



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

INVESTIGAÇÃO DE MEMÓRIA A LONGO PRAZO NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO

MARIELA GALDINA DE MOURA SILVA

Orientador: Prof. Dr. Leonardo dos Santos Lima

Belo Horizonte
dezembro de 2019

MARIELA GALDINA DE MOURA SILVA

**INVESTIGAÇÃO DE MEMÓRIA A LONGO PRAZO
NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional

Linha de pesquisa: Métodos Matemáticos Aplicados

Orientador: Prof. Dr. Leonardo dos Santos Lima

Belo Horizonte
dezembro de 2019

S586i Silva, Mariela Galdina de Moura
Investigação de memória a longo prazo no mercado acionário brasileiro. / Mariela Galdina de Moura Silva. -- Belo Horizonte, 2019. xii, 59 f. : il.

Dissertação (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, 2019.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo dos Santos Lima

Bibliografia

1. Mercado de Capitais. 2. Análise de Séries Temporais. 3. Expoente de Hurst. I. Martins, Flávio Vinícius Cruzeiro. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Título

CDD 332.0415



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**“INVESTIGAÇÃO DE MEMÓRIA A LONGO PRAZO NO MERCADO
ACIONÁRIO BRASILEIRO”**

Dissertação de Mestrado apresentada por **Mariela Galdina de Moura Silva**, em 05 de novembro de 2019, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Leonardo dos Santos Lima (Orientador)
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Felipe Dias Paiva
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Arthur Rodrigo Bosco de Magalhães
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

Prof. Dr. Thiago de Souza Rodrigues
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Modelagem Matemática e Computacional

Dedico esta pesquisa a todos os professores, especialmente aqueles que me ensinaram. Certamente contribuem, todos os dias, para o avanço deste país.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao grande criador da vida, Deus, que me dotou de inteligência, persistência e resiliência para enfrentar os desafios da vida.

Ao meu esposo Lucas, que sempre me incentivou, admirou e auxiliou, dentro do possível nas etapas do Mestrado.

À minha família, meus pais e meus irmãos, que sempre estiveram ao meu lado, me incentivando e apoiando nos caminhos escolhidos.

Ao meu orientador Dr. Leonardo dos Santos Lima, pelo tempo e ensinamentos destinados à minha pesquisa, de forma que eu sempre pudesse evoluir nos caminhos da Ciência.

Aos amigos que fiz no Cefet-MG, os quais muito me alegraram com sua presença e parceria, pelos ensinamentos e apoio durante toda a caminhada.

A todos os meus professores, que certamente contribuíram para a minha caminhada até este momento, agradeço de coração. Sem eles não teria chegado até aqui.

Ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG e ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional –PPGMMC, que disponibilizaram recursos, pessoal, apoio, além do suporte financeiro neste projeto de pesquisa.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa – CNPq pelo suporte financeiro nas etapas finais dessa pesquisa.

“Se eu vi mais longe, foi por estar de pé sobre o ombro de gigantes”.
(Sir. Isaac Newton)

RESUMO

O mercado acionário apresenta variáveis econômicas governadas por processos estocásticos e não-lineares, podendo levar à geração de relações de dependência de longo prazo. As singularidades deste mercado podem não ser adequadamente descritas pelos tradicionais modelos analíticos da hipótese dos mercados eficientes e de passeio aleatório. Assim, a investigação de memória de longo prazo em séries financeiras é importante para se encontrar modelos adequados que permitam identificar, corretamente, o comportamento das séries financeiras. Neste trabalho é realizada a investigação da memória de longo prazo, em séries financeiras diárias de retornos do índice Bovespa e de cinco ativos individuais do mercado acionário brasileiro. Foram utilizadas a estatística *R/S* (*rescaled range*) e também a análise DFA (*detrended fluctuation analysis*), para a determinação do expoente de Hurst (H) e, conseqüentemente, a qualificação do comportamento do mercado de ações brasileiro. Os resultados apresentaram divergências entre os métodos utilizados e houve variação nos expoentes de Hurst calculados ao longo do tempo, no entanto, os resultados gerais, suportam a presença de memória longa sob a forma de persistência.

PALAVRAS-CHAVE: Memória longa. Séries Financeiras. Estatística *R/S*. Análise DFA. Expoente de Hurst.

ABSTRACT

The stock market presents economic variables governed by stochastic and nonlinear processes, which may lead to the generation of long-term dependency relationships. The singularities of this market may not be adequately described by traditional analytical models of the hypothesis of efficient and random walk markets. Thus, the long-term memory investigation in financial series is important to find appropriate models that allow the correct identification of the behavior of financial series. This paper investigates long-term memory in daily financial series of Bovespa index returns and of five individual assets of the Brazilian stock market. Rescaled range (R/S) statistics and detrended fluctuation analysis (DFA) were used to determine the Hurst (H) exponent and, consequently, to qualify the behavior of the Brazilian stock market. The results showed divergences between the methods employed and there was variation in the Hurst exponents calculated over time; however, the general results support the presence of long memory in the form of persistence.

KEYWORDS: Long Memory. Financial Series. R/S Statistics. DFA Analysis. Hurst Exponent.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: COMPORTAMENTOS ASSOCIADOS AO EXPOENTE DE HURST	36
FIGURA 2: RANKING, POR PESO, DA FORMAÇÃO DA CARTEIRA DO IBOVESPA VÁLIDO NO PERÍODO DE 02 DE JANEIRO DE 2018 A 04 DE MAIO DE 2018 (LISTA DOS 30 PRINCIPAIS ATIVOS)	45
FIGURA 3: SÉRIES TEMPORAIS DIÁRIAS DOS NÍVEIS DE PREÇOS E RETORNOS PARA O IBOVESPA E OS ATIVOS INDIVIDUAIS AMBEV, ITAÚ, CEMIG, PETROBRAS E VALE	50
FIGURA 4: HISTOGRAMA E FUNÇÃO NORMAL DAS SÉRIES DIÁRIAS PARA OS RETORNOS DO IBOVESPA E DOS CINCO ATIVOS INDIVIDUAIS	54
FIGURA 5: FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO PARA OS RETORNOS DO IBOVESPA E DOS CINCO ATIVOS INDIVIDUAIS	55
FIGURA 6: FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO ABSOLUTAS DAS SÉRIES DIÁRIAS DOS RETORNOS DO IBOVESPA E DOS ATIVOS INDIVIDUAIS AMBEV, CEMIG, ITAÚ, PETROBRAS E VALE	56
FIGURA 7: MÉDIA, VARIÂNCIA, CURTOSE E ASSIMETRIA EM JANELAS DESLIZANTES DE TAMANHO FIXO IGUAL A 50 DIAS PARA AS SÉRIES DIARIAS DE RETORNOS DO IBOVESPA	57
FIGURA 8: MÉDIA, VARIÂNCIA, CURTOSE E ASSIMETRIA EM JANELAS DESLIZANTES DE TAMANHO FIXO IGUAL A 50 DIAS PARA AS SÉRIES DIARIAS DE RETORNOS DA AMBEV	58
FIGURA 9: MÉDIA, VARIÂNCIA, CURTOSE E ASSIMETRIA EM JANELAS DESLIZANTES DE TAMANHO FIXO IGUAL A 50 DIAS PARA AS SÉRIES DIARIAS DE RETORNOS DA CEMIG	58
FIGURA 10: MÉDIA, VARIÂNCIA, CURTOSE E ASSIMETRIA EM JANELAS DESLIZANTES DE TAMANHO FIXO IGUAL A 50 DIAS PARA AS SÉRIES DIARIAS DE RETORNOS DO ITAÚ	59
FIGURA 11: MÉDIA, VARIÂNCIA, CURTOSE E ASSIMETRIA EM JANELAS DESLIZANTES DE TAMANHO FIXO IGUAL A 50 DIAS PARA AS SÉRIES DIARIAS DE RETORNOS DA PETROBRAS	59
FIGURA 12: MÉDIA, VARIÂNCIA, CURTOSE E ASSIMETRIA EM JANELAS DESLIZANTES DE TAMANHO FIXO IGUAL A 50 DIAS PARA AS SÉRIES DIARIAS DE RETORNOS DA VALE	60
FIGURA 13: ESTIMATIVAS DO EXPOENTE DE HURST OBTIDOS VIA RESCALED-RANGE ANALYSIS (R/S) PARA AS SÉRIES DIÁRIAS DE RETORNOS DO IBOVESPA E DOS CINCO ATIVOS INDIVIDUAIS. PROCEDIMENTO GRÁFICO: REGRESSÃO LINEAR DE LOG R/S SOBRE LOG S.....	62
FIGURA 14: SÉRIE INTEGRADA E TENDENCIA LINEAR PARA UMA JANELA DE TAMANHO N, E ESTIMATIVAS DO EXPOENTE DE HURST OBTIDOS VIA DETRENDED FLUCTUATION ANALYSIS(DFA) PARA AS SÉRIES DIÁRIAS DE RETORNOS DO IBOVESPA E DOS CINCO ATIVOS INDIVIDUAS. PROCEDIMENTO GRÁFICO: REGRESSÃO LINEAR DE LOG F(N) SOBRE LOG N	64
FIGURA 15: ESTIMATIVAS DO EXPOENTE D HURST VARIÁVEIS NO TEMPO, OBTIDOS A PARTIR DA RESCALED –RANGE ANALYSIS – R/S PARA TAMANHOS DE JANELAS MÓVEIS DE 1072 OBSERVAÇÕES, E HISTOGRAMA E FUNÇÃO NORMAL PARA AS SÉRIES DE ESTIMATIVAS DOS EXPOENTES DE HURST	67

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DA SÉRIE TEMPORAL DIÁRIA DE RETORNOS IBOVESPA E DOS CINCO ATIVOS INDIVIDUAIS	53
TABELA 2: ESTIMATIVAS DO EXPOENTE DE HURST VIA RESCALED-RANGE ANALYSIS R/S , ORDENADAS NA ORIGEM E COEFICIENTES DE DETERMINAÇÃO PARA AS SÉRIES DIÁRIAS DE RETORNOS. PROCEDIMENTO GRÁFICO: REGRESSÃO LINEAR DE $\log R/S$ SOBRE $\log S$	63
TABELA 3: ESTIMATIVAS DO EXPOENTE DE HURST VIA DETRENDED FLUCTUATION ANALYSIS DFA E DESVIO-PADRÃO PARA AS SÉRIES DIÁRIAS DE RETORNOS. PROCEDIMENTO GRÁFICO: REGRESSÃO LINEAR DE $\log F(N)$ SOBRE $\log N$	66
TABELA 4: TESTE JARQUE-BERA PARA OS VALORES DO EXPOENTE DE HURST VARIÁVEIS NO TEMPO	69

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: COEFICIENTES DE CURTOSE, TIPOS E CARACTERÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO	28
QUADRO 2: COEFICIENTE DE HURST E CLASSIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO DA SÉRIE	35
QUADRO 3: CARACTERÍSTICAS DOS ATIVOS INDIVIDUAIS AMBEV, CEMIG, ITAÚ, PETROBRAS E VALE	46

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACF	Função de Autocorrelação
BM&F	Bolsa de Mercadorias e Futuros
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
CEFET/MG	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
DFA	<i>Detrended fluctuation analysis</i>
Ibovespa	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
JB	Teste de Normalidade Jarque-Bera
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
H	Expoente de Hurst
HME	Hipótese do Mercado Eficiente
PPGMMC	Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....	3
1.2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES	4
2 -CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	5
2.1 EFICIÊNCIA DOS MERCADOS FINANCEIROS	5
2.2 RANDOM WALK.....	7
3 - FUNDAMENTAÇÃO CONCEITUAL	10
3.1 PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS BÁSICAS DAS SÉRIES TEMPORAIS DE RETORNOS ACIONISTAS	10
3.1.1 DESVIO DA NORMALIDADE	10
3.1.2 AUTOCORRELAÇÃO.....	13
3.1.3 HETEROSCEDASTICIDADE	14
3.2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DE FREQUÊNCIA TEMPORAL DAS SÉRIES DE RETORNOS ACIONISTAS	15
3.2.1 ERGODICIDADE.....	15
3.2.2 ESTACIONARIEDADE	16
3.2.3 INDEPENDÊNCIA	17
3.3 MEMÓRIA A LONGO PRAZO	17
3.3.1 PERSISTÊNCIA E ANTIPERSISTÊNCIA	18
3.4 ESTIMAÇÃO DA MEMÓRIA A LONGO PRAZO	20
3.4.1 RESCALED- RANGE STATISTIC-R/S.....	21
3.4.2 DETRENDED FLUCTUATION ANALYSIS-DFA.....	23
4 - TRABALHOS RELACIONADOS	25
4.1 MEMÓRIA A LONGO PRAZO	25
5 - ENQUADRAMENTO, METODOLOGIA E AMOSTRA DE DADOS DO ESTUDO	28
5.1 ENQUADRAMENTO DA PESQUISA	28
5.2 METODOLOGIA.....	30
5.3 DADOS DO ESTUDO EMPÍRICO	32
6 - ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	34
6.1 ANÁLISE PRELIMINAR DOS DADOS DAS SÉRIES TEMPORAIS	34
6.2 PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS BÁSICAS DAS SÉRIES TEMPORAIS DE RETORNOS ACIONISTAS	34
6.2.1 DESVIO DA NORMALIDADE	36
6.2.2 AUTOCORRELAÇÃO	39
6.3 CARACTERÍSTICAS GERAIS DE FREQUÊNCIA TEMPORAL DAS SÉRIES DE RETORNOS ACIONISTA	41
6.4 ESTIMAÇÃO DA MEMÓRIA A LONGO PRAZO NAS SÉRIES TEMPORAIS DE RETORNOS	45
6.4.1 EXTIMAÇÃO DO EXPOENTE H DE HURST VIA RESCALED –RANGE STATISTIC –R/S	45
6.4.2 EXTIMAÇÃO DO EXPOENTE H DE HURST VIA DETRENDED FLUCTUATION ANALYSIS - DFA	47
6.4.3 EVOLUÇÃO TEMPORAL DO EXPOENTE H DE HURST VIA RESCALED –RANGE STATISTIC – R/S	50
6 - CONCLUSÃO	54
REFERÊNCIAS	57

Capítulo 1

Introdução

Quando um evento causado em uma data pode ter sua repercussão percebida em demais eventos posteriores, ele apresenta memória a longo prazo. O conceito de memória longa pode ser definido como sendo aquele em que existe uma correlação entre valores em uma determinada data e valores futuros a estes.

Segundo Cheung e Lai (1995) uma série com memória longa é caracterizada pela dependência a longo prazo e por padrões cíclicos não-periódicos. Além disso, este processo também pode ser definido como uma série que possui um correlograma¹ decaindo lentamente ou um espectro infinito de frequência zero (GRANGER; DING, 1996). Já Barkoulas e Baum (1996) indicam que essa característica descreve a estrutura de correlação de uma série com longas defasagens e Phillips (2009) conclui que a definição da propriedade de série temporal de memória longa é convencionalmente expressa em termos do declínio da lei -potência da função auto covariância.

Hurst (1951) identificou o efeito memória longa, medindo as variações de cheias e secas do rio Nilo, e constatou que a variação do volume do rio apresentava números similares de tempos em tempos, de forma que um comportamento passado poderia impactar e se repetir posteriormente. A partir de então, surgiu a teoria que a princípio seria aplicada na hidráulica e, posteriormente, expandida para outras áreas, vindo a ser utilizada na área financeira, no mercado de capitais.

A memória a longo prazo pode ser estimada de várias formas. Hurst (1951) sugeriu um método para a quantificação da memória de longo prazo, baseado na estimação de um parâmetro (indicado por expoente), que caracteriza o comportamento de escala do intervalo de variação dos desvios cumulativos de uma série temporal em relação à sua média. Esse método consistia na observação dos valores máximos e mínimos das cheias do Rio Nilo (diferença chamada *range*), seguida da divisão deste valor pelo desvio padrão das vazões. O valor obtido é a chamada estatística R/S.

¹ Um correlograma consiste em um gráfico utilizado em séries temporais para traçar as autocorrelações em diversas defasagens.

Um sistema que apresenta a estatística de Hurst é o resultado de uma longa corrente de eventos interconectados. O que acontece atualmente influenciará diretamente o futuro, da mesma forma que os eventos que temos agora são resultantes de fatos ocorridos no passado.

Mais tarde, Mandelbrot & Wallis (1969) e Mandelbrot (1972, 1975) procederam ao redimensionamento do intervalo de variação pelo desvio-padrão amostral e definiram a *rescaled-range statistic R/S*. Estes autores também introduziram uma técnica gráfica para estimar o expoente Hurst, normalmente designada por *rescaled-range analysis R/S*. Essa metodologia é considerada bastante adequada para que se façam teste de verificação de memória longa em ativos financeiros, pelo fato de ser uma ferramenta simples de ser utilizada e por fornecer resultados confiáveis (MORETTIN, 2006).

Uma metodologia alternativa de estimação do expoente Hurst através da consideração de dependência temporal e de escala foi apresentada por Moreira e colaboradores (1994) e por Peng e colaboradores (1994). O procedimento baseia-se na modelagem da série temporal recorrendo a uma formulação do movimento Browniano fracionário para calcular o expoente de Hurst através da *detrended fluctuation analysis* (DFA) com diferentes tamanhos de janela. A DFA é uma modificação da análise de variância usual, sobre a qual tem-se a vantagem de ser capaz de detectar dependências de longo prazo em séries temporais não-estacionárias.

A DFA é uma alternativa ao método R/S e se baseia na teoria do passeio aleatório, consistindo em subtrair possíveis tendências da série temporal original e fazer uma análise de flutuações dos dados (KANTELHARDT et al., 2002). Isto pode ser visto como um ponto positivo da DFA, pois evita a detecção de falsas correlações que são artefatos de não-estacionariedades nas séries temporais

A existência de dependência de longo prazo no mercado de ações tem sido um tema importante na investigação financeira recente. Investigadores financeiros como Cheung & Lai (1995), Barkoulas & Baum (1996), Cajueiro e Tabak (2004), Assaf (2006), têm procurado modelos adequados que permitam identificar corretamente o comportamento típico de persistência a longo prazo nas séries financeiras.

Nesse contexto, a proposta deste trabalho baseia-se na investigação da memória a longo prazo em séries financeiras diárias de retornos do Índice Bovespa e cinco ativos individuais do mercado acionário brasileiro. Para que seja testada a presença de memória longa será utilizada a estatística R/S (*rescaled range*) e também a DFA (*detrended fluctuation analysis*), através da determinação do expoente de Hurst (H).

1.1 Descrição do problema

Quando se fala em mercados de capitais, dificilmente é encontrado um único direcionamento, mas constantes divergências a respeito da sua eficiência ou ineficiência. O conceito de mercado eficiente protagoniza intensos debates na comunidade acadêmica e ainda hoje, os preceitos da Teoria dos Mercados Eficientes, introduzidos por Fama (1970), que defendem que os ativos financeiros apresentam preços que expressam todas as possíveis informações importantes para os participantes do mercado, são aceitos e difundidos no mercado financeiro.

Diversas pesquisas e investigações empíricas têm sido dedicadas a testar a hipótese do mercado eficiente. Na maioria dos estudos empíricos, a correlação temporal entre as mudanças de preço tem sido considerada insignificante, apoiando a hipótese do mercado eficiente (MANTEGNA E STANLEY, 1960).

No entanto, foi demonstrado nos anos 1980 que usando as informações presentes em séries temporais adicionais, como índices de lucro / preço, rendimentos de dividendos e variáveis de estrutura a termo, é possível fazer previsões da taxa de retorno de um determinado ativo em uma escala de tempo longa, muito mais do que um mês. Assim, as observações empíricas desafiaram a forma mais rigorosa da eficiência hipótese de mercado. (MANTEGNA E STANLEY, 1960).

Diante disso, necessita-se cada vez mais aprofundar as investigações e análises acerca do mercado acionário, uma vez que este, na verdade, pode não se firmar como aleatório, em contraposição à concepção de mercado eficiente. As séries financeiras podem vir a apresentar memória de longo prazo, no sentido de que exista uma correlação entre valores em determinada data e valores futuros a estes. Assim, desde que identificados padrões de comportamento, torna-se possível delinear um modelo de previsibilidade e conjugar com a ideia de que existe possibilidade de haver ineficiência do mercado, de forma que preços futuros podem ser analisados e explicados com base em dados passados.

O interesse, cada vez mais crescente, da investigação no aprofundamento do tema, memória a longo prazo, é justificado pela procura de um melhor entendimento da natureza dinâmica das séries temporais dos preços dos ativos financeiros. Existe a necessidade de novos estudos e a utilização de várias metodologias complementares, que venham apresentar informações relevantes ao estudo das séries financeiras, de forma que a confirmação de processos de memória longa venham a acrescentar conhecimentos à modelação teórica e econométrica, proporcionar novos testes estatísticos aos modelos de equilíbrio e avaliação, favorecer as decisões ótimas de consumo / poupança e de portfólio e também a medição de eficiência e racionalidade do mercado financeiro.

Além disso, ainda existem questionamentos acerca do modelo mais adequado para a difusão de séries financeiras e, também, é importante o conhecimento da movimentação dos mercados, se estes são persistentes ou não, de forma que possam vir a, possivelmente, produzir retornos extraordinários.

1.2 Objetivos e contribuições

Uma vez que o mercado acionário apresenta variáveis econômicas governadas por processos dinâmicos e não-lineares, podendo levar à geração de relações de dependência de longo prazo, com singularidades que não pode ser adequadamente descritas pelos tradicionais modelos analíticos da hipótese dos mercados eficientes e de passeio aleatório, esta pesquisa tem como principal objetivo promover uma investigação de memória a longo prazo em séries financeiras do mercado acionário brasileiro, com intuito de apresentar modelos adequados que permitam qualificar o comportamento desse mercado.

Para alcançar esse objetivo, foram definidas as seguintes metas:

1. Estudar e apresentar a fundamentação teórica sobre o processo de memória longa;
2. Coletar e analisar dados do índice Bovespa e do mercado brasileiro de ações;
3. Realizar a estatística descritiva das séries financeiras;
4. Analisar as propriedades básicas das séries temporais de retornos acionistas, com especial enfoque para o desvio de normalidade e a análise de autocorrelação;
5. Verificar as características gerais de frequência temporal das séries de retornos acionistas, em especial a estacionariedade e a independência;
6. Fazer um estudo investigativo sobre a presença de memória longa nas séries financeiras;
7. Apresentar os resultados obtidos e analisar qualitativamente esses resultados, caracterizando o mercado acionário brasileiro quanto à persistência ou antipersistência.

Neste contexto, este trabalho procura explorar as séries financeiras diárias de retornos do Ibovespa e de cinco ativos individuais, de modo a analisar e investigar a presença da memória a longo prazo. Para isso, diversas buscas, levantamentos e análise de dados são realizados com o objetivo de avaliar e caracterizar este mercado, através do cálculo do expoente de Hurst, realizado através da estatística R/S (*rescaled-range*) e da DFA (*detrended fluctuation analysis*). Assim sendo, destacam-se como principais contribuições da pesquisa:

1. Uma análise e caracterização das séries financeiras do Ibovespa e dos ativos individuais Ambev, Cemig, Itaú, Vale e Petrobras;
2. Uma investigação acerca da memória a longo prazo, no mercado acionário brasileiro;
3. Uma modelagem acerca do comportamento das séries financeiras dos ativos financeiros brasileiros, caracterizando assim, o comportamento desse mercado.

