



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI  
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**IMPACTO DA REPRESENTAÇÃO DO EFEITO DO  
SOLO NO ESTUDO TRANSITÓRIOS EM LINHAS DE  
TRANSMISSÃO AÉREAS**

Fernando Almeida Diniz

Belo Horizonte

Dezembro de 2019



# **IMPACTO DA REPRESENTAÇÃO DO EFEITO DO SOLO NO ESTUDO TRANSITÓRIOS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREAS**

Fernando Almeida Diniz

Texto da Dissertação de Mestrado submetido à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

**Área de Concentração:** Sistemas Elétricos

**Linha de Pesquisa:** Eletromagnetismo Aplicado

**Orientador:** Prof. Dr. Rafael Silva Alípio

**Coorientador:** Prof. Dr. Rodolfo Antônio Ribeiro De Moura

Belo Horizonte

Dezembro de 2019

Diniz, Fernando Almeida

D585i Impacto da representação do efeito do solo no estudo transitórios em linhas de transmissão aéreas / Fernando Almeida Diniz. – 2019.  
167 f.: il., gráfs.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica em associação ampla entre a UFSJ e o CEFET-MG.

Orientador: Rafael Silva Alípio.

Coorientador: Rodolfo Antônio Ribeiro de Moura.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Linhas elétricas aéreas – Teses. 2. Solo – Teses. 3. Transitórios (Eletricidade) – Teses. 4. Campos eletromagnéticos – Métodos de simulação – Teses. I. Alípio, Rafael Silva. II. Moura, Rodolfo Antônio Ribeiro de. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Universidade Federal de São João del-Rei. V. Título.

CDD 621.31921

---

## Agradecimentos

---

Ao Espírito Santo de Deus por sua ajuda incontável e companhia ao longo da graduação, certamente sem Ele não seria possível realizar este trabalho.

Ao meu pai, Flávio, por acreditar em mim em muitas vezes nas quais eu não acreditava, incentivar meus estudos como nenhuma outra pessoa faz. Dedico este trabalho ao senhor.

À minha mãe e irmã, Marlene e Briza, respectivamente, pelo amor, carinho e amizade. O amor delas torna a vida mais leve.

À minha amiga e companheira, Aline Andrade Diniz, pelo carinho e compreensão nos momentos ausentes e, principalmente, por sua contribuição na organização das referências bibliográficas.

Aos colegas de trabalho, NSA Consultoria e Informática e *Tractebel Engineering*, pelas oportunidades, confiança, paciência, reconhecimento e conhecimento transmitido.

Aos meus bons amigos pelo amor, amizade e momentos de descontração que tornaram tudo mais fácil.

Ao professor e orientador Dr. Rafael Silva Alípio, por seu auxílio na elaboração deste trabalho, suas boas ideias, por estar sempre disponível, sua consideração por mim e exemplo pessoal. Ao longo deste trabalho ele abriu sua casa, marcou reuniões aos sábados e ainda permitiu o envio de mensagens em seu número particular. Um aluno não poderia pedir mais.

Ao professor e orientador Dr. Rodolfo Antônio Ribeiro De Moura pela disponibilidade em ajudar, paciência durante o desenvolvimento do trabalho mesmo com minhas limitações. Sua participação neste trabalho, sem dúvida, foi muito importante.

Este trabalho foi elaborado em uma época em que a sociedade se questiona sobre a importância da pesquisa e sua utilidade diante dos investimentos públicos. Assim, gostaria de agradecer também, de forma humilde, aos meus compatriotas que com o

suor de seus gastos foi possível elaborar esse trabalho de mestrado em uma instituição pública e de qualidade. Espero que futuros estudantes possam utilizar o texto desse trabalho como tantos outros me ajudaram. Por fim, agradeço aos inúmeros pesquisadores cujos trabalhos serviram de base para essa dissertação e a todos que contribuíram, direta e indiretamente para essa conquista, muito obrigado.

“Eu sou a Verdade”

Jesus de Nazaré

---

## Resumo

---

As linhas de transmissão constituem um elo fundamental em sistemas de potência, sendo, portanto, essencial a continuidade de sua operação mesmo diante de sobretensões. Os modelos de linhas de transmissão, usualmente disponíveis em plataformas computacionais de simulação de transitórios eletromagnéticos, não consideram os efeitos associados à corrente de deslocamento no solo (hipótese válida apenas para baixas frequências), a dependência existente dos parâmetros elétricos do solo com a frequência e os efeitos associados à propagação do campo elétrico no solo para o cálculo da admitância transversal. Essas suposições podem levar a modelos que não representam de forma adequada a resposta transitória, principalmente, nos casos que envolvam surtos atmosféricos e solos de alta resistividade elétrica.

O presente trabalho de dissertação pretende gerar uma contribuição na representação do efeito do solo em modelos de linhas de transmissão aéreas. Para isso, são comparados resultados de simulações computacionais de transitórios eletromagnéticos em linhas aéreas, considerando diferentes formulações para cálculo de seus parâmetros por unidade de comprimento.

As análises são divididas em três partes. Primeiramente, avalia-se a influência da representação do efeito do solo nos parâmetros de linha no domínio modal e da frequência. Em seguida, no domínio das fases e utilizando a transformada numérica de Laplace, avalia-se como a representação do solo influencia as tensões transitórias resultantes da energização de linhas de transmissão de diferentes configurações. Finalmente, são conduzidas simulações no *software* ATP para determinar o impacto do efeito do solo nas sobretensões de origem atmosféricas, sendo que os modelos não disponíveis no ATP são incluídos na plataforma utilizando a técnica de ajuste vetorial (*Vector Fitting*), modificada pelo uso da Transformação de Modo Revelador (*Mode-Revealing Transformation* - MRT). De acordo com os resultados, as correntes de deslocamento, a admitância do solo e a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo podem ser importantes na análise de transitórios eletromagnéticos em linhas aéreas localizadas em regiões de solo de alta resistividade.

*Palavras-chaves:* transitórios eletromagnéticos; linhas de transmissão aéreas; impedância de retorno do solo; admitância do solo; dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo; Transformada Numérica de Laplace; Ajuste Vetorial, Transformação de Modo Revelador.

---

## Abstract

---

Transmission lines are a fundamental link in power systems and therefore the continuity of their operation even in the event of overvoltage is essential. Transmission line models, usually available in popular transient simulators, do not consider the effects associated with the ground displacement currents (hypothesis valid only for low frequencies), the frequency dependence of the electrical parameters of soil and ground admittance correction. These assumptions may lead to models that do not adequately represent the transient response, especially in cases involving lightning transients and high-resistivity soils.

This Master Thesis intends to generate a contribution in the soil effect representation models of overhead transmission lines. For this, we compare the results of computational simulations of electromagnetic transients in overhead lines, considering different formulations to calculate their per-unit-length parameters.

The analyzes are divided into three parts. First, we evaluate the influence of the soil effect on the line parameters in the modal and frequency domains. Then, in phases domain and using the Numerical Laplace Transform, we evaluate how the ground representation influences the transient voltages resulting from the energization of transmission lines of different configurations. Finally, ATP simulations are developed to determine the impact of the ground effect representation on lightning overvoltage. In this case, the line models not available in ATP are included using the Vector Fitting technique, modified with the use of the Mode-Revealing Transformation. According to the results, the displacement currents, the soil admittance and the frequency dependence of the electrical parameters of soil may be important in the analysis of electromagnetic transients in overhead lines located in high resistivity soil regions.

*Keywords:* electromagnetic transients; overhead transmission line; ground return impedance; ground admittance; frequency dependence of soil electrical parameters; Laplace Numerical Transform; Vector Fitting; Mode-Revealing Transformation.

---

## Lista de Tabelas

---

Tabela 1.1 – Informações das linhas de transmissão consideradas nas análises realizadas. .....	18
Tabela 3.1 – Descrição dos circuitos considerados nas simulações no domínio do tempo. Adaptado de [2].....	72
Tabela 4.1 – Modelagem das estruturas metálicas.....	91
Tabela 4.2 – Modelos considerados no ATP para os vãos próximos ao ponto de incidência da descarga atmosférica.....	94
Tabela 4.3 – Altura média dos cabos da linha.....	107
Tabela 7.1 – Dados do cabo condutor.....	143
Tabela 7.2 –Dados do cabo guarda .....	144
Tabela 10.1 – Expressões para a função de amortecimento utilizadas para atenuação do efeito de Gibbs .....	166

---

## Lista de Figuras

---

Figura 1.1 – Linha de transmissão monofásica. Adaptado de [13]. .....	5
Figura 1.2 – Arranjo dos condutores das linhas de linha de transmissão estudadas. (a) LT Simétrica; (b) LT Triangular; (c) LT Horizontal; (d) LT Circuito Duplo. ....	20
Figura 2.1 – Arranjo de condutores de uma linha de transmissão polifásica. Adaptado de [15].....	26
Figura 2.2 – Rede equivalente de resistores e capacitores proposta por Longmire e Smith [63] para representar o solo. Reproduzido de [61]......	34
Figura 2.3 – Avaliação do comportamento dos parâmetros elétricos do solo com a frequência, considerando as expressões propostas por Alípio e Visacro [67]. (a) Resistividade relativa do solo. (b) Permissividade relativa do solo. ....	40
Figura 2.4 – Comparação entre os valores de impedância longitudinal de modo terrestre, calculados para LT Simétrica. (a) $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d) $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .....	45
Figura 2.5 – Comparação entre os valores de impedância longitudinal de modo aéreo, calculados para LT Simétrica. (a) $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d) $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .....	46
Figura 2.6 – Comparação entre os valores de capacitância transversal de modo terrestre, calculados para LT Simétrica. (a) $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d) $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .....	47
Figura 2.7 – Comparação entre os valores de capacitância transversal de modo aéreo, calculados para LT Simétrica. (a) $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d) $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .....	48
Figura 2.8 – Comparação entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculados para LT Simétrica. (a) $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d) $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .....	49

Figura 2.9 – Comparação entre os valores de constante de atenuação de modo aéreo, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ ..... 50

Figura 2.10 – Comparação entre os valores de velocidade de fase de modo terrestre, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ ..... 51

Figura 2.11 – Comparação entre os valores de velocidade de fase de modo aéreo, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ ..... 52

Figura 2.12 – Comparação entre os valores de impedância longitudinal de modo terrestre. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ ..... 53

Figura 2.13 – Comparação entre os valores de impedância longitudinal de modo aéreo. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ ..... 54

Figura 2.14 – Comparação entre os valores de capacitância transversal de modo terrestre. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ ..... 55

Figura 2.15 – Comparação entre os valores de capacitância transversal de modo aéreo. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ ..... 56

Figura 2.16 – Comparação entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ ..... 57

Figura 2.17 – Comparação entre os valores de constante de atenuação de modo aéreo. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ ..... 58

Figura 2.18 – Comparação entre os valores de velocidade de fase de modo terrestre. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ..... 59

Figura 2.19 – Comparação entre os valores de velocidade de fase de modo aéreo. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ..... 60

Figura 2.20 – Diferenças entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ ..... 62

Figura 2.21 – Diferenças entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ ..... 63

Figura 3.1 – Comparação entre os resultados obtidos a partir da aplicação direta do modelo Alípio-Visacro [67] com os resultados obtidos a partir do ajuste dos polos e resíduos da equação (3.5). (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ ..... 70

Figura 3.2 – Linha polifásica com tensões e correntes terminais. Adaptado de [2]. ..... 71

Figura 3.3 – Circuito de energização de uma linha de transmissão com três cabos condutores igualmente espaçados em disposição triangular..... 73

Figura 3.4 – Tensão desenvolvida no terminal receptor 1 (fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão) da linha de transmissão da Figura 3.3. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ..... 74

Figura 3.5 – Tensão desenvolvida no terminal receptor 3 (ponto de aplicação do degrau de tensão) da linha de transmissão da Figura 3.3. (a) $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d) $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . .....	75
Figura 3.6 – Tensão desenvolvida no terminal receptor 3 (ponto de aplicação do degrau de tensão) da linha de transmissão de 30 m. (a) $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d) $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . .....	77
Figura 3.7 – Circuito de energização de uma linha de transmissão com três condutores em disposição triangular e um cabo guarda. ....	79
Figura 3.8 – Tensões desenvolvidas nos terminais da linha de transmissão da Figura 3.7 para o solo de resistividade de $10.000 \Omega \cdot m$ . (a) Tensão desenvolvida no terminal receptor 1 (fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão). (b) Tensão desenvolvida no terminal receptor 4 (ponto de aplicação do degrau de tensão).....	79
Figura 3.9 – Circuito de energização de uma linha de transmissão com três condutores em disposição horizontal e dois cabos guarda.....	80
Figura 3.10 – Tensões desenvolvidas nos terminais da linha de transmissão da Figura 3.9 para o solo de resistividade de $10.000 \Omega \cdot m$ . (a) Tensão desenvolvida no terminal receptor 1 (fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão). (b) Tensão desenvolvida no terminal receptor 5 (ponto de aplicação do degrau de tensão).....	80
Figura 3.11 – Circuito de energização de uma linha de transmissão de circuito duplo.	81
Figura 3.12 – Tensões desenvolvidas nos terminais da linha de transmissão da Figura 3.11 para o solo de resistividade de $10.000 \Omega \cdot m$ . (a) Tensão desenvolvida no terminal receptor 1 (fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão). (b) Tensão desenvolvida no terminal receptor 8 (ponto de aplicação do degrau de tensão).....	82
Figura 3.13 – Circuitos da energização de linhas polifásicas. (a) LT Simétrica. (b) LT Triangular. (c) LT Horizontal. (d) LT Circuito Duplo. ....	83
Figura 3.14 – Tensão desenvolvida no terminal receptor da fase mais afastada do ponto de injeção do degrau unitário de tensão, considerando o solo de $10.000 \Omega \cdot m$ . (a) LT Simétrica (b) LT Triangular (c) LT Horizontal (d) LT Circuito Duplo. ....	84

Figura 3.15 – Tensão desenvolvida no terminal receptor 3 (condutor energizado) da linha de transmissão da Figura 3.13 – (a). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ .....	85
Figura 4.1 – Formas de onda de corrente utilizadas para representar as descargas atmosféricas medidas na estação meteorológica do Monte San Salvatore. (a) Primeira descarga de retorno mediana. (b) Descarga subsequente mediana. ....	90
Figura 4.2 – Circuitos de transmissão para simulação no ATPDraw. (a) Circuito elaborado considerando a inclusão dos modelos não disponíveis na plataforma. (b) Circuito elaborado considerando o modelo J. Marti disponível na rotina LCC. ....	96
Figura 4.3 – Módulo de admitância nodal de um trecho de uma linha de transmissão triangular com três condutores e um para-raios. (a) Modelo racional usando a Transformada de Modo Revelador. (b) Modelo racional direto.....	99
Figura 4.4 – Autovalores da admitância nodal de um trecho de uma linha de transmissão triangular com três condutores e um para-raios. (a) Modelo racional usando a Transformada de Modo Revelador. (b) Modelo racional direto.....	100
Figura 4.5 – Esquema de síntese por blocos RLC equivalentes. Adaptado de [2]. ....	101
Figura 4.6 – Comparação na frequência entre o módulo da admitância nodal do circuito RLC sintetizado e o módulo da admitância nodal calculado diretamente no domínio da frequência. Resultados obtidos para a LT Triangular, considerando vãos de 500 m [(a) e (b)] e 250 m [(c) e (d)], bem como os parâmetros do solo constante [(a) e (c)] e variáveis [(b) e (d)] na frequência.....	103
Figura 4.7 – Comparação na frequência entre o módulo da admitância nodal do circuito RLC sintetizado e o módulo da admitância nodal calculado diretamente no domínio da frequência. Resultados obtidos para a LT Horizontal, considerando vãos de 500 m [(a) e (b)] e 250 m [(c) e (d)], bem como os parâmetros do solo constante [(a) e (c)] e variáveis [(b) e (d)] na frequência.....	104

Figura 4.8 – Representação esquemática dos elementos do circuito de transmissão adotado no cálculo de sobretensão por incidência de uma descarga atmosférica no topo da estrutura metálica. .... 108

Figura 4.9 – Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores quando da incidência da primeira descarga de retorno no topo da torre. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . .... 109

Figura 4.10 – Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores quando da incidência da descarga subsequente no topo da torre. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . .... 111

Figura 4.11 – Tensão induzida em uma das fases de uma linha de transmissão gerada pela circulação de corrente nos cabos guarda, quando da incidência da primeira descarga de retorno no topo da torre. (a) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . .... 112

Figura 4.12 – Tensão induzida em uma das fases de uma linha de transmissão gerada pela circulação de corrente nos cabos guarda, quando da incidência de uma descarga subsequente no topo da torre. (a) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . .... 113

Figura 4.13 – Representação esquemática dos elementos do circuito de transmissão adotado no cálculo de sobretensão por incidência de uma descarga atmosférica no meio de um vão. .... 114

Figura 4.14 – Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores quando da incidência da primeira descarga no meio do vão. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . .... 116

Figura 4.15 – Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores quando da incidência da descarga subsequente no meio do vão. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m.$  (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m.$  (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m.$  (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m.$  (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m.$  (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m.$  ..... 117

Figura 4.16 – Taxa de variação da tensão desenvolvida na cadeia de isoladores em relação ao tempo, quando da incidência da primeira descarga de retorno no meio do vão. (a) LT Triangular. (b) LT Horizontal. .... 118

Figura 4.17 – Taxa de variação da tensão desenvolvida na cadeia de isoladores em relação ao tempo, quando da incidência da descarga subsequente no meio do vão. (a) LT Triangular. (b) LT Horizontal. .... 118

Figura 4.18 – Sobretensão desenvolvida entre o cabo guarda e a fase quando da incidência da primeira descarga de retorno no meio do vão. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m.$  (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m.$  (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m.$  (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m.$  (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m.$  (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m.$  ..... 120

Figura 4.19 – Sobretensão desenvolvida entre o cabo guarda e a fase quando da incidência da descarga subsequente no meio do vão. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m.$  (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m.$  (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m.$  (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m.$  (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m.$  (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m.$  ..... 121

Figura 7.1 – Silhueta da estrutura para três cabos condutores em disposição triangular - LT Simétrica. .... 145

Figura 7.2 – Silhueta da estrutura para três cabos condutores em disposição triangular e um cabo guarda - LT Triangular. .... 146

Figura 7.3 – Silhueta da estrutura para três cabos condutores em disposição horizontal e dois cabos guarda - LT Horizontal. .... 147

Figura 7.4 – Silhueta da estrutura de circuito duplo para seis cabos condutores em disposição horizontal e dois cabos guarda - LT Circuito Duplo. ....	148
Figura 9.1 – Diferenças relativas percentuais entre valores de impedância longitudinal de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ....	154
Figura 9.2 – Diferenças relativas percentuais entre valores de impedância longitudinal de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ....	155
Figura 9.3 – Diferenças relativas percentuais entre valores de capacitância transversal de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ....	156
Figura 9.4 – Diferenças relativas percentuais entre valores de capacitância transversal de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ....	157
Figura 9.5 – Diferenças relativas percentuais entre valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ....	158
Figura 9.6 – Diferenças relativas percentuais entre valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ....	159
Figura 9.7 – Diferenças relativas percentuais entre valores de constante de atenuação de modo aéreo, calculadas conforme equação (2.53). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ....	160
Figura 9.8 – Diferenças relativas percentuais entre valores de constante de atenuação de modo aéreo, calculadas conforme equação (2.54). (a) $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c) $\rho = 5.000 \Omega.m$ (d) $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ....	161

Figura 9.9 – Diferenças relativas percentuais entre valores de velocidade de fase de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ..... 162

Figura 9.10 – Diferenças relativas percentuais entre valores de velocidade de fase de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . ..... 163

---

## Lista de Acrônimos

---

SEP	Sistema Elétrico de Potência
TRF	Transformada Rápida de Fourier
TNL	Transformada Numérica de Laplace
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
SIN	Sistema Interligado Nacional
EMTP	<i>Electromagnetic Transients Program</i>
ATP	<i>Alternative Transients Program</i>
TSR	<i>Two Sided Recursions</i>
ARMA	<i>Auto Regressive Moving Average</i>
ULM	<i>Universal Line Model</i>
MRT	<i>Mode-Revealing Transformation</i>
TEM	Transverso Eletromagnético
CIGRÉ	<i>Conseil International des Grands Réseaux Électriques</i>
TNIL	Transformada Numérica Inversa de Laplace
TFM	Transformada de Fourier Modificada
ifft	<i>inverse fast fourier transform</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronic Engineers</i>

---

# Sumário

---

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos .....	2
1.2	Modelagem de linhas de transmissão para estudo de fenômenos transitórios.....	3
1.2.1	<i>Equações de linhas de transmissão .....</i>	<i>4</i>
1.2.2	<i>Modelos no domínio modal.....</i>	<i>11</i>
1.2.3	<i>Modelos no domínio das fases .....</i>	<i>13</i>
1.2.4	<i>Considerações finais .....</i>	<i>16</i>
1.3	Configurações das linhas de transmissão estudadas .....	18
1.4	Organização do texto .....	20
<b>2</b>	<b>Cálculo de parâmetros de linhas de transmissão .....</b>	<b>22</b>
2.1	Formulação do modelo de onda completa.....	22
2.2	Formulação considerando aproximação integral quase-TEM.....	23
2.2.1	<i>Impedância longitudinal.....</i>	<i>24</i>
2.2.2	<i>Admitância transversal.....</i>	<i>31</i>
2.3	Variação dos parâmetros do solo com a frequência .....	33
2.3.1	<i>Correção dos parâmetros elétricos do solo quanto sua dispersividade ...</i>	<i>33</i>
2.3.2	<i>Dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência no estudo de linhas de transmissão .....</i>	<i>37</i>
2.3.3	<i>Avaliação numérica considerando o modelo do solo proposto por Alípio e Visacro</i>	<i>39</i>
2.4	Impacto da dependência dos parâmetros do solo no cálculo de parâmetros modais de linhas aéreas de transmissão .....	41
2.4.1	<i>Considerações iniciais.....</i>	<i>41</i>
2.4.2	<i>Comparação entre os resultados considerando os parâmetros do solo constantes e variáveis na frequência .....</i>	<i>42</i>
2.5	Considerações finais .....	64
<b>3</b>	<b>Impacto da representação do solo na resposta de linhas de transmissão no domínio do tempo .....</b>	<b>65</b>
3.1	Transformada Numérica de Laplace .....	65

3.2	Avaliação dos parâmetros elétricos do solo no domínio de Laplace .....	67
3.3	Simulações no domínio do tempo .....	70
3.4	Casos simulados .....	71
3.4.1	<i>Caso 1</i> .....	73
3.4.2	<i>Caso 2</i> .....	83
3.5	Considerações finais .....	86
<b>4</b>	<b>Sobretensões geradas em linhas de transmissão por descargas atmosféricas .....</b>	<b>88</b>
4.1	Circuito de transmissão .....	88
4.1.1	<i>Representação da descarga atmosférica</i> .....	88
4.1.2	<i>Estruturas metálicas</i> .....	90
4.1.3	<i>Aterramento elétrico das torres</i> .....	92
4.1.4	<i>Linhas de transmissão aéreas</i> .....	93
4.2	Síntese da matriz de admitância nodal via ajuste vetorial .....	96
4.2.1	<i>Método de ajuste vetorial (Vector Fitting)</i> .....	97
4.2.2	<i>Verificação da passividade</i> .....	98
4.2.3	<i>Transformação de Modo Revelador</i> .....	98
4.2.4	<i>Síntese de Circuitos Equivalentes</i> .....	101
4.3	Resumo dos dados considerados na elaboração dos circuitos de transmissão .....	105
4.4	Resultados .....	107
4.4.1	<i>Incidência de descargas atmosférica no topo da estrutura metálica</i> ....	107
4.4.2	<i>Incidência de descargas atmosférica no meio do vão da linha de transmissão</i> .....	113
4.5	Considerações finais .....	122
<b>5</b>	<b>Conclusão .....</b>	<b>124</b>
<b>6</b>	<b>Referências .....</b>	<b>129</b>
<b>7</b>	<b>Apêndice A: Informações das linhas de transmissão .....</b>	<b>143</b>
7.1	Dados do cabo condutor .....	143
7.2	Dados do cabo de guarda (cabo para-raios).....	144

7.3	Silhuetas .....	144
<b>8</b>	<b>Apêndice B: Aproximação quase-TEM proposta por Pettersson para o cálculo de parâmetros de linhas de transmissão.....</b>	<b>149</b>
8.1	Formulação de onda completa .....	149
8.2	Aproximação quase-TEM .....	152
<b>9</b>	<b>Apêndice C: Impacto da inclusão da dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência no cálculo de parâmetros modais de linhas aéreas</b>	<b>153</b>
9.1	Diferenças relativas percentuais entre os valores de impedância longitudinal .....	153
9.2	Diferenças relativas percentuais entre os valores de capacitância transversal.....	155
9.3	Diferenças relativas percentuais entre os valores de constante de atenuação .....	157
9.4	Diferenças relativas percentuais entre os valores de velocidade de fase	162
<b>10</b>	<b>Apêndice D: Fundamentação matemática e considerações práticas para aplicação da Transformada Numérica de Laplace .....</b>	<b>164</b>

---

# 1 Introdução

---

A análise de transitórios eletromagnéticos de um sistema elétrico de potência (SEP) é de fundamental importância para uma adequada avaliação do comportamento dinâmico em condições anômalas, bem como para a especificação dos componentes do sistema, tais como distâncias de isolamento das estruturas metálicas, espaçamento entre condutores, cabos das linhas de transmissão, nível de isolamento de equipamentos [1], [2].

As linhas de transmissão constituem um elo fundamental em sistemas de potência, sendo, portanto, essencial a continuidade de sua operação mesmo diante de sobretensões originadas por fenômenos rápidos como, por exemplo, descargas atmosféricas ou manobras de operação. Para isso, é importante o desenvolvimento de modelos que as represente de forma adequada [2].

A análise desses modelos pode ser efetuada no domínio da frequência ou no domínio do tempo. No domínio da frequência, rotinas de transformação frequência/tempo como por exemplo, a Transformada Rápida de Fourier (TRF) ou a Transformada Numérica de Laplace (TNL), são utilizadas para transladar a resposta calculada diretamente na frequência para o domínio do tempo. No domínio do tempo, as equações resultantes são, normalmente, solucionadas mediante aplicação do método de integração trapezoidal numérica e das convoluções recursivas para inclusão das perdas dependentes da frequência [2]. Como alternativa ao método de integração trapezoidal, em decorrência de problemas na solução, alguns *softwares*, como o caso do EMTP-RV, utilizam também o método de integração de Euler.

No caso de múltiplos condutores, as linhas podem ser representadas por modelos que considera o acoplamento existente entre as fases, chamados modelos no domínio das fases, ou através de modelos baseados na aplicação de uma transformação de similaridade para condicionar as matrizes que caracterizam a linha de transmissão na forma diagonal e, com isso, obter uma representação alternativa de uma linha polifásica em linhas monofásicas independentes, chamados modelos no domínio dos modos [2].

Os modelos usualmente disponíveis em plataformas computacionais de simulação de transitórios eletromagnéticos consideram a resistividade do solo, porém desprezam a permissividade (associada às correntes capacitivas no solo) e a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo. Ademais, a influência do solo nos parâmetros das linhas de transmissão não se limita apenas à impedância longitudinal, sendo necessário considerá-la no cálculo da admitância transversal. Essas suposições podem levar a modelos que não representam de forma adequada a resposta transitória, principalmente, nos casos que envolvam sinais com frequências muito elevadas e solos de alta resistividade elétrica [2]-[5].

Apesar de ser um tema bastante estudado, desde os trabalhos pioneiros de Carson e Sunde até estudos recentes publicados por pesquisadores vinculados à instituições de ensino brasileiras, com destaque aos trabalhos [3]-[9], o presente trabalho de dissertação pretende gerar uma contribuição na representação do solo em modelos de linhas de transmissão aéreas. Para isso, são comparados os resultados obtidos, em diversas simulações computacionais, considerando os parâmetros elétricos do solo dependentes, ou não, da frequência.

## **1.1 Objetivos**

O objetivo principal deste trabalho de dissertação é avaliar a relevância de se considerar a dependência dos parâmetros elétricos do solo na modelagem de linhas de transmissão aéreas. Para isso, são considerados os seguintes objetivos específicos:

- avaliar a influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo nos parâmetros modais de linhas de transmissão;
- analisar o impacto da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo em sobretensões originadas em linhas polifásicas, considerando a aplicação de um degrau de tensão;
- comparar os resultados dos cálculos de sobretensão geradas pela incidência de descargas atmosféricas considerando, ou não, a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência.

## 1.2 Modelagem de linhas de transmissão para estudo de fenômenos transitórios

Em linhas gerais, uma linha de transmissão tem como principal finalidade o transporte de grandes blocos de energia das unidades geradoras até os consumidores, sendo, portanto, um dos mais importantes elementos dos sistemas elétricos. De acordo com o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), até 2023, a extensão da rede de transmissão do Sistema Interligado Nacional (SIN) será superior a 185 mil quilômetros. Além de sua importância sistêmica, as linhas são elementos que se destacam por duas particularidades: seus parâmetros são distribuídos ao longo de sua extensão e apresentam forte dependência com a frequência [10],[11].

Essas particularidades são muito relevantes em estudos envolvendo fenômenos transitórios, uma vez que os sinais possuem componentes de frequências elevadas e comprimentos de onda pequenos, não sendo adequado adotar simplificações por parâmetros concentrados.

As linhas de transmissão podem ter diferentes representações e modelos de acordo com a exatidão e eficiência computacional desejada [3],[8],[10]:

- Parâmetros concentrados: a linha de transmissão é representada por elementos básicos de circuitos, resistores, indutores e capacitores, conectados em cascata por seções  $\pi$ . A validade desse modelo restringe-se a linhas eletricamente curtas e apresenta resposta em frequência com exatidão apenas nas proximidades da frequência cujos parâmetros foram calculados. Esses modelos são adequados apenas para análises em regime permanente em decorrência das simplificações adotadas.
- Parâmetros distribuídos: a partir do princípio de propagação de ondas, a natureza distribuída dos parâmetros é considerada. Os parâmetros da linha podem ser representados como constantes ou dependentes da frequência.

Com relação à representação de linhas polifásicas há a necessidade de considerar os acoplamentos existentes entre os condutores e, por isso, elas podem ser representadas no domínio modal ou das fases [3],[8],[10]:

- Modelos no domínio modal: a modelagem no domínio modal consiste em desacoplar, por meio de uma matriz de transformação modal, as  $n$  fases de uma linha polifásica, aérea ou enterrada, em linhas monofásicas independentes por meio da teoria de autovalores e autovetores.
- Modelos no domínio das fases: o comportamento dinâmico da linha é calculado diretamente no domínio das fases, evitando-se a transição para o domínio modal.

Assim, a escolha de um modelo adequado para representar a linha de transmissão depende da aplicação. No caso de análises de fluxo de potência e curto-circuito, por exemplo, pode-se adotar modelos constantes na frequência. Por outro lado, quando da investigação de fenômenos rápidos, abrangendo uma faixa de frequências extensa, de 0,1 Hz até algumas dezenas de MHz, deve-se adotar modelos que consideram tanto a natureza distribuída dos parâmetros das linhas de transmissão, quanto a dependência deles com a frequência [12],[13].

### 1.2.1 Equações de linhas de transmissão

O equacionamento para o fenômeno de propagação de ondas em linhas de transmissão é descrito por meio da teoria das ondas eletromagnéticas, que representam a interação entre os campos elétrico e magnético nas vizinhanças dos condutores [14].

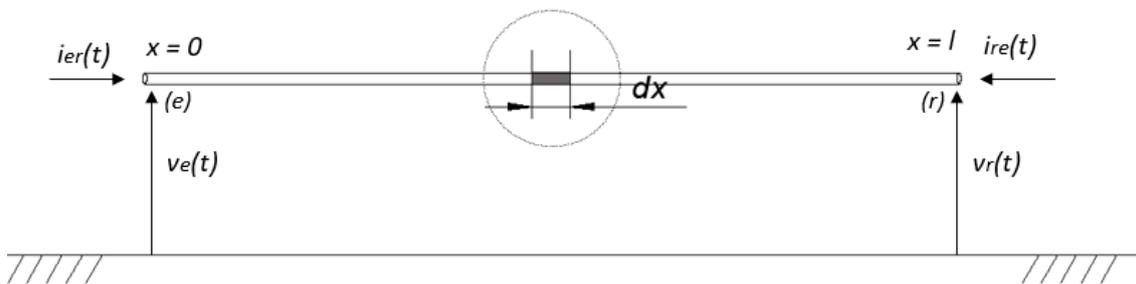
Quando o condutor de uma linha infinitamente longa se encontra equidistante do solo em toda sua extensão e as perdas são desprezadas, o modo de propagação dos campos elétrico e magnético pode ser considerado transversal eletromagnético (TEM), isto é, tanto o campo elétrico quanto o campo magnético são, em qualquer ponto da linha, normais à direção de propagação (e normais entre si) [15].

No caso de ondas TEM, os campos elétrico e magnético estão univocamente relacionados com a tensão e corrente. Assim, no estudo das linhas de transmissão, pode-se considerar as grandezas tensão e corrente da teoria de circuitos [16].

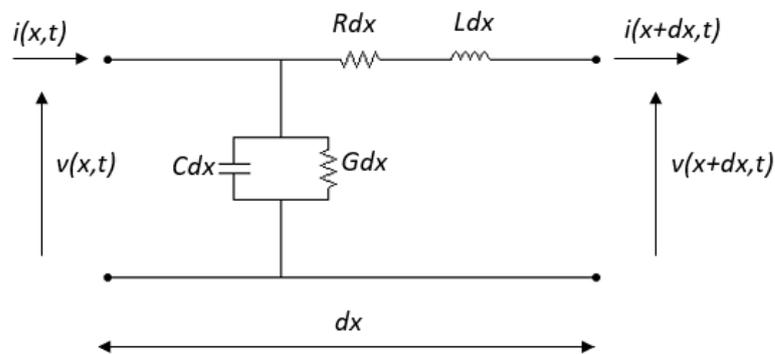
Para o cálculo de transitórios no domínio do tempo, inicialmente, é mais conveniente formular as equações que governam o comportamento de uma linha de transmissão aérea no domínio da frequência. Quando formuladas no domínio da frequência, as

equações das linhas podem ser manipuladas diretamente, evitando operações matemáticas complexas existentes no domínio do tempo<sup>1</sup>. De qualquer forma, como o objetivo final é o cálculo de transitórios no domínio do tempo, deve-se transladar a solução obtida, em termos de tensão e corrente, da frequência para o tempo.

A Figura 1.1 ilustra um elemento infinitesimal de uma linha de transmissão monofásica, na qual as grandezas  $v(x, t)$  e  $i(x, t)$  são tensões e correntes ao longo do comprimento em um dado instante de tempo  $t$ .



(a) Representação esquemática de uma linha de transmissão monofásica



(b) Elemento infinitesimal da linha de transmissão

Figura 1.1 – Linha de transmissão monofásica. Adaptado de [13].

Aplicando-se as leis de Kirchhoff ao elemento infinitesimal da Figura 1.1(b) é possível obter as equações (1.1) e (1.2), conhecidas como equação do Telegrafista, que regem a dinâmica da linha no domínio do tempo.

<sup>1</sup> No texto, “operações complexas” não se refere às funções de números complexos e sim às dificuldades existentes na manipulação das expressões matemáticas envolvidas nas operações até se obter a solução do problema.

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R'i(x,t) + L'\frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G'v(x,t) + C'\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (1.2)$$

Em (1.1) e (1.2),  $v$  e  $i$  são a tensão e a corrente na linha de transmissão,  $R'$  e  $L'$  são a resistência e a indutância série da linha por unidade de comprimento, e  $G'$  e  $C'$  são a condutância e a capacitância transversal da linha por unidade de comprimento. Quanto à formulação proposta acima é importante observar que a dependência dos parâmetros transversal e longitudinal com a frequência é desprezada e, por isso, não são apresentadas as convoluções que surgem com a multiplicação de funções dependentes da frequência no tempo.

No domínio  $s$ , o comportamento da linha monofásica é descrito pelas equações (1.3) e (1.4). Nestas equações, além da representação no domínio  $s$ , também é acrescentada a dependência dos parâmetros longitudinal e transversal da linha com a frequência.

$$-\frac{dV(s)}{dx} = Z(s)I(s) \quad (1.3)$$

$$-\frac{dI(s)}{dx} = Y(s)V(s) \quad (1.4)$$

Nesse caso,  $Z(s) = R'(s) + sL'(s)$  é a impedância longitudinal,  $Y(s) = G'(s) + sC'(s)$  é a admitância transversal em derivação e  $s$  é a frequência complexa, definida como  $s = j\omega$ .

Nas equações (1.3) e (1.4), a condutância também é adotada como função da frequência. No caso de linhas aéreas, os valores deste parâmetro são muito pequenos quando se compara com os valores calculados para a capacitância transversal, sendo prática comum desprezar a condutância e simplificar a admitância em termos da capacitância. Quando utilizada, por exemplo, a expressão proposta por Pettersson [17] para o cálculo da admitância transversal, um termo real dependente da frequência pode ser verificado nos cálculos, justificando a adoção neste trabalho do termo  $G(s)$  (apesar de dependente da frequência este termo continua bastante inferior ao termo  $sC'(s)$ )

no cálculo de  $Y(s)$ . Ademais dependendo da escolha para o cálculo da capacitância transversal, a mesma não varia com a frequência.

Diferenciando-se as equações (1.3) e (1.4) em relação à variável  $x$ , tem-se que:

$$-\frac{d^2V(s)}{dx^2} = Z(s) \frac{dI(s)}{dx} \quad (1.5)$$

$$-\frac{d^2I(s)}{dx^2} = Y(s) \frac{dV(s)}{dx} \quad (1.6)$$

Substituindo-se as equações (1.3) e (1.4) em (1.6) e (1.5), respectivamente:

$$\frac{d^2V(s)}{dx^2} = Z(s)Y(s)V(s) \quad (1.7)$$

$$\frac{d^2I(s)}{dx^2} = Y(s)Z(s)I(s) \quad (1.8)$$

Após o processo acima chega-se ao par de equação que expressa a propagação das ondas de tensão e corrente ao longo da linha. Os conceitos desenvolvidos para o caso monofásico também podem ser aplicados às linhas polifásicas, mediante uma abordagem matricial do equacionamento.

As equações (1.7) e (1.8) dependem apenas da tensão e da corrente na linha. Para obter as soluções dessas equações, pode-se resolver uma delas e substituir a solução obtida em (1.3) ou (1.4). Assim sendo, obtém-se:

$$V(s) = V_+(s)e^{-\gamma(s)x} + V_-(s)e^{\gamma(s)x} \quad (1.9)$$

$$I(s) = I_+(s)e^{-\gamma(s)x} + I_-(s)e^{\gamma(s)x} \quad (1.10)$$

onde  $V_+$  e  $V_-$  representam as ondas de tensão progressivas e regressivas,  $I_+$  e  $I_-$  representam as ondas de corrente progressivas e regressivas e  $\gamma(s) = \sqrt{Z(s)Y(s)}$  é definida como a constante de propagação. Vale ressaltar que as matrizes que contemplam as constantes de propagação de corrente e tensão são diferentes entre si, exceto para o caso quando se trabalha no domínio modal.

Escrevendo a corrente em função da tensão na equação (1.3) e a corrente na equação (1.4), tem-se que:

$$I(s) = -Z^{-1}(s) \frac{dV(s)}{dx} \quad (1.11)$$

$$V(s) = -Y^{-1}(s) \frac{dI(s)}{dx} \quad (1.12)$$

Diferenciando-se (1.9) e substituindo-a em (1.11), obtém-se

$$I(s) = Z^{-1}(s)\gamma(s)[V_+(s)e^{-\gamma(s)x} - V_-(s)e^{\gamma(s)x}] \quad (1.13)$$

Definindo a admitância característica como  $Y_c(s) = Z^{-1}(s)\sqrt{Z(s)Y(s)}$ , a equação pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$I(s) = Y_c(s)[V_+(s)e^{-\gamma(s)x} - V_-(s)e^{\gamma(s)x}] \quad (1.14)$$

De forma análoga, a solução para a tensão pode ser escrita como:

$$V(s) = Y_c^{-1}(s)[I_+(s)e^{-\gamma(s)x} - I_-(s)e^{\gamma(s)x}] \quad (1.15)$$

De acordo com as equações (1.14) e (1.15), a operação  $Y_c(s)V(s) + I(s)$  é dada por:

$$Y_c(s)V(s) + I(s) = 2I_+(s)e^{-\gamma(s)x} \quad (1.16)$$

Definindo-se os terminais de uma linha de transmissão como terminal emissor "e" ( $x = 0$ ) e receptor "r" ( $x = l$ ), onde  $l$  é o comprimento da linha, pode-se escrever as seguintes condições de contorno:

- ( $x = 0$ ):

$$V(s) = V_e(s) \quad (1.17)$$

$$I(s) = I_e(s) \quad (1.18)$$

- ( $x = l$ ):

$$V(s) = V_r(s) \quad (1.19)$$

$$I(s) = -I_r(s) \quad (1.20)$$

Em (1.18) e (1.20),  $I_e$  e  $I_r$  são as correntes que entram nos terminais emissor e receptor, respectivamente, de uma linha de transmissão.

A equação (1.16) pode ser escrita considerando as condições de contorno dos nós emissor e receptor, assim:

$$Y_c(s)V_e(s) + I_e(s) = 2I_p(s) \quad (1.21)$$

$$Y_c(s)V_r(s) - I_r(s) = 2I_p(s)e^{-\gamma(s)l} \quad (1.22)$$

Substituindo a corrente progressiva  $I_p(s)$  expresso na equação (1.21) em (1.22), tem-se:

$$Y_c(s)V_r(s) - I_r(s) = [Y_c(s)V_e(s) + I_e(s)]e^{-\gamma(s)l} \quad (1.23)$$

Admitindo-se que o comportamento de uma linha de transmissão não depende do terminal analisado pode-se escrever uma equação, análoga à (1.23), da seguinte forma:

$$Y_c(s)V_e(s) - I_e(s) = [Y_c(s)V_r(s) + I_r(s)]e^{-\gamma(s)l} \quad (1.24)$$

As equações (1.23) e (1.24) podem ser modificadas em função das correntes que entram nos nós terminais da linha de transmissão. Assim:

$$I_e(s) = Y_c(s)V_e(s) - H(s)[Y_c(s)V_r(s) + I_r(s)] \quad (1.25)$$

$$I_r(s) = Y_c(s)V_r(s) - H(s)[Y_c(s)V_e(s) + I_e(s)] \quad (1.26)$$

onde o termo  $H(s) = e^{-\gamma(s)l}$  é definido como função de propagação (ou fator de propagação).

Finalmente, após obter a solução das equações de linha em termos de tensão e corrente, pode-se voltar para o domínio do tempo. Uma vez que as equações (1.25) e (1.26) contêm produtos de matrizes dependentes da frequência, no domínio do tempo, é necessário calcular convoluções (representada nas equações pelo símbolo \*). Por outro lado, entretanto a solução temporal pode ser obtida de outras formas, por exemplo, a partir da Transformada Inversa de Laplace.

$$i_e = y_c(t) * v_e(t) - h(t) * [y_c(t) * v_r(t) + i_r(t)] \quad (1.27)$$

$$I_r(s) = y_c(t) * v_r(t) - h(t) * [y_c(t) * v_e(t) + i_e(t)] \quad (1.28)$$

A modelagem do comportamento da linha de transmissão, resumido através das equações (1.27) e (1.28), é denominada de Modelagem pelo Método das

Características<sup>2</sup>. Essa metodologia é a mais utilizada em programas eletromagnéticos no domínio do tempo. Uma alternativa, é a modelagem por admitância nodal, que permite calcular a matriz de admitância nodal variante na frequência e representar a linha de transmissão como um sistema de várias entradas e saídas [2].

A admitância nodal  $Y_n(s)$  de uma linha de transmissão, no domínio da frequência, se representa na forma entrada-saída através da Lei Ohm:

$$I(s) = Y_n(s)V(s) \quad (1.29)$$

onde  $V(s)$  e  $I(s)$  são os vetores de correntes e tensões no domínio da frequência referente aos terminais do sistema e a admitância nodal  $Y_n$  pode ser calculada por meio da equação (1.30).

$$Y_n = \begin{bmatrix} Y_c & 0 \\ 0 & Y_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1 - H^2)^{-1}(1 + H^2) & -2H(1 - H^2)^{-1} \\ -2H(1 - H^2)^{-1} & (1 - H^2)^{-1}(1 + H^2) \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

onde  $H$ , dado por  $H(s) = e^{-\gamma(s)l}$ , é o fator de propagação e  $Y_c$  é a admitância característica calculada como inverso da impedância característica, isto é,  $Y_c(s) = Z^{-1}(s)\sqrt{Z(s)Y(s)}$ .

A equação (1.30) refere-se a uma linha de transmissão monofásica, sendo que para o caso polifásico, os vetores  $V(s)$  e  $I(s)$  são substituídos pelas tensões ( $V_e, V_r$ ) desenvolvidas nos terminais emissor e receptor e pelas correntes ( $I_e, I_r$ ) injetadas nestes mesmos terminais [2].

A representação por admitância nodal é usada, na maioria dos casos, em programas com base no domínio da frequência. No entanto, a mesma pode ser usada em simulações no domínio do tempo desde que seja feito um processo prévio de imposição de passividade [2].

---

<sup>2</sup> A solução das convoluções das equações (1.27) e (1.28) de forma direta exige grande esforço computacional. Para contornar esse problema, é possível solucionar as convoluções de forma recursiva a partir da aproximação dos termos de  $H(s)$  e  $Y_c^{-1}(s)$  como uma soma de frações racionais no domínio da frequência, que são funções exponenciais decrescentes no domínio do tempo [3]. Essa é, por exemplo, a técnica utilizada no modelo proposto por J. Marti [18].

Solucionar, de forma precisa e eficiente, as equações das linhas de transmissão para o estudo de transitórios eletromagnéticos representa um problema de engenharia de grande complexidade e, por isso, tem sido estudado por vários pesquisadores ao longo dos últimos. As seções finais deste capítulo dedicam-se à apresentação, breve, dos principais trabalhos disponíveis na literatura.

### 1.2.2 Modelos no domínio modal

A modelagem no domínio modal consiste em aplicar uma transformação de similaridade para condicionar as matrizes que caracterizam a linha de transmissão na forma diagonal. Com este procedimento é possível obter uma representação alternativa de uma linha polifásica com  $n$  fases em  $n$  linhas monofásicas independentes [3],[10].

A solução das equações de uma linha com múltiplos condutores envolve os seguintes passos:

- transformação do domínio das fases para o domínio modal, sendo que para a obtenção das matrizes diagonais é necessário o uso da teoria de autovalores e autovetores;
- resolução das equações das  $n$  linhas monofásicas, utilizando-se quantidades modais;
- transformação das tensões e correntes calculadas no passo anterior para o domínio das fases.

As matrizes de transformação são, em princípio, complexas e dependentes da frequência. No entanto, nos casos em que a matriz de transformação modal não apresenta forte dependência com a frequência pode-se adotar matrizes de transformação constantes [10],[14].

Os modelos de linhas no domínio modal podem ser desenvolvidos nos domínios do tempo ou da frequência, embora aqueles definidos no domínio do tempo sejam mais populares e difundidos em plataformas de cálculos de transitórios. Inicialmente os modelos baseados na técnica de transformação modal foram desenvolvidos considerando a matriz de transformação modal invariante com a frequência. Dentre os trabalhos que consideram a técnica da transformação modal com a matriz de

transformação constante na frequência destacam-se as contribuições dos seguintes pesquisadores: Meyer e Dommel, 1974 [19]; Semlyen e Dabuleanu, 1975 [20]; Ametani, 1976 [21]; Semlyen, 1981 [22]; J. Marti, 1982 [18] e Tavares et al., 1999 [23].

Em particular, o modelo de linha de transmissão apresentado por J. Marti (1982) [18] se popularizou a partir de sua implementação nas plataformas computacionais EMTP (*Electromagnetic Transients Program*) e ATP (*Alternative Transients Program*)<sup>3</sup>, apresentando resultados satisfatórios para os casos nos quais a matriz de transformação não apresenta uma forte dependência com a frequência. O citado modelo faz uso do método assintótico de Bode para aproximar as impedâncias características e funções de propagação modais por funções racionais de fase mínima, definidas unicamente pela magnitude e tendo apenas zeros e polos reais [3],[10].

Como implementado no EMTP/ATP, o modelo proposto por J. Marti [18] apresenta algumas limitações [10]:

- uso de uma matriz de transformação modal real e invariante na frequência; tal aproximação limita a exatidão do modelo para os casos em que a matriz de transformação modal apresenta forte dependência com a frequência, como, por exemplo, nos casos de linhas aéreas de transmissão assimétricas;
- cálculo dos parâmetros longitudinais da linha de transmissão a partir da formulação proposta por Carson; com isso a permissividade relativa do solo é adotada como sendo igual à unidade (suposição válida em baixa frequência), desprezando os efeitos da corrente de deslocamento no solo e a condutividade elétrica é considerada invariante na frequência;
- a matriz de admitância transversal é definida como o inverso da matriz de potencias de Maxwell, não considerando o efeito do solo, computando apenas a propagação do campo elétrico no ar e num solo sem perdas (no cálculo da

---

<sup>3</sup> O EMTP/ATP é uma ferramenta computacional para simulações de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo, cujas bases remontam a década de 1960. Por se tratar de um aplicativo de uso livre, o ATP continua sendo atualizado por colaboradores de todo mundo, sendo constituído, atualmente, por diversos componentes do sistema elétrico. Assim, a inclusão de modelos em simulações EMTP/ATP é uma alternativa bastante atrativa para estudos de transitórios eletromagnéticos.

impedância longitudinal considera o efeito do solo, porém são adotadas aproximações válidas para baixa frequência);

- dificuldade de se obter a representação de funções muito complexas a partir da aplicação do método de ajuste assintótico de Bode, que considera apenas polos reais, sendo que muitas vezes a síntese de tais funções é facilmente obtida quando considerados polos complexos.

Outros trabalhos foram propostos considerando o efeito da dependência da frequência da matriz de transformação modal com o objetivo de contornar as limitações decorrentes do uso de uma matriz invariante (L. Marti, 1988 [24]; Wedepohl et al., 1996 [25]; Gustavsen e Semlyen, 1998 [26]). Nestes casos, os elementos da matriz de transformação são aproximados por meio de somas de funções racionais [9].

O método de transformação modal é bastante eficiente quando adotado no estudo de sistemas e linhas de transmissão traspostas, uma vez que nestes casos a matriz de transformação pode ser assumida como real e invariante na frequência. No caso de linhas de transmissão assimétricas e não traspostas, o efeito da frequência nos elementos da matriz de transformação é mais significativo e, por isso, deve ser considerado. Ao adotar a matriz de transformação como função da frequência, o método modal torna-se mais complexo em função dos cálculos das convoluções e das sínteses dos elementos das matrizes [3],[9],[10].

As dificuldades encontradas na utilização da técnica de transformação modal impulsionaram o estudo e a proposição de modelos que pudessem solucionar as equações de linhas de transmissão diretamente no domínio das fases [3].

### 1.2.3 Modelos no domínio das fases

O método no domínio das fases consiste em determinar-se o comportamento dinâmico da linha diretamente neste domínio, evitando-se a transição para o domínio modal. Nos casos em que há forte dependência dos elementos da matriz de transformação com a frequência, o método do domínio das fases é mais exato que os modelos baseados no domínio modal que consideram a matriz de transformação invariante na frequência [3],[10].

Diferentes modelos foram desenvolvidos seguindo a premissa de evitar a transição para o domínio modal, podendo ser citados os seguintes trabalhos: Nakanishi e Ametani, 1986 [27]; Gustavsen et al., 1995 [28]; Angelidis e Semlyen, 1995 [29]; Noda et al., 1996 [30]; Nguyen et al., 1997 [31]; Castellanos, 1997 [32]; Castellanos e J. Marti, 1997 [33]; Gustavsen e Semlyen, 1998 [34]; Morched et al., 1999 [35]; Semlyen e Gustavsen, 2012 [36]; Noda, 2015 [37]. A seguir é apresentada uma revisão bibliográfica concisa destes trabalhos, sendo discutido apenas os princípios básicos.

Em [27], Nakanishi e Ametani (1986) apresentam um modelo baseado no teorema da superposição para o cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão. Inicialmente, calcula-se a resposta ao impulso no domínio da frequência e, em seguida, é feita a transição para o domínio do tempo pelo uso da transformada inversa de Laplace numérica. Este trabalho é um dos precursores na utilização de modelos diretamente no domínio das fases para o cálculo de transitórios eletromagnéticos [3].

Em [28], Gustavsen et al. (1995) apresentam um modelo para linhas, aéreas e subterrâneas, que realiza as convoluções existentes nas equações (1.27) e (1.28) diretamente no domínio das fases, utilizando a técnica de convolução recursiva. A solução das convoluções recursivas é obtida a partir do ajuste, por funções lineares e utilizando versões modificadas da Transformada Inversa de Fourier, da cauda da resposta ao degrau das matrizes função de propagação e admitância característica. Além disso, a parte inicial da resposta ao degrau dessas matrizes é representada de maneira discreta. Por fim, os autores avaliam a precisão do modelo em um sistema composto por um cabo coaxial subterrâneo [3],[9].

Os pesquisadores Angelidis e Semlyen (1995) apresentam em [29] um modelo com parâmetros dependentes da frequência, utilizando o método denominado como TSR ("*Two Sided Recursions*"). O método TSR consiste em calcular simultaneamente convoluções curtas entre as matrizes polinomiais obtidas a partir de aproximações das matrizes com parâmetros da linha de transmissão e os vetores com as variáveis de entrada e saída do sistema, que correspondem às tensões e correntes de fase dos terminais da linha de transmissão [9].

Em [30], Noda et al. (1996) propõem substituir o cálculo das convoluções resultantes das soluções das equações de onda no domínio do tempo por um modelo denominado como ARMA (“*Auto Regressive Moving Average*”). Neste modelo, os elementos das matrizes função de propagação e admitância característica são representados por funções racionais discretas, obtidas aplicando-se a teoria da transformada Z. Os coeficientes das funções racionais, que definem o modelo ARMA de cada elemento de matrizes da linha, são calculados pelo método de mínimos quadrados linearizado desenvolvido pelos autores [3],[9].

Nguyen et al. (1997) [31] sintetizam os elementos das matrizes de admitância característica e função de propagação diretamente no domínio das fases, assumindo que a matriz de função de propagação da linha pode ser ajustada através de funções racionais de fase mínima [3].

Dois modelos baseados no método do domínio das fases são apresentados por Castellanos et al. (1997) em [32] e [33]. O primeiro modelo, denominado de z-line, separa os efeitos associados às perdas (resistência interna) e indutância interna em uma matriz de parâmetros concentrados dependentes da frequência e os efeitos das indutâncias e a capacitâncias externas são representadas como um segmento de linha ideal. A síntese dos parâmetros dependentes da frequência, feita por meio de uma aproximação por funções racionais, é realizada diretamente no domínio das fases. O segundo modelo, denominado de id-line, considera a natureza distribuída e a dependência da frequência dos parâmetros de linha.

Em [34], Gustavsen e Semlyen (1998) apresentam um modelo para cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, em que a aproximação das matrizes que caracterizam a linha de transmissão é feita diretamente no domínio das fases utilizando a técnica de ajuste vetorial, conhecida como *Vector Fitting*.

Um modelo denominado de *Universal Line Model* (ULM) é apresentado por Morched et al. em [35]. A principal característica deste modelo é o ajuste da matriz de função de propagação no domínio das fases. Inicialmente, utilizando a técnica de ajuste vetorial *Vector Fitting*, os elementos da matriz função de propagação modal são aproximados por funções racionais de forma a obter os polos e tempos de trânsito das variáveis

modais. Em seguida, no domínio das fases, os elementos da matriz função de propagação são representados em função dos resultados da etapa inicial [3],[9].

O modelo ULM difundiu-se nos últimos anos após a sua implementação na plataforma PSCAD/EMTDC e pode ser aplicado com exatidão na simulação de transitórios eletromagnéticos em linhas aéreas e subterrâneas, mesmo nos casos em que a matriz de transformação é fortemente dependente da frequência. A principal característica deste modelo consiste no ajuste da matriz de função de propagação no domínio das fases [3].

