



PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI



Universidade Federal
de São João del-Rei

FLÁVIA CORDEIRO MARTINS

**FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO PARA SÍNTESE DE
OBSERVADOR PROPORCIONAL INTEGRAL**

BELO HORIZONTE
2020



PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI



Universidade Federal
de São João del-Rei

FLÁVIA CORDEIRO MARTINS

FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO PARA SÍNTESE DE OBSERVADOR PROPORCIONAL INTEGRAL

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, associação ampla entre o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais e Universidade Federal de São João Del-Rei, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Modelagem e Controle de Sistemas

Linha de pesquisa: Controle de Sistemas

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Nunes Gonçalves

BELO HORIZONTE
2020

M386f Martins, Flávia Cordeiro
Formulação multiobjetivo para síntese de observador proporcional integral / Flávia Cordeiro Martins. – 2020.
xii, 87 f.: il., gráfs, tabs.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica em associação ampla entre a UFSJ e o CEFET-MG.

Orientador: Eduardo Nunes Gonçalves.
Banca examinadora: Eduardo Nunes Gonçalves, Márcio Júnior Lacerda, Cristiano Marcos Agulhari.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Sistemas de controle – Teses. 2. Otimização matemática – Teses. 3. Algoritmos – Teses. 4. Sistemas de controle por realimentação – Teses. I. Gonçalves, Eduardo Nunes. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Universidade Federal de São João del-Rei. IV. Título.

CDD 629.8



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Flávia Cordeiro Martins

“Formulação multi objetivo para síntese de observador proporcional integral.”

Dissertação nº 234 apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Associação Ampla entre a Universidade Federal de São João Del-Rei e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais em 07 de Julho de 2020 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, aprovada pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Eduardo Nunes Gonçalves (Orientador)
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Márcio Júnior Lacerda
Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ

Prof. Dr. Cristiano Marcos Agulhari
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pela vida, por ser minha força nesta caminhada, iluminando-me em toda a caminhada e ajudando me a vencer os obstáculos e diversidades.

Aos meus pais Olávio e Maria Aparecida, por todo apoio, educação, carinho e amor. Ao meu irmão Júlio César pelo apoio e companheirismo. Ao meu noivo, pelo amor, paciência, por acreditar em mim e entender os momentos de ausência. A todos os meus familiares que me acompanharam e torceram por mim nesta jornada.

Agradeço ao meu orientador, Professor Eduardo Nunes por aceitar me orientar e todo ensinamento transmitido, foram fundamentais para a conclusão deste trabalho. Tenho grande admiração pelo seu profissionalismo.

Agradeço à todo o corpo docente, técnicos-administrativos e colegas discentes do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do CEFET-MG pelo apoio e disponibilidade oferecidos em toda a caminhada do mestrado.

Agradeço ao CEFET MG, FAPEMIG e a CAPES pelos apoio financeiros, que deram suporte para a realização deste trabalho.

Agradeço a todos que torceram e me ajudaram de alguma forma na concretização deste sonho.

Resumo

Este trabalho apresenta uma formulação de síntese de projeto de observadores de estados Proporcional-Integral (PI) para sistemas multivariáveis lineares invariantes no tempo (LIT). Em uma formulação bi-objetivo, as finalidades do projeto são minimizar o erro de estimação dos estados observados, quando o sistema está submetido a distúrbios não mensuráveis e à atenuação do efeito de ruídos de medição. As especificações de desempenho de projeto são quantificadas em termos das normas H_2 e H_∞ das matrizes do sistema em malha fechada. A principal contribuição deste trabalho é caracterizada pela formulação do problema de síntese de observadores PI como um problema de otimização multiobjetivo que possibilite, por meio de algoritmos apropriados, a geração de um conjunto de soluções eficientes com diferentes compromissos entre a minimização do erro de estimação na presença de distúrbios e a minimização do efeito de ruídos de medição. Esta técnica visa garantir o erro de estimação nulo em regime permanente para sistemas LIT em tempo contínuo. Uma segunda contribuição desse trabalho é comparar o observador PI com o observador clássico de Luenberger para verificar se apesar da complexidade de projeto e implementação do observador PI, os benefícios justificam o seu uso. Na resolução do problema, foi utilizado um algoritmo Evolução Diferencial Multiobjetivo. O conjunto de soluções encontradas no problema de otimização multiobjetivo formam a fronteira aproximada Pareto, sendo as variáveis otimizadas os elementos que integram a matriz de ganhos do observador. Um método de tomada de decisões multicritério baseado em uma abordagem fuzzy foi aplicado, fornecendo três soluções eficientes ao tomador de decisões. A eficiência da formulação de projeto proposta é verificada em exemplos ilustrativos de sistemas de ordens diferentes. Os resultados obtidos indicam a eficiência da formulação desenvolvida, tendo em vista que através do observador PI é possível obter menores erros de estimação com menores ganhos que o observador clássico, e ainda minimizar o efeito da perturbação e dos ruídos de medição.

Palavras-chave: Observador de estados Proporcional-Integral. Algoritmo Evolução Diferencial Multiobjetivo. Realimentação de Estados.

Abstract

This work presents a synthesis formulation of Proportional-Integral (PI) state observers for multivariable linear time-invariant systems (LTI). Considering a bi-objective formulation, the purpose of the project is to minimize the state estimation errors, when the system is subjected to non-measurable disturbances, and the attenuation of the measurement noise effect. The performance specifications of the project are quantified in terms of the H_2 and H_∞ norms of the closed-loop system matrices. The main contribution of this work is characterized by the formulation of the synthesis of PI observers as a multi-objective optimization problem that allows, through any multiobjective optimization algorithm, the generation of a set of efficient solutions with different trade-off between minimization of the state estimation error in the presence of disturbances and minimization of the effect from measurement noises. This technique aims at guaranteeing the null estimation error on stationary state for LTI systems in continuous time. A second contribution of this work is to compare the PI observer with Luenberger's classic observer to verify if, despite the greater complexity of the PI observer design and implementations, the benefits justify its use. To solve the problem, a Multiobjective Differential Evolution algorithm is applied. The set of solutions found in the multiobjective optimization problem form the approximate Pareto Frontier, with the optimized variables being the elements that compose the observer's gain matrices. A multicriteria decision-making method based on a fuzzy approach was applied providing three efficient solutions to the decision maker. The efficiency of the proposed synthesis is verified by illustrative examples for different system orders. The results presented indicate the efficiency of the developed formulation, considering that through the PI observer it is possible to obtain smaller estimation errors with smaller gains than the classical observer, and still minimize the effect of disturbance and measurement noise

Keywords: Proportional-Integral State Observer. Differential Evolution Algorithm. State feedback Control.

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 – Diagrama de blocos generalizado de sistemas de controle | 9 |
| Figura 2.2 – Observador Clássico. | 15 |
| Figura 2.3 – Realimentação de estados com ação integral baseado em observador. | 16 |
| Figura 2.4 – Observador Proporcional Integral. | 17 |
| Figura 3.1 – Mapeamento de (a) um espaço de decisão em (b) um espaço objetivo, onde ambos os objetivos devem ser minimizados. (MAIER et al., 2019) | 26 |
| Figura 3.2 – Relação entre (a) cenário do espaço objetivo 1, (b) cenário do espaço do objetivo 2 e (c) Fronteira Pareto do problema de otimização biobjetivo.(MAIER et al., 2019) | 27 |
| Figura 3.3 – Representação gráfica dos pontos utópico e antiutópico | 27 |
| Figura 3.4 – Procedimento do NSGA-II. | 30 |
| Figura 3.5 – Indicador de Hipervolume. (JIANG et al., 2014) | 32 |
| Figura 3.6 – Exemplo da seleção baseada em tomada de decisão multicritério | 34 |
| Figura 4.1 – Modelo da suspensão ativa. | 37 |
| Figura 4.2 – Fronteira Pareto aproximada. | 39 |
| Figura 4.3 – Evolução do Indicador Hipervolume. | 40 |
| Figura 4.4 – Soluções Seleccionadas aplicada tomada de decisão. | 41 |
| Figura 4.5 – Derivada do perfil da pista. | 43 |
| Figura 4.6 – Saída do sistema: Aceleração (à esquerda) e Entrada/Esforço de Controle (à direita). | 44 |
| Figura 4.7 – Estimação do estados. | 45 |
| Figura 4.8 – Erro de estimação dos estados. | 46 |
| Figura 4.9 – Processo de quatro tanques para estimação e controle dos níveis de água. | 48 |
| Figura 4.10–Fronteira Pareto aproximada. | 51 |
| Figura 4.11–Indicador Hipervolume. | 51 |
| Figura 4.12–Estados x_1 e x_2 com foco em rejeição à perturbação. | 54 |
| Figura 4.13–Estados x_3 e x_4 com foco em rejeição à perturbação. | 55 |
| Figura 4.14–Estados x_1 e x_2 com foco em atenuar ruídos de medição. | 57 |
| Figura 4.15–Estados x_3 e x_4 com foco em atenuar ruídos de medição. | 58 |
| Figura 4.16–Erro de estimação dos desvios de níveis | 59 |
| Figura 4.17–Estados x_1 e x_2 com foco em menor erro RMS. | 61 |
| Figura 4.18–Estados x_3 e x_4 com foco em menor erro RMS. | 62 |
| Figura 4.19–Soluções seleccionadas pelo auxílio à tomada de decisões | 63 |
| Figura 4.20–Respostas transitórias das tensões das bombas | 65 |
| Figura 4.21–Estados $x_1 = h_1$ e $x_2 = h_2$ | 66 |

| | |
|--|----|
| Figura 4.22–Estimação dos estados $x_3 = h_3$ e $x_4 = h_4$ | 67 |
| Figura 4.23–Coluna de Destilação Binária. | 69 |
| Figura 4.24–Fronteira Pareto aproximada. | 72 |
| Figura 4.25–Soluções escolhidas pela abordagem Bellman-Zadeh | 73 |
| Figura 4.26–Esforço de controle das três entradas. | 75 |
| Figura 4.27–Estados medidos e estimados. | 76 |
| Figura 4.28–Estados x_2 e x_3 reais e estimados. | 77 |
| Figura 4.29–Estados x_8 e x_9 reais e estimados. | 78 |

Lista de Tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 4.1 – Parâmetros do Algoritmo DEMO | 36 |
| Tabela 4.2 – Parâmetros da Suspensão ativa | 38 |
| Tabela 4.3 – Desempenho dos observadores na presença de ruídos e perturbações | 47 |
| Tabela 4.4 – Desempenho dos observadores com foco em rejeição à perturbação. . | 53 |
| Tabela 4.5 – Desempenho dos observadores com objetivo de minimizar ruídos de medição | 56 |
| Tabela 4.6 – Desempenho dos observadores com foco em menor erro RMS | 60 |
| Tabela 4.7 – Desempenho dos observadores na presença de ruídos e perturbações | 68 |
| Tabela 4.8 – Desempenho dos observadores na presença de ruídos e perturbações | 79 |

Lista de Abreviaturas e Siglas

| | |
|---------|---|
| PI | Proporcional Integral |
| DE | <i>Differential Evolution</i> |
| DEMO | <i>Differential Evolution Multiobjective Optimization</i> |
| LMI | <i>Linear Matrix Inequalities</i> |
| SLIT | Sistema Linear Invariante no Tempo |
| SISO | <i>Single Input Single Output</i> |
| MIMO | <i>Multiple Input Multiple Output</i> |
| LQR | <i>Linear Quadratic Regulator</i> |
| HVI | Hipervolume |
| PSO | <i>Particle Swarm Optimization</i> |
| EA | <i>Evolutionary Algorithm</i> |
| BCO | <i>Bee Colony Optimization</i> |
| NSGA II | <i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II</i> |
| RMS | <i>Root Means Squares</i> |

Lista de Símbolos

| | |
|------------------------|---|
| \mathbb{R} | Conjunto dos números reais |
| $\ T\ _\infty$ | Norma H_∞ da função de transferência T |
| $\ T\ _2$ | Norma H_2 da função de transferência T |
| \in | Pertence a |
| T_{ed} | Matriz de transferência em malha fechada relacionando o vetor de erros e com o vetor de distúrbios de entrada d |
| T_{en} | Matriz de transferência em malha fechada relacionando o vetor de erros e com o vetor de ruídos na saída n |
| $\mathcal{U}_{(a,b)}$ | Número pseudoaleatório uniformemente distribuído no intervalo (a,b) |
| $\mathcal{I}_{(m)}$ | Número inteiro pseudoaleatório uniformemente distribuído no intervalo $[1, m]$ |
| $T_r(\cdot)$ | Traço do argumento |
| θ^* | conjunto de soluções eficientes de um problema de otimização |
| A^T | Transposta da matriz A |
| A^* | Transposta conjugada da matriz A |
| $diag(v)$ | matriz diagonal com elementos do vetor v na diagonal |
| $\cup v_i$ | União de conjuntos v_i |
| $\langle X, M \rangle$ | Modelos de tomada de decisões multiobjetivo |

Sumário

| | |
|--|-----------|
| 1 – Introdução | 1 |
| 1.1 Motivação | 4 |
| 1.2 Objetivos | 5 |
| 1.3 Organização do Trabalho | 6 |
| 2 – Formulação do Problema | 7 |
| 2.1 Introdução | 7 |
| 2.2 Representação de sistemas em espaço de estados | 7 |
| 2.3 Realimentação de Estados | 8 |
| 2.4 Observador de Estados | 12 |
| 2.4.1 Observador Clássico | 13 |
| 2.4.1.1 Controle por realimentação de estados baseado em observador Clássico | 14 |
| 2.4.2 Observador Proporcional Integral | 16 |
| 2.4.2.1 Controle por realimentação de estados baseado em observador PI | 17 |
| 2.5 Especificações de Desempenho | 18 |
| 2.5.1 Norma H_2 | 19 |
| 2.5.2 Norma H_∞ | 20 |
| 2.6 Formulação de Síntese de Observadores | 20 |
| 2.6.1 Formulação do problema de síntese do observador clássico | 20 |
| 2.6.2 Formulação do problema de síntese de observadores PI | 21 |
| 2.7 Conclusão | 22 |
| 3 – Métodos computacionais para Otimização Multiobjetivo | 23 |
| 3.1 Problemas de Otimização Multiobjetivo | 25 |
| 3.2 Método Evolução Diferencial Multiobjetivo | 27 |
| 3.2.1 População Inicial | 28 |
| 3.2.2 Operação de Mutação Diferencial | 28 |
| 3.2.3 Operação de Recombinação ou Cruzamento | 28 |
| 3.2.4 Operação de seleção para problemas multiobjetivo: | 29 |
| 3.2.5 Tratamento das restrições | 29 |
| 3.2.6 Algoritmo DEMO | 30 |
| 3.3 Desempenho do algoritmo multiobjetivo | 31 |
| 3.4 Auxílio à tomada de Decisão Multicritério | 32 |
| 3.5 Conclusão | 34 |

| | |
|--|-----------|
| 4 – Exemplos Ilustrativos | 35 |
| 4.1 Parametrização Geral do Algoritmo DEMO | 35 |
| 4.2 Exemplo 1 - Planta Suspensão Ativa | 37 |
| 4.2.1 Descrição | 37 |
| 4.2.2 Resultados | 38 |
| 4.3 Exemplo 2 - Planta Quatro Tanques | 48 |
| 4.3.1 Descrição | 48 |
| 4.3.2 Resultados | 50 |
| 4.3.3 Análise dos observadores com foco em rejeição à perturbação . . | 52 |
| 4.3.4 Análise dos observadores com foco em atenuar ruídos de medição | 56 |
| 4.3.5 Análise dos observadores com foco em menor erro RMS de esti- | |
| mação | 59 |
| 4.3.6 Análise dos observadores aplicando tomada de decisão multicritério | 63 |
| 4.4 Exemplo 3- Planta Torre de Destilação Binária | 68 |
| 4.4.1 Descrição | 68 |
| 4.4.2 Resultados | 71 |
| 4.5 Considerações Finais | 79 |
| 5 – Conclusão | 81 |
| 5.1 Trabalhos futuros | 82 |
| Referências | 83 |

Introdução

A teoria de estimação de estados serviu de estudo em diferentes campos científicos no tratamento de sistemas de controle dinâmico (CHEN, 1998), (GAO et al., 2008) para viabilizar a implementação de leis de controle que garantisse a estabilidade do sistema em malha fechada. Segundo Luenberger (1966) a estimação do vetor de estado por um observador pode ser usada no lugar do vetor de estado real em projetos de realimentação linear ou não linear com a garantia de estabilidade. Por esta razão, os observadores possuem diversas aplicações práticas, sendo monitoramento, controle e detecção de falhas as principais (AGUIRRE et al., 2007).