Capítulo 2

Caracterização do problema

Este capítulo apresenta uma descrição acerca do mercado de ações e suas principais características. Na seção 2.1 considera-se a Hipótese da Eficiência dos Mercados financeiros e seus princípios teóricos básicos. Já na seção 2.2 apresenta-se a conceituação e caracterização do *Random Walk*.

2.1 Eficiência dos Mercados Financeiros

Os mercados financeiros são caracterizados pelas interações entre um grande número de negociadores (traders), com a principal finalidade de apresentar o melhor preço para um determinado item. Neste contexto, as negociações envolvem as mais diversas mercadorias, tais como animais, minério, ações, moedas ou títulos (MANTEGNA E STANLEY, 1960)

Em se tratando dos mercados financeiros, a hipótese do mercado eficiente tem se mostrado uma das mais influentes teorias, sendo fonte para diversos modelos de precificação de ativos, com aplicações que se estendem desde modelos tradicionais, até avançadas teorias utilizadas da identificação do preço “justo” de derivativos financeiros. Um mercado é dito eficiente se toda a informação disponível for processada instantaneamente quando atingir o mercado e for imediatamente refletida em um novo valor de preços dos ativos negociados (MANTEGNA E STANLEY, 1960). Assim, de acordo com a HME os mercados financeiros são "eficientes em relação à informação", de forma que um agente não consegue alcançar consistentemente retornos superiores à média do mercado (com um determinado nível de risco), considerando as informações publicamente disponíveis no momento em que o investimento é feito.

A hipótese do mercado eficiente foi formulada explicitamente por Samuelson (1965), que mostrou matematicamente que devidamente antecipados, os preços flutuam aleatoriamente. Usando a hipótese de comportamento racional e eficiência do mercado, ele foi capaz de demonstrar como Y_{t+1} , o esperado valor do preço de um determinado ativo no tempo $t + 1$, está relacionado ao valores de preços Y_0, Y_1, \dots, Y_t através da relação

$$E\{Y_{t+1} | Y_0, Y_1, \dots, Y_t\} = Y_t, \quad (1)$$

ou seja, o valor esperado condicional (E) da próxima observação, dadas todas as observações anteriores, é igual a mais recente observação.

O conceito de eficiência de mercado foi criado por Fama (1970). Para ele, os preços dos ativos sempre refletiriam todas as informações disponíveis para os agentes de mercado. O valor dessa hipótese é bastante significativo, já que a HME descarta a possibilidade de ganhos significativos com sistemas de negociação que se estruturam apenas nas informações disponíveis. Segundo os preceitos teóricos da HME, a tarefa de prever preços futuros tendo como base comportamentos passados de um ativo financeiro, é um procedimento ineficaz, uma vez que, a distribuição de uma série financeira denota de um movimento browniano, que é concebido por características randômicas e independentes. Então, se os mercados são eficientes, os títulos estão valorizados de modo a poderem proporcionar um rendimento normal para o risco que comportam.

Fama (1970) definiu três formas de eficiência, enfatizando sua teoria: a forma fraca, na qual nenhum agente conseguiria obter retornos anormais baseados em preços históricos; a forma semiforte, onde não seria possível realizar retornos extraordinários por meio de informações públicas e a forma forte, em que não seria possível realizar retornos em excesso, mesmo sob a posse de quaisquer informações, não públicas e ou confidenciais.

Os conceitos de eficiência supõem a verificação dos seguintes pressupostos: (1) o mercado é constituído por um elevado número de participantes e nenhum deles, tem dimensão suficiente para sozinho o influenciar, (2) as informações estão acessíveis instantaneamente e gratuitamente para todos os investidores, (3) não existem quaisquer custos de transação, (4) os investidores comportam-se de modo racional (FAMA, 1970).

Os princípios iniciais da hipótese de mercado eficiente se devem a Bachelier (1900), que levantou a hipótese de que a variação dos preços das ações seguiria um percurso aleatório ao longo do tempo. A proposta de Bachelier foi de investigar as flutuações dos títulos do governo francês, fundamentando-se na ideia de que os preços dos títulos possuem uma serie temporal de estado independente e de distribuição normal. Seu estudo centrava-se em associar as leis da probabilidade aos movimentos dos preços desses títulos, assim, o autor desenvolveu uma série de modelos estatísticos.

Outro estudo realizado nessa vertente foi o de Kendall (1953) que, ao analisar várias séries de ativos financeiros, buscou identificar padrões ou ciclos que viessem a sugerir uma possível previsibilidade. Porém, esta premissa sugerida, inicialmente, não foi confirmada, o que levou a conclusão pela aleatoriedade das séries e, como consequência, a presença da eficiência de mercado.

Passeios aleatórios, consistem em um caso especial de processos de raiz unitária, e contribuem para a identificar os tipos de choques que conduzem os preços das ações, já que os choques aleatórios que estas sofrem geram efeito permanente. Além disso, possuem um importante papel na determinação da dinâmica de retorno acionista e em potenciais estratégias de negociação que estejam associadas, conforme afirmam Poterba & Summers (1988) e Lo & MacKinlay (1989).

Quando uma série de preços de ações segue um percurso aleatório, o processo de origem desta série é dominado por componentes permanentes e, conseqüentemente, não mostra tendência de reversão para a média. Um choque na série a partir de um equilíbrio inicial levará a desvios crescentes do seu equilíbrio de longo prazo (ASSAF, 2006).

Alguns estudos, entretanto, defendem que o mercado acionário na verdade não firma-se como aleatório, em contraposição à concepção de mercado eficiente, de forma que as séries financeiras possuem memória de longo prazo. Assim, desde que identificados padrões de comportamento, torna-se possível delinear um modelo de previsibilidade. Destacam-se as teorias do caos e dos fractais como aquelas que mais tem se mostrado promissoras, ao discutir o comportamento de séries financeiras, verificando a observância do caminho de aleatoriedade. Nestas teorias, seus pesquisadores firmam discussões a partir de uma adaptação aos estudos do hidrólogo Harold E. Hurst.

2.2 Random Walk

Albert Einstein, em seu famoso artigo sobre a determinação do número de Avogadro, foi quem fez a primeira descrição teórica de um passeio aleatório, nas ciências naturais em 1905. Nos anos seguintes, Wiener trouxe mais rigor à matemática do caminho aleatório e então o conceito de passeio aleatório se espalhou por quase todas as áreas de pesquisa nas ciências naturais. A primeira formalização de uma caminhada aleatória não foi em uma publicação de Einstein, mas em uma tese de doutorado de Bachelier. Bachelier, um matemático francês apresentou sua tese para a faculdade de ciências na Academia de Paris em 29 de março de 1900, para o grau de *Docteur en Sciences Mathématiques*. Seu conselheiro foi Poincaré, um dos maiores matemáticos de sua época. A tese, intitulada *Theorie de la speculation*, é surpreendente em vários aspectos. (MANTEGNA E STANLEY, 1960)

Um dos grandes legados da obra de Bachelier (1900), sem dúvida, foi a discussão envolvida entre os retornos das ações e o movimento browniano, de forma que as variações dos preços das ações podem ser traduzidas por um comportamento de random walk (caminho aleatório)

Bachelier (1900) foi pioneiro ao usar as ideias de Robert Brown, quando buscou avaliar o mercado financeiro baseando-se em uma analogia entre o movimento de uma partícula em um fluido e o comportamento dos preços dos títulos públicos na bolsa de Paris. Ao analisar os movimentos dos preços dos títulos públicos identificou incrementos altamente irregulares, como os observados por Brown. Assim, desenvolveu-se a primeira especificação matemática para o movimento das partículas relatado por Brown, de forma que foi utilizada como um modelo para descrever, também o movimento dos preços dos ativos analisados. Especificamente, o modelo abordado por Bachelier, está apoiado na concepção de processo estocástico não-estacionário de tempo contínuo.

Robert Brown, que deu nome ao movimento browniano, realizou, em 1827, um estudo microscópico constatando que minúsculos grãos de pólen em suspensão em um líquido movimentavam-se sem um curso definido. Além disso apurou que partículas menores de pólen possuíam deslocamento mais rápido que as partículas maiores, e que os movimentos também eram influenciados pelo calor e viscosidade do líquido.

Assim, considerou que a trajetória de uma partícula em um fluido, se constituía pela sequência dos incrementos, se configurando como uma trajetória definida por um conjunto de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas e concluiu que como as variáveis, seriam geradas por um mesmo processo de ruído aleatório em intervalos de tempo contínuo

(e não mais discretos), a trajetória de uma partícula em um fluido, poderia ser descrita pelo modelo que recebeu o nome de movimento Browniano.

Segundo Bachelier (1900) as variações dos preços perfazem movimentos que podem ser representados pelas leis da probabilidade e poderiam, portanto, ser analisadas por meio de equações e cálculos probabilísticos. Ele considerou os mercados financeiros como um ambiente de “jogo honesto” em que haveriam ocorrências de ganhos ou perdas diante de movimentos de subida ou descida dos preços. Cada ocorrência de um movimento de subida e/ou descida seria equiprovável, assim como as chances de serem obtidos ganhos ou perdas no jogo. Cada intervalo de tempo em que ocorreria um movimento representaria uma jogada e cada jogada ocorreria de maneira independente em relação às demais (anteriores ou posteriores) não havendo, portanto, memória entre as jogadas sucessivas. Bachelier (1900) admitiu ainda que estas variações dos preços poderiam ser grandes ou pequenas, mas que na ausência de informações externas que promovessem alterações acentuadas, estas flutuações tenderiam a ocorrer em torno de seu valor inicial.

O autor considerou também que eventos passados, presentes e até mesmo futuros descontados são refletidos nos preços de mercado, mas em geral não apresentam relação aparente com mudanças de preços. Sendo assim, afirmou que apesar de o mercado não prever de fato suas flutuações ele ao menos pode indicar se determinadas flutuações são ou muito ou pouco prováveis e esta probabilidade pode ser calculada em termos matemáticos.

Contudo, apesar da importância das ideias apresentadas por Bachelier, elas apenas se tornaram conhecidas a partir da década de 1950. O termo random walk, foi introduzido cinco anos após a conclusão da tese de Bachelier, por Karl Pearson (1905). Em seu trabalho, Pearson estudava o problema do bêbado abandonado no meio de um campo. Segundo ele, se o bêbado cambaleia de modo totalmente aleatório e imprevisível, é provável que ele termine em um local mais próximo ao qual ele começou a andar do que em qualquer outro ponto.

A descrição mais simples de um passeio aleatório em uma dimensão segue três regras: trata-se de um caminho percorrido no qual há um ponto inicial, a distância entre um passo e outro percorrido possui um comprimento l constante e a cada passo é possível estabelecer uma nova direção para o próximo passo (direita ou esquerda) de forma arbitrária.

Assim, existe uma analogia entre o problema de um caminhante aleatório e o entendimento do mercado financeiro, por Bachelier. O próximo passo de um caminhante aleatório possui a mesma possibilidade de que seja para a direita ou para a esquerda, assim como, o preço dos ativos no mercado financeiro pode, a cada instante de tempo, realizar um movimento de subida ou descida. Dessa forma, ambos os eventos podem ser modelados como um processo que descreve uma sequência de eventos de um jogo justo. Esta analogia entre o mercado financeiro como um ambiente de jogo justo permitiu ainda o desenvolvimento de teorias sobre os processos aleatórios que regem os movimentos de preços de mercado baseadas em uma semelhança com o modelo do tipo random walk e os fenômenos de difusão de partículas.

Em 1920, Norbert Wiener, apresentou o que hoje se denomina Processo de Wiener, que consiste no rigor matemático e estatístico por trás do modelo de Bachelier. Wiener (1920) utilizou a física estatística para analisar o processo de difusão das partículas em um fluido, enfatizando a avaliação da posição provável de uma partícula num dado instante de tempo. Em seu estudo observou que os incrementos nos movimentos das partículas possuíam valores

contínuos, eram independentes uns dos outros (se considerados em momentos disjuntos de tempo) e não apresentavam uma direção definida, de modo que a distribuição dos incrementos apresentava média zero. Admitiu ainda que o deslocamento das partículas era provocado por um somatório de choques aleatórios independentes e que a dispersão no valor da posição final da partícula na superfície analisada seria proporcional ao tempo decorrido.

Em 1950, Harry Max Markowitz, em sua tese de doutorado em Economia, propôs um trabalho pioneiro na moderna teoria dos portfólios, no qual apresentava um modelo de diversificação de ações, a partir do estudo dos efeitos do risco - retorno, traduzido pelas medidas média e variância. A distribuição Gaussiana e o comportamento aleatório das ações, são pressupostos básicos e essenciais para a teoria de diversificação.

Outro estudo de destaque remonta às pesquisas de Fischer Sheffey Black e Myron Samuel Scholes, que em 1973, propõem um modelo capaz precificar opções. O estudo e desenvolvimento do modelo Black-Scholes contribuiu fortemente para dominação do processos estocásticos no âmbito das discussões financeiras. Sendo que, a teoria dos processos estocásticos firma-se como um tópico central da teoria da distribuição probabilística. Conforme Guajarati (2006), “um processo aleatório ou estocástico é um conjunto de variáveis aleatórias ordenadas no tempo.”

Segundo Dixit e Pyndyck (1993), pode-se representar uma estrutura básica de random walk por meio da equação a seguir

$$y_t = y_{t-1} + \delta_t \quad (2)$$

em que, $y_t = \ln P_t$; $y_{t-1} = \ln P_{t-1}$; $P_t = \text{preço da ação no tempo } t$ e $\delta_t = \text{componente aleatório}$

A partir da equação (2), pode-se perceber que o preço da ação no tempo t é dado pelo preço desta mesma ação no tempo $t - 1$ mais um choque aleatório δ_t . Esta variável aleatória é conhecida como ruído branco. De acordo com Bueno (2011), uma série temporal se estrutura como um random walk, se e somente se, uma sequencia $\{\delta_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ de variáveis aleatórias assumirem as seguintes condições: cada valor nela tiver média zero, apresentar variância constante e não for correlacionado a qualquer realização da própria série, ou seja,

$$E(\delta_t) = 0; \quad \forall t$$

$$E(\delta_t^2) = \sigma^2; \quad \forall t$$

$$E(\delta_t \delta_{t-j}) = 0; \quad \forall j \neq 0$$

A transposição da análise em tempo discreto do jogo justo para o tempo contínuo característico do movimento Browniano envolve um artifício de considerar a partição da variável indicativa do tempo em intervalos cada vez menores de modo que estes tendessem a zero. Isto garante que particionando cada vez mais a dimensão temporal a dimensão espacial dos choques também tenda a zero, de tal maneira que um exemplo em tempo discreto se aproxime da realidade de uma análise em tempo contínuo.

Capítulo 3

Fundamentação conceitual

Neste capítulo é apresentado um estudo bibliográfico referente ao tema da pesquisa. Na seção 3.1, apresenta-se as principais propriedades estatísticas que, frequentemente, são analisadas nos dados das series temporais de retornos das ações. Já na seção 3.2 descreve-se as características gerais de frequência temporal apresentadas pelas séries de retornos acionistas.

3.1 Propriedades Estatísticas Básicas das Séries Temporais de Retornos Acionistas

Frequentemente, a investigação científica realiza alguma análise preliminar aos dados das séries de retornos das ações, com especial atenção sobre as evidências concernentes ao desvio de normalidade, à autocorrelação e à heteroscedasticidade.

3.1.1 Desvio da Normalidade

Os quatro primeiros momentos são tipicamente utilizados para caracterizar a distribuição de frequências dos retornos nos mercados de capitais: a média, a variância, a assimetria e a curtose.

Em estatística, o primeiro momento é o valor que aponta para onde mais se concentram os dados de uma distribuição. A média (ou valor esperado) \bar{X} pode ser considerada o ponto de equilíbrio das frequências num histograma e determina-se da seguinte forma:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j \quad (3)$$

onde X_j é uma variável aleatória e n é o número de observações ou a dimensão da amostra.

Na teoria das probabilidades e na estatística a variância V de uma variável aleatória é uma medida da sua dispersão estatística, indicando quão longe, em geral, os seus valores se encontram do valor esperado. A variância de uma variável aleatória ou distribuição é a esperança, ou média, do desvio quadrado dessa variável em relação ao seu valor esperado, ou média, ou seja:

$$V(X) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})^2 . \quad (4)$$

A partir do terceiro momento podemos avaliar o grau de assimetria S da distribuição dos retornos, o que pode ajudar a caracterizar o nível de pressão financeira. A assimetria é utilizada para aferir o grau de afastamento de uma distribuição em relação ao seu eixo de simetria. Uma distribuição é dita simétrica quando apresenta o mesmo valor para a moda, média e mediana. Se a assimetria for nula, a distribuição é simétrica; se for positiva, a distribuição é enviesada para a direita; se for negativa, a distribuição é enviesada para a esquerda. A expressão de cálculo é dada por:

$$S = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right]^{3/2}} \quad (5)$$

onde m_3 é o terceiro momento central e m_2 é o segundo momento central, ou seja, a variância da amostra.

Sabe-se que, para o caso de uma variável normalmente distribuída, todos os momentos em torno do valor médio de ordem ímpar, superiores a dois, são iguais a zero. Sendo assim, espera-se que para uma variável que segue uma distribuição gaussiana, o valor do coeficiente de assimetria deve ser nulo (GUJARATI, 2004).

A partir do quarto momento, pode-se definir a curtose K , que descreve o grau de concentração da distribuição dos retornos e ajuda a caracterizar o estilo de negociação. A curtose é usada para aferir o pico e o peso das abas, ou o grau de achatamento da distribuição. Se o valor da curtose for nulo (ou igual a 3 pela definição de excesso de curtose), a distribuição tem o mesmo achatamento que a distribuição normal e a função probabilidade designa-se mesocúrtica; se for positivo (ou superior a 3), a distribuição é mais alta (afunilada / alongada) e concentrada do que a normal e a função designa-se leptocúrtica, ou diz-se que a distribuição tem abas pesadas, será relativamente fácil obter valores que se afastam da média a vários múltiplos do desvio-padrão; se for negativo (ou inferior a 3), a distribuição é mais achatada do que a normal e a função designa-se platicúrtica. A expressão de cálculo é dada por:

$$K = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right]^2} \quad (6)$$

onde m_4 é o quarto momento da amostra em torno da média.

Sendo assim,

Quadro 1 - Coeficientes de Curtose, tipos e características da distribuição.

Curtose	Tipo da distribuição	Características da Distribuição
$K < 3$	Platicúrticas	-Caudas curtas; -Distribuição mais achatada que a Gaussiana.
$K = 3$	Mesocúrticas	-Distribuição Gaussiana
$K > 3$	Leptocúrticas	-Caudas longas (fat tails); -Distribuição mais magra que a Gaussiana.

Fonte: Gujarati, 2004. Elaboração Própria

Sob a hipótese nula de i.i.d., as estatísticas de curtose e de assimetria são assintoticamente normalmente distribuídas com médias 3 e 0. Estes dois momentos de ordem superior da série de retornos são importantes na medição do risco financeiro (Corazza & Malliaris, 2002). Mudanças acentuadas nos momentos da média móvel indicam fractalidade da série de dados e não estacionariedade das séries temporais, quer em sentido estrito, quer em sentido lato. Um grau elevado de curtose, quando comparado com a distribuição normal, indica que existem muitos investidores de cobertura de ruído, além de alguns operadores de posições especulativas, mas poucos operadores de gama intermediária. Também significa que a série tem maior peso nas abas, ou seja, possui abas pesadas. No caso oposto, um grau baixo de curtose, quando comparada com a distribuição normal, indica que existe uma distribuição mais uniforme de todos os tipos de operadores.

Um exame formal para a normalidade dos retornos do mercado também pode ser efetuado usando o teste Jarque-Bera (Jarque & Bera, 1987), que segue uma distribuição de Quiquadrado com 2 graus de liberdade e tem a particularidade de combinar os resultados de assimetria e de curtose. A lógica por trás do teste de normalidade de Jarque-Bera (JB) é justamente a verificação da hipótese conjunta de que os coeficientes de assimetria e de curtose são iguais às suas normas zero e três, respectivamente.

Testa-se então a estatística abaixo, sob a hipótese nula da normalidade, onde n é o tamanho da amostra:

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right], \quad (7)$$

onde S é o grau de assimetria e K é o coeficiente de curtose, da distribuição de retornos.

Gujarati (2006) afirma que para uma variável normalmente distribuída, teríamos assimetria igual a zero e curtose igual a três e, nesse caso, o valor da estatística Jarque-Bera seria igual a zero. O valor da probabilidade p , precisa ser maior que a probabilidade considerável (geralmente para as séries financeiras, considera-se 5%). Para aceitar a condição de normalidade da distribuição, ou seja, para valores p maiores que 0,05, considera-se pelo teste Jarque-Bera que a distribuição é normal. Assim, quando o valor da probabilidade p , for menor que 5%, rejeita-se a hipótese nula de que a distribuição dos resíduos é normal.

3.1.2 Autocorrelação

O coeficiente de autocorrelação de Pearson ρ_k é uma medida que determina a extensão em que o valor de uma concretização de uma variável aleatória X_j é capaz de influenciar os valores na sua vizinhança, podendo assumir valores entre -1 (anticorrelação) e $+1$ (correlação perfeita). Esta estatística permite examinar cada par de observações, de forma a determinar se tendem a deslocar-se em conjunto, ou seja, se a existência de um valor mais alto condiciona valores mais elevados dos seus vizinhos (correlação positiva), se a existência de um valor mais alto condiciona valores mais baixos dos seus vizinhos (correlação negativa) ou se os valores do par tendem a não estar relacionados (correlação nula, ou seja, ausência de correlação). A expressão de cálculo é dada por:

$$\rho_n = \frac{E[(X_j - \bar{X})(X_{j+n} - \bar{X})]}{V^2}, \quad (8)$$

onde \bar{X} e V representam a média e a variância da amostra, respectivamente, e n é o defasamento temporal.

Em séries temporais que seguem um processo do tipo ruído branco, observa-se que os coeficientes de autocorrelação para diferentes defasagens variam em torno de zero. Já para séries temporais não-estacionárias, observam-se coeficientes de autocorrelação com valores muito altos para as defasagens iniciais tendendo a se reduzir para zero conforme o número de defasagens vai aumentando.

Grandes e lentas oscilações de decaimento dos preços das ações, distantes dos valores fundamentais, podem ocorrer, sem autocorrelação significativa nos retornos de curto prazo. No entanto, oscilações muito tempo afastadas dos valores fundamentais, implicam a presença de autocorrelação negativa nos retornos de longo prazo. Isto decorre na medida em que as oscilações longe dos valores fundamentais não são permanentes, pelo que os preços terão reversão para a média e os retornos apresentarão correlação serial negativa durante horizontes longos. (STAMBAUGH, 1986)

Quando se trabalha com uma série estacionária univariada, a análise dos coeficientes de correlação ou da função de autocorrelação (que relaciona a autocorrelação com a defasagem do modelo analisado) oferece indicativos sobre o tipo de processo gerador da série temporal em questão.