Em [36], Semlyen e Gustavsen (2012) propõem uma técnica para contornar eventuais assimetrias da matriz de admitância nodal geradas por aproximações diretas dos elementos da matriz de função de propagação por funções racionais. Neste trabalho, os autores, utilizam a técnica de ajuste vetorial *Vector Fitting* para obter um modelo simétrico por funções racionais das matrizes de admitância característica e admitância característica propagada, sendo essa última determinada pelo produto entre a matriz de função de propagação e a matriz de admitância característica. Em seguida, após o processo de síntese dos elementos, a matriz de função de propagação é obtida analiticamente.

A partir do trabalho desenvolvido por Morched et al. [35], Noda (2015) em [37] propõe um modelo no domínio das fases. Os elementos da matriz função de propagação são calculados por meio de uma formulação modificada, de forma a incluir os efeitos de todos os modos de propagação relativos à matriz de função de propagação. A aproximação dos elementos das matrizes da linha de transmissão é feita utilizando-se o método chamado de "*Frequency-Partitioning Fitting*" como uma alternativa à técnica *Vector Fitting* aplicada no modelo ULM.

#### 1.2.4 Considerações finais

A exatidão de modelos de linhas de transmissão depende, essencialmente, do tipo da avaliação a ser considerada. No caso de investigação de fenômenos rápidos é necessário representar tanto a natureza distribuída dos parâmetros da linha quanto a forte dependência deles com frequência. Além disso, a escolha da formulação para avaliação

dos parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão influencia diretamente na exatidão do modelo adotado para o cálculo das grandezas terminais da linha de transmissão.

Os modelos usualmente disponíveis em plataformas computacionais de simulação de transitórios eletromagnéticos de uso livre adotam simplificações nos cálculos dos parâmetros de linhas que podem resultar em erros significativos nos casos que envolvam surtos atmosféricos (sinal com frequências elevadas) e solos de alta resistividade elétrica.

A dependência dos parâmetros da linha de transmissão com a frequência é representada de forma direta no domínio  $s$ , porém, essa abordagem apresenta limitações práticas, principalmente na modelagem de elementos não lineares e redes cuja configuração se altera subitamente. Dessa forma, em seu estado atual, a modelagem diretamente no domínio da frequência é usualmente empregada no tratamento de sistemas mais simples.

Nas simulações conduzidas diretamente no domínio do tempo, normalmente, a variação dos parâmetros do sistema em função da frequência é efetuada a partir de ajustes por funções racionais, o que permite o tratamento recursivo das convoluções. A principal vantagem dessa abordagem é a facilidade de representar elementos não lineares, bem como a integração dos componentes que constituem um sistema elétrico.

Neste contexto, este trabalho de dissertação considera a solução das linhas de transmissão aéreas para os cálculos de tensões diretamente no domínio das fases. Os modelos propostos incluem a dependência dos parâmetros elétricos do solo, resistividade e permissividade, com a frequência e os efeitos de se considerar uma definição mais rigorosa de tensão nos cálculos dos parâmetros da linha.

Para um melhor entendimento dos próximos capítulos desta dissertação, neste capítulo é apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre trabalhos dedicados à modelagem de linhas de transmissão para estudos de fenômenos transitórios. Os trabalhos apresentados em [3], [9] e [10] abordam este assunto em detalhes e podem ser consultados para maiores detalhes.

### 1.3 Configurações das linhas de transmissão estudadas

A avaliação da relevância de se considerar a dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência na modelagem de linhas de transmissão aéreas é feita por meio de comparações dos resultados (parâmetros modais, tensões terminais transitórias e sobretensões atmosféricas) obtidos para diferentes modelos. Para isso, são consideradas as configurações de linhas de transmissão listadas a seguir e detalhadas na Tabela 1.1 e Apêndice A.

- LT Simétrica: linha de transmissão sem cabos guarda e com os condutores dispostos nos vértices de um triângulo equilátero. Essa configuração é adotada para fins didáticos, não sendo observada em projetos de linhas.
- LT Triangular: linha de transmissão triangular com três condutores e um cabo guarda, usualmente aplicada para as classes de tensão de 69 kV e 138 kV.
- LT Horizontal: linha de transmissão de circuito simples, com os condutores dispostos na horizontal, usualmente aplicada em torres de suspensão autoportante de linhas de classe de tensão de 345 kV e 500 kV.
- LT de circuito duplo usualmente aplicada para classe de tensão de 230 kV. Este tipo de configuração, geralmente, é adotado como uma alternativa às linhas de 500 kV quando necessário transmitir grandes blocos de potência.

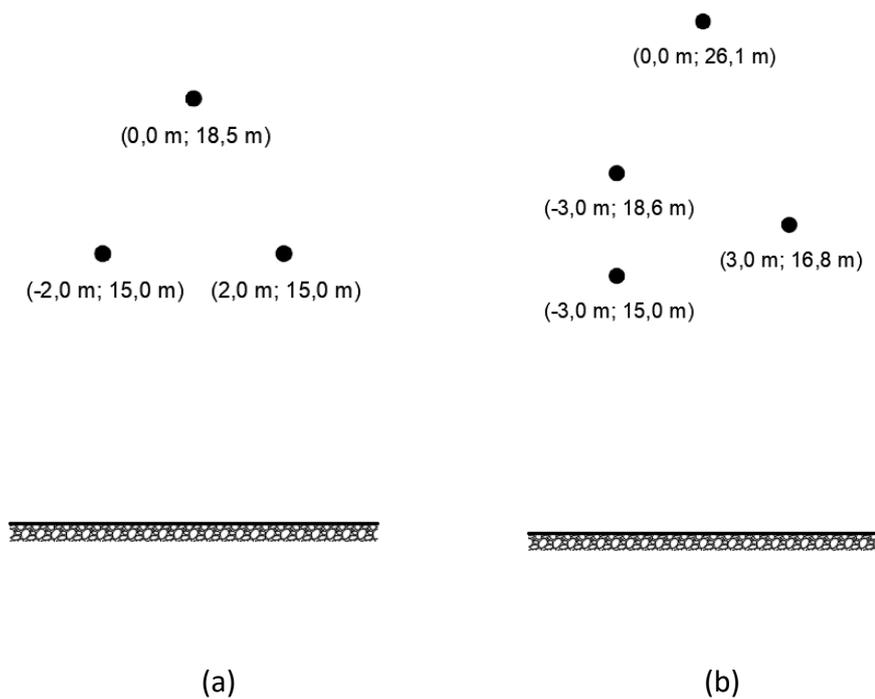
Nos Capítulos 2 e 3 todas as quatro configurações de linha são estudadas e, no Capítulo 4, são consideradas apenas as linhas triangular e horizontal.

Tabela 1.1 – Informações das linhas de transmissão consideradas nas análises realizadas.

DENOMINAÇÃO	LT SIMÉTRICA	LT TRIANGULAR	LT HORIZONTAL	LT CIRCUITO DUPLO
Nº DE FASES	3	3	3	6
Nº DE CONDUTORES POR FASE	1	1	1	1
CONDUTOR (TABELA 7.1)	CAL Liga 1120	CAL Liga 1120	CAL Liga 1120	CAL Liga 1120
DIÂMETRO DO CONDUTOR (TABELA 7.1)	2,925 cm	2,925 cm	2,925 cm	2,925 cm
RESISTÊNCIA CC DO CONDUTOR	0,066 $\Omega$ / km			

DENOMINAÇÃO	LT SIMÉTRICA	LT TRIANGULAR	LT HORIZONTAL	LT CIRCUITO DUPLO
N° DE CABO GUARDA	0	1	2	2
CABO GUARDA (TABELA 7.2)	Aço galvanizado	Aço galvanizado	Aço galvanizado	Aço galvanizado
DIÂMETRO DO CABO GUARDA (TABELA 7.2)	0,952 cm	0,952 cm	0,952 cm	0,952 cm
RESISTÊNCIA CC DO CABO GUARDA	4,176 $\Omega$ / km			
SILHUETA TÍPICA	Figura 7.1	Figura 7.2	Figura 7.3	Figura 7.4

É prática comum nos estudos de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão considerar os condutores posicionados na altura média. Na Figura 1.2 são indicadas as posições dos condutores, tendo em conta, como citado, as distâncias médias entre os cabos e o solo.



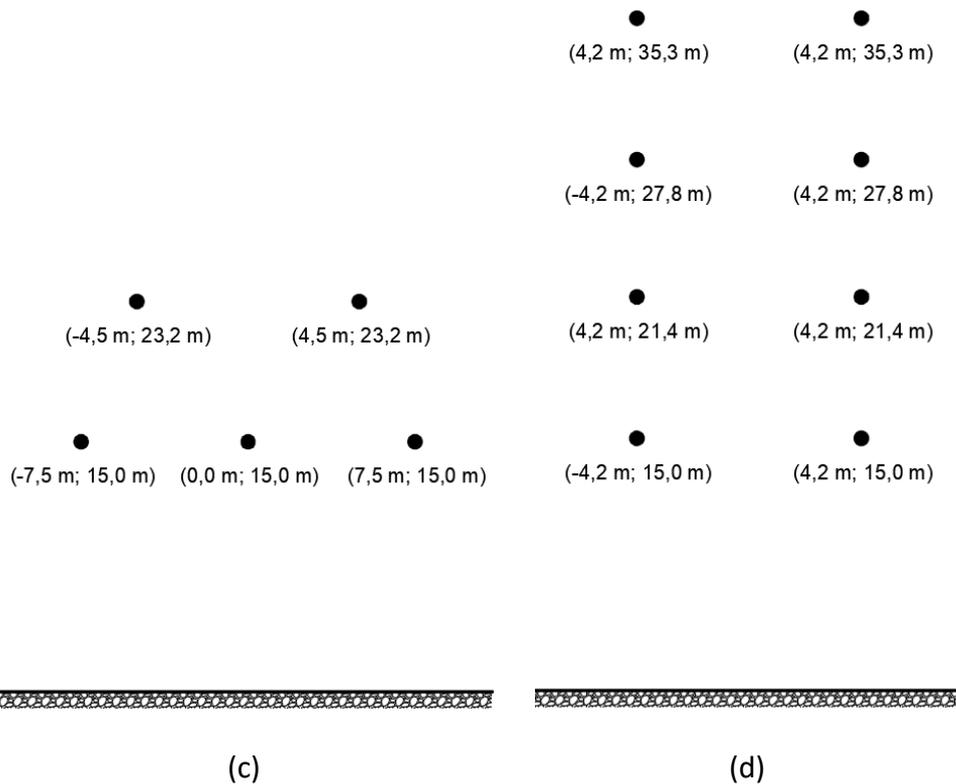


Figura 1.2 – Arranjo dos condutores das linhas de linha de transmissão estudadas.

(a) LT Simétrica; (b) LT Triangular; (c) LT Horizontal; (d) LT Circuito Duplo.

## 1.4 Organização do texto

Este trabalho está dividido em cinco capítulos, incluindo este capítulo introdutório.

O **Capítulo 02** apresenta uma revisão bibliográfica de trabalhos dedicados à avaliação dos parâmetros de linhas de transmissão aéreas e da dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência. Ao final deste capítulo, por meio do cálculo dos parâmetros modais de linhas aéreas polifásicas, é feita uma avaliação do impacto de se considerar, ou não, os parâmetros do solo constantes.

O **Capítulo 03** apresenta uma avaliação das tensões terminais de linhas aéreas geradas em decorrência do processo de energização. Os cálculos são feitos diretamente no domínio da frequência e os resultados são trasladados para o domínio do tempo utilizando a Transformada Numérica de Laplace. Nesta avaliação são consideradas diferentes configurações de linhas, bem como diversos valores de resistividade do solo.

Também é avaliado o impacto de se considerar os parâmetros do solo dependentes da frequência.

O **Capítulo 04** apresenta os resultados do cálculo de sobretensão em linhas de transmissão aéreas geradas por descargas atmosféricas. Assim como nos capítulos anteriores, os resultados são calculados considerando, ou não, a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência. As simulações são conduzidas no *software* ATP, porém são utilizados modelos de linhas obtidos na plataforma MATLAB utilizando a técnica de ajuste vetorial (*Vector Fitting*) modificada pelo uso de uma transformação conhecida como Transformação de Modo Revelador (*Mode-Revealing Transformation* - MRT).

Finalmente, o **Capítulo 05** apresenta as conclusões levantadas a partir da realização do trabalho, além de indicar propostas de continuidade.

As referências bibliográficas citadas ao longo do texto se encontram listadas ao final do trabalho.

---

## 2 Cálculo de parâmetros de linhas de transmissão

---

Independentemente do modelo adotado para avaliação das tensões e correntes em linhas de transmissão, é necessário o conhecimento das matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal. Este capítulo apresenta diferentes formulações adotadas nos cálculos desses parâmetros, abordando os efeitos da propagação dos campos elétrico e magnético no ar, solo e interior dos condutores.

### 2.1 Formulação do modelo de onda completa

A análise de propagação de tensão e corrente em um condutor imerso no ar sobre um solo condutor imperfeito é um dos problemas clássicos da teoria de campos eletromagnéticos. Tradicionalmente, na solução desse problema se considera a propagação da onda no modo quase-TEM (*Quase Transversal Eletromagnético*) [1],[38].

No modo de propagação quase-TEM supõe-se a existência de campo elétrico na direção de propagação, em decorrência da existência de perdas nos condutores aéreos e no solo. Por outro lado, a modelagem de onda completa, ou solução de onda, considera a existência de campos elétrico e magnético em todas as direções, sendo, portanto, uma extensão do modo quase-TEM [1],[38].

Os trabalhos dedicados a propor uma solução de onda completa, para descrever o comportamento de linhas de transmissão, têm como objetivo desenvolver modelos baseados no emprego das equações de Maxwell para a descrição das características de propagação dos campos elétrico e magnético, válidos em um amplo espectro de frequências e em meios com características elétricas e magnéticas diversas [1],[39].

As equações de Maxwell aplicadas ao problema de propagação de campos em um condutor podem ser solucionadas utilizando formulações baseadas no potencial vetor magnético e potencial escalar elétrico, nos vetores de Hertz do tipo elétrico e magnético e nos potenciais vetores magnético e elétrico [1],[38].

Em [40], Kikuchi (1956) apresenta um modelo de onda completa baseado na utilização direta do potencial vetor magnético e do potencial escalar elétrico. Posteriormente,

baseado nesse trabalho, Pettersson (1999) [17] também utiliza o potencial vetor magnético e o potencial escalar elétrico em suas formulações.

Wait (1972) [41], D'Amore e Sarto (1996) [42], [43] e D'Amore e Sarto (1997) [44] apresentam uma formulação para o modelo de onda completa utilizando os vetores de Hertz. Em [45], Sunde (1968) apresenta uma formulação para o cálculo da impedância de retorno pelo solo a partir da componente elétrica dos vetores de Hertz. Em seu trabalho, Sunde, avalia o impacto da impedância de retorno pelo solo na modelagem de linhas de transmissão para estudos de transitórios eletromagnéticos, por exemplo, comportamento transitório de linhas frente às descargas atmosféricas.

Outra possibilidade de solucionar as equações de Maxwell é considerando a decomposição dos vetores potenciais elétrico e magnético em modo transversal elétrico e transversal magnético, acima e abaixo do solo, como apresentado em 1978 por Wedepohl e Efthymiadis [46].

No modelo de onda completa, a equação modal é uma equação integral, em que a constante de propagação a ser determinada aparece como um argumento de uma integral infinita [38]. Assim, para a obtenção da constante de propagação, é necessária uma solução iterativa de alto custo computacional e que é fortemente influenciada pela escolha dos valores iniciais [1].

Diante das dificuldades existentes no cálculo da constante de propagação via solução da equação modal, a utilização de aproximações para o modelo de onda completa é bastante conveniente. Dentre essas aproximações, destaca-se aproximação integral quase-TEM e a aproximação logarítmica.

## **2.2 Formulação considerando aproximação integral quase-TEM**

Na aproximação quase-TEM, a constante de propagação é considerada como conhecida e igual à constante de propagação intrínseca do meio onde a linha de transmissão está imersa (ar para linhas aéreas e o solo para cabos subterrâneos). Essa simplificação torna direta a determinação da impedância longitudinal e da admitância transversal [1],[47].

Os cálculos dos parâmetros das linhas de transmissão aéreas são, usualmente, realizados adotando simplificações relativas aos aspectos geométricos:

- a superfície do solo plano e os condutores paralelos ao mesmo;
- as distâncias entre condutores e solo muito maiores que os raios dos cabos;
- o comprimento dos condutores muito maior que a altura dos mesmos em relação ao solo;
- os condutores posicionados a altura média em relação ao solo.

### 2.2.1 Impedância longitudinal

Nos cálculos dos parâmetros longitudinais de linhas de transmissão devem ser considerados os termos próprios e mútuos das matrizes de impedância interna ( $Z_{int}$ ), impedância externa ( $Z_{ext}$ ) e impedância associada ao retorno pelo ( $Z_{solo}$ ). Sendo assim, a matriz de impedância longitudinal total por unidade de comprimento pode ser determinada de acordo com a equação (2.1).

$$Z = Z_{int} + Z_{ext} + Z_{solo} \quad (2.1)$$

A impedância interna  $Z_{int}$ , associada à propagação das ondas no interior do condutor, pode ser calculada por meio de expressões matemáticas baseadas nas equações diferenciais de Bessel [48]-[50]. Cabe lembrar que os termos mútuos da matriz de impedância interna são nulos e, com isso, essa matriz modifica apenas os elementos próprios da matriz de impedância longitudinal  $Z$ .

A impedância para um condutor cilíndrico sólido pode ser determinada de acordo com a equação (2.2) e no caso de condutores cilíndricos tubulares o cálculo pode ser realizado conforme equação (2.3) [48]-[50].

$$Z_{int-s} = \frac{j\omega\mu}{2\pi\Omega r} \frac{I_0(a \cdot r)}{I_1(a \cdot r)} \quad (2.2)$$

$$Z_{int-t} = \frac{j\omega\mu}{2\pi a r_1} \frac{K_1(a \cdot r_0)I_0(a \cdot r_1) + K_0(a \cdot r_1)I_1(a \cdot r_0)}{I_1(a \cdot r_1)K_1(a \cdot r_0) - I_1(a \cdot r_0)K_1(a \cdot r_1)} \quad (2.3)$$

onde:

$$a = \sqrt{j\omega\mu\sigma} \quad (2.4)$$

As funções de Bessel implementadas em *softwares* de cálculo numérico, por exemplo, MATLAB, SCILAB e OCTAVE, apresentam problemas numéricos para frequências elevadas. Assim, quando utilizadas essas ferramentas, a formulação proposta por Nahman e Holt é uma alternativa para o cálculo da impedância interna longitudinal.

Na formulação proposta por Nahman e Holt (1972) em [51], a impedância interna dos condutores é aproximada por uma função do tipo  $A + B\sqrt{s}$ , onde  $s$  é a frequência complexa e as constantes  $A$  e  $B$  obtidas com base no comportamento assintótico da impedância interna  $Z_{int}$  [50]. Assim, a partir dessa simplificação, pode-se adotar a equação (2.5) para o cálculo da impedância  $Z_{int}$  [12].

$$Z_{int} = \frac{1}{\sigma\pi r^2} + \frac{1}{2\pi r} \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} \quad (2.5)$$

Em (2.2) - (2.5),  $I_0$  e  $I_1$  são funções de Bessel modificadas de primeiro tipo,  $K_0$  e  $K_1$  são funções de Bessel modificadas de segundo tipo,  $\sigma$  é a condutividade,  $\varepsilon$  é a permissividade elétrica,  $\mu$  é a permeabilidade magnética,  $\omega$  é a frequência angular,  $r$  é o raio do condutor cilíndrico sólido e  $r_0$  e  $r_1$  são os raios interno e externo, respectivamente, de condutores cilíndricos tubulares.

A Figura 2.1 ilustra uma linha de transmissão aérea com condutores  $i$  e  $j$ , de raio externo  $r_i$  e  $r_j$  e altura média constante,  $h_i$  e  $h_j$ . Os meios ar e solo são caracterizados pela permeabilidade magnética  $\mu_k$ , permissividade elétrica  $\varepsilon_k$  e condutividade  $\sigma_k$ , com  $k = 1$  referindo-se ao ar e  $k = 2$  ao solo [15].

As informações geométricas da linha de transmissão e as características dos meios, indicadas na Figura 2.1, são consideradas nos cálculos da impedância externa, impedância de retorno pelo solo e admitância transversal. Além dessas informações, dependendo da formulação adotada no cálculo de parâmetro, há a necessidade de conhecer a constante de propagação dos meios e índice de refração do solo.

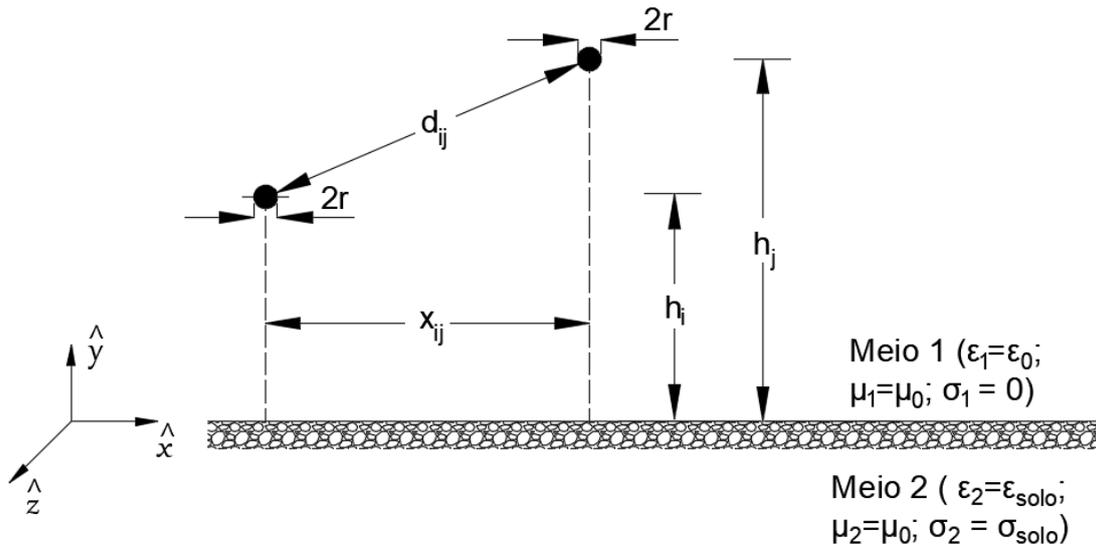


Figura 2.1 – Arranjo de condutores de uma linha de transmissão polifásica. Adaptado de [15].

A constante de propagação do ar é dada pela equação (2.6), a constante de propagação do solo conforme equação (2.7) e o índice de refração do solo de acordo com a equação (2.8).

$$\gamma_1 = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} \quad (2.6)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_{solo} + j\omega\epsilon_{solo})} \quad (2.7)$$

$$n = \gamma_2/\gamma_1 \quad (2.8)$$

onde  $\gamma_1$  é a constante de propagação do ar, considerando a condutividade do mesmo nula;  $\gamma_2$  é a constante propagação do solo, com  $\mu_{solo} = \mu_0$ ; e  $n$  é o índice de refração do solo.

A impedância externa  $Z_{ext}$ , equação (2.9), está associada ao campo magnético no meio externo aos condutores supondo condições ideais nos condutores e no solo e depende das distâncias entre eles e das alturas em relação ao solo.

A matriz de impedância externas pode ser calculada como indicado na equação (2.9), tendo em conta as informações da Figura 2.1

$$Z_{ext} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} M \quad (2.9)$$

onde:

$$M_{ii} = \ln \left( \frac{2h_i}{r_i} \right), M_{ij} = \ln \left( \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \right) \quad (2.10)$$

$$D_{ij} = \sqrt{\ell_{ij}^2 + x_{ij}^2} \quad (2.11)$$

$$\ell_{ij} = h_i + h_j \quad (2.12)$$

A impedância de retorno pelo solo está relacionada à propagação do campo magnético que penetra no solo e pode ser determinada considerando diferentes abordagens. A seguir é feita uma breve revisão do tema, sendo apresentadas as expressões adotadas nesta dissertação, formuladas por Carson [52] e Pettersson [17], bem como algumas expressões importantes para o desenvolvimento teórico do capítulo.

Nas expressões propostas por Carson (1926) em [52], as correntes de deslocamento no solo são consideradas muito inferiores às de condução (suposição válida em baixas frequências), o solo um meio linear isotrópico e homogêneo e os condutores da linha infinitamente longos. As expressões de Carson para cálculo da impedância de retorno pelo solo são:

$$Z_{ii-SC} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma_{solo} + \lambda}} \cos(r_i\lambda) d\lambda \quad (2.13)$$

$$Z_{ij-SC} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\ell_{ij}\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma_{solo} + \lambda}} \cos(x_{ij}\lambda) d\lambda \quad (2.14)$$

onde  $Z_{ii-SC}$  e  $Z_{ij-SC}$  são as expressões propostas por Carson para os cálculos das impedâncias longitudinais de retorno pelo solo próprias e mútuas, respectivamente.

Em [53], Wise (1934) apresenta uma extensão para as formulações de Carson para análise de solos com permissividade relativa arbitrária, utilizando o conceito de vetor de potencial de Hertz e desconsiderando a suposição de baixa frequência.

Ao contrário de Carson, em 1968, Sunde [45] calcula a impedância associada ao retorno incluindo um termo relativo à corrente de deslocamento no solo. Para isso, é utilizando os vetores potenciais de Hertz, chegando às seguintes expressões:

$$Z_{ii-SS} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0(\sigma_{solo} + j\omega\varepsilon_{solo}) + \lambda}} \cos(r_i\lambda) d\lambda \quad (2.15)$$

$$Z_{ij-SS} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\ell_{ij}\lambda}}{\sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0(\sigma_{solo} + j\omega\varepsilon_{solo}) + \lambda}} \cos(x_{ij}\lambda) d\lambda \quad (2.16)$$

onde  $Z_{ii-SS}$  e  $Z_{ij-SS}$  são as expressões propostas por Sunde para os cálculos das impedâncias longitudinais de retorno pelo solo próprias e mútuas, respectivamente.

As expressões para a impedância associada ao retorno pelo solo também podem ser obtidas como proposto por Nakagawa em [54] e [55]. Nesse trabalho, também a partir dos vetores de Hertz, o solo é tratado como um meio com perdas e com permeabilidade magnética diferente do vácuo. Cabe ainda observar que a formulação de Nakagawa, equações (2.17) e (2.18), são um caso mais geral das equações de Sunde e Carson [3].

$$Z_{SN-ii} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\lambda + \frac{\mu_0}{\mu_{solo}} \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}} \cos(r_i\lambda) d\lambda \quad (2.17)$$

$$Z_{SN-ij} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\ell_{ij}\lambda}}{\lambda + \frac{\mu_0}{\mu_{solo}} \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}} \cos(x_{ij}\lambda) d\lambda \quad (2.18)$$

Em (2.17) e (2.18), os termos  $Z_{ii-SN}$  e  $Z_{ij-SN}$  se referem às expressões propostas por Nakagawa para os cálculos das impedâncias longitudinais de retorno pelo solo próprias e mútuas, respectivamente.

Uma vez que Nakagawa considera a permeabilidade magnética do solo diferente da permeabilidade do vácuo, nas equações (2.17) e (2.18) adota-se  $\mu_{solo}$  como sendo diferente de  $\mu_0$ .

Os parâmetros de linha de transmissão podem ser calculados por meio das expressões propostas por D'Amore e Sarto (1997) em [44]. De acordo com os autores, as expressões propostas são válidas para valores elevados de frequência e resistividade do solo, sendo obtidas a partir de uma abordagem rigorosa das equações de Maxwell.

A partir do potencial vetor magnético e potencial escalar elétrico, Pettersson (1999) em [17] apresenta expressões para o cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal. Neste trabalho, são propostas formulações considerando aproximações quase-TEM e logarítmicas. No caso das aproximações quase-TEM é necessária a resolução de integrais infinitas. Quanto às aproximações logarítmicas, as expressões para os cálculos dos parâmetros da linha são obtidas a partir dos métodos das imagens e não há necessidade de resolver integrais infinitas.

A definição mais usual de tensão considera o potencial escalar da linha em relação ao referencial nulo no infinito. No entanto, considerando uma definição mais geral [equação (2.19)], a tensão corresponde à integral do campo elétrico vertical,  $E_y$ , da superfície do solo à altura do condutor, incluindo o componente vertical do potencial vetor magnético [8], [17],[47],[56].

$$\begin{aligned} U_i &= - \int_0^{h_n} E_y(r_i, y') dy' \\ &= V_i + j\omega \int_0^{h_n} A_y(r_i, y') dy' \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde  $r$  é o raio do condutor  $i$ ,  $A_y$  é a componente vertical do potencial vetor magnético,  $V_i$  é dado pela equação (2.20), ou seja, é igual a diferença entre o potencial escalar na superfície do condutor  $n$  e o potencial escalar do solo.

$$V_i = \varphi_i(r_i, h_i) - \varphi_i(0,0) \quad (2.20)$$

A expressão para o cálculo da impedância de retorno pelo solo, apresentada na equação (2.21), é obtida por meio da definição mais geral de tensão, isto é, considerando a equação (2.19) [8],[17],[47],[56]. Sendo assim, a impedância é função da diferença entre o potencial escalar na superfície do condutor e o potencial escalar do solo, bem como da componente vertical do potencial vetor magnético.

$$Z_{SP} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} [S_1 - (T + S_2)] \quad (2.21)$$

Onde:

$$S_{1ii} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}} \cos(r_i\lambda) d\lambda \quad (2.22)$$

$$S_{1ij} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\ell_{ij}\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}} \cos(x_{ij}\lambda) d\lambda \quad (2.23)$$

$$S_{2ii} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_i\lambda}}{n^2\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}} \cos(r_i\lambda) d\lambda \quad (2.24)$$

$$S_{2ij} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\ell_{ij}\lambda}}{n^2\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}} \cos(x_{ij}\lambda) d\lambda \quad (2.25)$$

$$T_{ii} = \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}}{\lambda} \frac{e^{-h_i\lambda} - e^{-2h_i\lambda}}{n^2\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}} \cos(r_i\lambda) d\lambda \quad (2.26)$$

$$T_{ij} = \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}}{\lambda} \frac{e^{-(\ell_{ij}\lambda)/2} - e^{-\ell_{ij}\lambda}}{n^2\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2 - \gamma_1^2}} \cos(x_{ij}\lambda) d\lambda \quad (2.27)$$

Em (2.21),  $Z_{SP}$  se refere à expressão propostas por Pettersson para o cálculo da impedância longitudinal de retorno pelo solo. No Apêndice B é mostrado, com maiores detalhes, a abordagem adotada por Pettersson para o cálculo dos parâmetros longitudinal e transversal de uma linha área monofásica.

Ametani et al. (2014) [57] apresenta um equacionamento semelhante ao proposto por Sunde. A diferença é que Ametani et al. considera o termo  $j\omega\epsilon_0(\epsilon_{rsolo} - 1)$  para contabilizar o efeito da corrente de deslocamento no solo, enquanto que, nas equações de Sunde, este termo é igual a  $j\omega\epsilon_0\epsilon_{rsolo}$ . Apesar das diferenças citadas, de acordo com De Conti e Emídio (2016), as formulações propostas por Sunde e Ametani et al levam a resultados bastantes semelhantes [58].

Apesar da aproximação quase-TEM contornar o problema da determinação da constante de propagação, ainda é necessário solucionar integrais infinitas que demandam alto custo computacional, caso seja necessário calcular os parâmetros da linha de transmissão para várias frequências [1].

Como alternativa para o cálculo dos parâmetros de linhas de transmissão pode-se adotar aproximações logarítmicas determinadas a partir dos métodos das imagens, que são expressões fechadas para as integrais de Sommerfeld [1]. Neste contexto, os parâmetros de linhas transmissão podem ser calculados considerando, por exemplo, uma das alternativas apresentadas em [7], [17], [59] e [60].

Uma das aproximações logarítmicas mais usada é a proposta por Deri et al. em [59]. Nesse trabalho, os pesquisadores apresentam uma aproximação para o cálculo da impedância longitudinal considerando o solo como um plano condutor perfeito localizado a uma profundidade complexa da interface ar-solo [3],[6],[47].

Portanto, quando necessário calcular os parâmetros da linha de transmissão para diversos valores de frequências, uma avaliação entre custo computacional e exatidão deve ser feita com objetivo de verificar se o uso das aproximações logarítmicas é mais atrativo.

Em resumo, a escolha de aproximações quase-TEM neste trabalho se deve aos seguintes aspectos: as aproximações quase-TEM são mais exatas que as aproximações logarítmicas, ainda que as diferenças sejam pequenas em casos práticos; os cálculos de parâmetros nos *softwares* do tipo EMTP, usualmente, consideram as aproximações quase-TEM.

### 2.2.2 Admitância transversal

Na análise de propagação de tensão e corrente ao longo de condutores aéreos ou enterrados, além da impedância longitudinal, também se deve equacionar adequadamente a admitância transversal.

Nakagawa (1981) [54],[55], utilizando a equação apresentada por Wise (1948) [53], avalia a influência da correção da admitância transversal no cálculo de transitórios para uma linha aérea monofásica. Nakagawa observou diferenças mais significativas nas formas de onda das tensões calculadas para solos com alta resistividade e, a partir dos resultados obtidos, concluiu que a correção da admitância deve ser levada em consideração na análise de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, principalmente, nos casos envolvendo solos com alta resistividade [3].

A partir da formulação da impedância e da admitância, percebe-se que a formulação de Nakagawa é uma aproximação quase-TEM que adota, como definição de tensão, o potencial escalar da linha em relação ao referencial nulo no infinito [47]. Segundo essa abordagem, a admitância transversal é definida como:

$$Y_N = j\omega\varepsilon_0 2\pi(M - S_2)^{-1} \quad (2.28)$$

em que  $Y_N$  é a expressão para o cálculo da matriz de admitância transversal proposta por Nakagawa e o termo  $M$  é definido pela equação (2.10) e  $S_2$  conforme equações (2.24) e (2.25).

A formulação da admitância transversal, proposta por Carson e Sunde, pode ser obtida a partir da equação (2.28), considerando nulo o termo  $S_2$ . Assim, conclui-se que nesses trabalhos a admitância transversal é determinada a partir do inverso da matriz de potencial de Maxwell, não considerando o efeito do solo para efeito no cálculo, ou seja [47]:

$$Y_C = Y_S = j\omega\varepsilon_0 2\pi M^{-1} \quad (2.29)$$

D'Amore e Sarto (1997) [44] apresentam uma formulação para a análise de transitórios em linhas aéreas polifásicas, considerando o efeito do solo nas matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal para uma ampla faixa de frequências e solos de resistividades elevadas. Além disso, os parâmetros das linhas de transmissão são determinados levando em consideração o efeito da corrente de deslocamento no solo [3].

Assim como Nakagawa (1981) [54],[55], no trabalho apresentado por Ametani et al. (2014) [57] a admitância transversal é avaliada a partir das expressões propostas por Wise (1948) [53].

Pettersson (1999) [17], em seus cálculos, considera o solo como um meio dispersivo e assim como no cálculo dos parâmetros longitudinais, a admitância transversal é obtida utilizando uma definição mais rigorosa da tensão (quanto à definição da tensão ver descrição da impedância longitudinal proposta por Pettersson no item 2.2), sendo definida como:

$$Y_p = j\omega\varepsilon_0 2\pi(M - T)^{-1} \quad (2.30)$$

em que  $M$  é definido pela equação (2.10) e  $T$  conforme equações (2.26) e (2.27).

## 2.3 Variação dos parâmetros do solo com a frequência

Nos modelos usualmente disponíveis em plataformas computacionais de simulação de transitórios eletromagnéticos, a permeabilidade do solo é considerada igual à permeabilidade do vácuo, e, apesar de variarem com a frequência, a permissividade e resistividade do solo são assumidas como constantes [3],[47].

Admitindo-se que, na maior parte dos casos, o solo apresenta permeabilidade magnética próxima à do vácuo, importa, essencialmente, a caracterização dos parâmetros resistividade e permissividade elétricas. A origem física da dependência com a frequência está relacionada aos processos de polarização e perdas que ocorrem no meio. Esses processos dependem da frequência do campo aplicado e podem ser traduzidos, macroscopicamente, na variação dos parâmetros com a frequência [61].

A variação dos parâmetros do solo com a frequência (dispersividade) pode ser avaliada considerando diferentes formulações, dentre elas, as metodologias propostas por Scott et al. (1967) [62], Longmire e Smith (1975) [63], Portela (1999) [64], Visacro e Alípio (2012) [66] e Alípio e Visacro (2014) [67], amplamente divulgadas na literatura técnica especializada. No Item 2.3.1 são apresentadas as metodologias propostas por Scott et al. (1967) [62], Visacro e Alípio (2012) [66] e Alípio e Visacro (2014) [67]

### 2.3.1 Correção dos parâmetros elétricos do solo quanto sua dispersividade

De acordo com Scott et al. (1967), a variação dos parâmetros elétricos do solo pode ser estimada a partir da variação da frequência do sinal injetado [62]. Nesse trabalho, os pesquisadores propõem calcular quaisquer valores de condutividade e permissividade, dentro do espectro de frequência entre 100 Hz e 1 MHz, a partir de resistividades medidas em campo para 100 Hz [5], [61].

Assim, segundo Scott et al., os parâmetros elétricos do solo podem ser estimados por meio das equações (2.31) e (2.33) [62].

$$\sigma(f) = 10^K \quad (2.31)$$

onde:

$$K = 0,028 + 1,098 \times \log(\sigma_0) - 0,068 \times \log(f) + 0,036 \times \log^2(\sigma_0) - 0,046 \times \log(f) \times \log(\sigma_0) + 0,018 \times \log^2(f) \quad (2.32)$$

$$\varepsilon_r(f) = 10^D \quad (2.33)$$

onde:

$$D = 5,491 + 0,946 \times \log(\sigma_0) - 1,097 \times \log(f) + 0,069 \times \log^2(\sigma_0) - 0,114 \times \log(f) \times \log(\sigma_0) + 0,067 \times \log^2(f) \quad (2.34)$$

Nas equações (2.31)-(2.34),  $f$  é a frequência (Hz),  $\sigma_0$  é a condutividade em 100 Hz ( $mS/m$ ),  $\sigma(f)$  é a condutividade na frequência  $f$  em  $mS/m$  e  $\varepsilon_r(f)$  é a permissividade relativa na frequência  $f$ .

Em 1975, motivados pelos resultados experimentais obtidos por Scott, Longmire e Smith desenvolveram um modelo para o solo [63]. A ideia principal dessa modelo parte da relação entre a densidade de corrente e campo elétrico no domínio da frequência para um volume unitário do solo [61]. Essa relação é mostrada na equação (2.35).

$$\vec{J} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\vec{E} \quad (2.35)$$

A partir da equação (2.35), define-se a admitância  $Y = (\sigma + j\omega\varepsilon)$  e assume-se que a mesma pode ser representada pela rede de resistores e capacitores mostrada na Figura 2.2 [61].

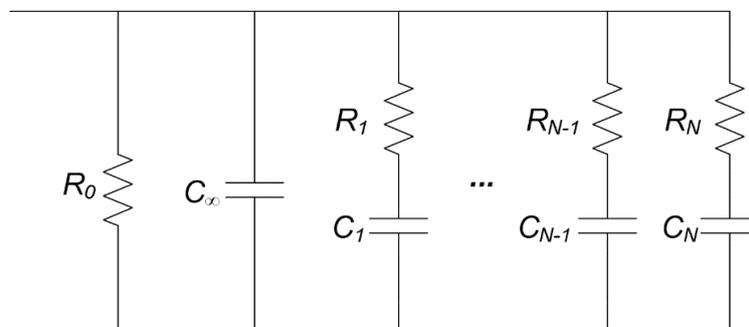


Figura 2.2 – Rede equivalente de resistores e capacitores proposta por Longmire e Smith [63] para representar o solo. Reproduzido de [61].

Na Figura 2.2, a resistência  $R_0$  corresponde à resistência do circuito para frequência de 0 Hz e está relacionada com a condutividade do solo em baixas frequências enquanto a capacitância  $C_\infty$  corresponde à capacitância para frequência infinita e está relacionada com a permissividade do solo na faixa de altas frequências.

Uma vez determinados os parâmetros da rede de resistores e capacitores é possível estimar a condutividade e a permissividade do solo por meio das partes real e imaginária da admitância, respectivamente. Assim, pode-se considerar a rede equivalente da Figura 2.2 para representar o comportamento dos parâmetros do solo com a frequência [5], [61]. Nesse caso, os valores corrigidos de condutividade e permissividade do solo são determinados com auxílio das equações (2.36) e (2.37) [63].

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 + \varepsilon_0 \sum_{n=1}^N a_n \beta_n \frac{(\omega/\beta_n)^2}{1 + (\omega/\beta_n)^2} \quad (2.36)$$

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{1 + (\omega/\beta_n)^2} \quad (2.37)$$

Em (2.36) e (2.37),  $\varepsilon_\infty = C_\infty/\varepsilon_0$ ,  $\sigma_0 = 1/R_0$ ,  $a_n = C_n/\varepsilon_0$  e  $\beta_n = (R_n C_n)^{-1}$ .

Com o objetivo de estudar o comportamento do solo frente aos fenômenos de alta frequência, em [64] Portela (1999) apresenta uma metodologia para o cálculo dos parâmetros elétricos do solo no domínio da frequência [5]. Essa metodologia é válida para frequências entre 100 Hz e 2 MHz e é formulada de acordo com a equação (2.38) [64].

$$\sigma + j\omega\varepsilon = \sigma_0 + \Delta i \left[ \cot\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right) + j \right] \left( \frac{\omega}{2\pi \times 10^6} \right)^\alpha \quad (2.38)$$

Em (2.48),  $\sigma_0$  é a condutividade em baixa frequência (100 Hz) e  $\alpha$  e  $\Delta i$  são parâmetros que podem ser determinados pela análise dos dados de medição obtidos pela aplicação da metodologia proposta ou podem ser adotados os valores medianos  $\alpha = 0,706$  e  $\Delta i = 11,71 \text{ mS/m}$ , sugeridos em [65].

Visacro e Alípio (2012) [66] apresentam uma metodologia experimental para determinação da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo e, baseadas em um conjunto de medições realizadas em condições de campo utilizando a

metodologia proposta, são apresentadas expressões matemáticas para estimar a variação da condutividade e permissividade do solo com a frequência. Ademais, nesse trabalho, os autores verificaram uma forte dependência da resistividade e permissividade elétrica do solo para uma faixa de frequência entre 100 Hz a 4 MHz e que a redução do valor da resistividade do solo com o aumento da frequência é sensível ao valor da resistividade em baixa frequência, sendo que para solos de baixa resistividade o efeito é pouco pronunciado. Portanto, segundo eles, os parâmetros do solo variantes com a frequência podem ser estimados a partir das equações (2.39) e (2.40).

$$\rho(\omega) = \rho_0 \{1 + [1,2 \times 10^{-6} \times \rho_0^{0,73}] \times [(f - 100)^{0,65}]\}^{-1} \quad (2.39)$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 7,6 \times 10^3 \times f^{-0,4} + 1,3 \quad (2.40)$$

Em (2.39) e (2.40),  $\rho(\omega)$  é a resistividade do solo dependente da frequência,  $\varepsilon_r(\omega)$  é a permissividade relativa dependente da frequência,  $f$  é a frequência em Hz,  $\rho_0$  é a resistividade do solo em baixa frequência (100 Hz) em ( $\Omega/m$ ),  $\varepsilon_r$  é a permissividade relativa do solo.

Alípio e Visacro (2014) [67] apresentam um modelo para caracterização da dependência da frequência dos parâmetros, fundamentado nas Equações de Maxwell e nas relações de Kramers-Kronig, que considera as relações de causalidade existentes entre a variação da condutividade e da permissividade com a frequência.

O modelo proposto por Alípio e Visacro em [67] pode ser resumido pelas equações (2.41) e (2.42), a seguir:

$$\sigma(f) = \sigma_0 + \sigma_0 \times h(\sigma_0) \left( \frac{f}{1 \text{ MHz}} \right)^\zeta \quad (2.41)$$

$$\varepsilon_r(f) = \frac{\varepsilon'_\infty}{\varepsilon_0} + \frac{\tan(\pi\zeta/2) \times 10^{-3}}{2\pi\varepsilon_0(1 \text{ MHz})^\zeta} \sigma_0 \times h(\sigma_0) f^{\zeta-1} \quad (2.42)$$

Em (2.41) e (2.42),  $\sigma$  é a condutividade do solo em mS/m,  $\sigma_0$  é a condutividade do solo em baixa frequência (100 Hz) em (mS/m),  $\varepsilon_r$  é a permissividade relativa do solo,  $\varepsilon'_\infty/\varepsilon_0$  é a permissividade relativa em altas frequências,  $\varepsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $f$  é a frequência em Hz. De acordo com [67], os seguintes parâmetros são adotados de modo

a se ter um efeito médio do fenômeno de dependência da frequência:  $\zeta = 0,54$ ,  $\varepsilon'_{\infty}/\varepsilon_0 = 12$  e  $h(\sigma_0) = 1,26 \times \sigma_0^{-0,73}$ .

O modelo proposto por Alípio e Visacro, apresentado em [67], considera em sua concepção resultados de várias medições de campo e uma rigorosa formulação teórica. Além disso, esse modelo é considerado na elaboração de uma brochura técnica do CIGRÉ (*Conseil International des Grands Réseaux Électriques* - Conselho Internacional de Grandes Sistemas Elétricos) que aborda o tema [68]. Diante disso e considerando que o intuito dessa dissertação é comparar um modelo de linha com solo invariante na frequência com um modelo de linha que considera a dependência dos parâmetros do solo com frequência, as avaliações apresentadas nas seções a seguir consideram apenas o modelo proposto por Alípio e Visacro e resumido nas equações (2.41) e (2.42).

### 2.3.2 Dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência no estudo de linhas de transmissão

Nessa seção é feita uma breve revisão bibliográfica de trabalhos que consideraram o efeito de dependência da frequência no estudo de linhas de transmissão.

Portela et al. (2003) [69] analisam o comportamento do solo em estudos de transitórios, levando em consideração a variação da permissividade e resistividade do solo com a frequência. Nessa avaliação são verificadas diferenças significativas entre resultados obtidos considerando, ou não, a dependência dos parâmetros do solo com a frequência [3].

Em [7], por meio de uma modificação da formulação proposta por Deri et. al [59], Lima e Portela (2007), consideram a variação dos parâmetros do solo com frequência no cálculo dos parâmetros da linha de transmissão. O modelo proposto é dividido em três elementos independentes, um associado à condutividade do solo em baixa frequência baseado em medições convencionais e, a partir de uma distribuição estatística, são obtidos os outros dois elementos que descrevem a dependência dos parâmetros do solo com a frequência. Além disso, são comparados modelos de configurações típicas de linhas de transmissão determinados considerando, ou não, o comportamento dinâmico dos parâmetros do solo. No cálculo da velocidade de propagação e da constante de

atenuação modal de linhas aéreas, os resultados indicam uma divergência mais acentuada no modo de terra. Entretanto, no caso da linha subterrânea simulada, a divergência não é significativa. Na simulação de transitórios no domínio do tempo, é verificada uma maior influência da variação dos parâmetros do solo nas tensões induzidas em condutores não energizados. Finalmente, de acordo com Lima e Portela, a não consideração da variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência pode conduzir a erros no cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão [3].

Um estudo do comportamento em regime transitório de linhas de transmissão aéreas é apresentado por Gertrudes et al. (2011) em [70]. Os resultados são obtidos no domínio da frequência e do tempo, considerando os efeitos da dependência dos parâmetros do solo nos parâmetros de linha de transmissão. De acordo com os autores, a dependência dos parâmetros do solo com a frequência afeta essencialmente os parâmetros longitudinais.

Em [71], Moura et al. (2014) avaliam a influência do modelo adotado para o solo no cálculo de parâmetros de linha de transmissão. Os parâmetros são calculados para as hipóteses de parâmetros do solo variantes, ou não, com a frequência para diferentes formulações disponíveis na literatura técnica especializada. Os mesmos autores, em [72], complementam suas análises comparando resultados dos cálculos de tensões transitórias. No domínio do tempo, a influência da dependência da frequência dos parâmetros do solo é analisada em termos dos parâmetros da linha e das tensões transitórias de forma aproximada por meio do modelo de Bergeron, sendo comparados os resultados obtidos considerando os modelos de solo propostos por Portela [64] e Visacro e Alípio [66].

Tomasevich e Lima (2015) [73] avaliam as instabilidades numéricas no cálculo de transitórios eletromagnéticos, quando considerada a aproximação logarítmica para o cálculo dos parâmetros longitudinal e transversal por unidade de comprimento, os efeitos associados a corrente de deslocamento no solo e a dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência. Nesse trabalho, as violações de passividade são avaliadas para diferentes modelos de solo, isto é, são comparadas diferentes

formulações para representação da dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência.

Em [58], De Conti e Emídio (2016) estudam a inclusão da dependência dos parâmetros do solo no estudo de linhas de transmissão. Nesse trabalho, os autores avaliam a representação do solo na modelagem de linhas de transmissão comparando os resultados de cálculos de parâmetros modais e tensões transitórias no domínio do tempo. Para isso, são consideradas linhas monofásica e bifásica, as formulações de Carson [52] e Nakagawa [55] para o cálculo da matriz de impedância longitudinal de retorno pelo solo e o modelo de Alípio e Visacro [67] para modelagem do solo. A partir dos resultados apresentados, verifica-se diferenças significativas entre os parâmetros modais calculados para os diferentes modelos e, no caso das tensões transitórias, o impacto do modelo do solo apesar de existente não é muito pronunciado.

### 2.3.3 Avaliação numérica considerando o modelo do solo proposto por Alípio e Visacro

A Figura 2.3 ilustra a variação com a frequência da resistividade e permissividade do solo, considerando as equações (2.41) e (2.42) do modelo proposto por Alípio e Visacro [67], bem como diferentes resistividades em baixa frequência<sup>4</sup>.

Para facilitar a comparação entre os resultados, são apresentados valores relativos. No caso da permissividade, os valores são em relação a permissividade do ar. Por outro lado, no caso da resistividade, os valores do gráfico (Figura 2.3 – a) são relativos aos valores de resistividade em baixa frequência. Assim, por exemplo, no caso do solo de resistividade medida igual a 1.000  $\Omega.m$ , a resistividade do solo ao longo da faixa de frequência é obtida através da multiplicação do valor do gráfico (linha tracejada vermelha) pelo fator 1000.

---

<sup>4</sup> Assim como feito por Scott et al. [62], no modelo proposto por Alípio e Visacro [67], os valores de condutividade e permissividade dependem da condutividade do solo em baixa frequência. A condutividade em baixa frequência pode ser medida em campo utilizando, por exemplo, o Método de Frank Wenner.

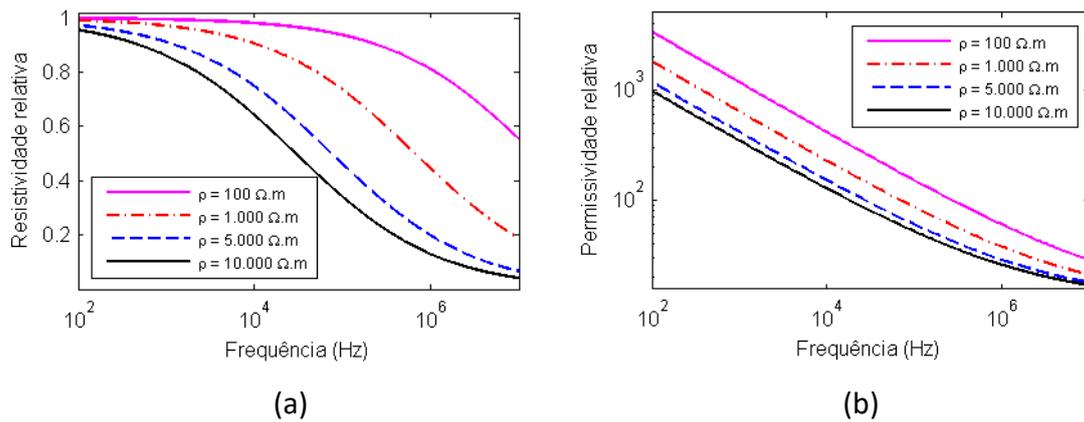


Figura 2.3 – Avaliação do comportamento dos parâmetros elétricos do solo com a frequência, considerando as expressões propostas por Alípio e Visacro [67]. (a) Resistividade relativa do solo. (b) Permissividade relativa do solo.

O impacto da frequência nos parâmetros do solo torna-se mais significativo com o aumento do valor da resistividade em baixa frequência. Para o solo de  $100 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ , o valor se mantém praticamente constante até  $10 \text{ kHz}$ . Por outro lado, nota-se uma forte dependência com a frequência para o solo de  $10.000 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ , tendo em que ao final do espectro simulado o valor da resistividade é inferior a  $500 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ , ou seja, uma redução de cerca de 95%.

No gráfico de permissividade relativa da Figura 2.3, verifica-se a uma redução da permissividade com o aumento da frequência para todos os valores de resistividade avaliados. Adicionalmente, observa-se que para solos de maior resistividade, a permissividade relativa apresenta menores valores ao longo do espectro.

Os parâmetros modais são avaliados até  $10 \text{ MHz}$ , apesar das expressões adotadas para modelagem do solo serem válidas até  $4 \text{ MHz}$ , segundo [66] e [67]. No entanto, observa-se nos gráficos da Figura 2.3 que a permissividade e a resistividade apresentam um comportamento assintótico para frequências superiores, indicando a possibilidade de extrapolar o modelo proposto por Alípio e Visacro [67] para as frequências superiores a  $4 \text{ MHz}$ .

## 2.4 Impacto da dependência dos parâmetros do solo no cálculo de parâmetros modais de linhas aéreas de transmissão

### 2.4.1 Considerações iniciais

Uma linha de transmissão polifásica pode ser estudada através da decomposição de suas fases em modos de propagação independentes, obtidos a partir de uma transformação de similaridade nas equações diferenciais parciais que descrevem o comportamento das tensões e correntes.

As tensões e correntes de uma linha de transmissão, inicialmente descritas no domínio da frequência, podem ser reescritas em um novo domínio como indicado nas equações (2.43) e (2.44).

$$V_f = T_V V_m \quad (2.43)$$

$$I_f = T_i I_m \quad (2.44)$$

onde os índices  $f$  e  $m$  indicam que as grandezas estão no domínio das fases e modal, respectivamente e  $T_V$  e  $T_i$  são matrizes de transformação modal.

Para que seja possível desacoplar as equações de linhas de transmissão polifásicas, as matrizes de transformação devem satisfazer as seguintes relações matemáticas:

$$(T_V)^{-1} ZY(T_i) = \Lambda \quad (2.45)$$

$$(T_i)^{-1} YZ(T_V) = \Lambda \quad (2.46)$$

Em (2.45) e (2.46)  $Z$  e  $Y$  são as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal da linha de transmissão,  $\Lambda$  é uma matriz diagonal e as matrizes de transformação  $T_V$  e  $T_i$  contêm autovetores dos produtos  $ZY$  e  $YZ$ , respectivamente.

De acordo com Wedepohl et al [25], a utilização de algoritmos convencionais na determinação de autovetores de matrizes pode conduzir a erros no cálculo das grandezas modais. Esses erros podem ocorrer em decorrência da troca de posição dos autovalores em determinadas frequências e, com isso, gerando saltos nos autovetores encontrados. Para contornar este problema, Wedepohl et al apresentam uma proposta

de cálculo baseada no método numérico de Newton-Raphson, que também é adotada nesta dissertação.

Uma vez determinadas as matrizes de transformação, as grandezas modais que caracterizam as linhas de transmissão podem ser calculadas.

$$Z_m = (T_v)^{-1} Z(T_i) \quad (2.47)$$

$$Y_m = (T_i)^{-1} Y(T_v) \quad (2.48)$$

$$\gamma_m = \sqrt{Z_m Y_m} = \alpha_m + j\beta_m \quad (2.49)$$

$$v_m = \omega / \beta_m \quad (2.50)$$

$$Z_{c_m} = \sqrt{(Y_m)^{-1} Z_m} \quad (2.51)$$

$$Y_{c_m} = (Z_{c_m})^{-1} \quad (2.52)$$

Nestas equações o índice  $m$  indica que as grandezas estão no domínio modal, sendo que  $Z_m$  é a matriz de impedâncias longitudinais modais,  $Y_m$  é a matriz de admitâncias transversais modais,  $\gamma_m$  é a matriz de constantes de propagação modais,  $\alpha_m$  é a matriz de constantes de atenuação modais,  $\beta_m$  é a matriz de constantes de fase modais,  $v_m$  é a matriz de velocidades de fase modais,  $Z_{c_m}$  é a matriz de impedâncias características modais e  $Y_{c_m}$  é a matriz de admitâncias características modais.