A teoria de controle moderno e a modelagem de sistemas por representação no espaço de estados possibilitaram a análise e projeto de controladores e observadores de sistemas multivariáveis. Estes sistemas podem ser do tipo linear ou não-linear, invariante no tempo ou variante no tempo. Em espaço de estados, a lei de controle conhecida por realimentação de estados pode ser considerada se todas as variáveis de estados forem acessíveis pelo controlador. No entanto, como apontado em Luenberger (1964), Ogata (2011), algumas variáveis são difíceis de obter pela limitação do número de sensores, seja pelo alto custo destes elementos, espaço físico reduzido ou necessidade de cabeamento. Portanto, os observadores são projetados para estimar as variáveis de estados não medidas para fins de realimentação.

Os observadores podem substituir os dispositivos de medição no sistema controlado, quando necessário, caracterizando uma importante ferramenta para estimar as variáveis não conhecidas. Na prática os observadores são algoritmos computacionais projetados para estimar as variáveis de estados. Estes fazem parte de um subsistema que realiza a reconstrução das variáveis do processo, e seu princípio baseia-se em medições da interação de sinais da planta conhecida (ou estimada) com leis de controle baseada no erro de estimação entre as variáveis simuladas do modelo real e variáveis estimadas (CHEN, 1998). Os estados estimados devem recuperar, assintoticamente, as trajetórias

dos estados do sistema ou de uma aproximação deles.

Considerando que um processo está sujeito a operar sob perturbações externas e não mensuráveis, é papel do sistema de controle lidar com essas mudanças, fornecendo também um comportamento adequado (ALBERTOS; ANTONIO, 2006). Embora a grande maioria dos sistemas de controle sejam não lineares e invariantes no tempo, os métodos baseados em sistemas lineares e invariantes no tempo (SLIT) possuem grande relevância, pela simplicidade e aplicabilidade das metodologias de síntese já consolidadas na literatura. A realimentação de estados em SLIT pode ser descrita por uma lei de controle baseada nas variáveis de estados, que se não estiverem disponíveis, podem ser estimadas pelo observador de estados a partir da medição do sinal de saída. Este tipo de controle possui vantagens como a garantia de estabilização em regime permanente, ajuste adequado da resposta transitória, reduzida sensibilidade a variações de parâmetros (O'REILLY, 1983), entre outros.

O observador clássico foi inicialmente introduzido por Luenberger (LUENBERGER, 1964), (LUENBERGER, 1971), demonstrando ter capacidade de estimar as variáveis de estado em casos gerais. Seu princípio se baseia na simulação, em tempo real, de um modelo do sistema, aplicando as mesmas entradas do sistema no modelo, para obter o vetor de estados estimados. Porém, a estrutura clássica apresenta erros de estimação na presença de perturbações não mensuráveis (MARTINS et al., 2019). O erro de estimação consiste da diferença entre os estados reais e estimados, sendo que os estados estimados são baseados na medição dos sinais de saída. O erro de estimação pode ser reduzido adicionando uma ação integral na malha do observador clássico, dando origem ao observador PI.

O Observador Proporcional Integral (PI) foi proposto pela primeira vez por Wojciechowski em 1978 para sistemas lineares invariantes no tempo SISO, adicionando um termo integral na estrutura do Observador de Luenberger (WOJCIECHOWSKI, 1978). Em Shafai e Carroll (1985) foi proposto para sistemas multivariáveis lineares e variantes no tempo. A partir destes trabalhos, outras importantes contribuições adotaram diferentes técnicas de projeto de observadores em diversas aplicações.

Em Söffker et al. (1995) o observador PI foi projetado para tratar entradas desconhecidas em sistemas com não linearidades e outras dinâmicas, utilizando a técnica de alocação de pólos. Uma estrutura do observador PI foi abordado em Koenig e Mammari (2002) em sistemas descritores com entradas desconhecidas para estimar os estados sujeitos a perturbações não lineares e parâmetros incertos. Beale e B.Shafai (1989) abordou a síntese de observadores PI com realimentação de estados em um problema de controle robusto, mostrando sua capacidade de recuperar funções de transferência de malha aberta na entrada e na saída da planta. Gao et al. (2008) projetaram um observador PI em tempo discreto para estimar os estados e perturbações em sistemas com entradas

desconhecidas e distúrbios de saída. Em Bodizs et al. (2011), por meio da análise do erro assintótico do observador PI, os autores propuseram observadores integrais para estimação parcial das variáveis de saída na presença de incertezas. A aplicação de observadores PI H_∞ pode ser encontrado em Hua e Guan (2005) para o problema de sincronização de sistemas caóticos.

Outra metodologia de síntese de observadores de estados é formular o problema por meio de desigualdades matriciais lineares (LMI, *Linear Matrix Inequalities*), cujos resultados são obtidos numericamente por meio de pacotes disponíveis para uso. A convexidade dos problemas formulados por LMI's permite encontrar a solução global, embora isso seja acompanhado por um tempo de cálculo potencialmente alto e possíveis problemas numéricos quando o número de variáveis de decisão é significativo. Como exemplo de aplicação desta metodologia, Jung et al. (2007) aplica técnicas de otimização com restrições convexas baseadas em LMI's na síntese de observadores PI adaptativo em sistemas não lineares com parâmetros incertos. Outras técnicas de controle baseado em observador de estados e formuladas por LMI's, são tratadas para sistemas lineares com parâmetros variantes em tempo discreto em Agulhari e Lacerda (2019), Agulhari e Lacerda (2016), e para sistemas invariantes no tempo em Keles et al. (2019).

No entanto, técnicas de alocação de pólos e projetos de controle ótimo ainda são as formas mais usais de síntese de observadores. O projeto de controle ótimo *LQR* (*Linear Quadratic Regulator*) é apresentado em Liu e Söfker (2009) em um problema de otimização resolvendo as equações de *Riccati* para encontrar um conjunto de altos ganhos do observador PI. Vaccaro (2014) aplicou técnicas de otimização para o projeto do observador de estados clássico, por alocação de pólos. Através de funções de otimização de custo, o problema foi formulado com objetivo de minimização da norma H_∞ de sistema, empregando a função *fminsearch* do Matlab[®] e comparada com a alocação de pólos via comando *place* também no Matlab[®].

Normalmente a síntese de observadores com otimização de normas de sistemas é formulada como problema mono-objetivos. Poucos trabalhos abordaram problemas multi-objetivos, com mais de uma especificação de desempenho. Yamamoto et al. (2015) tratou a síntese de observador PI multiobjetivo $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$ para estimar o torque em um sistema de direção elétrica, com objetivo de minimizar os efeitos das perturbações da estrada e outro objetivo de minimizar os efeitos dos ruídos do sensor, no entanto, o objetivo principal do referido trabalho foi estimar perturbação utilizando desigualdades matriciais lineares. Shi et al. (2015) abordou o desempenho misto $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$ em um projeto de observadores de estados de ordem completa em um sistema de controle de atitude de satélites também baseado em desigualdades matriciais lineares.

Outras técnicas de otimização de processos baseadas em metaheurísticas, tem sido estudadas por pesquisadores da área de engenharia e controle, por oferecer solu-

ções que garantam a estabilidade e bom desempenho do sistema em malha fechada. Solihin et al. (2010) propôs uma técnica de controle robusto usando um algoritmo Evolução Diferencial (DE, acrônimo em inglês para *Differential Evolution*) para projetar o controlador da realimentação de estados de um sistema de controle de guindastes. Soricellis et al. (2018) utilizaram algoritmos genéticos para projeto do controlador e do observador de estados PI aplicados em máquinas síncronas de ímã permanente. Os autores aplicaram a técnica da soma ponderada em um problema de otimização multiobjetivo, cujos critérios adotados foram a integral do erro absoluto, o erro de estado estacionário e o tempo de acomodação.

Como uma extensão do observador de Luenberger (LUENBERGER, 1964), o observador proporcional integral atraiu considerável atenção nos últimos anos. O desenvolvimento de novas técnicas de projeto de observadores de estados para sistemas multivariáveis, envolvendo técnicas de otimização estocástica baseadas em metaheurísticas, estão bem adaptadas para solucionar problemas difíceis de encontrar um ótimo global ou ótimo local próximo ao global usando métodos clássicos. Esse tipo de otimização possui três características que geralmente são decisivas na otimização global (FEYEL, 2017):

- a otimização usando metaheurísticas não utiliza a informação do gradiente da função otimizada, não requerendo o seu cálculo, evitando problemas com não diferenciabilidade;
- não dependem da escolha da solução inicial uma vez que o conjunto de soluções iniciais é distribuído de forma aleatória no espaço de busca;
- e finalmente, esse tipo de otimização é estocástico, tendo maior probabilidade de localizar o mínimo global do problema escapando de mínimos locais próximos das soluções iniciais.

1.1 Motivação

Na literatura podem ser encontrados vários métodos para síntese de observadores clássicos ou observadores PI para estimação de perturbações, como em Yamamoto et al. (2015), contudo o objetivo deste trabalho é apresentar uma formulação de síntese de observadores clássicos e PI que elimine o erro de estimação mesmo na presença de variáveis externas, resultando em estimativas mais próximas das variáveis de estados reais. Diante dos fatos, o desempenho dos observadores podem ser quantificados por algum parâmetro específico, como erro de estimação ou tempo de acomodação como apresentado em Soricellis et al. (2018), ou em termos de normas matriciais de sinais ou sistemas, caso das normas H_2 e H_∞ utilizadas em Yamamoto et al. (2015), Gao et al.

(2014), Shi et al. (2015), Menhour et al. (2017). O problema de estimação de estados é formulado neste trabalho como um problema de otimização multiobjetivo com interesse em minimizar o erro de estimação na presença de perturbações e ainda minimizar o efeito de ruídos de medições. Neste contexto, o critério de desempenho baseado nas normas de sistemas H_2 e H_∞ são interessantes, pois minimizar a norma H_2 implica em rejeitar distúrbios estocásticos, tratando em minimizar a variância do sinal de saída em relação ao sinal de entrada. E usar a norma H_∞ resulta em rejeitar perturbações na forma de energia limitada, pela relação entre a energia do sinal de saída e a energia do sinal entrada (ZHOU; DOYLE, 1999).

Como discutido na seção anterior, diferentes ferramentas podem ser consideradas na síntese de observadores de estados clássicos e PI, e diante dos objetivos citados, um método de otimização estocástico é utilizado para solucionar o problema. O resultado da implementação do algoritmo deve apresentar os possíveis ganhos ótimos dos observadores de estados por meio de um conjunto de soluções não-dominadas, retornado ao usuário na forma de uma curva Pareto aproximada. Após a implementação da etapa de síntese um novo problema de decisão é ocasionado, caracterizado pela escolha de uma entre as várias soluções eficientes apresentadas na curva Pareto aproximada. A escolha da melhor solução deve considerar as preferências do decisor, frente aos conflitos decorrentes das funções objetivos otimizadas. Um método de tomada de decisão multicritério pode ser utilizado como ferramenta de auxílio ao decisor na escolha adequada da solução do problema. O método adotado foi apresentado por Bellman e Zadeh (1970) formulado por regras para classificação de sistemas *Fuzzy*, que consiste em ponderar as funções objetivos otimizadas de interesse do decisor.

1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é propor uma metodologia de síntese de observadores de estados PI que inclui a formulação do problema multiobjetivo e a sua resolução por meio de um método de otimização. Essa proposta consiste em solucionar um problema de otimização que consiste em encontrar os ganhos ótimos do observador de estados minimizando as normas de sistemas $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$, para auxiliar a implementação do controle por realimentação de estados. O observador clássico também é implementado para as mesmas condições do observador PI, com a finalidade de compará-los em cada exemplo ilustrativo. Esta dissertação tem como principais objetivos:

- Propor um método de síntese de observadores clássico ou PI que resulte em um compromisso entre a minimização do efeito de perturbações sobre o erro de estimação de estados e a minimização do efeito de ruídos de medição sobre o sistema de controle. O problema de síntese será formulado como um problema de otimi-

zação multiobjetivo considerando normas de sistemas e o conjunto de soluções eficientes será determinado por um algoritmo de otimização multiobjetivo.

- Escolher um método de otimização multiobjetivo adequado para geração das soluções eficientes.
- Comparar o desempenho do observador PI com o observador clássico na presença de perturbações, com relação ao erro de estimação e atenuação do efeito dos ruídos de medição, ambos projetados com o procedimento de síntese proposto, por meio de exemplos ilustrativos;
- Avaliar as soluções encontradas pelo método evolução diferencial multiobjetivo através da métrica Hipervolume, validando sua convergência e diversidade;
- Implementar tomada de decisões multicritério, após a etapa de síntese auxiliando o tomador de decisões com três boas soluções.

1.3 Organização do Trabalho

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

- **Capítulo 1: Introdução.** Contextualização do tema proposto, os objetivos a serem alcançados, e a motivação para o desenvolvimento desta dissertação e sua contribuição.
- **Capítulo 2: Formulação do problema.** Apresenta a formulação do problema a ser considerado, o modelo no espaço de estados e controle por realimentação de estados. É apresentada a formulação do observador clássico e observador PI para aplicação no controle por realimentação de estados, e uma breve descrição da abordagem de tomada de decisões multicritério.
- **Capítulo 3: Métodos computacionais para Otimização Multiobjetivo** Neste capítulo é apresentada a metodologia de solução do problema de síntese pelo algoritmo Evolução Diferencial Multiobjetivo, o critério de avaliação dos resultados e a técnica de tomada de decisão.
- **Capítulo 4: Exemplos Ilustrativos.** Nesse capítulo são apresentados os resultados da aplicação da implementação do procedimento de síntese para três exemplos ilustrativos. Os resultados obtidos são comparados entre os modelos de observadores clássico e PI.
- **Capítulo 5: Conclusão.** Apresentação das conclusões, sugestões para trabalhos futuros e a produção acadêmica produzida em relação a dissertação.

Capítulo 2

Formulação do Problema

2.1 Introdução

Neste capítulo é abordada a teoria de controle utilizada para a elaboração deste trabalho. Primeiramente, serão apresentados os conceitos básicos sobre modelagem de sistemas em espaços de estados; o controle por realimentação de estados; as estruturas e condições necessárias para projeto de observador de estados clássico e PI; índices de desempenho para formulação do problema multi-objetivo baseados nas normas \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞ . O capítulo é finalizado com a principal contribuição desse trabalho que é uma formulação de síntese de observadores que possibilita a obtenção de um conjunto de soluções eficientes com diferentes compromissos entre minimização do erro de estimação e atenuação do efeito de ruídos de medição.