A função de autocorrelação populacional (ACF) com defasagem n é denotada por:

$$\rho_n = \frac{\gamma_n}{\gamma_0}, \quad (9)$$

onde,

γ_n : covariância com defasagem n

γ_0 : variância

Observa-se assim que a função de autocorrelação oferece um número puro sem unidades dado que a variância e a autocovariância apresentam a mesma unidade de medida, podendo variar no intervalo entre -1 e 1. Na prática, no entanto, estão em geral disponíveis somente dados amostrais, de tal forma que a função de autocorrelação amostral é definida de forma análoga à populacional.

Após o cálculo da ACF para diferentes defasagens do modelo é possível se obter um gráfico da autocorrelação amostral para cada defasagem e desta forma, como ressalta Bueno (2011), a análise gráfica da autocorrelação pode permitir não somente uma melhor caracterização do processo gerador dos dados avaliados como também em alguns casos a identificação das ordens dos mesmos. Isso se deve ao fato de que, a depender da série temporal a que o correlograma se refere, são observados diferentes padrões para o coeficiente de autocorrelação.

A hipótese de mercado eficiente requer que a chegada de nova informação seja imediatamente arbitrada continuamente, ou seja, que os retornos das ações não sejam previsíveis. Num mercado assim caracterizado, o preço de uma ação deve seguir um processo martingale, ou passeio aleatório, em que cada variação não é afetada pela sua história e autocorrelações zero existem em todos os defasamentos. Mas, existindo evidência convincente de correlação negativa, significa que os preços das ações são de reversão para a média, indicando a presença de dependência de longo prazo e, sendo verdade, existirão implicações importantes para a moderna teoria financeira.

3.1.3 Heteroscedasticidade

Admita-se uma sequência de variáveis aleatórias $Y_{t|t=1}^n$ e uma sequência de vetores de variáveis aleatórias $X_{t|t=1}^n$. Lidando com expectativas condicionais de Y_t dado X_t , a sequência $Y_{t|t=1}^n$ é designada heteroscedástica se a variância condicional de Y_t dado X_t modificar com t , contrariando o postulado $E(u_i^2) = \sigma^2$ para $i = 1, 2, \dots, n$. A heteroscedasticidade apresenta-se como uma forte dispersão dos dados em torno de uma reta ou uma dispersão dos dados perante um modelo econométrico regredido. Uma definição mais precisa seria a de uma distribuição de frequência em que todas as distribuições condicionadas têm desvios padrão diferentes.

Heteroscedasticidade condicional exprime dependência não linear na variância condicional, ou seja, é dependência no segundo momento da distribuição da variável da série temporal. Evidência formal sobre heteroscedasticidade condicional pode ser obtida modelando-a diretamente numa estrutura de série temporal. O modelo $ARCH^2$, introduzido por Engle (1982), e a sua generalização traduzida pelo modelo $GARCH$, introduzida por Bollerslev (1986), tem sido frequentemente aplicados para modelar a volatilidade variável no tempo em séries temporais financeiras.

² Modelo Autorregressivo para a heteroscedasticidade condicional muito empregado na modelagem de séries temporais financeiras que apresentam agrupamento de volatilidade variante no tempo.

Dinâmicas de memória de longo prazo são comumente pesquisadas em séries temporais econômicas e financeiras. Para dados com heteroscedasticidade condicional dependente do tempo, uma extensão conveniente é considerar o modelo *ARFIMA*³ com inovações do tipo *GARCH*⁴. Este modelo pode conceder uma forma útil de analisar as relações entre (*conditional mean*) média condicional e a variância de um processo exibindo memória longa e decadência lenta no seu nível, porém, com volatilidade variável no tempo.

3.2 Características Gerais de Frequência Temporal das Séries de Retornos Acionistas

As séries financeiras de retornos acionistas podem ser caracterizadas quanto a Ergodicidade, Estacionariedade e Independência. Neste capítulo é feita a descrição de cada uma dessas características e a maneira como analisá-las nas séries financeiras.

3.2.1 Ergodicidade

Por ergodicidade entende-se a condição em que apenas uma realização do processo é suficiente para obter todas as estatísticas do mesmo. Um processo ou uma série temporal é ergódica quando seu valor esperado ou a média total pode ser substituído por uma média temporal suficientemente longa. Essa substituição é inválida quando uma série é não ergódica (Kyaw e colaboradores, 2006). Geralmente só se tem uma única realização de um processo (i.e. uma única amostra de tamanho T). Séries temporais econômicas são únicas. De acordo com Bueno (2011) existe ergodicidade em uma série temporal quando a média temporal (\bar{y}) do processo convergir para a média não condicional $E(y_t)$

Como não há como se dispor de mais do que uma realização histórica de uma série temporal, pode se usar representações de amostras de dados ordenados temporalmente a partir de séries históricas disponíveis como substitutos de várias realizações históricas de duração crescente relativas a uma determinada população ou amostra. Assim, determinam-se os momentos das séries para cada índice usando janelas temporais de tamanho crescente e, em seguida, representam-se esses momentos em função do comprimento da respectiva janela. Finalmente, inspeciona-se visualmente se as representações convergem gradualmente para uma linha plana paralela à abscissa do tempo, o que levaria à ergodicidade da série temporal (Lipka & Los, 2003, p. 11). Isso significa que os valores dos momentos móveis das janelas temporais de tamanho crescente para todas as séries não se alteram à medida que aumenta o número de observações (Kyaw, Los & Zong, 2006)

³ Correspondente à generalização do modelo ARIMA (adequado para a modelagem de comportamentos de séries temporais a curto prazo). Permite estudar séries caracterizadas por longas dependências temporais.

⁴ Generalização do modelo ARCH, pode ser usado para descrever a volatilidade com menos parâmetros que um modelo ARCH.

A presença de descontinuidades abruptas (singularidades) e de mudanças sem quaisquer pontos de convergência sinaliza a indicação de fractalidade na série temporal e, visualmente, é razoável concluir que tais séries não são ergódicas. Trata-se de uma questão científica empírica averiguar que a realização é suficientemente longa para admitir que os momentos estimados podem ser confiáveis de modo a retirar conclusões acerca da propriedade ergódica de uma série temporal. Na falta de ergodicidade visual, Lipka & Los (2003) alertam que o procedimento habitual de usar momentos temporais como substitutos da (ensemble moments) totalidade dos momentos é empiricamente muito imperfeito (ou visualmente falseado).

3.2.2 Estacionariedade

Quando as características estatísticas (média, variância, autocorrelação, ...) de uma série temporal são constantes ao longo do tempo, ela é estacionária. É uma série que se desenvolve aleatoriamente no tempo, em torno de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estatístico estável (i.e. as leis de probabilidade que atuam no processo não mudam com o tempo)

Uma série temporal é estritamente estacionária de a distribuição conjunta de qualquer grupo de n observações Xt_1, Xt_2, \dots, Xt_n é a mesma que a distribuição conjunta de $Xt_{1+k}, Xt_{2+k}, \dots, Xt_{n+k}$ para todos os momentos n e para todos os defasamentos k . (Lipka & Los, 2003). Refere-se a um processo estocástico no qual a distribuição de probabilidade conjunta total permanece invariável no tempo.

Geralmente as distribuições de retornos dos mercados financeiros são fortemente não estacionárias. Esse comportamento das séries temporais financeiras empíricas desafia a hipótese clássica de mercado eficiente de Fama (1970), a qual apresenta estacionariedade distributiva e independência temporal neutra das inovações de retorno.

A estacionariedade estrita é difícil de observar nos dados das séries temporais financeiras porque seria necessário calcular um conjunto infinito de momentos, na medida em que se ignora quantos existem numa distribuição desconhecida. Consequentemente, a suposição de estacionariedade estrita é muitas vezes relaxada para estacionariedade em sentido fraco. Uma série temporal é fracamente estacionária se o seu primeiro momento (a média) é constante e o seu segundo momento (a função de autocovariância) depende apenas do defasamento temporal (Lipka & Los, 2003). Por outras palavras, refere-se a um processo em que os dois primeiros momentos da distribuição permanecem invariáveis no tempo e a função de autocovariância tem apenas o defasamento inteiro finito como argumento (Kyaw, Los & Zong, 2006, p. 275). Normalizando-se a função de autocovariância em defasamentos temporais ver-se-ia na sua configuração uma definição padrão constante ou uma linha temporal horizontal ao longo do tempo.

Para testar a estacionariedade, podem calcular-se as janelas deslizantes para os primeiros quatro momentos dos índices do mercado de ações. Se não forem observados momentos constantes, devido à ocorrência de mudanças abruptas nos momentos das janelas deslizantes, então existe uma indicação de possível fractalidade da série temporal, concluindo-se que as séries não são estacionárias, nem em sentido estrito nem em sentido lato (Lipka & Los, 2003).

3.2.3 Independência

As variáveis aleatórias que não apresentam histórico são independentes. Informações passadas não são válidas para mensurá-las, apenas informações correntes. Os elementos de uma série temporal são independentes se a função de autocorrelação for igual a um para o desfasamento igual a zero e zero para qualquer desfasamento diferente de zero (Lipka & Los, 2003)

Verifica-se se a independência entre os dados de uma série de dados existe ao se comparar a função de autocorrelação do movimento Browniano geométrico teórico com as funções de autocorrelação das séries de dados empíricos (Kyaw e colaboradores, 2006). O movimento browniano geométrico assume independência, e, portanto, nenhuma correlação serial, logo a sua função de autocorrelação decai imediatamente após o primeiro desfasamento. Nas séries em que a função de autocorrelação atinge valores significativos para os desfasamentos iniciais há indícios da existência de dependência de curto prazo. Nas séries em que a função de autocorrelação se extingue lentamente há indícios da existência de dependência de longo prazo. Portanto, uma série temporal tem memória longa se a sua função de autocorrelação empírica decai a uma taxa hiperbólica bastante mais lenta do que o rápido decaimento do movimento browniano geométrico. Então, para investigar a natureza da dependência de uma série temporal pode examinar-se visualmente a respectiva função de autocorrelação.

3.3 Memória de Longo Prazo

A hipótese de as séries temporais financeiras exibirem dependência de longo prazo tem sido levantada por muitas teorias de ciclos de comércio e de negociação. Essas teorias foram frequentemente motivadas pelos distintos, porém não periódicos padrões cíclicos que tipificam as representações dos agregados econômicos ao longo do tempo, ciclos de vários períodos, alguns dos quais parecendo tão longos como a extensão total da amostra.

Teoricamente, Hurst (1951) observou a presença de memória longa ao estudar as cheias do Rio Nilo. Seu objetivo era o de verificar se havia um padrão de memória ligado às oscilações das marés, ou se estes eventos não passavam de acontecimentos aleatórios independentes. Ao constatar a presença de correlação entre um evento presente e eventos futuros, através da percepção que uma oscilação causada hoje teria um impacto longo, desenvolveu a estatística conhecida como Coeficiente de Hurst (H).

Mandelbrot (1969, 1971, 1972), foi um dos primeiros a reconhecer formalmente a possibilidade e as implicações da persistente dependência estatística a longo prazo nas séries temporais do preço de ativos financeiros. O autor utilizou o coeficiente de Hurst no mercado financeiro, ao aprofundar sobre o tema de memória longa, questionou o movimento browniano clássico, propondo o movimento browniano fractal. Segundo Peters (1991), H possui uma vasta aplicabilidade para análises de séries temporais, dado que o mesmo a considera legitimamente robusta. Ele é capaz de distinguir uma série aleatória a partir de uma série não aleatória, mesmo que a série aleatória seja não-gaussiana.

Os autores Cheung e Lai (1995) referem que uma série com memória longa é caracterizada pela dependência a longo prazo e por não periódicos ciclos longos. Além disso, este processo também pode ser definido como uma série que possui um correlograma decaindo lentamente ou um espectro infinito de frequência zero (GRANGER; DING, 1996).

Já Barkoulas e Baum (1996) indicam que essa característica descreve a estrutura de correlação de uma série de longos defasamentos e Phillips (2009) conclui que a definição da propriedade de série temporal de memória longa é convencionalmente expressa em termos do declínio da lei-potência da função auto-covariância.

Giraitis et al. (2003) definem memória de longo prazo, no contexto de séries estacionárias em covariância, como aquelas que apresentam a propriedade da função não ser absolutamente somável.

Segundo Morettin (2006), a definição matemática de memória a longo prazo é a seguinte:

Suponha que X_t , tenha autocorrelação (ρ_j). Diz-se que X_t possui memória longa se

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-n}^n |\rho_j| \quad (10)$$

é não finita.

A existência de dependência de longo prazo no mercado de ações tem sido um tema importante na investigação financeira recente. Desde que Mandelbrot (1969, 1971, 1972) discutiu as distribuições não Gaussianas dos preços de ativos, introduzindo o conceito de persistência a longo prazo nas séries financeiras e demonstrando que o fenômeno está relacionado com a *fractional integration*, os investigadores financeiros têm procurado modelos adequados que permitam identificar corretamente tal comportamento típico.

3.3.1 Persistência e antipersistência

Mandelbrot (1969) levantou questionamentos sobre o valor do expoente H que caracterizava o movimento browniano clássico, ou seja, $H = 0,5$, o que implica na existência de um passeio aleatório (random walk). Neste caso típico, que caracteriza um processo estocástico constata-se a não existência de memória de longo prazo, já que no passeio aleatório a movimentação depende apenas do passo anterior e não dos demais anteriores. Portanto, se não existe correlação entre eventos passados e futuros, torna-se nula a possibilidade de existir um processo de memória longa.

Em estudos sobre leis de potência, o autor já havia constatado a existência entre incrementos ao longo do tempo, dessa forma pôde expandir seus estudos de maneira a investigar a possibilidade de H não se restringir ao valor de 0,5. Segundo ele, o expoente H, poderia variar no intervalo entre 0 e 1 e justamente por essa possibilidade de variação, que se torna plausível a representação do movimento browniano fracionário que, ao contrário do movimento browniano clássico, não representa um passeio aleatório.

Os autores Mandelbrot e Wallis (1969) verificaram que há uma relação empírica entre o expoente de Hurst e o movimento browniano fracionário, indicando assim que, a estatística R/S e o expoente de Hurst (H) podem ser representados para mostrar as propriedades de memória de longo prazo para séries que apresentam um movimento browniano.

Segundo os autores, alternativamente, há um movimento Browniano fracionário persistente, quando $0,5 < H < 1$, ou um movimento Browniano fracionário antipersistente, quando $0 < H < 0,5$. Uma sucessão de retornos acionistas persistente ou antipersistente é caracterizada por um efeito de memória de longo prazo. A existência de memória longa indica que o mercado poderá voltar à sua tendência de longo prazo no futuro. Teoricamente, quer dizer que o que acontece hoje terá impacto no futuro de uma forma não linear.

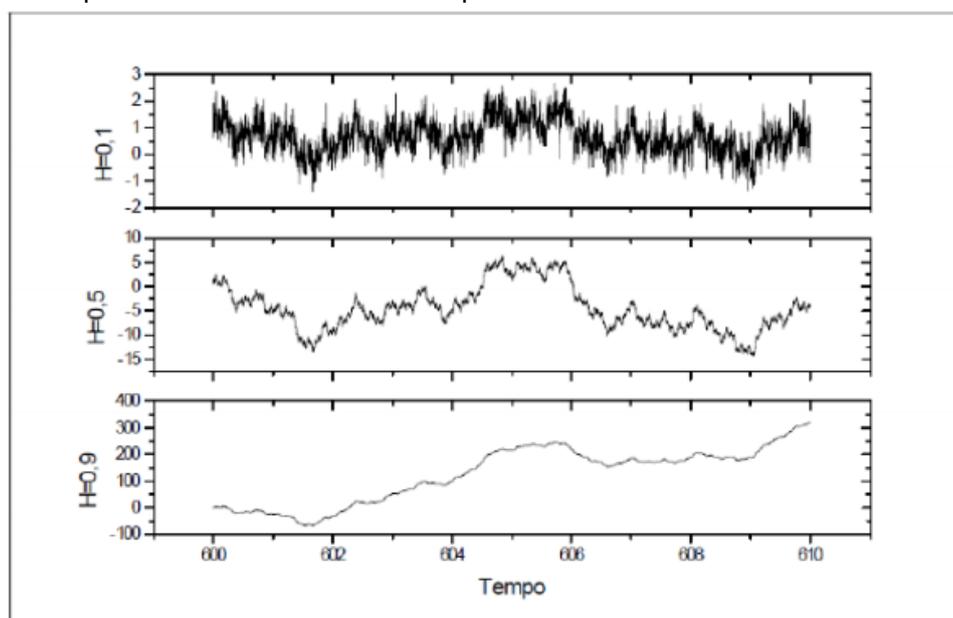
Quadro 2 - Coeficiente de Hurst e classificação do comportamento da série

	Valor de H	Comportamento
Movimento Browniano Clássico	0,5	Passeio aleatório
Movimento Browniano Fracionário	$0 < H < 0,5$	Memória longa antipersistente
Movimento Browniano Fracionário	$0,5 < H < 1$	Memória longa persistente

Fonte: Mandelbrot, 2004.

As séries persistentes e antipersistente possuem memória de longo prazo, enquanto que as não autocorrelacionadas são sem memória (PETERS, 1991). Para melhor ilustrar a propriedade persistência, a Figura 1 mostra o comportamento de três perfis distintos associados aos expoentes de Hurst 0,1, 0,5 e 0,9.

Figura 1 - Comportamentos associados ao expoente de Hurst



Fonte: Mandelbrot, 2004.

Se $H > 0,5$, o processo diz-se dependente a longo prazo com correlações positivas em todos os desfasamentos (Embrechts & Maejima, 2002), corresponde a mercados mais arriscados para investir em que a persistência (positiva) permite oportunidades de ganhos anormais por arbitragem, tornando-os injustos para todos os negociadores. Existindo choques com impacto persistente sobre os preços dos ativos financeiros, surge evidência contra a hipótese de mercado eficiente. Se $H < 0,5$, o processo diz-se dependente a longo prazo com correlações negativas em todos os desfasamentos (Embrechts & Maejima, 2002), corresponde a mercados com rápida reversão para a média. Existindo antipersistência (persistência negativa), ou imprevisibilidade, normalmente são designados mercados ultraeficientes (Kyaw, Los & Zong, 2006).

Num mercado persistente, o evento futuro terá comportamento de mesma direção que o observado anteriormente, assim, se uma alteração do preço foi para cima / baixo no último período, então a perspectiva é que ela continuará a ser positiva / negativa no período seguinte. Frequentemente, existem longos períodos de inércia que podem repentinamente, sem aviso prévio, ser violentamente interrompidos. As tendências são aparentes, mas serão imprevisivelmente perturbadas por descontinuidades abruptas, muitas vezes identificadas nos mercados de ações por *severe drawdowns* (rebaixamentos súbitos) ou por *sharp upshifts* (levantamentos intensos) singulares (Kyaw, Los & Zong, 2006). A força do comportamento de tendência de reforço, ou persistência, aumenta à medida que o valor do expoente de Hurst se aproxima de um. E quanto mais próximo o expoente estiver de 0,5, mais agitado será o processo de precificação e menos suaves serão as tendências aparentes.

Num mercado antipersistente, o comportamento futuro terá sentido oposto ao observado no passado se o preço esteve ascendente no período anterior, então é mais provável que venha a estar descendente no próximo período, e vice-versa. Normalmente, mostram-se imprevisíveis, mas são mais maleáveis do que os mercados persistentes, porque os seus (trading ranges) intervalos de negociação continuam muito limitados e as adaptações aos novos equilíbrios do mercado são bastante graduais nos degraus marginais, embora geralmente em rápida sucessão (Kyaw, Los & Zong, 2006). A força do comportamento anti-persistente depende de quão próximo o expoente Hurst esteja de zero. E quanto mais próximo o expoente estiver de zero, mais negativas dependências a curto prazo estão presentes. Um mercado anti-persistente tende a garantir menor distância de preço do que um movimento Browniano geométrico independente no mesmo espaço de tempo. Para o preço de mercado garantir menor distância de preço, deve inverter-se mais frequentemente do que um processo de mercado com notícias sobre eventos mutuamente independentes

3.4 Estimação da Memória a Longo Prazo

A memória de longo prazo pode ser estimada de várias formas. Hurst (1951), sugeriu um método para a quantificação da memória de longo prazo baseado na estimação de um parâmetro (indicado por um expoente) que caracteriza o comportamento escalado do intervalo de variação dos desvios cumulativos de uma série temporal em relação à sua média. Mais tarde, Mandelbrot & Wallis (1969) e Mandelbrot (1972, 1975) procederam ao redimensionamento do intervalo de variação pelo desvio-padrão amostral e definiram a rescaled-range statistic R/S . Estes autores também introduziram uma técnica gráfica para estimar o expoente Hurst, normalmente designada por rescaled-range analysis R/S .

Hurst (1951) foi quem formulou a estatística R/S, ao estudar problemas de dimensionamento de represas, investigando capacidades ideais. Ele procurou analisar a vazão anual de algumas décadas da represa, como objetivo de determinar quais eram os volumes máximo e mínimo no reservatório, pois se pretendia tanto evitar o transbordamento quanto a secagem do mesmo. A diferença entre os volumes máximos e mínimos seria o *range* de volumes do reservatório. A estatística R/S seria o resultado da divisão do *range* pelo desvio-padrão, que é um resultado adimensional.

Ao analisar esta estatística para diversos períodos de tempo, Hurst (1951), percebeu a presença de uma relação entre o valor da estatística R/S e o número de observações que fizeram parte do cálculo. Posteriormente, ele verificou que essa relação também era válida para outros fenômenos naturais. Nessa relação, a estatística R/S é igual a metade do número de observações elevado a um expoente “H”, denominado, posteriormente, de “Expoente de Hurst”.

Uma metodologia alternativa de estimação do expoente Hurst através da consideração de dependência temporal e de escala foi apresentada por Moreira, Silva & Kamphorst (1994) e Peng, Buldyrev, Havlin, Simons, Stanley & Goldberger (1994). O procedimento baseia-se na modelação da série temporal recorrendo a uma formulação do movimento Browniano fracionário para calcular os expoentes Hurst H através da detrended fluctuation analysis DFA com diferentes tamanhos de janela. A DFA é uma modificação da análise de variância usual, sobre a qual tem a vantagem de ser capaz de detectar dependência de longo prazo em séries temporais não estacionárias.

3.4.1 Rescaled-range statistic - R/S

A estatística R/S trata-se da divisão da amplitude dos valores de uma série por seus respectivos desvios padrões de uma amostra. Entretanto Hurst (1951) afirma que este cálculo não deve ser efetuado apenas uma vez para uma série, ou seja, não basta dividir a amplitude total da série por seu desvio padrão. Se torna necessário dividir a série em séries menores e para cada uma destas subdivisões, calcular a amplitude e dividi-la pelos respectivos desvios padrão. Assim será obtido um valor da estatística R/S para cada subdivisão da série.

O cálculo da estatística R/S e do expoente de Hurst, devem seguir os passos (CAJUEIRO E TABAK, 2004):

Sejam X_t os valores da série a ser estudada, r_t o retorno logaritmo da série e N o tamanho da amostra com τ observações, sendo $\tau < N$.

Para cada τ calcula-se a estatística R/S da seguinte forma

- A) Divide-se a amostra N em n blocos de τ elementos numerados com $1 \leq i \leq n$. Em cada bloco i os elementos $r_{t,i}$ são numerados com $1 \leq t \leq \tau$.
- B) Calcula-se a estatística R/S associada ao tamanho do bloco τ .