#### 2.4.2 Comparação entre os resultados considerando os parâmetros do solo constantes e variáveis na frequência

Nesta seção é feita uma avaliação da influência dos parâmetros elétricos do solo nos parâmetros modais de linhas de transmissão. Para isso, são considerados os seguintes aspectos:

- Cálculo dos parâmetros longitudinal e transversal:
  - Equações de Pettersson [17] com os parâmetros do solo invariantes na frequência (curva contínua em azul nos gráficos).
  - Equações de Pettersson [17], considerando o comportamento dinâmico do solo através das equações propostas por Alípio e Visacro [67] (curva tracejada em preto nos gráficos).

- Considerando as equações de Carson<sup>5</sup> [52] com os parâmetros do solo invariantes na frequência (curva tracejada em vermelho nos gráficos).
- Eliminação dos cabos de guarda através da redução da ordem das matrizes de impedância e admitância ao número de fases do sistema (Redução de Kron).
- Valores dos parâmetros do solo em baixas frequências (para simulações que consideram a variação dos parâmetros com a frequência usa-se o modelo proposto por [67]):
  - resistividades do solo de 100  $\Omega.m$  (baixa resistividade), 1.000  $\Omega.m$  (resistividade moderada), 5.000  $\Omega.m$  (resistividade elevada) e 10.000  $\Omega.m$  (resistividade muito elevada).
  - permissividade elétrica do solo de  $10\varepsilon_0 F/m$ .
- Configuração da linha aérea: conforme item 1.3 e Apêndice A.

A transformação modal, que, inicialmente, trata-se de um artifício matemático necessário para a solução das linhas de transmissão, fisicamente pode ser explicada como a transformação de linhas polifásicas acopladas em linhas monofásicas independentes [10]. Para linhas aéreas, origina-se desse procedimento modos de propagação denominados de modo terrestre e modos aéreos.

No modo terrestre, as tensões e correntes se propagam entre as fases e o solo, já, no caso dos modos aéreos, as ondas viajam entre os condutores. Assim, a seguir, os resultados apresentados, isto é, os valores calculados de parâmetros modais são divididos em modo terrestre e modos aéreos.

Na formulação proposta por Pettersson [17], os parâmetros longitudinal e transversal são calculados considerando o solo como um meio com perdas e uma definição mais rigorosa da tensão, sendo que tais considerações resultam em termos adicionais envolvendo o solo, se comparado com a formulação proposta por Carson.

---

<sup>5</sup> O emprego da formulação de Carson justifica-se em decorrência da sua importância histórica e prática, sendo, inclusive, implementada em plataformas computacionais do tipo EMTP/ATP amplamente utilizadas em aplicações de engenharia.

Para modelagem das linhas de transmissão é necessário determinar as constantes de propagação dos meios, isto é, do ar e solo. Como a constante de propagação depende, dentre outros fatores, da resistividade e permissividade, há a expectativa de se obter resultados distintos ao abordá-los como parâmetros dependentes da frequência.

As Figuras 2.4 – 2.7 ilustram o comportamento ao longo da frequência da impedância longitudinal e capacitância transversal modais. Nestes gráficos é possível verificar a influência da modelagem do solo no cálculo dos parâmetros modais, sendo tal dependência mais significativa para valores mais elevados de frequência. Além da frequência, a diferença entre os resultados obtidos também é função da resistividade em baixa frequência. Para o solo de resistividade de 100  $\Omega\cdot\text{m}$  não são observadas diferenças significativas em quase todo espectro apresentado. No entanto, para os demais valores, nota-se desvios mais significativos e podem ser vistos a partir de 1 MHz.

Para os casos em que a condutividade do solo (solos de baixa resistividade) é muito maior que o produto entre a permissividade do solo e a frequência, os termos  $S_2$  e  $T$  das equações (2.21) e (2.29), propostas por Pettersson [17], tendem a zero e, com isso, os valores de impedância são os mesmos obtidos quando utilizado o equacionamento de Carson. A convergência entre as formulações, para os casos de baixa frequência e baixa resistividade, é ilustrada na Figura 2.4 – (a).

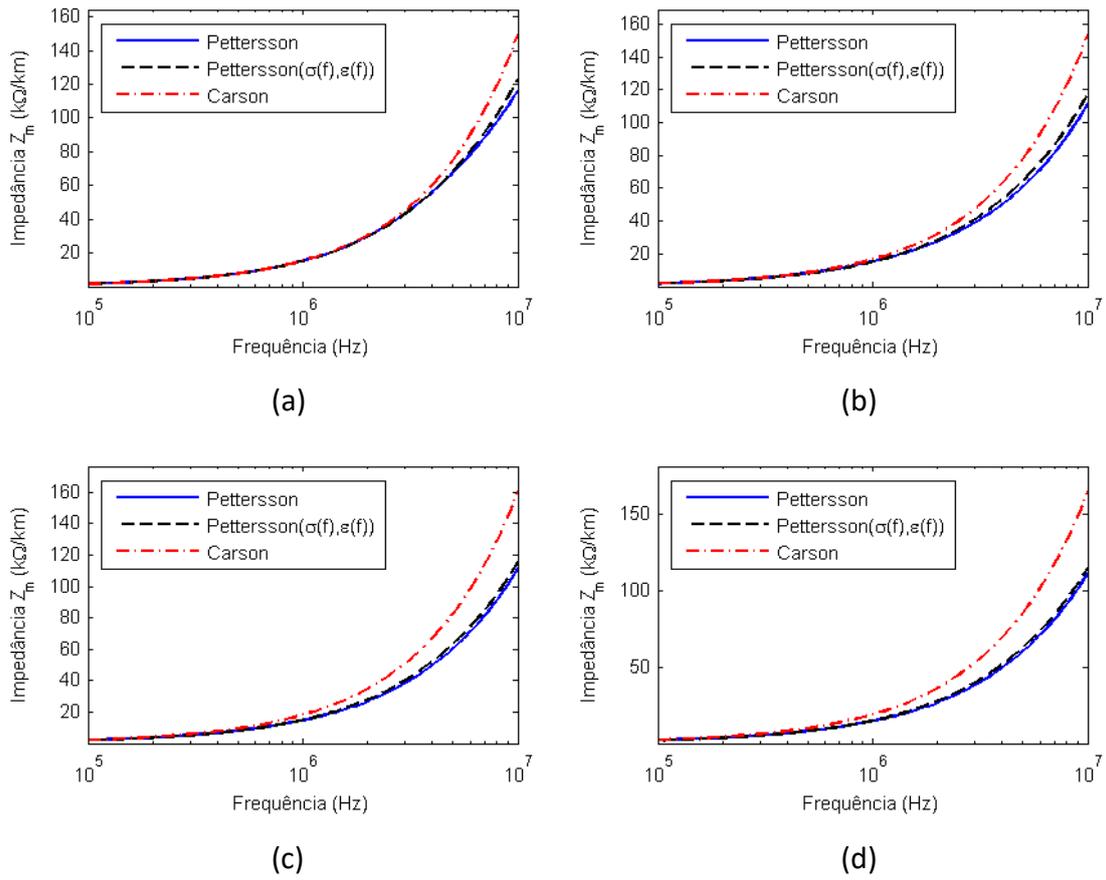
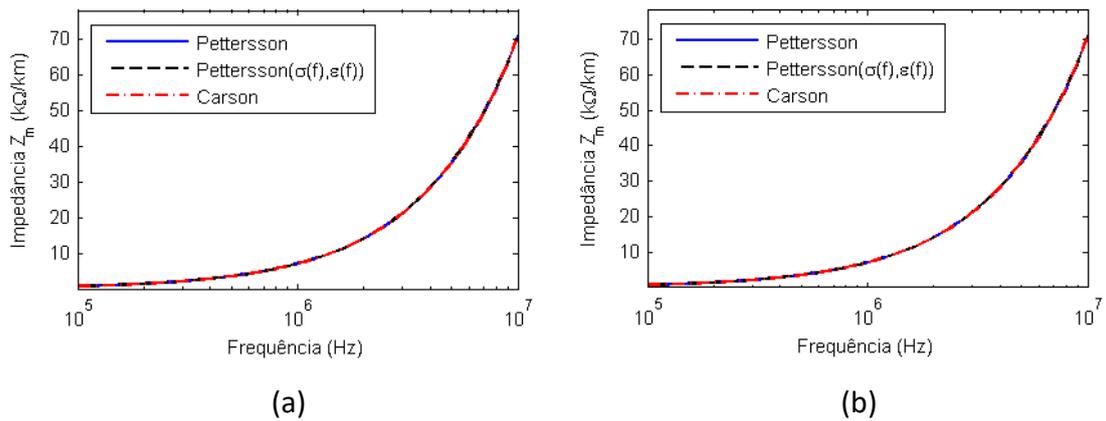


Figura 2.4 – Comparação entre os valores de impedância longitudinal de modo terrestre, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .



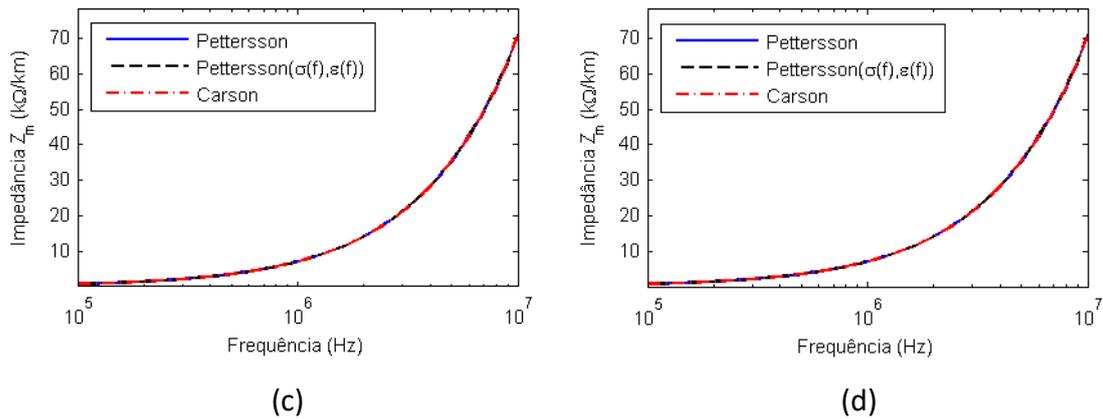


Figura 2.5 – Comparação entre os valores de impedância longitudinal de modo aéreo, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

Carson e Sunde calculam a admitância transversal a partir do inverso da matriz de potencial de Maxwell, considerando, de forma simplificada, o campo elétrico se propagando no ar e num solo sem perdas. Assim, para esses casos, o valor da admitância não depende da abordagem empregada para o solo. Pettersson, assim como Wise e Nakagawa, considera as perdas relativas ao solo nos cálculos da admitância. Portanto, no caso da capacitância transversal, as diferenças entre as curvas tracejadas em preto e contínuas em azul também podem ser associadas à variação dos parâmetros do solo.

No cálculo da capacitância transversal de modo zero, o efeito do solo é visível apenas para frequências superiores a 100 kHz. Comparando-se os modelos baseados na formulação de Pettersson, com o objetivo de avaliar apenas o impacto do solo nos resultados, as diferenças relativas são da ordem de 5%. Além disso, como esperado, os erros mais significativos são verificados para formulação de Carson que despreza o efeito do solo no cálculo da admitância transversal (e consequentemente no cálculo da capacitância).

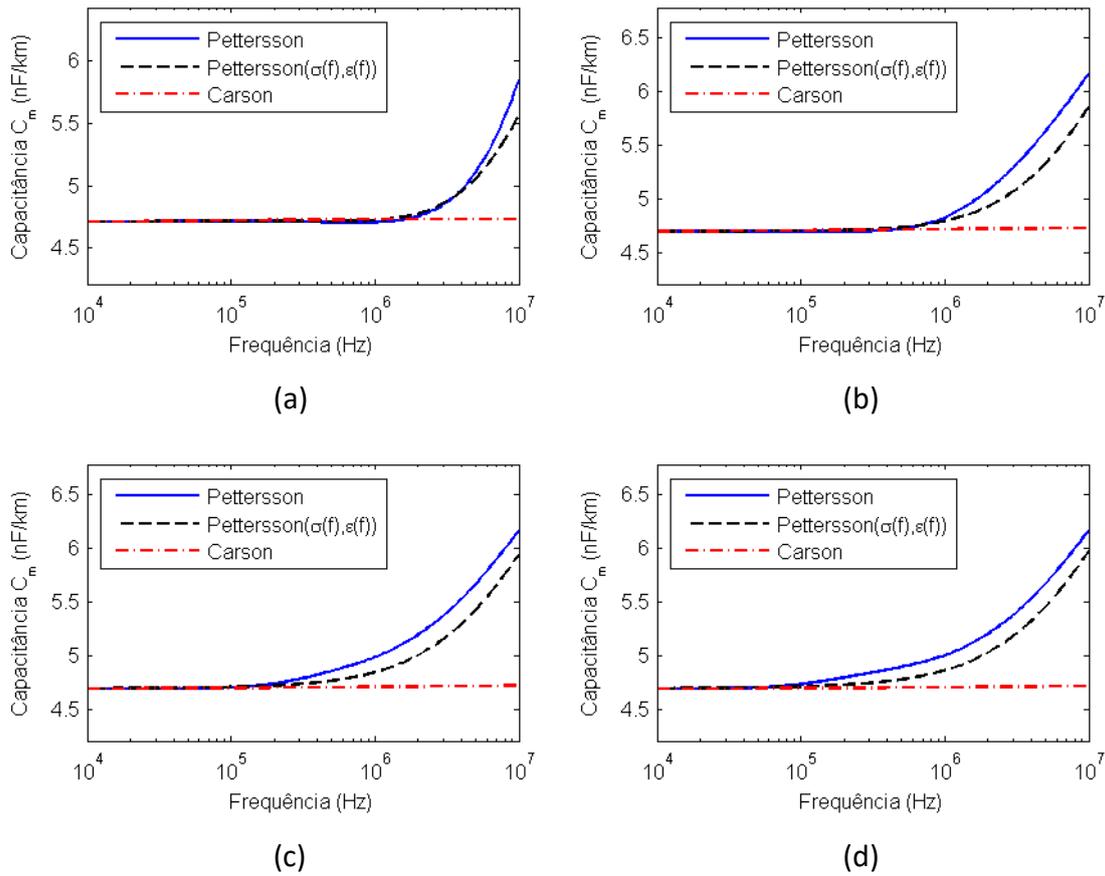


Figura 2.6 – Comparação entre os valores de capacitância transversal de modo terrestre, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

Em [3], Emídio calcula a capacitância por unidade de comprimento para o caso monofásico. Comparando-se os resultados desse trabalho com os gráficos da Figura 2.7, nota-se que o comportamento da capacitância para o modelo de Pettersson [17] é diferente do verificado para o modelo de Nakagawa [55], porém é semelhante aos resultados obtido para expressões de D'Amore e Sarto (1997) [44].

Quanto às capacitâncias dos modos aéreos não há diferenças significativas entre os modelos, sendo elas inferiores a 2%, tomando como referência o modelo que considera a dependência dos parâmetros do solo com a frequência.

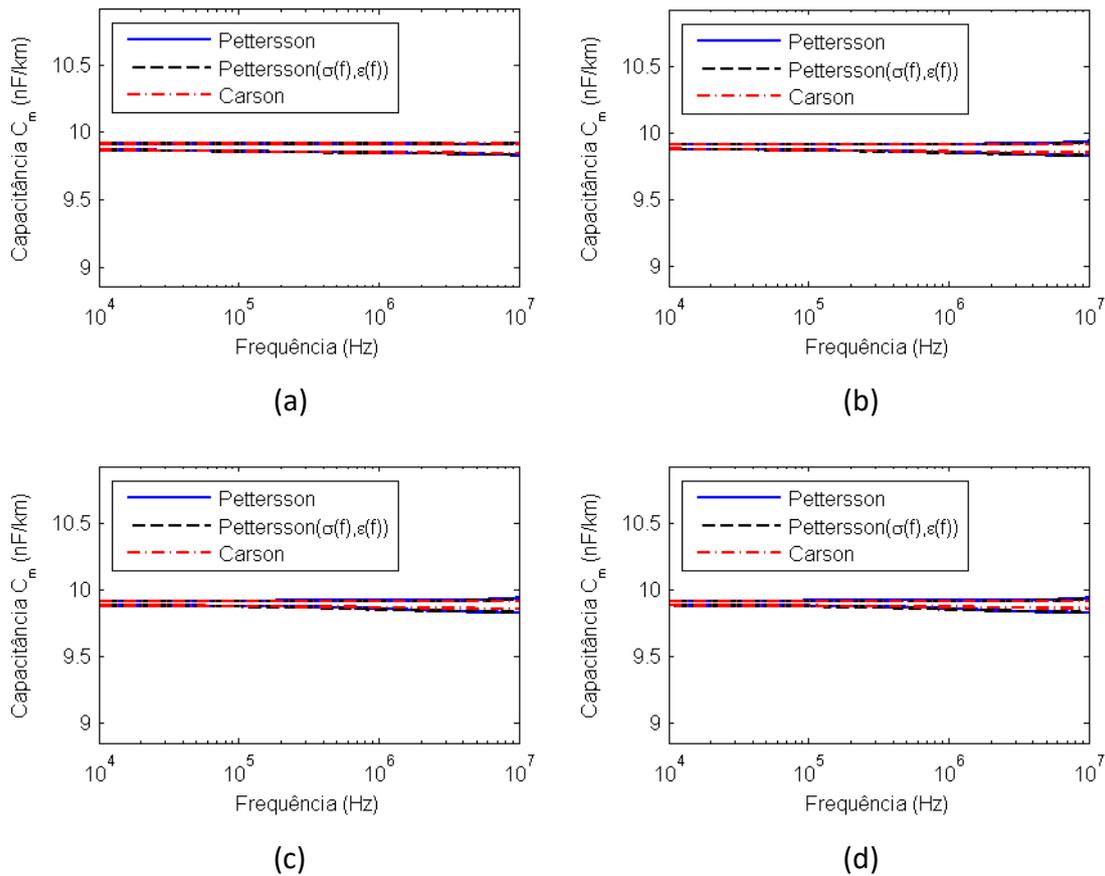


Figura 2.7 – Comparação entre os valores de capacitância transversal de modo aéreo, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

Nas Figuras 2.8 – 2.9 são apresentados os valores de constante de atenuação para as diferentes configurações avaliadas. Em baixa frequência, até alguns KHz, o comportamento da constante de atenuação modal é semelhante mesmo considerando a variação dos parâmetros elétricos do solo e o aumento da resistividade em baixa frequência. Porém, a partir de 10 KHz, verifica-se um descolamento entre as curvas e, para todas as resistividades em baixa frequência, são obtidos valores menores de constante de atenuação para a condição que se considera os parâmetros do solo variantes com a frequência.

Os valores menores de constante de atenuação para hipótese de dependência com a frequência podem ser justificados por meio do comportamento da resistividade na frequência (Figura 2.3 – a). Como a resistividade é inversamente proporcional com a

frequência, os parâmetros da linha são calculados para valores menores de resistividade na banda superior do espectro simulado.

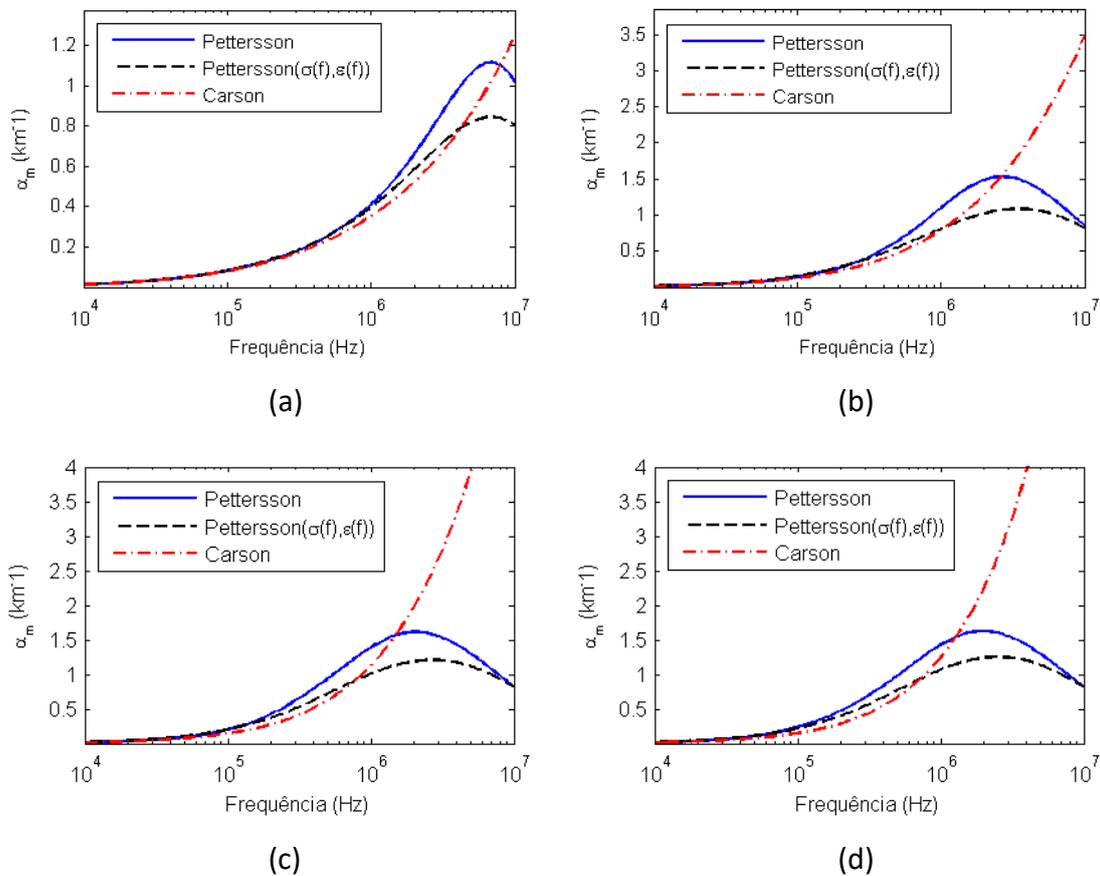


Figura 2.8 – Comparação entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

Como a modelagem do solo é a principal diferença entre as expressões usadas nos cálculos dos parâmetros de linha, nota-se uma maior divergência entre os resultados dos modos terrestres. Porém, por se tratar de uma análise no domínio modal, deve-se considerar que, com a alteração da representação do solo, matrizes de transformação diferentes são obtidas, gerando diferenças também nos modos aéreos, como pode ser visto na Figura 2.9.

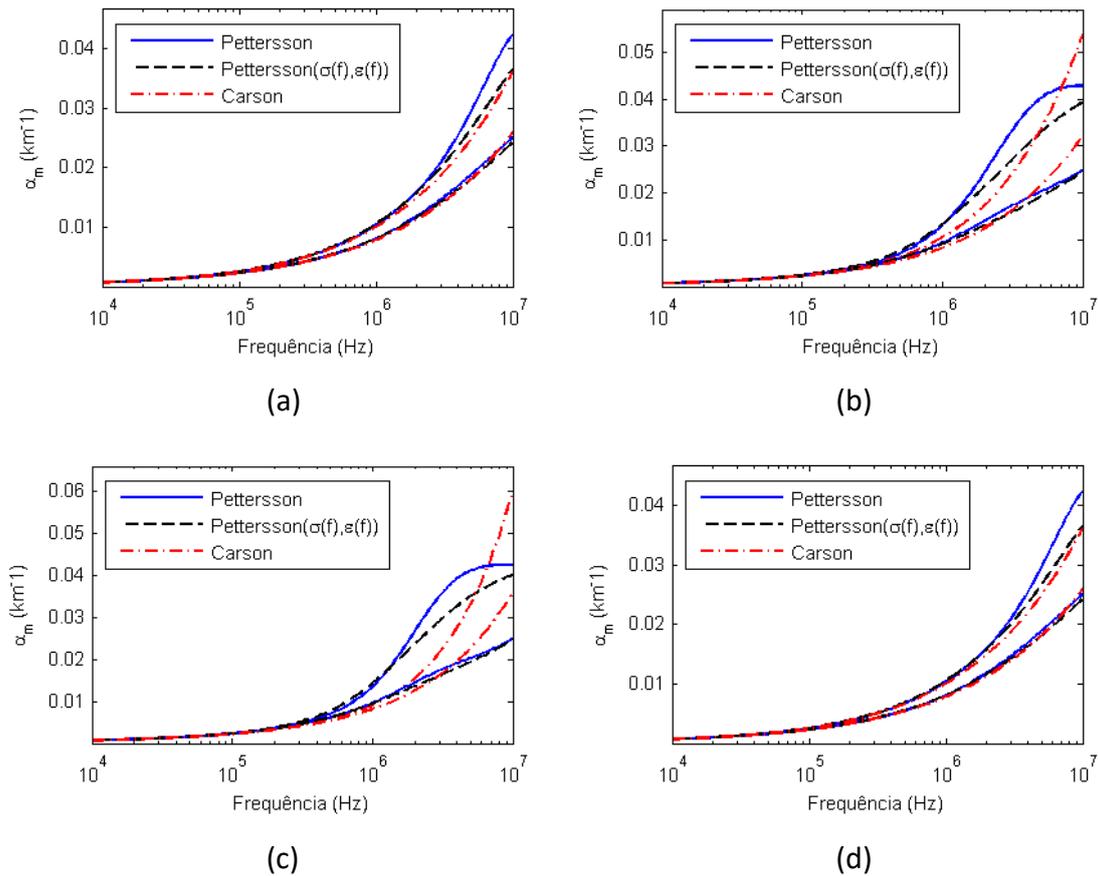


Figura 2.9 – Comparação entre os valores de constante de atenuação de modo aéreo, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

As velocidades modais tendem para o valor da velocidade da luz no vácuo com o aumento da frequência, além disso, o efeito da inclusão do fenômeno da dependência dos parâmetros do solo é desprezível em baixas frequências. Assim, para todos os casos simulados, são obtidos resultados semelhantes de velocidade, principalmente no caso dos modos aéreos. Quanto ao modo terrestre, exceto para  $100 \Omega.m$ , nota-se diferenças entre as curvas na faixa de frequências entre  $10^4$  Hz e  $10^7$  Hz, sendo os valores calculados de velocidade levemente superior, quando considerado o solo dependente da frequência.

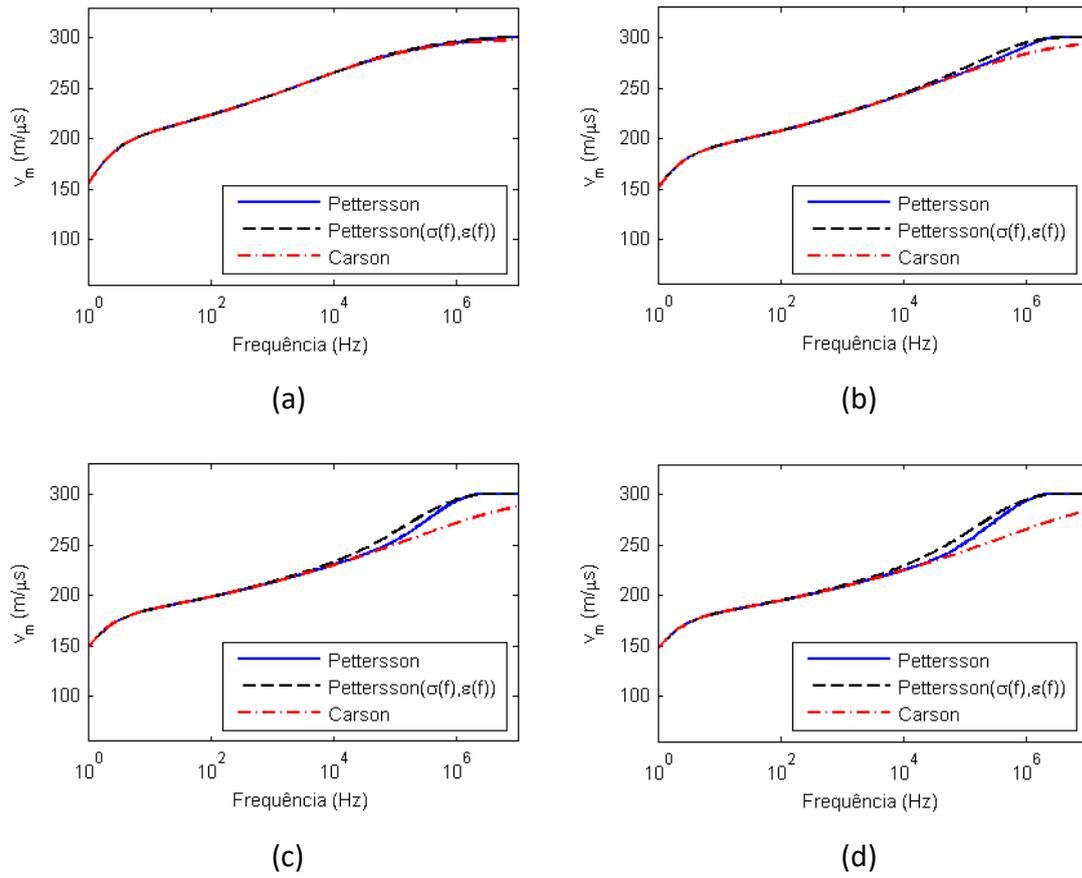
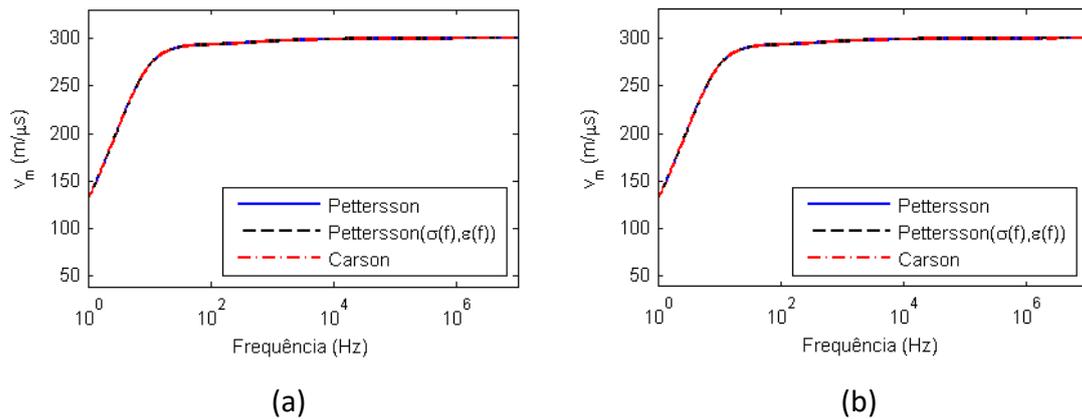


Figura 2.10 – Comparação entre os valores de velocidade de fase de modo terrestre, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .



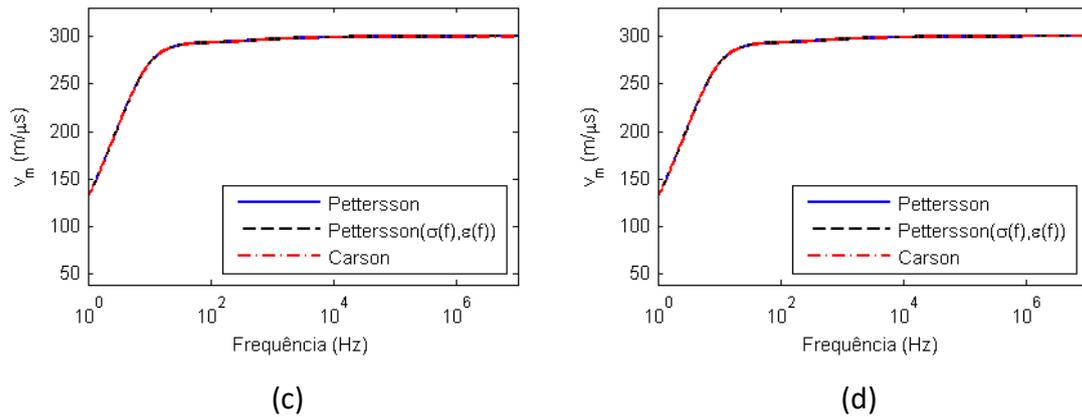


Figura 2.11 – Comparação entre os valores de velocidade de fase de modo aéreo, calculados para LT Simétrica. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

Em complementação aos resultados anteriores, a seguir são apresentados resultados dos cálculos de parâmetros modais considerando a alteração da disposição dos cabos, ou seja, são consideradas diferentes configurações típicas de linhas de transmissão.

Para avaliação do impacto da disposição dos cabos nos parâmetros modais são consideradas linhas de transmissão com condutores em disposição triangular, horizontal e em circuito duplo, que são citadas no início desta seção. Entretanto, para evitar um número excessivo de gráficos, são consideradas apenas as resistividades de  $1.000 \Omega.m$  e  $10.000 \Omega.m$ . Como o gráfico de resistividade relativa do solo da Figura 2.3 indicou as maiores diferenças para  $10.000 \Omega.m$  este valor foi escolhido e, no caso de  $1.000 \Omega.m$ , a escolha se deve as maiores diferenças verificadas para os parâmetros modais (Figura 2.5 - Figura 2.11).

Portanto, para as demais configurações de linha de transmissão consideradas nas análises, são mostrados os gráficos com resultados dos cálculos de impedância (Figura 2.12 e Figura 2.13), capacitância (Figura 2.14 e Figura 2.15), constante de atenuação (Figura 2.16 e Figura 2.17) e velocidade de fase (Figura 2.18 e Figura 2.19).

Quanto ao impacto da representação do solo, considerando novamente apenas os modelos obtidos a partir da formulação de Pettersson, os gráficos confirmam as maiores diferenças vistas para o solo de resistividade de  $1.000 \Omega.m$ . Por outro lado, os

resultados do modelo a partir da formulação de Carson (curvas tracejadas em vermelho) são mais discrepantes para a resistividade de  $10.000 \Omega \cdot m$ .

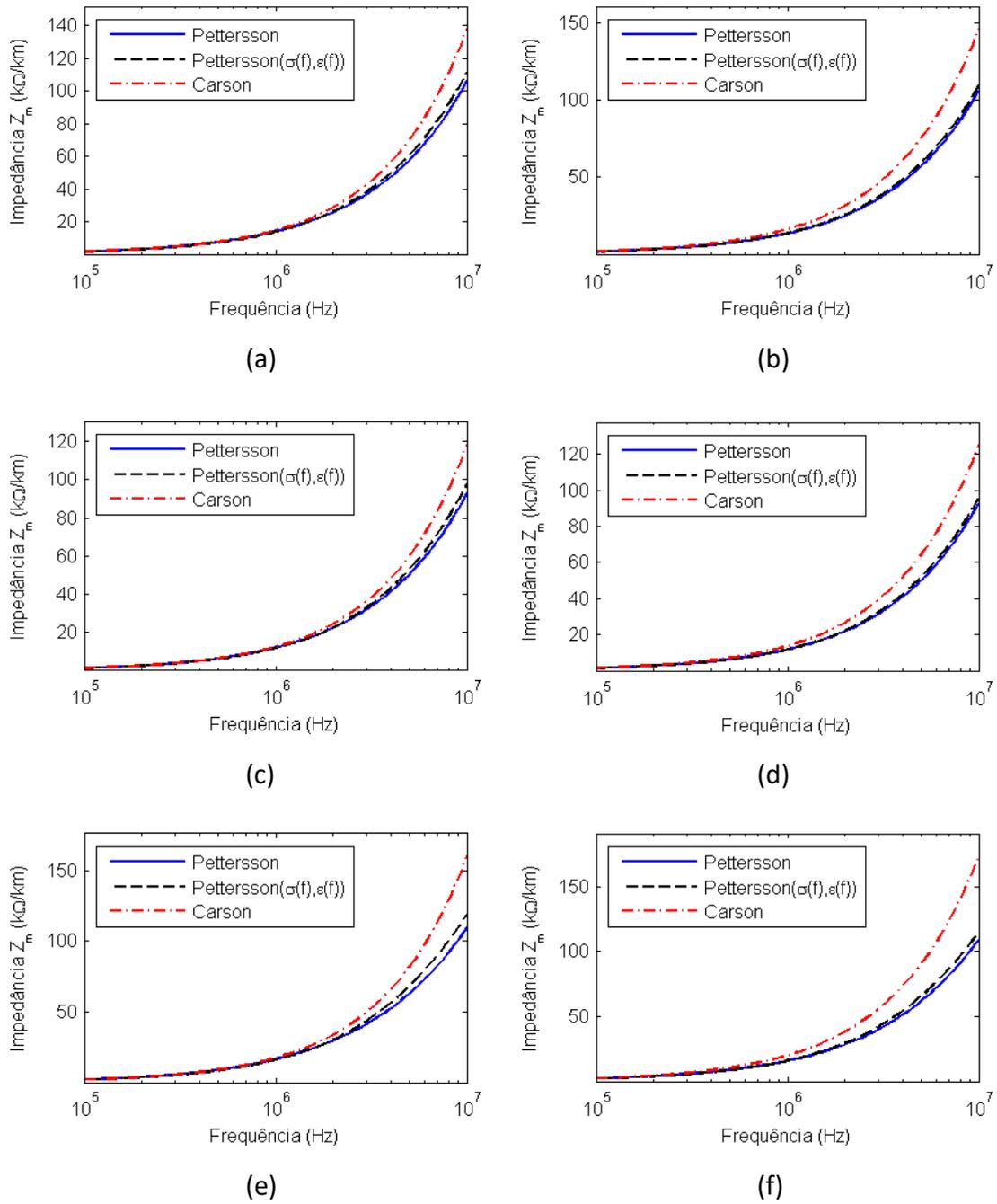


Figura 2.12 – Comparação entre os valores de impedância longitudinal de modo terrestre. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

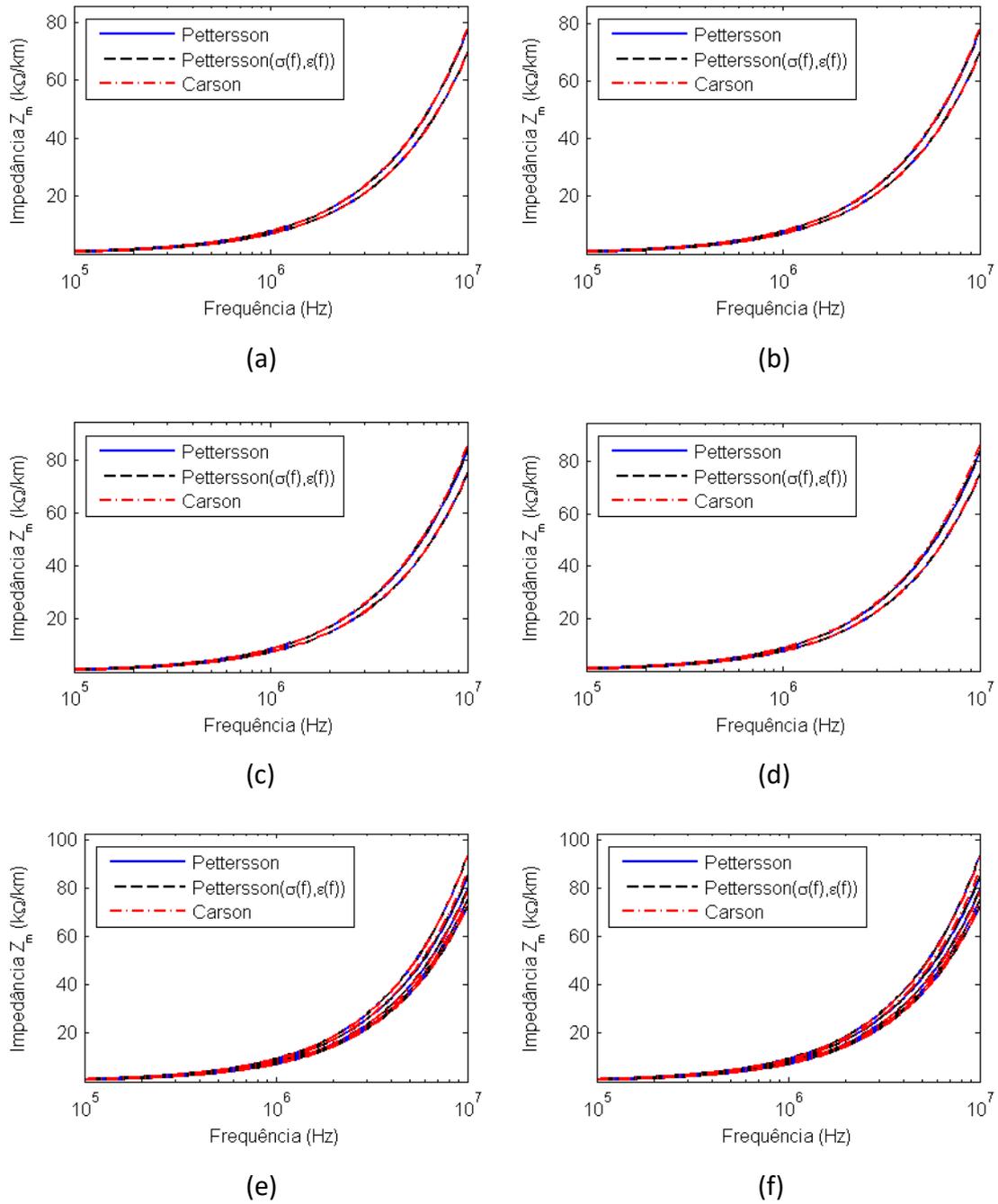


Figura 2.13 – Comparação entre os valores de impedância longitudinal de modo aéreo. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

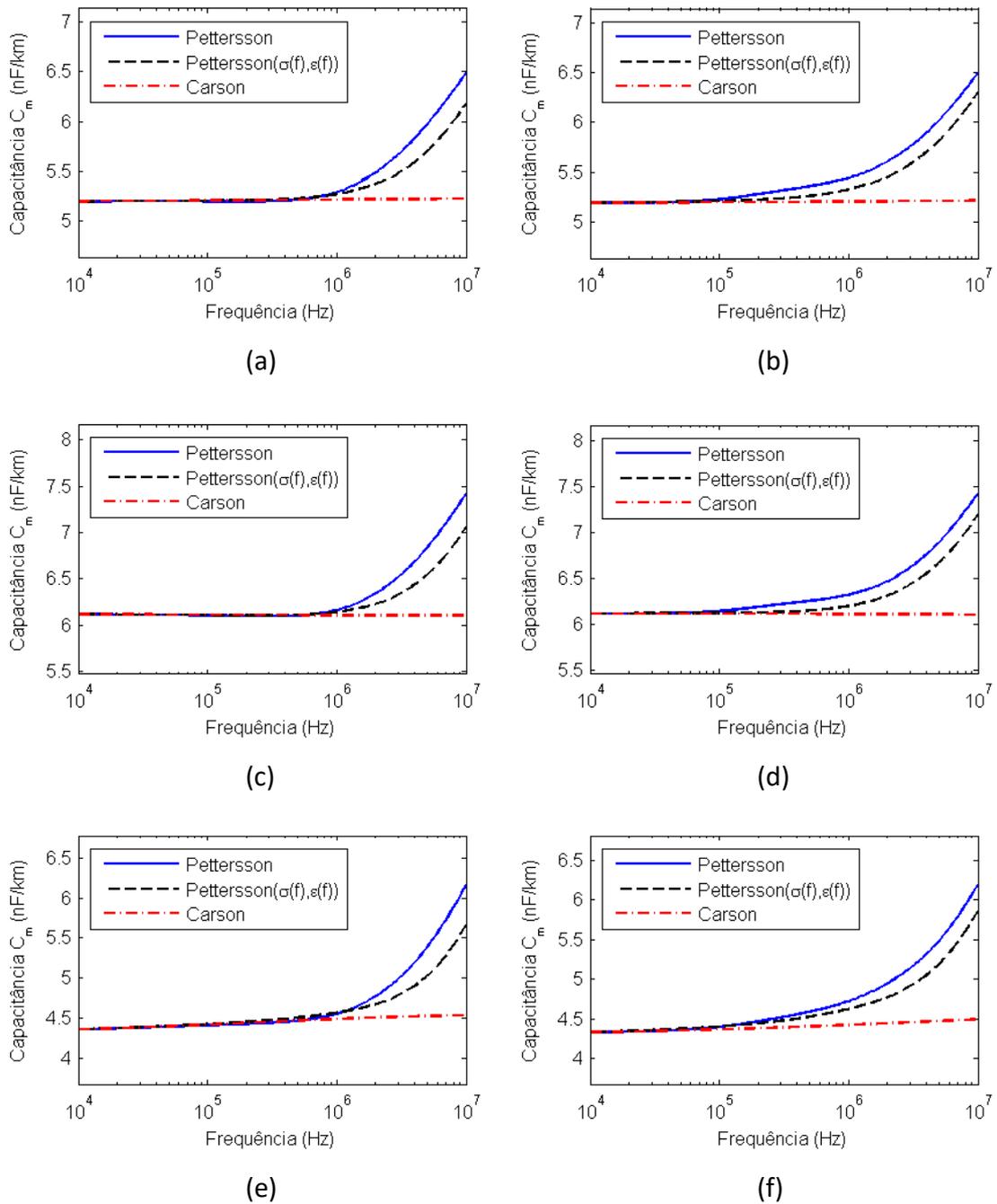


Figura 2.14 – Comparação entre os valores de capacitância transversal de modo terrestre. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

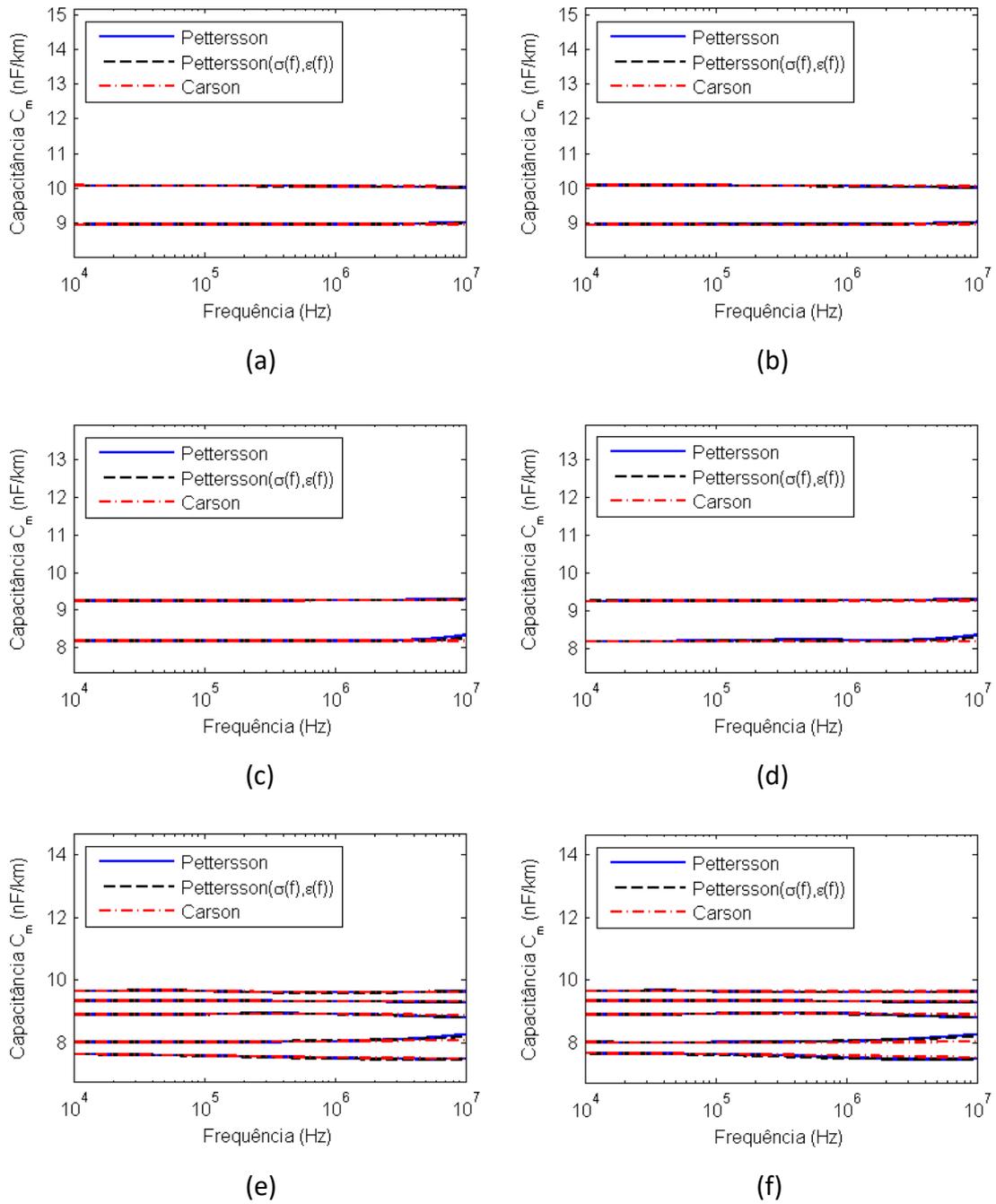


Figura 2.15 – Comparação entre os valores de capacitância transversal de modo aéreo. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

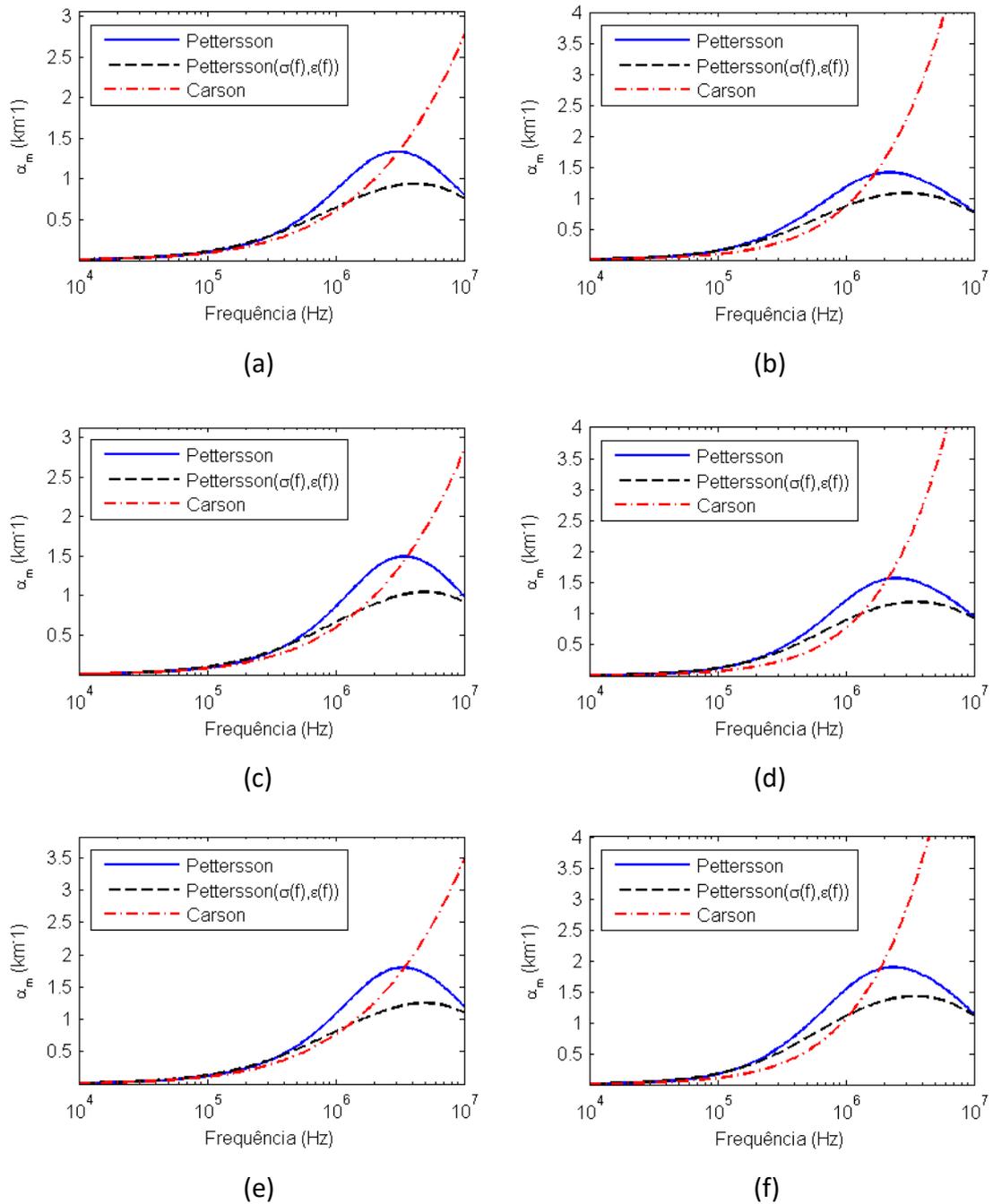


Figura 2.16 – Comparação entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

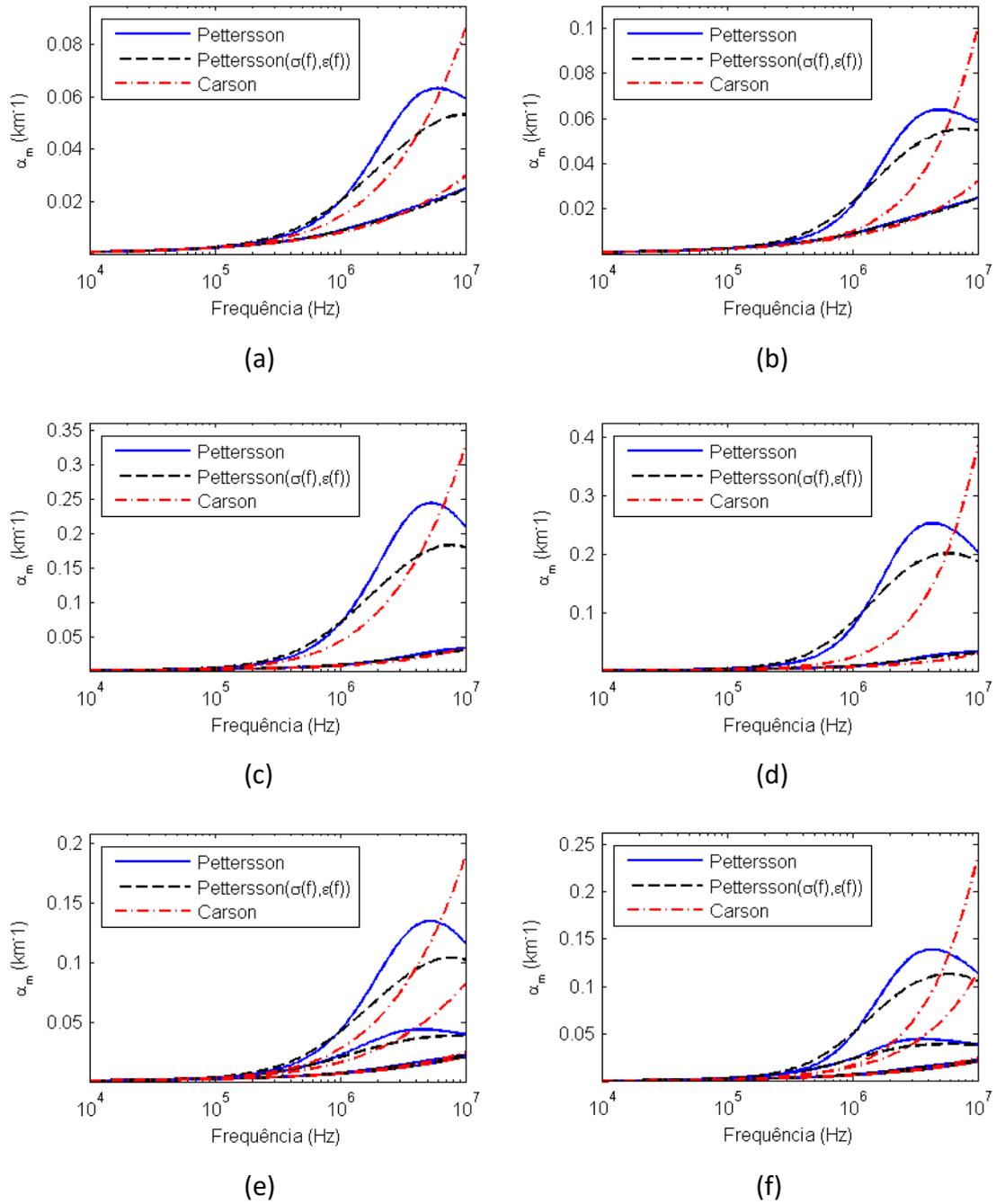


Figura 2.17 – Comparação entre os valores de constante de atenuação de modo aéreo. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