2.2 Representação de sistemas em espaço de estados

Considere a realização do sistema linear invariante no tempo (LIT) contínuo no espaço de estados $G(s)$:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t), \\ y(t) &= C_y x(t) + D_{yu} u(t),\end{aligned}\tag{2.1}$$

É comum ser utilizada a notação compacta para representar a matriz de transferência em espaço de estados, na forma:

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B_u \\ \hline C_y & D_{yu} \end{array} \right]$$

Estas quatro matrizes básicas que integram a matriz de transferência indicam a evolução dos estados $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ em relação a derivada dos seus estados, a influência

das entradas sobre os estados $B_u \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$, a relação das saídas do sistema com seus estados internos $C_y \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$ e $D_{yu} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ a influência direta das entradas nas saídas do sistema, representam a função de transferência $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$. A matriz I é a matriz identidade com dimensão apropriada.

É importante ressaltar que o sistema real, físico (e causal), o que denominamos por planta (como em “planta física”) difere do seu modelo idealizado. A planta é geralmente um objeto complexo, não-linear e variante no tempo. O modelo abordado, por outro lado, é uma representação idealizada simplificada, de ordem relativamente baixa, que visa obter o comportamento da planta em algum regime limitado de sua operação, em condições iniciais conhecidas para efeitos de análise, simulação e projeto.

As entradas do modelo representam as entradas que atuam na planta real e as saídas do modelo representam os sinais na planta que estão disponíveis para medição. Na prática, normalmente não se conhece todos os sinais de entrada que atuam na planta. Além das entradas que normalmente são conhecidas, também há geralmente, entradas de perturbações adicionais não medidas, cujas características podem não ser conhecidas a priori por apresentarem aspecto aleatório. Da mesma forma, ao serem utilizados observadores, os estados reais são diferentes dos estimados tendo por base um modelo simplificado, além da presença dos sinais não mensuráveis e de ruídos de medição. Estas variáveis exógenas são consideradas na formulação de projeto de observadores a ser proposto neste trabalho.

A síntese dos observadores de estados é necessária para a estratégia de controle por realimentação de estados quando os estados não são medidos por razões físicas ou econômicas. O controlador deve atender a um conjunto de objetivos de projeto, tal que as metas de desempenho e requisitos de robustez possam ser alcançados, e as restrições da lei de controle sejam atendidas. A seguir é apresentada a formulação do problema de controle por realimentação de estados.

2.3 Realimentação de Estados

O desafio principal de controle em malha fechada é projetar os elementos do controlador para obter o desempenhos necessários em malha fechada e, em qualquer caso, garantir a estabilidade da planta controlada.

O controle obtido por um sinal construído com informações das variáveis de estados é chamado de realimentação dos estados. Quando o sinal de controle é construído a partir da saída medida ou de um subconjunto das variáveis de estados do sistema, chamadas de variáveis de saída, este controle é conhecido por realimentação de saída. Este último é mais empregado quando não é possível medir todas as variáveis de estados por razões de ser inviável fisicamente ou economicamente. No entanto, a

realimentação de estados possui propriedades importantes e quando realizado o projeto do observador de estados, o controlador pode ser implementado.

A Figura 2.1 apresenta o diagrama de blocos geral de um sistema de controle em malha fechada. Neste diagrama, S é o sistema em malha-aberta ou planta a ser controlada e K é o controlador. A planta possui dois tipos de entradas: as entradas exógenas (distúrbios, ruídos de medição, sinais de referência etc.), e as entradas de controle, que são determinadas pela lei de controle. As saídas da planta também são de dois tipos: as variáveis controladas ou variáveis de desempenho, e as variáveis medidas que são utilizadas pelo controlador para determinar as variáveis de controle.

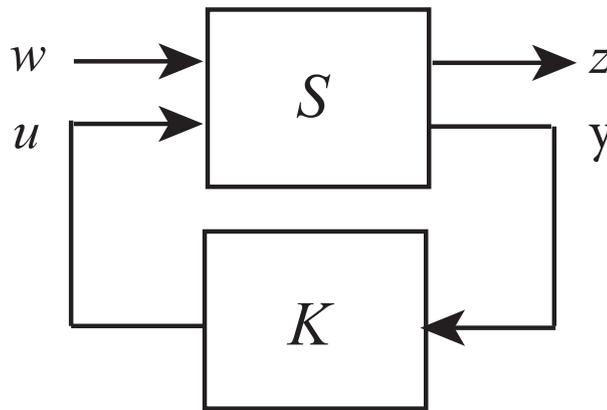


Figura 2.1 – Diagrama de blocos generalizado de sistemas de controle

O sistema LIT considerando os dois tipos de entradas e de saídas pode ser representado pelo modelo em espaço de estados:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t), \\ z(t) &= C_z x(t) + D_{zu} u(t) + D_{zw} w(t), \\ y(t) &= C_y x(t) + D_{yu} u(t) + D_{yw} w(t),\end{aligned}\tag{2.2}$$

sendo $x(t) \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ o vetor de variáveis manipuladas (as saídas do controlador), $w(t) \in \mathbb{R}^{n_w}$ o vetor de entradas exógenas (referências, $r(t)$, distúrbios, $d(t)$, e ruídos de medição, $\eta(t)$), $z(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$ o vetor de saídas de desempenho e $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ o vetor de saídas medidas, sendo n a ordem do sistema e também o número de variáveis de estado, n_u o número de entradas, n_w o número de perturbações, n_z o número de saídas de desempenho e n_y o número de saídas medidas.

O controlador pode ser projetado de duas formas básicas, a primeira denominada problema de regulação, tem como objetivo manter a operação do sistema em uma condição fixa, isto é feito mantendo as referências fixas para todas as saídas. A segunda forma é conhecida como problema de rastreamento, ou seguimento de referência e tem como objetivo fazer com que as saídas do sistema sigam um sinal de referência desejado.

A formulação do problema de controle por realimentação completa dos estados necessita da disponibilidade dos estados e também da condição de controlabilidade do sistema. O conceito de controlabilidade é apresentado a seguir.

Definição 2.1: Seja o sistema dinâmico descrito pela Equação (2.2), o par (A, B_u) é dito ser controlável se, para qualquer estado inicial $x(0) = x_0$ para todo instante $t_1 > 0$ e estado final x_1 , existir uma entrada $u(t)$ não limitada tal que a solução da Equação (2.1) satisfaça $x(t_1) = x_1$. Caso contrário, o sistema ou o par (A, B_u) é dito ser não controlável (ZHOU; DOYLE, 1999).

Esta propriedade pode ser verificada pelo cálculo da matriz de controlabilidade (M_c):

$$M_c = [B_u \quad AB_u \quad A^2B_u \quad \dots \quad A^{n-1}B_u] \quad (2.3)$$

É necessário que M_c possua posto de linha completo, isto é, posto de $M_c = n$. Verificada a controlabilidade do sistema, a lei de controle por realimentação de estados é definida por:

$$u(t) = Kx(t), \quad (2.4)$$

em que $K \in \mathbb{R}^{n_u \times n}$ é o vetor de ganhos do controlador por realimentação de estados. O objetivo do controle é regular as variáveis de estados para que a condição de regime permanente seja alcançada. Sendo assim o controlador deve assegurar a estabilidade do sistema, conseguindo ainda com o fechamento da malha reduzir os efeitos de variação de parâmetros, minimizando os efeitos de ruídos e distúrbios inerentes ao processo controlado.

Considerando a ação de controle dada na Equação (2.4) substituindo na Equação (2.1), a equação do sistema em malha-fechada é:

$$\dot{x}(t) = (A + B_u K)x(t), \quad (2.5)$$

Se os autovalores de $(A + B_u K)$ possuem parte real negativa o sistema é estável (OGATA, 2011).

Em controle moderno, a técnica de alocação de pólos é bem conhecida, onde os ganhos do controlador por realimentação de estados são projetados de tal forma que os pólos de malha fechada da planta correspondam à localização desejada especificada. Assim, a localização desejada dos pólos de malha fechada desempenha o papel mais importante para a condição do desempenho do sistema de controle. No entanto, muitas vezes é difícil especificar a localização ideal dos pólos de malha fechada para que determinados critérios de desempenho sejam alcançados (OGATA, 2011).

Diferentes técnicas de projeto podem ser utilizadas para obter o controle desejado do sistema, dentre elas o controle ótimo destaca-se por buscar parâmetros que melhorem

o desempenho do sistema, mesmo diante de objetivos conflitantes. Uma das técnicas de controle ótimo permite determinar os ganhos de controle através da minimização do índice de desempenho quadrático, popularmente conhecido como controle quadrático linear (LQR, acrônimo em inglês para *Linear Quadratic Regulator*).

O LQR apresenta uma maneira sistemática de calcular os ganhos do controlador (OGATA, 2011), bastando especificar as matrizes Q e R da seguinte função custo:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad (2.6)$$

com $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sendo uma matriz real simétrica e semidefinida positiva, e $R \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ uma matriz real simétrica definida positiva. O primeiro termo na integral garante a estabilidade do sistema ($x \rightarrow 0$), enquanto o segundo termo minimiza o esforço de controle. Dessa forma, o objetivo de controle é encontrar os ganhos do controlador da realimentação completa dos estados aplicada à lei de controle (2.4) que minimiza o índice J em (2.6), sujeito à dinâmica do sistema (2.1).

Contudo, não há uma maneira sistemática para escolher os elementos dessas duas matrizes. O método mais comum usado para escolher Q e R é adotar matrizes diagonais cujos elementos são obtido por tentativa e erro considerando os resultados de simulações. A escolha dos elementos das diagonais devem ponderar mais os estados mais importantes, ou seja, adicionar maior peso sobre os elementos correspondentes às variáveis controladas, para que o objetivo de controle seja alcançado.

Os ganhos do controlador LQR podem ser obtidos via LMI's ou resolvendo as Equações Algébricas de Riccati (ARE, do inglês *Algebraic Riccati Equations*) para um conjunto de matrizes de ponderação projetadas de forma otimizada. A solução que minimiza a função custo dada pela Equação (2.6) pode se obtida com base na solução da seguinte equação de Riccati:

$$A^T P + P A - P B_u R^{-1} B_u^T P + Q = 0 \quad (2.7)$$

sendo P uma solução definida positiva da Equação (2.7), sua existência implica na estabilidade do sistema. Analiticamente K é dado por:

$$K = -R^{-1} B_u^T P \quad (2.8)$$

A condição de estabilidade do sistema é garantida quando todos os autovalores do sistema em malha fechada possuem partes reais negativas.

A dinâmica do controlador pode ser alterada a fim de melhorar a resposta de regime estacionário de sistemas com sinais de referência combinando a ação do tipo Proporcional com a ação Integral, o que possibilita a redução ou eliminação do erro em regime permanente.

O ganho de realimentação de estados $K = [K_x \ K_i] \in \mathbb{R}^{n_u \times (n+n_y)}$ pode ser calculado independentemente das matrizes de ganho do observador. Considerando a configuração de controle apresentada na Figura 2.3, define-se $\varphi = r(t) - [y(t) + \eta(t)]$, com $r(t)$ o vetor de sinal de referência. A ação de controle é definida por:

$$u(t) = K_x \hat{x}(t) + K_i \varphi(t) \quad (2.9)$$

Caso algumas variáveis de estado não estejam disponíveis para realimentação, o controle por realimentação de estados pode ser implementado com auxílio de observadores de estados, descritos na próxima seção.

2.4 Observador de Estados

Nos sistemas de controle por realimentação de estado, todas as variáveis de estados são necessárias na realimentação. Entretanto, como é apontado em Bakhshande e Söffker (2015), as variáveis de estado podem não estar disponíveis devido à inacessibilidade de algumas variáveis ou à limitação do número e custo de sensores.

Um observador de estado é um subsistema que realiza a reconstrução das variáveis do processo a partir da medição das variáveis de saída e do sinal de controle do sistema, sendo os mais conhecidos o observador de Luenberger (sistemas determinísticos) e o filtro de Kalman (sistemas estocásticos). Este trabalho tratará a metodologia de Luenberger e abordará uma nova proposta a este modelo clássico, conhecido como observador Proporcional Integral (PI).

Os dois principais tipos de observadores clássicos são classificados em ordem completa e ordem reduzida. O primeiro observador tem a mesma dimensão que o sistema original e o segundo explora o conhecimento de algumas variáveis de estado disponíveis através da saída do sistema para reduzir a ordem do observador. Os estados não medidos são estimados através de medições disponíveis e o controle por realimentação de estados pode ser implementado através da estimação dos estados.

Segundo Ogata (2011), um observador de estados de ordem completa pode ser projetado se e somente se todos os estados do sistema forem detectáveis (ou observáveis).

Definição 2.2: Seja o sistema dinâmico descrito pela Equação (2.1), o par (A, C_y) é dito ser observável se o estado inicial $x(0) = x_0$, pode ser obtido conhecendo-se as entradas $u(t)$ e as saídas $y(t)$ em um intervalo de tempo de 0 a $t_1 > 0$. Caso contrário, o sistema ou o par (A, C_y) é dito ser não observável (ZHOU; DOYLE, 1999).

Esta definição pode ser verificada pela matriz de observabilidade (M_o):

$$M_o \triangleq \begin{bmatrix} C_y \\ C_y A \\ \vdots \\ C_y A^{n-1} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

em que C_y e A são matrizes constantes, definidas na representação do sistema em forma de espaço de estados segundo a Equação (2.1), e n equivale à ordem do sistema ou número de estados.

É necessário que M_o possua posto de colunas completo, isto é, posto de $M_o = n$. A observabilidade está relacionada à capacidade de “ver” todos os estados por meio das saídas do sistema.

2.4.1 Observador Clássico

A teoria dos observadores foi iniciada com o trabalho de Luenberger (LUENBERGER, 1964; LUENBERGER, 1971), por isso essa técnica ficou comumente conhecida como observadores de Luenberger. O dispositivo (em geral um programa computacional) que realiza a estimação ou observa os estados é denominado observador de estados.

Os resultados de Luenberger (1966) mostraram que os estados de um sistema linear podem ser estimados pelo projeto do observador de estados. Este projeto consiste em determinar uma matriz de ganhos, com o objetivo de minimizar o erro entre as variáveis de estados reais x e de estados estimados \hat{x} . Considere um sistema dinâmico de ordem n representado pela Equação (2.1), com par (A, B_u) controlável e o par (A, C_y) observável. Com base na dinâmica do sistema, o observador de Luenberger para estimar os estados, apresentado na Figura 2.2, é definido por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + B_u u(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) &= C_y \hat{x}(t) + D_{yu} u(t), \end{aligned} \quad (2.11)$$

ou equivalentemente

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC_y)\hat{x}(t) + LC_y x(t) + B_u u(t), \quad (2.12)$$

em que $L \in \mathbb{R}^{n \times n_y}$ é a matriz de ganhos do observador de Luenberger que define a dinâmica de estimação. O erro de estimação é definido por:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t). \quad (2.13)$$

Diferenciando o erro e considerando as Equações (2.1) e Equação (2.12), a dinâmica do erro é definida:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= Ax(t) + B_u u(t) - (A - LC_y)\hat{x}(t) - B_u u(t) - LC_y x(t) \\ &= (A - LC_y)e(t).\end{aligned}\quad (2.14)$$

Com base nas Equações (2.1) e (2.11) observa-se que o observador é uma réplica do modelo do sistema, mas que depende do erro de estimação dos estados, cujo comportamento é determinado pelos autovalores de $(A - LC_y)$. Se a matriz $(A - LC_y)$ é estável, para qualquer erro inicial e_0 o vetor de erro tenderá a zero. Desta forma o estado \hat{x} convergirá para x para quaisquer valores iniciais de \hat{x}_0 e x_0 .