1) Calcula-se a média de cada bloco:

$$\bar{r}_i = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} r_{t,i} \quad (11)$$

2) Calcula-se o desvio-padrão de cada bloco:

$$S_i = \left[\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} (r_{t,i} - \bar{r}_i)^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

3) Calcula-se, para cada bloco i , a estatística $(R/S)_i$:

$$(R/S)_i = \frac{1}{S_i} \left[\max \sum_{k=1}^t (r_{k,i} - \bar{r}_i) - \min \sum_{k=1}^t (r_{k,i} - \bar{r}_i) \right] \quad (13)$$

4) Calcula-se a média dos valores $(R/S)_i$ e se associa ao tamanho do bloco τ

$$(R/S)_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R/S)_i \quad (14)$$

C) Terminados os cálculos da estatística R/S , para diversos tamanhos de comprimento de bloco τ , obtém-se o expoente de Hurst da relação:

$$(R/S)_t = (\tau/2)^H \quad (15)$$

1) Dados os pares $(R/S)_t$ e τ obtidos em “B”, executa-se a regressão por mínimos quadrados ordinários

$$\log_{10}(R/S)_t = \log_{10}C + H \log_{10}\tau + erro \quad (16)$$

2) O expoente “H” de Hurst é obtido com intervalo de confiança de 95%.

3.4.2 Detrended fluctuation analysis - DFA

A *detrended fluctuation analysis*, DFA, em comparação com a análise R/S, centra-se nas flutuações em torno da tendência, em vez de no range do sinal. As etapas iniciais dos dois processos são semelhantes. A ideia do método é subtrair as possíveis tendências determinísticas da série temporal original e, em seguida, analisar a flutuação dos *detrended data*.

O DFA é uma alternativa à análise de Hurst. Essa técnica foi proposta inicialmente com o objetivo de detectar correlações de longo alcance em DNA. É calculada da seguinte maneira (COSTA E VASCONCELOS, 2003):

Seja $x_t = \{x_1, x_2, \dots, x_{N_0}\}$ uma série temporal de comprimento N_0 . Assim, transforma-se a série temporal x_t em uma série de log retornos.

Então, calcula-se a série integrada Y_i :

$$Y_i = \sum_{k=1}^i \{r_k - \bar{r}\}, \quad (17)$$

Em que \bar{r} é a média da série de retornos de $i = \{1, \dots, N_0 - 1\}$. Para continuar divide-se o Y_i em N segmentos não sobrepostos de tamanho s , em que $N = \text{int} \left(\frac{L}{s} \right)$. Cada segmento é chamado de v , com $v = \{1, 2, \dots, N\}$

O próximo passo seria calcular, para cada segmento v , a função da variância:

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s + 1] - y_v^m(i)\}^2 \quad (18)$$

Nesse caso, $y_v^m(i)$ representa o ajuste polinomial de ordem m (tendência local) em cada segmento v .

Então calcula-se a função de flutuação média para a janela v de tamanho s .

$$F_2(s) = \left(\frac{1}{N} \sum_{v=1}^N [F^2(s, v)] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

O próximo passo seria determinar a função escalar da função de flutuação média, ao analisar o gráfico log-log de $F_2(s)$ versus s . Esta relação é obtida ao repetir os passos de calcular a série integrada Y_i , calcular a função de variância e a flutuação média para a janela v , de tamanho s , para diferentes tamanhos de janelas s . Se a série temporal x_t possui correlações de longo alcance, o valor de $F_2(s)$ aumenta à medida que o tamanho da janela s aumenta, de acordo com a lei de potência:

$$F_2(s) \sim s^\alpha \quad (20)$$

O parâmetro de α , chamado de correlação, representa as propriedades de correlação da série temporal, da seguinte maneira :

- Se $\alpha = 0,5$, não existem correlações de longo alcance presentes na série.
- Se $0 < \alpha < 0,5$, a série é antipersistente e possui correlação negativa.
- Se $0,5 < \alpha < 1$, a série é persistente e possui correlação positiva.

A obtenção do parâmetro α utilizando as equações 1 e 2, representa o método de cálculo-padrão do DFA.

Capítulo 4

Trabalhos relacionados

A seção deste capítulo enumera uma série de trabalhos relacionados a esta pesquisa, que apresentam a análise do expoente de Hurst como principal foco de trabalho, objetivando a verificação de presença de memória a longo prazo.

4.1 Memória a Longo prazo

Cheung e Lai (1995) estudaram empiricamente o mercado internacional a partir da perspectiva da análise de memória longa. A evidência da presença de memória longa é explorada usando os dados do índice de ações da Morgan Stanley Capital International para dezoito países. Os autores utilizaram dois testes robustos para dependência de curto prazo e heteroscedasticidade condicional: um teste de escala modificada e um teste de diferenciação fracional. Os resultados empíricos obtidos pelos autores, em geral, forneceram pouco suporte para a memória longa nos retornos das ações internacionais, sendo que esses não foram sensíveis a ajustes de inflação nos retornos das ações, fontes de dados e métodos estatísticos utilizados.

Jacobsen (1996), em seu estudo faz uma análise do expoente de Hurst para indicadores financeiros de países como Estados Unidos e Japão, e ainda vários países da Europa, sendo os cálculos realizados com séries tratadas de três maneiras distintas: série filtrada por modelos econométricos ; não filtrada; e utilização da volatilidade. A metodologia utilizada pelo autor foi a estatística modifica de Lo (1991), a fim de minimizar possíveis erros de correlações da memória a curto prazo que eventualmente poderiam aparecer caso a estatística clássica R/S de Hurst (1951) fosse utilizada. Nesse estudo o cálculo do expoente de Hurst foi realizado apenas pontualmente, sendo esta, uma limitação importante, uma vez que não permite a análise das variações dos valores de H ao longo do tempo. Nos países europeus, assim como nos Estados Unidos e Japão, os valores ficaram próximos a 0,5, levando o autor a considerar a possibilidade da existência da memória longo prazo, mas sem a comprovação, naquele momento. O autor constatou a presença de memória a longo prazo apenas na Alemanha e Itália, nos quais os resultados de H se encontraram sempre superiores a 0,5, variando próximos a 0,7 para os dois países, caracterizando assim, como memória longa persistente.

Barkoulas e Baum (1996), através de seu trabalho constataram diferenças de resultados dentro de uma mesma amostra. Os autores utilizarem-se do modelo não paramétrico sugerido por Geweke e Porteiro-Hudak, para realização do teste de memória longa. Os dados utilizados foram do Índice Dow Jones e de alguns ativos individuais. Os autores chegaram à conclusão de que não havia presença de memória longa no Índice Dow Jones, mas em cinco ativos de empresas individuais ficou evidenciada a presença de memória longa e, além disso, afirmaram haver o que chamaram de presença intermediária em outros três ativos. De acordo com os

autores, a memória longa no Índice Dow Jones não fora identificada porque, possivelmente, estivesse mascarada, já que o índice se caracterizava pela composição de vários ativos individuais. A memória longa estaria enviesada pela composição de vários ativos na formação do índice.

Barth (2005) investigou o comportamento da taxa de câmbio australiana ao longo de 20 anos, entre os anos de 1983 a 2003, como objetivo de verificar se havia relações entre a intervenção cambial do governo e os valores da taxa efetiva de câmbio. As estatísticas R/S, V/S e GHE foram utilizadas e os resultados mostraram que a série cambial australiana possui memória longa anti-persistente, já que na maior parte dos eventos, possui valores de expoente de Hurst inferiores a 0,5. Foi realizado um teste de hipótese, com a finalidade de se verificar se a hipótese nula definida como : $H_0 = 0,5$ deveria ser aceita ou não. Assim, todo o período analisado foi dividido, arbitrariamente, em 7 subdivisões e foi executado o expoente de Hurst para cada uma delas com as metodologias propostas. Ele concluiu que a hipótese deveria ser rejeitada, em quase todos os períodos, eliminando assim a possibilidade do valor do expoente ser igual a 0,5, o que caracterizaria num passeio aleatório.

Di matteo et. al. (2005) estudaram ativos de mercados financeiros de vários países, dos quais fizeram os cálculos do expoente de Hurst, com o objetivo de investigar a existência de memória a longo prazo nos países desenvolvidos e nos países emergentes. O expoente de Hurst foi analisado ao longo do tempo, com intuito de se verificar tendências dos mercados. Os autores puderam classificar os índices dos países analisados em três grandes categorias: países cujos índices foram superiores a 0,5; países em que os valores de H oscilaram próximos a 0,5 e países em que os valores do expoente de Hurst foram inferiores a 0,5. Curiosamente apareceu um padrão: no primeiro grupo se situavam, índices de países emergentes, como o Hang Seng (Coréia), enquanto, no terceiro grupo, apareceram índices dos países cujos mercados são mais consolidados, como o Dow Jones (EUA).

Na mesma vertente da investigação da memória a longo prazo, Morettin (2006) realiza o cálculo do expoente de Hurst, de forma pontual, para a série de volatilidades do Ibovespa, no período compreendido entre 1995 e 2000. O autor encontrou o valor de 0,71 para o expoente de Hurst, o que leva à presença de memória longa persistente. O autor utilizou, ainda, um teste de hipótese para validar ou não os valores calculados, sobre a premissa de hipótese nula ($H_0 = 0,5$) de não haver processo de memória longa. De acordo com os resultados, o autor confirmou, com nível de significância de 0,01, pela existência de memória longa.

Cajueiro et. al. (2004) testaram a hipótese do mercado eficiente no mercado acionário asiático por meio da abordagem da dependência de longo prazo. Os três mercados estudados: Hong Kong, Singapura e China evidenciaram a presença da dependência de longo alcance. Os autores concluíram que a liquidez e capitalização de m mercado podem desempenhar um papel importante na compreensão dos resultados provenientes de testes de dependência de longo alcance.

Cajueiro et. al. (2007) analisaram a presença de memória a longo prazo em contratos futuros no sistema monetário europeu no período de 1986 a 2004. Foram cálculos expoentes de Hurst para a série de contratos futuros da moeda britânica. Os cálculos foram realizados da mesma maneira que Jacobsen (1996), com séries tratadas de três maneiras distintas: série filtrada por modelos econométricos; não filtrada; e utilização da volatilidade. Concluíram que havia a presença da memória a longo prazo na série, existindo variância apenas no ano de 1983. De acordo com os autores isso se deveu à crise europeia, e a longo prazo não abalaria os resultados e subseqüentes interpretações.

Assim como Morettin (2006), Marques (2007) também analisou a série de volatilidades do Ibovespa, em período mais longo, 1996 a 2007. Diferentemente do trabalho de Morettin, o cálculo do expoente de Hurst foi realizado para valores ao longo do tempo. O autor conclui que, mesmo os valores oscilando, entre valores inferiores e superiores a 0,5, há a presença da memória a longo prazo persistente, já que na maioria das vezes os valores se mantiveram acima do patamar de 0,6.

Capítulo 5

Enquadramento, metodologia e amostra de dados do estudo

Neste capítulo serão apresentadas a caracterização, delimitação e abrangência da pesquisa. Além disso será descrita a metodologia utilizada para o tratamento dos dados.

5.1 Enquadramento da pesquisa

O mercado de ações é um local público e organizado para negociação de alguns títulos mobiliários e imobiliários (ações, opções de ações, fundos imobiliários, etc.). As transações podem ocorrer por intermédio das bolsas de valores ou nos chamados mercados de balcão (mercados em que são comercializados títulos não negociados em bolsas, dentro das normas legais previstas em lei e regulamentos, sem coordenação de entidades privadas de autorregulação).

No Brasil, a única bolsa de valores de mercadorias e futuros em operação, atualmente, é a B3 (Brasil, Bolsa, Balcão) anteriormente conhecida como Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&F Bovespa), com sede em São Paulo. O mercado acionário do país é controlado por um órgão ligado ao governo federal, uma autarquia especial: a Comissão de Valores Mobiliários (CVM), que é responsável por disciplinar, fiscalizar e promover o mercado de valores mobiliários.

O índice Bovespa (Ibovespa) é o principal indicador do desempenho médio do mercado de ações brasileiro. É definido como o valor, em moeda corrente, de uma carteira teórica de ações (criada em 1968), a partir de uma aplicação hipotética, e supõe-se que nenhum investimento adicional tenha sido feito. A carteira teórica é formada por ações que representam, somadas, 80% do volume de transações à vista nos doze meses anteriores à formação da carteira, que é avaliada quadrimestralmente, atribuindo-se a cada papel um novo peso, segundo a distribuição de mercado.

Figura 2 - Ranking, por peso, da formação da carteira do Ibovespa válido no período de 02 de janeiro de 2018 a 04 de maio de 2018 (lista dos 30 principais ativos).

COD.	ACAO	TIPO	QTDE. TEORICA	PART. %
ITUB4	ITAUUNIBANCO	PN N1	3.117.740.754	10,492
VALE3	VALE	ON EJ NM	3.148.784.934	9,946
BBDC4	BRADESCO	PN EJ N1	2.934.441.440	7,755
ABEV3	AMBEV S/A	ON EJ	4.054.193.868	6,875
PETR4	PETROBRAS	PN	4.128.739.403	5,251
BVMF3	B3	ON EJ NM	2.035.474.854	3,657
PETR3	PETROBRAS	ON	2.708.721.652	3,597
ITSA4	ITAUSA	PN EJ N1	3.860.753.592	3,307
BBAS3	BRASIL	ON NM	1.226.268.476	3,112
UGPA3	ULTRAPAR	ON NM	411.449.405	2,414
BRFS3	BRF SA	ON NM	769.730.779	2,259
KROT3	KROTON	ON NM	1.476.947.742	2,131
CIEL3	CIELO	ON EJ NM	1.118.582.207	2,075
LREN3	LOJAS RENNER	ON EJ NM	703.337.444	1,979
VIVT4	TELEF BRASIL	PN EJ	415.110.664	1,613
RADL3	RAIADROGASIL	ON EJ NM	211.894.226	1,522
BBSE3	BBSEGURIDADE	ON NM	671.580.824	1,510
BBDC3	BRADESCO	ON EJ N1	573.325.977	1,427
CCRO3	CCR SA	ON NM	1.115.695.556	1,427
JBSS3	JBS	ON NM	1.560.125.039	1,205
EMBR3	EMBRAER	ON EJ NM	732.863.698	1,179
HYPE3	HYPERMARCAS	ON NM	397.066.972	1,155
RAIL3	RUMO S.A.	ON NM	1.115.172.711	1,115
WEGE3	WEG	ON EJ NM	569.478.874	1,114
EQTL3	EQUATORIAL	ON NM	198.128.714	1,032
GGBR4	GERDAU	PN N1	987.996.350	0,967
PCAR4	P.ACUCAR-CBD	PN N1	155.339.008	0,950
SANB11	SANTANDER BR	UNT	373.269.828	0,940
SBSP3	SABESP	ON NM	339.985.584	0,929
LAME4	LOJAS AMERIC	PN N1	682.223.623	0,924

Fonte: www.momentoeconomico.com.br

O Ibovespa é extremamente confiável e possui uma metodologia de fácil acompanhamento pelo mercado, representando para além do comportamento médio dos preços das principais ações, o perfil das negociações nos pregões da Bovespa. A principal finalidade do Ibovespa é apresentar um indicativo comportamental médio do mercado financeiro. O índice é calculado considerando-se instantaneamente o preço de todos os negócios efetuados no mercado à vista, desde que tenham ações que componham a sua carteira.

O índice Bovespa é calculado como sendo a soma, sobre todas as ações que integram a carteira teórica, do peso (quantidade teórica da ação na carteira) multiplicado pelo último pelo último preço da ação, ou seja:

$$Ibovespa(t) = \sum_{i=1}^n P_i(t)Q_i(t), \quad (21)$$

Sendo,

$Ibovespa(t)$ o índice no instante t;

n o número total de ações distintas componentes da carteira teórica;

$P_i(t)$ o último preço da i-ésima ação no instante t ;

$Q_i(t)$ a quantidade teórica da i-ésima ação na carteira no instante t.

Na BM&F Bovespa (atualmente B3) são negociadas as ações das maiores companhias brasileiras, as quais apresentam nomes fortes e negócios consolidados. Dentre as 20 ações mais negociadas na bolsa brasileira, em 2018, temos: Ambev, Bradesco, Cemig, Cielo, Itaú, Itausa, Lojas Renner, Vale e Petrobras as quais apresentam ativos de aplicações de primeira linha. Essas ações são bastante procuradas e apresentam bastante liquidez, ou seja, existe um grande interesse dos investidores em negociar essas ações. Muitas vezes esses ativos batem recordes de negociações diárias na bolsa.

O trabalho de investigação do estudo empírico desta dissertação enfoca na análise dos dados constitutivos dos retornos diários do Ibovespa e de cinco ativos individuais de grande importância na bolsa brasileira, designadamente, Ambev, Cemig, Itaú, Vale e Petrobras, os quais foram sorteados entre os 20 ativos mais negociados na bolsa de valores. Essa amostra tem grande importância nacional, como pode ser visto no quadro 3, onde está representado o volume financeiro médio diário anual de cada ativo deste estudo.

Quadro 3 – Características dos ativos individuais Ambev, Cemig, Itaú, Petrobras e Vale.

Empresa	Código	Segmento Bovespa	Volume financeiro médio diário anual (R\$ milhares)			% do total de 2018
			2016	2017	2018	
Petrobras	PETR4	Exploração, refino e distribuição	615.171	561.260	1.422.962	13,12
Vale	VALE3	Minerais metálicos	132.102	362.227	882.557	8.14
Ambev S/A	ABEV3	Cervejas e refrigerantes	246.878	247.443	317.425	2,93
Itaú S/A	ITSA4	Bancos	171.281	155.740	226.888	2,09
Cemig	CMIG4	Energia elétrica	53.488	69.173	107.326	0,99

Fonte: www.economatica.com.br (Adaptado)

5.2 Metodologia

A metodologia do estudo empírico envolve um trabalho, pormenorizado e evolutivo, orientado para analisar a série de retornos diários do Ibovespa e de cinco ativos individuais, do mercado acionário brasileiro, sendo eles, Ambev, Cemig, Itaú, Petrobras, Vale, com o intuito de detectar e modelar a possível presença da propriedade de memória de longo prazo. As primeiras etapas do estudo estão relacionadas a conceitos de estatística para aprofundar o conhecimento das características dos dados amostrais.

Em primeiro lugar, realiza-se uma análise gráfica preliminar dos dados das séries temporais, de modo a iniciar a exploração dos movimentos dos preços do Ibovespa e dos cinco ativos individuais, do mercado acionário brasileiro. A representação das séries temporais diárias dos níveis de preços e dos retornos dos índices permite evidenciar os principais acontecimentos ao longo do tempo.

Em segundo lugar, analisam-se as propriedades estatísticas básicas das séries temporais de retornos acionistas, com especial enfoque na análise do desvio de normalidade e na análise de autocorrelação.

A análise de normalidade assenta nas estatísticas dos quatro primeiros momentos das séries, conforme definidos nas expressões (3), (4), (5) e (6), no teste estatístico de Jarque-Bera aos dados, conforme (7). Os momentos de maior ordem das séries de retornos financeiros, como a assimetria e a curtose, são importantes na medição do risco financeiro.

São representados os histogramas das séries diárias de retornos do Ibovespa e dos ativos individuais, de forma a enriquecer a caracterização dos dados e promover melhor análise quanto ao formato de distribuição que as séries de retornos representam, em relação a distribuição normal. A análise da função de autocorrelação assenta-se na representação das funções ACF das séries dos retornos dos índices para defasamento de 200 dias (em média 2 anos de negociação)

Em terceiro lugar, estudam-se as características gerais de frequência temporal das séries de retornos acionistas, através da configuração dos quatro primeiros momentos calculados usando janelas temporais deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias (cerca de 2 meses de negociação). As magnitudes dos momentos são calculadas em função do número de observações em cada janela. Essa atuação permite testar a estacionariedade, das séries financeiras. A ausência de estacionariedade distributiva e de independência neutra temporal das inovações de retorno desafia a hipótese clássica do mercado eficiente, segundo Fama (1970), que se baseia na assunção de comportamento martingale dos preços dos mercados financeiros.

As fases seguintes do trabalho recorrem a conceitos de Econofísica⁵ para aplicar teorias e métodos desenvolvidos no domínio da física estatística, juntamente com outros da dinâmica não linear, com vista a resolver questões de âmbito financeiro relacionadas com a memória de longo prazo nas séries de retornos diários do índice Bovespa e dos cinco ativos individuais, do mercado acionário brasileiro. No propósito de esclarecer se os rendimentos têm memória longa, e, assim, se são previsíveis no tempo, este trabalho de investigação considera os dois métodos de estimação do expoente de Hurst, mais usualmente utilizados na literatura.

Embora o modelo de difusão de preços subjacente ao movimento Browniano geométrico popular alegue fornecer um bom ajuste aos dados de séries temporais financeiras, os seus pressupostos de normalidade, estacionariedade e independência das inovações residuais nem sempre são verificados pelos dados empíricos dos mercados financeiros. A confirmação de memória longa contraria a hipótese de passeio aleatório com incrementos i.i.d., que é a base da hipótese de mercado eficiente na sua forma fraca. A identificação apropriada da natureza

⁵ O termo “Econofísica” apareceu pela primeira vez a partir de meados da década de 1990 e foi endossado, em 1999, no livro “Introduction to Econophysics” de Mantegna e Eugene-Stanley. O termo sugere que existe uma abordagem física para a economia, de forma similar a outras áreas multidisciplinares como biofísica, geofísica e astrofísica. Assim, métodos de investigação oriundos da física estatística e sistemas não-lineares têm sido aplicados ao estudo de problemas econômicos, principalmente àqueles relacionados às flutuações dos índices financeiros produzidas nas bolsas de valores.

da persistência das séries temporais financeiras constitui um passo fundamental para decidir que tipo de modelagem de difusão das séries pode fornecer resultados invariáveis.

Em quarto lugar, procede-se à estimação da memória de longo prazo nas séries de retornos do Ibovespa e dos ativos individuais, sob a abordagem do movimento Browniano fracionário. A verificação de persistência ou antipersistência, existindo memória longa, baseia-se na estimação dos expoentes de Hurst, considerando dois métodos distintos: o processo da rescaled-range analysis, apresentado por Mandelbrot & Wallis (1969), e o processo da detrended fluctuation analysis, apresentado por Peng e colaboradores (1994).

O processo gráfico da análise R/S baseia-se na regressão linear de $\log R/S$ sobre $\log s$, para estimar o expoente de Hurst na relação de escalamento assintótico $R/S_t \sim at^H$, onde a é uma constante positiva finita independente de t . Já processo da análise DFA baseia-se na regressão linear de $\log F(n)$ sobre $\log n$, para estimar o expoente Hurst na relação de escalamento com lei de potência $F(n) \sim n^H$.

A determinação do coeficiente de determinação R^2 , no caso da análise R/S, e do desvio padrão S , no caso da análise DFA, permitem reconhecer a qualidade do ajustamento e das estimativas do expoente H obtidas pelo método de regressão simples de mínimos quadrados.

Em quinto lugar, representa-se a evolução temporal do expoente H obtido por via da rescaled-range analysis R/S. Este trabalho adicional aplica-se a subintervalos deslizantes, em que cada ponto representa o final de cada janela, de modo a investigar se o expoente Hurst varia no tempo para o Ibovespa e os cinco ativos individuais.