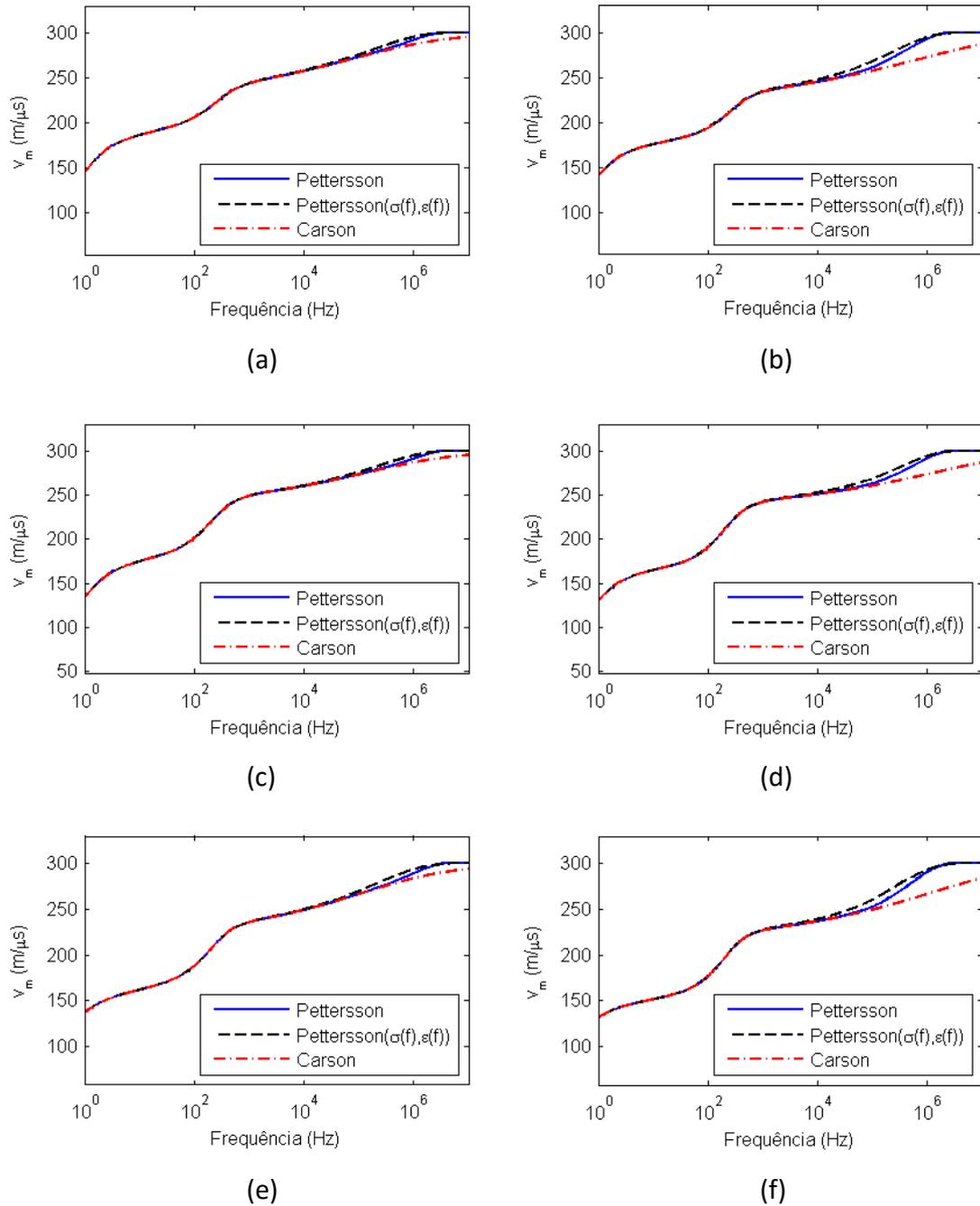


Figura 2.18 – Comparação entre os valores de velocidade de fase de modo terrestre.  
 (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .  
 (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .  
 (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

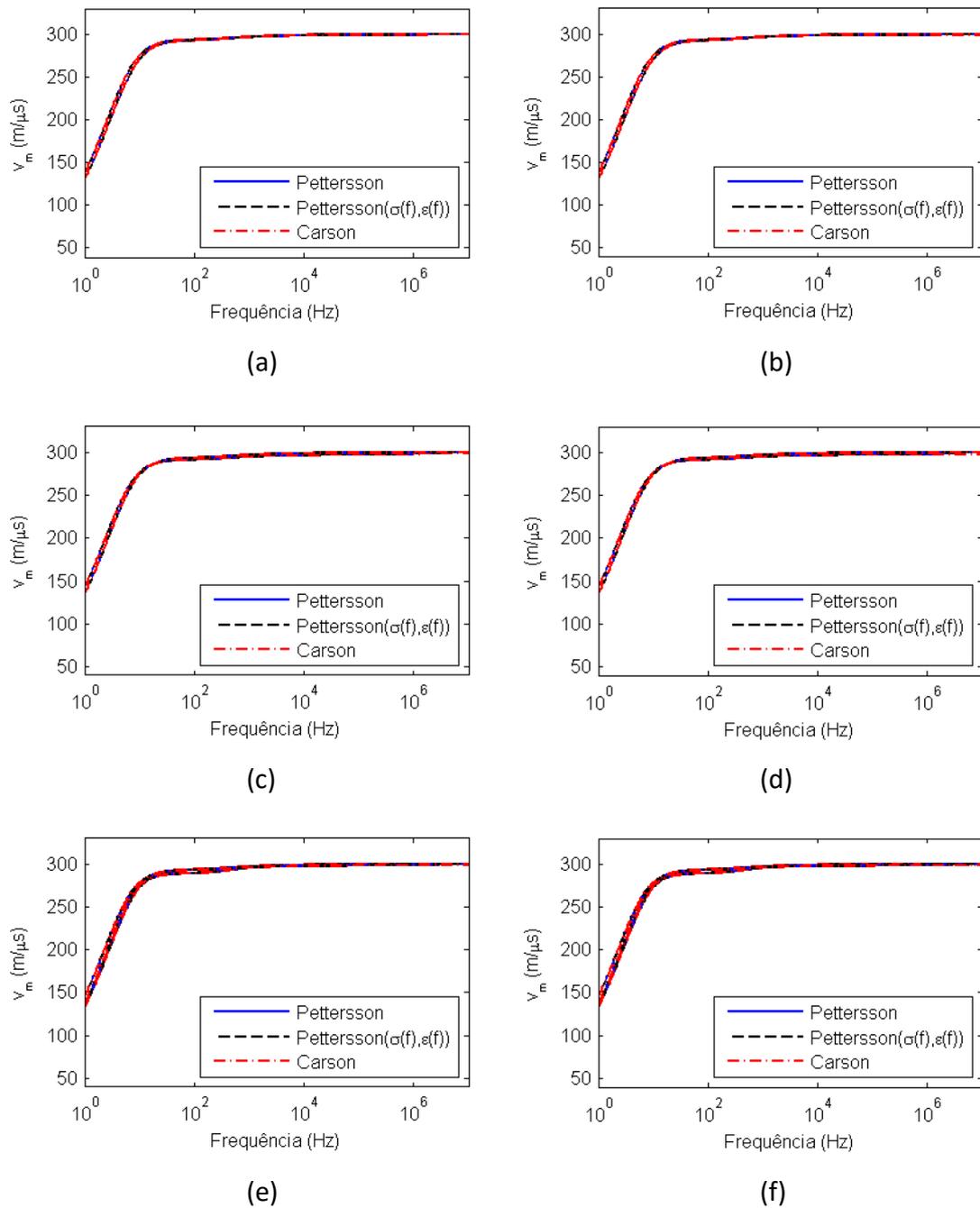


Figura 2.19 – Comparação entre os valores de velocidade de fase de modo aéreo. (a) LT Triangular e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (b) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (c) LT Horizontal e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (e) LT Circuito Duplo e  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (f) LT Circuito Duplo e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

As maiores diferenças entre os modelos avaliados são notadas para a constante de atenuação. Por isso, na Figura 2.20 e na Figura 2.21 são apresentados gráficos de diferenças relativas ao longo da frequência para as resistividades do solo de  $1.000 \Omega.m$  e  $10.000 \Omega.m$ .

Os resultados para 100  $\Omega.m$  e 5.000  $\Omega.m$ , bem como as diferenças relativas para as demais grandezas modais são apresentados no Apêndice C, de modo a complementar o presente capítulo.

As diferenças relativas entre as formulações adotadas são calculadas por meio da expressão de erro relativo percentual, tomando como referência os resultados do modelo que considera a dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência. Assim, as diferenças percentuais mostradas nos gráficos são calculados conforme equações (2.53) e (2.54).

$$\text{Diff}_{\text{Pettersson}} = \frac{\left| \text{Var}_{\text{Pettersson}} - \text{Var}_{\text{Pettersson}(\sigma(f),\varepsilon(f))} \right|}{\text{Var}_{\text{Pettersson}(\sigma(f),\varepsilon(f))}} \times 100 \quad (2.53)$$

$$\text{Diff}_{\text{Carson}} = \frac{\left| \text{Var}_{\text{Carson}} - \text{Var}_{\text{Pettersson}(\sigma(f),\varepsilon(f))} \right|}{\text{Var}_{\text{Pettersson}(\sigma(f),\varepsilon(f))}} \times 100 \quad (2.54)$$

Em (2.53) e (2.54),  $\text{Diff}_{\text{Pettersson}}$  e  $\text{Diff}_{\text{Carson}}$  são as diferenças relativas percentuais tomando como referência a formulação que considera a dependência dos parâmetros do solo com a frequência,  $\text{Var}_{\text{Pettersson}}$  se refere aos resultados que considera a formulação de Pettersson [17],  $\text{Var}_{\text{Carson}}$  se refere aos resultados que considera a formulação de Carson [52] e  $\text{Var}_{\text{Pettersson}(\sigma(f),\varepsilon(f))}$  se refere aos resultados calculados considerando a formulação de Pettersson modificada pela inclusão da dependência dos parâmetros elétricos do solo proposto por [67].

De acordo com a Figura 2.20, as diferenças relativas entre os valores de constante de atenuação são superiores a 40% e, tais diferenças, ocorrem numa faixa de frequência bastante significativa para análise de sobretensão de linhas de transmissão geradas pela incidência da primeira descarga de retorno.

Com exceção da LT Simétrica, verifica-se diferenças significativas em praticamente todo o espectro de frequência avaliado, sendo que os piores casos ocorrem para LT Circuito Duplo, independentemente do valor de resistividade. Outro aspecto importante refere-se à variação da resistividade do solo simulada. Nos gráficos da Figura 2.20 é possível observar que, conforme citado, as maiores diferenças ocorrem para o solo de resistividade de 1.000  $\Omega.m$  na faixa de frequência entre 1 MHz e 10 MHz. Entretanto,

para a faixa de frequência entre 1 kHz e 100 kHz, as maiores diferenças são verificadas para o solo de resistividade de 10.000  $\Omega \cdot m$ .

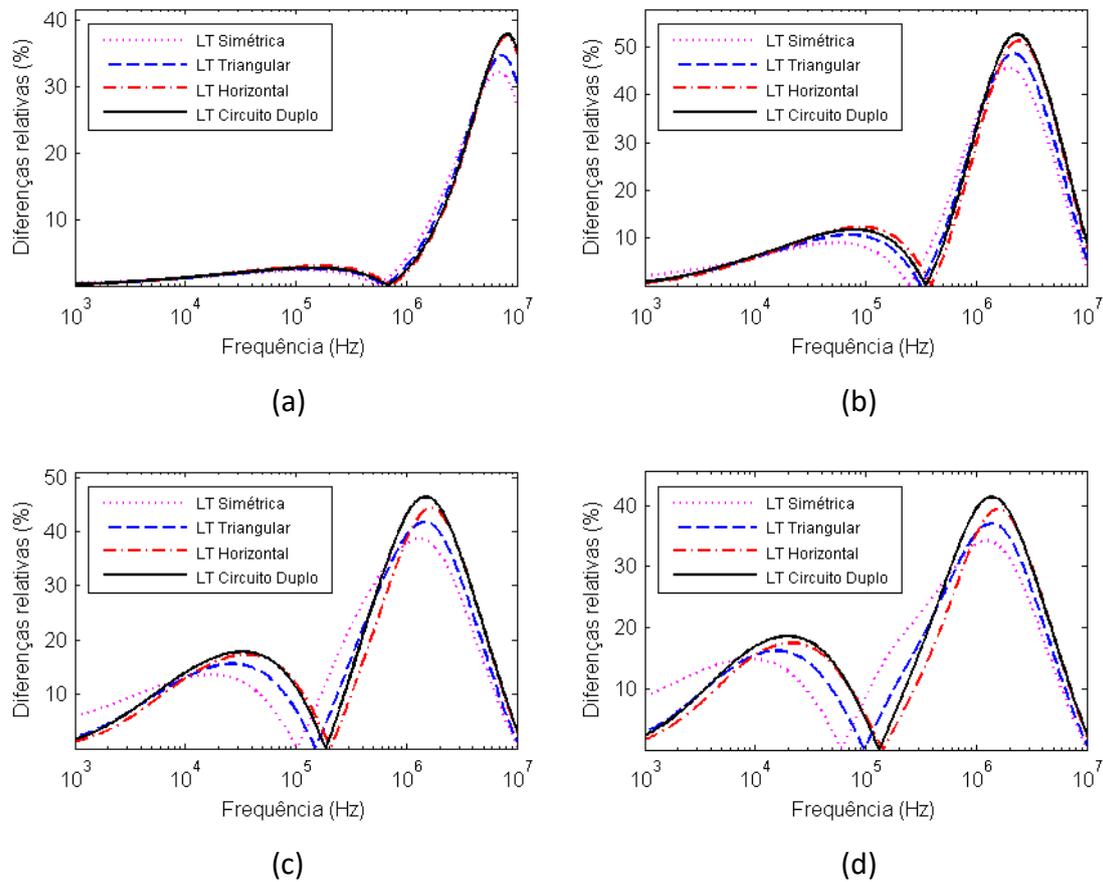


Figura 2.20 – Diferenças entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

A Figura 2.21, além da influência da modelagem do solo, ilustra as diferenças entre os modelos propostos por Pettersson e Carson. A comparação com o modelo de Carson é importante, tendo em vista que se trata de uma formulação amplamente utilizada na literatura. Nesse caso, são observados desvios significativos na faixa de frequência entre 1 MHz e 10 MHz e, com o aumento da resistividade do solo, os resultados são ainda mais discrepantes.

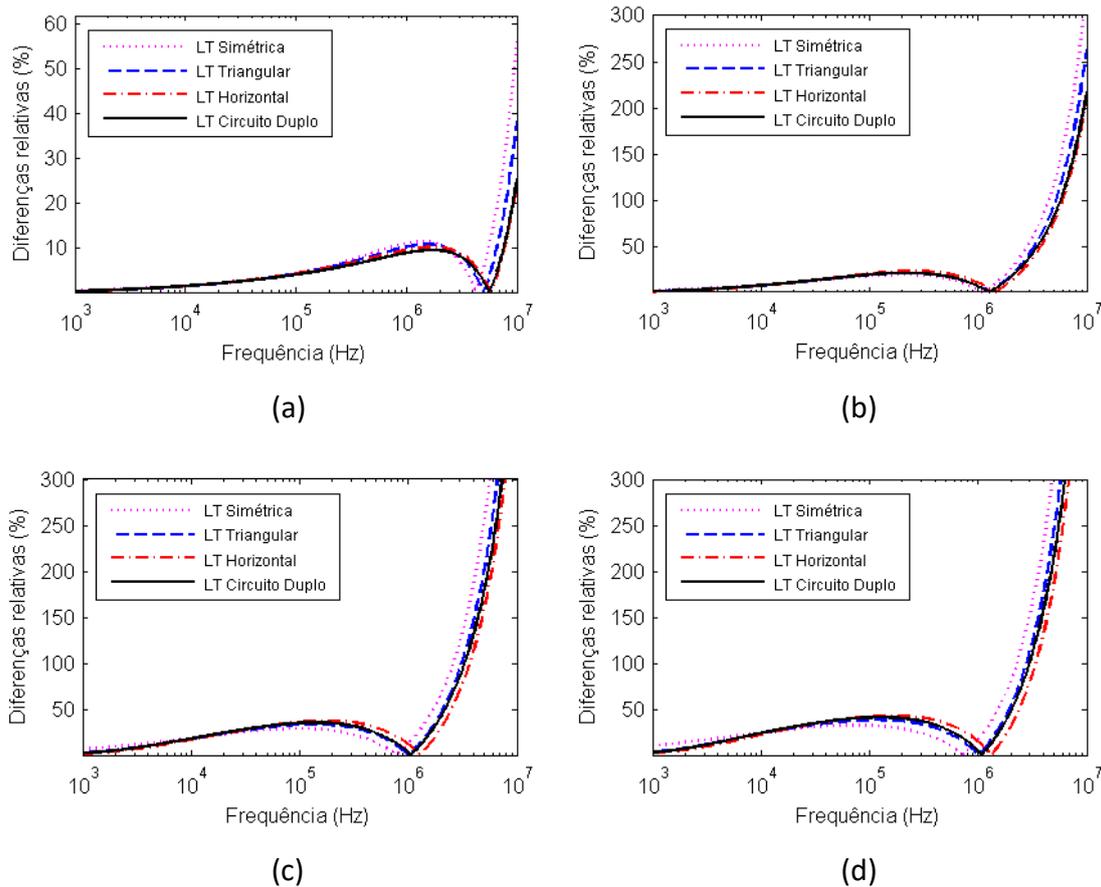


Figura 2.21 – Diferenças entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

Em [58] os pesquisadores fazem uma análise similar à apresentada na Figura 2.21, isto é, também compara os resultados obtidos por Carson com uma formulação que considera a dependência dos parâmetros elétricos do solo. Nesse trabalho, assim como mostrado a seguir as diferenças relativas são bastante elevadas.

Considerando os resultados obtidos pela aplicação da aproximação de baixa frequência de Carson, nota-se um aumento expressivo da constante de atenuação com o aumento da frequência, especialmente para solos de maior resistividade. Por outro lado, para a formulação quase-TEM de Pettersson, a constante de atenuação cresce até uma frequência de corte e, depois, reduz-se, sendo que essa frequência de corte diminui com o aumento da resistividade do solo. Fisicamente, a partir da frequência de corte, os campos eletromagnéticos associados à linha deixam de penetrar no solo e a corrente de retorno tende a se propagar quase, em sua totalidade, na superfície. Nessa faixa de

frequências, a influência do solo é reduzida e as perdas se devem, basicamente à impedância interna dos condutores aéreos. Isso explica, inclusive, por que as curvas da aproximação de quase-TEM de Pettersson tendem para valores muito próximos para altas frequências considerando, ou não, a variação dos parâmetros elétricos do solo. Nota-se que a formulação de Carson não consegue representar esse comportamento físico, dadas suas aproximações.

## **2.5 Considerações finais**

O cálculo adequado dos parâmetros de linhas de transmissão para as análises de transitórios eletromagnéticos tem sido tema de estudo de vários trabalhos publicados na literatura especializada. Neste capítulo, buscou-se realizar uma avaliação no domínio da frequência por meio dos resultados dos cálculos de parâmetros modais de linha de transmissão.

Para solos de baixa resistividade ou sinais com componentes de baixa frequência, a influência do modelo do solo pode ser desprezada e a aproximação de Carson pode ser amplamente utilizada para o cálculo dos parâmetros da linha de transmissão. Por outro lado, quando o interesse é o estudo do comportamento de linhas de transmissão localizada em região de resistividade elevada frente às solicitações rápidas, os resultados podem variar em decorrência do modelo adotado para representar os efeitos do solo.

Nos próximos capítulos complementa-se a análise da influência do solo na modelagem de linhas de transmissão a partir de avaliações feitas no domínio do tempo.

---

## 3 Impacto da representação do solo na resposta de linhas de transmissão no domínio do tempo

---

Neste capítulo busca-se avaliar o impacto da representação do solo no cálculo de tensões transitórias geradas nos terminais de linhas de transmissão. Inicialmente o comportamento do sistema é avaliado para cada ponto do espectro de interesse e, em uma etapa posterior, a resposta temporal é obtida utilizando a Transformada Numérica Inversa de Laplace (TNIL), que é uma técnica de conversão frequência-tempo [13].

As tensões nos terminais receptores da linha de transmissão são calculadas considerando a conexão de um degrau de tensão em um dos terminais emissores. Assim, nesse capítulo, o impacto do modelo do solo na modelagem de linha de transmissão é estudado tendo em conta configurações simplificadas de rede. No capítulo 4, a seguir, complementa-se as análises considerando os resultados de redes mais complexas, bem como um problema típico de engenharia.

### 3.1 Transformada Numérica de Laplace

A Transformada de Laplace é uma ferramenta robusta para avaliação do comportamento dinâmico de sistemas elétricos de potência, principalmente com os avanços dos métodos numéricos, os quais possibilitaram contornar dificuldades existentes nos casos em que a aplicação da transformada analítica é muito difícil ou mesmo impossível [74]-[78].

No domínio de Laplace, plano- $s$ , a variação dos parâmetros das linhas de transmissão com a frequência é representada de forma direta, sem aproximações. Contudo, essa abordagem apresenta limitações práticas e numéricas. Se por um lado os erros associados aos efeitos de Gibbs e falseamento, decorrentes do tratamento numérico, podem ser atenuados por meio de formulações criteriosas da constante de Laplace, por outro, as questões de ordem prática permanecem [13], [74]. Como exemplos de limitações de ordem prática podem ser citadas a representação de mudanças súbitas na configuração da rede, bem como a modelagem de elementos não-lineares [13].

Um dos primeiros trabalhos a utilizar a Transformada Numérica de Laplace (TNL) foi desenvolvido por Bellman et al (1966) [79], aproximando a integral de Laplace por polinômios de Gauss-Legendre. Posteriormente, de 1965 a 1973, o grupo de pesquisa liderado pelo professor N. Mullineux utilizou a Transformada de Fourier para o estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos [80]-[82] e, esse novo método, foi denominado de Transformada de Fourier Modificada (TFM). Dentre as contribuições apresentadas, os autores perceberam que devido ao truncamento da faixa de frequência de interesse e processo de amostragem, as funções de tempo correspondentes são afetadas, respectivamente, pelo efeito de Gibbs<sup>6</sup> e erros de falseamento (*aliasing error*)<sup>7</sup>. Como solução para os problemas numéricos citados, os pesquisadores introduziram o uso de funções de janela e amortecimento exponencial artificial [74]-[78].

O método TFM permite uma conversão adequada da resposta no domínio da frequência para o domínio do tempo, entretanto apresenta baixa eficiência computacional. Ametani (1973) [83] introduziu o uso da Transformada Rápida de Fourier (TRF) no estudo de transitórios eletromagnéticos, substituindo o uso da Transformada de Fourier Modificada [74]-[78].

Wilcox (1978) [84] modificou o método TFM em termos da teoria de Laplace e introduziu na literatura o termo “Transformada Numérica de Laplace” (TNL). A principal vantagem de substituir a transformada de Fourier pela transformada de Laplace é a possibilidade

---

<sup>6</sup> A série de Fourier, que aproxima uma dada função, converge de maneira suave para os pontos onde não há descontinuidade, porém o mesmo não ocorre nos pontos de descontinuidade. Recebe o nome de fenômeno de Gibbs o comportamento fortemente oscilatório das somas parciais da série de Fourier à medida que se aproxima o ponto de descontinuidade [85], [86].

<sup>7</sup> Denomina-se efeito de falseamento (*aliasing error*) a sobreposição do espectro, impossibilitando a recuperação do sinal original, devido não utilização de um valor de frequência de amostragem suficientemente elevado. O teorema de amostragem estabelece um limite inferior para a taxa de amostragem necessária para garantir uma boa representação de um sinal contínuo por uma sequência enumerável de amostras. De forma evitar erros de falseamento, atendendo o critério de largura de banda, é prática comum a adoção de filtros passa-baixas, denominados filtros anti-falseamento [87].

de avaliar o comportamento de sistemas excitados por sinais nos quais a transformada de Fourier não existe como, por exemplo, a função degrau. Neste trabalho, Wilcox também apresenta expressões discretas das transformadas, direta e inversa, de Laplace e discute os aspectos práticos que devem ser observados na definição dos parâmetros dessas expressões.

A Transformada Numérica de Laplace tem apresentado desempenho satisfatório no estudo do comportamento dinâmico de elementos que constituem o sistema elétrico, tais como: linhas de transmissão, cabos subterrâneos, transformadores e máquinas elétricas [75].

No Apêndice D é apresentada fundamentação matemática da Transformada Numérica de Laplace, bem como considerações ordem prática para aplicação dessa ferramenta no estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão.

### **3.2 Avaliação dos parâmetros elétricos do solo no domínio de Laplace**

Ao considerar apenas os fenômenos de baixa frequência, curto-circuito, por exemplo, o solo pode ser representado apenas por uma resistividade constante. Entretanto, nos casos envolvendo transitórios eletromagnéticos com frequências elevadas, é mais adequado a representação do solo por modelos mais detalhados que consideram tanto a resistividade quanto a permissividade e ambos parâmetros dependentes com a frequência [88].

A variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência é feita considerando o modelo proposto por Alípio e Visacro [67]. Com o intuito de facilitar a representação da condutividade e permissividade no domínio de Laplace, é conveniente considerá-los nas equações de Maxwell como uma imitância em formulação complexa, de acordo com a equação (3.1) [6], [88].

$$W = \sigma_{solo} + j\omega\varepsilon_{solo} \quad (3.1)$$

A equação da imitância do solo pode ser reescrita considerando o modelo Alípio e Visacro para a condutividade e permissividade dependentes da frequência como:

$$W = \sigma_0 + \sigma_0 \times h(\sigma_0) \left( \frac{f}{1 \text{ MHz}} \right)^\zeta + j\omega \varepsilon_0 \left[ \frac{\varepsilon'_\infty}{\varepsilon_0} + \frac{\tan(\pi\zeta/2) \times 10^{-3}}{2\pi\varepsilon_0 (1 \text{ MHz})^\zeta} \sigma_0 \times h(\sigma_0) f^{\zeta-1} \right] \quad (3.2)$$

Rearranjando a equação (3.2), tem-se que:

$$W = \sigma_0 + j\omega \varepsilon'_\infty + k(j\omega) \quad (3.3)$$

onde  $k(j\omega)$  é a parcela que representa a dependência da frequência dos parâmetros.

Na equação (3.3) o termo  $j\omega$  não está totalmente explícito e, por isso, a mesma pode ser modificada na forma de um modelo de polos e resíduos:

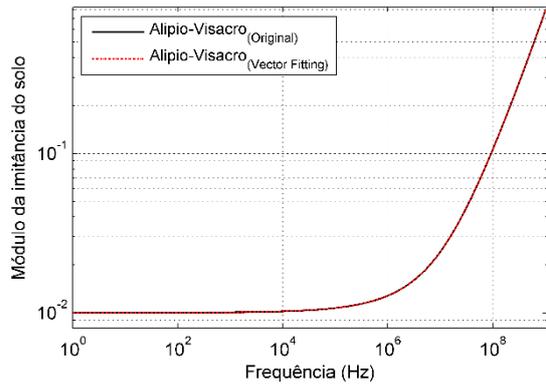
$$W(s) = \sigma_0 + j\omega \varepsilon'_\infty + j\omega \sum_{i=1}^N \frac{K_i}{j\omega - p_i} \quad (3.4)$$

Finalmente, considerando o domínio de Laplace, a equação da imitância do solo pode ser reescrita como:

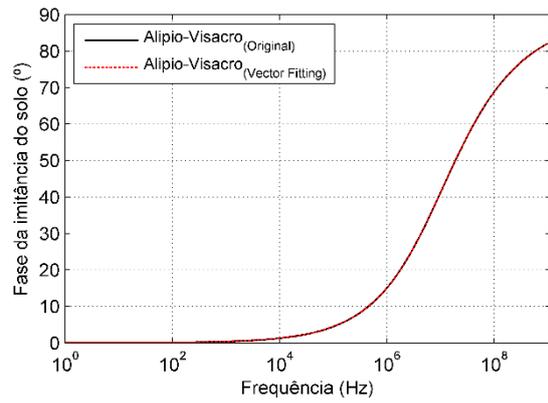
$$W(s) = \sigma_0 + s\varepsilon'_\infty + s \sum_{i=1}^N \frac{K_i}{s - p_i} \quad (3.5)$$

Em (3.5),  $\sigma_0$  é a condutividade do solo em baixas frequências,  $\varepsilon'_\infty$  é um parâmetro do modelo Alípio e Visacro que descreve processos de polarização que permanecem em altas frequências e as constantes  $K_i$  e  $p_i$  podem ser obtidas pela aplicação de uma técnica de ajuste racional. Aqui é usada a técnica de ajuste vetorial (*Vector Fitting*).

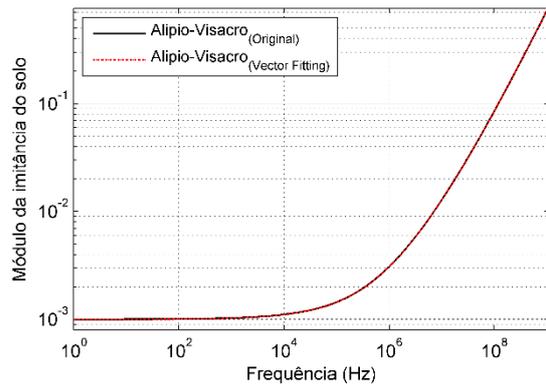
A Figura 3.1 ilustra a comparação entre os valores do módulo e fase da imitância do solo calculados considerando o modelo original de Alípio e Visacro [67] e o modelo modificado de acordo com a equação (3.5).



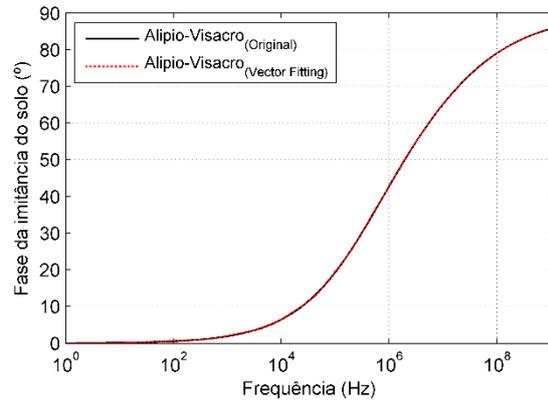
(a)



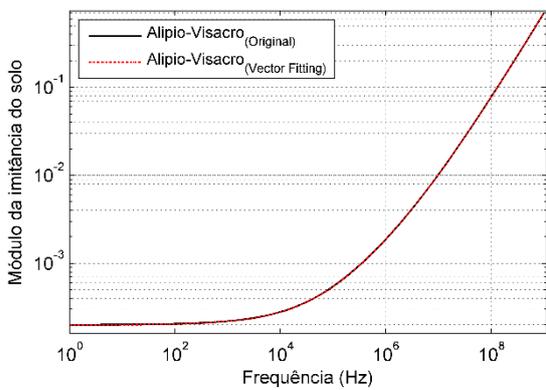
(b)



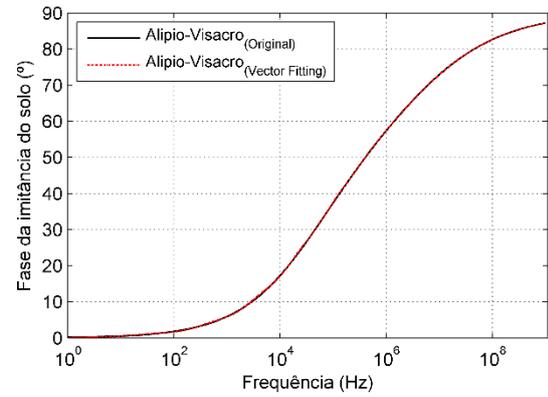
(c)



(d)



(e)



(f)

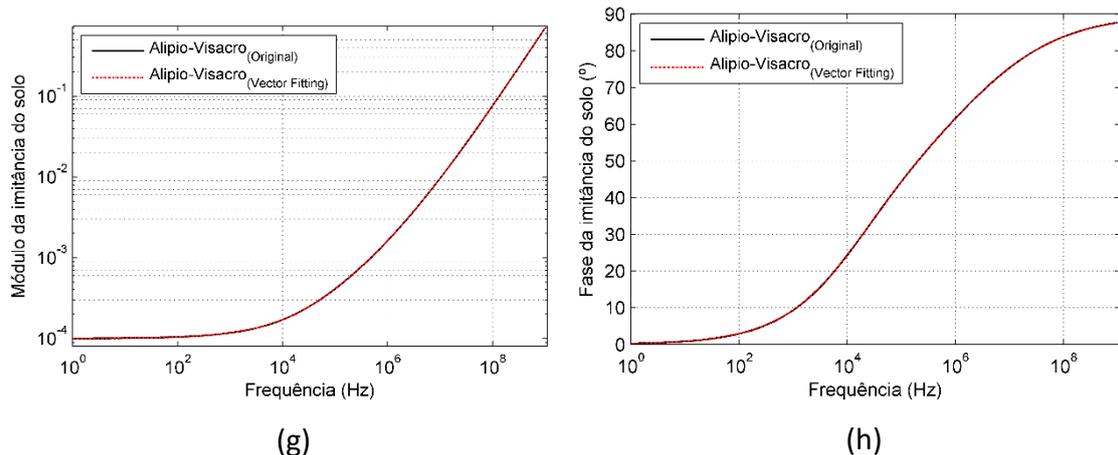


Figura 3.1 – Comparação entre os resultados obtidos a partir da aplicação direta do modelo Alipio-Visacro [67] com os resultados obtidos a partir do ajuste dos polos e resíduos da equação (3.5). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

Os gráficos da Figura 3.1 mostram uma boa concordância entre os valores calculados de imitância do solo. Assim, nos cálculos das tensões terminais, a equação (3.5) é adotada na modelagem da dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência no domínio de Laplace.

### 3.3 Simulações no domínio do tempo

A admitância nodal  $Y_n(s)$  de uma linha de transmissão, no domínio da frequência, se representa na forma entrada-saída por meio da Lei Ohm:

$$I(s) = Y_n(s)V(s) \quad (3.6)$$

Em (3.6),  $V(s)$  e  $I(s)$  são os vetores de correntes e tensões no domínio da frequência referente aos terminais do sistema enquanto que a admitância nodal  $Y_n$  pode ser calculada conforme equação (3.7)<sup>8</sup>:

$$Y_n = \begin{bmatrix} Y_c & 0 \\ 0 & Y_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1 - H^2)^{-1}(1 + H^2) & -2H(1 - H^2)^{-1} \\ -2H(1 - H^2)^{-1} & (1 - H^2)^{-1}(1 + H^2) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

<sup>8</sup> As equações (3.6) e (3.7) são apresentadas inicialmente no Capítulo 1 e são mostradas novamente para uma melhor compreensão do leitor.

onde  $H$ , dado por  $H(s) = e^{-\gamma(s)l}$ , é o fator de propagação e  $Y_c$  é a admitância característica calculada como inverso da impedância característica, isto é  $Y_c(s) = Z^{-1}(s)\sqrt{Z(s)Y(s)}$ .

Para uma linha polifásica, como a apresentada na Figura 3.2, os vetores  $V(s)$  e  $I(s)$  são substituídos pelas tensões ( $V_e, V_r$ ) desenvolvidas nos terminais emissor e receptor e pelas correntes ( $I_e, I_r$ ) injetadas nestes mesmos terminais [2].

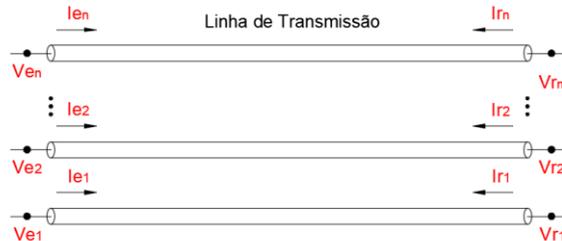


Figura 3.2 – Linha polifásica com tensões e correntes terminais. Adaptado de [2].

O processo de cálculo das tensões no domínio do tempo utilizando a transformada de Laplace pode ser sumarizado nos seguintes passos: cálculo da matriz de admitância nodal no domínio de Laplace; transformação do sinal entrada para o domínio da frequência considerando a transformada de Laplace (numérica ou literal); inversão da matriz de admitância nodal; resolução do sistema de equações lineares obtido pelo produto matricial entre a matriz inversa da admitância nodal e as correntes injetadas nos nós terminais; cálculo das tensões desenvolvidas nos terminais da linha; transformação das grandezas elétricas determinadas no passo anterior para o domínio do tempo usando a transformada numérica inversa de Laplace.

### 3.4 Casos simulados

As análises no domínio do tempo são feitas considerando os circuitos de energização detalhados na Tabela 3.1, bem como as informações listadas a seguir:

- Transformada Numérica de Laplace:
  - Tempo total de observação T: 500  $\mu$ S;
  - Número de amostras N:  $2^{12}$ ;

- Faixa de frequência:  $1 \text{ kHz} \leq f \leq 8 \text{ MHz}$ ;
- Função de amortecimento utilizadas para atenuação do efeito de Gibbs: *Hanning Window*;
- Coeficiente de amortecimento (parte real da variável complexa de Laplace): equação (10.15).
- Configuração da linha aérea: conforme item 1.3 e Apêndice A.
- Cálculo dos parâmetros da linha por unidade de comprimento:
  - Equações de Pettersson [17], considerando o comportamento dinâmico do solo através das equações propostas por Alípio e Visacro [67] (curva contínua em preto nos gráficos).
  - Equações de Pettersson [17] com os parâmetros do solo invariantes na frequência (curva tracejada em vermelho nos gráficos).
  - Equações de Carson [52] com os parâmetros do solo invariantes na frequência (curva tracejada em azul nos gráficos).
- Valores dos parâmetros do solo em baixas frequências (para simulações que consideram a variação dos parâmetros com a frequência usa-se o modelo proposto por [67]):
  - resistividades do solo de  $100 \Omega.m$  (baixa resistividade),  $1.000 \Omega.m$  (resistividade moderada),  $5.000 \Omega.m$  (resistividade elevada) e  $10.000 \Omega.m$  (resistividade muito elevada).
  - permissividade elétrica do solo de  $10\epsilon_0 F/m$ .
- Comprimento da LT: seiscentos metros (600 m);
- Sinal de entrada: fonte de tensão degrau unitário considerada na simulação via equivalente de Norton.

Tabela 3.1 – Descrição dos circuitos considerados nas simulações no domínio do tempo. Adaptado de [2].

Nomenclatura	Descrição
<b>Caso 1</b>	Fonte degrau unitário conectada em um dos nós do lado emissor e todos os demais nós abertos.
<b>Caso 2</b>	Fonte degrau unitário conectada em um dos nós do lado emissor, demais nós do lado emissor aterrados e todos os nós do lado receptor abertos.

Uma atenção especial deve ser dada à escolha dos parâmetros da transformada numérica de Laplace. O tempo total de simulação deve ser escolhido suficientemente grande de modo a evitar a avaliação dos parâmetros do solo apenas para frequências muito elevadas. Quanto ao número de amostras deve-se definir uma quantidade suficiente para evitar perdas de informação.

Nas seções a seguir, além dos resultados calculados considerando a formulação proposta por Pettersson para o cálculo dos parâmetros de linhas, também são mostrados os resultados das simulações utilizando a formulação de Carson. Com o acréscimo dos resultados de Carson é possível avaliar se as simplificações existentes nos modelos tradicionalmente adotados nas plataformas de simulação de transitórios eletromagnéticos podem, ou não, conduzir a erros significativos.

### 3.4.1 Caso 1

Inicialmente são apresentados os resultados calculados para uma linha de transmissão sem cabos guarda e com os condutores dispostos nos vértices de um triângulo equilátero. As distâncias entre os condutores fases são iguais, de forma a reduzir a dependência dos resultados em relação à disposição dos condutores. Na Figura 3.3 é apresentada numeração dos nós dos terminais da linha, conexões existentes, bem como um croqui da parte superior da torre metálica para identificação da posição dos condutores.

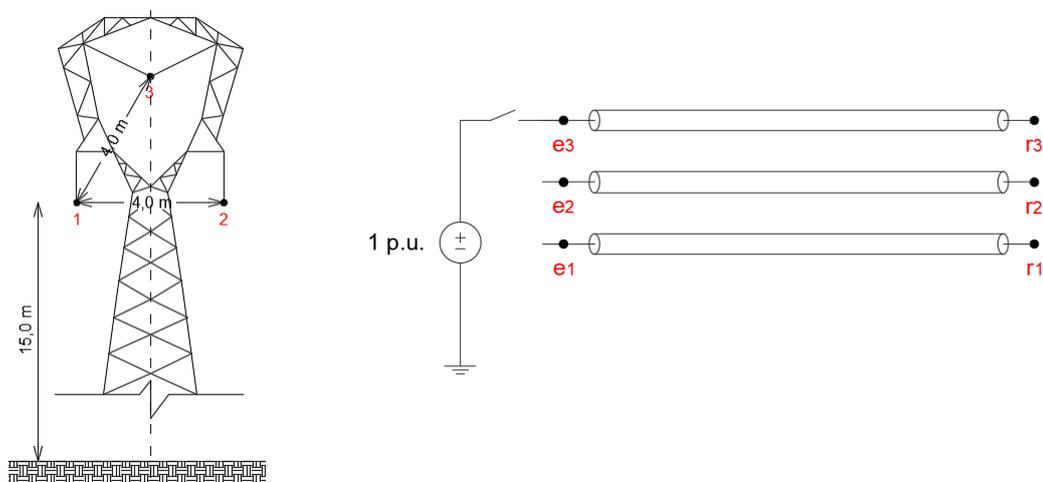


Figura 3.3 – Circuito de energização de uma linha de transmissão com três cabos condutores igualmente espaçados em disposição triangular.

A Figura 3.4 e a Figura 3.5 apresentam, respectivamente, os gráficos das tensões desenvolvidas nos terminais receptor 1 e 3 da linha de transmissão da Figura 3.3.

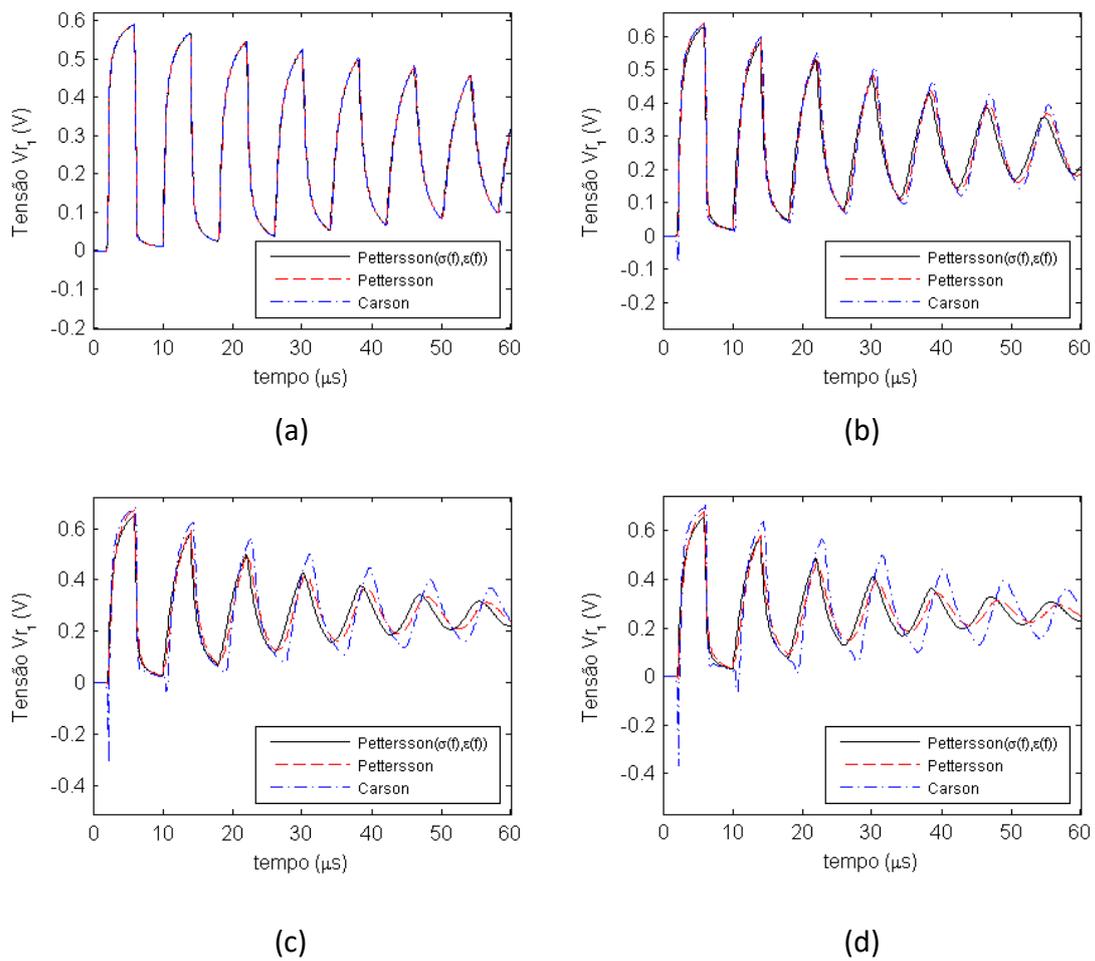
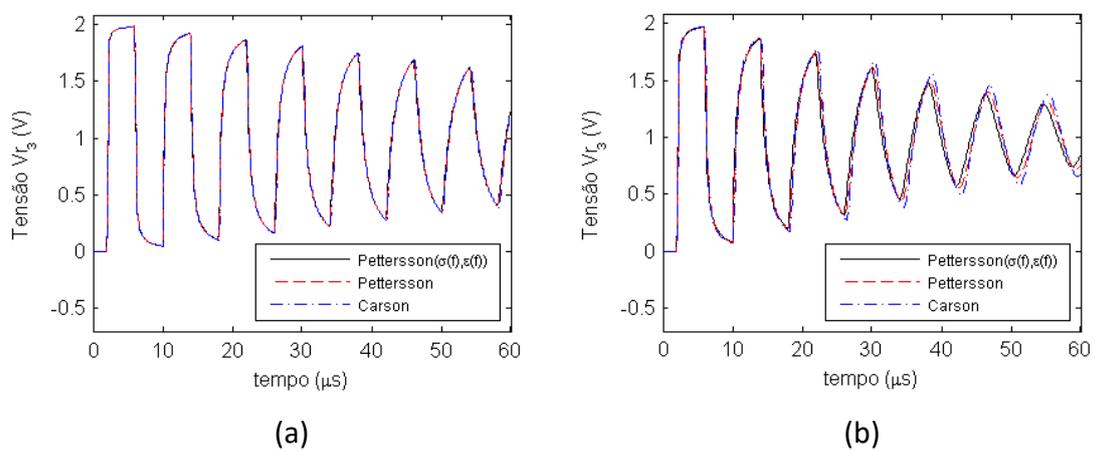


Figura 3.4 – Tensão desenvolvida no terminal receptor 1 (fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão) da linha de transmissão da Figura 3.3. (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .



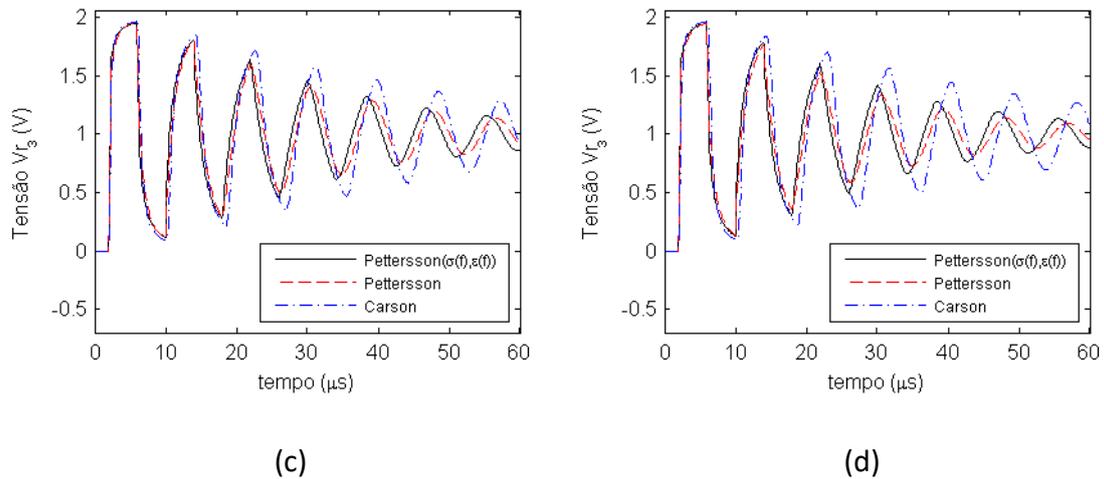


Figura 3.5 – Tensão desenvolvida no terminal receptor 3 (ponto de aplicação do degrau de tensão) da linha de transmissão da Figura 3.3. (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

Uma avaliação a ser feita refere-se ao impacto de se considerar, ou não, a dependência dos parâmetros do solo com a frequência nos cálculos das tensões terminais por meio da comparação entre os resultados dos modelos baseados na formulação de Pettersson. No caso do solo de baixa resistividade, principalmente para a resistividade de  $100 \Omega.m$ , não são verificadas diferenças significativas entre os resultados. Para esses casos, a permissividade pode ser desprezada no cálculo da imitância e a variação da resistividade com a frequência é muito pequena.

De modo geral, os gráficos indicam um impacto pequeno da dependência dos parâmetros do solo com a frequência nos cálculos das tensões terminais, sendo as maiores discrepâncias observadas para a resistividade de  $10.000 \Omega.m$ , que é a maior resistividade avaliada.

Na parte inicial dos gráficos, mesmo para resistividade de  $10.000 \Omega.m$ , os gráficos são bastante semelhantes, porém para os solos de  $5.000 \Omega.m$  e  $10.000 \Omega.m$ , nota-se um descolamento entre as curvas após a passagem de alguns instantes de tempo. Portanto, considerando os resultados obtidos, pode-se afirmar que o processo de propagação das ondas de tensão na linha depende do modelo adotado para o solo, sendo observada essa influência tanto no decaimento da amplitude quanto na velocidade de fase das formas de onda.

De acordo com os resultados do Capítulo 2, além da resistividade do solo, o conteúdo de frequência do sinal tem grande influência no impacto da representação do solo. Porém, em função da dissipação das frequências muito elevadas do sinal, por esse motivo eventuais discrepâncias em função do valor da frequência não são observadas nos gráficos.

A seguir é discutida a influência das simplificações do modelo de linha de Carson nos cálculos das tensões terminais. Nas expressões propostas por Carson (1926) [52] as correntes de deslocamento no solo são consideradas muito inferiores às de condução (suposição válida em baixas frequências); a admitância transversal calculada a partir do inverso da matriz de potencial de Maxwell, não considerando o efeito do solo, computando apenas a propagação do campo elétrico no ar e num solo sem perdas; e a resistividade do solo adotada como sendo invariante na frequência.

Apesar de todas as simplificações citadas acima, para solos de baixa resistividade, o modelo baseado na formulação de Carson, apresenta uma resposta satisfatória, similar ao modelo de Pettersson que é um modelo quase-TEM mais completo. Porém, o mesmo não ocorre para os solos de resistividade de  $5.000 \Omega.m$  e  $10.000 \Omega.m$ . Para as resistividades mais elevadas, observa-se grandes discrepâncias entre os resultados após  $30\mu s$ . Portanto, para locais onde se sabe que a resistividade é elevada não se recomenda, pelos resultados aqui apresentados, a utilização de modelos baseados na formulação de Carson.

Uma comparação precipitada entre os resultados dessa seção com Capítulo 2, poderia levar a uma conclusão equivocada, indicando uma inconsistência física entre eles, tendo em vista que os gráficos referentes às resistividades de  $1.000 \Omega.m$ ,  $5.000 \Omega.m$  e  $10.000 \Omega.m$ , a constante de atenuação de modo terrestre calculada considerando as expressões de Carson é superior às constantes calculadas com as expressões de Pettersson. Porém, esse comportamento é verificado para a última década de frequência simulada, isto é, para frequências entre 1 MHz e 10 MHz.

Nos gráficos da Figura 3.4 verifica-se uma maior atenuação das tensões calculadas a partir da formulação de Pettersson. Isso decorre do fato que, para o comprimento

adotado de 600 m, a maior parte do conteúdo de altíssima frequência do degrau unitário de tensão é dissipado antes da onda viajar até o terminal receptor.

Assim, com o objetivo de demonstrar as diferenças entre os modelos simulados para as frequências superiores a 1 MHz, na Figura 3.6 são apresentados os resultados dos cálculos das tensões geradas no terminal receptor do condutor energizado, considerando um vão de linha de transmissão de 30 m (vãos de comprimentos dessa ordem são empregados em linhas de transmissão de classe de tensão igual ou inferior a 138 kV nas chegadas ou saídas de subestações).

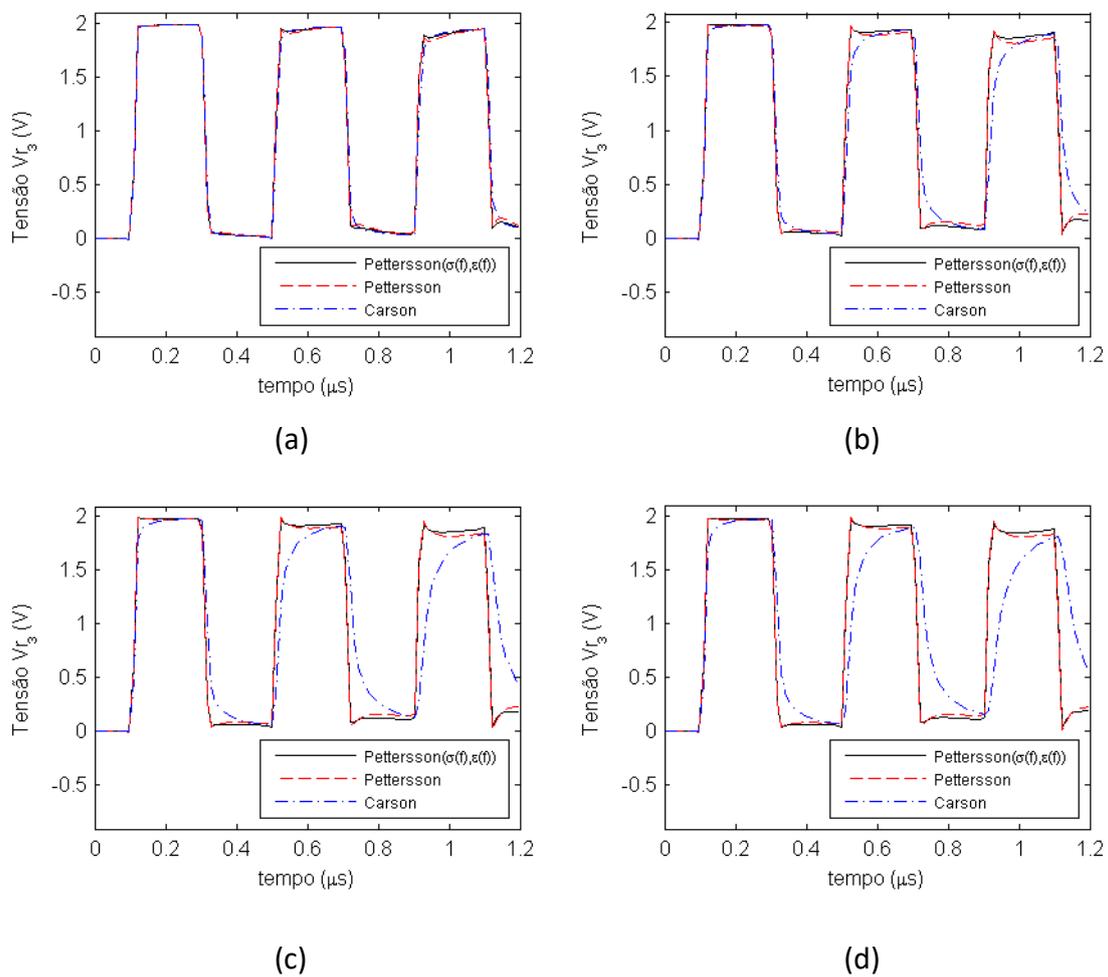


Figura 3.6 – Tensão desenvolvida no terminal receptor 3 (ponto de aplicação do degrau de tensão) da linha de transmissão de 30 m. (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

Vale ressaltar que, conforme citado no Capítulo 2, as equações consideradas para o cálculos dos parâmetros das linhas são formuladas considerando os comprimentos dos condutores muito maiores que as alturas dos mesmos em relação ao solo. Sendo assim, incertezas podem ser associadas aos gráficos da Figura 3.6, tendo em conta o comprimento do vão. Portanto, em estudos envolvendo vãos muito curtos recomenda-se avaliar a validade das expressões a ser considerada no cálculo de parâmetros.