A condição necessária e suficiente para a determinação da matriz de ganhos do observador L é o par (A, C_y) do sistema (2.1) ser observável.

Diferentes métodos podem ser usados para determinar a matriz L , sendo o método de alocação de autovalores o mais utilizado. Neste método os autovalores são escolhidos afim de obter o vetor de erro assintoticamente estável e convergência rápida à origem. Este comportamento pode ser conseguido escolhendo os autovalores de $(A - LC_y)$ do observador sendo ao menos de duas a cinco vezes mais rápido que o sistema em malha fechada considerado (AGUIRRE et al., 2007).

2.4.1.1 Controle por realimentação de estados baseado em observador Clássico

O controle por realimentação de estados baseado em observador de estados é dado pela lei de controle baseada na Equação (2.4), usando \hat{x} no lugar de x .

$$u(t) = K\hat{x}(t).\quad (2.15)$$

A Figura 2.2 apresenta a estrutura do observador clássico com a ação de controle.

A equação do sistema em malha fechada com realimentação de estados baseado em observador, considerando $B_w w(t) = B_d d(t)$ e $D_{zw} w(t) = I\eta(t)$, d sendo perturbações não mensuráveis e η os ruídos de medição, é dada por:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B_u K \\ LC_y & A + B_u K - LC_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \eta \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} C_y & D_{yu} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.16)$$

O projeto da matriz de ganhos do observador é frequentemente desenvolvido pela técnica de alocação dos pólos desejados do observador, ou ainda usando uma abordagem de filtro de Kalman, como tratado em Ogata (2011). O autor mostra que o

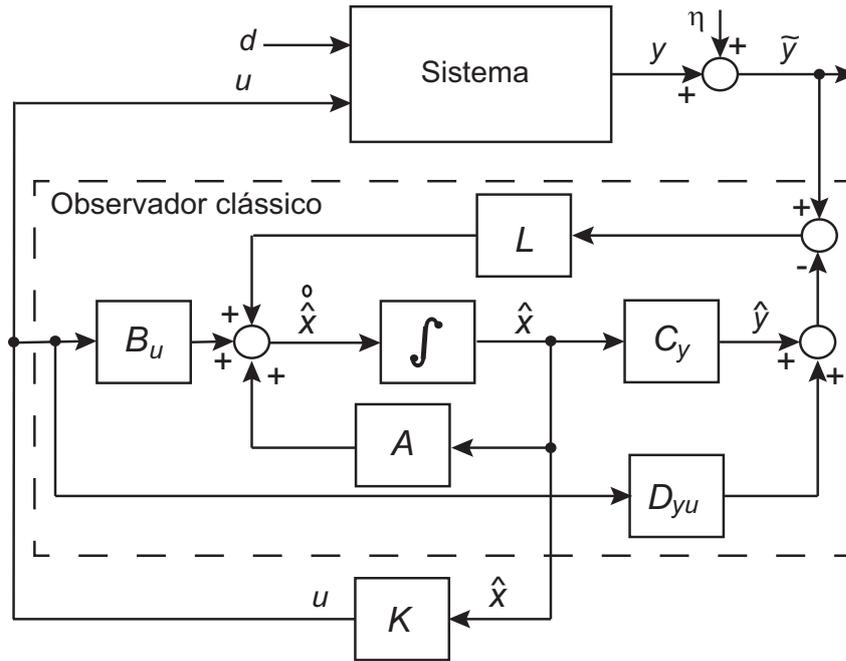


Figura 2.2 – Observador Clássico.

projeto do controlador e do observador são duais, e podem ser feitos separadamente pela propriedade da separação. Representando a realimentação de estados baseada em observador considerando o erro de estimação, o princípio da separação pode ser visto com clareza:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_u K & -B_u K \\ 0 & A - L C_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d & 0 \\ B_d & -L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \eta \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$y = \begin{bmatrix} C_y + D_{yu} K & -D_{yu} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$

O controle por realimentação de estados PI foi apresentado na seção 2.3. A estrutura do controle com ação integral baseado em observador é apresentada na Figura 2.3.

A equação de malha fechada da estrutura apresentada na Figura 2.3 combinando a ação integral definida na Equação (2.9) resulta em:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_u K_x & B_u K_i & -B_u K_x \\ -C_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A - L C_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \varphi \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_d & 0 \\ I & 0 & -I \\ 0 & B_d & -L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ \eta \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

O observador clássico tem como desvantagem não incluir o efeito das perturbações na estimação dos estados, ocasionado erro de estimação, que para ser eliminado demanda ganhos elevados da matriz L do observador. Na presença de ruídos de medição, a matriz L com ganhos elevados amplifica o efeito dos ruídos de medição, e

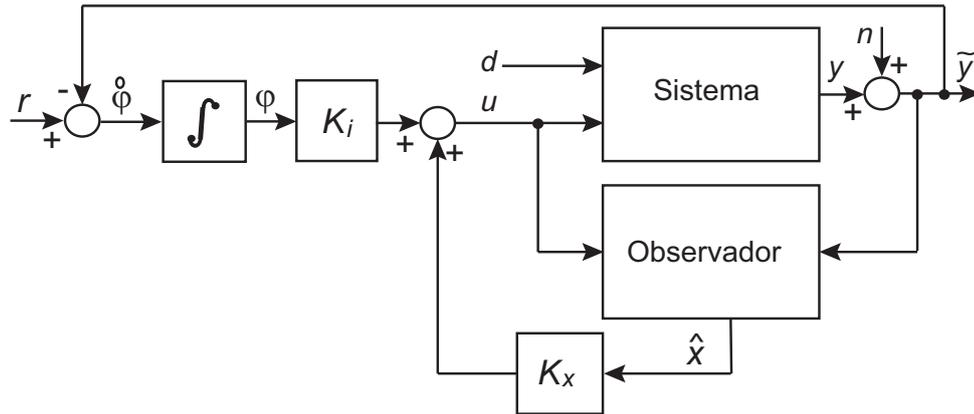


Figura 2.3 – Realimentação de estados com ação integral baseado em observador.

consequentemente afeta o cálculo da ação de controle baseada nos estados estimados. Para tentar contornar o problema da necessidade de ganhos elevados, será apresentada na próxima seção uma nova estrutura de observador existente.

2.4.2 Observador Proporcional Integral

O observador proporcional integral é um aperfeiçoamento do observador clássico no qual um termo integrativo, que é proporcional à integral do erro de estimação da saída, é adicionado para tentar reduzir o erro de estimação devido à presença de perturbações não mensuráveis. Foi introduzido inicialmente por Wojciechowski (1978) para sistemas lineares de entradas e saídas únicas (SISO, acrônimo em inglês para *Single Input Single Output*) invariantes no tempo (LIT). Posteriormente, Kaczorek (1979) realizou estudos com o observador PI para sistemas variantes no tempo.

O observador PI é usado para estimar os estados do sistema não medidos e entradas desconhecidas tais como perturbações, erros de modelagem, e ainda é capaz de filtrar ruídos de medição. A dinâmica do observador é melhorada pela ação integradora quando comparado ao observador clássico. A estrutura apresentada é semelhante a de Hussein et al. (2017).

Pelo diagrama de blocos percebemos que as entradas do observador são a entrada de controle u e a medição \tilde{y} contaminada pelos ruídos de medição, fornecendo os estados estimados. A diferença entre o observador Luenberger tradicional e o observador PI é incluir os blocos de matrizes de ganhos L_2 , L_3 e o bloco integral em paralelo com o bloco da matriz de ganhos L_1 . A partir da Figura 2.4, a equação dos estados estimados é definida por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + B_u u(t) + L_1(\tilde{y}(t) - \hat{y}(t)) + L_3\psi(t) \\ &= (A - L_1 C_y)\hat{x}(t) + B_u u(t) + L_1(C_y x(t) + \eta(t)) + L_3\psi(t) \\ \hat{y}(t) &= C_y \hat{x}(t). \end{aligned} \quad (2.19)$$

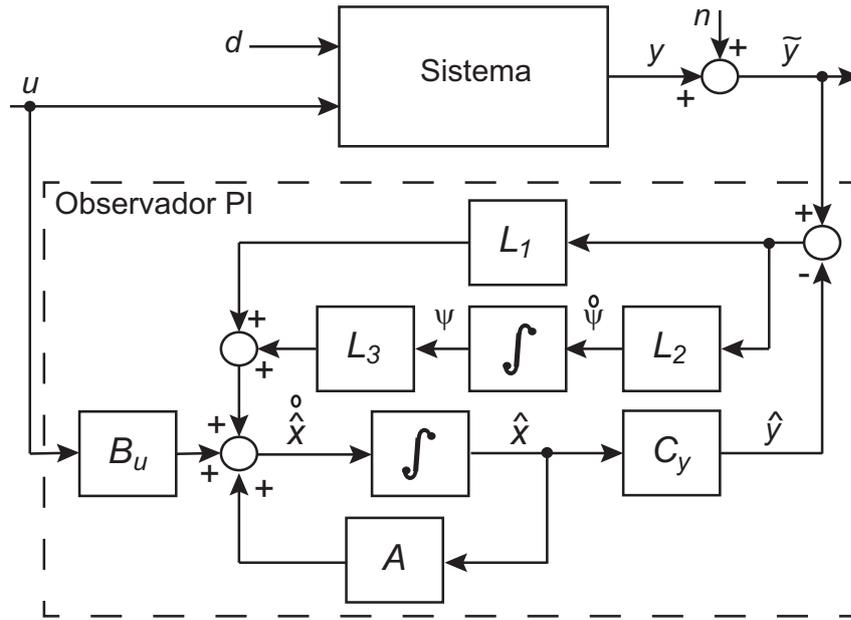


Figura 2.4 – Observador Proporcional Integral.

E a derivada do vetor ψ :

$$\dot{\psi} = L_2 C_y e(t) + L_2 \eta(t) \quad (2.20)$$

Combinando as equações do erro de estimação definido na Equação (2.13) e do vetor de estados estimados da Equação (2.19), a derivada do erro de estimação é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= Ax(t) + B_u u(t) + B_d d(t) - (A - L_1 C_y) \hat{x}(t) - B_u u(t) - L_1 (C_y x(t) + \eta(t)) - L_3 \psi(t) \\ &= (A - L_1 C_y) x(t) - (A - L_1 C_y) \hat{x}(t) - L_3 \psi(t) - L_1 \eta(t) + B_d d(t) \\ &= (A - L_1 C_y) (x(t) - \hat{x}(t)) - L_3 \psi(t) - L_1 \eta(t) + B_d d(t) \\ &= (A - L_1 C_y) e(t) - L_3 \psi(t) - L_1 \eta(t) + B_d d(t). \end{aligned} \quad (2.21)$$

sendo $\eta(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ o vetor de ruídos de medição.

2.4.2.1 Controle por realimentação de estados baseado em observador PI

Considerando a configuração de controle dada pela Equação (2.15), o modelo em espaço de estados do controle por realimentação de estados, baseado no observador PI é:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A + B_u K & -B_u K & 0 \\ 0 & A - L_1 C_y & -L_3 \\ 0 & L_2 C_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \\ \psi \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_d & 0 \\ B_d & -L_1 \\ 0 & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ \eta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Se a ação integral é considerada na realimentação de estados, como na Figura 2.3, tem-se a variável $\dot{\varphi} = r(t) - [y(t) + \eta(t)]$ igual à integral do erro de rastreamento, sendo $r(t)$ o vetor de sinal de referência, e ação de controle definida na Equação (2.9), a realização do observador de estados PI com controle PI é dada:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{e} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A + B_u K_x & B_u K_i & -B_u K_x & 0 \\ -C_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A - L_1 C_y & -L_3 \\ 0 & 0 & L_2 C_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \varphi \\ e \\ \psi \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & B_d & 0 \\ I & 0 & -I \\ 0 & B_d & -L_1 \\ 0 & 0 & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ \eta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Como pode ser visto pela Equação (2.23), o princípio da separação continua valendo devido ao bloco de zeros de dimensão 2×2 , de tal modo que os autovalores do controle PI são independentes dos autovalores do observador PI.

O problema de síntese do observador consiste em obter os elementos das matrizes de ganho de estimação dos estados tal que o erro de estimação seja mínimo na presença de perturbações no sistema e minimizar o efeito dos ruídos de medição. Esta estrutura será utilizada para estimar todas as variáveis de estados, incluindo as variáveis medidas, para melhor análise de seu desempenho frente aos objetivos propostos.

2.5 Especificações de Desempenho

O procedimento de síntese dos observadores de estados clássico e PI proposto neste trabalho é formulado considerando uma abordagem de otimização multiobjetivo. As funções objetivo são quantificados em termos da minimização das normas H_2 e H_∞ das matrizes de malha fechada do sistema.

Dado que os sistemas reais estão sujeitos a perturbações externas que podem afetar seu desempenho, e que a saída do sistema pode conter ruídos de medição, o uso das normas de sistemas consistem em uma maneira prática de quantificar e minimizar o efeito dessas variáveis exógenas sobre as variáveis estimadas e controladas.

A norma H_2 calcula a raiz quadrada média da resposta ao impulso do sistema dinâmico linear. A minimização da norma H_2 reduz a variância do sinal de saída decorrente da variância do sinal de entrada (ZHOU; DOYLE, 1999).

O controle H_∞ tem como propósito minimizar os efeitos das entradas exógenas, w , no sinal das saídas reguladas, z , assim como o controle H_2 . No entanto, esta minimização é feita em termos da norma infinita do sistema. O vetor de entradas exógenas w

pode incluir ruídos de alta frequência provenientes dos sensores; entradas perturbantes, como rajadas de ventos, sinais impulsivos, etc e sinais de referência, no caso de problemas de rastreamento. O vetor de saídas reguladas z inclui, geralmente, os sinais de erro, limitação do sinal de controle, etc. Esta minimização é feita em termos da norma infinita da função de transferência de w para z e a meta é encontrar uma função de transferência para o controlador que minimize esta norma (problema de desempenho) e ainda garanta especificação de robustez (problema de robustez), em outras palavras, quanto menor a norma H_∞ , maior é a rejeição de perturbação na forma de energia limitada.

A despeito de vários trabalhos utilizarem especificações no domínio do tempo, as especificações utilizando a técnica de controle H_∞ são mais facilmente escritas no domínio da frequência, em termos de filtros de projeto.

2.5.1 Norma H_2

Considere a planta $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ estritamente própria, isto é $D = 0$. A norma H_2 pode ser definida como a norma-2 do sinal de saída dada a aplicação de várias entradas do tipo impulso unitário $\delta_i(t)$ uma após a outra, tal que o sinal de saída tenda a zero antes da aplicação da próxima entrada (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007). Define-se então:

$$\|G(s)\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m \|z_i(t)\|_2^2}. \quad (2.24)$$

sendo $z_i(t)$ a saída resultante da aplicação de um impulso unitário $\delta_i(t)$ na i -ésima entrada. A norma H_2 pode ser interpretada:

$$\|G(s)\|_2 = \max_{w(t)=\delta_i} \|z_i(t)\|_2. \quad (2.25)$$

A resposta ao impulso é dada por:

$$g(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ Ce^{At}B + D\delta(t) & t \geq 0 \end{cases}, \quad (2.26)$$

Desta forma a partir do modelo em espaço de estados a norma H_2 é calculada na forma:

$$\|G(s)\|_2 = \sqrt{\text{tr}(B^TQB)}, \quad (2.27)$$

ou

$$\|G(s)\|_2 = \sqrt{\text{tr}(CPC^T)}, \quad (2.28)$$

sendo P e Q os Gramianos de Controlabilidade e Observabilidade obtidos das soluções de Lyapunov respectivamente:

$$AP + PA^T + BB^T = 0, \quad (2.29)$$

e

$$A^T Q + QA + C^T C = 0. \quad (2.30)$$

2.5.2 Norma H_∞

A norma H_∞ de um sistema $G(s)$ é definida pelo máximo valor singular da função:

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)). \quad (2.31)$$

Do ponto de vista da Equação (2.31) a norma H_∞ é o pico da resposta em frequência. Considerando que $w(t) \in \mathcal{L}_2$, outra representação da norma H_∞ é formulada:

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{w(t) \neq 0} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} \quad (2.32)$$

A norma \mathcal{H}_∞ pode ser calculada com base no modelo no espaço de estados: $\|G(s)\|_\infty < \gamma$ se e somente se, $\bar{\sigma}(D) < \gamma$ e a matriz Hamiltoniana \mathcal{H} não possuir autovalores no eixo imaginário, sendo:

$$\mathcal{H} \triangleq \begin{bmatrix} A + BR^{-1}D^*C & BR^{-1}B^* \\ -C^*(I + DR^{-1}D^*)C & -(A + BR^{-1}D^*C)^* \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

sendo $R = \gamma^2 I - D^*D$ (BRUINSMA; STEINBUCH, 1990). O valor de γ é obtido de forma iterativa, atribuindo-lhe valores inicialmente grandes e diminuindo até encontrar os autovalores imaginários de \mathcal{H} .