5.3 Dados do Estudo Empírico

Os dados do trabalho de investigação do estudo empírico dizem respeito às séries de cotações de fecho diário do Ibovespa e dos cinco ativos individuais, Ambev, Cemig, Itaú, Petrobras e Vale. Os dados relativos ao índice e aos ativos foram retirados da plataforma Bloomberg e abrangem um período superior a 10 anos, compreendido entre 03 de janeiro de 2008 e 03 de maio de 2018, durante o qual proporcionam 2666 observações, para o Ibovespa e para os cinco ativos financeiros.

Os dados diários foram preferíveis aos de frequência superior por serem uniformemente espaçados no tempo, já que o estudo também enfoca a identificação e medição das características de persistência dos mercados financeiros, e como os respetivos preços tendem a ajustar-se aos choques durante longos períodos. O valor de fechamento do índice é um bom indicador da sua média diária, no sentido em que os erros absolutos entre o valor de fechamento do índice e a média dos valores máximo e mínimo da sessão são quase sempre reduzidos. Portanto, o comportamento do fechamento tem características similares à referência do dia-a-dia e constitui uma base válida de comparação, embora aproximada. A consideração do valor de fechamento da sessão diária como valor para o dia também possibilita a comparação de resultados com outros estudos.

Os dados utilizados no estudo empírico consistem na transformação simples do índice acionista através da primeira diferença logarítmica neperiana dos seus níveis. Em termos práticos, os retornos são calculados a partir dos preços diários consecutivos dos índices, da seguinte forma:

$$X_t = \log P_t - \log P_{t-1} \quad (21)$$

É comum neste formato de análise basear os resultados no estudo dos log-retornos dos índices, uma motivação adicional para essa escolha (em vez dos níveis dos índices) é que geralmente são estacionários (covariância estacionária) e representam o comportamento da volatilidade condicional da série de uma forma mais intuitiva (Mantegna & Stanley, 2000). Por outro lado, o crescimento da dispersão de um índice com o aumento do valor do índice é típico em dados financeiros deste gênero e, por isso, a adoção de logaritmos na série original é normalmente necessária para estabilizar a variância.

A extensão do período de análise considerado é significativa, durante a qual permite incluir a ocorrência de vários eventos relevantes, muitos deles marcados por crises financeiras.

Capítulo 6

Análise e Discussão dos Resultados

Após a caracterização das séries financeiras e a aplicação dos métodos de investigação de memória a longo prazo, é realizada a análise e discussão dos resultados à luz da base teórica.

6.1 Análise Preliminar dos Dados das Séries Temporais

O enfoque particular da investigação consiste na exploração dos movimentos de preços do índice Bovespa e dos cinco ativos individuais, Ambev, Cemig, Itaú, Petrobrás e Vale. As Figuras 3, 4 e 5 representam as séries temporais diárias dos níveis de preços (no primeiro painel) e dos retornos dos índices (no segundo painel), para evidenciar os acontecimentos mais relevantes ao longo do tempo

Figura 3 – Séries temporais diárias dos níveis de preços e retornos para o Ibovespa e os ativos individuais Ambev, Itaú, Cemig, Petrobras e Vale.

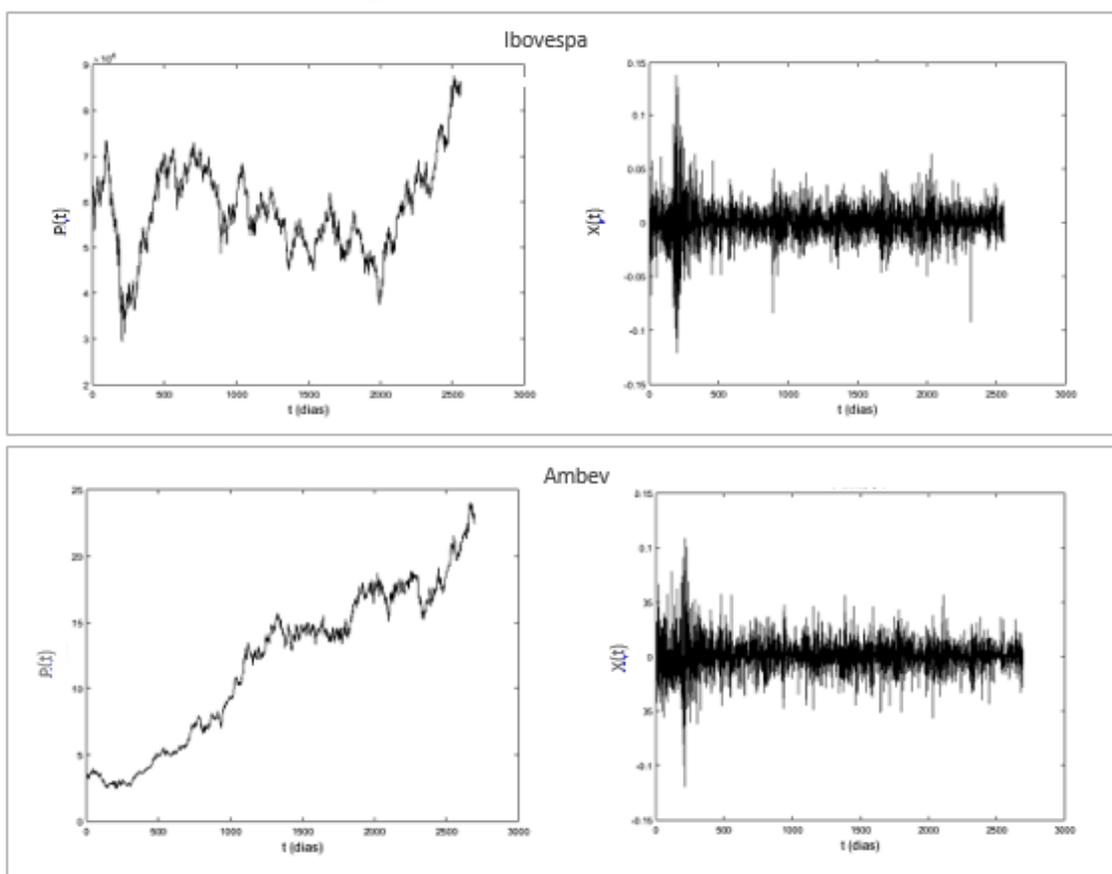
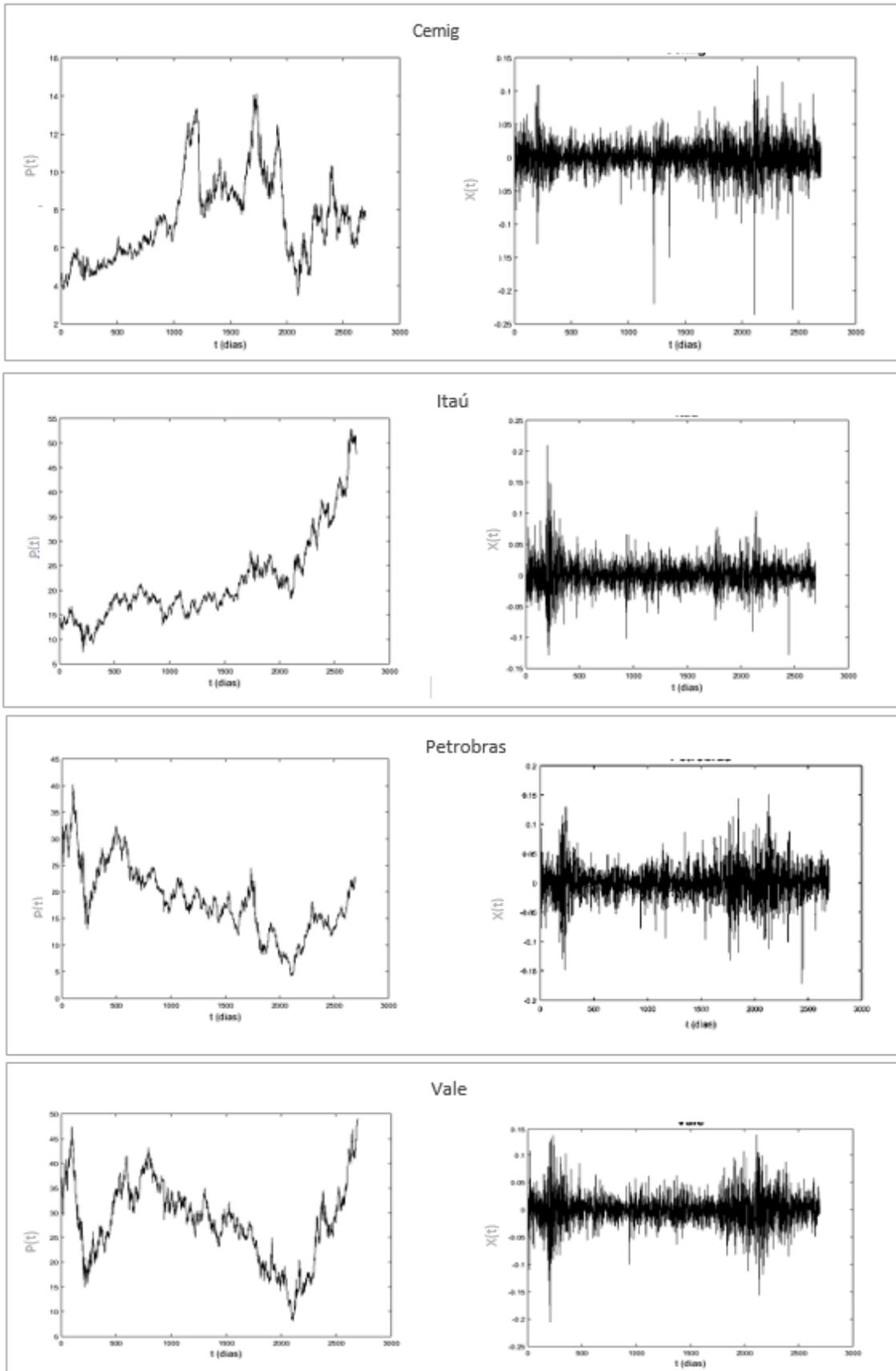


Figura 3 – Séries temporais diárias dos níveis de preços e retornos para o Ibovespa e os ativos individuais Ambev, Itaú, Cemig, Petrobras e Vale. (Continuação)



Fonte: Própria autora

As representações dos preços e dos retornos dos índices mostram períodos distintos, com variações nas séries. As séries temporais para estes dados mostram a existência de inúmeros picos nos processos, que são consistentes com mudanças repentinas nas cotações do mercado de ações.

O comportamento gráfico representa os diferentes períodos das cotações do mercado de ações. O ano de 2008 foi o início de uma crise internacional, originada no setor hipotecário dos EUA, que em 15 setembro de 2008, marco da crise, culminou com a falência de um dos bancos de investimentos mais tradicionais dos Estados Unidos, o Lehman Brothers e as Bolsas do mundo todo despencaram. No Brasil a Bovespa sofreu sucessivas quedas e apenas nos primeiros 9 meses do ano já havia acumulado inúmeras perdas. Enquanto em 2009 houve retração da economia de 0,3%, em 2010 o PIB voltou a crescer 7,5% e o país ficou conhecido como o primeiro a sair da crise. Apesar dos efeitos da economia global, que sofreu com crise na Europa, desaceleração na China, e período de recuperação nos Estados Unidos, fazerem com que a economia brasileira crescesse abaixo das expectativas, 0,9%, em 2012, sendo o pior desempenho anual da economia desde 2009, o resultado da Bovespa foi o melhor desde 2009, com a valorização do Ibovespa de 7,4%. Já em 2014, com as investigações de corrupção na Petrobrás, o Ibovespa fechou em baixa e ao longo do ano, a Bovespa acumulou queda de 2,91%, se tornando a bolsa mais instável, dentre 20 mercados mundiais. Após três anos de queda, a Bovespa acumulou valorização de 38,93% em 2016. A Bolsa havia terminado 2015 com queda de 13,31%. Os principais fatores contribuintes para a alta foram o cenário político, com a mudança de governo, após o impeachment da, então, Presidente Dilma Rousseff, as incertezas em relação ao cenário externo, com o mercado internacional em recuperação e a trajetória dos preços das commodities, que passaram a ser melhor apreciadas, como o petróleo. No acumulado em 2017, a valorização do Ibovespa foi de 26,3%. Este foi o segundo ano seguido de ganhos do Ibovespa, porém houve muita volatilidade nas ações.

6.2. Propriedades Estatísticas Básicas das Séries Temporais de Retornos Acionistas

A segunda parte do estudo empírico consiste na análise das propriedades estatísticas básicas das séries temporais de retornos acionistas, com especial enfoque na análise do desvio de normalidade e na análise de autocorrelação.

6.2.1 Desvio da Normalidade

Para proporcionar uma compreensão geral da natureza dos dados do Ibovespa e dos ativos individuais, a tabela apresenta as propriedades estatísticas dos retornos diários: o mínimo e o máximo da série, a média, variância, assimetria, curtose e o teste estatístico de Jarque-Bera à normalidade dos dados

Tabela 1 – Estatísticas descritivas das séries diárias de retornos logarítmicos do Ibovespa e dos cinco ativos individuais.

Estatísticas descritivas	Ibovespa	Ambev	Cemig	Itaú	Petrobras	Vale
Mínimo	-0,1210	-0,1197	-0,2364	-0,1295	-0,1715	-0,2055
Máximo	0,1368	0,1091	0,1375	0,2100	0,1508	0,1377
Média (x10⁻⁴)	1,1581	6,8333	2,0315	4,6542	-1,3588	0,9173
Variância (x10⁻⁴)	3,0842	2,5592	6,1058	4,9847	7,9376	7,6262
Assimetria	0,0110	0,1326	-0,8436	0,4867	-0,0498	-0,0334
Curtose	9,5466	7,9861	13,3488	10,6269	6,4879	7,0505
Normalidade (Jarque-Bera)	4562,7	2799,9	12346	6638,5	1367,2	1842,9
p-value	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Número de observações	2666	2696	2696	2696	2696	2696

Fonte: Própria autora

Os retornos médios das séries se mostram, na maioria das vezes, positivos, com exceção à série da Petrobras, e com variabilidades altas indicadas pela variância. O ativo Ambev mostra a maior esperança de retorno, enquanto o ativo Petrobras apresenta menor valor para a média e para a dispersão dos retornos.

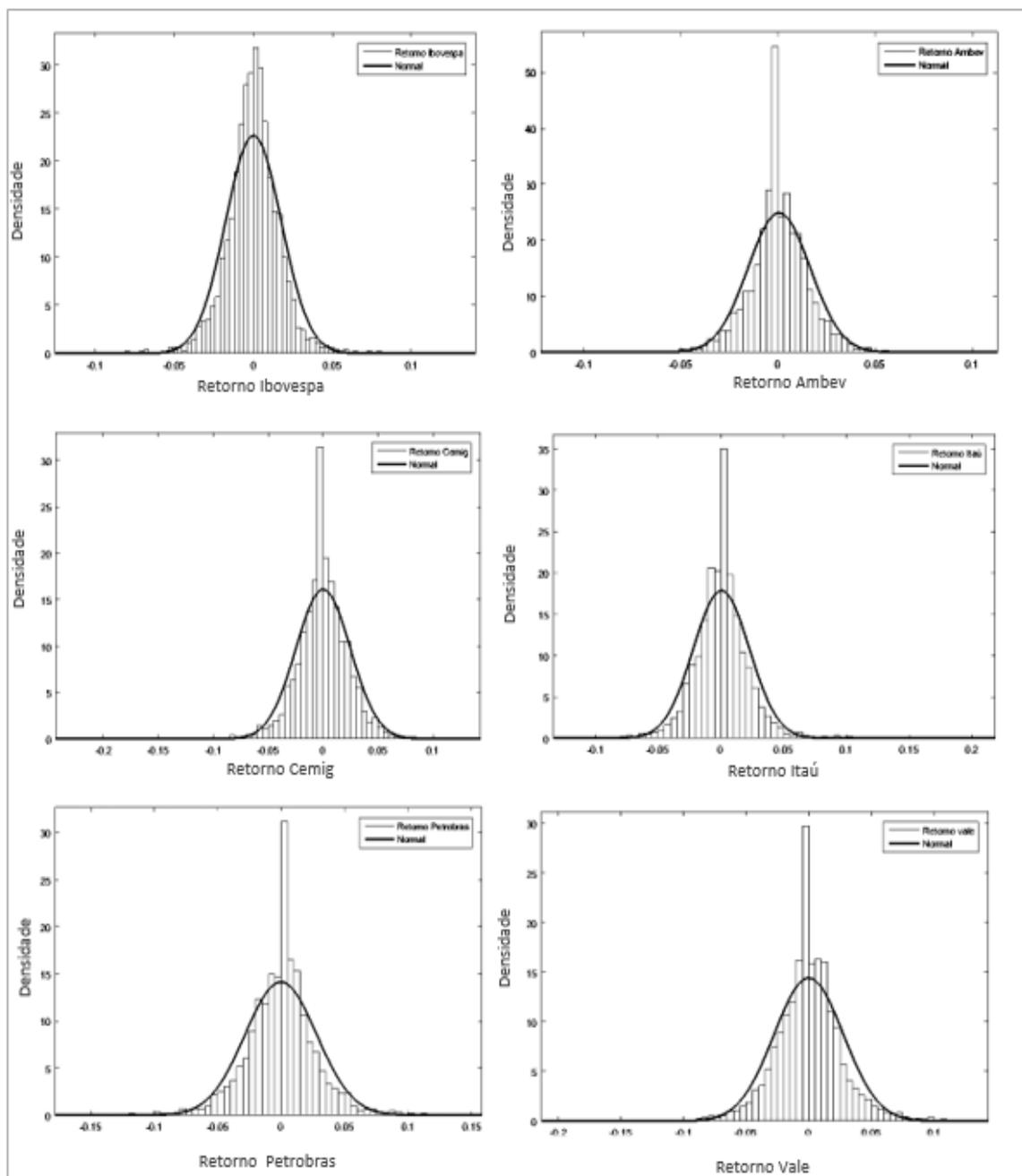
Para uma distribuição normal, as medidas de assimetria e de curtose são nulas. O Ibovespa e os ativos Ambev e Itaú possuem assimetria positiva, ou seja, enviesamento para a direita, enquanto os ativos restantes são enviesados à esquerda, com assimetria negativa, possivelmente devido a avultados retornos negativos associados aos crashes dos mercados nos últimos 10 anos. Além disso, todas as séries exibem graus de excesso de curtose positivos (sendo classificadas como leptocúrticas) e elevados, especialmente no caso dos ativos da Cemig e do Itaú. Uma distribuição com um valor de curtose positiva indica que a distribuição tem caudas mais pesadas do que a distribuição normal. Estas características são frequentemente encontradas nas distribuições de retornos de ativos financeiros. Na generalidade, os resultados obtidos pelas estatísticas dos momentos suportam a existência de desvios significativos relativamente ao comportamento Gaussiano dos retornos das ações.

Os resultados do teste estatístico de Jarque-Bera corroboram a indicação de rejeição da hipótese nula de normalidade dos retornos em todas as séries, conforme observado na tabela. Para o Ibovespa e todos os ativos individuais o valor da probabilidade foi menor que 5%.

Na Figura 4 também se elaboraram o histograma para as séries de retornos do Ibovespa e dos ativos Ambev, Cemig, Itaú, Vale e Petrobras. A forma de uma distribuição pode ser visualizada através do seu histograma e, por sua vez, compará-lo com a função densidade de probabilidade da distribuição Normal (com a mesma média e desvio-padrão) ou de qualquer outra distribuição. O processo de construção consistiu para os log-retornos de cada índice em subtrair o valor da média e dividir pelo desvio-padrão. Sobre o histograma do índice Ibovespa

foi desenhada a configuração da função densidade de probabilidade de uma variável aleatória normal, definida pela expressão : $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$, padronizada com $\sigma=1$ e $\mu=0$.

Figura 4 – Histograma e função normal das séries diárias para os retornos do Ibovespa e dos cinco ativos individuais.



Fonte: Própria autora

Nos histogramas observa-se que os resultados positivos ou negativos próximos da média ocorreram com uma frequência muito maior do que os de grandes variações. Assim, a figura é mais elevada no centro e vai diminuindo conforme se afasta de zero, tanto para a direita quando para a esquerda. Em geral as distribuições empíricas são mais consistentes próximas à média que a distribuição normal. Portanto, assumem um formato mais fino no meio e alcançam uma altura maior. Nota-se também a presença de outliers, observações que fujam muito ao padrão, das demais da série. A distribuição normal atribui probabilidade praticamente nula para eventos extremos. A

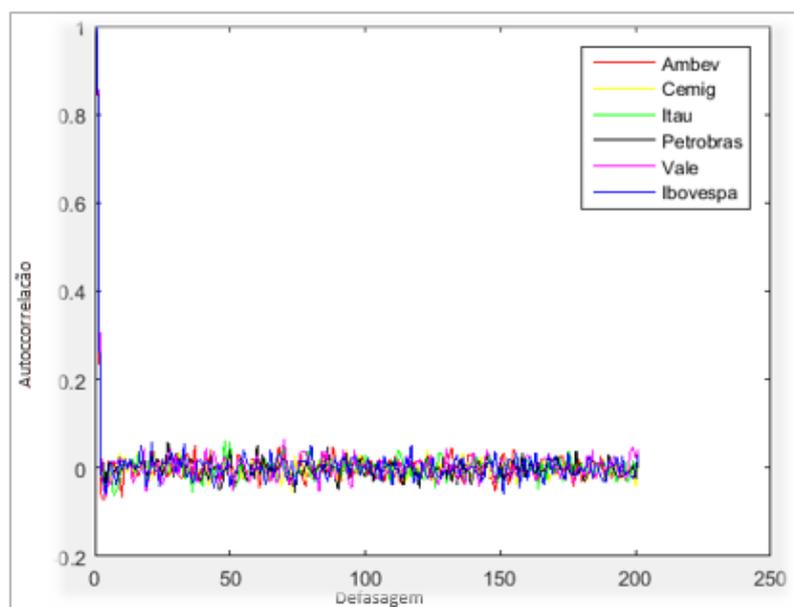
partir de determinado ponto a esquerda ou a direita, a probabilidade de que grandes eventos aconteçam se mostra praticamente nula. Porém, nas distribuições acima, vemos que existem eventos de grande intensidade.

Ao contrário do que prevê uma distribuição normal, a distribuição histórica mostra que existem eventos de grande intensidade, tanto positivos quanto negativos que ocorrem com certa frequência. Ainda que sejam raros, a probabilidade de tais eventos ocorrerem não pode ser descartada.

6.2.2 Autocorrelação

A figura 5 demonstra que os coeficientes de autocorrelação dos retornos do Ibovespa e também dos cinco ativos individuais, estão próximos de zero, sendo o Ibovespa a atingir os valores mais elevados, que diminuem com o aumento da ordem do defasamento. De acordo com (Lipka & Los, 2003), os valores da ACF para diferenças de preços e retornos são muito menores do que para outras séries. Ainda assim, a função de autocorrelação da série dos retornos não desaparece, mesmo quando o defasamento (lag) é incrementado e se torna muito grande (200 dias correspondem a cerca de 2 anos de negociação).

