0,99	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Pão com Molho de Frango	1,01	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Pão com Molho de Carne	1,14	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Macarrão ao Molho de Sardinha	1,21	Sólida	Vermelho	Acompanhamento
Arroz Doce com Coco	1,22	Líquida/Pastosa	Amarelo	sobremesa
Pão com Queijo	1,28	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal
Pão com Atum	1,63	Sólida	Vermelho	Pão ou Cereal