Com a redução do comprimento da linha de 600 m para 30 m, em concordância com os resultados do Capítulo 2, nota-se uma maior atenuação das tensões calculadas considerando a formulação de Carson. O comportamento da constante de atenuação de modo terrestre com a frequência, obtido por meio da formulação de Carson, é fisicamente inconsistente, pois com aumento da frequência a onda tende a viajar na superfície do solo e, a partir de uma dada frequência de corte, os valores da constante de atenuação de modo terrestre diminuem.

Os gráficos da Figura 3.6 reforçam o entendimento que, em estudos envolvendo frequências e resistividades elevadas, não se recomenda a utilização de um modelo baseado na formulação de Carson.

A configuração da linha de transmissão da Figura 3.3 não é aplicada usualmente em projetos, sendo aqui utilizada para fins didáticos. Diante disso, a seguir, são apresentados os resultados para configurações típicas de linha transmissão para resistividade do solo em baixa frequência igual a  $10.000 \Omega \cdot m$ .

A Figura 3.7 apresenta uma linha de transmissão triangular com três condutores e um cabo guarda, usualmente aplicada para as classes de tensão de 69 kV e 138 kV. Na Figura 3.8 são apresentadas as tensões calculadas nos terminais receptores 1 e 4, sendo que o terminal 4 corresponde ao condutor onde é aplicado o degrau de tensão e o terminal 1 o mais afastado.

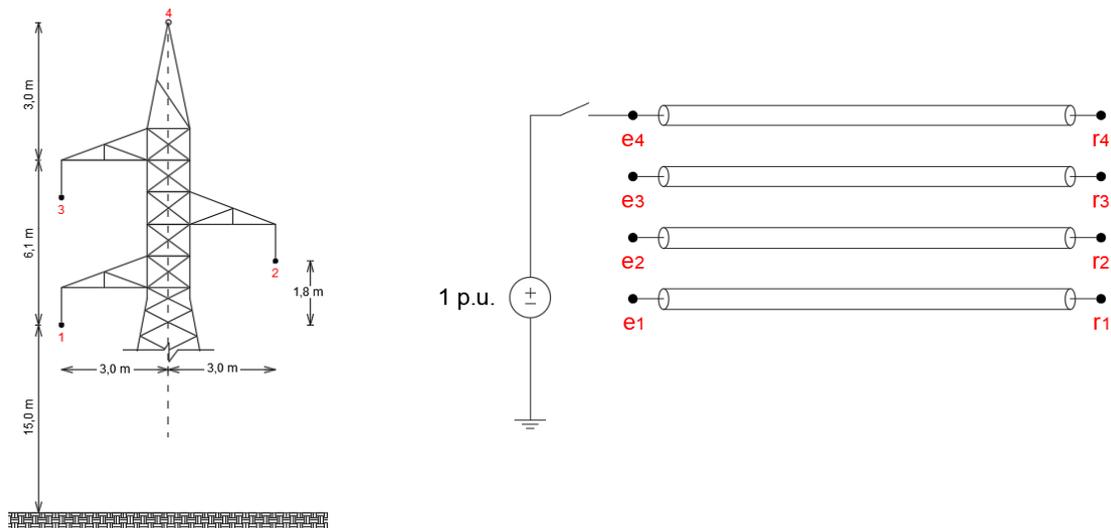


Figura 3.7 – Circuito de energização de uma linha de transmissão com três condutores em disposição triangular e um cabo guarda.

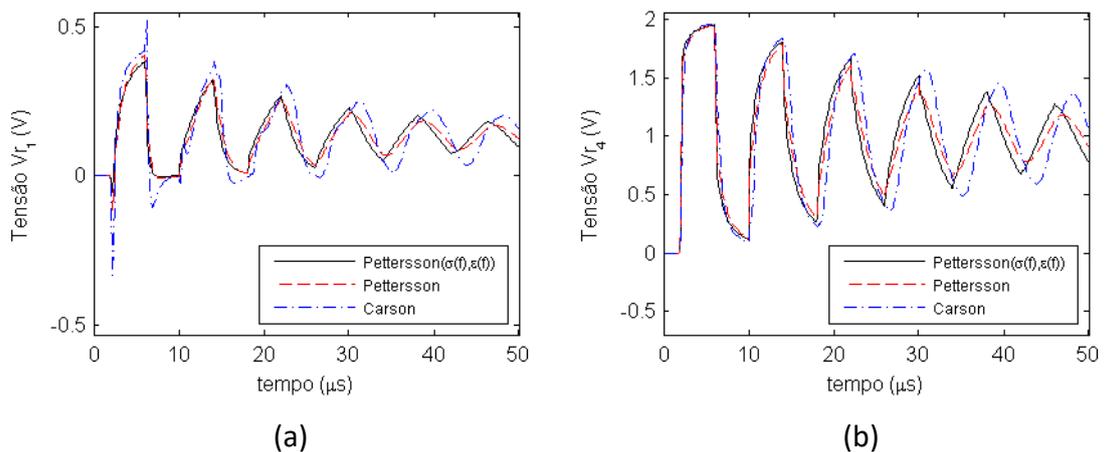


Figura 3.8 – Tensões desenvolvidas nos terminais da linha de transmissão da Figura 3.7 para o solo de resistividade de  $10.000 \Omega.m$ . (a) Tensão desenvolvida no terminal receptor 1 (fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão). (b) Tensão desenvolvida no terminal receptor 4 (ponto de aplicação do degrau de tensão).

A Figura 3.9 apresenta a configuração de uma linha de transmissão de circuito simples, com os condutores dispostos na horizontal, usualmente aplicada em torres de suspensão autoportante de linhas de classe de tensão de 345 kV e 500 kV.

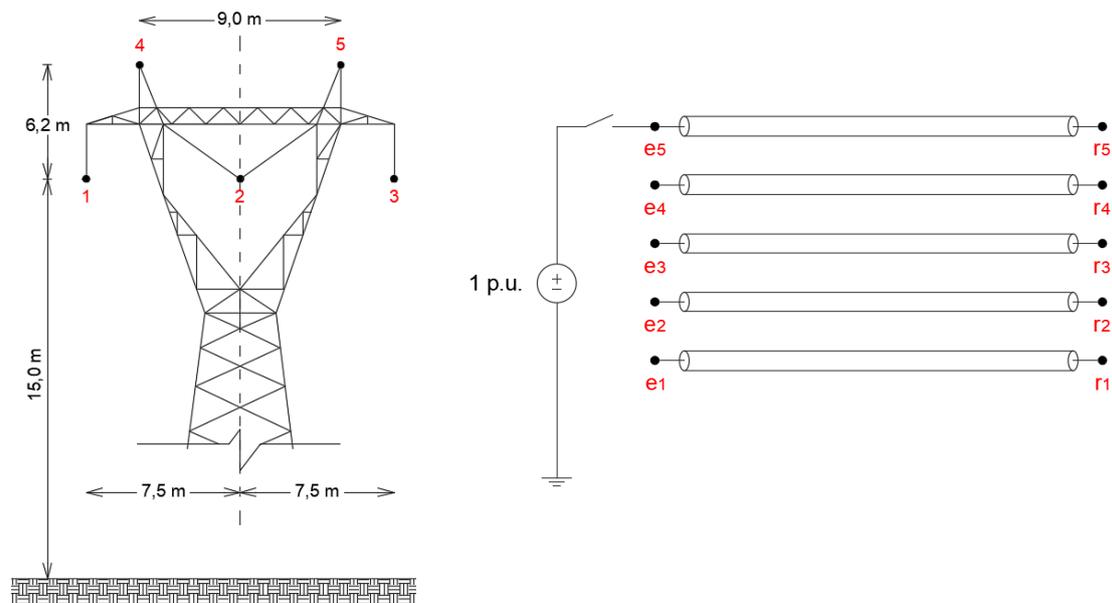


Figura 3.9 – Circuito de energização de uma linha de transmissão com três condutores em disposição horizontal e dois cabos guarda.

Na Figura 3.10 são apresentadas as tensões calculadas nos terminais receptores 1 e 5, sendo que o terminal 5 corresponde ao condutor onde é aplicado o degrau de tensão e o terminal 1 o mais afastado.

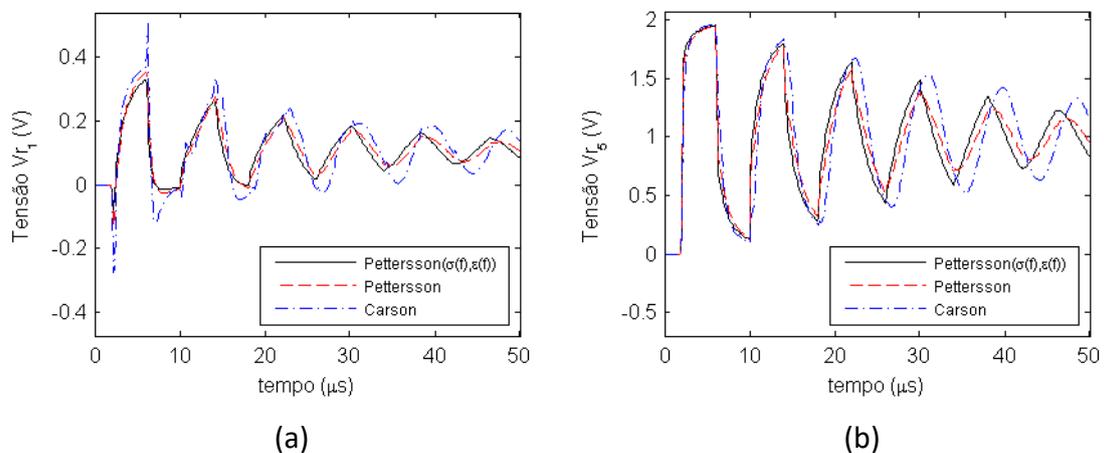


Figura 3.10 – Tensões desenvolvidas nos terminais da linha de transmissão da Figura 3.9 para o solo de resistividade de  $10.000 \Omega.m$ . (a) Tensão desenvolvida no terminal receptor 1 (fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão). (b) Tensão desenvolvida no terminal receptor 5 (ponto de aplicação do degrau de tensão).

A Figura 3.11 apresenta a configuração de uma linha de transmissão de circuito duplo, com os condutores dispostos na vertical, usualmente aplicada para classe de tensão de 230 kV. Este tipo de configuração, geralmente, é adotado como uma alternativa às linhas de 500 kV quando necessário transmitir grandes blocos de potência.

Na Figura 3.11 são apresentadas as tensões calculadas nos terminais receptores 1 e 8, sendo que o terminal 8 corresponde ao condutor onde é aplicado o degrau de tensão e o terminal 1 ao condutor mais afastado do ponto condutor onde é aplicado o degrau de tensão.

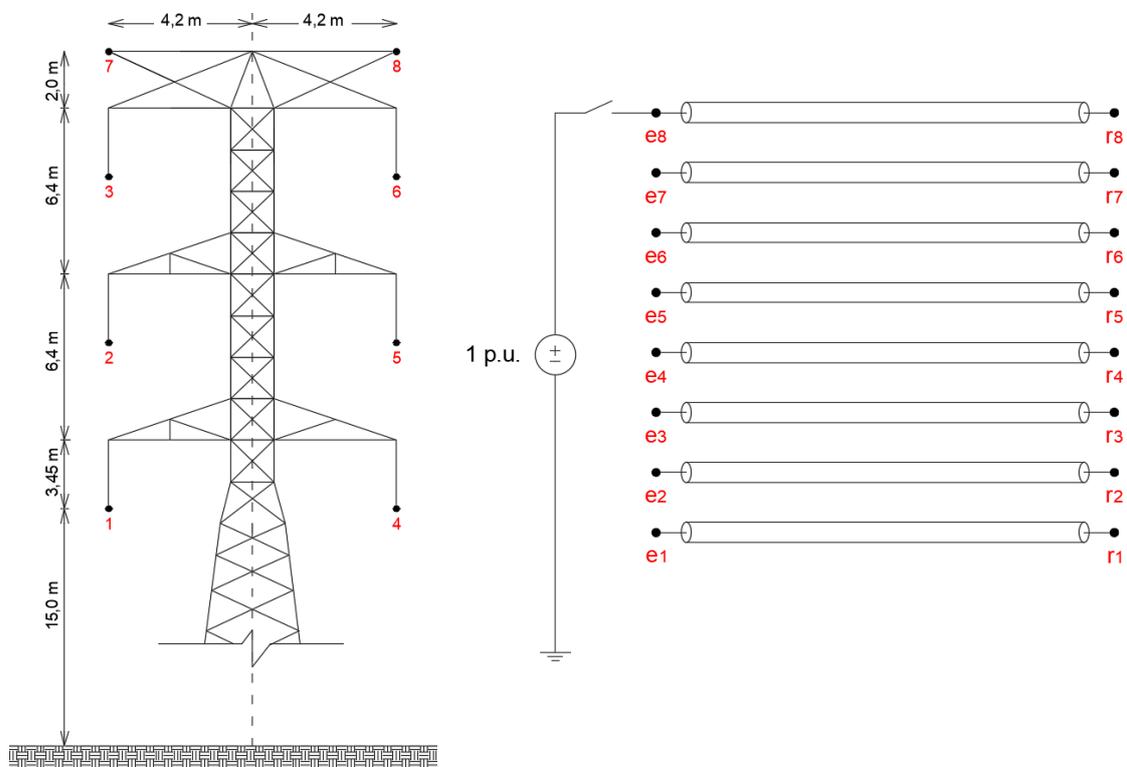


Figura 3.11 – Circuito de energização de uma linha de transmissão de circuito duplo.

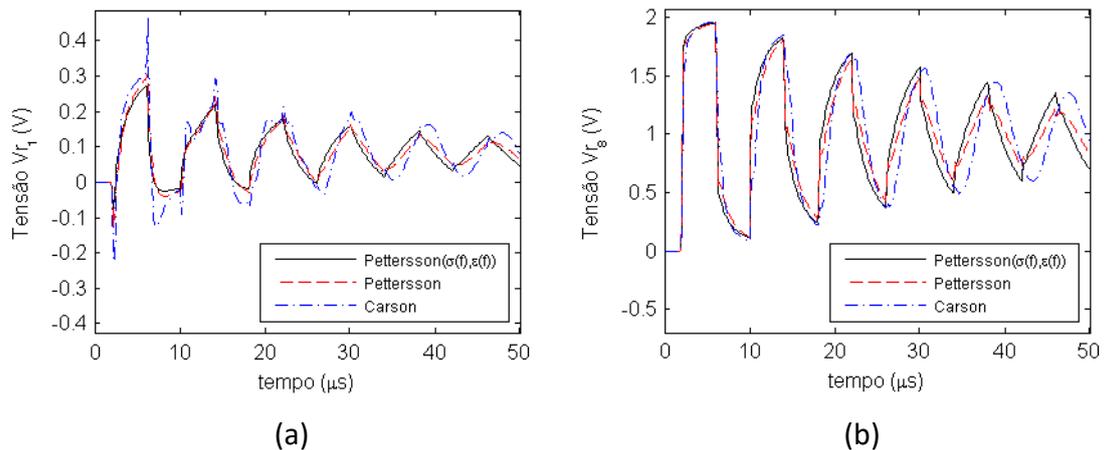


Figura 3.12 – Tensões desenvolvidas nos terminais da linha de transmissão da Figura 3.11 para o solo de resistividade de  $10.000 \Omega.m$ . (a) Tensão desenvolvida no terminal receptor 1 (fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão). (b) Tensão desenvolvida no terminal receptor 8 (ponto de aplicação do degrau de tensão).

As tensões calculadas para as configurações típicas de linha de transmissão reforçam os resultados encontrados para a LT Simétrica (configuração didática). Comparando as tensões, determinadas para o solo de  $10.000 \Omega.m$ , nota-se diferenças entre as curvas obtidas a partir das formulações de Pettersson considerando (linha contínua em preto), ou não (linha tracejada em vermelho). Apesar de existentes, as citadas discrepâncias não são muito grandes.

Os maiores desvios são observados com relação ao modelo obtido a partir da formulação de Carson (curvas tracejadas em azul). Considerando a tensão no terminal receptor do cabo em que o degrau de tensão é aplicado, observa-se que as formas de onda apresentam uma frequência de oscilação menor, em comparação às demais formas de onda. Adicionalmente, a constante de atenuação obtida com o uso da aproximação de Carson é menor do que aquelas calculadas considerando a formulação de Pettersson até cerca de 1 MHz, o que explica o comportamento na cauda das formas de onda.

Ainda, observa-se que as diferenças entre os resultados obtidos pelo uso da aproximação de Carson e formulação de Pettersson são mais expressivas para as formas de onda das tensões induzidas. Esse resultado indica que nos casos em que o cálculo de tensões induzidas for de maior importância, cuidado adicional deve ser levado em conta na modelagem do efeito do solo, especialmente no caso de resistividades mais elevadas.

### 3.4.2 Caso 2

Nesta seção são avaliados os resultados das tensões terminais para a tipologia diferente de circuito detalhada na Figura 3.13.

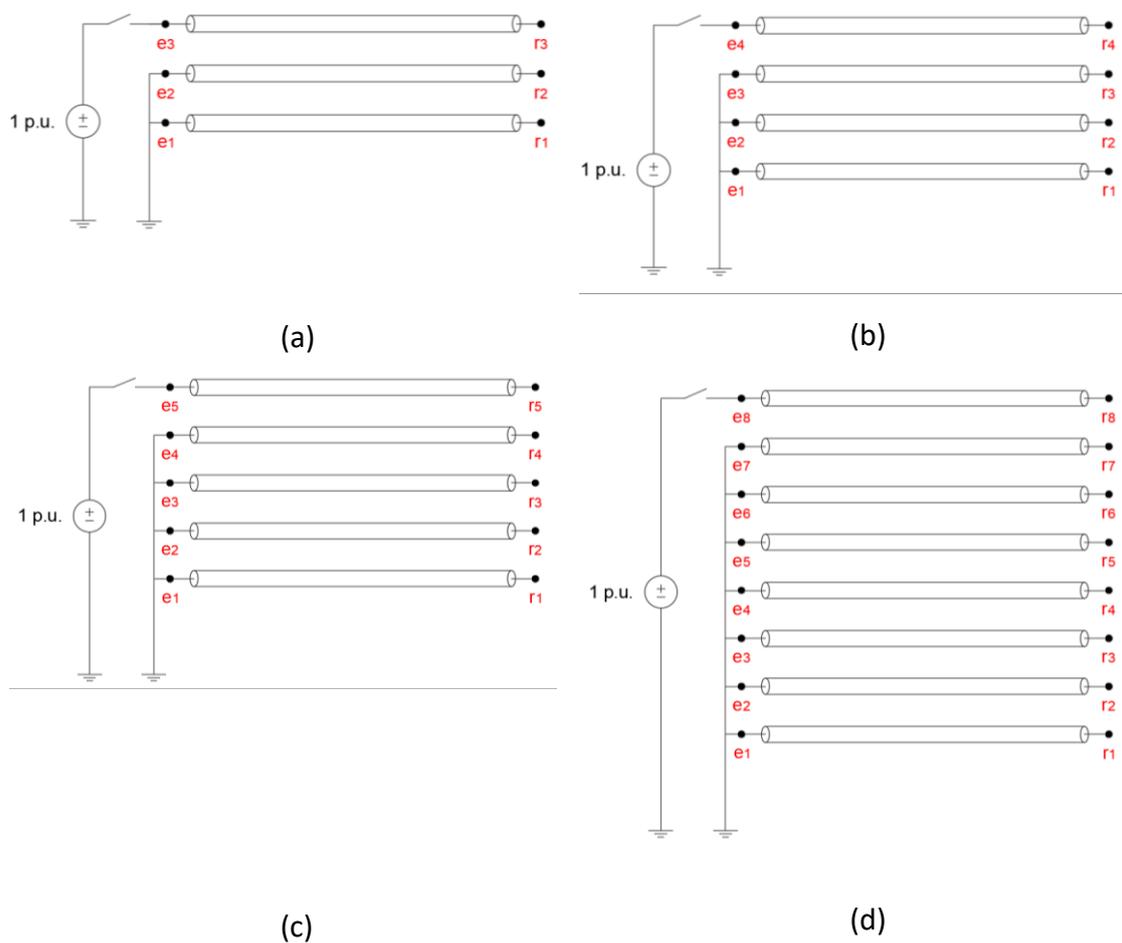


Figura 3.13 – Circuitos da energização de linhas polifásicas. (a) LT Simétrica. (b) LT Triangular. (c) LT Horizontal. (d) LT Circuito Duplo.

A Figura 3.14 apresenta, para cada configuração de linha analisada, as tensões desenvolvidas no terminal receptor da fase mais afastada do ponto de aplicação do degrau de tensão.

Os gráficos da Figura 3.14 mostram diferenças entre os resultados obtidos para os diferentes modelos simulados. Assim como na seção 3.4.1, duas análises devem ser feitas. Uma com relação ao impacto da representação do solo e outra quanto às simplificações assumidas por Carson.

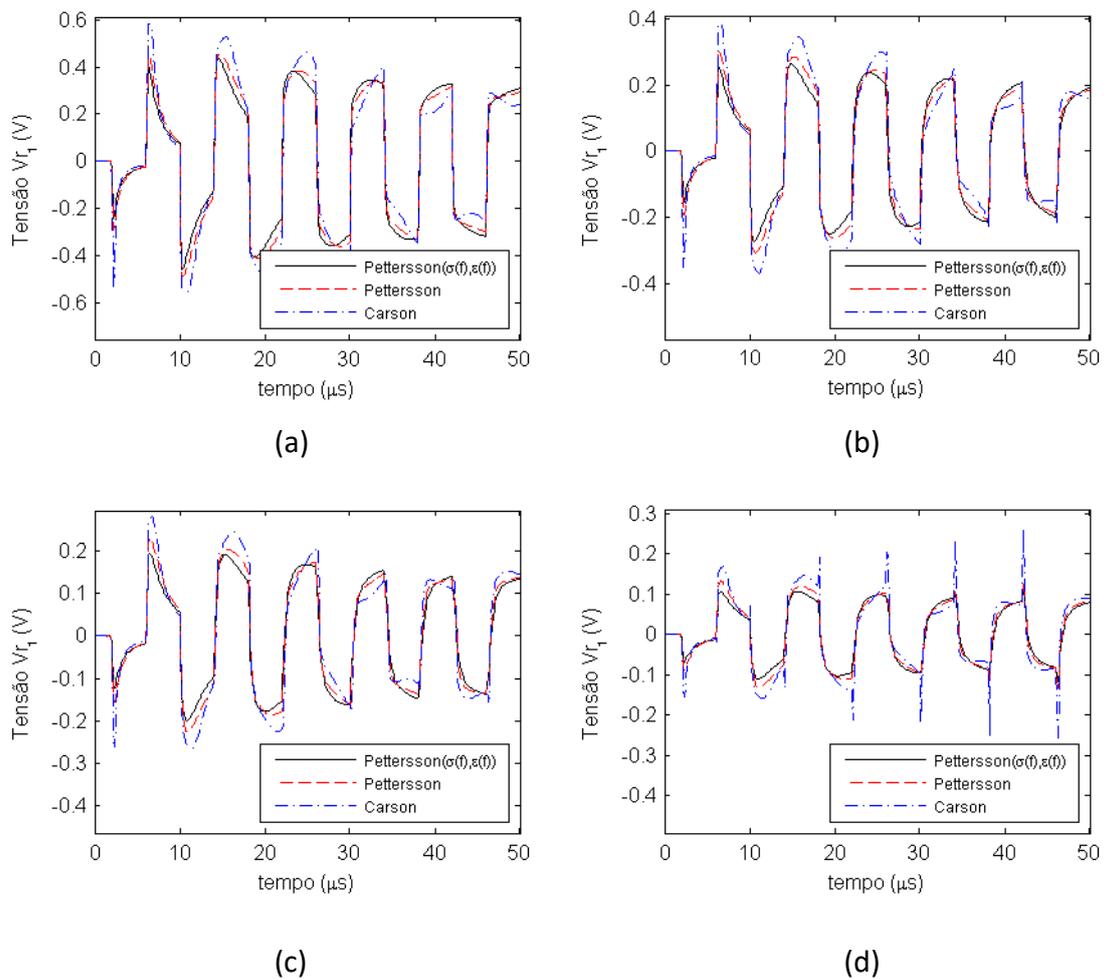


Figura 3.14 – Tensão desenvolvida no terminal receptor da fase mais afastada do ponto de injeção do degrau unitário de tensão, considerando o solo de  $10.000 \Omega \cdot m$ . (a) LT Simétrica (b) LT Triangular (c) LT Horizontal (d) LT Circuito Duplo.

As tensões induzidas, calculadas para hipótese de parâmetros dependentes da frequência, são menores que as tensões considerando os parâmetros do solo constante. Novamente, apesar de existentes, os desvios entre os modelos de Pettersson não são muito elevados, sendo as maiores diferenças observadas para o modelo de Carson.

A Figura 3.15 apresenta, para cada configuração de linha analisada, as tensões desenvolvidas no terminal receptor do condutor no qual é aplicado o degrau de tensão.

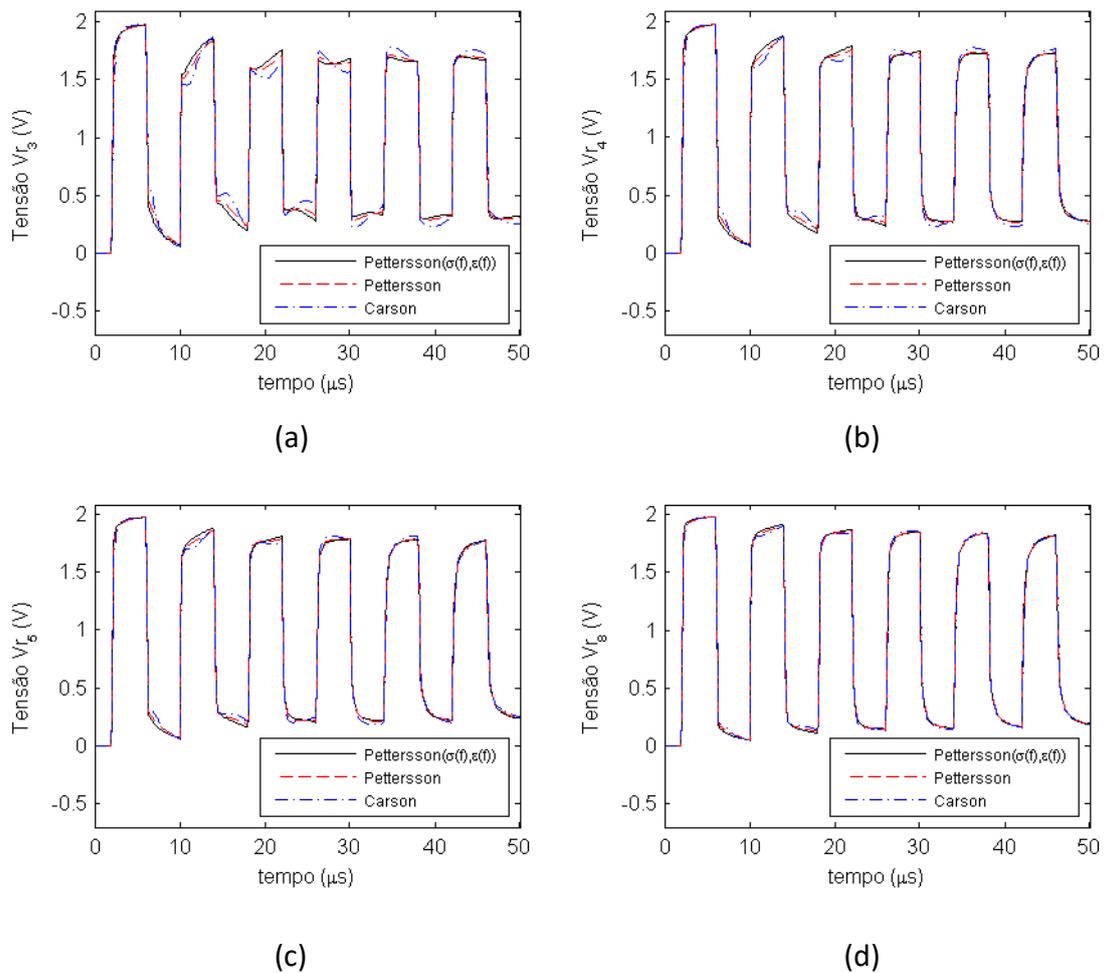


Figura 3.15 – Tensão desenvolvida no terminal receptor 3 (condutor energizado) da linha de transmissão da Figura 3.13 – (a). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$ . (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

Os gráficos da Figura 3.15 apresentam resultados similares para os diferentes modelos simulados, sendo observados os maiores desvios para a LT Simétrica.

Na seção 3.4.1, os terminais emissores dos circuitos simulados são considerados abertos, com exceção dos condutores energizados. No entanto, nesta seção esses terminais são aterrados. Essa diferença entre os circuitos de energização modifica a dinâmica de propagação das ondas ao longo dos condutores e as diferenças entre os modelos são minimizadas.

Nos gráficos da Figura 3.14 são verificadas diferenças entre os resultados mesmo com os terminais emissores não energizados aterrados, porém, nestes casos, deve-se considerar que as tensões são geradas por indução eletromagnética. Com isso, a alteração do comportamento das tensões no terminal induzido indica valores diferentes entre os elementos mútuos da admitância nodal dos modelos simulados.

### **3.5 Considerações finais**

No domínio de Laplace, plano- $s$ , a variação dos parâmetros das linhas de transmissão com a frequência é representada de forma direta, sem aproximações e os resultados no domínio do tempo podem ser obtidos a partir da transformada de Laplace inversa. Assim, a modelagem direta no domínio da frequência é uma alternativa interessante para o cálculo de transitórios eletromagnéticos.

O modelo para representação da dependência dos parâmetros elétricos do solo, como proposto originalmente por Alípio e Visacro em [67], não é viável de se utilizar no domínio de Laplace, pois as expressões são formuladas em termos da frequência  $f$  enquanto que no domínio de Laplace há a necessidade de considerar a variável complexa  $s$ . No entanto, como mostrado na seção 3.2, o modelo de Alípio e Visacro pode ser modificado por meio da teoria de ajuste vetorial para ser incorporada na análise de transitórios no domínio da frequência utilizando a transformada de Laplace.

Como esperado, para o solo de  $100 \Omega\text{m}$ , as três possibilidades de modelagem levam a resultados muito similares, para ambas as configurações de linha e terminais em que a tensão é calculada. Para o solo de  $10.000 \Omega\text{m}$ , nota-se que as formas de onda obtidas para a formulação de Pettersson são similares para as duas hipóteses de modelagem do solo, parâmetros elétricos constantes e dependentes da frequência. Por outro lado, esses resultados diferem daqueles obtidos pelo uso da aproximação de Carson.

Considerando a tensão no terminal receptor do cabo em que o degrau de tensão é aplicado, observa-se que as formas de onda associadas ao uso da aproximação de Carson são menos atenuadas e apresentam uma frequência de oscilação menor, em comparação às demais formas de onda. Essa observação é consistente com os resultados do Capítulo 2, que mostra que a velocidade de fase considerando a aproximação de Carson tende à velocidade da luz para frequências superiores, em comparação à formulação de Pettersson. Adicionalmente, a constante de atenuação obtida com o uso da aproximação de Carson é menor do que aquelas calculadas considerando a formulação de Pettersson até cerca de 1 MHz, o que explica o comportamento na cauda das formas de onda.

Para a faixa de frequência entre 1 MHz – 10 MHz, os gráficos do Capítulo 2 indicam que a constante de atenuação da aproximação de Carson não consegue capturar todos os fenômenos físicos existentes na propagação das ondas na linha de transmissão e, por isso, a constante de atenuação torna-se maior com aumento da frequência. Essa discussão é feita na Figura 3.6, demonstrando que as sobretensões para o modelo de Pettersson são superiores às calculadas para o modelo de Carson para os casos em que as componentes de altíssima frequência do sinal alcançam os terminais de uma linha.

As observações anteriores também são válidas para as tensões induzidas nos terminais receptores. Ainda, observa-se que as diferenças entre os resultados obtidos pelo uso da aproximação de Carson e formulação de Pettersson são mais expressivas para as formas de onda das tensões induzidas. Esse resultado indica que nos casos em que o cálculo de tensões induzidas for de maior importância, cuidado adicional deve ser levado em conta na modelagem do efeito do solo, especialmente no caso de resistividades mais elevadas.

---

## 4 Sobretensões geradas em linhas de transmissão por descargas atmosféricas

---

Um aspecto importante envolvendo fenômenos transitórios diz respeito à operação do sistema elétrico. O objetivo é certificar que não ocorrerão falhas nos sistemas que levem à sua interrupção prejudicando inúmeros consumidores. Para isso, são elaborados estudos para análise de possíveis falhas antes de sua ocorrência, entendendo suas causas, de modo a encontrar meios de mitigá-las durante a operação [10], [13], [89].

Neste capítulo é feita uma avaliação do impacto da representação do solo na modelagem da linha de transmissão para o cálculo de sobretensões atmosféricas. Os circuitos são elaborados e simulados no *software* ATP. Apesar dos modelos existentes, inclusive o modelo proposto por J. Marti [18] (amplamente utilizado por engenheiros e pesquisadores) nas simulações são incluídos modelos de linhas de transmissão mais complexos, elaborados considerando também as correntes de deslocamento no solo, correção da admitância transversal e a dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência.

### 4.1 Circuito de transmissão

Um circuito de transmissão adotado para o cálculo de sobretensão atmosférica, geralmente, é composto pelos condutores, estruturas metálicas e aterramentos das linhas, bem como pela corrente de descarga. A seguir é feita discussão sobre os elementos do circuito de transmissão, citados anteriormente, que foram considerados nos cálculos de sobretensão atmosférica.

#### 4.1.1 Representação da descarga atmosférica

As descargas atmosféricas podem ser definidas, de forma simplificada, como descargas elétricas transitórias de curta duração com uma alta corrente associada, e que seu canal, usualmente, pode atingir quilômetros de extensão. Adicionalmente, as descargas são classificadas quanto à sua polaridade e propagação do canal precursor [90].

Em grande parte dos estudos envolvendo desempenho dos sistemas elétricos é considerada a incidência de uma descarga atmosférica nuvem-solo, negativa e descendente. Isso decorre da estimativa de que, 90% do total de descargas entre nuvem e solo, refere-se a ocorrências dessa natureza [90].

No estudo de sobretensões atmosféricas em linhas de transmissão, a descarga atmosférica pode ser modelada por uma fonte de corrente em paralelo com um elemento concentrado resistivo. Na literatura há diversas formas de onda de corrente para modelar essa descarga [15]; as mais utilizadas são listadas a seguir: triangular [91], dupla exponencial [92],[93], rampa com degrau [94], soma de funções de Heidler [95]-[97] e funções exponenciais complexas [98].

Outro aspecto relevante refere-se às medições dos parâmetros das descargas atmosféricas em diversas regiões do mundo por torres instrumentadas. Dentre essas, podem ser citadas as medições realizadas no Monte San Salvatore localizado na Suíça e no Morro do Cachimbo localizado em Belo Horizonte/Brasil [15].

Os parâmetros das medições no Monte San Salvatore, na Suíça, são referências para o estudo de desempenho em linhas de transmissão e, por isso, são considerados nos cálculos de sobretensões atmosféricas aqui apresentados. Apesar de não considerados, cabe mencionar que os parâmetros das medições da estação do Morro do Cachimbo são adotados em diversas pesquisas na área de cálculo de sobretensão atmosférica, por melhor caracterizar a realidade brasileira [15].

No cálculo da sobretensão são consideradas as formas de onda de corrente representativas de primeiras descargas de retorno e descargas subsequentes medianas, Figura 4.1, modeladas a partir de funções Heidler e considerando os registros de medição do Monte San Salvatore, em paralelo com uma resistência de  $1500 \Omega$  que representa de forma simplificada o efeito do canal de descarga [15],[99]. Maiores detalhes podem ser encontrados em [97].

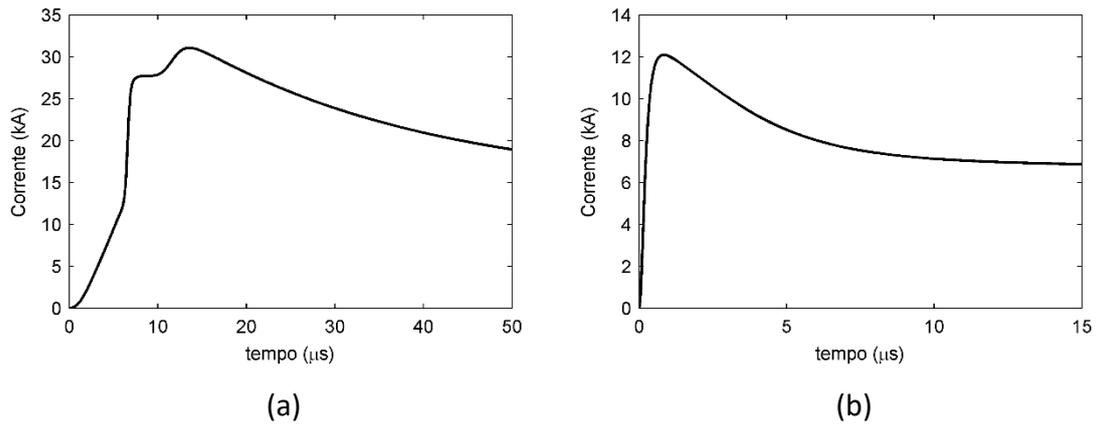


Figura 4.1 – Formas de onda de corrente utilizadas para representar as descargas atmosféricas medidas na estação meteorológica do Monte San Salvatore. (a) Primeira descarga de retorno mediana. (b) Descarga subsequente mediana.

#### 4.1.2 Estruturas metálicas

As estruturas das linhas de transmissão aéreas são elementos de sustentação mecânica dos cabos condutores e para-raios e responsáveis pela manutenção das distâncias de segurança entre os cabos e os obstáculos (incluindo o solo). Essas estruturas podem ser de madeira, concreto armado ou metálica, sendo que para os casos de classe de tensão mais elevada as torres metálicas são as mais utilizadas [100].

Nos estudos de transitórios envolvendo descargas atmosféricas é prática comum simplificar a representação das torres metálicas treliçadas por uma linha de transmissão sem perdas a partir de uma impedância de surto e tempo de viagem da onda [2], [90], [101].

Essa modelagem é a mesma adotada na rotina Flash<sup>9</sup> desenvolvida pelo *Institute of Electric and Electronic Engineers* (IEEE). Vale observar que essa rotina é bastante utilizada em projetos de linha de transmissão, inclusive nos projetos elaborados no Brasil.

---

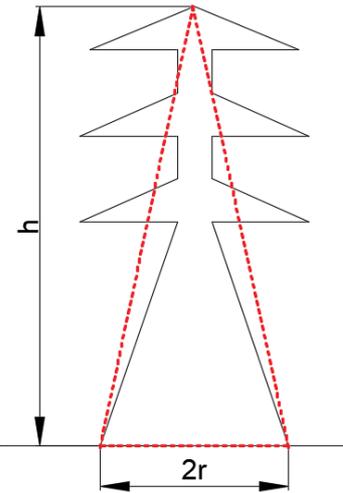
<sup>9</sup> Pacote computacional amplamente utilizado para estudar e analisar o desempenho de linhas de transmissão, originalmente desenvolvido pelo *Institute of Electric and Electronic Engineers* (IEEE) [94].

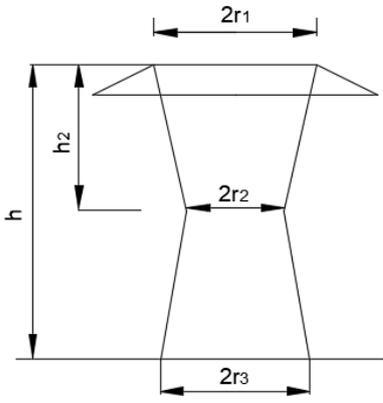
O modelo descrito acima trata-se de uma representação bastante simplificada do comportamento real das torres frente às descargas atmosféricas. Uma representação mais precisa requer um modelo variante na frequência calculado a partir das equações de Maxwell e que considere sua forma geométrica e reticulado estrutural. Como alternativa a uma representação mais rigorosa, pode-se representar cada trecho do corpo da estrutura e cada um dos seus braços por linhas de transmissão de parâmetros distribuídos sem perdas, conectadas mutuamente nos seus pontos de união, tendo uma impedância igual à impedância característica do trecho ou corpo avaliado [2].

Uma vez que o foco dessa pesquisa é a avaliação dos modelos de linhas de transmissão, as estruturas são modeladas a partir de uma linha de transmissão sem perdas cuja impedância de surto é calculada aproximando a geometria das torres por formas geométricas simples.

A Tabela 4.1 resume as informações e cálculos para a modelagem das estruturas metálicas consideradas nos cálculos de sobretensão.

Tabela 4.1 – Modelagem das estruturas metálicas

Estrutura metálica	Impedância de surto	Tempo de trânsito
<p>- Silhueta: Figura 7.2 do Apêndice A            - Modelo simplificado ([12], [101]):</p> 	$Z_T = 60 \times \ln \left[ \sqrt{2} \left( \sqrt{\left(\frac{h}{r}\right)^2 + 1} \right) \right]$ $Z_T = 60 \times \ln \left[ \sqrt{2} \left( \sqrt{\left(\frac{40}{3,5}\right)^2 + 1} \right) \right]$ $Z_T = 167,2 \Omega$	$t_t = \frac{h}{c}$ $t_t = \frac{40}{3 \times 10^8}$ $t_t = 0,133 \mu s$ <p>([12], [101])</p>

Estrutura metálica	Impedância de surto	Tempo de trânsito
<p>- Silhueta: Figura 7.3 do Apêndice A - Modelo simplificado ([12], [101]):</p> 	$h = h_1 + h_2 = 18,75 + 11,25 = 30,0 \text{ m}$ $r = \frac{r_1 h_2 + r_2 h + r_3 h_1}{h}$ $r = \frac{4,5 \times 11,25 + 1 \times 30 + 3,5 \times 18,75}{30}$ $r = 4,875 \text{ m}$ $\beta = \frac{\text{tg}^{-1}(4,875/30)}{2}$ $Z_T = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \times 60 \times \{\ln[\cot(\beta)] - \ln(\sqrt{2})\}$ $Z_T = 115,4 \Omega$	$t_t = \frac{h}{0,85 \times c}$ $t_t = \frac{30}{0,85 \times 3 \times 10^8}$ $t_t = 0,118 \mu\text{s}$ <p>([12], [101])</p>

### 4.1.3 Aterramento elétrico das torres

O sistema de aterramento de uma estrutura é um componente de extrema importância na determinação das sobretensões atmosféricas. Quando solicitado por descargas atmosféricas, o aterramento apresenta uma resposta singular que é diferente da observada frente às correntes de baixa frequência [15].

A corrente injetada nos eletrodos de um sistema de aterramento é parcialmente dissipada para o solo e parcialmente transferida para o comprimento restante. Essa corrente pode ser dividida em duas componentes, uma longitudinal e outra transversal. Relacionado à parcela longitudinal são observadas perdas internas ao condutor e um campo magnético é estabelecido na região em volta dos caminhos de corrente. No caso da parcela transversal, o campo elétrico presente no solo, meio de resistividade e de permissividade diferentes de zero, gera correntes capacitivas e condutivas. Assim, em termos de circuito equivalente, a soma das energias correspondentes à componente longitudinal pode ser feita por meio de uma resistência e uma indutância em série e a energia associada ao fluxo das correntes transversais pode ser contabilizada por meio de condutâncias e capacitâncias [102]-[104].

No domínio da frequência, o sistema de aterramento pode ser representado, de forma rigorosa, por meio de uma impedância complexa. Essa impedância depende basicamente da geometria do aterramento e das características eletromagnéticas do solo [102]-[104] e pode ser obtida, por exemplo, pela aplicação de modelos baseados na solução direta das equações de campo.

Na elaboração do circuito de transmissão, adota-se o aterramento é modelado por uma resistência concentrada com valor igual à impedância impulsiva de aterramento. De acordo com [105]-[107], essa representação leva a resultados de sobretensão, considerando a frente da onda, muito próximos daqueles que seriam obtidos considerando a representação do aterramento por sua impedância complexa.

Portanto, na elaboração dos circuitos de transmissão, é considerada uma resistência concentrada. Como critério de escolha da impedância impulsiva, considerou-se o valor de  $20 \Omega$ , que é usualmente adotado em projetos de linhas de transmissão no Brasil.

#### 4.1.4 Linhas de transmissão aéreas

Na rotina *FLASH* do IEEE, as linhas de transmissão são representadas de forma simplificada, como um elemento sem perdas, por meio de uma impedância de surto. Apesar de amplamente utilizada, a simplificação por impedância de surto não considera a real variação dos parâmetros da linha ao longo da faixa de frequência representativa da perturbação [2].

Nas simulações em programas de transitórios eletromagnéticos, como é o caso do EMTP/ATP, há a possibilidade de se adotar os modelos já implementados. Dentre os modelos disponíveis neste *software*, destaca-se o modelo proposto por J. Marti que, como já discutido nesta dissertação, apresenta bons resultados para os casos nos quais o sistema é equilibrado e a linha de transmissão é simétrica. Por outro lado, esse modelo, como usualmente implementado em plataformas de cálculo de transitórios, também apresenta restrições para solos de resistividade elevada, uma vez que considera as formulações propostas por Carson [52].

Como mencionado anteriormente, a formulação clássica de Carson, supõe a corrente de condução no solo muito superior à de deslocamento e despreza a variação dos

parâmetros do solo com a frequência. Essas suposições podem levar a erros no caso de solos de elevada resistividade e aplicações que envolvam altas frequências como, por exemplo, transitórios oriundos da incidência de descargas atmosféricas em linhas de transmissão.

Como alternativa aos modelos existentes no EMTP/ATP, pode-se representar as linhas de transmissão por blocos de circuitos RLC equivalentes ajustados de forma a apresentar uma resposta em frequência similar à admitância nodal. Por se tratar de uma parte importante deste trabalho, na seção 4.2, a seguir, é discutido o uso da técnica de ajuste vetorial para obtenção de modelos de linhas de transmissão.

As ondas viajantes, geradas pela incidência de uma descarga atmosférica na linha de transmissão, são modificadas por fenômenos de propagação, isto é, são refletidas e transmitidas nos pontos de descontinuidade. Tendo em vista a duração do fenômeno, conteúdo de frequências e dinâmica de propagação, a solicitação por descarga atmosférica ocorre em uma porção da linha de transmissão próxima ao ponto de incidência. Sendo assim, nos cálculos de sobretensão atmosférica justifica-se adotar uma modelagem mais detalhada da linha de transmissão apenas para os vãos localizados próximos ao ponto de injeção de corrente.

Na elaboração dos circuitos de transmissão são considerados os modelos indicados na Tabela 4.2 para representar quatro vãos próximos ao ponto de incidência da descarga atmosférica.

Tabela 4.2 – Modelos considerados no ATP para os vãos próximos ao ponto de incidência da descarga atmosférica

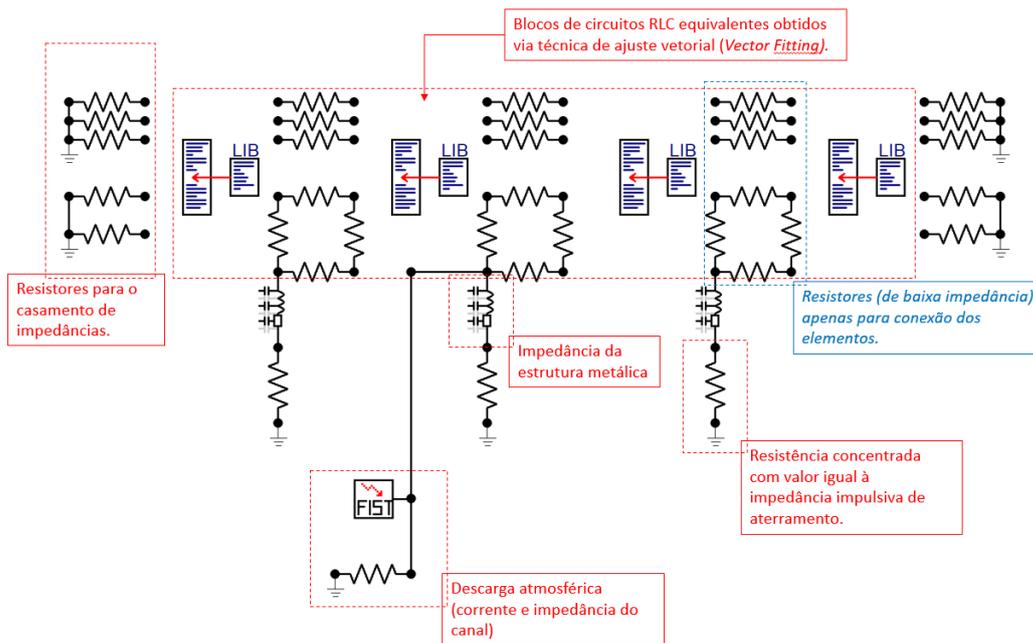
<b>Cálculo dos parâmetros</b>	<b>Parâmetros elétricos do solo</b>	<b>Representação no ATP</b>
Carson [52]	Invariantes com a frequência	Rotina LCC considerando o modelo J. Marti [18]
Pettersson [17]	Invariantes com a frequência	Circuitos RLC equivalentes obtidos via técnica de ajuste vetorial <i>Vector Fitting</i>
Pettersson [17]	Modelo proposto por Alípio e Visacro [67]	Circuitos RLC equivalentes obtidos via técnica de ajuste vetorial <i>Vector Fitting</i>

Após os vãos adjacentes, modelados como indicado na Tabela 4.2, são conectados resistores em cada um dos cabos de modo a fazer o casamento de impedâncias para representar o comprimento de linha não simulado. Os valores dos resistores são calculados de acordo com equação (4.1) [90], expressão da impedância de surto para simplificação de linhas sem perdas.

$$Z_s = 60 \times \ln\left(\frac{4h_m}{d}\right) \quad (4.1)$$

onde  $Z_s$  é a impedância de cada cabo,  $h_m$  é a altura média do cabo em relação ao solo e  $d$  o diâmetro do cabo.

Finalmente, para um melhor entendimento da modelagem adotada, na Figura 4.2 são mostrados exemplos de circuitos de transmissão simulados no ATP.



(a)

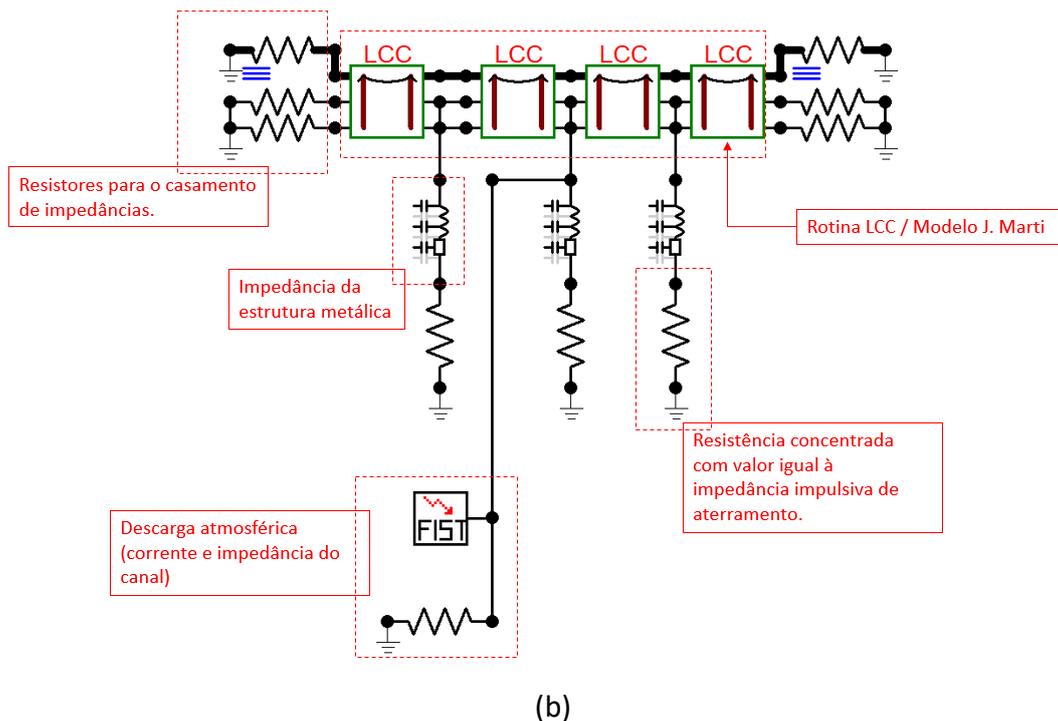


Figura 4.2 – Circuitos de transmissão para simulação no ATPDraw. (a) Circuito elaborado considerando a inclusão dos modelos não disponíveis na plataforma. (b) Circuito elaborado considerando o modelo J. Marti disponível na rotina LCC.

## 4.2 Síntese da matriz de admitância nodal via ajuste vetorial

Na avaliação da propagação de ondas de tensão e corrente em linhas de transmissão aéreas é importante ter em conta o efeito do solo, incluindo o efeito de dependência da frequência da condutividade e permissividade do solo.

No entanto, a maior parte dos programas do tipo EMTP/ATP computa o efeito do solo pelo uso da formulação clássica de Carson, que supõe a corrente de condução no solo muito superior à de deslocamento e despreza a variação dos parâmetros do solo com a frequência. Essas suposições podem levar a erros no caso de solos de elevada resistividade e aplicações que envolvam altas frequências como, por exemplo, transitórios oriundos da incidência de descargas atmosféricas em linhas de transmissão.

Uma alternativa viável, é a implementação de métodos mais robustos, no domínio da frequência, que consideram adequadamente os efeitos do solo. Os modelos determinados no domínio da frequência podem ser inseridos no ATP por meio de blocos de circuitos RLC equivalentes obtidos a partir do uso da técnica de ajuste vetorial.

Os blocos de circuitos equivalentes são determinados a partir da síntese direta da admitância nodal da linha de transmissão, com o objetivo de se obter um modelo no domínio das fases, evitando a transição para o domínio nodal.

#### 4.2.1 Método de ajuste vetorial (*Vector Fitting*)

A matriz nodal de uma linha de transmissão, calculada em um conjunto discreto de frequências  $s_k$ , pode ser ajustada em um modelo racional passivo e com polos estáveis. Uma alternativa para se obter esse modelo é a técnica matemática conhecida como ajuste vetorial (*Vector Fitting*) [15], [108].

A técnica de ajuste vetorial, originalmente proposta em [109], se baseia em realocar de forma iterativa um conjunto inicial de polos até melhores valores, de modo a resolver um sistema de equações lineares pelo método de Mínimos Quadrados [108], [109].

A resposta em frequência deve ser aproximada por uma série de funções racionais, e os modelos resultantes são expressos em termos de polos, resíduos e coeficientes, de acordo com a equação (4.2).

$$G(s) \cong \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_k}{s - p_k} + d + s \cdot e \quad (4.2)$$

onde  $N_p$  é o número de polos da aproximação que deve ser no máximo igual ao número de pontos  $n$ ,  $r_k$  são os resíduos,  $p_k$  são os polos e  $d$  e  $e$  são números reais.

Com objetivo de contornar o fato de ser um problema não linear com incógnitas no denominador, a solução pode ser obtida em duas etapas lineares: (i) identificação/ajuste dos polos e (ii) determinação dos resíduos [108], [109].