Figura 5 - Função de autocorrelação para os retornos Ibovespa e os cinco ativos individuais.

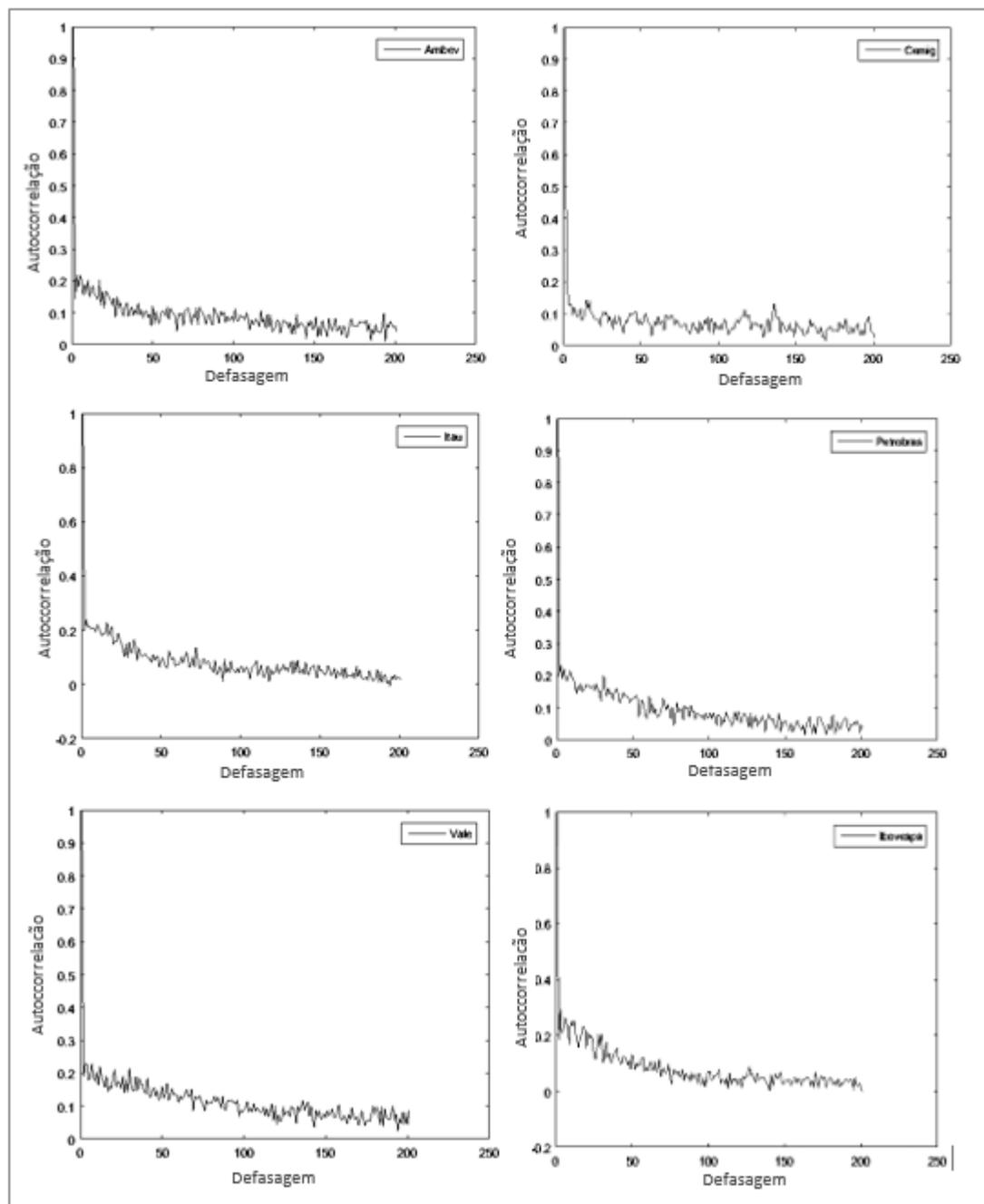


Fonte: Própria autora

Num mercado caracterizado pela Hipótese do Mercado Eficiente o preço de um título deve seguir um processo martingale ou passeio aleatório, em que cada variação não é influenciada pelo seu passado e autocorrelações nulas deveriam existir em todos os defasamentos. Através da figura 5 é possível perceber a presença de autocorrelação negativa, significando que os preços das ações são de reversão para a média, indicando a presença de dependência de longo prazo. Paralelamente à representação anterior, a Figura 6 mostra as funções de autocorrelação das séries dos retornos diários absolutos do Ibovespa e dos cinco ativos individuais, Ambev, Cemig, Itau, Petrobras e Vale, calculadas com defasamentos até 200 dias no pressuposto de

que traduz um intervalo suficientemente longo para determinar a dependência de longo prazo (Lipka & Los, 2003)

Figura 6 - Função de autocorrelação das séries diárias dos retornos absolutos do Ibovespa e ativos individuais Ambev, Cemig, Itaú, Petrobras e Vale.



As funções apresentam comportamento com um padrão claro e bastante semelhante entre o Ibovespa e os ativos individuais analisados. Os valores das funções de autocorrelação das séries de retornos diários absolutos são pequenos em magnitude, mas diminuem muito lentamente. Se a ACF amostral de uma série temporal não é grande em magnitude, mas decai lentamente, então a série pode constituir um processo de memória longa (Tsay, 2002).

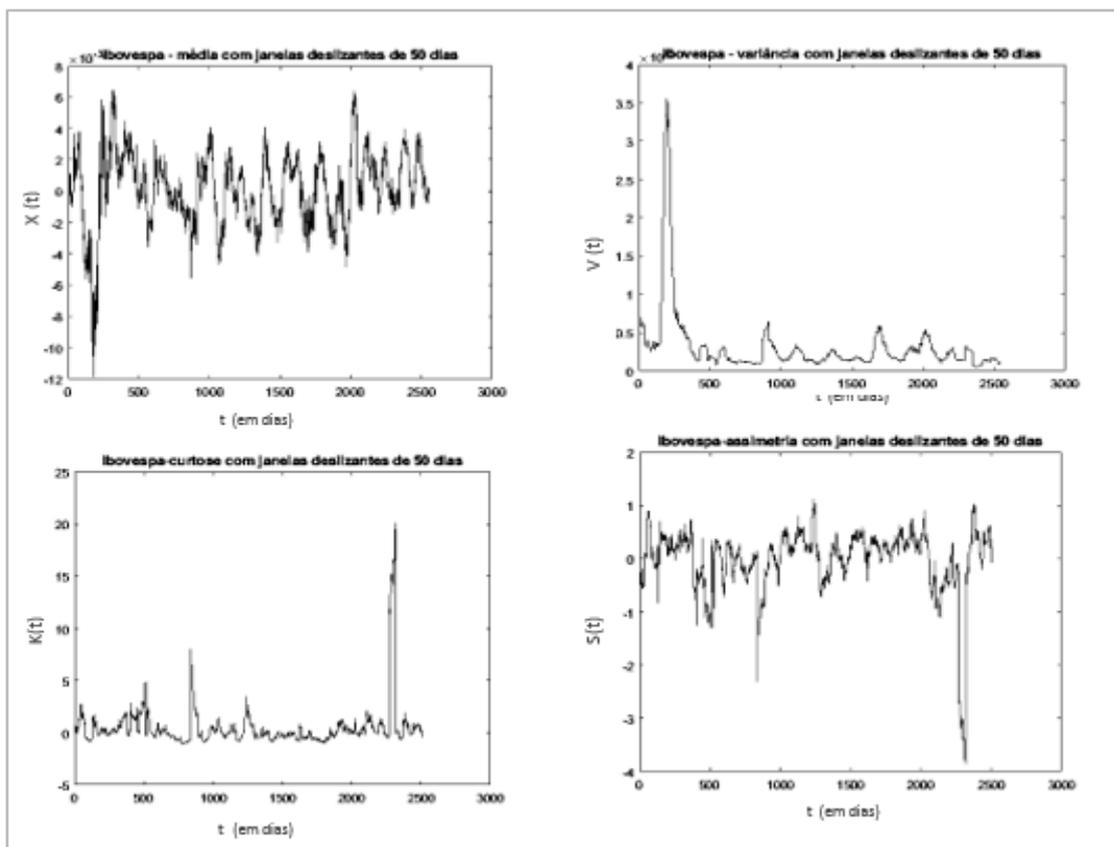
Dessa forma, os retornos do índice Bovespa e dos cinco ativos analisados exibem dinâmicas que não são consistentes com o comportamento de passeio aleatório, uma vez que as dos retornos não desaparecem rapidamente conforme está implícito nos modelos. Quer dizer que

os choques sobre os preços têm um impacto persistente sobre os retornos e, portanto, isso deve ser um indício contra a hipótese de mercado eficiente.

6.3 Características Gerais de Frequência Temporal das Séries de Retornos Acionistas

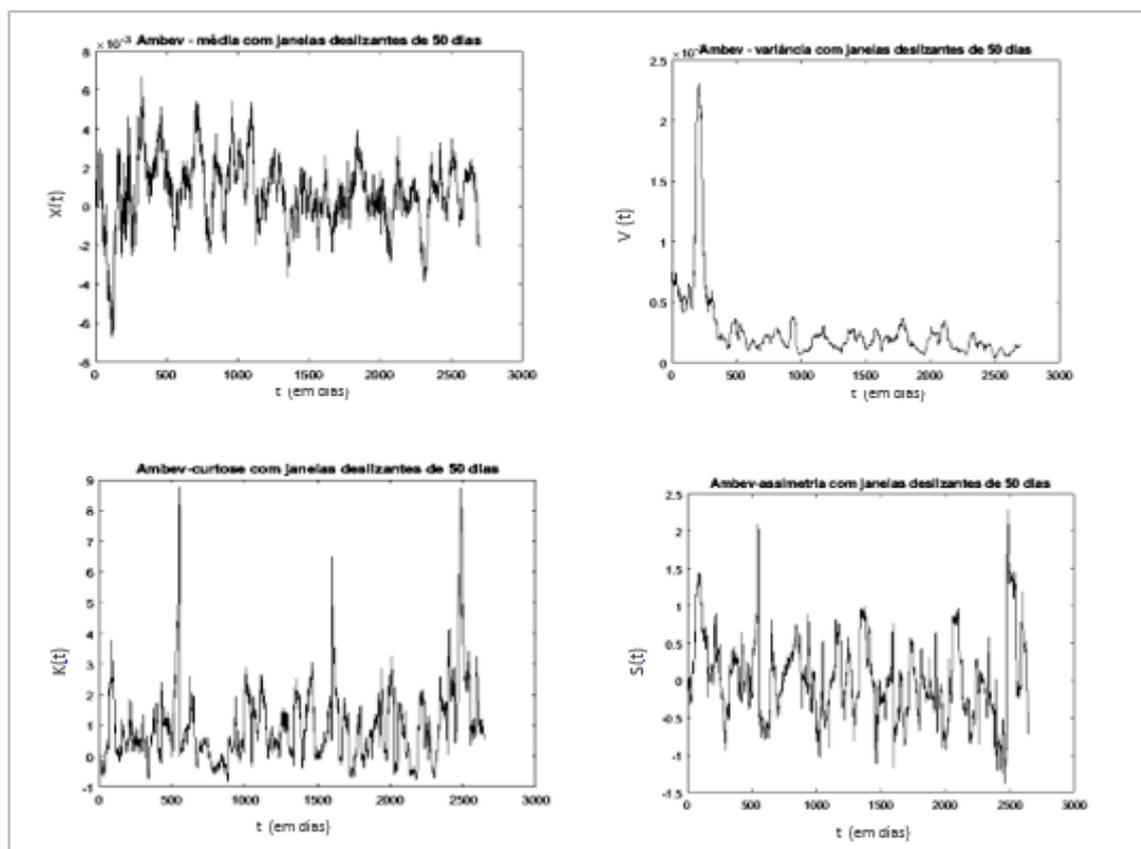
A média, variância, assimetria e curtose das séries de retornos diários para o Ibovespa e para cada um dos cinco ativos individuais são calculadas usando janelas temporais deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias (cerca de 2 meses de negociação). Este procedimento permite testar a estacionariedade das séries temporais financeiras

Figura 7 - Média, variância, curtose e assimetria em janelas deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias para as séries diárias de retornos do Ibovespa.



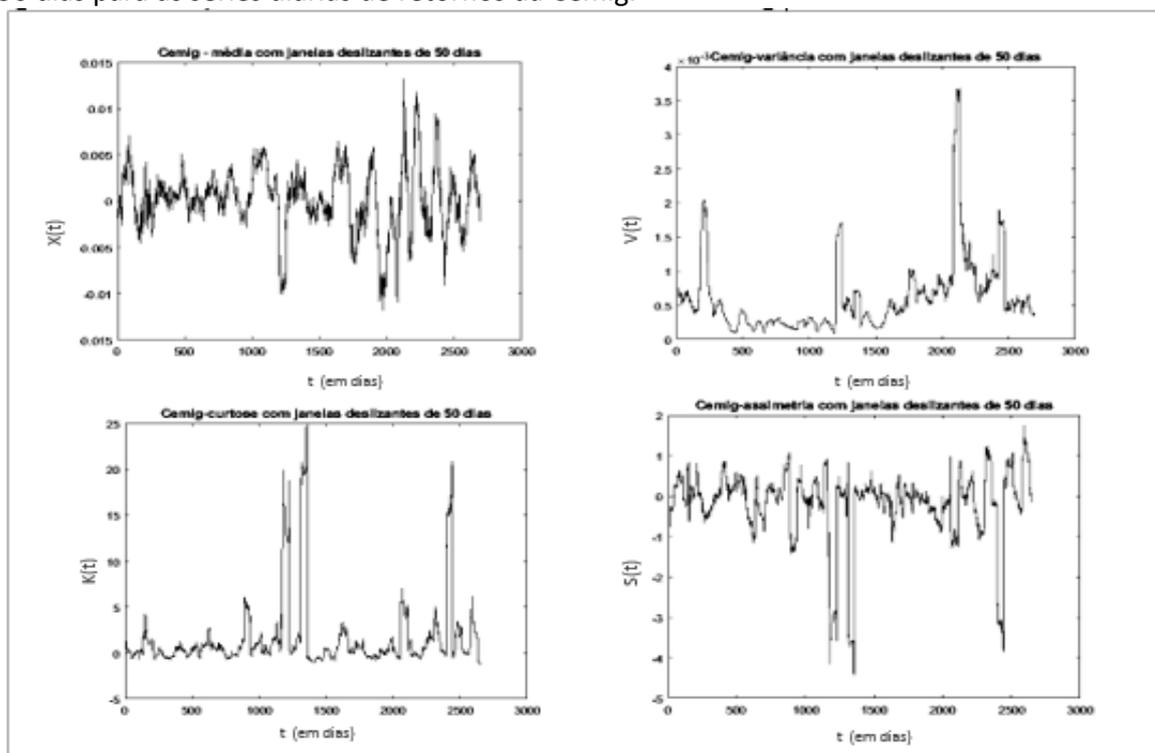
Fonte : Própria autora

Figura 8 - Média, variância, curtose e assimetria em janelas deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias para as séries diárias de retornos da Ambev.



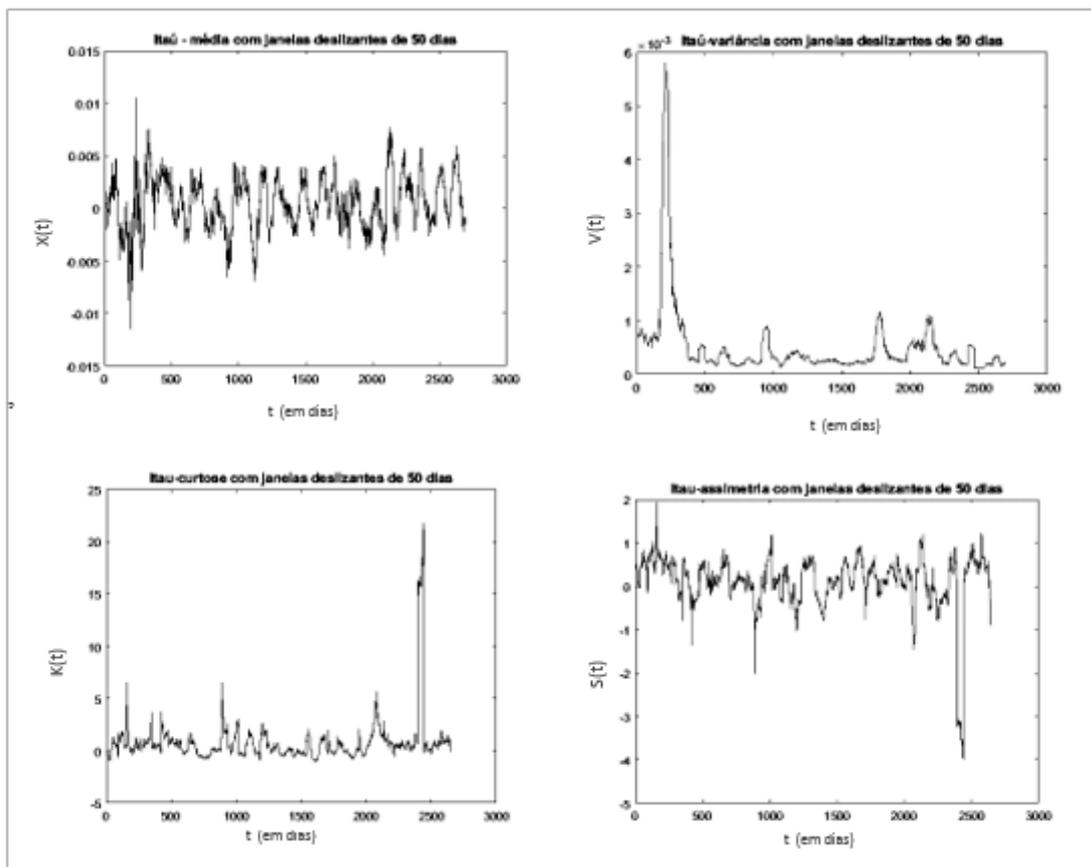
Fonte: Própria autora

Figura 9 - Média, variância, curtose e assimetria em janelas deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias para as séries diárias de retornos da Cemig.



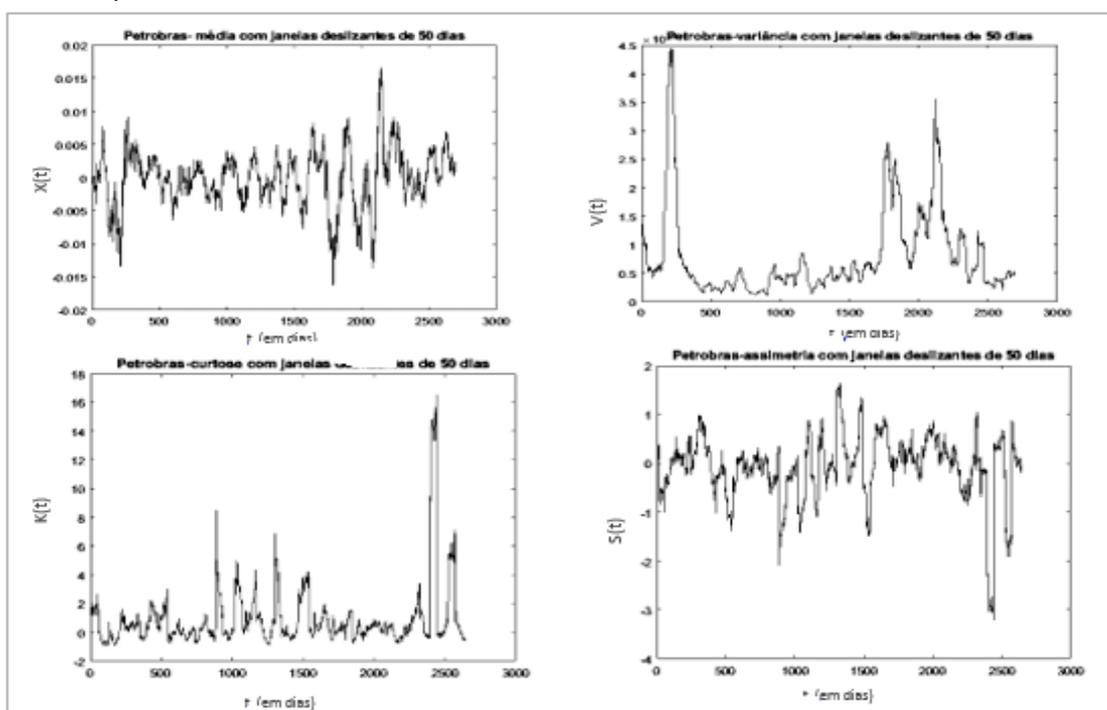
Fonte : Própria autora

Figura 10 - Média, variância, curtose e assimetria em janelas deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias para as séries diárias de retornos do Itaú.



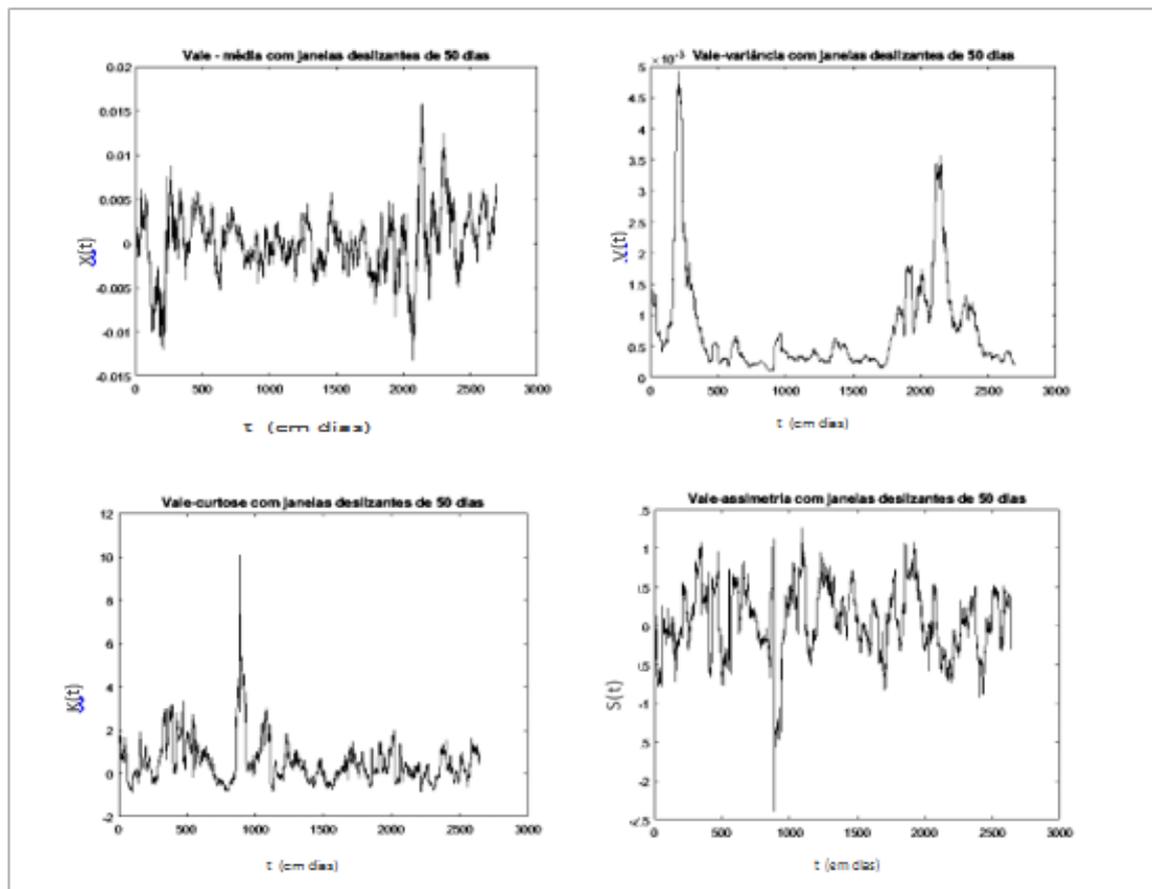
Fonte : Própria autora

Figura 11 - Média, variância, curtose e assimetria em janelas deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias para as séries diárias de retornos da Petrobras.