2.6 Formulação de Síntese de Observadores

Considerando sistema apresentado na Figura 2.1 a principal contribuição desse trabalho é propor um procedimento de síntese de observadores clássicos e PI para sistemas LIT composto por duas etapas, a primeira de síntese, na forma de um problema de otimização multiobjetivo que pode ser solucionado por meio de algoritmos evolutivos multiobjetivo, e a segunda etapa aplicando um método de tomada de decisão multicritério.

2.6.1 Formulação do problema de síntese do observador clássico

A síntese do observador clássico é formulada calculando-se a matriz $L \in \mathbb{R}^{n \times n_y}$, que minimiza o efeito das perturbações, $d(t)$, e os ruídos de medição, $\eta(t)$, sobre o erro de estimação de estado, $e(t)$. Dado o sistema apresentado na Equação (2.18), as matrizes de transferência relacionando os distúrbios e erro de estimação, $T_{ed}(s)$, ruídos

de medição e erro de estimação, $T_{en}(s)$, para o problema de otimização multiobjetivo $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$ são:

$$T_{ed}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_0 & B_d \\ \hline C_0 & 0 \end{array} \right], \quad T_{en}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_0 & L \\ \hline C_0 & 0 \end{array} \right], \quad (2.34)$$

sendo $A_0 = A - LC_y$ e $C_0 = [I_{n \times n}]$.

O problema de síntese do observador de Luenberger é formulado como um problema de otimização multiobjetivo $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$:

$$\begin{aligned} \theta^* = \arg \min_{\theta} & \left[\begin{array}{c} \|T_{ed}(s, \theta)\|_\infty \\ \|T_{en}(s, \theta)\|_2 \end{array} \right] \\ \text{sujeito a: } & \beta(A_0) < 0 \\ & \|T_{en}(s, \theta)\|_2 \leq \epsilon \end{aligned} \quad (2.35)$$

em que $\theta \in \mathbb{R}^v$, $v = n \times n_y$, é o vetor das variáveis de otimização que são os elementos da matriz L sujeitas às restrições $\beta(A_0) = \max_i \{\Re(\lambda_i(A_0))\}$, sendo $\Re(\lambda)$ a parte real de $\lambda \in \mathbb{C}$ e $\lambda_i(A_0)$ o i -ésimo autovalor da matriz A_0 . A segunda restrição é incluída para reduzir o espalhamento das soluções do Pareto, concentrando as soluções na região de interesse.

2.6.2 Formulação do problema de síntese de observadores PI

O problema de síntese do observador PI é apresentado como: para uma dada dimensão, r , relacionada com o número de integradores do observador PI, determina-se as matrizes $L_1 \in \mathbb{R}^{n \times n_y}$, $L_2 \in \mathbb{R}^{r \times n_y}$ e $L_3 \in \mathbb{R}^{n \times r}$ que minimizam os efeitos das perturbações, $d(t)$, e dos ruídos de medição, $\eta(t)$, sobre o erro de estimação de estado, $e(t)$. Estes dois objetivos são conflitantes, uma vez que um pequeno erro na presença de perturbação requer maiores ganhos do observador, enquanto a atenuação do ruído requer menores ganhos do observador. Dado o sistema apresentado na Equação (2.22), as matrizes do sistema em malha fechada são definidas:

$$A_0 = \left[\begin{array}{cc} A - L_1 C_y & -L_3 \\ L_2 C_y & 0 \end{array} \right], \quad \bar{B}_d = \left[\begin{array}{c} B_d \\ 0 \end{array} \right], \quad \bar{L} = \left[\begin{array}{c} -L_1 \\ L_2 \end{array} \right], \quad (2.36)$$

então as matrizes de transferência relacionando os distúrbios e erro de estimação, $T_{ed}(s)$, ruídos de medição e erro de estimação, $T_{en}(s)$, são:

$$T_{ed}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_0 & \bar{B}_d \\ \hline C_0 & 0 \end{array} \right], \quad T_{en}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_0 & \bar{L} \\ \hline C_0 & 0 \end{array} \right], \quad (2.37)$$

sendo $C_0 = [I_{n \times n} \quad 0_{n \times r}]$. O problema de síntese do observador PI como um problema de otimização multiobjetivo $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$, apresenta a mesma formulação do observador clássico definida na Equação (2.35), sendo $\theta \in \mathbb{R}^v$, $v = n \times n_y + r \times n_y + n \times r$, é o vetor das variáveis de otimização que são os elementos das matrizes L_1 , L_2 , e L_3 .

2.7 Conclusão

Neste Capítulo foram apresentadas as representações de sistemas LIT em espaço de estados, a formulação de controle por realimentação de estados baseado em observador. Foram discutidas as sínteses do observador clássico e PI tratados em um problema multiobjetivo pelas normas H_2 e H_∞ . A vantagem de se formular o problema de síntese como um problema de otimização multiobjetivo é a possibilidade de utilizar algoritmos evolutivos para gerar um conjunto de soluções eficientes com diferentes compromissos entre os objetivos considerados. Para auxiliar o projetista na escolha da solução mais adequada, podem ser utilizadas ferramentas de tomada de decisão multicritério.

No Capítulo 3 é apresentado o procedimento de síntese pelo método Evolução Diferencial Multiobjetivo, e o procedimento de tomada de decisão multicritério pela abordagem de Bellman-Zadeh.

Capítulo 3

Métodos computacionais para Otimização Multiobjetivo

Este capítulo apresenta os métodos computacionais adotados para implementação das duas etapas da síntese de observadores proposta. A etapa de síntese é implementada pelo método Evolução Diferencial Multiobjetivo e a etapa de tomada de decisão multicritério emprega abordagem de Bellman-Zadeh (BELLMAN; ZADEH, 1970).

Os problemas de otimização multiobjetivo são compostos normalmente de funções objetivo de natureza competitivas e conflitantes. Nestes problemas, as funções objetivo são otimizadas simultaneamente. Uma solução utópica, na qual cada função objetivo obtém seu valor mínimo, geralmente não existe devido à natureza conflitante das funções objetivo. Assim, é necessária uma definição diferente de otimalidade. A solução de um problema de otimização multiobjetivo está associada ao conceito da solução de Pareto.

Diferentemente dos problemas de otimização escalar, os problemas de otimização multiobjetivo possuem um conjunto de soluções denominadas soluções eficientes ou não dominadas, ou Pareto ótimo. Portanto, a principal tarefa para resolver problemas de otimização multiobjetivo é encontrar um conjunto de vetores que formam o conjunto de soluções não dominadas da Fronteira Pareto aproximada.

O conjunto de soluções eficientes pode ser obtido através de métodos evolucionários multiobjetivo. Com esse propósito, algoritmos evolucionários multiobjetivo apresentaram resultados que demonstram sua aplicabilidade na resolução de problemas multiobjetivo complexos (COELLO; LAMONT, 2004; SÁNCHEZ et al., 2008). Dentre os algoritmos de otimização multiobjetivo, podemos citar, o Algoritmo Genético de Ordenação das Soluções Não Dominadas (NSGA-II) (DEB et al., 2002), Evolução Diferencial para Otimização Multiobjetivo (DEMO) (ROBIČ; FILIPIČ, 2005) ou Algoritmo

Evolutivo Multiobjetivo Baseado em Decomposição (MOEA/D) (ZHANG; LI, 2007).

A forma com que cada algoritmo realiza o processo de otimização e a classificação das soluções não dominadas partindo de um conjunto de soluções influencia no custo computacional destes algoritmos, por isso o algoritmo escolhido deve ser eficiente na otimização do problema proposto.

Ressalta-se ainda que qualquer um dos algoritmos citados são aptos a solucionar o problema de síntese proposto neste trabalho, no entanto, optamos por implementar o algoritmo Evolução Diferencial Multiobjetivo, pois o mesmo possui características de fácil implementação, boas propriedades de convergência e baixo esforço computacional quando comparado aos algoritmos genéticos.

Vários trabalhos realizaram estudos de casos empregando diferentes algoritmos de otimização para problemas escalares, comparando o método Evolução Diferencial (DE) com algoritmos de Otimização de Enxame de Partículas (PSO, acrônimo em inglês para *Particle swarm optimization*), Algoritmo Evolucionário (EA, acrônimo em inglês para *Evolutionary Algorithm*), Otimização de colônia de abelhas (BCO, acrônimo em inglês para *Bee Colony Optimization*) entre outros por meio de testes em funções *benchmark*, entre eles Civicioglu e Besdok (2013), Vesterstrom e Thomsen (2004). Os resultados destes estudos apontaram o desempenho superior do algoritmo DE na maioria dos testes realizados. No campo de controle, o método Evolução Diferencial foi aplicado com êxito em diferentes problemas.

Em Yousefi et al. (2008) o algoritmo DE foi utilizado no problema de identificação de sistemas servo-hidráulicos não lineares. Em Costa et al. (2015) os autores abordaram o algoritmo Evolução Diferencial para ajustar os ganhos dos controladores e observadores em um problema de estimação de torque de motores de indução trifásicos. O DE também foi usado por Solihin et al. (2010) para o ajuste dos ganhos do controlador por realimentação de estados. A síntese de controladores H_∞ pelo método de evolução diferencial multiobjetivo foi empregada em Oliveira et al. (2015). Em todos estes trabalhos os autores destacam o sucesso da técnica empregada nos problemas otimizados.

A solução de problemas de otimização multiobjetivo pode ser dividida em dois estágios: a localização de uma Fronteira Pareto e a tomada de decisões. Portanto, além de se obter um conjunto de soluções eficientes é de suma importância se extrair informações suficientes que auxiliem o processo de tomada de decisões em si.

A tomada de decisão se dá através de um processo de avaliação, comparação, escolha, priorização e/ou ordenação num conjunto finito de alternativas, realizada por pessoas de diferentes níveis de formação, que sofrem diferentes influências e possuem diferentes opiniões. Decisões podem ser tomadas individualmente ou em grupo. A análise multicritério tem como principal objetivo auxiliar o decisor a fazer escolhas em

conformidade com seus interesses, em circunstâncias de dúvidas, incertezas, conflitos de informações e concorrência entre vários critérios.

Uma possível alternativa nesse cenário de dúvidas entre as prioridades dos critérios para o decisor é o uso de uma abordagem *fuzzy* (ZADEH, 1965). E dentre os métodos *fuzzy* um dos mais clássicos e usados na literatura é o de Bellman-Zadeh (BELLMAN; ZADEH, 1970), esse método consiste em uma heurística para seleção de alternativas sob incertezas.

3.1 Problemas de Otimização Multiobjetivo

O problema geral de otimização consiste em minimizar ou maximizar duas ou mais funções objetivo de N_{var} variáveis chamadas variáveis de projeto as quais são frequentemente sujeitas a restrições de igualdade e/ou desigualdade. Os limites aceitáveis para as variáveis de projeto definem o espaço de busca do otimizador; já as restrições estabelecem a região factível onde espera-se encontrar soluções viáveis para o problema. Uma solução é definida como um conjunto de valores para as variáveis de decisão e uma solução viável é aquela que satisfaz todas as restrições do problema. A qualidade das diferentes soluções é avaliada a partir de uma ou mais funções objetivo.

Um problema de otimização multiobjetivo restrito pode ser formulado (DEB, 2001):

$$\begin{aligned} \theta^* &= \arg \min f_m(\theta), & m &= 1, 2, \dots, n_o \\ \text{Sujeito a : } & g_j(\theta) < 0, & j &= 1, 2, \dots, n_g \\ & h_k(\theta) = 0, & k &= 1, 2, \dots, n_h \\ & \theta_i^{inf} \leq \theta_i \leq \theta_i^{sup}, & i &= 1, 2, \dots, n_v \end{aligned} \quad (3.1)$$

sendo $\theta^* \in \mathbb{R}^{n_v}$ um vetor solução do problema, n_o é o número de funções objetivo, $\theta \in \mathbb{R}^{n_v}$ um vetor de n_v variáveis de otimização, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n_v})^T$, $f_m(\theta)$ uma função objetivo vetorial a ser minimizada, θ_i^{inf} e θ_i^{sup} os limites inferior e superior, respectivamente, para a variável θ_i , $g_j(\theta)$ e $h_k(\theta)$ as restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente, que devem ser atendidas.

Nestes problemas são utilizados métodos de comparação entre candidatas a solução, seguindo os conceitos de dominância, a fim de determinar o conjunto de soluções eficientes do problema.

O problema de síntese de observador descrito no capítulo anterior tem como objetivo minimizar duas funções objetivo, ou seja trata-se de um problema multiobjetivo de minimização de normas de sistemas $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$, que busca reduzir a influência da perturbação de entrada em relação ao erro de estimação e dos ruídos de medição na saída em relação ao erro de estimação.

Os problemas multiobjetivo possuem um conjunto de soluções eficientes ou não dominadas ou o conjunto Pareto. Uma solução θ^* do problema multiobjetivo é eficiente se não houver outra solução factível θ melhor, isto é $f(\theta) \leq f(\theta^*)$ e $f(\theta) \neq f(\theta^*)$. Para os vetores $X = [x_1 \dots x_k]^T$ e $Y = [y_1 \dots y_k]^T$, $X \leq Y$ se $x_i \leq y_i$ para $i = 1, \dots, k$, e $X \neq Y$ se $\exists i \mid x_i \neq y_i$. O problema de otimização multiobjetivo é encontrar um subconjunto do conjunto de Pareto:

$$\Theta^* = \{\theta^* \in \mathcal{F}_\theta : \nexists \theta \in \mathcal{F}_\theta \mid f(\theta) \leq f(\theta^*); f(\theta) \neq f(\theta^*)\} \quad (3.2)$$

sendo \mathcal{F}_θ o conjunto de soluções factíveis.

O conceito de dominância é ilustrado pelas figuras 3.1 e 3.2 para um problema com duas variáveis de decisão (espaço de decisão bidimensional) e duas funções objetivo a ser minimizadas. Como pode ser visto, as soluções não dominadas no espaço de objetivos formam a fronteira Pareto, constituída de pontos sub-ótimos em que para ao menos uma função, não há como melhorar um ponto sub-ótimo de Pareto sem aumentar o valor de pelo menos uma das outras funções objetivo.