A metodologia do método de ajuste vetorial, modificações e melhorias implementadas para sua utilização em estudos de transitórios eletromagnéticos são detalhadas em [109]-[114]. Além disso, as rotinas computacionais de realocação de polos, imposição da passividade e geração de circuitos equivalentes compatíveis com plataformas do tipo EMT são de domínio público e se encontram implementadas em MATLAB [115],[116].

### 4.2.2 Verificação da passividade

O método de ajuste vetorial permite que os elementos de uma Matriz de Transferência, admitância nodal no caso de linhas de transmissão, sejam ajustados por meio de frações parciais estritamente próprias, próprias ou impróprias [2], [108].

A partir do ajuste racional da matriz de admitância nodal é possível sintetizar circuitos equivalentes para modelagem no domínio do tempo. Para isso, o sistema deve ser passivo, ou seja, a potência absorvida, para todas as frequências, deve ser positiva para qualquer tensão [2], [108]. O processo de imposição da passividade foi introduzido por Gustavsen e Semlyen em 2001, conforme [111]. Posteriormente, esse processo tornou-se público com a publicação da rotina computacional descrita em [115].

Neste trabalho adota-se a rotina computacional denominada *RPdriver* para impor a passividade do modelo ajustado. Nessa rotina, a imposição da passividade é feita perturbando os elementos  $r$ ,  $d$  e  $e$  da equação (4.4) nas bandas de frequência com violações de passividade [116].

### 4.2.3 Transformação de Modo Revelador

O processo de obter o modelo racional da matriz de admitância nodal não é uma tarefa fácil, tendo em vista que a essa matriz sumariza todas as características da linha de transmissão. Essa dificuldade, do ponto de vista matemático, é traduzida com uma combinação de autovalores com grandes diferenças de amplitude [15].

Quando adotada a técnica de aproximação racional é comum perder informações relacionadas à representação dos autovalores pequenos. Para prevenir este problema, uma solução é a aplicação de uma transformada denominada de Transformação de Modo Revelador (*Mode-Revealing Transformation* - MRT) [15].

De maneira sucinta, a transformação de Modo Revelador melhora a observabilidade dos pequenos autovalores. Para isso, usa-se uma matriz de transformação, que preserva as propriedades físicas de simetria, realismo, estabilidade, casualidade e passividade da matriz de admitância nodal, capaz de melhorar tal observabilidade no processo de ajuste [100].

Ao término do processo de obtenção da matriz de transformação MRT, é possível obter, a partir da equação (4.3), a matriz  $\bar{Y}_{fit}$ , cuja observabilidade dos autovalores pequenos é maior que da matriz original [15],[114],[117].

$$\bar{Y}_{fit} = Q^T \cdot Y_{fit} \cdot Q = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{\bar{R}_k}{s - p_k} + \bar{R}_0 + s \cdot \bar{R}_{-1} \quad (4.3)$$

Finalmente, o modelo racional da matriz de admitância nodal da linha é determinado por meio da Transformada de Modo Revelador inversa. Assim, o modelo final almejado é dado pela equação (4.4).

$$Y_{fit} = Q \cdot \bar{Y}_{fit} \cdot Q^T = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{Q \cdot \bar{R}_k \cdot Q^T}{s - p_k} + Q \cdot \bar{R}_0 \cdot Q^T + Q \cdot s \cdot \bar{R}_{-1} \cdot Q^T \quad (4.4)$$

#### 4.2.3.1 Exemplo

Para ilustrar o impacto do uso da Transformada de Modo Revelador na síntese da admitância nodal de linhas de transmissão, a Figura 4.3 compara o módulo da admitância nodal e a resposta em frequência dos modelos racionais considerando, ou não, o uso da transformada. Ademais, na Figura 4.4, também são comparados os autovalores calculados.

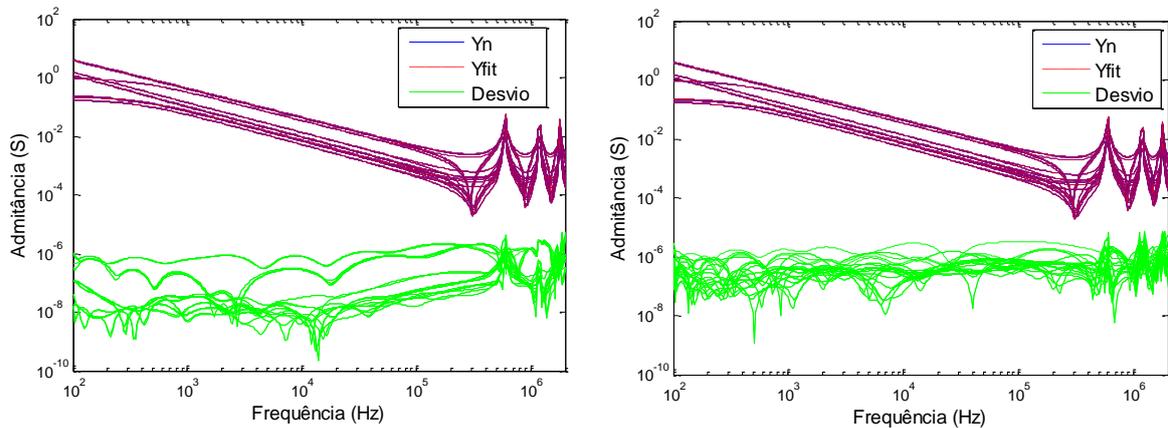


Figura 4.3 – Módulo de admitância nodal de um trecho de uma linha de transmissão triangular com três condutores e um para-raios. (a) Modelo racional usando a Transformada de Modo Revelador. (b) Modelo racional direto.

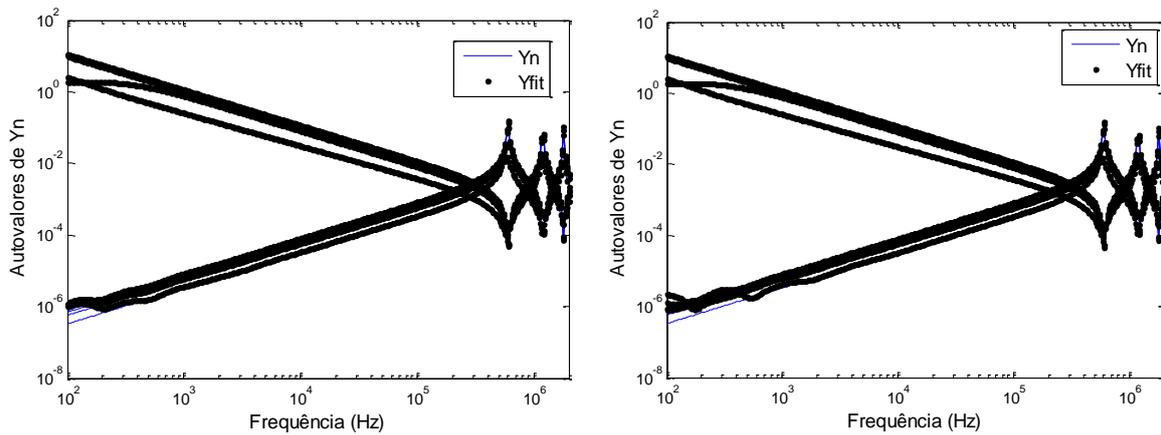


Figura 4.4 – Autovalores da admitância nodal de um trecho de uma linha de transmissão triangular com três condutores e um para-raios. (a) Modelo racional usando a Transformada de Modo Revelador. (b) Modelo racional direto.

As simulações do exemplo aqui proposto são conduzidas considerando os seguintes pontos: linha triangular com três cabos condutores e um cabo guarda (configuração estudada nos capítulos anteriores), formulação proposta por Pettersson e os parâmetros elétricos do solo dependentes com a frequência (com resistividade do solo em baixa frequência igual a  $1.000 \Omega \cdot m$ ).

Os gráficos da Figura 4.4 mostra, como esperado, uma melhora na observabilidade dos autovalores da matriz quando aplicada a Transformada de Modo Revelador.

Outro aspecto importante refere-se à ordem da aproximação. Quando utilizada a Transformada de Modo Revelador é possível obter um sistema estável com um maior número de polos, sendo possível alcançar uma maior concordância entre a admitância nodal da linha e admitância nodal ajustada via ajuste vetorial.

#### 4.2.3.2 Parâmetros adotados nas sínteses das linhas áreas

Para a inclusão dos modelos não disponíveis no ATP são utilizados blocos de circuitos RLC equivalentes determinados seguindo as seguintes etapas:

- calcula-se os parâmetros longitudinal e transversal da linha, considerando, ou não, os parâmetros do solo variantes na frequência;
- a partir de (1), calcula-se a matriz de admitância nodal;

- procede com o ajuste vetorial do comportamento dependente da frequência da matriz de admitância nodal, utilizando-se a técnica *Vector Fitting* modificada pela transformada de modo revelador.
- após a obtenção de um modelo racional da admitância nodal, é obtida a síntese por blocos de circuitos RLC.

Os parâmetros necessários para o ajuste vetorial são definidos de acordo com as resistividades do solo, faixa de frequência de interesse e características das linhas de transmissão. Em todos os casos simulados, a matriz de admitância nodal é ajustada pela equação (4.2) com os termos  $d$  e  $e$  iguais a zero, isto é, por uma matriz estritamente própria. Quanto ao número de polos, o valor varia entre 80 e 100, de acordo com as características da linha de transmissão.

#### 4.2.4 Síntese de Circuitos Equivalentes

A soma das funções racionais que representa o comportamento da admitância nodal da linha de transmissão no domínio da frequência pode ser representada por um circuito equivalente cujos parâmetros são determinados a partir das variáveis  $r_k$ ,  $p_k$ ,  $d$  e  $e$  determinadas via ajuste vetorial. Esse circuito representa de forma matemática as funções ajustadas.

Assim, os blocos RLCs equivalentes, ilustrado na Figura 4.5, garantem que o comportamento da admitância nodal no domínio da frequência seja trasladado ao domínio do tempo [2].

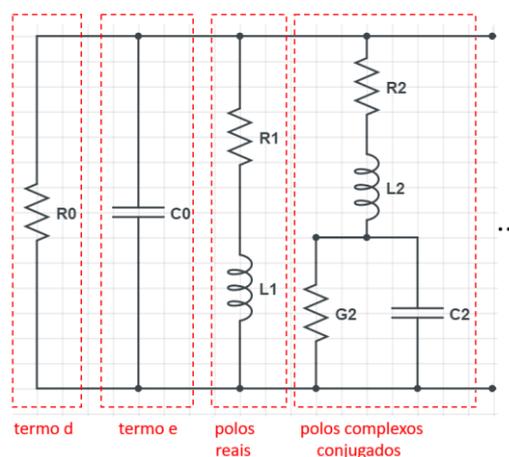


Figura 4.5 – Esquema de síntese por blocos RLC equivalentes. Adaptado de [2].

O circuito equivalente da Figura 4.5 é determinado de acordo com as seguintes premissas [2], [115]:

- os termos  $d$  e  $e$  representam uma condutância  $R_0^{-1}$  e capacitância  $C_0$ , respectivamente;
- frações com polos reais e resíduos positivos e reais são representados por um ramo formado pela associação série de um resistor e indutância;
- frações com pares de polos e resíduos complexos conjugados são representadas por um ramo RLC formado pela conexão série de ramo RC paralelo com um ramo RL série.

Os circuitos sintetizados devem ser armazenados em bibliotecas de ramos RLC com formato específico para ser introduzidos em simulações no EMTP/ATP [2].

#### **4.2.4.1 Verificação dos elementos sintetizados**

A correta modelagem e inclusão da linha de transmissão em simulações no EMTP/ATP pode ser verificada realizando uma amostragem no domínio da frequência, conhecida como "*Frequency Scan*".

Nesta seção, a varredura na frequência é apresentada apenas para resistividade de  $10.000 \Omega.m$ , tendo em conta que para essa resistividade são observadas as maiores diferenças entre os resultados.

Após a execução da varredura na frequência, o módulo da admitância nodal do circuito sintetizado é comparado com o módulo da admitância nodal calculado diretamente no domínio da frequência. Na Figura 4.6 considera-se a LT Triangular e na Figura 4.7 são apresentados os resultados obtidos para LT Horizontal.

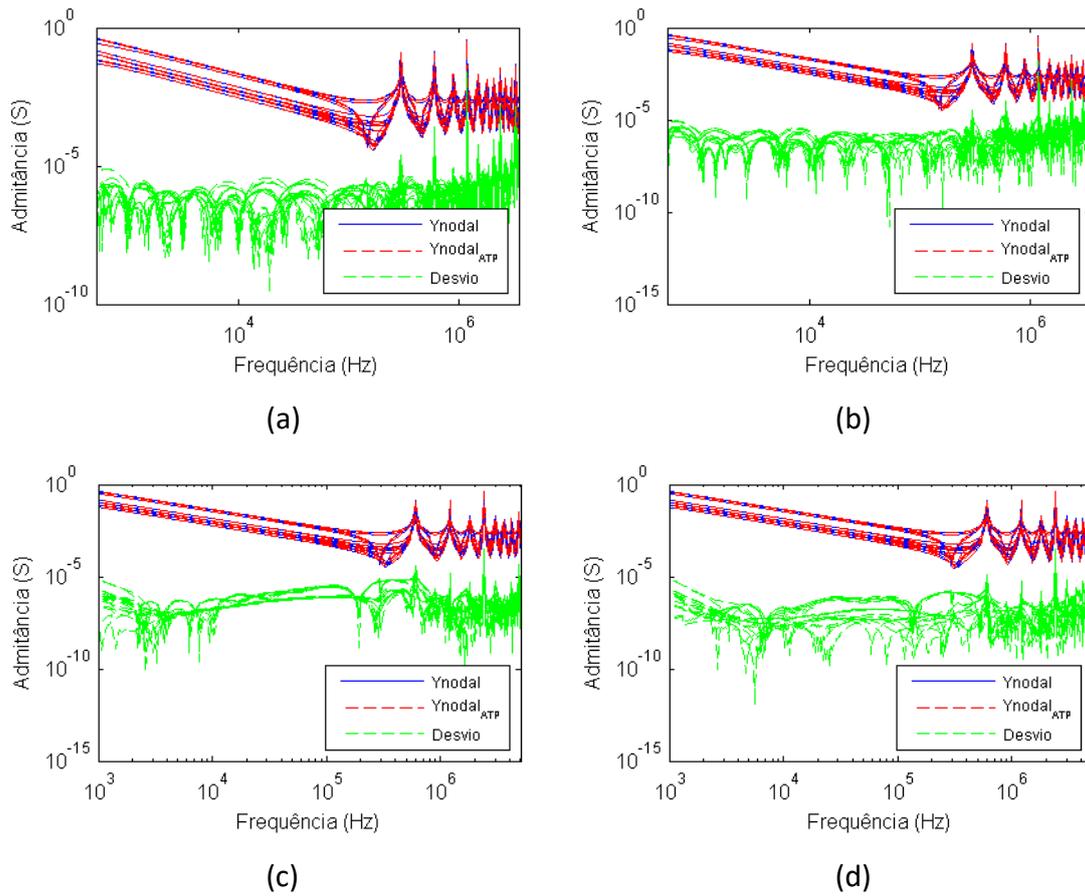
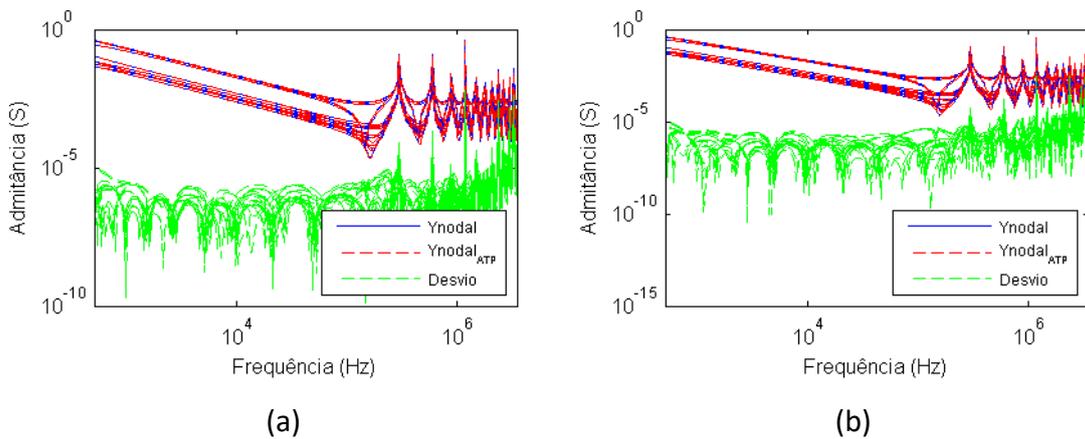


Figura 4.6 – Comparação na frequência entre o módulo da admitância nodal do circuito RLC sintetizado e o módulo da admitância nodal calculado diretamente no domínio da frequência. Resultados obtidos para a LT Triangular, considerando vãos de 500 m [(a) e (b)] e 250 m [(c) e (d)], bem como os parâmetros do solo constante [(a) e (c)] e variáveis [(b) e (d)] na frequência.



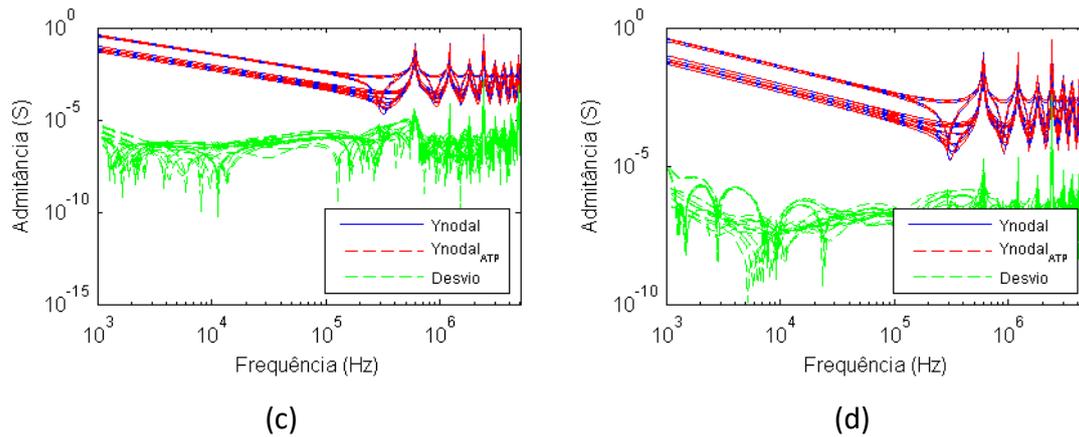


Figura 4.7 – Comparação na frequência entre o módulo da admitância nodal do circuito RLC sintetizado e o módulo da admitância nodal calculado diretamente no domínio da frequência. Resultados obtidos para a LT Horizontal, considerando vãos de 500 m [(a) e (b)] e 250 m [(c) e (d)], bem como os parâmetros do solo constante [(a) e (c)] e variáveis [(b) e (d)] na frequência.

Os gráficos mostram uma boa concordância entre os valores de admitância nodal ao longo da frequência, sendo os maiores desvios obtidos para as frequências acima de 1 MHz.

Nesse trabalho a aproximação da admitância nodal por funções racionais é feita considerando a técnica de ajuste vetorial modificada pela Transformada de Modo Revelador. Com isso, foi possível melhorar a observabilidade dos autovalores no processo de ajuste, bem como obter modelos passivos de ordem elevada. Por outro lado, por se tratar de modelos de ordem elevada, a abordagem aqui adotada requer um alto custo computacional, principalmente na etapa de imposição da passividade.

Como alternativa à aproximação direta da admitância nodal por funções racionais, pode-se adotar a técnica conhecida como “*Folded Line Equivalent*” [118]. Nessa formulação, decompõe-se a admitância nodal em termos da sua resposta em circuito aberto e curto-circuito e, depois disso, as matrizes resultantes são aproximadas, de forma independente, por funções racionais utilizando a técnica de ajuste vetorial.

Conforme apresentado nos itens anteriores, neste trabalho, considera apenas modelos obtidos a partir do ajuste direto da matriz de admitância nodal. Sendo assim, uma sugestão para trabalhos futuros é avaliação de outras abordagens de inclusão dos

modelos de linhas aqui estudados em programas de simulação de transitórios eletromagnéticos.

### 4.3 Resumo dos dados considerados na elaboração dos circuitos de transmissão

As informações consideradas na elaboração dos circuitos de transmissão são resumidas a seguir.

- Descarga atmosférica:
  - Forma de onda de corrente da primeira descarga de retorno mediana obtida a partir das medições no Monte San Salvatore [Figura 4.1–(a)];
  - Forma de onda de corrente da descarga subsequente mediana obtida a partir das medições no Monte San Salvatore [Figura 4.1–(b)].
- Aterramento elétrico: impedância impulsiva de  $20 \Omega$ , modelada como um elemento concentrado.
- Configuração da linha aérea (conforme item 1.3 e Apêndice A):
  - LT Triangular;
  - LT Horizontal.
- Estruturas metálicas (Tabela 4.1):
  - LT Triangular:  $Z_T = 167,2 \Omega$  e  $t_t = 0,133 \mu\text{s}$ ;
  - LT Horizontal:  $Z_T = 115,4 \Omega$  e  $t_t = 0,118 \mu\text{s}$ .
- Resistores para o casamento de impedância (Equação (4.1)):
  - LT Triangular:  $R_{condutor} = 464 \Omega$  e  $R_{cabo\ guarda} = 558 \Omega$ ;
  - LT Horizontal:  $R_{condutor} = 458 \Omega$  e  $R_{cabo\ guarda} = 551 \Omega$ .
- Vãos próximos ao ponto de incidência:
  - Modelos 1 e 2:
    - Denominação (legenda dos gráficos de resultados):
      - modelo 1: “Pettersson ( $\sigma(f)$ ,  $\epsilon(f)$ )”;
      - modelo 2: “Pettersson”;
    - parâmetros longitudinal e transversal por unidade de comprimento: considera as equações de Pettersson [17];

- representação do solo:
    - modelo 1: parâmetros elétricos variante com frequência de acordo com as equações propostas por Alípio e Visacro [67];
    - modelo 2: parâmetros elétricos invariantes na frequência.
  - representação no ATPDraw: blocos de circuito RLC equivalentes obtidos a partir do ajuste do comportamento da admitância nodal; o ajuste é feito utilizando a técnica de ajuste vetorial *Vector Fitting* modificada pela Transformação de Modo Revelador;
  - ajuste vetorial: os trechos de linha de transmissão são sintetizados considerando um modelo estritamente próprio com o número de polos variando entre 80 e 100, de acordo com o valor da resistividade;
- Modelo 3:
  - denominação adotada na legenda dos gráficos de resultados: “Carson + J. Marti”
  - representação no ATPDraw: modelo J. Marti [18] disponível na rotina LCC do ATP.
- Comprimento dos vãos próximos ao ponto de incidência:
  - quinhentos metros (500 m);
  - nos casos que considera a incidência no meio do vão são considerados dois vãos de duzentos e cinquenta metros (250 m) cada.
- Valores dos parâmetros do solo em baixas frequências (para simulações que consideram a variação dos parâmetros com a frequência usa-se o modelo proposto por [67]):
  - resistividades do solo de 100  $\Omega \cdot m$ , 3.000  $\Omega \cdot m$  e 10.000  $\Omega \cdot m$ .
  - permissividade elétrica do solo de  $5\epsilon_0 F/m$ .

## 4.4 Resultados

Nesta seção é feita uma avaliação da influência do modelo do solo nos cálculos de sobretensão geradas por descargas atmosféricas. Para isso, considera-se a variação dos parâmetros do circuito de transmissão apresentados na seção 4.3, com o objetivo de identificar quais são os casos nos quais o modelo do solo mais influencia os valores de sobretensão.

As sobretensões atmosféricas mostradas nos gráficos a seguir, tanto na cadeia de isoladores quanto no meio do vão, são calculadas considerando a Fase A, identificada na Tabela 4.3, para cada configuração de linha.

Tabela 4.3 – Altura média dos cabos da linha

<b>Linha de Transmissão</b>	<b>Cabos Condutores</b>	<b>Cabo Guarda</b>
LT Triangular	- Fase A = 15,0 m - Fase B = 16,8 m - Fase C = 18,6 m	- CG = 26,1 m
LT Horizontal	- Fase A = 15,0 m - Fase B = 15,0 m - Fase C = 15,0 m	- CG1 = 23,2 m - CG2 = 23,2 m

### 4.4.1 Incidência de descargas atmosférica no topo da estrutura metálica

No estudo de desempenho de linhas frente às descargas, a incidência no topo das estruturas metálicas é o caso de maior interesse. Isso se deve ao fato de que, normalmente, a sobretensão na cadeia de isoladores geradas pela incidência no meio do vão é menos severa que a sobretensão resultante quando da incidência na estrutura metálica [89].

A Figura 4.8 ilustra uma representação esquemática dos elementos do circuito de transmissão quando da incidência de uma descarga atmosférica no topo de uma estrutura metálica pertencente à linha de transmissão. Assim como mostrado na figura, nos cálculos são consideradas três estruturas, os respectivos sistemas de aterramento e os vãos adjacentes às torres.

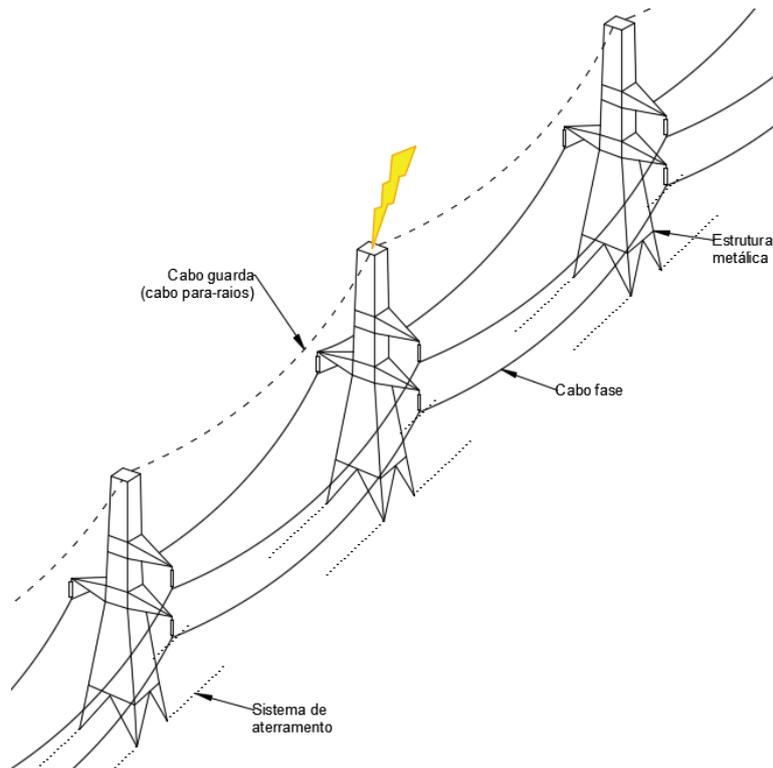


Figura 4.8 – Representação esquemática dos elementos do circuito de transmissão adotado no cálculo de sobretensão por incidência de uma descarga atmosférica no topo da estrutura metálica.

No caso do condutor energizado, a sobretensão resultante é dada pela soma entre a tensão de operação e a tensão induzida pela circulação de corrente pelo cabo guarda (sendo que no presente trabalho considera-se a incidência quando a tensão de operação é zero). Assim, a sobretensão desenvolvida nas cadeias de isoladores é aproximadamente igual à diferença entre a tensão desenvolvida no topo da torre e a tensão induzida no condutor fase.

A Figura 4.9 mostra os resultados de simulações das sobretensões geradas pela incidência da primeira descarga de retorno no topo de uma estrutura metálica da linha de transmissão considerando diferentes resistividades do solo, representações do efeito do solo no modelo de linha e estruturas metálicas (silhuetas ilustradas nas Figuras 7.1 e 7.2 do Apêndice A).

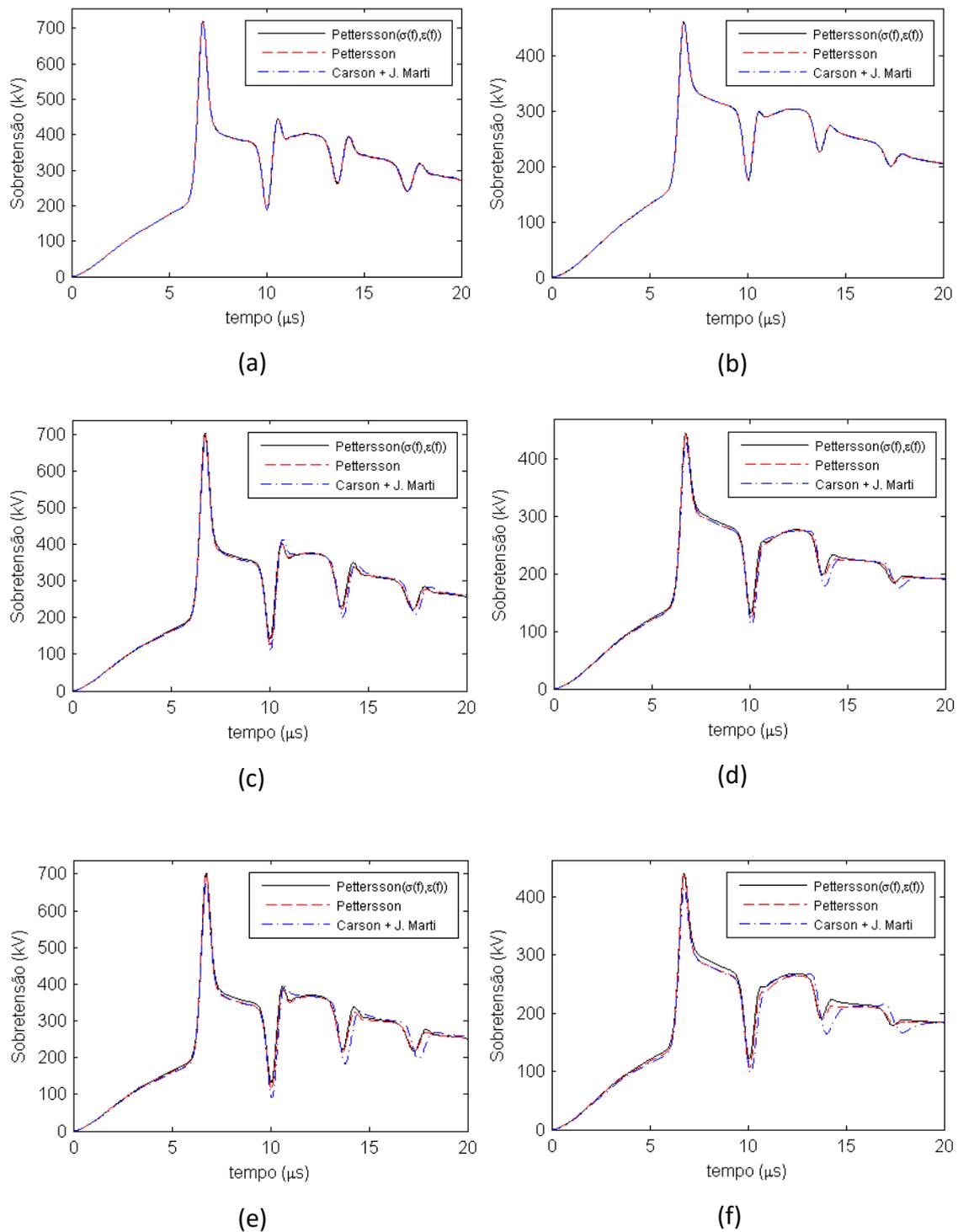
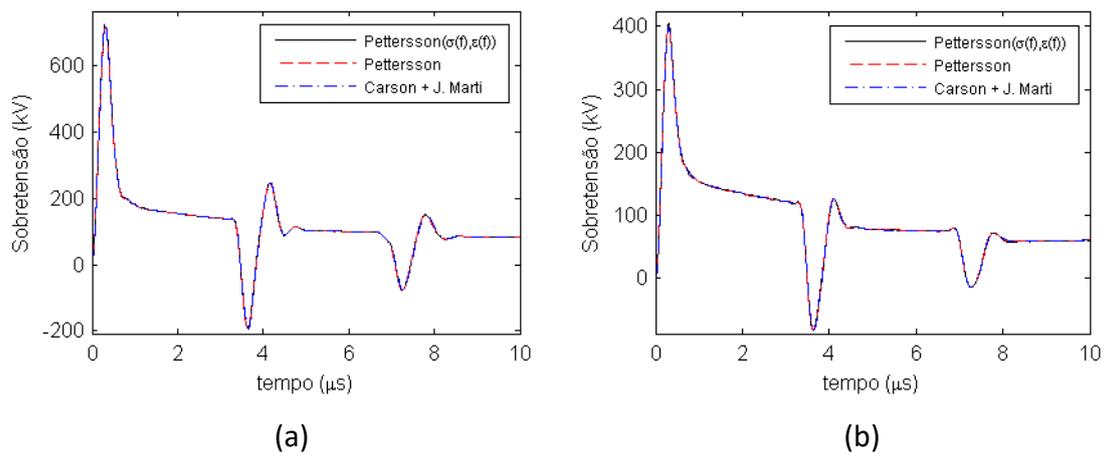


Figura 4.9 – Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores quando da incidência da primeira descarga de retorno no topo da torre. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

A partir dos gráficos da Figura 4.9 verifica-se que não há diferenças significativas entre os resultados para os diferentes modelos de linha, principalmente para as resistividades de  $100 \Omega \cdot m$  e  $3.000 \Omega \cdot m$ .

Os maiores desvios entre os valores de sobretensão, ainda que pequenos, são observados para resistividade de  $10.000 \Omega \cdot m$ , para ambas as configurações de linhas. Para esse valor de resistividade, considerando apenas a formulação de Pettersson, verifica-se diferenças relativas da ordem de 15%, tomando como referência o modelo de Pettersson. Por outro lado, quando se considera os resultados obtidos por meio da rotina LCC disponível no ATP, verificam-se desvios maiores entre as curvas de sobretensão, sendo elas da ordem de 35% (considerando mesma referência da comparação anterior). As máximas diferenças relativas ocorrem, para os dois casos, em aproximadamente  $10 \mu s$ .

Na Figura 4.10 são apresentados os resultados dos cálculos das sobretensões geradas pela incidência de uma descarga subsequente típica no topo de uma estrutura metálica da linha de transmissão. Nesse caso, busca-se avaliar o impacto do modelo do solo quando da incidência de uma corrente de descarga subsequente no circuito de transmissão, tendo em conta que ela apresenta um maior conteúdo de altas frequências em comparação com as primeiras descargas de retorno.



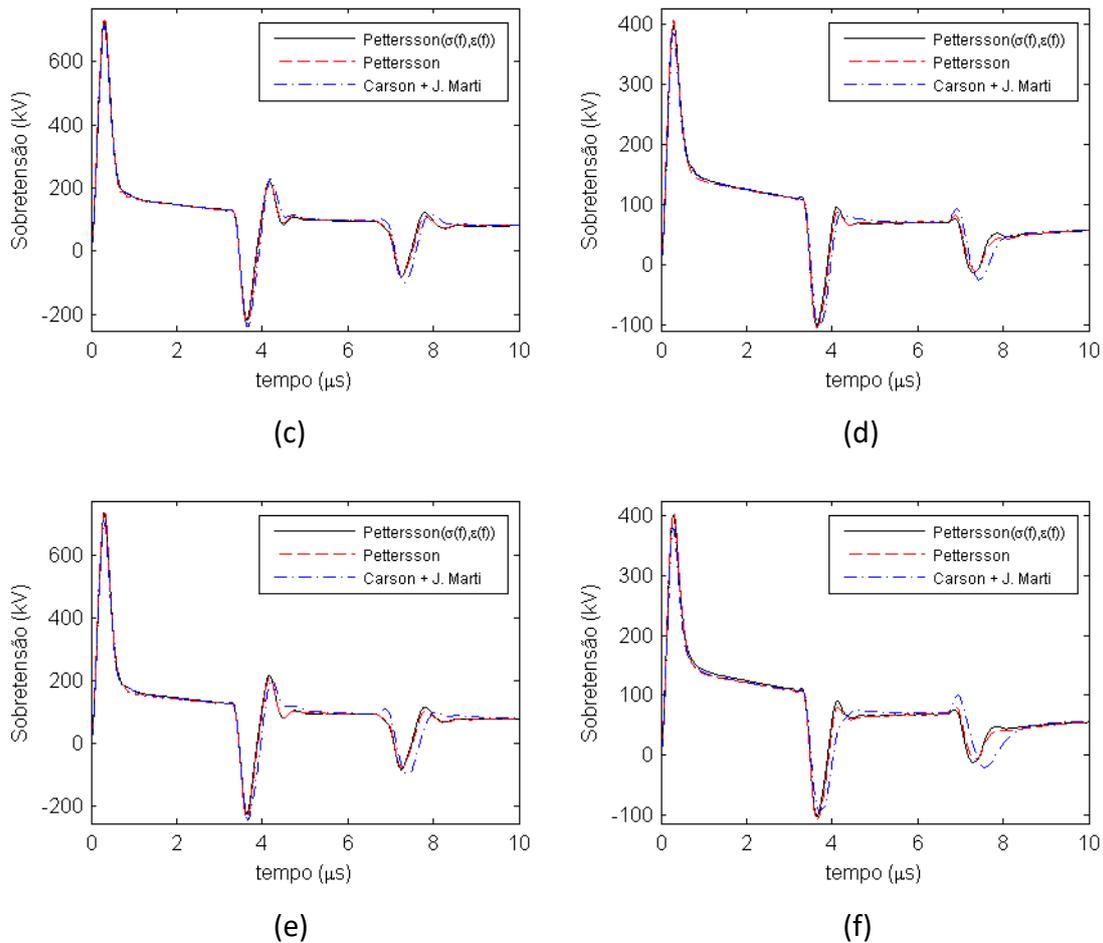


Figura 4.10 – Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores quando da incidência da descarga subsequente no topo da torre. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

De acordo com os resultados, o comportamento dos gráficos de sobretensão, considerando a incidência da descarga subsequente, é muito parecido com o verificado na Figura 4.9. Apesar do maior conteúdo de frequência das descargas subsequentes, em comparação às primeiras descargas de retorno, não são notadas grandes diferenças entre os resultados obtidos para os diferentes modelos de linha de transmissão.

A boa concordância entre os resultados pode ser explicada por meio da tensão desenvolvida no topo da torre, pois é parcela preponderante no cálculo da sobretensão gerada na cadeia de isoladores. Como o valor da tensão desenvolvida no topo depende, sobretudo, da impedância da torre e do sistema de aterramento, o modelo adotado para linha influencia pouco no valor final.

Nas Figuras 4.11 e 4.12 é mostrado que, no caso das tensões induzidas nas fases pela circulação de corrente nos cabos guarda, é possível notar desvios significativos entre os resultados obtidos para os circuitos de transmissão considerando os diferentes modelos de linha. Os gráficos de tensão induzida são mostrados apenas para o solo de resistividade igual a  $10.000 \Omega.m$ , que é o caso no qual são observados os maiores desvios entre as tensões calculadas.

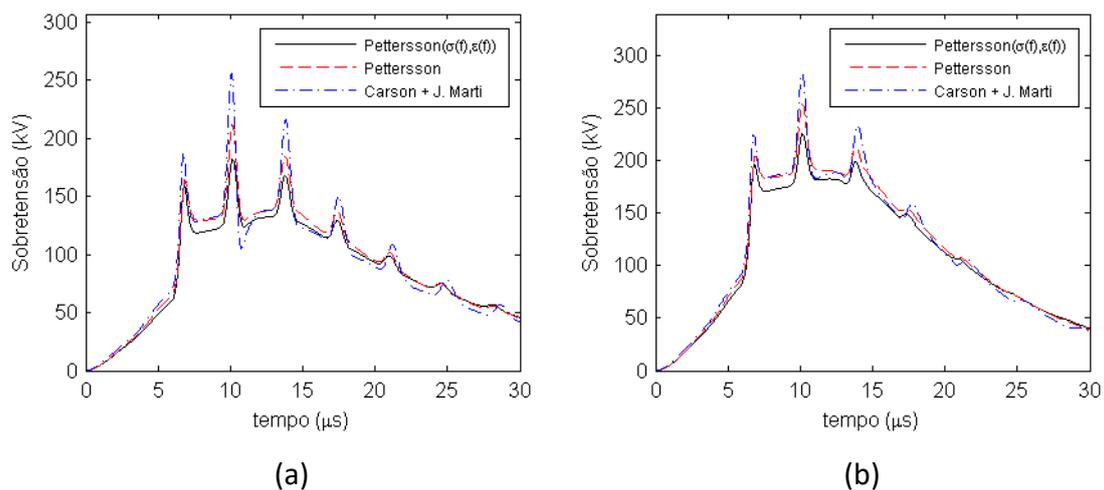


Figura 4.11 – Tensão induzida em uma das fases de uma linha de transmissão gerada pela circulação de corrente nos cabos guarda, quando da incidência da primeira descarga de retorno no topo da torre. (a) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

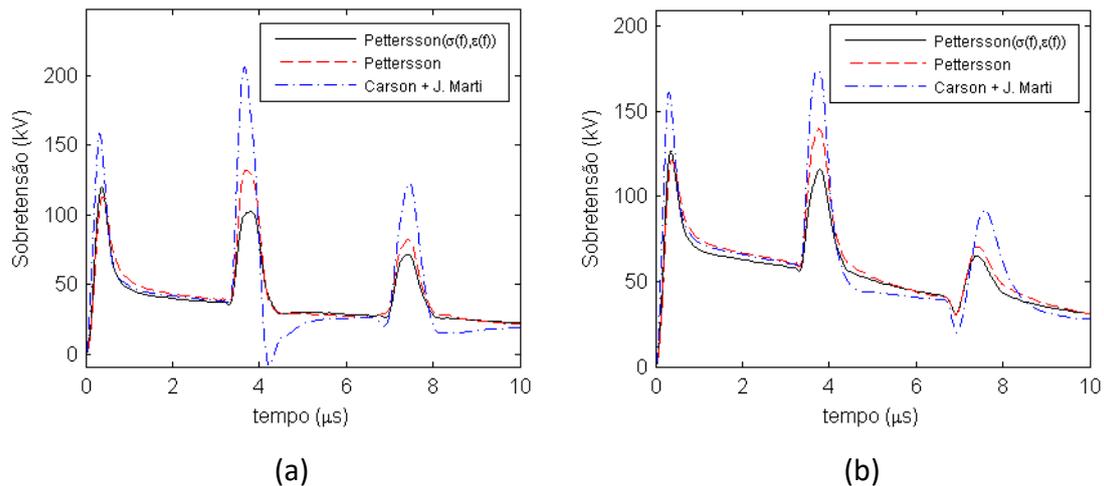


Figura 4.12 – Tensão induzida em uma das fases de uma linha de transmissão gerada pela circulação de corrente nos cabos guarda, quando da incidência de uma descarga subsequente no topo da torre. (a) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

Os resultados mostram que o modelo de Carson leva a tensões induzidas superiores em todos os casos. Adicionalmente, observa-se que a consideração da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo promove uma redução das tensões induzidas.

#### 4.4.2 Incidência de descargas atmosférica no meio do vão da linha de transmissão

O circuito de transmissão no ATP para simulação da incidência da descarga no meio do vão é elaborado considerando dois vãos de 250 m conectados em série para representar o vão típico de 500 m da linha de transmissão. Essa divisão é necessária para se ter acesso ao ponto no qual deseja-se conectar a fonte de corrente.

A Figura 4.13 ilustra uma representação esquemática dos elementos do circuito de transmissão quando da incidência de uma descarga atmosférica no meio de um dos vãos da linha de transmissão. Assim como mostrado na figura, nos cálculos são consideradas três estruturas, os respectivos sistemas de aterramento e os vãos adjacentes às torres.

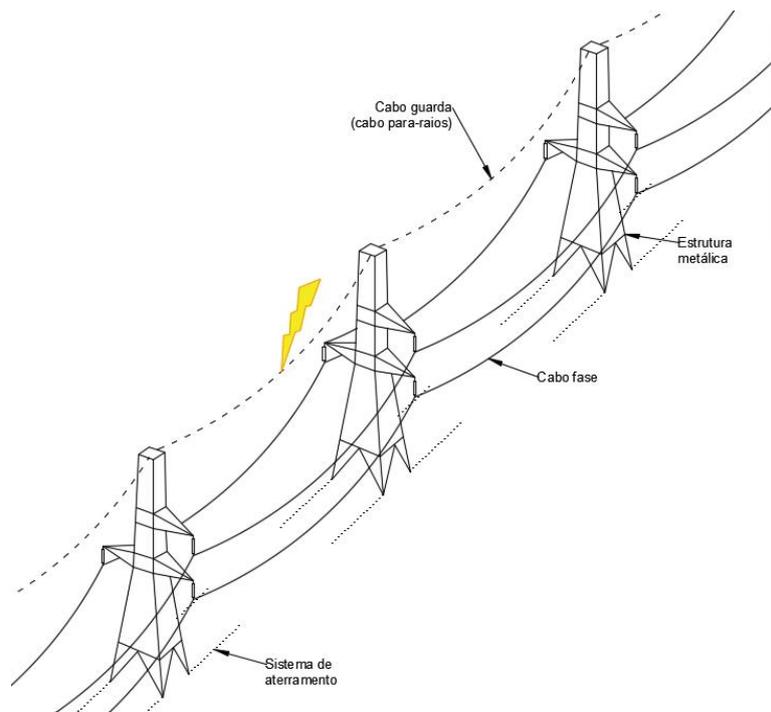


Figura 4.13 – Representação esquemática dos elementos do circuito de transmissão adotado no cálculo de sobretensão por incidência de uma descarga atmosférica no meio de um vão.

#### 4.4.2.1 Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores

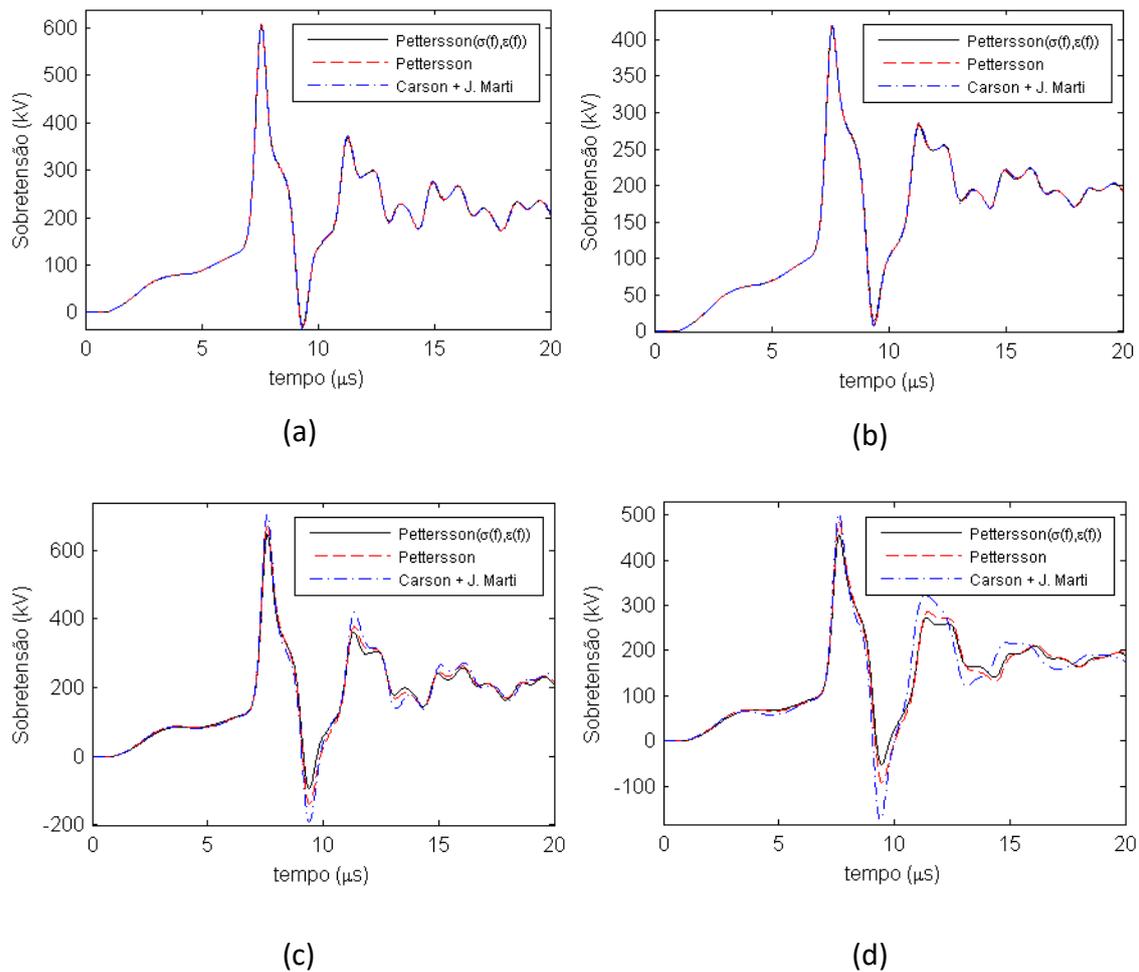
A Figura 4.14 apresenta os resultados dos cálculos das sobretensões geradas nas cadeias de isoladores da linha em decorrência da incidência de uma primeira descarga de retorno típica no meio do vão da linha de transmissão.

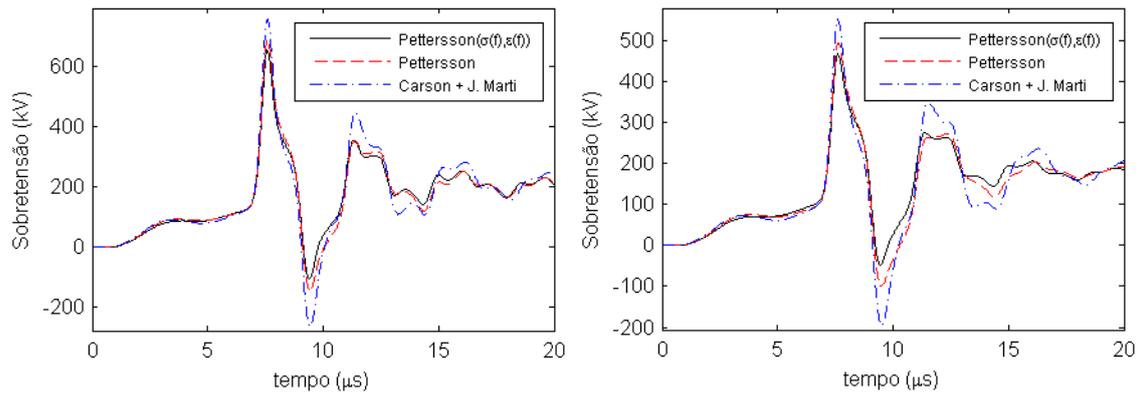
As diferenças mais visíveis entre os resultados são verificadas para o solo de resistividade igual a  $10.000 \Omega \cdot m$ . Considerando a incidência da primeira descarga de retorno, as maiores sobretensões geradas ocorrem em aproximadamente  $7,5 \mu s$ , para as duas configurações de linha. Os maiores valores são calculados para o modelo J. Marti, a saber: 755 kV para a LT Triangular e 550 kV para LT Horizontal. Por outro lado, para os modelos baseados na formulação de Pettersson considerando, ou não, a dependência dos parâmetros do solo com a frequência, são obtidas, respectivamente, as seguintes sobretensões: 655 kV e 690 kV para a LT Triangular; 465 kV e 495 kV para LT Horizontal. Adicionalmente, em aproximadamente  $10 \mu s$ , são calculadas sobretensões negativas cujas diferenças entre os modelos são visíveis. Para o modelo

J. Marti, essas tensões são: 264 kV para a LT Triangular e 195 kV para LT Horizontal. No caso dos modelos baseados na formulação de Pettersson com o solo variante, ou não, com a frequência são obtidos os seguintes resultados:  $-145$  kV e  $-105$  kV para a LT Triangular;  $-100$  kV e  $-48$  kV para LT Horizontal.

Quando a corrente é injetada no meio do vão, as ondas resultantes viajam ao longo dos cabos até encontrar os pontos de descontinuidade e, então, sofrem processos de reflexão e transmissão. Neste caso, antes de alcançar o topo da torre as ondas de tensão e corrente são distorcidas e atenuadas pelo fenômeno de propagação e, por isso, são verificadas maiores discrepâncias entre as curvas apresentadas nos gráficos, até mesmo para o solo de resistividade igual a  $3.000 \Omega \cdot m$ .

Na Figura 4.15 as sobretensões na cadeia de isoladores são calculadas para incidência de uma descarga subsequente típica, também no meio do vão. Comentários similares aos anteriores são válidos para esses resultados.

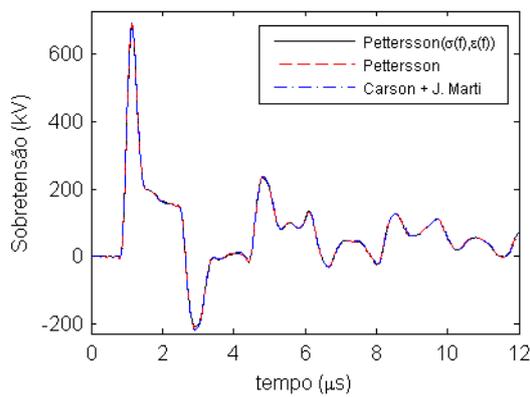




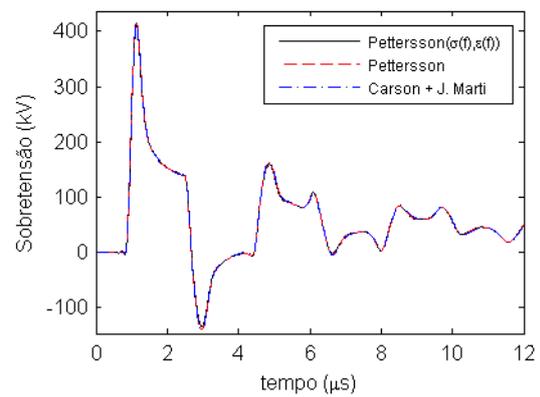
(e)

(f)

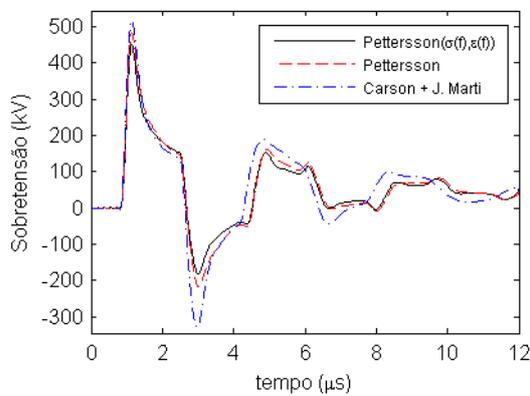
Figura 4.14 – Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores quando da incidência da primeira descarga no meio do vão. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .



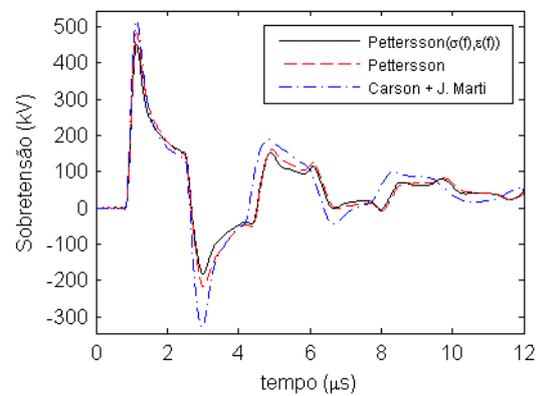
(a)



(b)



(c)



(d)

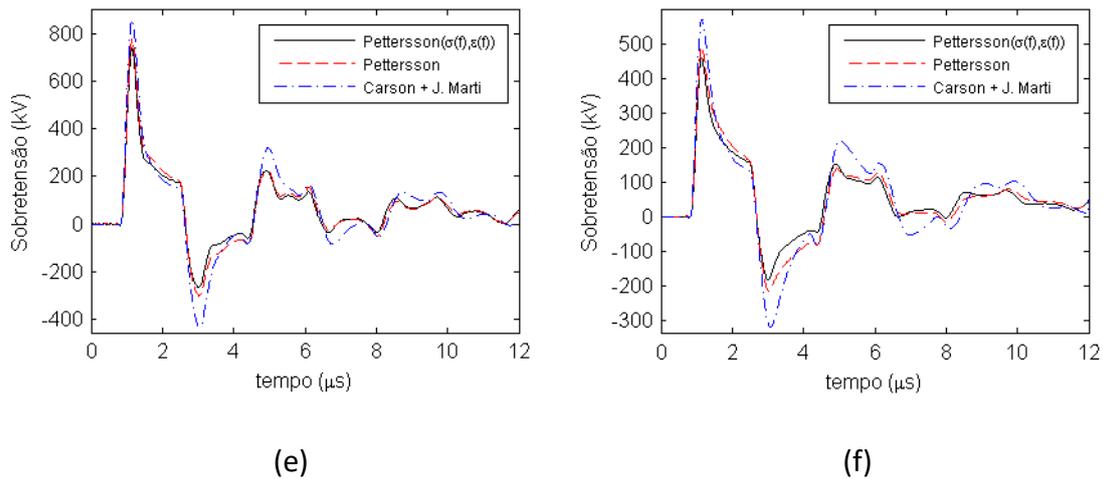


Figura 4.15 – Sobretensão desenvolvida na cadeia de isoladores quando da incidência da descarga subsequente no meio do vão. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

Tendo em vista que as tensões induzidas nas fases são menores para o circuito de transmissão que considera a variação dos parâmetros do solo com a frequência, a expectativa inicial é a obtenção de valores maiores de sobretensão para esse caso. Entretanto, tanto na Figura 4.14 quanto na Figura 4.15, os gráficos mostram o contrário do citado acima.