Fonte : Própria autora

Figura 12: Os quatro primeiros momentos em janelas deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias para as séries diárias de retornos da Vale.



Fonte : Própria autora

A análise visual das representações evidencia a ausência de quaisquer pontos de convergência gradual para uma linha plana paralela à abcissa do tempo, ou seja, para um valor constante, sendo os momentos variáveis ao longo do tempo devido à ocorrência de mudanças abruptas nos valores das características estatísticas calculadas das janelas. Os valores das janelas deslizantes se alteram para todos as séries estudadas à medida que que aumenta o número de observações. Esse comportamento sinaliza a indicação de que as séries do Ibovespa e dos ativos individuais estudados não são estacionárias, nem em sentido estrito, nem em sentido lato.

O estudo baseado no teste de janelas deslizantes dos primeiros quatro momentos e nas funções de autocorrelação mostra que os retornos acionistas não são i.i.d. e, por isso, não são claramente processos formados por ruído branco e o modelo de passeio aleatório já não é mais válido. O comportamento apresentado pelas séries temporais financeiras empíricas desafia a hipótese clássica de mercado eficiente segundo Fama (1970), a qual assume estacionariedade distributiva e independência temporal neutra das inovações de retorno.

6.4 Estimação da Memória de Longo Prazo nas Séries Temporais de Retornos

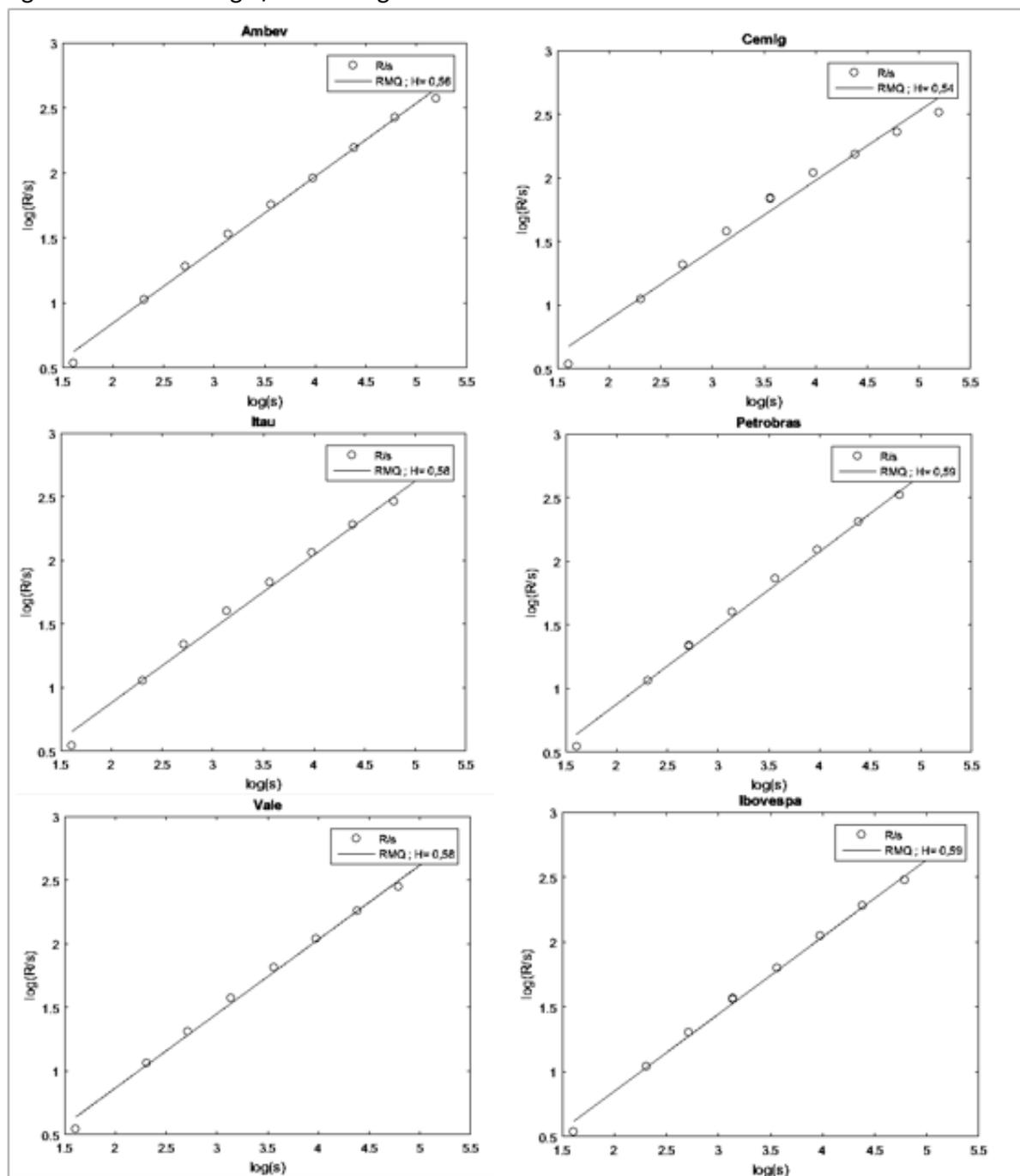
Conforme se infere no subcapítulo 6.2, as funções de autocorrelação das séries de retornos empíricas do Ibovespa e dos cinco ativos individuais não desaparecem do mesmo modo que o previsto pela função de autocorrelação do movimento Browniano geométrico. Verificando-se, dessa forma, que as séries temporais têm dependência a longo prazo e, portanto, memória longa, podendo ser melhor representadas pelo movimento Browniano fractal. Existindo memória de longo prazo, pode-se identificar se as séries são persistentes ou antipersistentes através da estimação dos respectivos expoentes de Hurst, considerando dois métodos distintos a seguir explorados: o procedimento da *rescaled-range analysis* e o procedimento da *detrended fluctuation analysis*.

6.4.1. Estimação do Expoente H de Hurst via *Rescaled-Range Analysis* (R/S)

Numa experimentação para dependência e para comportamento pré-assintótico aplicou-se a regressão linear simples sobre uma amostra de horizontes temporais crescentes $\log R/S_s = \log a + H \log S$, normalmente usada para estimar o expoente H na relação de escalamento assintótico $R/S_t \sim at^H$, com defasamentos s .

A figura 13 representa os diagramas das regressões lineares de mínimos quadrados de $\log R/S$ em função de $\log s$, com os logaritmos na base 10, para a série completa dos retornos. A tabela 2 apresenta as estimativas dos expoentes de Hurst obtidas através de regressões semelhantes, para a série completa dos retornos diários do Ibovespa e dos ativos individuais, e dos coeficientes de determinação calculados.

Figura 13 – Estimativas do Expoente de Hurst obtidos via *rescaled-range analysis* (R/S) para as séries diárias de retornos do Ibovespa e dos cinco ativos individuais. Procedimento gráfico: regressão linear de $\log R/S$ sobre $\log s$.



Fonte: Própria autora

Tabela 2 - Estimativas do Expoente de Hurst via *rescaled-range analysis* R/S, ordenadas na origem e coeficientes de determinação para as séries diárias de retornos. Procedimento gráfico: regressão linear de $\log R/S$ sobre $\log s$.

Estimativas	Ibovespa	Ambev	Cemig	Itaú	Petrobrás	Vale
Expoente de Hurst (H)	0,5944	0,5633	0,5448	0,5806	0,5992	0,5806
Ordenada na Origem	-0,3399	-0,2806	-0,1996	-0,2806	-0,3212	-0,3029
Coefficiente de determinação (R^2)	0,9964	0,9955	0,9830	0,9925	0,9992	0,9956

Fonte: Própria autora

Observa-se que para o período integral da análise (janeiro de 2008 a maio de 2018) todas as estatísticas para os retornos permanecem acima de $H=0,5$, demonstrando que existe indicação de memória longa sob a forma de persistência. Uma característica importante manifesta-se num ajustamento excelente da regressão, refletido por um coeficiente de determinação em torno de 100%. Isso significa que a lei de escalamento com o expoente estimado parece descrever com muita precisão o comportamento do *rescaled range* das séries temporais consideradas.

Assim de acordo com a metodologia *rescaled-range analysis* R/S, o índice Bovespa e os cinco ativos individuais estudados são persistentes, apresentando um risco de mercado mais imprevisível. Contudo reitera-se que os expoentes de Hurst podem assumir valores diferentes consoante o estágio de desenvolvimento ou o regime de negociação dos mercados financeiros (Di Matteo e colaboradores, 2005). Embora esses valores possam ser causados por comportamentos cíclicos irregulares, conforme documentado em Mandelbrot & Wallis (1969), também poderão advir da influência de amostras pequenas ou como resultado de tendência ascendente / descendente

6.4.2 Estimação do Expoente H de Hurst via Detrended fluctuation analysis (DFA)

Na experimentação para dependência aplicou-se a regressão linear simples sobre uma amostra de horizontes temporais crescentes $\log F(n) \sim H \log n$, normalmente usada para estimar o expoente H na relação de escalamento com lei de potência $F(n) \sim n^H$ (Peng e colaboradores, 1994). O $\log F(n)$ foi calculado como a média de um número fixo de intervalos deslizantes sobrepostos, assim o valor do expoente de Hurst é estimado pela análise DFA para definir o grau de tendência polinomial, tal como ocorreu na análise R/S.

As Figuras representa os diagramas das series integradas $Y(t)$ e das regressões lineares $\log F(n)$ em função de $\log n$. O Quadro 5 apresenta as estimativas dos expoentes Hurst obtidas através de regressões semelhantes, para a série completa dos retornos diários do índice de cada país, e dos desvios-padrão calculados.

Figura 14- Série integrada e tendência linear para uma janela de tamanho n , e estimativas do Expoente de Hurst obtidas via *detrended fluctuation analysis* (DFA) para as séries diárias de retornos do Ibovespa e dos cinco ativos individuais. Procedimento gráfico: regressão linear de $\log F(n)$ sobre $\log n$.

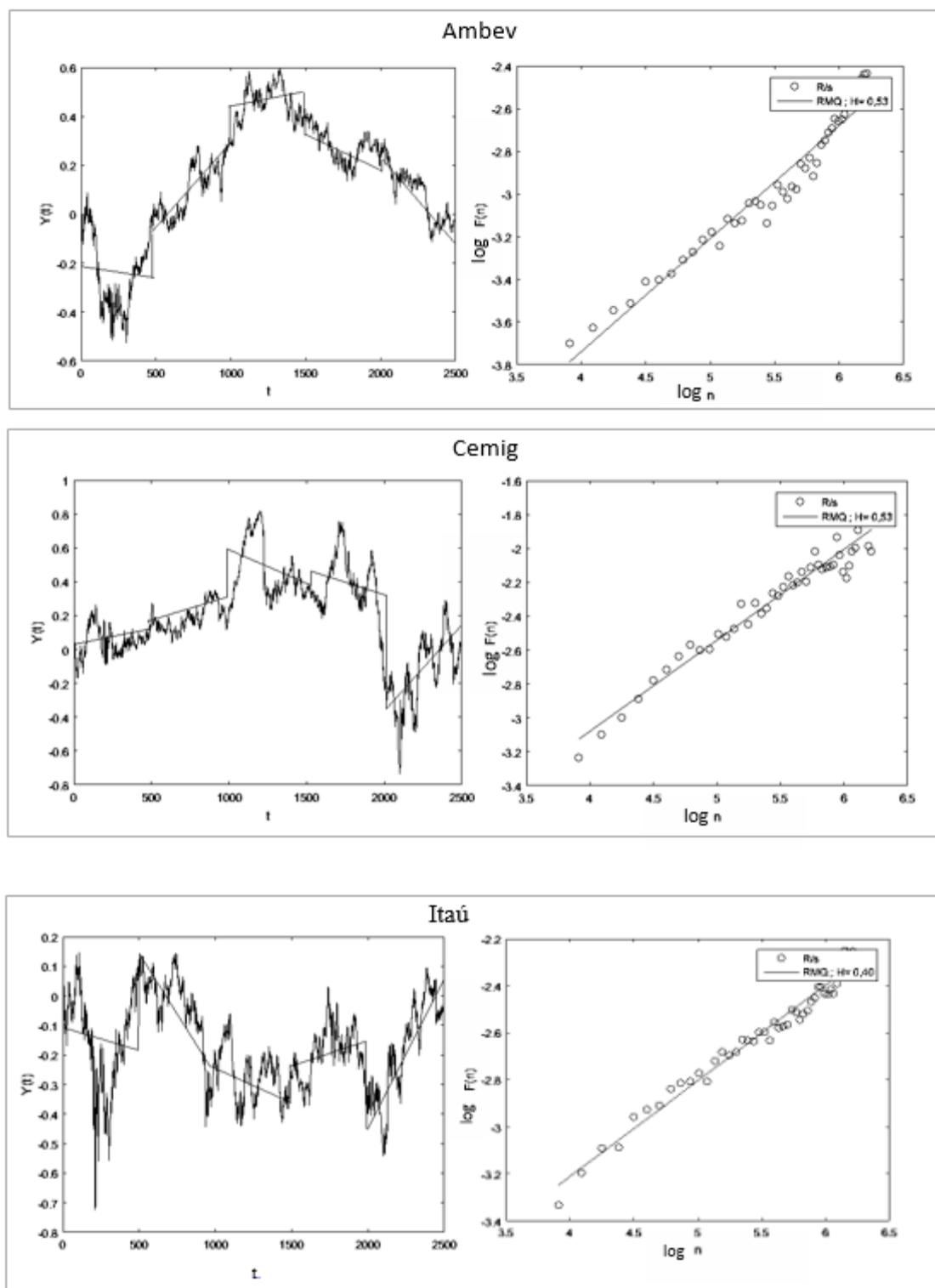
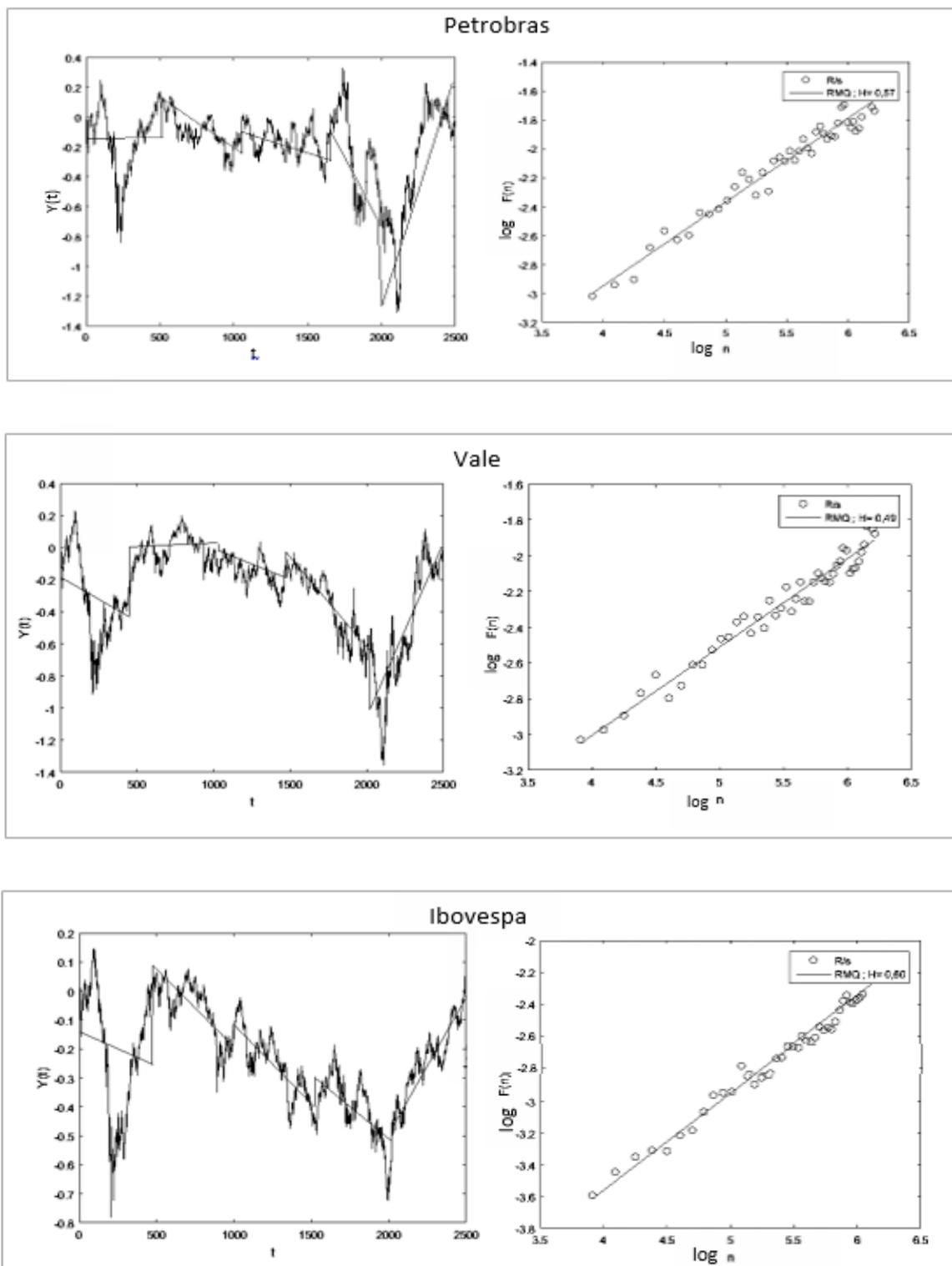


Figura 14- Série integrada e tendência linear para uma janela de tamanho n , e estimativas do Exponente de Hurst obtidas via *detrended fluctuation analysis* (DFA) para as séries diárias de retornos do Ibovespa e dos cinco ativos individuais. Procedimento gráfico: regressão linear de $\log F(n)$ sobre $\log n$. (Continuação)



Fonte: Própria autora

Tabela 3 - Estimativas do Expoente de Hurst via *detrended fluctuation analysis* (DFA) e desvio-padrão para as séries diárias de retornos. Procedimento gráfico: regressão linear de $\log F(n)$ sobre $\log n$.

Estimativas	Ibovespa	Ambev	Cemig	Itaú	Petrobrás	Vale
Expoente de Hurst (H)	0,6093	0,5304	0,5374	0,4067	0,5796	0,4943
Desvio-padrão (S)	±0,004	± 0,003	±0,002	±0,003	±0,003	± 0,004

Fonte: Própria autora

Na aplicação da técnica *detrended fluctuation analysis* à totalidade de cada série temporal calculou-se um único número real (i.e., o expoente Hurst estimado) que descreve o comportamento global. Os graus de dependência de longo prazo calculados assinalam que os ativos individuais Ambev, Cemig, Petrobras e o índice bovespa seguem um movimento browniano fracionário persistente, em que $0,5 < H < 1$, com expoentes de Hurst respectivamente iguais a 0,5304, 0,5374, 0,5796 e 0,6093. Já os ativos Itaú e Vale seguem um movimento browniano fracionário anti-persistente, em que $0 < H < 0,5$, apresentando expoentes de Hurst iguais a 0,4067 e 0,4943, respectivamente. Isto sugere que os ativos com movimento browniano fracionário persistente são ligeiramente mais arriscados para investimentos, enquanto que os demais ativos apresentam reversão para a média, sendo o mais eficiente.

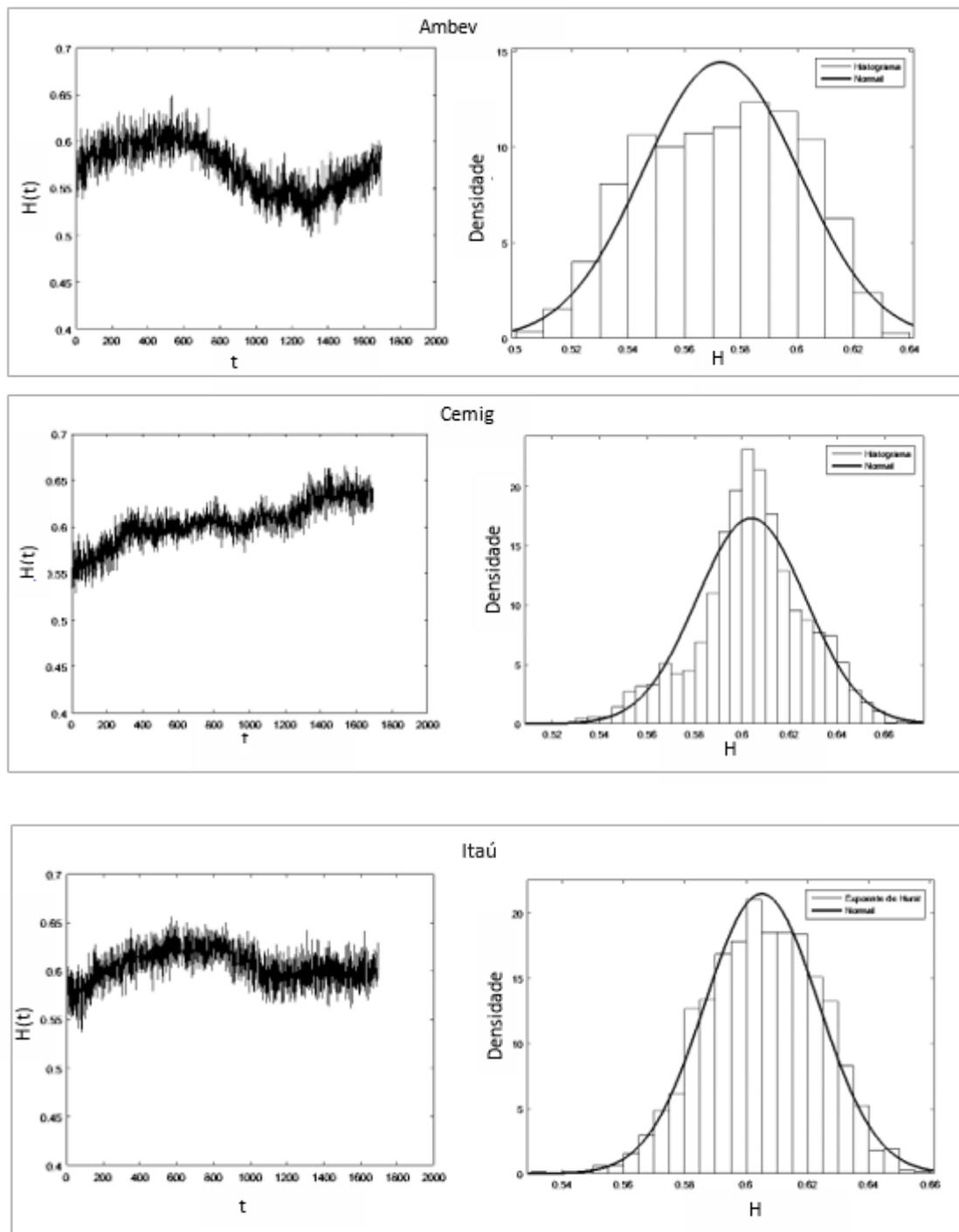
Ainda assim, somente o ativo Petrobras e o índice Ibovespa se afastam relevantemente da independência das inovações do movimento browniano geométrico, em que $H = 0,5$, dando sinais de difusão conforme o modelo teórico do movimento Browniano fracionário.