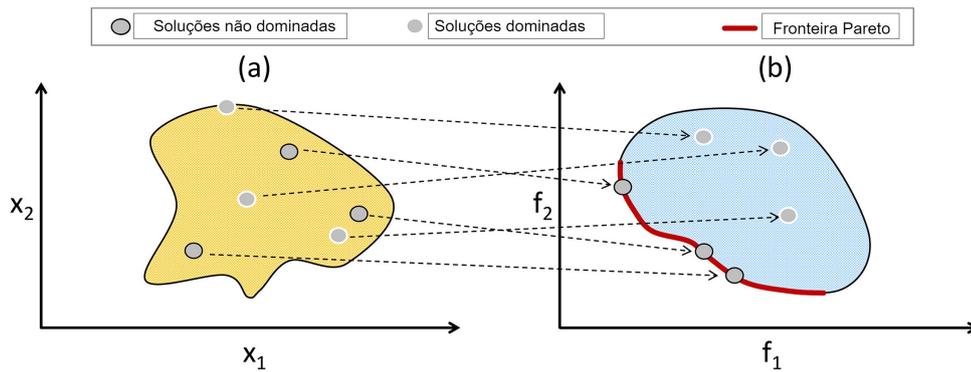


Figura 3.1 – Mapeamento de (a) um espaço de decisão em (b) um espaço objetivo, onde ambos os objetivos devem ser minimizados. (MAIER et al., 2019)

A fronteira Pareto-ótima global \mathcal{S} do problema de otimização multiobjetivo corresponde à imagem do conjunto Pareto-ótimo global no espaço de objetivos, isto é, $\mathcal{S} = f(\theta)$:

$$\mathcal{S} = y = f(\theta) : \theta \in \Theta^* \quad (3.3)$$

Os pontos utópico e antiutópico do problema multiobjetivo oferecem informações importantes que servem de referência para análise do conjunto de soluções encontrado. A solução utópica corresponde ao ponto de mínimo de todas as funções objetivo no espaço de funções. O ponto nadir ou solução antiutópica refere-se ao pior caso de cada função objetivo apresentado na Fronteira Pareto-Ótima. Para problemas com duas funções objetivo, que é o caso tratado nesse trabalho, a curva de Pareto se encontra dentro do retângulo definido pelas soluções utópica e antiutópica. Veja a representação dos pontos utópico e antiutópico na Figura 3.3.

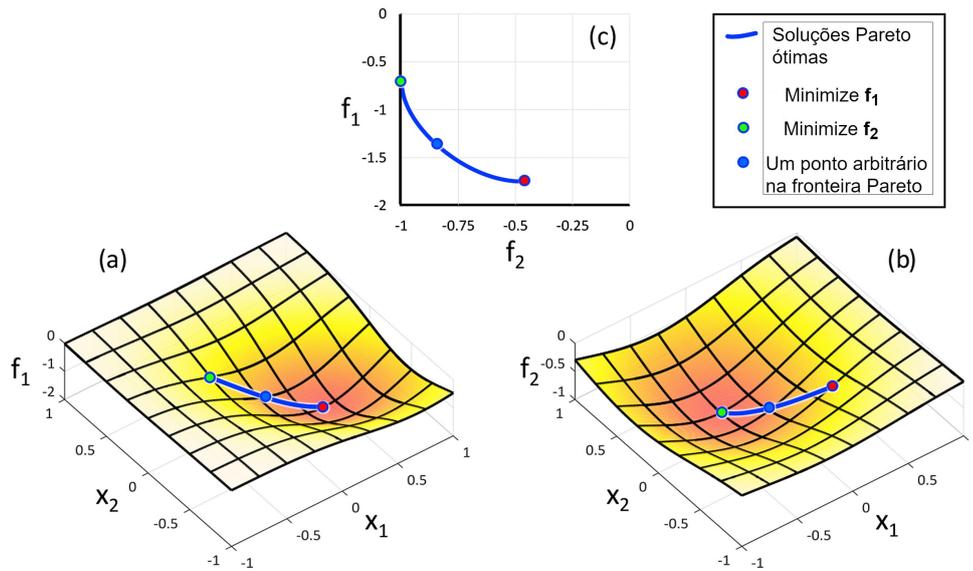


Figura 3.2 – Relação entre (a) cenário do espaço objetivo 1, (b) cenário do espaço do objetivo 2 e (c) Fronteira Pareto do problema de otimização biobjetivo.(MAIER et al., 2019)

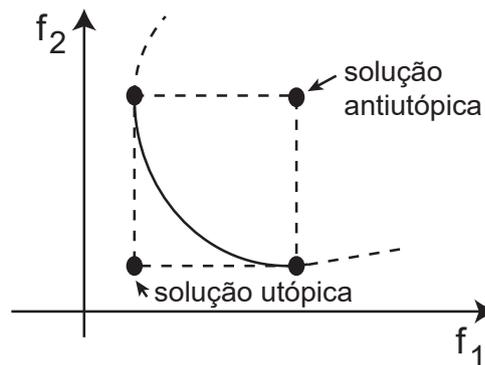


Figura 3.3 – Representação gráfica dos pontos utópico e antiutópico

3.2 Método Evolução Diferencial Multiobjetivo

O algoritmo Evolução Diferencial (DE) é um algoritmo de otimização estocástico proposto por Storn e Price (1997), inspirado nas teorias darwinianas de evolução e seleção natural de espécies, utiliza conceitos relacionados à genética e tem sido aplicado com sucesso em problemas de otimização contínua e de difícil solução.

A técnica de otimização adotada neste trabalho é o algoritmo DE multiobjetivo (DEMO), proposto em Robič e Filipič (2005), é semelhante a outros algoritmos evolutivos, em que a primeira geração é inicializada aleatoriamente e as outras gerações evoluem aplicando os operadores evolutivos: mutação, recombinação e seleção até que um critério de parada seja satisfeito. No entanto, a principal característica deste algoritmo é gerar novos indivíduos, denotados vetores de parâmetros, pela adição da diferença ponderada entre dois indivíduos aleatórios a um terceiro indivíduo, essa

operação chamada mutação diferencial. Este princípio de usar a diferença de vetores para perturbar a população confere ao método rápida convergência. Em relação ao DE para problemas escalares, a diferença ocorre na operação de seleção em que é utilizado o conceito de dominância.

As operações do DEMO são descritas na sequência.

3.2.1 População Inicial

Seja $\mathcal{U}_{(a,b)} \in \mathbb{R}$ um número pseudoaleatório uniformemente distribuído no intervalo aberto (a, b) ; $\mathcal{I}_{(m)} \in \mathbb{Z}^+$ é um valor inteiro pseudo-aleatório extraído da distribuição uniforme discreta de $1, \dots, m$; $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^v$ é o vetor das variáveis de otimização e N é o número de indivíduos (soluções candidatas) da população. A população na k -ésima iteração representada por $X_k = \{\mathbf{x}_{k,i}; i = 1, \dots, N\}$, em que a i -ésima solução é:

$$\mathbf{x}_{k,i} = \left[\theta_{k,i,1} \dots \theta_{k,i,n} \right]^T. \quad (3.4)$$

O método DE começa com uma população inicial de soluções candidatas distribuídos aleatoriamente e uniformemente dentro do espaço de busca inicial restrito pelos limites mínimo e máximo pré-definidos de cada variável, $\theta_{1,i,j} \in [\underline{m}_j, \overline{m}_j]$:

$$\theta_{1,i,j} = \mathcal{U}_{(\underline{m}_j, \overline{m}_j)}, \quad (3.5)$$

$$i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n.$$

3.2.2 Operação de Mutação Diferencial

Considere os índices $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ gerados como $r_j = \mathcal{I}_{(N)}$, $j = 1, \dots, 3$. A i -ésima solução mutante é calculada com base na operação diferencial de mutação:

$$\mathbf{v}_{k,i} = \mathbf{x}_{k,r_1} + F_i \cdot (\mathbf{x}_{k,r_2} - \mathbf{x}_{k,r_3}), \quad (3.6)$$

$i = 1, \dots, N$, sendo que F_i é um fator de escala aplicado sobre o vetor de diferença. Neste trabalho, adotou-se $F_i = \mathcal{U}_{(0,5;1)}$ para cada vetor de diferença como sugerido em Das e Suganthan (2010).

3.2.3 Operação de Recombinação ou Cruzamento

A recombinação entre os indivíduos da k -ésima população, X_k , e a população mutante, V_k , produz a população auxiliar, U_k :

$$u_{k,i,j} = \begin{cases} v_{k,i,j}, & \text{se } \mathcal{U}_{(0,1)} \leq C_r \text{ ou } j = \delta_i \\ \theta_{k,i,j}, & \text{caso contrário.} \end{cases}, \quad (3.7)$$

$i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n$, onde $\delta_i = \mathcal{I}_{(n)}$ garante $\mathbf{u}_{k,i} \neq \mathbf{x}_{k,i}$ e $C_r \in [0, 1]$ é a taxa de cruzamento. Neste trabalho, considerou-se $C_r = 0,9$.

3.2.4 Operação de seleção para problemas multiobjetivo:

A próxima etapa do algoritmo é a operação de seleção para determinar se o indivíduo alvo, $\mathbf{x}_{k,i}$, ou o vetor de teste, $\mathbf{u}_{k,i}$, sobrevive à próxima geração. Nesta etapa, o algoritmo multiobjetivo DEMO difere do DE original:

$$\mathbf{x}_{k+1,i} = \begin{cases} \mathbf{u}_{k,i}, & \text{se } f(\mathbf{u}_{k,i}) \leq f(\mathbf{x}_{k,i}) \text{ e } f(\mathbf{u}_{k,i}) \neq f(\mathbf{x}_{k,i}), \\ \mathbf{x}_{k,i}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.8)$$

$i = 1, \dots, N$. Se $\mathbf{x}_{k,i}$ não domina $\mathbf{u}_{k,i}$, então $\mathbf{u}_{k,i}$ também é incluído no conjunto X_{k+1} , aumentando o tamanho da população.

Após a operação de seleção, se o número de soluções de X_{k+1} for maior que N , para selecionar as melhores N soluções de X_{k+1} , o algoritmo DEMO aplica as mesmas técnicas de seleção do algoritmo NSGA-II com classificação por índice de fronteiras com desempate pelo índice de aglomeração, para alcançar uma boa diversidade de soluções (DEB et al., 2002).

No primeiro instante a população é ordenada pelo índice de fronteira, onde as soluções são ordenadas e classificadas de acordo com a dominância. As soluções não dominadas formam a fronteira F_1 . Estas soluções são retiradas da população e as soluções não dominadas do conjunto restante formam a fronteira F_2 . As soluções de cada fronteira nova são retiradas para montagem da fronteira seguinte até que todos as soluções sejam incluídas em uma fronteira. A população da próxima geração é composta pelos elementos das fronteiras iniciais, partindo de F_1 , até que o número de soluções seja igual ou maior que N .

Se for necessário selecionar a última fronteira parcialmente, para manter a população seguinte com N soluções, as soluções dessa fronteira são ordenadas pelo critério de aglomeração, denominada distância de multidão, onde as soluções selecionadas são as que estão mais espalhadas sobre a curva de Pareto no espaço de objetivos. A Figura 3.4 exemplifica o processo de seleção do NSGA-II.

3.2.5 Tratamento das restrições

O algoritmo DE pode ser aplicado a problemas de otimização sem restrições. Para incluir as duas restrições, aplicou-se o método de funções penalidade. O algoritmo

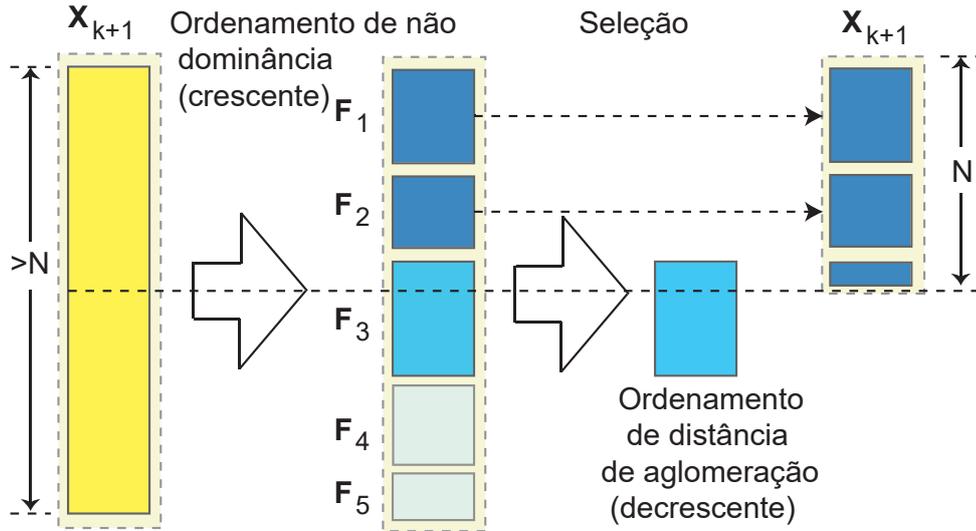


Figura 3.4 – Procedimento do NSGA-II.

DEMO foi aplicado para minimizar a função objetivo modificada:

$$f_o(\theta) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 10^{12} + \beta(A_0) \\ 10^{12} + \beta(A_0) \end{bmatrix}, & \text{se } \beta(A_0) \geq 0, \\ \begin{bmatrix} 10^6 + \|T_{en}(s, \theta)\|_2 - \epsilon \\ 10^6 + \|T_{en}(s, \theta)\|_2 - \epsilon \end{bmatrix}, & \text{se } \|T_{en}(s, \theta)\|_2 > \epsilon \\ \begin{bmatrix} \|T_{ed}(s, \theta)\|_\infty \\ \|T_{en}(s, \theta)\|_2 \end{bmatrix}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.9)$$

Otimizando $f_o(\theta)$, as soluções factíveis vão dominar as soluções que violam as restrições.

Por fim, o algoritmo Evolução Diferencial básico utilizado na síntese de observadores de estados é apresentado a seguir.

3.2.6 Algoritmo DEMO

Considerando P uma matriz $m \times 2$ com os limites de cada variável, e N o tamanho da população, um pseudo código do algoritmo DEMO é apresentado a seguir.

O número de gerações, N_g , foi o critério de parado utilizado.

```

 $k \leftarrow 1;$ 
 $X_k \leftarrow$  Cria população inicial( $P, N$ )
 $F_x \leftarrow$  Função objetivo ( $\chi_k$ )
enquanto não critério de parada
     $V_k \leftarrow$  Mutação diferencial( $\chi_k$ )
     $U_k \leftarrow$  Cruzamento( $\chi_k, V_k$ )
     $U_k \leftarrow$  Tratamento restrições( $U_k$ )
     $F_u \leftarrow$  função objetivo ( $U_k$ )
     $X_{k+1} \leftarrow$  Seleção( $\chi_k, U_k, F_x, F_u$ )
     $k \leftarrow k + 1$ 
fim enquanto

```

3.3 Desempenho do algoritmo multiobjetivo

O resultado da otimização multiobjetivo fornece um conjunto de soluções apresentadas em uma fronteira Pareto aproximada. A fronteira obtida pode ser avaliada quantitativamente de forma comparativa pela métrica do indicador de Hipervolume (HVI). O HVI mede a qualidade da solução encontrada pelo cálculo de parte da área dominada no espaço de objetivos. Esta métrica foi introduzida por Zitzler e Thiele (1999) para a avaliação de desempenho de algoritmos evolutivos multiobjetivo.

O Hipervolume mede o volume do espaço dominado de todas as soluções encontradas. Soluções bem distribuídas e bem próximas à Fronteira Pareto indicam maior valor de Hipervolume, possibilitando avaliar a diversidade e a cobertura das soluções do problema.