As sobretensões nas cadeias de isolador são determinadas por meio da operação de subtração entre a tensão desenvolvida na cadeia e a tensão induzida na fase. Para a incidência no meio do vão, as tensões no topo e na fase são defasadas de praticamente  $180^\circ$  e, com isso, as tensões induzidas contribuem para o aumento da sobretensão nas cadeias de isoladores. A diferença de fases entre as tensões no topo e na fase, apesar de não mostrado aqui, foi observado nas simulações conduzidas no ATP para os três circuitos de transmissão.

As maiores diferenças entre valores de sobretensão são observadas para o caso de incidência no meio do vão e tensão desenvolvida na cadeia de isoladores. Sendo assim, como uma complementação, também são apresentados resultados de taxa de variação de tensão em relação ao tempo ( $dv/dt$ ), considerando a resistividade do solo de

10.000  $\Omega \cdot m$ .. Na Figura 4.16 são apresentados os resultados para incidência da primeira descarga de retorno e, na Figura 4.17, os resultados para incidência da descarga subsequente.

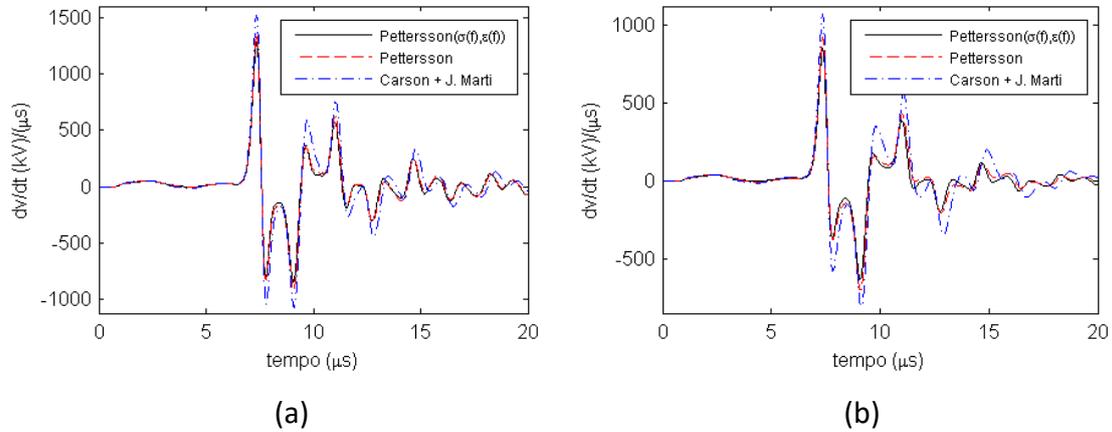


Figura 4.16 – Taxa de variação da tensão desenvolvida na cadeia de isoladores em relação ao tempo, quando da incidência da primeira descarga de retorno no meio do vão. (a) LT Triangular. (b) LT Horizontal.

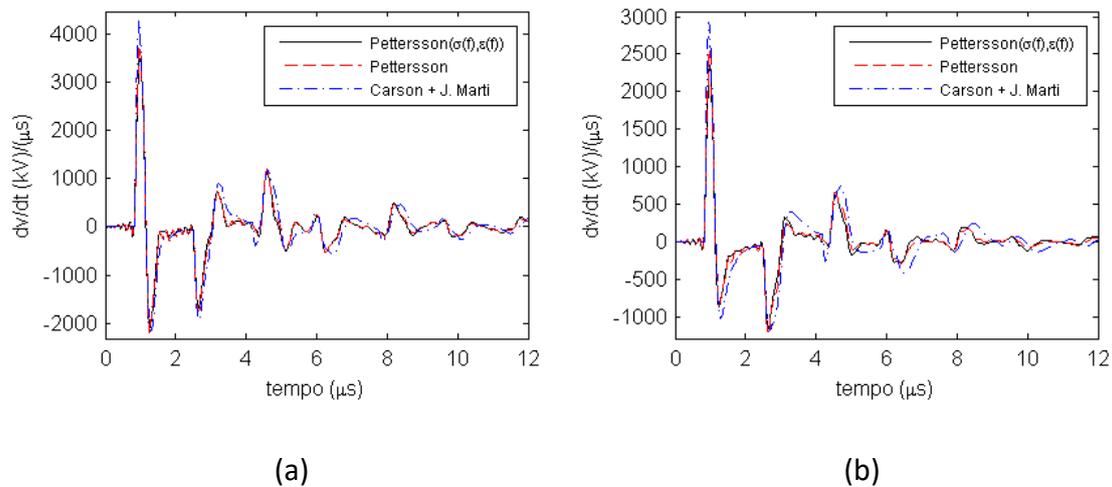


Figura 4.17 – Taxa de variação da tensão desenvolvida na cadeia de isoladores em relação ao tempo, quando da incidência da descarga subsequente no meio do vão. (a) LT Triangular. (b) LT Horizontal.

Comparando-se apenas os resultados obtidos a partir dos modelos baseados na formulação de Pettersson considerando, ou não, a variação dos parâmetros do solo com a frequência, não se verificam diferenças significativas entre eles. Por outro lado, quando se considera o modelo baseado na formulação de Carson são observadas

diferenças visíveis em relação aos demais modelos e calculados os maiores picos de  $dv/dt$ .

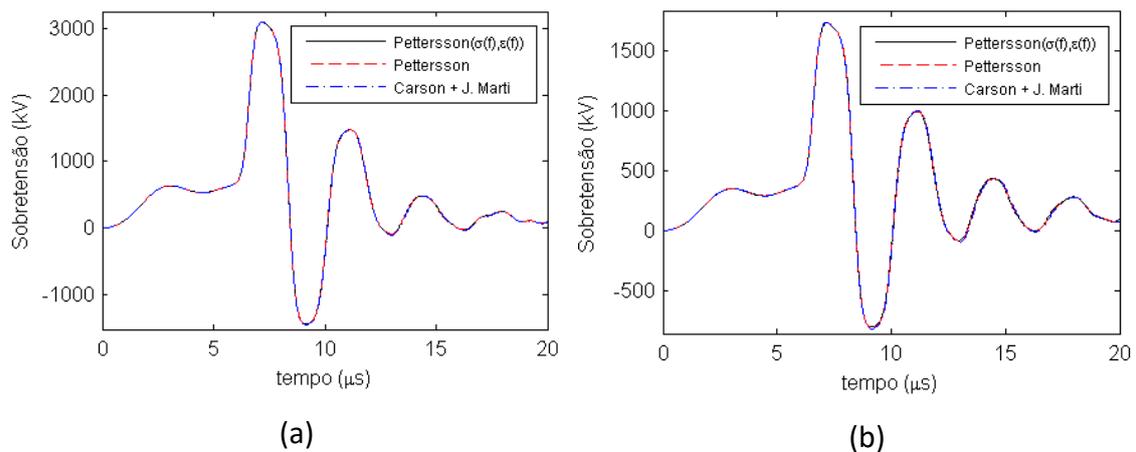
Portanto, em relação à taxa de variação de tensão desenvolvida na cadeia de isoladores em relação ao tempo, os maiores desvios entre as curvas apresentadas podem ser justificados com relação ao modelo adotado para o cálculo dos parâmetros longitudinal e transversal da linha de transmissão.

#### 4.4.2.2 Sobretensão desenvolvida entre o cabo guarda e a fase

A última avaliação dessa seção refere-se ao cálculo das sobretensões no meio do vão. A motivação dessa avaliação é verificar se as tensões induzidas obtidas para o modelo que considera a dependência dos parâmetros do solo resultam em sobretensões maiores no meio do vão, quando comparado com os modelos que adota o solo invariante na frequência.

Para o caso de injeção de corrente e medição no meio do vão, a tensão desenvolvida no cabo guarda e a tensão induzida no cabo condutor estão em fase. Dessa forma, tensões induzidas menores nos condutores resulta em diferenças de potenciais maiores.

A Figura 4.18 apresenta os resultados dos cálculos de sobretensão no meio do vão quando da incidência da primeira descarga de retorno, e os gráficos das sobretensões geradas pela descarga subsequente são mostradas na Figura 4.19.



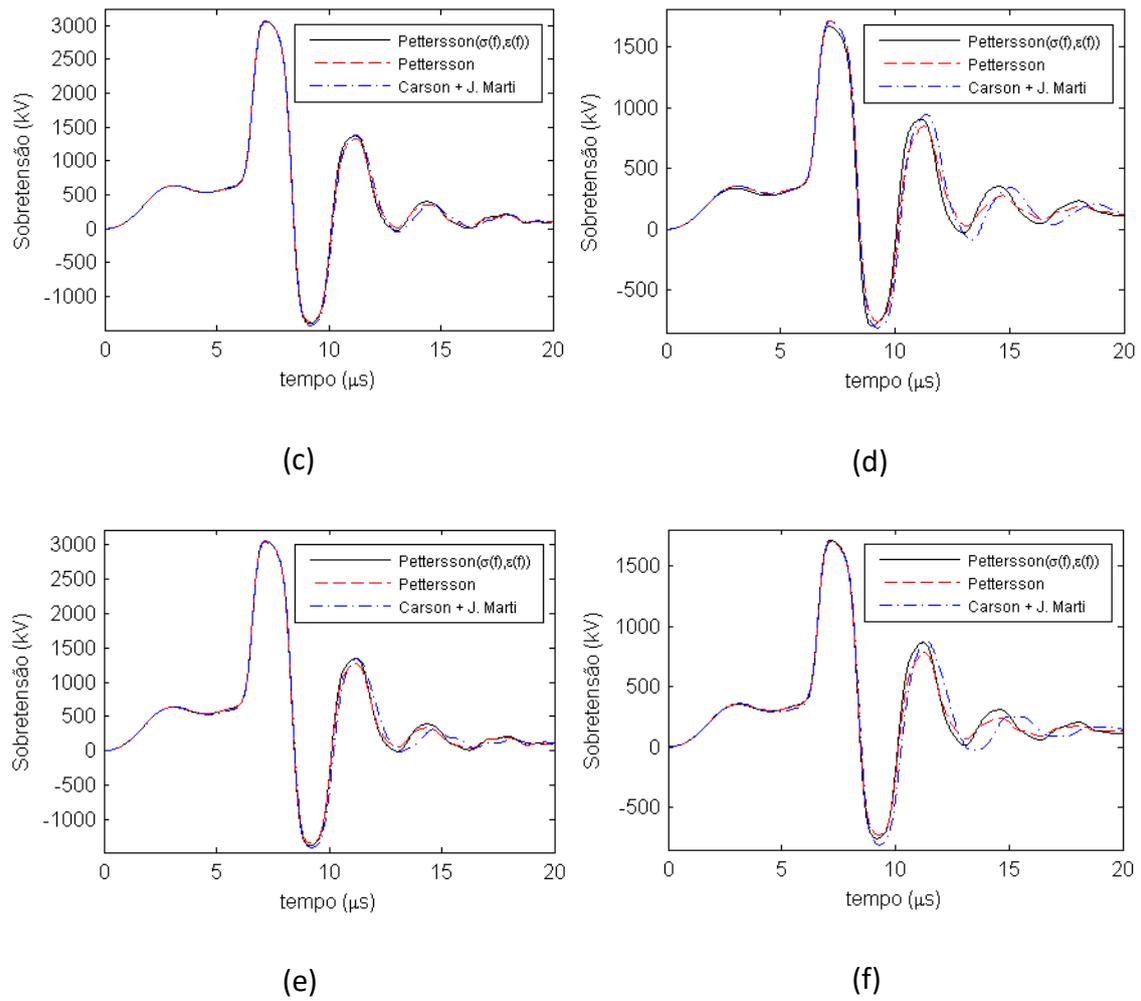


Figura 4.18 – Sobretensão desenvolvida entre o cabo guarda e a fase quando da incidência da primeira descarga de retorno no meio do vão. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

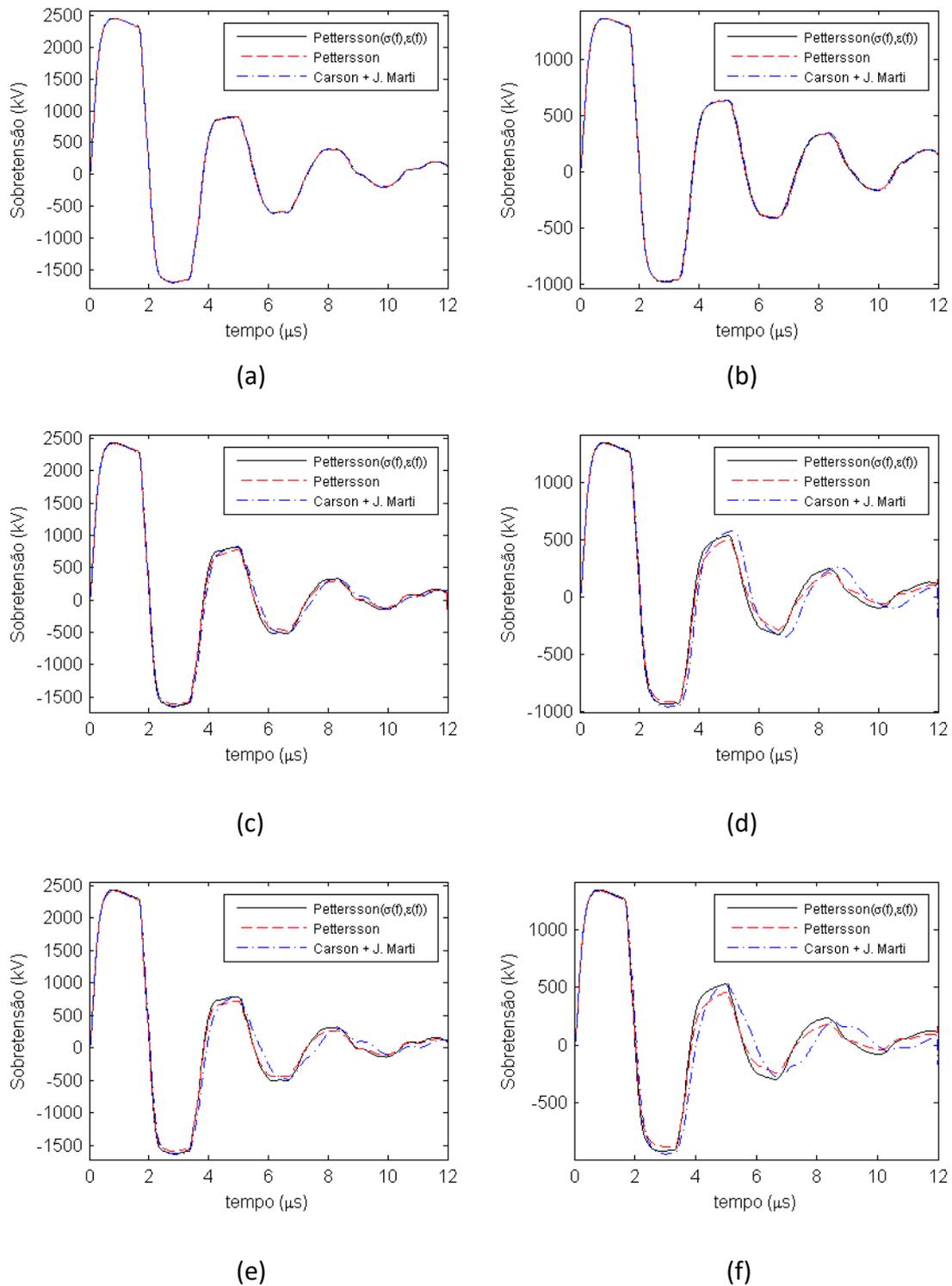


Figura 4.19 – Sobretensão desenvolvida entre o cabo guarda e a fase quando da incidência da descarga subsequente no meio do vão. (a) LT Triangular e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b) LT Horizontal e  $\rho = 100 \Omega.m$ . (c) LT Triangular e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (d) LT Horizontal e  $\rho = 3.000 \Omega.m$ . (e) LT Triangular e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ . (f) LT Horizontal e  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

A partir dos gráficos conclui-se que não há grandes desvios entre as curvas, independentemente do modelo de linha adotado, principalmente nos casos envolvendo a primeira descarga de retorno. Apenas nos gráficos para resistividade de  $10.000 \Omega \cdot m$  da Figura 4.19 são observadas sobretensões maiores para o modelo que considera a dependência dos parâmetros do solo com a frequência (curvas contínuas em preto).

Os resultados para incidência e medição no meio do vão indicam um desempenho satisfatório dos modelos atualmente disponíveis no ATP. Além disso, os resultados dos modelos baseados na formulação de Pettersson são muito parecidos, indicando o impacto pouco significativo do modelo do solo nos cálculos de sobretensão.

#### **4.5 Considerações finais**

O processo de obter um modelo racional da matriz de admitância nodal não é uma tarefa fácil, pois essa matriz resume todas as características de uma linha de transmissão. Apesar das dificuldades existentes, a técnica de ajuste vetorial (*Vector Fitting*), modificada pela Transformação de Modo Revelador, é uma alternativa para se obter um modelo racional da linha de transmissão.

Neste capítulo, com base nos modelos racionais obtidos para duas linhas de transmissão distintas, foram realizadas simulações na plataforma EMTP/ATP, considerando a incidência de descargas atmosféricas no topo da torre e no meio do vão e diferentes representações do efeito do solo no modelo de linha. Dos resultados obtidos, conclui-se que:

- Para incidência no topo da torre, a representação do efeito do solo apresenta influência reduzida no cálculo das sobretensões na cadeia de isoladores. Isso decorre do fato de que, para esse tipo de incidência, as sobretensões na cadeia de isolares é determinada, principalmente, pela relação entre as impedâncias de surto da torre e do aterramento de pé de torre.
- Para incidência no meio do vão, as considerações feitas para os parâmetros do solo influenciam significativamente as sobretensões desenvolvidas nas cadeias de isoladores, notadamente para solos de maior resistividade. Essas diferenças podem ser decisivas na determinação da ocorrência (ou não) de ruptura das

cadeias de isoladores. Nesse sentido, em avaliações do desempenho de linhas que adotam uma abordagem do tipo Monte Carlo, assumindo-se pontos de incidência não apenas no topo da torre, mas também ao longo do vão, é importante considerar a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no modelo de linha de transmissão.

- Em estudos de desempenho frente às descargas atmosféricas para contabilização do número de desligamentos da instalação, a adoção de um modelo mais rigoroso para a linha pode garantir um valor mais coerente da corrente crítica de ocorrência de *backflashover*.
- Ainda para a incidência no meio do vão, observa-se que o modelo assumido para o solo apresenta influência reduzida na tensão entre os cabos guarda e fase, medida no local de incidência da descarga atmosférica.

---

## 5 Conclusão

---

Neste trabalho de dissertação buscou gerar uma contribuição na representação do efeito solo em modelos de linhas de transmissão aéreas. Para isso, foram feitas comparações entre os resultados de simulações computacionais para diferentes modelos de linhas de transmissão, sendo consideradas diferentes abordagens para o cálculo de seus parâmetros e representação dos parâmetros elétricos do solo. Em todos os casos, são considerados três tipos de modelagens: (i) aproximação quase-TEM de Pettersson com parâmetros elétricos do solo dependentes da frequência, como proposto Alípio e Visacro<sup>10</sup>; (ii) aproximação quase-TEM de Pettersson com parâmetros elétricos do solo constantes e independentes da frequência; (iii) aproximação clássica proposta por Carson, válida para baixas frequências e amplamente adotada nos simuladores de transitórios eletromagnéticos.

No Capítulo 2, foram comparadas as grandezas modais das linhas de transmissão para as três abordagens consideradas. Os cálculos de parâmetros modais foram feitos considerando a metodologia proposta por Wedepoh et al., isto é, foi adotado o método de Newton-Raphson. Essa metodologia foi adotada com o intuito de contornar erros no cálculo das grandezas modais, que podem ser gerados em decorrência da troca artificial de posição dos autovalores em determinadas frequências, quando do uso de algoritmos convencionais na determinação de autovetores de matrizes.

Comparando-se os resultados obtidos no domínio modal, verifica-se que as simulações para a formulação de Pettersson considerando, ou não, a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo (modelos (i) e (ii), respectivamente), apresentam a mesma tendência. As principais diferenças são observadas na faixa do espectro entre centenas de kHz e alguns MHz, sendo que as discrepâncias se tornam visíveis para frequências menores à medida que a resistividade do solo aumenta.

---

<sup>10</sup> O modelo proposto por Alípio e Visacro foi recomendado recentemente pelo CIGRE na Brochura C4.33 para inclusão do fenômeno de dependência da frequência dos parâmetros do solo em estudos de transitórios no sistema elétrico.

Dentre as grandezas simuladas, comparando-se tanto os modelos de Pettersson quando o modelo de Carson, os desvios mais significativos foram notados para a constante de atenuação modal. Na faixa de frequência mencionada, entre centenas de kHz e alguns MHz, a constante de atenuação é menor quando se considera a variação dos parâmetros elétricos do solo com a frequência, em decorrência da redução da resistividade do solo com o aumento da frequência. Considerando os resultados obtidos pela aplicação da aproximação de baixa frequência de Carson (modelo (iii)), observa-se que a constante de atenuação é inferior àquela determinada para a formulação de Pettersson para frequências até cerca de 1 MHz, notadamente para os solos de maior resistividade. Após essa frequência, considerando a aproximação de Carson, nota-se um aumento expressivo da constante de atenuação com o crescimento da frequência, especialmente para solos de maior resistividade. Por outro lado, para a formulação de Pettersson, a constante de atenuação cresce até uma frequência de corte e, depois, reduz-se. Essa frequência de corte diminui com o aumento da resistividade do solo. Fisicamente, a partir da frequência de corte, os campos eletromagnéticos associados à linha deixam de penetrar o solo e a corrente de retorno tende a se propagar quase em sua totalidade na superfície da terra. Nessa faixa de frequências, a influência do solo é reduzida e as perdas se devem, basicamente, à impedância interna dos condutores aéreos. Isso explica, inclusive, por que as curvas associadas ao uso da formulação de Pettersson tendem para valores muito próximos para altas frequências, considerando ou não a dependência da frequência dos parâmetros do solo. Nota-se que a formulação de baixa frequência de Carson, dada as suas aproximações intrínsecas, não consegue capturar esse comportamento físico.

No capítulo 3, as análises foram conduzidas no domínio do tempo considerando redes compostas pela fonte de sinal e as linhas de transmissão simuladas. Os cálculos foram realizados no domínio da frequência, trasladados para o domínio do tempo via transformada numérica de Laplace inversa. Especificamente, para o caso de parâmetros do solo dependentes da frequência foi necessário modificar o modelo proposto originalmente proposto por Alípio e Visacro via ajuste vetorial para incorporá-lo no domínio de Laplace.

Como esperado, para o solo de  $100 \Omega\text{m}$ , as três possibilidades de modelagem levaram a resultados muito similares. Para o solo de  $10000 \Omega\text{m}$ , nota-se que as formas de onda obtidas para a formulação de Pettersson são similares para as duas hipóteses de modelagem do solo, parâmetros elétricos constantes e dependentes da frequência. Por outro lado, esses resultados diferem daqueles obtidos pelo uso da aproximação de Carson.

Comparando-se os resultados dos capítulos 2 e 3, verifica-se que o impacto da dependência dos parâmetros do solo na modelagem de linhas de transmissão restringe-se a uma faixa específica de frequência e para solos de resistividade elevada. Adicionalmente, a partir da comparação desses capítulos notou-se que, para determinadas distâncias entre o ponto de incidência e o terminal receptor, as componentes de altíssima frequência situadas na faixa de maior impacto da dependência dos parâmetros do solo são atenuadas antes de atingir o ponto de medição.

Finalmente, no capítulo 4, foram conduzidas simulações no *software* ATP para determinar sobretensões de origem atmosféricas, sendo que os modelos não disponíveis no ATP são incluídos na plataforma utilizando a técnica de ajuste vetorial (*Vector Fitting*), modificada pelo uso da Transformação de Modo Revelador (*Mode-Revealing Transformation - MRT*).

No caso da incidência de uma descarga atmosférica no meio do vão, as considerações feitas para os parâmetros do solo influenciam significativamente as sobretensões desenvolvidas nas cadeias de isoladores, notadamente para solos de maior resistividade. Essas diferenças podem ser decisivas na determinação da ocorrência (ou não) de ruptura das cadeias de isoladores. Nesse sentido, em avaliações do desempenho de linhas que adotam uma abordagem do tipo Monte Carlo, assumindo-se pontos de incidência não apenas no topo da torre, mas também ao longo do vão, é importante considerar a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo no modelo de linha de transmissão.

Ainda para a incidência no meio do vão, observa-se que o modelo assumido para o solo apresenta influência reduzida na tensão resultante entre o cabo guarda e o condutor fase, no ponto de impacto da descarga.

Por outro lado, para incidências no topo da torre, a representação do efeito do solo apresenta influência reduzida no cálculo das sobretensões na cadeia de isoladores. Isso decorre do fato de que, para esse tipo de incidência, as sobretensões na cadeia de isolares é determinada, principalmente, pela relação entre as impedâncias de surto da torre e do aterramento de pé de torre.

Assim, em estudos de desempenho frente às descargas atmosféricas para contabilização do número de desligamentos da linha, a adoção de um modelo mais rigoroso para a linha pode garantir um valor mais coerente da corrente crítica de ocorrência de *backflashover*.

Diante do exposto, e dos resultados apresentados ao longo desse trabalho de dissertação conclui-se que nos cálculos de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, envolvendo resistividades e conteúdo de frequência elevada, cuidado adicional deve ser levado em conta na modelagem do efeito do solo.

Como propostas de temas para trabalhos futuros pode-se sugerir:

- Comparação dos parâmetros modais considerando todos os condutores, ou seja, não considerar o processo de eliminação do cabo guarda, tendo em conta que esse processo reduz o efeito do solo no cálculo dos parâmetros.
- Estudo da influência da dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo na modelagem e propagação de ondas eletromagnéticas em linhas de transmissão subterrâneas.
- Modelagem de sistemas de transmissão incluindo fenômenos e/ou elementos não lineares, por exemplo, efeito corona e dispositivos para-raios, mas incorporando uma representação rigorosa do efeito do solo no cálculo dos parâmetros da linha.
- Avaliar outras abordagens de inclusão dos modelos de linhas aqui estudados em programas de simulação de transitórios eletromagnéticos.

- Estudo de avaliação de desempenho de linhas de transmissão, adotando uma abordagem do tipo Monte Carlo e assumindo pontos de incidência não apenas no topo da torre, mas também ao longo do vão.
- Estender as análises considerando outros problemas de engenharia, tendo em conta os resultados já obtidos, ou seja, considerando que: o impacto da inclusão da dependência dos parâmetros do solo com a frequência do solo é mais relevante para casos envolvendo resistividades do solo e frequências elevadas; as componentes de altíssima frequência não atingem os terminais dos vãos típicos das linhas. Sendo assim, podem ser citados os seguintes problemas de engenharia para avaliação do impacto do modelo do solo:
  - incidência da descarga no vão de saída/chegada de subestações isoladas a gás SF<sub>6</sub>;
  - cálculo das tensões induzidas em redes de distribuição geradas pela incidência de descargas em linhas de transmissão próximas;
  - modelagem de redes compactas de parques eólicos instalados em regiões de solos arenosos de resistividades muito elevadas.

---

## 6 Referências

---

- [1] MAGALHÃES, A. P. C. Característica de Propagação de Condutores Enterrados Isolados e Nus. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.
- [2] TOMASEVICH, M. M. Y. Modelos de linhas de transmissão usando representação racional da matriz de admitância nodal e decomposição idempotente. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.
- [3] EMÍDIO, M. P. S. Uma Abordagem para o Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Linhas de Transmissão Aéreas no Domínio do Tempo Considerando uma Representação mais Detalhada dos Efeitos do Solo. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.
- [4] LÚCIO, S. M. M. Parâmetros Longitudinais de Linhas de Transmissão: Análise dos Efeitos do Solo e da Frequência para Aplicação em Estudos de Transitórios Eletromagnéticos. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de São João Del-Rei, São João Del-Rei, 2012.
- [5] MOURA, R. A. R. Comparação de Formulações para Inclusão do Efeito do Solo no Comportamento Transitório de Linhas de Transmissão. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de São João Del-Rei, São João Del-Rei, 2014.
- [6] GERTRUDES, J. B. Influência da Condutividade e Permissividade do Solo em função da frequência no Cálculo da Impedância Longitudinal e Admitância Transversal de Linhas Aéreas de Transmissão. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual de Campinas, Campina, 2010.
- [7] LIMA, A. C. S; PORTELA, C. Inclusion of frequency-dependent soil parameters in transmission-line modeling. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 22, n. 1, p. 492-499, jan. 2007.

- [8] TOMASEVICH, M. M. Y. Viability assessment of transmission line models in Time and Frequency Domains. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.
- [9] DIAS, G. A. F. Cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas trifásicas: uma modelagem no domínio das fases considerando a dependência da frequência dos parâmetros elétricos do solo. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.
- [10] ARAÚJO, A. E. A.; NEVES, W. L. A. Cálculo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia. 1. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG; 2005.
- [11] Operador Nacional do Sistema Elétrico. Capacidade instalada no SIN - 2018/2023. [Internet]. NOS, Rio de Janeiro, 2019. Disponível em: <http://ons.org.br/paginas/sobre-o-sin/o-sistema-em-numeros>. Acesso em: 08. Set. 2019.
- [12] MARTINEZ-VELASCO, J. A. Power system transients: parameter determination. 1. ed. Boca Raton (FL): CRC Press, 2010.
- [13] MARTINS, T. R. F. D. Modelagem de linhas de transmissão a partir de modos exponenciais e coeficientes equivalentes. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
- [14] PAZ, M. A. Modelo Reduzido de Linhas de Transmissão para Transitórios Eletromagnéticos - Aplicação de Propriedades Complexas. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- [15] MOURA, R. A. R. Representação de linha de transmissão com geometria não uniforme para estudos de sobretensões atmosféricas. 2018. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- [16] SADIKU, M. N. O. Elementos de eletromagnetismo. 5. ed. Porto Alegre (RS): Bookman, 2012.

- [17] PETTERSSON, P. Propagation of Waves on a Wire above a Lossy Ground - Different Formulations with Approximations. IEEE Transactions Power Delivery, v. 14, n. 3, p. 1173-1180, jul. 1999.
- [18] MARTI, J. R. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in eletromagnetic transient simulations. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 101, n. 1, p. 147-157, jan. 1982.
- [19] MEYER, W. S; DOMMEL, H. W. Numerical modelling of frequency-dependent transmission-line parameters in eletromagnetic transients program. IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, v. 93, p. 1401-1409, set/out. 1974.
- [20] SEMLYEN, A; DABULEANU, A. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, v. 94, p. 561-571, mar/abr. 1975.
- [21] AMETANI, A. A highly efficient method for calculating transmission line transients. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 95, n. 5, p. 1545 – 1551, set/out. 1976.
- [22] SEMLYEN, A. Contributions to the theory of calculation of electromagnetic transients on transmission lines with frequency dependent parameters. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 100, n. 2, p. 848-856, fev. 1981.
- [23] TAVARES, M. C; PISSOLATO, J; PORTELA, C. M. Mode domain multiphase transmission line model — use in transients analysis. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 4, p. 1533 – 1544, out. 1999.
- [24] MARTI, L. Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices,” IEEE Transactions on Power Delivery, v. 3, n. 3, p. 1099-1110, jul. 1988.
- [25] WEDEPOHL, L. M; NGUYEN, H. V; IRWIN, G. D. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method. IEEE Transactions on Power Systems, v. 11, n. 3, p. 1538-1546, ago. 1996.

- [26] GUSTAVSEN, B; SEMLYEN, A. Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 13, n. 2, p. 605-614, abr. 1998.
- [27] NAKANISHI, H; AMETANI, A. Transient calculation of a transmission line using superposition law. IEE Proceedings C - Generation, Transmission and Distribution, v. 133, n. 5, p. 263 – 269, jul. 1986.
- [28] GUSTAVSEN, B; SLETBAK, J; HENRIKSEN, T. Calculation of electromagnetic transients in transmission cables and lines taking frequency dependent effects accurately into account. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 10, n. 2, p. 1076 – 1084, abr. 1995.
- [29] ANGELIDIS, G; SEMLYEN, A. Direct phase-domain calculation of transmission line transients using two-sided recursions. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 10, n. 2, p. 941 – 949, abr. 1995.
- [30] NODA, T; NAGAOKA, N; AMETANI A. Phase domain modeling of frequency-dependent transmission lines by means of an ARMA model. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 11, n. 1, p. 401 – 411, jan. 1996.
- [31] NGUYEN, H. V; DOMMEL, H. W; MARTI, J. R. Direct phase-domain modeling of frequency-dependent overhead transmission lines. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 12, n. 3, p. 1335 – 1342, jul. 1997.
- [32] CASTELLANOS, F; MARTI, J. R. Full frequency-dependent phase-domain transmission line model. IEEE Transactions on Power Systems, v. 12, n. 3, p. 1331-1339, ago. 1997.
- [33] CASTELLANOS, F; MARTI, J. R; MARCANO, F. Phase-domain multiphase transmission line models. Electrical Power and Energy Systems, v. 19, n. 4, p. 241-248, mai. 1997.
- [34] GUSTAVSEN, B; SEMLYEN, A. Combined Phase and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 13, n. 2, p. 596-604, abr. 1998.

- [35] MORCHED, A; GUSTAVSEN, B; TARTIBI, M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 3, p. 1032–1038, jul. 1999.
- [36] SEMLYEN, A; GUSTAVSEN, B. Phase-Domain Transmission-Line Modeling With Enforcement of Symmetry Via The Propagated Characteristic Admittance Matrix. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 27, n. 2, p. 626-631, abr. 2012.
- [37] NODA, T. Application of frequency-partitioning fitting to the phase-domain frequency-dependent modeling of overhead transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 30, n. 1, p. 174-183, fev. 2015.
- [38] ROCHA, P. E. D. Redução da Instabilidade Numérica em Modelos de Linhas de Transmissão. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.
- [39] WISE, W. Propagation of high frequency currents in ground return circuits. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, v. 22, n. 4, p. 522-527, 1934.
- [40] KIKUCHI, H. Wave Propagation Along an Infinite Wire Above Ground at High Frequencies. *Journal of the Electrotech*, v. 2, p. 73–78, 1956.
- [41] WAIT, J. Theory of Wave Propagation Along a Thin Wire Parallel to an Interface. *Radio Science*, v. 7, p. 675-679, jun. 1972.
- [42] D'AMORE, M; SARTO, M. S. Simulation Models of a Dissipative Transmission Line above a Lossy Ground for a Wide-Frequency Range – Parte I: Single Conductor Configuration. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 38, n. 2, p. 127-138, mai. 1996.
- [43] D'AMORE, M; SARTO, M. S. Simulation Models of a Dissipative Transmission Line above a Lossy Ground for a Wide-Frequency Range – Parte II: Multiconductor Configuration. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 38, n. 2, p. 139-149, mai. 1996.

- [44] D'AMORE, M; SARTO, M. S. A New Formulation of Lossy Ground Return Parameters for Transient Analysis of Multi-Conductor Dissipative Lines. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 12, n. 1, p. 303-314, jan. 1997.
- [45] SUNDE, E. D. Earth conduction effects in transmission systems. 2. ed. New York: Dover Publications; 1968; p. 99-139.
- [46] WEDEPOHL, L. M; EFTHYMIADIS, A. E. Wave Propagation in Transmission Lines over Lossy Ground: a New, Complete Field Solution. Proceedings Power of the Institution of Electrical Engineers, v. 125, n. 6, p. 505-510, jun. 1978.
- [47] LIMA, G. S. Investigação e modelagem de canais PLC em redes de distribuição de média tensão para aplicações em bandas estreita e larga de frequências. 2017. Exame de Qualificação (Doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.
- [48] H. B. Dwight. Skin Effect in Tubular and Flat Conductors. AIEE, v. 19, p. 1379-1403, 1918.
- [49] LIMA, A. C. S. Campos e Ondas em Engenharia Elétrica – Notas de Aula. [Internet]. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: [http://www.dee.ufrj.br/~acsl/coppe/condas/c\\_ondas.pdf](http://www.dee.ufrj.br/~acsl/coppe/condas/c_ondas.pdf). Acesso em: 05. Jul. 2018.
- [50] SILVA, C. S. Cálculo dos parâmetros externos de linhas aéreas para o estudo de transitórios eletromagnéticos considerando o efeito de proximidade e a presença de coberturas isolantes. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.
- [51] NAHMAN, N. S.; HOLT, D. R. Transient analysis of coaxial cables using the skin effect approximation  $A+B\sqrt{s}$ . IEEE Transactions on Circuit Theory, v. 19, n. 5, p. 443-451, set. 1972.
- [52] CARSON, J. Wave Propagation in Overhead Wires with a Ground Return. The Bell System Technical Journal, v. 5, p. 539-554, 1926.

- [53] WISE, W. Potencial coefficients for ground return circuits. Bell Labs Technical Journal, v. 27, p. 365-371, 1948.
- [54] NAKAGAWA, M. Admittance correction effects of a single overhead line. IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, v. 100, n. 3, p. 1154-1161, mar. 1981.
- [55] NAKAGAWA, M. Further studies on wave propagation along overhead transmission lines: effects of admittance correction. IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, v. 100, n. 7, p. 3626-3633, jul. 1981.
- [56] LIMA, A. C. S; MOURA, R. A. R; SCHROEDER, O; BARROS, M. T. C. Assessment of different formulations for the ground return parameters in modeling overhead lines. Electric Power Systems Research, v. 164, p. 20-30, nov. 2018.
- [57] AMETANI, A; MIYAMOTO, Y; BABA, Y; NAGAOKA, N. Wave Propagation on an Overhead Multiconductor in a High-Frequency Region. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 56, n. 6, p. 1638-48, dez. 2014.
- [58] DE CONTI, A; EMÍDIO, M. P. Extension of a Modal-Domain Transmission Line Model to Include Frequency-Dependent Ground Parameters. Electric Power Systems Research, v. 138, p.120-130, 2016.
- [59] DERI, A; TEVAN, G; SEMLYEN, A; CASTANHEIRA A. The Complex Ground Return Plane – A Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 100, n. 8, p. 3686 – 3693, sep. 1981.
- [60] LIMA, A. C. S; TOMASEVICH, M. Y. Numerical Issues in Line Models Based on a Thin Wire Above a Lossy Ground. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 57, n. 3, p. 555-564, jun. 2015.
- [61] ALIPIO, R. S. Dependência da Frequência dos Parâmetros do Solo: Efeito no Comportamento Impulsivo de Aterramentos Elétricos. 2013. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

- [62] SCOTT, J. H; CARROLL, R. D; CUNNINGHAM, D. R. Dielectric Constant and Electrical Conductivity Measurements of Moist Rocks: A New Laboratory Method. *Journal on Geophysical Research*, v. 72, n. 20, p. 5101-5115, 1967.
- [63] LONGMIRE, C. L; SMITH, K. S. *Universal Impedance for Soil*. Defense Nuclear Agency, 1975.
- [64] PORTELA, C. M. Measurement and Modeling of Soil Electromagnetic Behavior. *Proceedings of the IEEE 1999 International Symposium on Electromagnetic Compatibility – EMC Society*, p. 1004-1009, 1999.
- [65] PORTELA, C. M. Soil Electromagnetic Behavior in Frequency Domain and its Influence in Lightning Effects. *Conference Grounding Earthing (GROUND 2002)*, Rio de Janeiro, Brazil, 2002.
- [66] VISACRO, S; ALÍPIO, R. Frequency dependence of soil parameters: experimental results, predicting formula and influence on the lightning response of grounding electrodes. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 27, n. 2, p. 132-139, abr. 2012.
- [67] ALÍPIO, R; VISACRO, S. Modeling the frequency dependence of electrical parameters of soil. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 56, n. 5, p. 1163–1171, 2014.
- [68] CIGRÉ. Impact of Soil-Parameter Frequency Dependence on the Response of Grounding Electrodes and on the Lightning Performance of Electrical Systems. Working Group C4.33 (Power system technical performance), out. 2019.
- [69] PORTELA, C. M; TAVARES, M. C; FILHO, J. P. Accurate representation of soil behaviour for transient studies. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, v. 150, n. 6, p. 736-744, nov. 2003.
- [70] GERTRUDES, J. B; TAVARES, M. C; PORTELA, C. Transient performance analysis on overhead transmission line considering the frequency dependent soil representation. *In: International Conference on Power Systems Transients*, 2011, Delft: ISPT, 2011. p. 1-6.

- [71] MOURA, R. A. R; SCHROEDER, M. A. O; MENEZES, P. H. L; LOBATO, A. T; NASCIMENTO, L. C. Influence of the Soil and Frequency Effects to Evaluate Atmospheric Overvoltages in Overhead Transmission Lines – Part I: The Influence of the Soil in the Transmission Lines Parameters. ICAE - International Conference on Atmospheric Electricity, Norman, OK, USA, Junho 2014.
- [72] MOURA, R. A. R; SCHROEDER, M. A. O; MENEZES, P. H. L; LOBATO, A. T; NASCIMENTO, L. C. Influence of the Soil and Frequency Effects to Evaluate Atmospheric Overvoltages in Overhead Transmission Lines – Part II: The Influence of the Soil in Atmospheric Overvoltages. ICAE - International Conference on Atmospheric Electricity, Norman, OK, USA, Junho 2014.
- [73] TOMASEVICH, M. M. Y; LIMA, A. C. S. Impact of Frequency-Dependent Soil Parameters in the Numerical Stability. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 58, n. 1, p. 1-4, out. 2015.
- [74] MORENO, P; RAMIREZ, A. Implementation of the Numerical Laplace Transform: A Review. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 23, n. 4, p. 2599-2609, nov. 2008.
- [75] RAMIREZ, A; GOMES, P; MORENO, P; GUTIERREZ, A. Frequency Domain Analysis of Electromagnetic Transients through the Numerical Laplace Transforms. In: Power Engineering Society General Meeting, 2004, Denver: IEEE, 2004.
- [76] ZAMORANO, P. G; CAMPOS, F. A. U. On the Application of the numerical Laplace transform for accurate electromagnetic transient analysis. Revista mexicana de física, v. 53, n. 3, p. 198-204, abr. 2007.
- [77] GOMEZ, P; ARELLANO, P; MOTA, R. O. Frequency Domain Transient Analysis Applied to Transmission System Restoration Studies. In: International Conference on Power Systems Transients, 2007, Lyon: ISPT, 2007. p. 1-5.
- [78] GOMEZ, P; MORENO, P; NAREDO, J. L. Frequency-Domain Transient Analysis of Nonuniform Lines With Incident Field Excitation. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 20, n. 3, p. 2273 - 2280, ago. 2005.
- [79] BELLMAN, R. E; KALABA, R. E; LOCKETT, L. Numerical Inversion of the Laplace Transform. New York: Elsevier, 1966.

- [80] SILVIA, J. D; MULLINEUX, N; REED, J. R. Developments in Obtaining Transient Response using Fourier Transforms. Part I: Gibbs Phenomena and Fourier Integrals. The International Journal of Electrical Engineering & Education, v. 3, p. 501-506, 1965.
- [81] SILVIA, J. D; MULLINEUX, N; REED, J. R. Developments in Obtaining Transient Response using Fourier Transforms. Part II: Use of the Modified Fourier Transform. The International Journal of Electrical Engineering & Education, v. 4, p. 31-40, 1966.
- [82] SILVIA, J. D; MULLINEUX, N; BATTISSON M. J; REED, J. R. Developments in Obtaining Transient Response using Fourier Transforms. Part III: Global Response. The International Journal of Electrical Engineering & Education, v. 6. P. 259-265, 1968.
- [83] AMETANI, A. The Application of the Fast Fourier Transform to Electrical Transient Phenomena The International Journal of Electrical Engineering & Education, v. 10, p. 277-287, 1973.
- [84] WILCOX, D. J. Numerical Laplace Transformation and Inversion. International Journal of Electrical Engineering & Education, v. 15, p. 247-265, 1978.
- [85] NAZARI, L. F. Séries de Fourier e o Fenômeno de Gibbs. 2008. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.
- [86] JIAHONG, Y. Reconstrução de Funções a partir de Coeficientes de Fourier e de Momentos Ortogonais: Novos Métodos. 1998. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.
- [87] KUNOH, F. M. Procedimento para Detecção de Falseamento via Amostragem Não Uniforme. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.
- [88] SALVADOR, J. P. L; ALÍPIO, R; LIMA, A. C. S; BARROS, M. T. C. A Concise Approach of Soil Models for Time-Domain Analysis. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 99, p. 1-8, 2019.

- [89] SOUZA FILHO, R. E. Avaliação de metodologias para análise de desempenho de linhas de transmissão frente às descargas atmosféricas. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.
- [90] ALVAREZ, C. G. C. Um ambiente computacional para análise de desempenho de linhas de transmissão frente às descargas atmosféricas. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.
- [91] MEIRELES, I. A. J. W. S. Plataforma Computacional em C++ e Visual Basic Integrado com o ATP para Levantamento de Desempenho de Linhas de Transmissão frente às Descargas Atmosféricas. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de São João del Rei/Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, São João del Rei, 2015.
- [92] GOLDE, R. H. Lightning - Physics of lightning, vol. 1. London: Academic Press, 1978.
- [93] GOLDE, R. H. Lightning - Lightning protection, vol. 2. London: Academic Press, 1978.
- [94] IEE. IEEE Std 1243-1997: IEEE Guide for Improving the Lightning Performance of Transmission Lines. IEEE, 1997.
- [95] HEIDLER, F. Analytische blitzstromfunktion zur lemp-berechnung. In: 18th International Conference on Lightning Protection, 1985, Munich: ICLP'85, 1985. p. 63-66.
- [96] OLIVEIRA, A. J.; SCHROEDER, M. A. O; MOURA, R. A. R; BARROS, M. T. C; LIMA, A. C. S. Adjustment of current waveform parameters for first lightning strokes. International Symposium on Lightning Protection (XIV SIPDA), p. 121-126, 2017.
- [97] CONTI, A. D; VISACRO, S. Analytical Representation of Single- and Double-peaked lightning current waveforms IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 49, n. 2, p. 448-451, mai. 2007.

- [98] TOMASEVICH, M. Y; LIMA, A. C. S; DIAS, E R. F. S. Approximation of Lightning Current Waveforms Using Complex Exponential Functions. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, v. 58, n. 5, p. 1686-1689, 2016.
- [99] V. Rakov, Lightning: Physics and Effects, Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [100] LABEGALINI, P. R; LABEGALINI, J. A; FUCHS, R. D; ALMEIDA, M. T. Projeto mecânico das linhas aéreas de linha de transmissão. 2. ed. São Paulo: Blucher, 1992.
- [101] ANDERSON, J. G. Transmission Line Reference Book – 345 kV and Above. 2. ed. California: Electric Power Research Institute – EPRI, 1982.
- [102] ALÍPIO, R. S. Modelagem eletromagnética de aterramentos elétricos nos domínios do tempo e da frequência. 2008. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- [103] VISACRO, S. F. Aterramento Elétricos: Conceitos Básicos, Técnicas de Medição e Instrumentação, Filosofias de Aterramento. São Paulo: Artliber Editora, 2002.
- [104] VISACRO, S. A Comprehensive Approach to the Grounding Response to Lightning Currents. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 22, n. 1, p. 381-386, 2007.
- [105] VISACRO, S; SILVEIRA, F. H. Lightning performance of transmission lines: requirements of tower-footing electrodes consisting of long counterpoise wires. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 31, n. 4, p. 1524-1532, aug. 2016.
- [106] BORGES, F. M. S. Metodologia para determinação da impedância impulsiva para arranjos típicos de aterramentos elétricos. 2017. 2008. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.
- [107] DUARTE, M. H. R. Influência da representação do aterramento no cálculo da energia dissipada por para-raios de linhas de transmissão. 2018. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.

- [108] SANTOS JUNIOR, G. F. Metodologia para análise de linhas de transmissão incluindo modelos do arco secundário. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.
- [109] GUSTAVSEN, B; SEMLYEN, A. Rational approximation of frequency domain responses by Vector Fitting. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 3, p. 1052-1061, jul. 1999.
- [110] GUSTAVSEN, B. Improving the pole relocating properties of vector fitting. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 21, n. 3, p. 1587-1592, jul. 2006.
- [111] GUSTAVSEN, B. Fast Passivity Enforcement for Pole-Residue Models by Perturbation of Residue Matrix Eigenvalues. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 23, n. 4, p. 2278–2285, oct. 2008.
- [112] GUSTAVSEN, B; SEMLYEN, A. Enforcing passivity for admittance matrices approximated by rational functions. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 16, n. 1, p. 97–104, feb. 2001.
- [113] GUSTAVSEN, B. Relaxed Vector Fitting Algorithm for Rational Approximation of Frequency Domain Responses. In: Signal Propagation on Interconnects, 2006. IEEE Workshop on, 2006. p. 97 –100.
- [114] GUSTAVSEN, B. Rational Modeling of Multiport Systems via a Symmetry and Passivity Preserving Mode-Revealing Transformation. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 29, n. 1, p. 199-206, fev. 2014.
- [115] GUSTAVSEN, B. Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 17, n. 4, p. 1093–1098, out. 2002.
- [116] GUSTAVSEN, B. Computer Code for Passivity Enforcement of Rational Macromodels by Residue Perturbation. IEEE Transactions on Advanced Packaging, v. 30, n. 2, p. 209–215, mai. 2007.

- [117] LIMA, A. C. S; MOURA, R. A. R; GUSTAVSEN, B; SCHROEDER, O. Modelling of non-uniform lines using rational approximation and mode revealing transformation. IET Generation Transmission & Distribution, v. 11, n. 8, p 2050-2055, 2017.
- [118] GUSTAVSEN, B. Admittance-Based Modeling of Transmission Lines by a Folded Line Equivalent. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 24, n. 1, p. 231-239, jan. 2009.
- [119] NEXANS. Condutores de Alumínio: Liga 1120 para LT Aérea. Disponível em: [https://www.nexans.com.br/Brazil/2016/Folder\\_Condutores\\_de\\_Aluminio.pdf](https://www.nexans.com.br/Brazil/2016/Folder_Condutores_de_Aluminio.pdf). Acesso em: 13. Mar. 2019.
- [120] WEDEPOHL, L. M. Power System Transients: Errors Incurred in the Numerical Inversion of the Laplace Transform. In: 26th Midwest Symposium on Circuits and Systems, 1983, Puebla: IEEE, 1983. P. 174-178.

---

## 7 Apêndice A: Informações das linhas de transmissão

---

Neste apêndice são apresentadas as principais informações das linhas de transmissão adotadas na dissertação.

### 7.1 Dados do cabo condutor

Nas simulações é adotado o cabo condutor de alumínio liga denominado CAL 1120 998 kcmil. Por questões econômicas, na data de publicação desta dissertação, a liga de alumínio 1120 tem sido bastante empregada em projetos de linhas transmissão. Segundo os fabricantes, essa liga possui excelentes propriedades para serem utilizadas em condutores para transmissão aérea de energia em decorrência do equilíbrio obtido entre a sua condutividade elétrica e resistência mecânica, possibilitando a otimização dos projetos, atendendo os requisitos técnicos com menor custo global e menores flechas ao longo do traçado da linha de transmissão [118]. A Tabela 7.1, a seguir, resume os principais dados do cabo.

Tabela 7.1 – Dados do cabo condutor

DESCRIÇÃO	UNIDADE	DADOS
TIPO		CAL Liga 1120 998,7 kcmil
FORMAÇÃO	-	61 fios
DIÂMETRO TOTAL	cm	2,925
SEÇÃO TRANSVERSAL	cm <sup>2</sup>	5,06
PESO PRÓPRIO	kgf/m	1,395
CARGA DE RUPTURA	kgf	11613
MOD. ELASTICIDADE FINAL	kgf/cm <sup>2</sup>	6,53E+08
COEF. DE DILATAÇÃO TÉRMICA FINAL	°C <sup>-1</sup>	2,30E-05
RESISTÊNCIA 50° CC	Ω/km	0,066

## 7.2 Dados do cabo de guarda (cabo para-raios)

Em projetos de linhas de transmissão, normalmente, utiliza-se uma configuração de cabos guarda formada pela associação em série cabos com seções transversais diferentes. O cabo de maior bitola é usado apenas nas proximidades da subestação em função dos valores de corrente de curto-circuito e, por isso, geralmente, o cabo de menor bitola é o cabo guarda típico da linha de transmissão.

Dentre os cabos de menor bitola, o cabo de aço galvanizado 3/8" EAR (Extra Alta Resistência) é amplamente empregado em projetos de linhas de transmissão e, por isso, também considerado neste trabalho. A Tabela 7.2 resume os principais dados do cabo.

Tabela 7.2 –Dados do cabo guarda

DESCRIÇÃO	UNIDADE	DADOS
TIPO		AÇO EAR
FORMAÇÃO	-	7 fios
DIÂMETRO TOTAL	cm	0,952
SEÇÃO TRANSVERSAL	cm <sup>2</sup>	0,511
PESO PRÓPRIO	kgf/m	0,406
CARGA DE RUPTURA	kgf	6990
MOD. ELASTICIDADE FINAL	kgf/cm <sup>2</sup>	1,85E+06
COEF. DE DILATAÇÃO TÉRMICA FINAL	°C <sup>-1</sup>	1,15E-05
RESISTÊNCIA 50° CC	Ω/km	4,176

## 7.3 Silhuetas

As silhuetas das estruturas metálicas, bem como as principais cotas, são indicadas nas Figuras 7.1 – 7.4. A silhueta da Figura 7.1 é considerada apenas para fins didáticos, não sendo empregada em projetos. No entanto, as demais silhuetas foram elaboradas a partir de configurações típicas de projetos de linhas de transmissão de 138 kV, 230 kV e 345 kV.

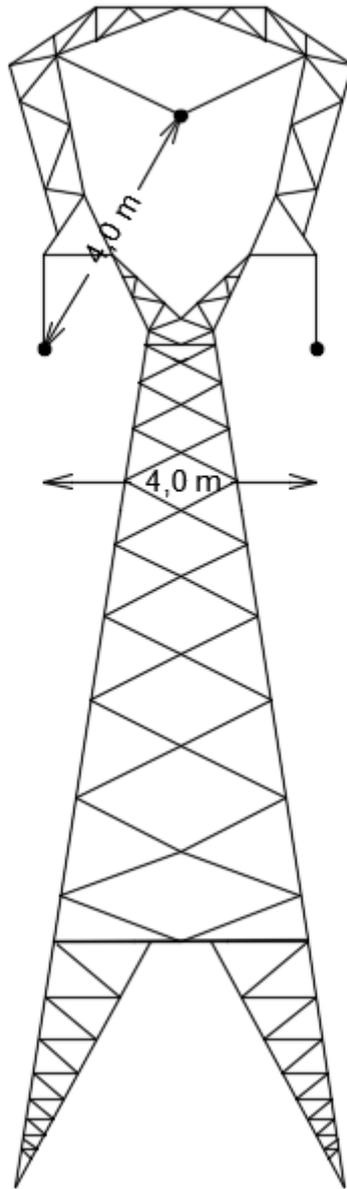


Figura 7.1 – Silhueta da estrutura para três cabos condutores em disposição triangular - LT Simétrica.