6.4.3. Evolução temporal do Expoente H de Hurst via Rescaled-Range Analysis (R/S)

Aplicando a análise R/S a toda a série temporal de retornos do Ibovespa e para cada um dos 5 ativos individuais, calcularam-se os valores dos expoentes Hurst, conforme anteriormente apresentados na tabela 2. Esses valores escondem a complexidade inerente à série temporal, devido aos períodos de comportamento distinto observados. Complementarmente, aplicou-se o R/S a intervalos menores de dimensão fixa, em que cada um desses subintervalos é caracterizado pelo respectivo H , de modo a investigar se o expoente Hurst varia no tempo

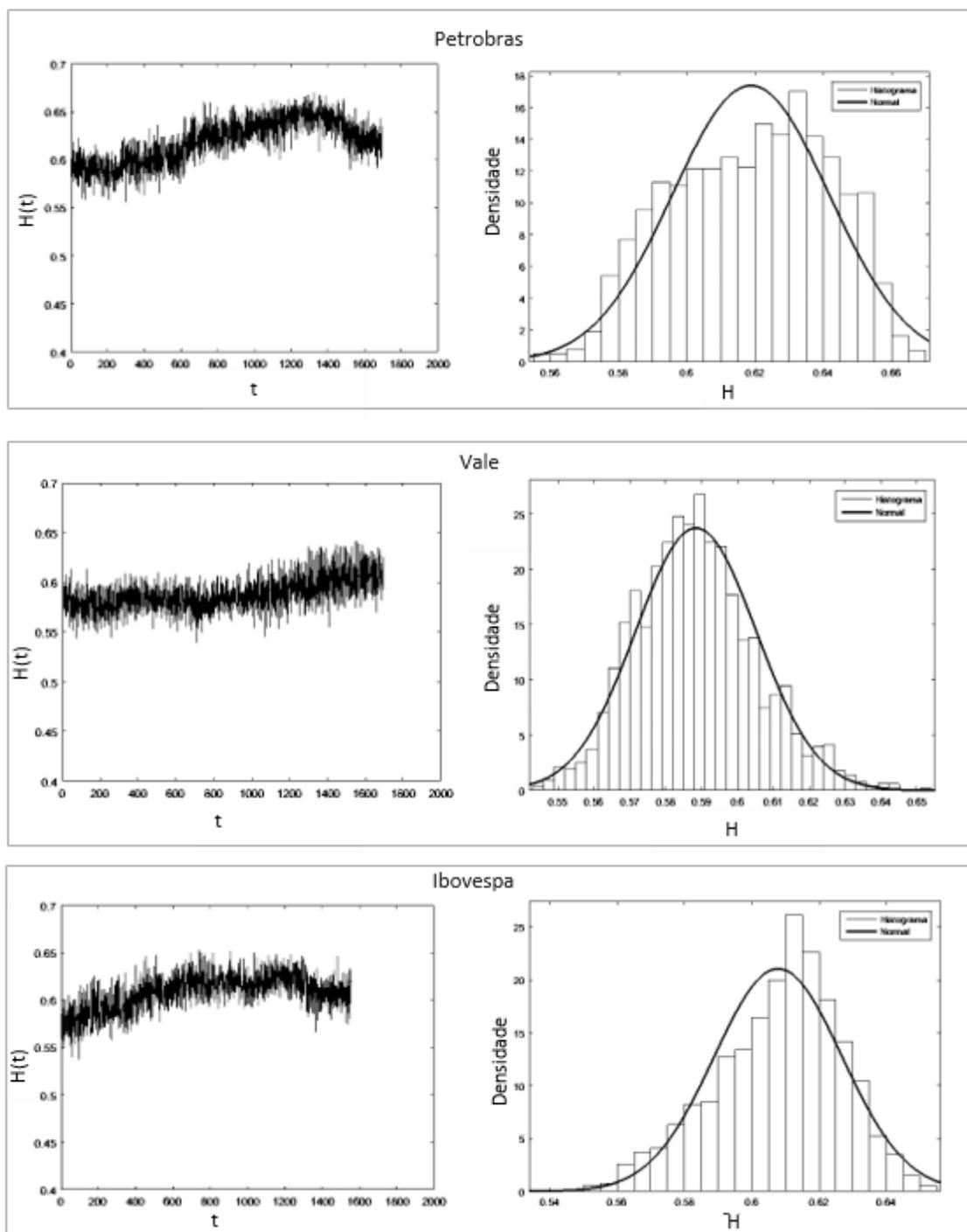
Foi usada uma abordagem de “amostra rolante” (janelas deslizantes), para o cálculo do expoente H , que pode ser melhor explicada da seguinte forma: considerando que são 2666 observações diárias para o Ibovespa, foram usadas as primeiras 1072 observações (4 anos de dados) e calculado o expoente de Hurst para esta série temporal, depois descarta-se a primeira observação e usa-se a do dia seguinte, também usando 1072 observações, novamente, e calcula-se o expoente de Hurst. Continua-se com essa abordagem de amostragem até que a última observação seja usada e plota-se esses expoentes de Hurst encontrados. No caso em questão, teríamos 1594 expoentes de Hurst. Esta metodologia serve ao propósito de identificar se a dependência de longo alcance parece mudar ao longo do tempo. A estimativa do expoente foi obtida ajustando a relação de escalamento assintótico a R/S_t calculada em cada amostragem.

Figura 15 – Estimativas dos Expoentes de Hurst variáveis no tempo, obtidos a partir da *rescaled-range analysis R/S* para tamanhos de janelas móveis de 1072 observações, e histograma e função normal para as séries de estimativas dos Expoentes de Hurst.



Fonte: Própria autora

Figura 15 – Estimativas dos expoentes Hurst variáveis no tempo, obtidos a partir da *rescaled-range analysis R/S* para tamanhos de janelas móveis de 1072 observações, e histograma e função normal para as séries de estimativas dos Expoentes de Hurst. (Cont.)



Fonte: Própria autora

Os valores atribuídos ao expoente de Hurst em uma data representam o resultado do cálculo feito para uma janela de dados de 1072 observações que tem como início essa data. Recorrendo à *rescaled-range analysis* para analisar o comportamento do expoente Hurst na abordagem do movimento Browniano fracionário, os dados demonstram vários períodos de comportamento distinto. Os ativos Ambev, Cemig e Itaú e o índice Bovespa apresentam uma

primeira fase de evolução do expoente H marcada por um canal ascendente, em que o ativo Cemig apresenta menor amplitude entre os valores $0,55 < H < 0,62$.

Em uma segunda fase de evolução para os ativos Ambev e Itaú identifica-se um canal descendente, com maior amplitude entre os valores do expoente para Ambev $0,51 < H < 0,65$. Já o ativo Cemig e o Ibovespa na segunda fase apresentam um canal horizontal mais concentrado de amplitudes, sendo $0,59 < H < 0,62$ para Cemig e $0,59 < H < 0,64$ para o Ibovespa.

A terceira fase dos valores do expoente de Hurst para os ativos Ambev e Cemig é marcada por uma subida acentuada nos gráficos, com maior amplitude para os valores do ativo Ambev $0,52 < H < 0,60$, enquanto que o Ibovespa apresenta uma descendência gradual com amplitude $0,59 < H < 0,64$. O ativo Itaú apresenta nesta terceira fase uma pequena estabilização com valores em canal horizontal mais concentrado nas amplitudes.

O ativo Petrobras apresenta uma fase inicial de estabilidade com baixas oscilações em torno do valor de $H = 0,6$. Na sequência o gráfico apresenta um crescimento com pequenas amplitudes para os valores do expoente apresentados e na fase final os valores apresentam uma descida gradual chegando a $H = 0,59$. Já o ativo Vale apresenta uma longa fase inicial de evolução marcada por um canal horizontal com amplitude $0,55 < H < 0,61$ e na fase final apresenta uma ascendência marcada por grande amplitude $0,54 < H < 0,64$.

Os histogramas sugerem que, para todas as séries, a suposição de normalidade para os expoentes de Hurst é fortemente rejeitada. Isso faz com que as diferenças de expoentes não sejam apenas ruído nos dados. Estes resultados podem ser confirmados usando Tabela 4, onde o teste estatístico de Jarque-Bera é aplicado aos expoentes de Hurst. A partir desta tabela, podemos ver que a premissa da normalidade é fortemente rejeitada em todas as séries temporais.

Tabela 4 - Teste Jarque-Bera para os valores dos Expoentes de Hurst variáveis no tempo.

Ativo	Teste Jarque-Bera	<i>p-value</i>
Ambev	56.5998	0,001
Cemig	41.8896	0,001
Itaú	11.0883	0,006
Petrobras	59.7342	0,001
Vale	35.4461	0,001
Ibovespa	60.0390	0,001

Fonte: Própria autora

O comportamento do expoente de Hurst para o Ibovespa e os ativos individuais, nas figuras 15, apresentam valores de H que se situam em um patamar superior a 0,50, revelando a presença de memória longa persistente. Ainda que haja oscilações, os valores do expoente de Hurst permanecem, na maioria das vezes, nos patamares próximos a 0,60. Pode-se afirmar que os valores são estatisticamente diferentes de 0,50, indicando não haver presença de passeio aleatório e também que em nenhum momento é observado valores do expoente H menores que 0,5, o que não indica presença de memória longa antipersistente.

Capítulo 7

Conclusão

Embora o movimento Browniano geométrico proporcione um bom ajustamento aos dados das séries temporais financeiras, os seus pressupostos de normalidade, estacionariedade e independência das inovações residuais são frequentemente adulterados. No estudo empírico desenvolvido na dissertação foram usados métodos de estimação de memória de longo prazo para verificar tais características fundamentais que são importantes para: (1) medições de risco (2), avaliações de ativos financeiros e de opções, (3) seleção e gestão de portfólios e (4) alocação de capitais internacionais. As séries de dados são constituídas pelos retornos diários do Ibovespa e de cinco importantes ativos individuais do mercado acionário brasileiro: Ambev, Cemig, Itaú, Vale e Petrobras.

As séries de retornos diários são analisadas pelo desvio de normalidade, pelo comportamento das funções de autocorrelação e pela evolução dos quatro primeiros momentos, calculados usando janelas temporais deslizantes de tamanho fixo igual a 50 dias. A estacionariedade – quer em sentido estrito, quer em sentido lato e a independência das séries temporais financeiras analisadas são verificadas e consideradas inexistentes. A análise dos retornos comprovam que os dados estão correlacionados, que não podem ser comparados com modelos teóricos de ruído branco (independente), como o movimento Browniano geométrico. Então, os retornos dos mercados de ações são descritos sob abordagem do modelo teórico caracterizado pelo movimento Browniano fracionário, que é mais geral e abrange o movimento Browniano geométrico.

As séries dos retornos também são examinadas pelos seus graus de dependência temporal de longo prazo. Na procura de evidências sobre a propriedade de memória longa procedeu-se à modelação das séries diárias de retornos usando uma formulação do movimento Browniano fracionário para obter os expoentes de Hurst avaliados por meio da rescaled-range analysis R/S e da detrended fluctuation analysis DFA . A regressão linear sobre os dados da amostra total determina valores do expoente Hurst diferentes, conforme seja empregue a análise R/S ou a análise DFA . As estimativas dos expoentes H são, na maioria das vezes, superiores no primeiro método. Além disso, a análise DFA tem como vantagem, relativamente à análise R/S , a capacidade de detectar dependência de longo prazo em séries temporais não estacionárias. As duas metodologias de medição produzem resultados empíricos não exclusivos e divergentes em relação aos dados de retorno do Ibovespa e dos cinco ativos individuais.

A análise R/S apresenta, para o período integral da análise, estatísticas acima de $H=0,5$ para os retornos do Ibovespa e dos cinco ativos individuais, demonstrando que existe indicação de memória longa sob a forma de persistência. Já a análise DFA apresenta um movimento browniano fracionário persistente para os ativos Ambev, Cemig, Petrobras e o índice Bovespa e um movimento browniano fracionário antipersistente, para os ativos Itaú e Vale. Assim, os ativos com movimento browniano fracionário persistente são ligeiramente mais arriscados para investimentos, enquanto que os demais ativos apresentam reversão para a média, sendo mais eficientes.

Porém o mercado acionário brasileiro não é convencionalmente eficiente, já que os dados calculados mostram-se algumas vezes persistentes (ineficientes), e outras vezes se apresentam antipersistentes (ultra eficientes). Portanto, torna-se difícil obter conclusões definitivas e gerais sobre a presença ou ausência de fenômenos de dependência de longo prazo com base nos expoentes Hurst.

A análise mais localizada (no tempo) sobre os retornos dos índices, baseada no cálculo do expoente Hurst “local” em janelas móveis, feita com a estatística R/S, mostra que os valores de H se situam em um patamar superior a 0,5, revelando a presença de memória longa persistente em todos os dados utilizados. Ainda que haja oscilações, os valores do expoente de Hurst permanecem sempre nos patamares próximos a 0,6. Pode-se afirmar que os valores são estatisticamente diferentes de 0,5, indicando não haver presença de passeio aleatório e também que em nenhum momento são observados valores do expoente H menores que 0,5, o que não indica presença de memória longa antipersistente, para o Ibovespa e os ativos individuais, Ambev, Cemig, Itaú, Vale e Petrobras.

Além disso, o cálculo do expoente de Hurst através de janelas móveis proporciona um mapa de evolução do mercado, facilitando a identificação dos principais acontecimentos. Aparentemente, a memória de longo prazo altera-se significativamente com a ocorrência de um evento extremo, como o caso de uma observada elevação nos expoentes H, no período de 2008 e 2009. Nesse período houve uma grave crise internacional iniciada no setor hipotecário dos EUA, em que as bolsas do mundo todo sofreram significativas quedas, inclusive no Brasil. A partir de 2012 o mercado brasileiro apresentou melhores índices na bolsa de valores, mesmo com a permanência dos efeitos da crise. Houve a implementação de políticas institucionais para os minimizarem, de forma que se observa uma diminuição no crescimento do expoente de Hurst, que antes se apresentava muito significativo.

Com vista a retirar uma conclusão geral sobre os dados, Lipka & Los (2003) sugerem decidir que as séries possuem uma determinada propriedade se a maioria dos métodos propostos de análise identificar a propriedade de persistência, antipersistência, ruído branco ou ausência de ruído branco. Em termos de uma conclusão única a partir de todos os métodos sobre a natureza da dependência de longo prazo para o mercado acionista em geral, os resultados empíricos permanecem inconclusivos.

A circunstância de os resultados divergirem entre os métodos utilizados e o fato de o expoente Hurst mudar ao longo do tempo sugerem que o movimento Browniano fracionário possa ser um modelo de certa forma restritivo, menos capaz para captar totalmente a dinâmica complexa do índice Ibovespa e dos ativos individuais. Esta indicação de fundo multifractal possivelmente aconselha o recurso ao movimento Browniano multifracionário para descrever melhor o escalamento temporal do expoente.

No entanto, os resultados gerais, majoritariamente, suportam a presença de memória longa, sob a forma de persistência. Isto sugere que o mercado acionário brasileiro está mais sujeito a maior previsibilidade (“efeito José⁶”), mas também a tendências que podem ser

⁶ O efeito José está relacionado à persistência: as tendências na economia são reais, mas podem desaparecer tão rapidamente quanto surgem.

inesperadamente interrompidas por descontinuidades (“efeito Noé⁷”), e, por isso, tendem a ser mais arriscados para negociar, investir e gerir operações de *hedging*.

⁷ O efeito Noé relaciona-se com a descontinuidade: quando uma quantidade se modifica, pode modificar-se de forma arbitrariamente rápida.

Referências

- ASSAF, A. Dependence and mean in stock prices: the case of the MENA region. **Research International Business and Finance**, v. 20, n. 3, p.286-304, 2006.
- BACHELIER, L. Theorie de la speculation. **Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure**, v.17, n.3, p. 21-86, 1900.
- BARKOULAS, J. T.; BAUM, C.F. Long Term Dependence in Stock Returns. **Economics Letters**, Elsevier, v.53, n.3. p.253-259, 1996.
- BARTH, J. R.S. **Previsibilidade da taxa de câmbio e as intervenções da autoridade monetária: o caso australiano**. 2005. Dissertação (Mestrado em Economia) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.
- BLACK,F.; SCHOLLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. **The Journal of Political Economy**, JStor_v.81, n.3, p. 637-654, 1973.
- BUENO, R.L. **Econometria de Séries Temporais**. São Paulo: Cengage, 2011. ISBN 9788522106424
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, Elsevier, v.31, n.3, p. 307-327, 1986
- CAJUEIRO, D.O; TABAK, B. M. Evidence of long range dependence in Asian equity markets: the role of liquidity and market restrictions. **Physica A**, Elsevier, v. 342, n.3-4, p.656–664, 2004.
- CAJUEIRO, D.O; TABAK, B. M.; SOUZA, S.R. Long range dependence in exchange rates: the case of european monetary system. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, v. 11, n. 2, p.199-223, 2007.
- COSTA, R.L.; VASCONCELOS, G.L. Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock Market, **Physica A**, v. 329, p. 231-248
- CHEUNG, Y-W.; LAI, K.S. A search for long memory in international stock market returns. **Journal of International Money and Finance**, Elsevier, v.14, n. 4, p. 597-615, 1995.
- DI MATTEO T.; ASTE T.; DACOROGNA M. M. Long-term memories of developed and emerging markets: using the scaling analysis to characterize their stage of development. *Journal of Banking & Finance*. Vol. 29, p.827-851, 2005.
- DIXIT, A. K.; PYNDYCK R. S. **Investment under Uncertainty**, New Jersey: Priceton University Press, 1993. ISBN 9780691034102.
- ENGLE, R.F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, JStor, v.50, n.4, p. 987-1007, 1982.

- FAMA, E.F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **Journal of Finance**. JStor. v.25, n. 2, p. 383-417, 1970.
- FAMA, E. F. Efficient Capital Markets: II. **Journal of Finance**, JStor, v. 46, n. 5, p.1575- 1617, 1991.
- GRANGER, C.W.J.; DING, Z. Varieties of long memory models. **Journal of Econometrics**, Elsevir, v.73, n.1, p. 61-78, 1996.
- GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. São Paulo: Makron Books, 2006. ISBN 9788563308320.
- HURST, H.E. Long-term storage capacity of reservoirs. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, Scielo, v. 116, n. 1, p. 770 -799, 1951.
- JACOBSEN, B. Long Term Dependence in stock returns. **Journal of Empirical Finance** , v.3, n. 4, p.393-417, 1996.
- JARQUE, C.M.; BERA, A.K. A Test for Normality of Observations and Regression Residuals. **International Statistical Review**, JStor, v.55, n.2, p. 163-172, 1987.
- KANTELHARDT, J.W.; STEPHAN, A.; ZSCHIEGNER, E.; KOSCIELNY-BUNDE, E.; HAVLIN, S.; BUNDE, A.; STANLEY, E.H. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series, **Physica A**, v.316, n.1-4, p.87 -114, 2002.
- KYAW, A.N.; LOS, A.C.; ZONG, S. Persistence characteristics of Latin American financial markets. **Journal of Multinational Financial Management**, Elsevier, v.16, n.3, p. 269-290, 2006.
- KENDALL, M.G. The analysis of economic time series, Part I: Prices. The Journal of the Royal Statistical Society. **Journal of the Royal Statistical Society**, JStor, v. 116, n.1, p. 11-34, 1953.
- LO, A.W.; MACKINLAY, A.C. The size and power of the variance ratio test in finite samples: a Monte Carlo investigation. **Journal of Econometrics**, Elsevier, v. 40, n.2, p.203-238, 1989.
- Lipka, J.M.; Los, C.A. Long-term dependence characteristics of European stock indices. **Economics Working Paper Archive** , 2003.
- MANDELBROT, B.B. Long-run linearity, locally Gaussian process, H-spectra, and infinite variances. **International Economic Review**, Elsevier , v.10, n.1, p. 82-111, 1969.
- MANDELBROT, B.B. When can price be arbitrated efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale models. **Review of Economics and Statistics**, JStor, v. 53, n.3, p. 225-236, 1971.
- MANDELBROT, B.B. A statistical methodology for non-periodic cycles: from the covariance to R/S analysis. **Annals of Economic and Social Measurement**, v1, n. 3, p. 259-290, 1972

MANDELBROT, B.B.; WALLIS, J.R. (1969) - Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence. **Water Resources Research**, v.5, n.1, p. 967-988, 1969.

MANDELBROT, B. B. **The Misbehavior of Markets: A Fractal View of Financial Turbulence**. Basic Books, New York, 2004.

MANTEGNA, R. N.; STANLEY, E. H. **An introduction to econophysics: correlations and complexity in finance**. Cambridge: Cambridge University Press, 1960. ISBN 0 521 62008 2

MARQUES, B. A. A. **Um estudo sobre a teoria dos fractais e sua relação com a memória de longo prazo em séries temporais financeiras**. 2007. Trabalho de Conclusão de Curso. (Monografia em Matemática aplicada a negócios) - Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2007.

MOREIRA, J.G.; SILVA, J.K.L.; KAMPHORST, S.O. On the fractal dimension of selfaffine profiles. **Journal of Physics A** , v.27, n.24 , p. 8079, 1994

MORETTIN, P.A. **Econometria Financeira: um curso em séries temporais financeiras**. São Paulo: IME-USP, 2006. ISBN 9788521205975

PENG, C-K.; BULDYREV, S.; HAVLIN, S.; SIMONS, M.; STANLEY, H.; GOLDERBERGER, A. Mosaic organization of DNA sequences. **Physical Review E**, v. 49, n.2, p. 1685-1689, 1994.

PETERS, E. E. **Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices and market volatility**. John Wiley, New York, 1991.

PHILLIPS, P.C.B. Long memory and long run variation. **Journal of Econometrics**, Elsevier v.151, n.2, 2009, p. 150-158.

POTERBA, J.M.; SUMMERS, L.H. Mean reversion in stock prices: evidence and implications. **Journal of Financial Economics**, Elsevier, v.22, n.1, p 27-59, 1988.

Tsay, R.S. (2002) - **Analysis of Financial Time Series**, Wiley, New York

WINER, N. Differential-space, **Journal of Mathematics and Physics**, v.2, n.1, p131-174, 1923.

SAMUELSON, P.A. Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly, **Industrial Management Rev.** v. 6, n.2, p.41-45, 1965.