O indicador Hipervolume, proposto por Zitzler e Thiele (1999), mede a qualidade do conjunto de N soluções em termos de convergência e diversidade em uma única escala, sendo definido como:

$$HVI(S, R) = volume \left(\bigcup_{i=1}^N v_i \right). \quad (3.10)$$

sendo S o conjunto de N soluções ótimas, R o ponto antiutópico usada como referência, e v_i o hipercubo formado entre uma solução $s_i \in S$ e a solução de referência R .

A Equação (3.10) fornece o volume (no espaço de objetivos) do conjunto de soluções S dominadas. A Figura 3.5 exemplifica o indicador de Hipervolume para um problema de minimização de dois objetivos sendo $S = \{A, B, C\}$. O $HVI(S, R)$ é definido pela área formada circundada pelas linhas pontilhadas. Para cada solução $s_i \in S$ de cada execução do algoritmo, um hipercubo v_i com dimensão igual ao número de

objetivos otimizados, é construído com base em um ponto de referência W e utilizando a solução s_i como diagonal oposta.

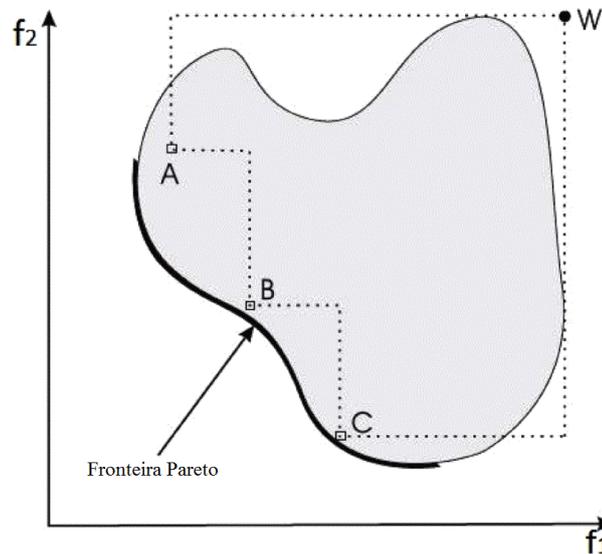


Figura 3.5 – Indicador de Hipervolume. (JIANG et al., 2014)

Da união de todos os hipercubos o Hipervolume é calculado. Quanto maior o Hipervolume, melhor será a Fronteira encontrada, ou seja, quanto mais próxima a solução s_i estiver da fronteira e melhor a distribuição de todas as soluções, maior será o volume do hipercubo formado. A variância do Hipervolume é calculada para verificar a dispersão dos índices HVI de cada teste, mostrando o quão distante cada índice está do valor médio do Hipervolume. A variância é definida por:

$$var = \frac{1}{E-1} \sum_{i=1}^E \|HVI_i - \mu\|^2 \quad (3.11)$$

sendo μ a média aritmética de HVI e E o número de execuções realizadas do algoritmo DEMO. Um valor baixo da variância e um valor de HVI próximo da unidade indicam soluções bem próximas a Fronteira Pareto ótima.

3.4 Auxílio à tomada de Decisão Multicritério

Quando algoritmos de otimização são aplicados a problemas reais, os usuários normalmente são profissionais da área correspondente, mas que não conhecem ou não tiveram experiência com otimização. Desta forma eles não possuem conhecimento para lidar com os parâmetros dos algoritmos.

Os algoritmos de otimização multiobjetivo geram um conjunto de soluções, geralmente igual ao tamanho da população, com diferentes compromissos entre os objetivos. Desta forma uma metodologia de tomada de decisões é relevante para que seja

possível a interação do usuário no processo de escolha da solução, disponibilizada em uma linguagem próxima da linguagem deste usuário. Esta metodologia deve auxiliar o usuário apresentando formas de tratar o problema diante de incertezas e objetivos conflitantes. A teoria dos conjuntos *Fuzzy* proposta por Zadeh (1965), constitui de uma ferramenta valiosa na modelagem das informações do usuário e tratamento das incertezas. A abordagem de Bellman-Zadeh (BELLMAN; ZADEH, 1970) é uma metodologia clássica de tomada de decisão para tratar problemas multicritério utilizando a teoria dos conjuntos *Fuzzy*. Esta é uma abordagem clássica de auxílio a tomada de decisões multiobjetivo (análise de modelos $\langle X, M \rangle$). Seu uso permite preservar naturalmente a medida da incerteza na tomada de decisões, levando em consideração os índices, critérios e restrições de caráter qualitativo (PEDRYCZ et al., 2011).

Depois de obter o conjunto de soluções aproximadas da Fronteira Pareto, o tomador de decisão aplica o método de Bellman-Zadeh (BELLMAN; ZADEH, 1970) para determinar qual das soluções é a mais adequada diante de suas preferências.

Os modelos $\langle X, M \rangle$ em análise, consideram um vetor de funções objetivo $F_p(X)$ otimizadas e cada função objetivo $F_p(X)$ é substituída por uma função objetivo *fuzzy*:

$$A_p = \{X, \mu_{A_p}(X)\}, \quad X \in \theta^*, \quad p = 1, \dots, q \quad (3.12)$$

onde $q \geq 2$ e $\mu_{A_p}(X)$ é uma função de pertinência de A_p . Uma solução *fuzzy* D de $F_p(X)$ é obtida da intersecção de $D = \bigcap_{p=1}^q A_p$, tal que:

$$\mu_D(X) = \min_{p=1, \dots, q} \mu_{A_p}(X), \quad X \in \theta^*. \quad (3.13)$$

O problema de decisão multicritério permite obter a solução X com maior pertinência à solução *fuzzy* D capaz de refletir o ponto ótimo do objetivo em questão:

$$\max \mu_D(X) = \max_{X \in \theta^*} \min_{p=1, \dots, q} \mu_{A_p}(X) \quad (3.14)$$

Para solucionar o problema da Equação (3.14), é necessário criar funções de pertinência $\mu_{A_p}(X)$, $p = 1, \dots, q$, de modo que cada função deve refletir uma aproximação do ponto ótimo de $F_p(X)$, esta condição é alcançada para objetivos de minimização usando funções de pertinência normalizadas do tipo (PEDRYCZ et al., 2011):

$$\mu_{A_p}(X) = \left[\frac{\max_{X \in \theta^*} F_p(X) - F_p(X)}{\max_{X \in \theta^*} F_p(X) - \min_{X \in \theta^*} F_p(X)} \right]^{\lambda_p} \quad (3.15)$$

sendo λ_p , $p = 1, \dots, q$, os coeficientes (pesos) dos critérios de importância para as correspondentes funções objetivo.

Ao final um conjunto de soluções harmoniosas é encontrado resolvendo a Equação (3.14), de forma a satisfazer os critérios estabelecidos pelo usuário utilizando a abordagem de Bellman e Zadeh (1970).

Fica a critério do tomador de decisões estabelecer as importâncias de cada função objetivo. Neste trabalho foram considerados três alternativas ao decisor como apresentado na Figura 3.6, exemplificando um conjunto de soluções candidatas a Fronteira Pareto e as soluções selecionadas baseada na tomada de decisões multicritério Bellman-Zadeh, estabelecendo para o problema bi-objetivo os coeficientes $\lambda = (0, 5; 0, 5)$, $\lambda = (0, 25; 0, 75)$ e $\lambda = (0, 75; 0, 25)$.

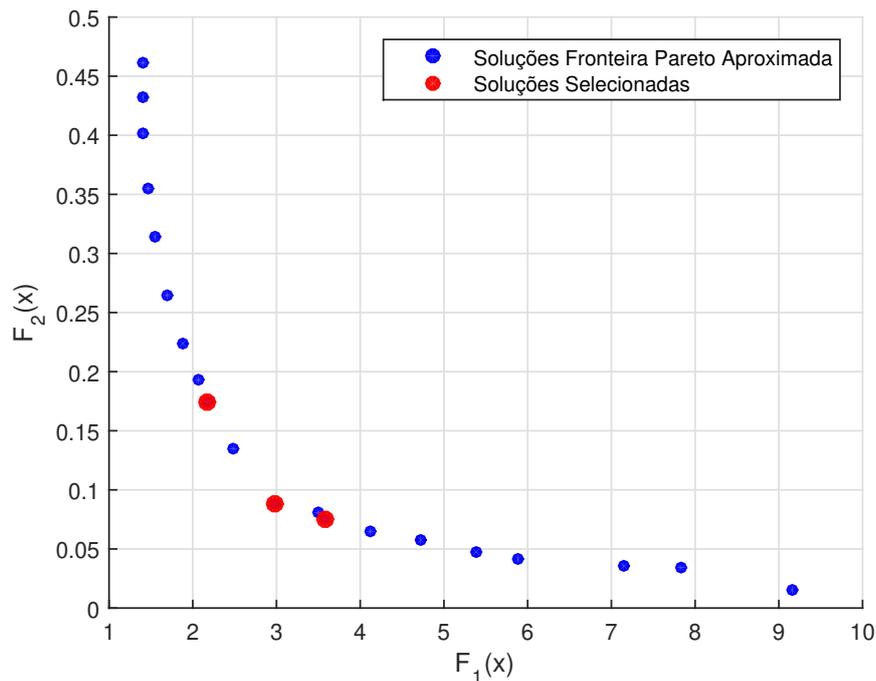


Figura 3.6 – Exemplo da seleção baseada em tomada de decisão multicritério

3.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os conceitos de Otimização Multiobjetivo e dominância Pareto. Apresentamos o método Evolução Diferencial Multiobjetivo, utilizado para resolver o problema de síntese de observadores clássico e PI. Os resultados obtidos podem ser avaliados pelo indicador Hipervolume após a execução de vários testes do problema. Por fim é apresentada a abordagem de tomada de decisão multicritério que auxiliará o decisor na escolha da solução final.

No próximo capítulo são apresentados os resultados obtidos com o método de projeto de observadores proposto aplicado em três exemplos ilustrativos, onde serão comparados os resultados gráficos e numéricos da simulação do observador clássico e PI obtidos pela solução do problema de otimização com o método Evolução Diferencial Multiobjetivo.

Capítulo 4

Exemplos Ilustrativos

Simulações computacionais foram utilizadas por meio da ferramenta MATLAB[®] versão 2016 com a finalidade de avaliar o método de síntese de observadores proposto, implementado através do algoritmo DEMO, e comparar o observador PI com o observador clássico de Luenberger. Para a realização das simulações foi utilizado um computador com sistema operacional Windows 10 de 64 bits, processador Intel Core i5 de quatro núcleos 2,00GHz/2,60GHz.

Três exemplos ilustrativos são apresentados aplicando a abordagem proposta. O primeiro exemplo trata-se de um modelo de uma suspensão ativa, esta planta possui 4 variáveis de estados, que não são medidas, sendo apenas 1 saída medida. O segundo exemplo abordado é uma planta de quatro tanques, também possui 4 variáveis de estados, sendo 2 saídas medidas. O terceiro exemplo trata-se de uma torre de destilação binária, com 11 variáveis de estados e 3 saídas medidas. Em todos os exemplos os observadores clássico e PI serão comparados conforme a metodologia proposta.

Para efeitos de comparação entre os observadores propostos, considerou-se o índice de desempenho baseado na raiz do erro quadrático médio (RMS, do acrônimo em inglês *Root Means Squares Error*). Este índice é uma medida do desvio médio entre os valores reais e os valores estimados das variáveis de estados:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (4.1)$$

sendo T o número de elementos do vetor erro.

4.1 Parametrização Geral do Algoritmo DEMO

Conforme mencionado no Capítulo 3 a metodologia proposta aplicada aos três exemplos considerados neste trabalho tem como objetivo obter os ganhos dos observadores de estados Clássico e PI.

A natureza estocástica do algoritmo Evolução Diferencial faz com que haja diferenças entre os conjuntos de soluções obtidos a cada execução. Para os exemplos ilustrativos 1 e 2 abordados, o algoritmo DEMO é executado 30 vezes, sendo o número de iterações o critério de parada adotado. Ao término das execuções, um conjunto de soluções formam uma fronteira Pareto-ótima aproximada final selecionadas pelo critério de não-dominância entre as soluções das fronteiras Pareto-ótimas aproximadas geradas em cada execução. Estas soluções são avaliadas pelo indicador Hipervolume com a finalidade de mensurar a convergência e diversidade entre as soluções obtidas a cada execução. Nesta análise também é apresentada a evolução dos testes realizados, o cálculo da média e da variância das soluções encontradas.

Tão importante quanto obter um conjunto eficiente de soluções, é de suma importância extrair informações suficientes que auxiliem o processo de tomada de decisões em si.

Desenvolveu-se uma metodologia baseada na heurística de Bellman-Zadeh com a utilização de dois atributos: minimização da norma H_∞ e minimização da norma H_2 .

A metodologia desenvolvida fornece três soluções para diferentes cenários. A primeira solução considera pesos iguais para os dois atributos mencionados (0,5 0,5), a segunda solução, por sua vez, privilegia a norma H_∞ na proporção: (0,75 0,25), e por fim, a terceira solução privilegia a norma H_2 , com os pesos na proporção: (0,25 0,75).

Os algoritmos devem ser ajustados para cada tipo de problema, na síntese dos observadores clássicos e PI, os parâmetros gerais do DEMO foram ajustados conforme mostrado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Parâmetros do Algoritmo DEMO

| Parâmetro | Exemplo 1 e 2 | Exemplo 3 | Descrição |
|-----------|--------------------|--------------------|---------------------------------------|
| F | [0,5 1] | [0,5 1] | fator de escala dos vetores-diferença |
| C | 0,9 | 0,9 | taxa de cruzamento |
| N | $5 \times N_{var}$ | $2 \times N_{var}$ | tamanho da população |
| N_g | 1.000 | 100.000/200.000 | número de iterações |

O tamanho da população foi definido em função de N_{var} , número de variáveis de otimização. No primeiro exemplo foi considerado comparar os observadores aumentando o número de integradores do observador PI de $r = 1$ para $r = 4$. Neste caso em que $r = 4$ foram necessárias 100.000 iterações do algoritmo, com o tamanho da população também de $5 \times N_{var}$, desta forma não foram executados os 30 testes, pois o tempo computacional é muito superior devido ao número elevado de iterações e variáveis de otimização. No terceiro exemplo ilustrativo, também não foram executados os 30 testes, pelo mesmo motivo do caso citado no exemplo 1. Neste exemplo, o número

de iterações para o observador clássico foi 100.000 e para o observador PI foi 200.000. Outras especificações são ajustadas para cada exemplo específico, por exemplo, as restrições de funções objetivo e limites iniciais das variáveis de otimização. Os parâmetros gerais foram fixados após a realização de exaustivos testes de tentativa de melhora da convergência do algoritmo.

4.2 Exemplo 1 - Planta Suspensão Ativa

4.2.1 Descrição

Considere o protótipo laboratorial de suspensão ativa fabricado pela Quanser® apresentado na Figura 4.1 (APKARIAN; ABDOSALAMI, 2013).

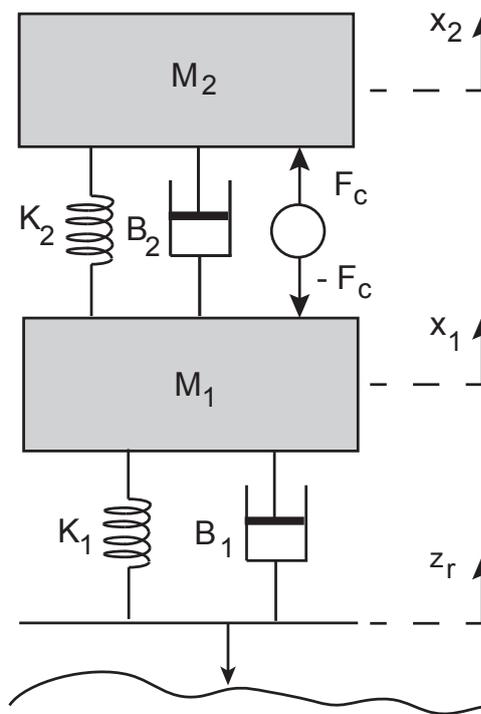


Figura 4.1 – Modelo da suspensão ativa.