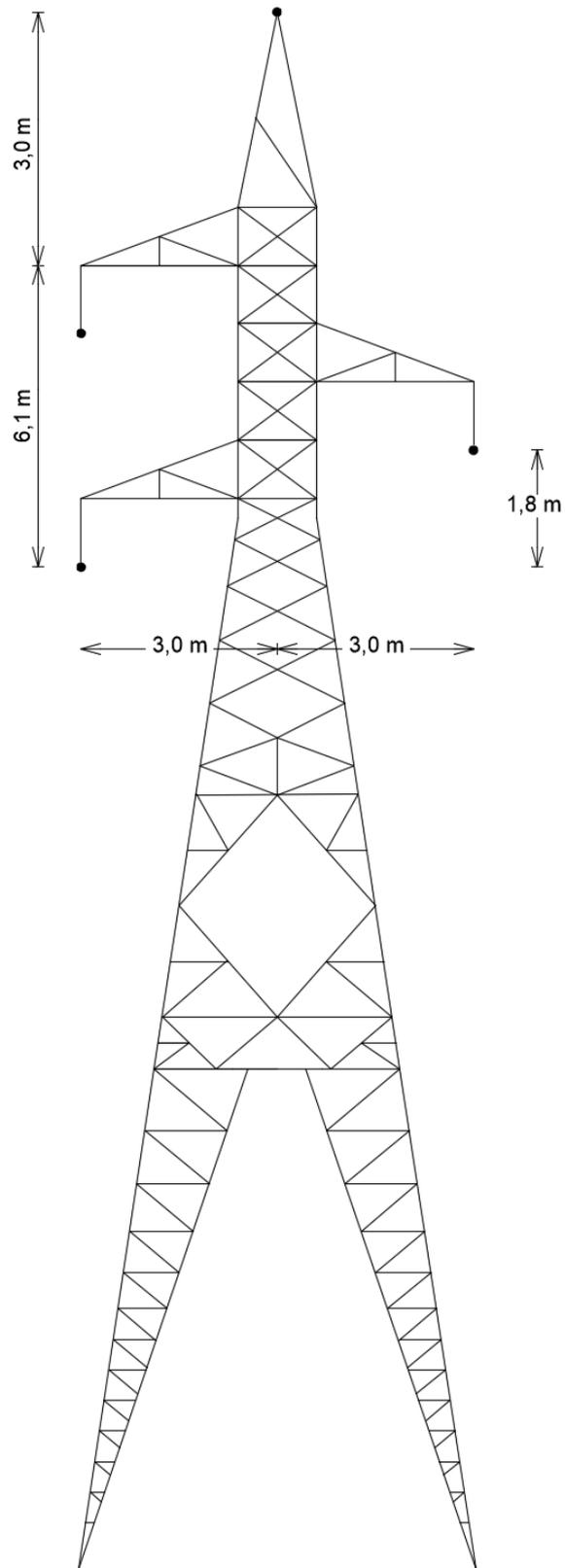


Figura 7.2 – Silhueta da estrutura para três cabos condutores em disposição triangular e um cabo guarda - LT Triangular.



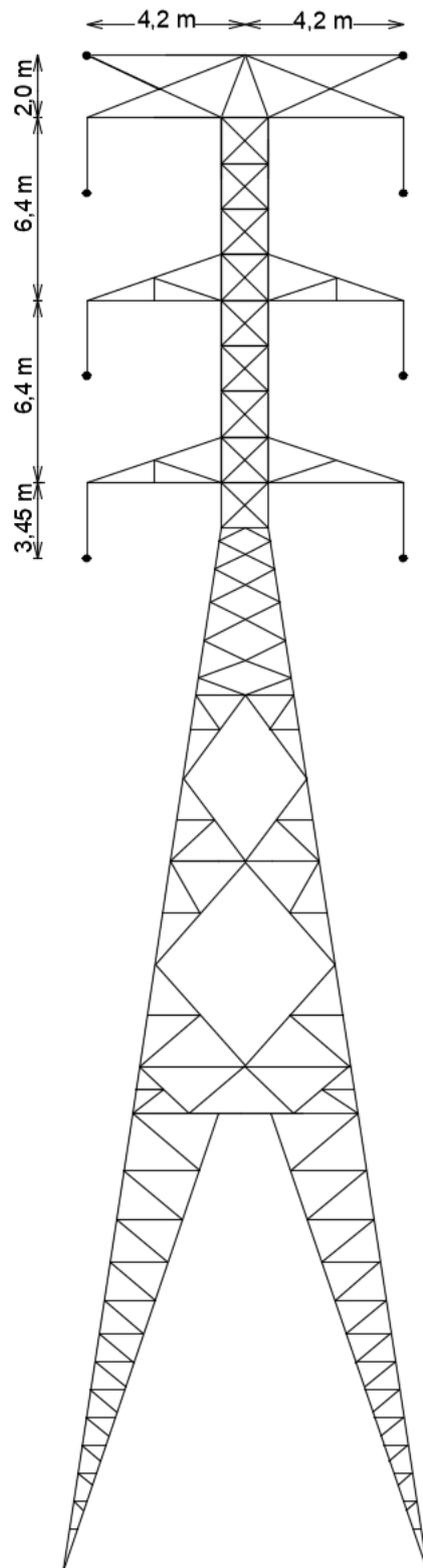


Figura 7.4 – Silhueta da estrutura de circuito duplo para seis cabos condutores em disposição horizontal e dois cabos guarda - LT Circuito Duplo.

---

## 8 Apêndice B: Aproximação quase-TEM proposta por Pettersson para o cálculo de parâmetros de linhas de transmissão

---

Este apêndice aborda com maiores detalhes a formulação quase-TEM proposta por Pettersson para o cálculo de parâmetros de linhas de transmissão. As expressões mostradas se referem ao problema clássico de uma linha de transmissão monofásica imersa no ar e sobre um solo condutor imperfeito. No caso polifásico, os parâmetros podem ser obtidos de forma similar considerando uma abordagem matricial do problema.

Com o intuito de estender a teoria de linhas de transmissão para aplicações envolvendo frequências e resistividades do solo elevadas, Pettersson em [17] apresenta expressões para o cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal. Neste trabalho, a solução das Equações de Maxwell aplicadas ao problema de linhas de transmissão é obtida utilizando o potencial vetor magnético e o potencial escalar Elétrico.

### 8.1 Formulação de onda completa

O caso base proposto por Pettersson considera um condutor infinito, de raio  $r$  e altura média  $h$  sobre um solo com perdas. O ar é caracterizado pela permeabilidade magnética  $\mu_0$ , permissividade elétrica  $\varepsilon_0$  e condutividade  $\sigma_0 = 0$ , enquanto o solo pela permeabilidade magnética  $\mu_g = \mu_0$ , permissividade elétrica  $\varepsilon_g$  e condutividade  $\sigma_g$ . O condutor é excitado por uma fonte de corrente da forma  $I = I_0 e^{(-\gamma z + j\omega t)}$ , onde  $t$  é o tempo,  $\omega$  é a frequência angular,  $I_0$  é o valor de pico da corrente e  $\gamma$  é a constante de propagação que se assume desconhecida.

Para se obter a solução das equações de Maxwell, Pettersson utiliza o potencial vetor magnético  $A = (A_x, A_y, A_z)$  e o potencial escalar elétrico  $V$ . Os potenciais citados, como considerados por Pettersson em [17], são apresentados nas equações a seguir.

$$V(x, y) = I[\gamma/(j\omega\varepsilon_0)][\Lambda(x, y) + Q(x, y)]/(2\pi) \quad (8.1)$$

$$A_x(x, y) = 0 \quad (8.2)$$

$$A_y(x, y) = I \frac{1}{j\omega} [\gamma / (j\omega\epsilon_0)] R(x, y) / (2\pi) \quad (8.3)$$

$$A_z(x, y) = I\mu_0 [\Lambda(x, y) + P(x, y)] / (2\pi) \quad (8.4)$$

onde:

$$\Lambda(x, y) = \begin{cases} K_0[\gamma_\tau d'(x, y)] - K_0[\gamma_\tau d''(x, y)] & y \geq 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases} \quad (8.5)$$

$$P(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(x, y)}{u_1 + u_2} dk \quad (8.6)$$

$$Q(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(x, y)}{n^2 u_1 + u_2} dk \quad (8.7)$$

$$R(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u_1 E(x, y)}{n^2 u_1 + u_2} dk - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u_2 E(x, y)}{n^2 u_1 + u_2} dk \quad (8.8)$$

$$\gamma_\tau = \sqrt{\gamma_0^2 - \gamma^2} \quad (8.9)$$

$$\gamma_0 = j\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \quad (8.10)$$

$$d'(x, y) = \sqrt{(y-h)^2 + x^2} \quad (8.11)$$

$$d''(x, y) = \sqrt{(y+h)^2 + x^2} \quad (8.12)$$

$$E(x, y) = \begin{cases} e^{-u_1(y+h) - jkx} & y \geq 0 \\ e^{u_2 y - u_1 h - jkx} & y \leq 0 \end{cases} \quad (8.13)$$

$$u_1 = \sqrt{k^2 + \gamma_0^2 - \gamma^2} \quad (8.14)$$

$$u_2 = \sqrt{k^2 + (n\gamma_0)^2 - \gamma^2} \quad (8.15)$$

$$n = \sqrt{\epsilon_r + \sigma / (j\omega\epsilon_0)} \quad (8.16)$$

Pode ser verificado que os potenciais  $A$  e  $V$  satisfazem a equação de Helmholtz para os meios ar ( $y > 0$ ) e solo ( $y < 0$ ), bem como o calibre de Lorentz. A grandeza  $\gamma_0$  é a constante de propagação do ar e  $\gamma_\tau$  é função tanto da constante de propagação do ar quanto da constante de propagação  $\gamma$  assumida como desconhecida.  $K_0$  é uma função de Bessel de segunda espécie de ordem zero. Em todos as raízes quadradas, as partes reais são definidas positivas.

O termo  $\Lambda$  [equação (8.5)] está associado à propagação dos campos em um solo ideal sem perdas. Por outro lado, os termos  $P(x, y)$ ,  $Q(x, y)$  e  $R(x, y)$  [equações (8.6), (8.7) e (8.8), respectivamente] referem-se ao caso mais geral no qual a linha de transmissão está posicionado sobre um solo com perdas.

De acordo com Pettersson [17], no cálculo da impedância longitudinal e a admitância transversal a definição de tensão é um aspecto importante a ser considerado. Na equação (8.17), a tensão  $U$  corresponde à integral do campo elétrico vertical da superfície do solo à altura do condutor [17].

$$U = - \int_0^y E_y(x, y') dy' \quad (8.17)$$

$$= V(x, y) - V(x, 0) + j\omega \int_0^y A_y(x, y') dy'$$

onde  $A_y$  é a componente vertical do potencial vetor magnético,  $V(x, y)$  é o potencial escalar na superfície do condutor e  $V(x, 0)$  é o potencial escalar do solo.

As ondas de tensão e corrente que se propagam ao longo da linha de transmissão estão relacionadas por meio da impedância longitudinal  $Z$  e a admitância transversal  $Y$ , conforme equações (8.18) e (8.19), respectivamente.

$$ZI = - \frac{\partial U}{\partial z} \quad (8.18)$$

$$YU = - \frac{\partial I}{\partial z} \quad (8.19)$$

onde:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -j\omega A_z \quad (8.20)$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\gamma I \quad (8.21)$$

Finalmente, a impedância longitudinal  $Z$  e a admitância transversal  $Y$  podem ser obtidas modificando as equações (8.18) e (8.19) a partir das equações (8.1) - (8.17).

$$Z_U = j\omega\mu_0[\Lambda + P - \alpha^2(Q_0 - T)]/(2\pi) \quad (8.22)$$

$$Y_U^{-1} = [1/(j\omega\epsilon_0)][\Lambda + Q - Q_0 + T]/(2\pi) \quad (8.23)$$

onde:

$$\alpha = \gamma/\gamma_0 \quad (8.24)$$

$$Q_0 = Q(0,0) \quad (8.25)$$

$$T = \int_0^{h-a} R(0, y) dy = T_1 - T_2 \quad (8.26)$$

$$T_1 = Q_0 - Q \quad (8.27)$$

$$T_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u_1}{n^2 u_1 + u_2} [e^{-u_1(h-a)} - e^{-u_1(2h-a)}] dk \quad (8.28)$$

$$T_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u_2}{n^2 u_1 + u_2} [e^{-u_1(h-a)} - e^{-u_1(2h-a)}] dk \quad (8.29)$$

Em (8.22) - (8.23),  $\alpha$  é a constante de propagação relativa do cabo, a equação (8.22) é obtida desprezando a componente  $E_z$  do campo elétrico, isto é, considera-se o condutor sem perdas (no caso mais geral deve-se considerar a impedância longitudinal interna) e no cálculo da tensão considera-se a superfície do condutor, ponto ( $x = 0, y = h - a$ ).

## 8.2 Aproximação quase-TEM

O cálculo da constante de propagação como raiz da equação modal não é trivial, além de ter elevado custo computacional. No caso de linhas de transmissão aéreas pode-se supor, com erros de aproximação, a solução da equação modal como sendo a constante de propagação intrínseca do ar. A solução obtida a partir dessa suposição é usualmente conhecida na literatura como solução ou aproximação quase-TEM.

Considerando a aproximação quase-TEM, as equações (8.22) e (8.23) podem ser modificadas conforme mostrado nas equações a seguir.

$$Z_U = j\omega\mu_0 [\tilde{\Lambda} + \tilde{P} - \alpha^2(\tilde{Q} + \tilde{T}_2)] / (2\pi) \quad (8.30)$$

$$Y_U^{-1} = [1/(j\omega\epsilon_0)] [\tilde{\Lambda} - \tilde{T}_2] / (2\pi) \quad (8.31)$$

onde:

$$\tilde{P} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2h|k|}}{|k| + \sqrt{k^2 + \beta^2}} dk \quad (8.32)$$

$$\tilde{Q} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2h|k|}}{n^2|k| + \sqrt{k^2 + \beta^2}} dk \quad (8.33)$$

$$\tilde{T}_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\sqrt{k^2 + \beta^2})(e^{-h|k|} - e^{-2h|k|})}{|k|(n^2|k| + \sqrt{k^2 + \beta^2})} dk \quad (8.34)$$

$$\alpha = 1 \quad (8.35)$$

$$\beta = \gamma_0 \sqrt{n^2 - 1} \quad (8.36)$$

---

## **9 Apêndice C: Impacto da inclusão da dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência no cálculo de parâmetros modais de linhas aéreas**

---

Este apêndice tem como intuito complementar a seção de resultados do Capítulo 2, apresentando, na forma de gráficos, as diferenças relativas entre as grandezas modais. Assim como no Capítulo 2, os cálculos são feitos tomando como referência o modelo de Pettersson modificado pela inclusão da variação dos parâmetros elétricos do solo, conforme equações (2.53) e (2.54).

### **9.1 Diferenças relativas percentuais entre os valores de impedância longitudinal**

As Figuras 9.1 e 9.2 apresentam as diferenças relativas percentuais entre os valores de impedância longitudinal de modo terrestre.

Na Figura 9.1 são verificadas diferenças pequenas entre os valores de impedância, quando considera os parâmetros do solo variantes na frequência, sendo os maiores desvios observados a partir de 10 kHz. Por outro lado, quando considera o modelo de Carson, que despreza os efeitos da corrente de deslocamento no solo (suposição válida em baixa frequência), as diferenças relativas são maiores que 20 % para 10 MHz.

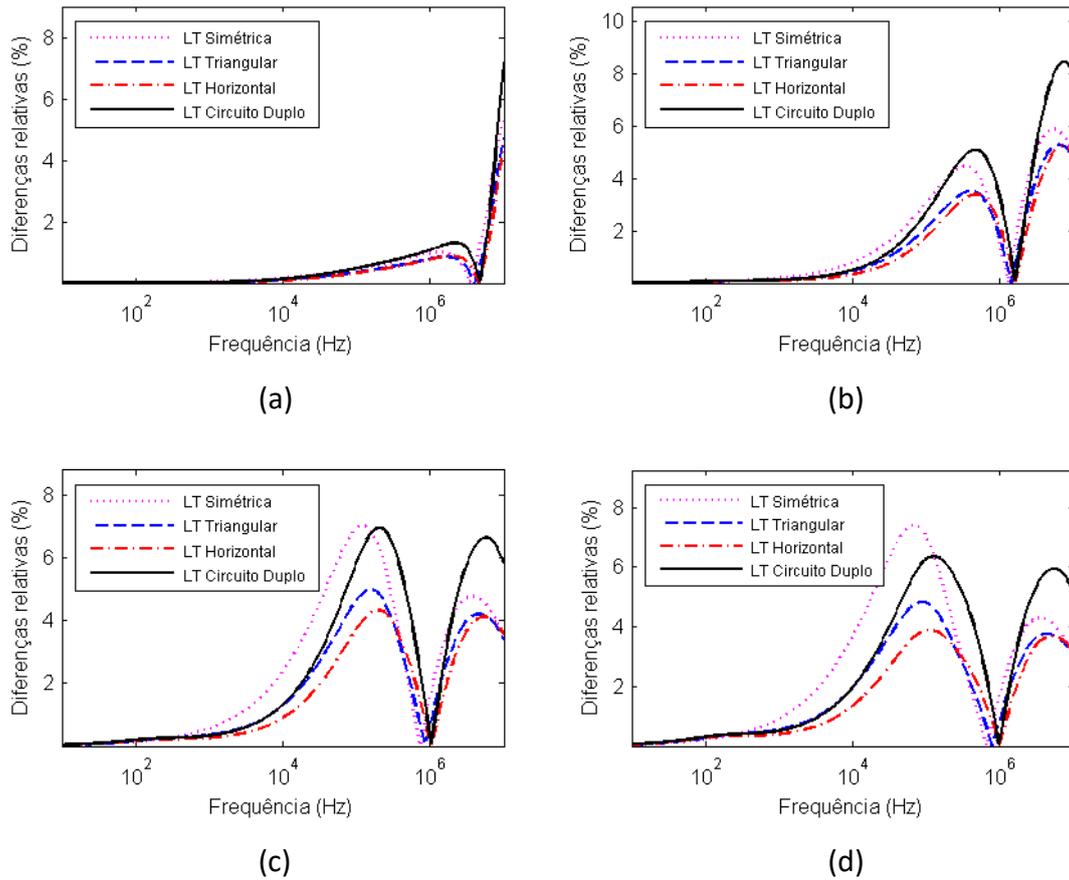
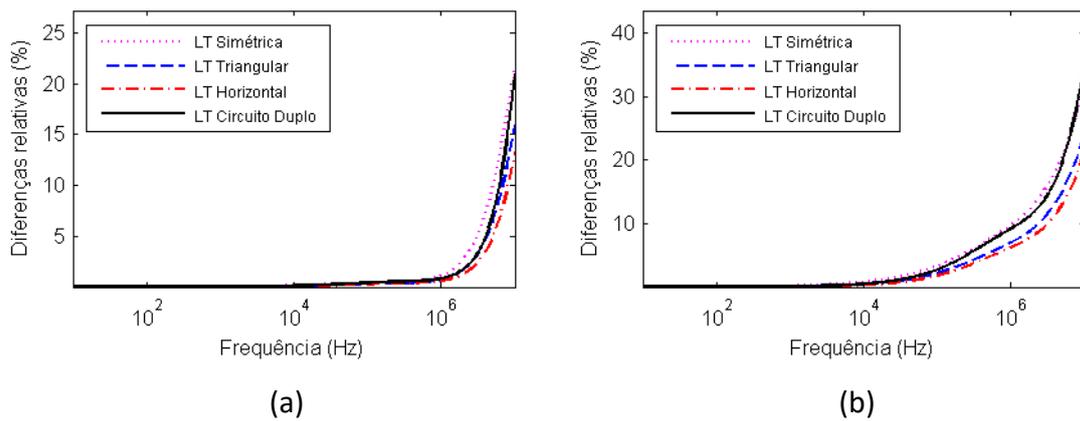


Figura 9.1 – Diferenças relativas percentuais entre valores de impedância longitudinal de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .



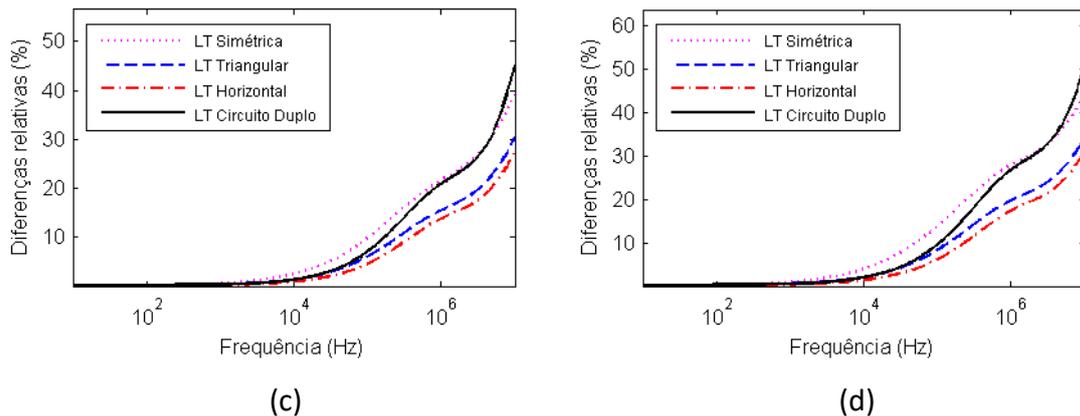


Figura 9.2 – Diferenças relativas percentuais entre valores de impedância longitudinal de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

## 9.2 Diferenças relativas percentuais entre os valores de capacitância transversal

As Figuras 9.3 e 9.4 apresentam as diferenças relativas percentuais entre os valores de capacitância transversal de modo terrestre.

A partir dos gráficos verifica-se que até 1 MHz, o efeito do solo nos valores de capacitância pode ser desprezado. Comparando-se apenas as formulações de Pettersson, Figura 9.3, na faixa de frequência entre 1MHz e 10 MHz, trecho de maior variação, os desvios relativos são inferiores a 10%. Na formulação de Carson, os efeitos do solo no cálculo da admitância transversal são desprezados. Essa simplificação não implica em erros significativos até 1 MHz.

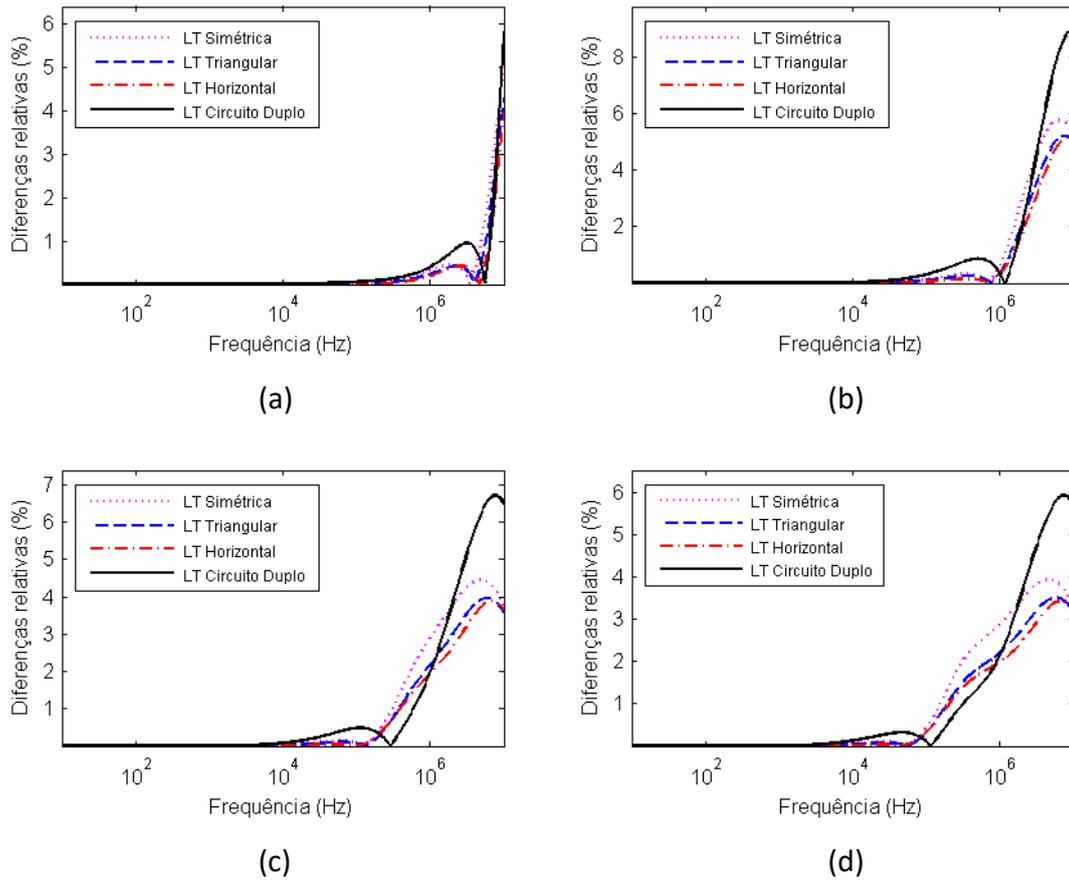


Figura 9.3 – Diferenças relativas percentuais entre valores de capacitância transversal de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

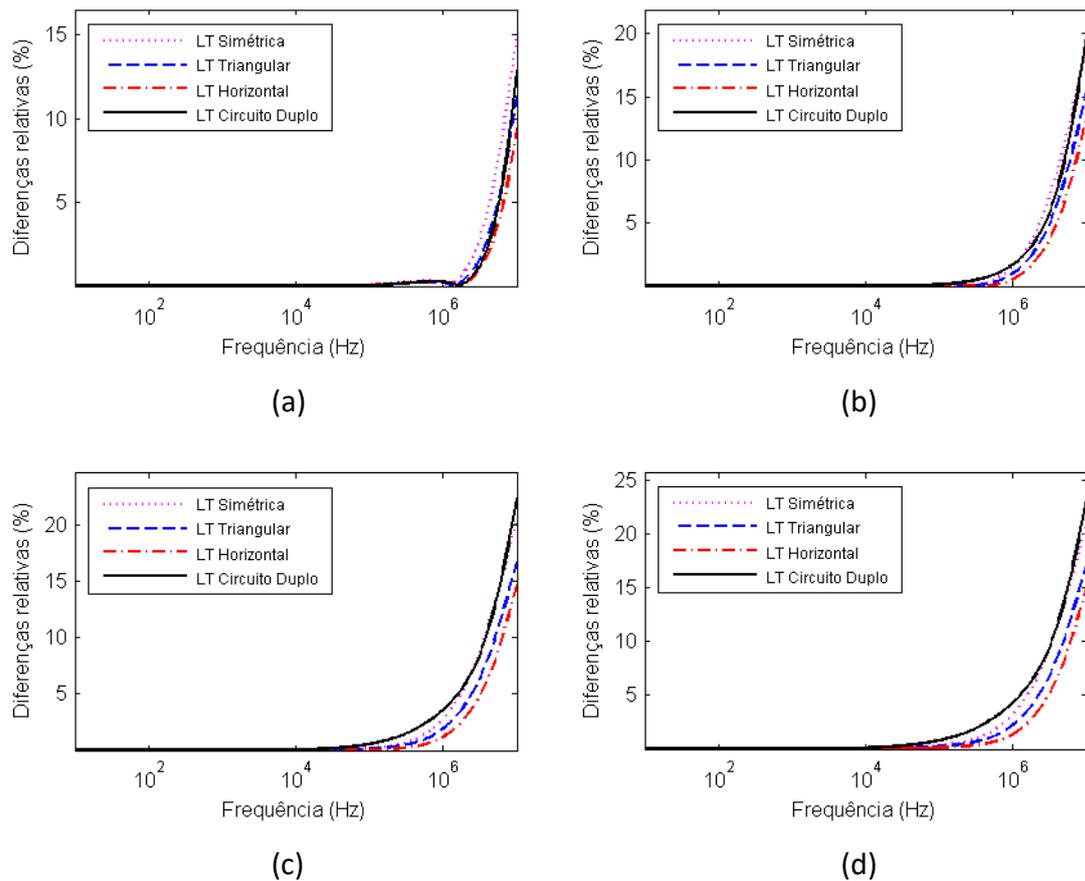


Figura 9.4 – Diferenças relativas percentuais entre valores de capacitância transversal de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

### 9.3 Diferenças relativas percentuais entre os valores de constante de atenuação

Nas Figuras 9.5 e 9.6 são apresentadas novamente as diferenças relativas percentuais entre os valores de constante de atenuação de modo terrestre.

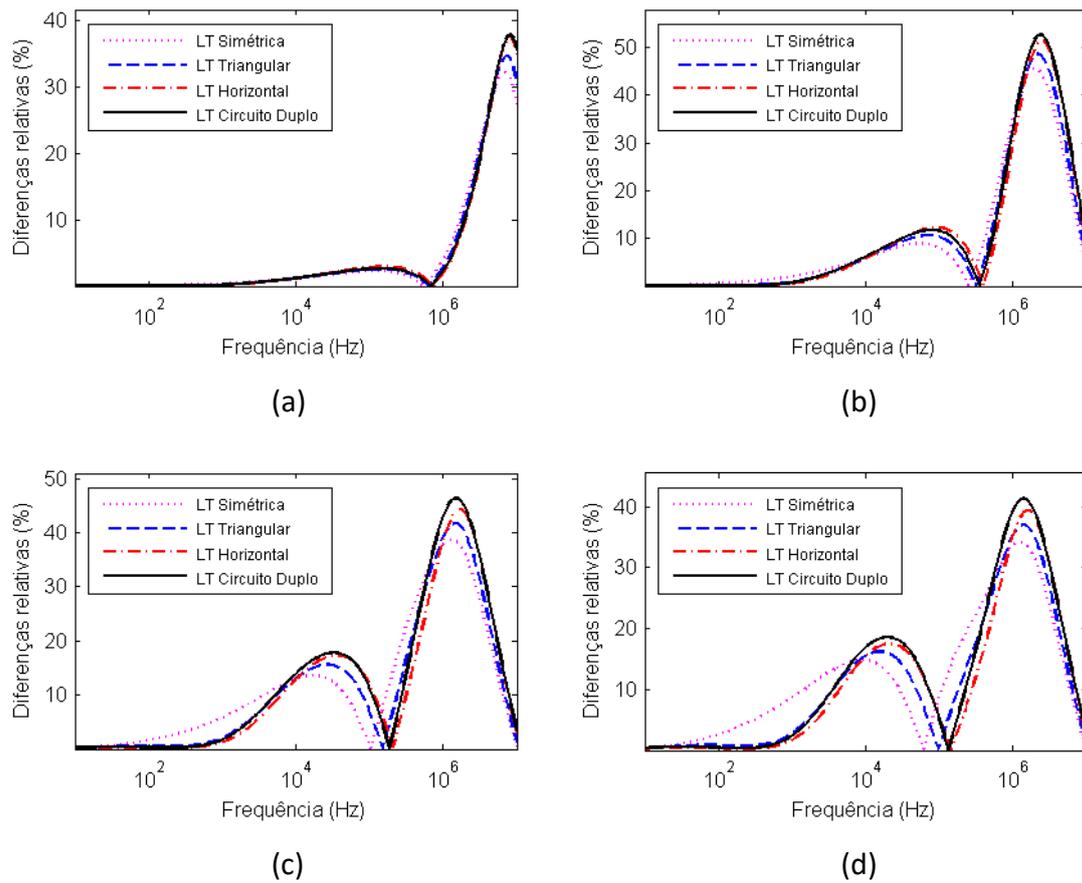


Figura 9.5 – Diferenças relativas percentuais entre valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

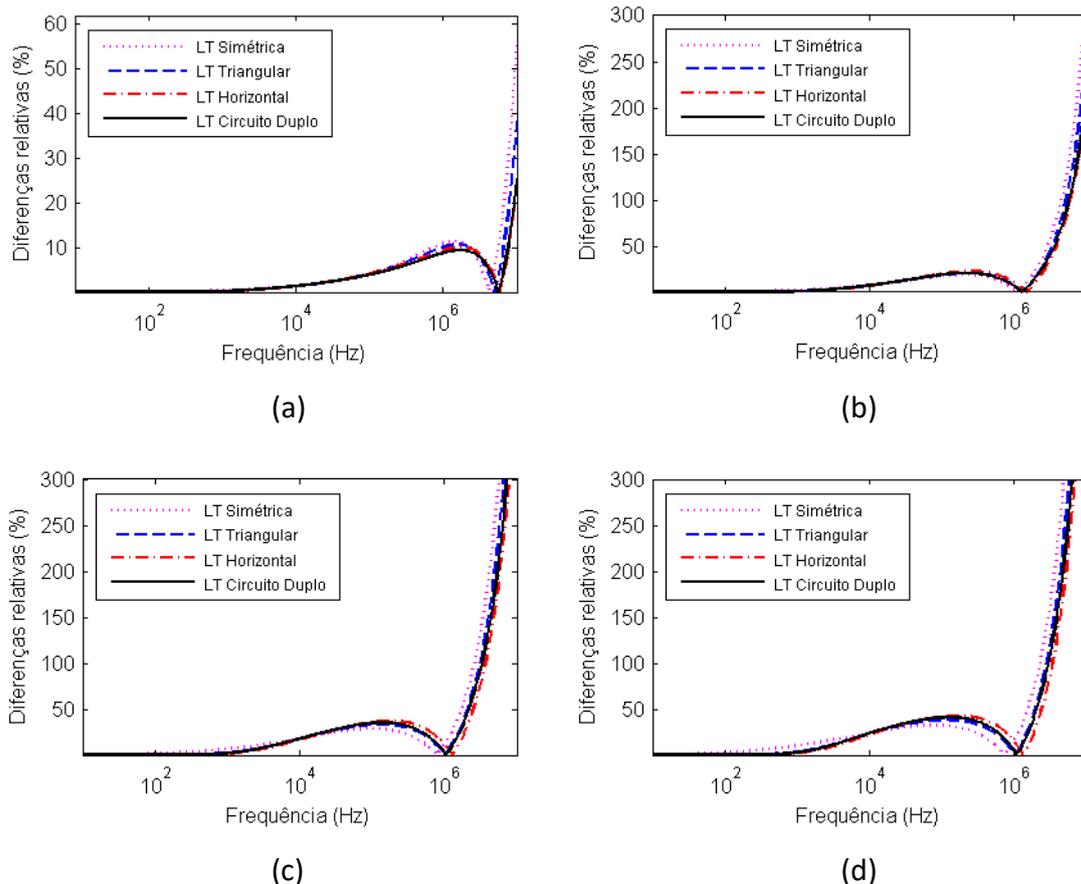


Figura 9.6 – Diferenças relativas percentuais entre valores de constante de atenuação de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

Para as demais grandezas modais as diferenças relativas entre os modos aéreos, considerando as diferentes formulações de cálculo são muito pequenas e não justifica apresentá-las. No entanto, no caso da constante de atenuação são observadas diferenças relativas elevadas para frequências superiores a 100 kHz. Assim, os resultados da comparação entre os valores de constante de atenuação de modo aéreo são apresentados nas Figuras 9.7 e 9.8.

A partir dos resultados conclui-se que a constante de atenuação é o parâmetro modal mais sensível à inclusão da dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência e são verificadas diferenças até mesmo nos modos aéreos.

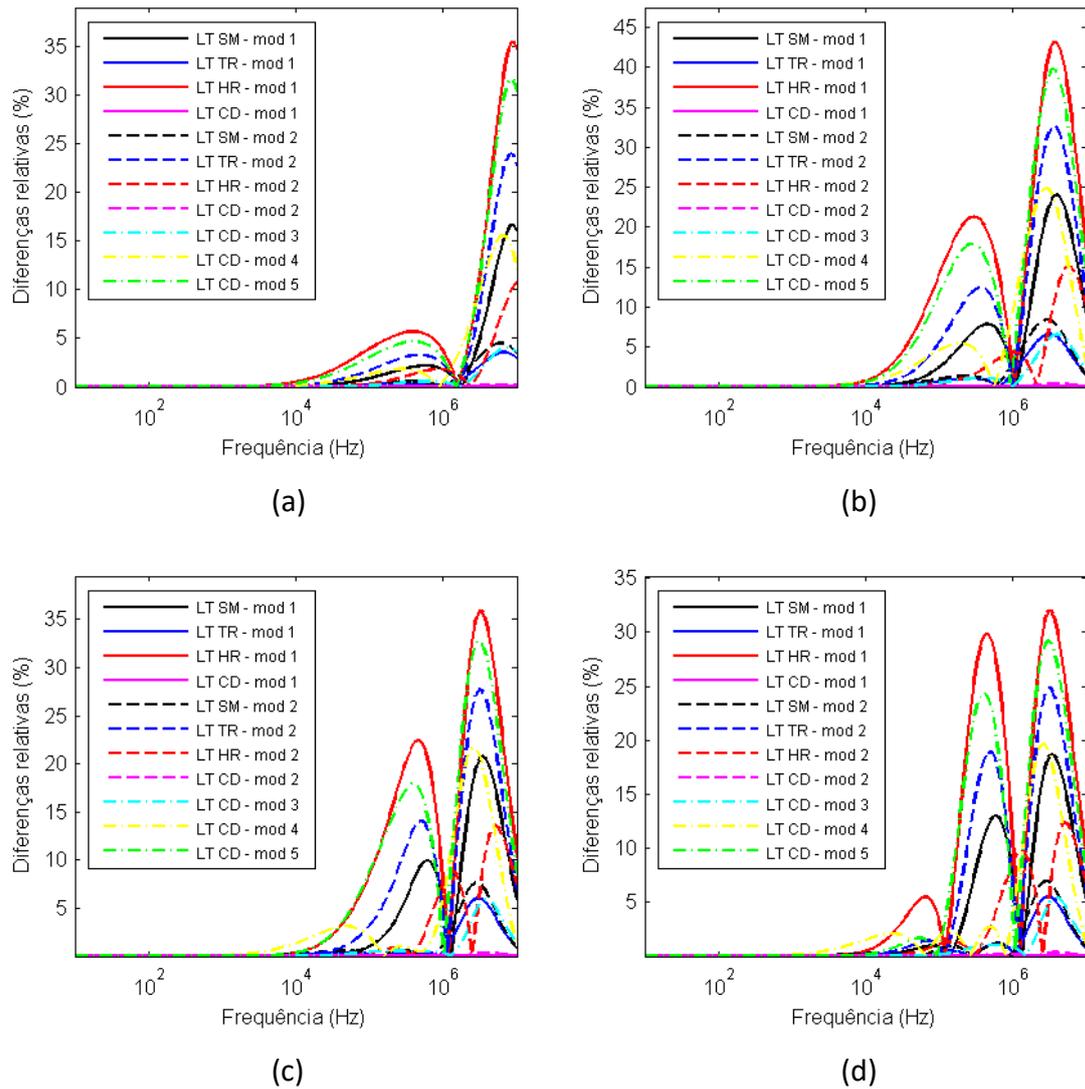


Figura 9.7 – Diferenças relativas percentuais entre valores de constante de atenuação de modo aéreo, calculadas conforme equação (2.53). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

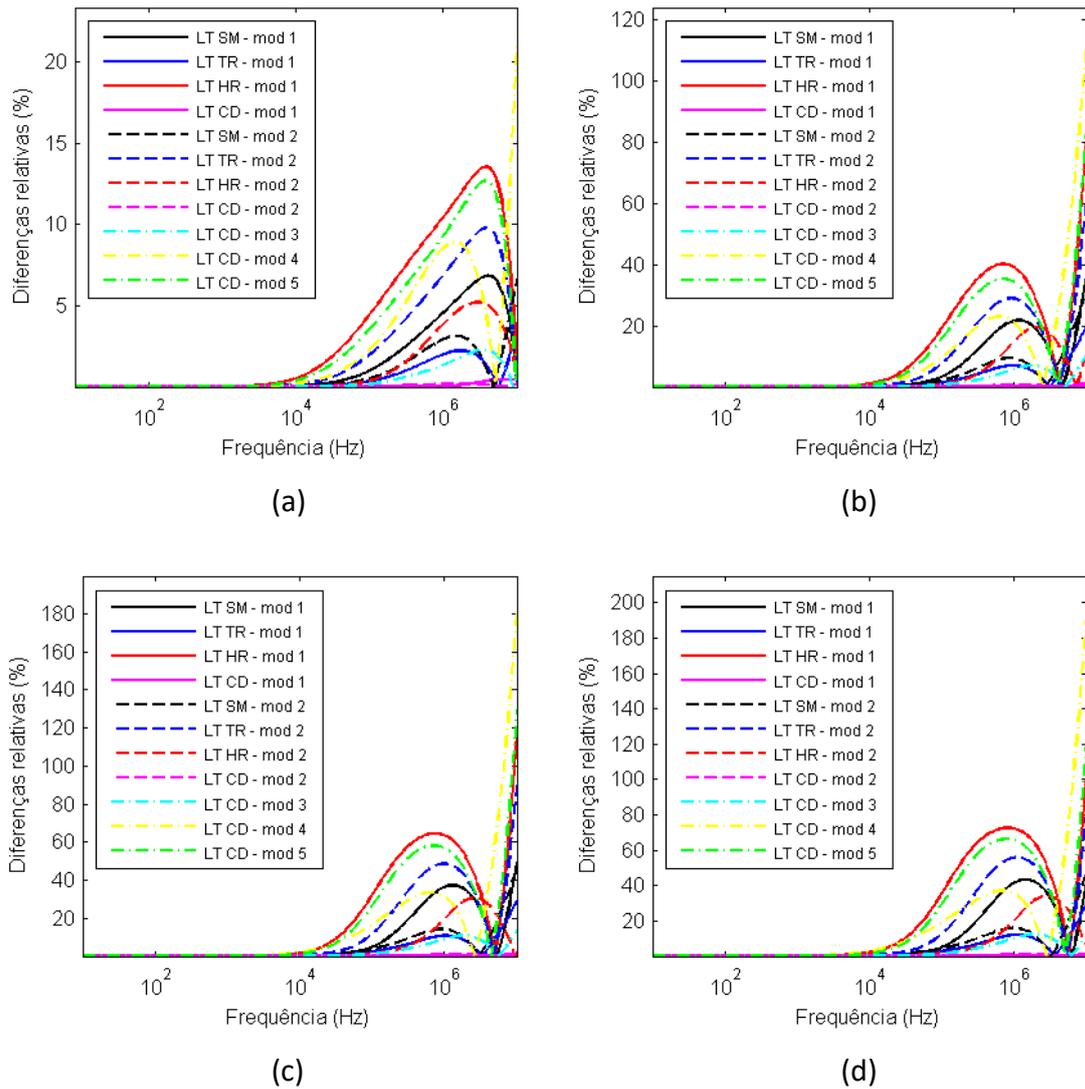


Figura 9.8 – Diferenças relativas percentuais entre valores de constante de atenuação de modo aéreo, calculadas conforme equação (2.54). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

Nas Figuras 9.7 e 9.8 os termos LT SM, LT TR, LT HR e LT CD são adotados para designar a LT Simétrica, LT Triangular, LT Horizontal e LT Circuito Duplo, respectivamente.

## 9.4 Diferenças relativas percentuais entre os valores de velocidade de fase

As Figuras 9.9 e 9.10 apresentam as diferenças relativas percentuais entre os valores de velocidade de fase de modo terrestre. Como a velocidade de fase tende para a velocidade da luz para frequências elevadas, as diferenças relativas obtidas entre os modelos são desprezíveis.

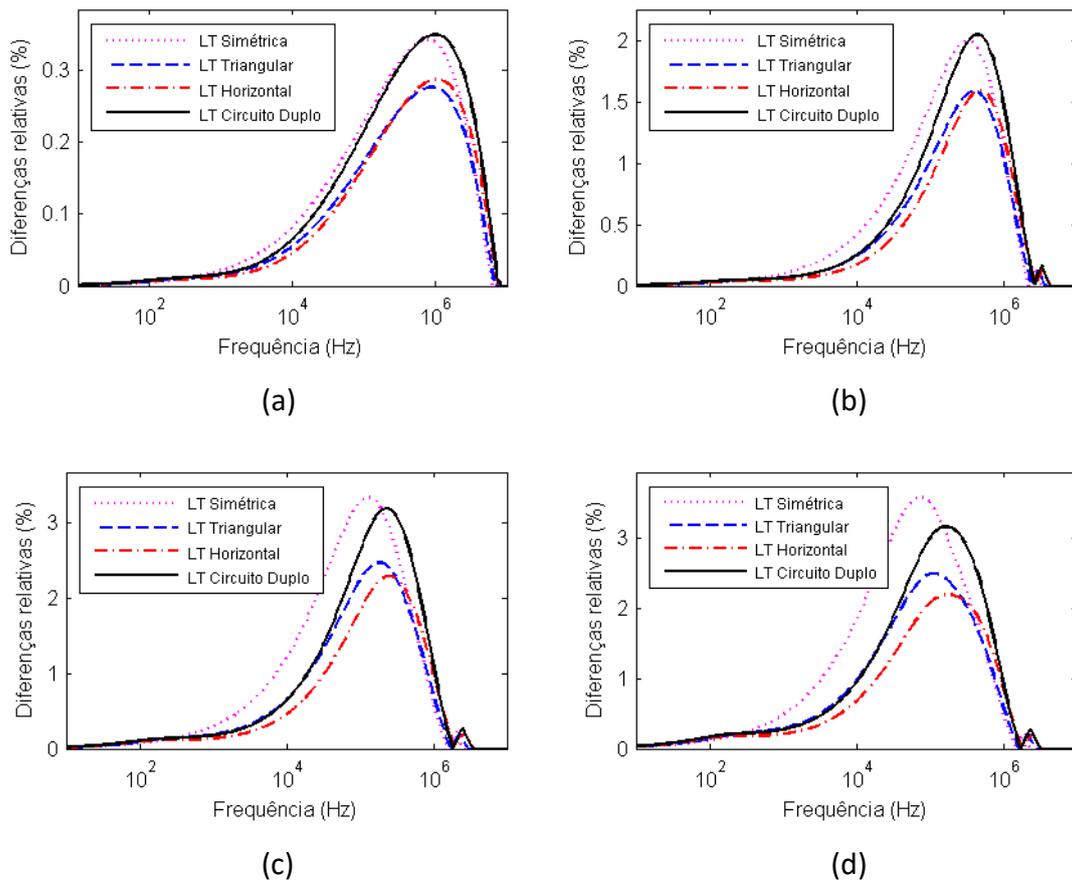


Figura 9.9 – Diferenças relativas percentuais entre valores de velocidade de fase de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.53). (a)  $\rho = 100 \Omega.m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega.m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega.m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega.m$ .

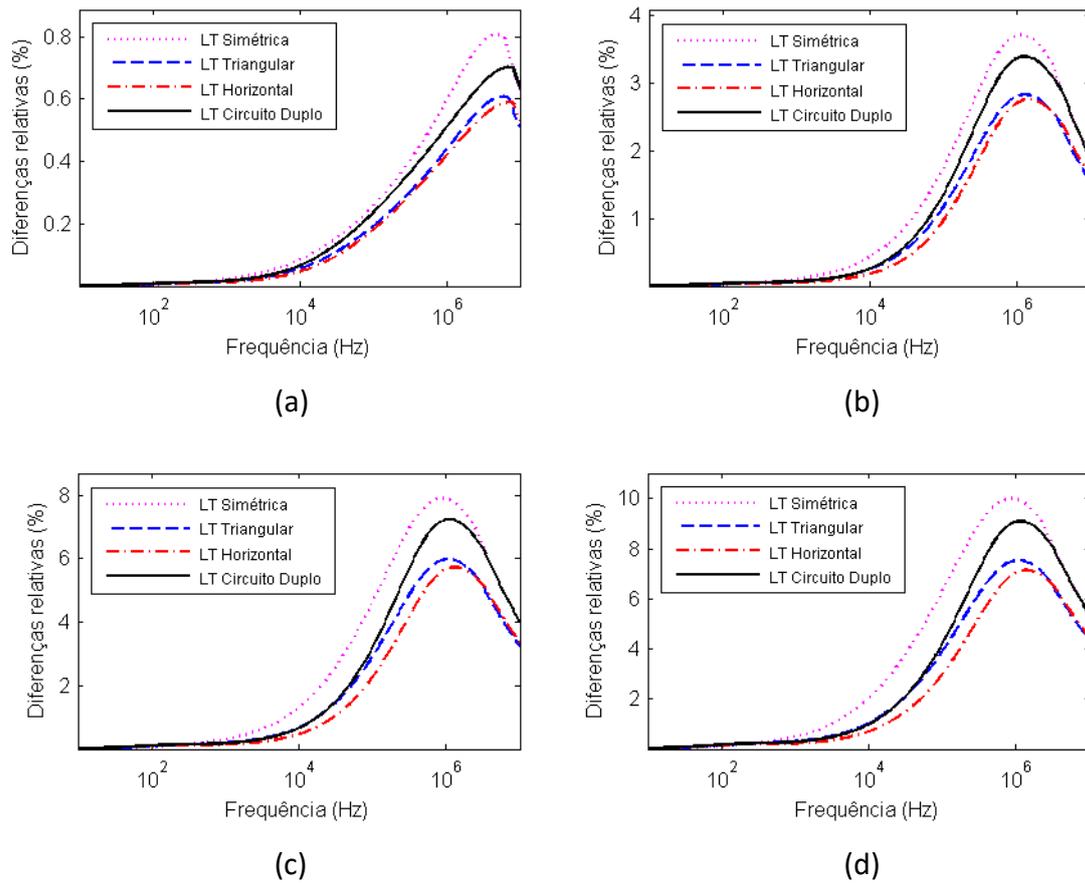


Figura 9.10 – Diferenças relativas percentuais entre valores de velocidade de fase de modo terrestre, calculadas conforme equação (2.54). (a)  $\rho = 100 \Omega \cdot m$ . (b)  $\rho = 1.000 \Omega \cdot m$ . (c)  $\rho = 5.000 \Omega \cdot m$  (d)  $\rho = 10.000 \Omega \cdot m$ .

---

## 10Apêndice D: Fundamentação matemática e considerações práticas para aplicação da Transformada Numérica de Laplace

---

Sendo  $f(t)$  uma função no domínio do tempo e  $F(s)$  sua representação no domínio de Laplace, as transformadas de Laplace direta e inversa podem ser escritas de acordo com as equações (10.1) e (10.2) [74]:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (10.1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds \quad (10.2)$$

Em (10.1) e (10.2) a variável de Laplace  $s$  é definida como  $s = c + j\omega$ , sendo  $c$  uma constante real e  $\omega$  a frequência angular. Modificando as equações (10.1) e (10.2) em função de  $c$  e  $\omega$ , tem-se as equações (10.3) e (10.4) [74]:

$$F(c + j\omega) = \int_0^{\infty} [f(t)e^{-ct}]e^{-j\omega t} dt \quad (10.3)$$

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(c + j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (10.4)$$

As equações (10.3) e (10.4) indicam que a transformada de Laplace de  $f(t)$  corresponde à transformada de Fourier da função amortecida  $f(t)e^{-ct}$  [74]. A transformada inversa de Laplace pode ser reescrita conforme (10.5), desde que a função  $f(t)$  seja real e nula para intervalos de tempo inferiores a zero.

$$f(t) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{e^{ct}}{\pi} \int_0^{\infty} F(c + j\omega)e^{j\omega t} d\omega \right\} \quad (10.5)$$

Nas equações (10.1) - (10.5), a transformada de Laplace e sua inversa são definidas no domínio real e contínuo. Entretanto, há casos nos quais a aplicação da transformada

analítica é muito difícil ou mesmo impossível, sendo necessário o emprego de uma abordagem numérica.

A transformada numérica inversa de Laplace pode ser obtida a partir da discretização da equação (10.5), considerando intervalos regulares de amostragem nos domínios do tempo e da frequência. No domínio do tempo, a função é amostrada a cada intervalo  $\Delta t$ , conforme equação (10.6). Por outro lado, no domínio da frequência, a função é obtida apenas para as amostras ímpares a cada  $2\Delta\omega$ , como pode ser visto na equação (10.7) [74].

$$f_n \equiv f(n\Delta t), \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (10.6)$$

$$F_{2k+1} \equiv F[c + j(2k + 1)\Delta\omega], \quad k = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (10.7)$$

Em (10.6) e (10.7) nota-se que é utilizado o sinal de equivalência (" $\equiv$ ") e não o sinal de igualdade (" $=$ "). Com isso, busca-se demonstrar que as funções  $f_n$  e  $F_{2k+1}$  são aproximações discretas das funções originais. Além disso, para as funções  $f_n$  e  $F_{2k+1}$  são consideradas  $N$  amostras igualmente espaçadas.

Uma vez que a integral numérica é definida, há a necessidade de definir um tempo de observação  $T$  e a máxima frequência  $\Omega$ . O tempo de observação  $T$  corresponde ao período da função no domínio do tempo resultante do processo de discretização de sua imagem no domínio da frequência. Assim, o tempo de observação pode ser determinado pela equação (10.8).

$$T = \frac{2\pi}{(2\Delta\omega)} = \frac{\pi}{\Delta\omega} \quad (10.8)$$

A partir da equação (10.8) é possível estabelecer as relações dadas nas equações (10.9) e (10.10).

$$\Delta t = \frac{T}{N} \quad (10.9)$$

$$\Delta\omega = \frac{\Omega}{2N} \quad (10.10)$$

A partir do processo de amostragem discutido acima, bem como a função janela  $\sigma$  (discutida em maiores detalhes a seguir), é possível representar a equação (10.5), na forma numérica, conforme equação (10.11) [74].

$$f_n \equiv f(n\Delta t) = Re \left\{ C_n \left[ \sum_{k=0}^{N-1} (F_{2k+1})(\sigma_{2k+1}) e^{(j2\pi kn)/N} \right] \right\} \quad (10.11)$$

onde:

$$C_n = 2N(e^{cn\Delta t})(e^{(j\pi n)/N})(\Delta\omega/\pi) \quad (10.12)$$

Em (10.11), o termo dentro dos colchetes corresponde à Transformada Numérica de Fourier, e, por isso, pode ser calculado utilizando um algoritmo do tipo Transformada Rápida de Fourier (TRF), de forma a melhorar a eficiência numérica do método; entretanto, a amostragem no domínio da frequência deve ser feita em intervalos igualmente espaçados, isto é, o passo  $\Delta\omega$  deve ser constante [74], [75].

A função de janela  $\sigma(k)$  é usada para atenuar o efeito de Gibbs produzido pelo truncamento da faixa de frequências de interesse. A literatura técnica oferece uma grande variedade de expressões matemáticas para a implementação de  $\sigma(k)$ , sendo alguma delas apresentadas na Tabela 10.1 [13], [74]-[76].

Tabela 10.1 – Expressões para a função de amortecimento utilizadas para atenuação do efeito de Gibbs

Função de amortecimento	Expressões matemáticas
<b>Blackman</b>	$\sigma(k) = 0,42 + 0,5\cos\left(\frac{\pi k}{2N}\right) + 0,08\cos\left(\frac{\pi k}{N}\right)$
<b>Hanning</b>	$\sigma(k) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi k}{2N}\right) \right]$
<b>Lanczos</b>	$\sigma(k) = \frac{1 + \cos(\pi k/2N)}{\pi k/2N}$
<b>Riez</b>	$\sigma(k) = 1 - \left  \frac{k}{2N} \right ^2$

Uma função do tipo janela é um tipo de filtro digital cuja resposta ao impulso apresenta duração finita. Assim, a introdução da função janela na utilização da transformada de Laplace pode ser também compreendida como o emprego de um filtro para minimizar as partes não desejadas da função.

O coeficiente de amortecimento da variável de Laplace  $c$  (ou seja, parte real da variável  $s$ ) pode ser definida de modo a reduzir os erros de alisamento decorrentes do processo de discretização [75]. Assim como para função  $\sigma(k)$ , há na literatura uma série de expressões para o cálculo do fator de amortecimento  $c$ , dentre elas as apresentadas nas equações (10.13) e (10.14) propostas por Wilcox [84] e Wedepohl [120], respectivamente. Em alternativa, o fator  $c$  também pode ser determinado pela equação (10.15) [8].

$$c = 2\Delta\omega \quad (10.13)$$

$$c = \ln \frac{N^2}{T} \quad (10.14)$$

$$c = -\frac{\ln(0.001)}{T} \quad (10.15)$$

O fator  $c$  deve ser determinado considerando que:

- se escolhido um valor pequeno, o caminho de integração não será deslocado longe o suficiente do eixo imaginário, não sendo possível obter um amortecimento adequado na cauda da forma de onda [74];
- um valor muito elevado pode conduzir a distorções na resposta [74].