O modelo *Quarter Car* do sistema veicular de suspensão ativa abordado neste trabalho consiste em duas massas suportadas por uma mola e um amortecedor. O parâmetro M_2 representa a massa suspensa (do inglês, *sprung mass*), nesse problema em específico esse parâmetro retrata um quarto da massa do corpo do veículo. O parâmetro M_1 , por sua vez, simboliza a massa não suspensa (do inglês, *unsprung mass*), representando um dos quatro conjuntos roda pneu de um automóvel. A mola K_2 e o amortecedor B_2 suportam o peso do corpo do veículo sobre o pneu. Já a mola K_1 e o amortecedor B_1 são usados para modelar a rigidez do pneu em contato com a superfície.

Por fim, F_c simboliza a força aplicada pela suspensão ativa, neste caso, define o atuador do sistema cujo fim é a estabilização do corpo veicular.

Este sistema possui quatro variáveis de estados que serão estimadas, a variável x_1 representa a deflexão da suspensão, $z_2 - z_1$, a segunda variável de estado representa a velocidade vertical do chassi do veículo, \dot{z}_2 . A terceira variável de estado representa a deflexão do pneu, $z_1 - z_r$. Por fim, a quarta variável de estado representa a velocidade vertical da massa não suspensa, \dot{z}_1 . O sinal de controle, u , é a força, F_c . A variável exógena, w , é representada pela velocidade do perfil da estrada, \dot{z}_r . A variável de saída y medida, é a aceleração do corpo do veículo, \ddot{z}_2 . Deste modo, os vetores da representação no espaço de estados dados pela Equação (2.1), são definidos como sendo $x = [z_2 - z_1 \ \dot{z}_2 \ z_1 - z_r \ \dot{z}_1]^T$, $u = F_c$, $w = \dot{z}_r$ e $y = \ddot{z}_2$. As matrizes do modelo linear no espaço de estados são:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_2}{M_2} & -\frac{B_2}{M_2} & 0 & \frac{B_2}{M_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_2}{M_1} & \frac{B_2}{M_1} & -\frac{K_1}{M_1} & -\frac{B_2+B_1}{M_1} \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{B_1}{M_1} \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_2} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_1} \end{bmatrix},$$

$$C_y = \begin{bmatrix} -\frac{K_2}{M_2} & -\frac{B_2}{M_2} & 0 & \frac{B_2}{M_2} \end{bmatrix}, \quad D_{yw} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \text{ e } D_{yu} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_2} \end{bmatrix}.$$

Os parâmetros físicos do sistema de suspensão ativa são fornecidos pela Quanser (APKARIAN; ABDOSSALAMI, 2013). Esses parâmetros são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Parâmetros da Suspensão ativa

| | | | |
|-------|--|-----------------|-------|
| M_2 | Massa suspensa | 2,45 | kg |
| M_1 | Massa não suspensa | 1 | Kg |
| K_1 | Coefficiente de rigidez da mola 1 | 2×1250 | N/m |
| K_2 | Coefficiente de rigidez da mola 2 | 2×450 | N/m |
| B_1 | Coefficiente de amortecimento (Amort. 1) | 5 | N.s/m |
| B_2 | Coefficiente de amortecimento (Amort. 2) | 7,5 | N.s/m |

4.2.2 Resultados

O controle por realimentação dos estados não é calculado aqui, haja visto que este não é objetivo de projeto deste trabalho. Desta forma foi utilizado os ganhos do vetor K da realimentação de estados obtidos em Oliveira et al. (2015), projetados com o objetivo de minimizar a aceleração da massa do chassi da suspensão. Os valores de K da ação de controle da Equação (2.15) são:

$$K = \begin{bmatrix} 221,4584 & -50,1266 & -538,7610 & -3,1073 \end{bmatrix}$$

Os estados da suspensão ativa não estão disponíveis para medição diretamente, mas podem ser calculados a partir da aceleração da massa M_2 medida por um acelerômetro. O algoritmo DEMO foi aplicado considerando a segunda restrição $\epsilon = 10$ para excluir as soluções que produzam altos ganhos, e limites para criação da população inicial aleatória $\theta_{1,i,j} = [-0,01 \ 0,01]$, para $i = 1 \dots N_{var}$, sendo N_{var} o número de variáveis de otimização. Neste exemplo considerou-se aumentar o número de integradores, para $r = 4$ para verificar se há melhora no desempenho do observador PI. Figura 4.2 é apresentada o conjunto de soluções que formam a Fronteira Pareto aproximada final dos observadores clássico e PI com um e quatro integradores.

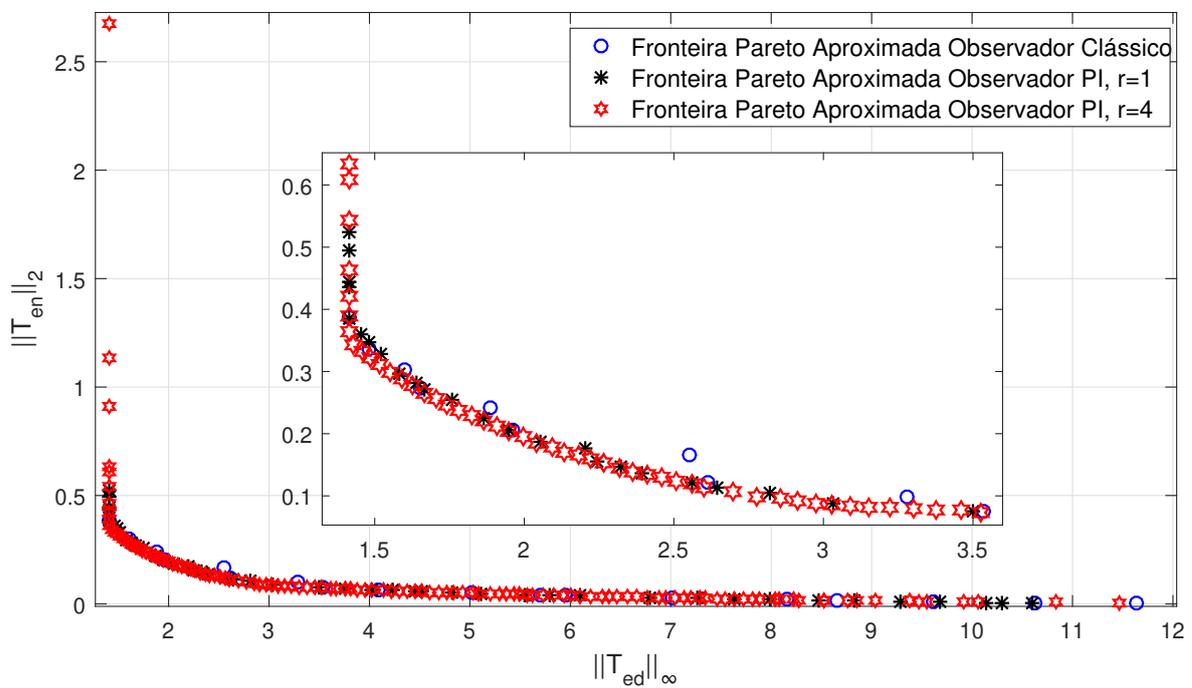


Figura 4.2 – Fronteira Pareto aproximada.

Para medir a consistência da metodologia usada, este experimento faz uso da métrica de avaliação de desempenho Hipervolume previamente citada no Capítulo 3. Foram comparados os indicadores do observador clássico e PI com $r = 1$, pois foram obtidos a partir da execução de 30 testes, o que não ocorreu com observador PI de dimensão $r = 4$. A curva do Hipervolume calculado a cada iteração é exibido na Figura 4.3:

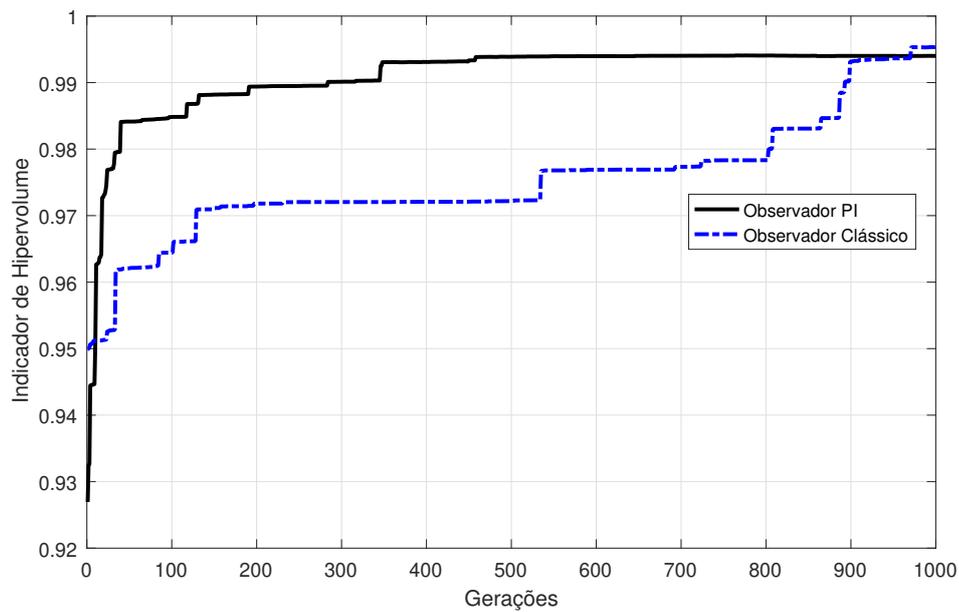


Figura 4.3 – Evolução do Indicador Hipervolume.

Na síntese do observador PI, o indicador médio do Hipervolume encontrado foi $HVI = 0,9941$ e a variância entre o conjunto de soluções $var = 4,6853 \times 10^{-6}$. No observador clássico, o indicador médio foi de $HVI = 0,9934$ e a variância $var = 1,0267 \times 10^{-4}$. Estes resultados mostram que o algoritmo apresentou convergência e diversidade satisfatórias nos testes realizados.

A metodologia empregada oferece ao final das execuções, $5 \times N_{var}$ possíveis soluções ao decisor aptas a resolver o problema. Para auxiliá-lo, um método de tomada de decisões é empregado, oferecendo a ele 3 alternativas deste conjunto de soluções. Por meio da abordagem multicritério de Bellman-Zadeh as soluções selecionadas são indicadas na Figura 4.4.

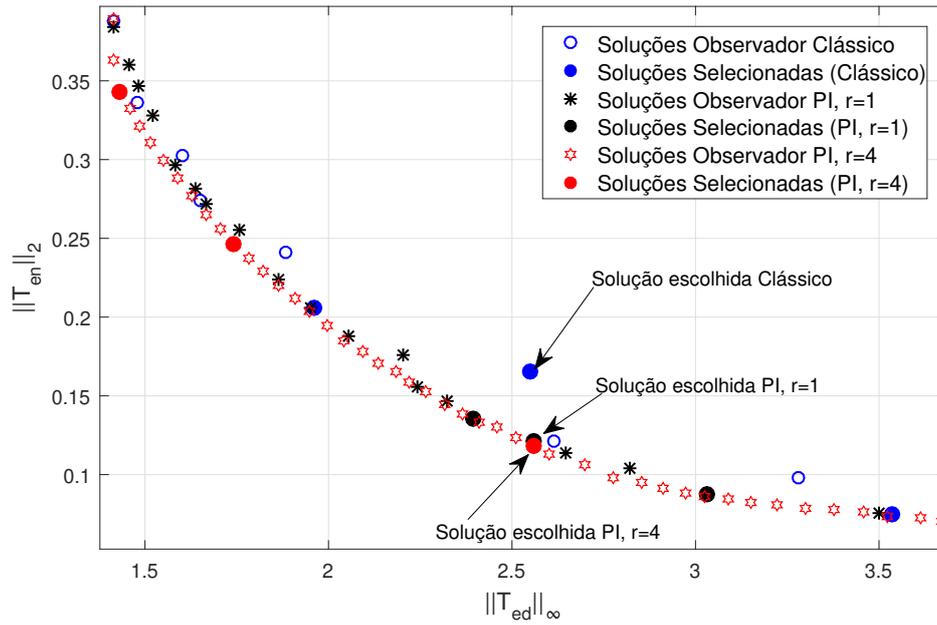


Figura 4.4 – Soluções Seleccionadas aplicada tomada de decisão.

Estas alternativas são baseadas na minimização da matriz de transferência T_{ed} que relaciona o erro de estimação em relação ao efeito das perturbações baseada na norma H_∞ , e na minimização da matriz de transferência T_{en} que relaciona o erro de estimação em relação aos ruídos de medição baseada na norma H_2 . A primeira alternativa atribui pesos iguais $(0, 5; 0, 5)$ para as duas funções, a segunda atribui maior peso para matriz T_{en} $(0, 25; 0, 75)$, e a terceira atribui maior peso para para matriz T_{ed} $(0, 75; 0, 25)$.

O objetivo do observador é usar a entrada $u(t)$ e a saída $y(t)$ para estimar os estados do sistema, minimizando o erro em função da entrada $w(t)$. Os resultados da síntese proposta são apresentados baseadas na solução que apresenta o mesmo valor de $\|T_{ed}\|_\infty$, neste caso a segunda solução. A solução escolhida reflete em menor erro RMS em ambos os observadores e conseqüentemente em boa estimação dos estados. A matriz de ganhos do observador clássico encontrada para esta solução é:

$$L = \begin{bmatrix} -0,0273 \\ -0,0288 \\ -0,0010 \\ 0,7272 \end{bmatrix}$$

E as matrizes de ganhos do observador PI com $r = 1$ encontrada para esta

solução são:

$$L_1 = \begin{bmatrix} -0,0290 \\ -0,1046 \\ -0,0050 \\ 0,1824 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = 0,0941, L_3 = \begin{bmatrix} -0,1005 \\ -14,3604 \\ 0,0721 \\ 7,3922 \end{bmatrix},$$

E as matrizes de ganhos do observador PI com $r = 4$ encontrada para esta solução são:

$$L_1 = \begin{bmatrix} -0,1002 \\ -0,5943 \\ -0,0191 \\ 2,2654 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 0,3507 \\ 0,0552 \\ -0,6480 \\ 0,1490 \end{bmatrix}, L_3 = \begin{bmatrix} -1.0192 & -1.2226 & -0.2613 & -0.5643 \\ 0.0025 & 1.1252 & 3.5618 & 1.5395 \\ -0.4088 & 1.2633 & -0.0353 & 0.1570 \\ 0.0981 & -0.6405 & -0.4528 & -0.3300 \end{bmatrix},$$

Para analisar o efeito da perturbação na entrada e dos ruídos de medição na saída da planta, consideramos o sinal do tipo degrau e um sinal aleatório respectivamente. Seja a função degrau unitário $\mathbf{1}(t - \tau)$ com $\mathbf{1}(t) = 0$ para $t < \tau$ e $\mathbf{1}(t) = 1$ para $t \geq \tau$. Analisou-se o comportamento dos observadores aplicando-se uma perturbação caracterizada por um sinal de entrada que representa a derivada do perfil da estrada, apresentado na Figura 4.5, dado por: $d(t) = 0,2[\mathbf{1}(t - 0,1) - \mathbf{1}(t - 0,2) - \mathbf{1}(t - 2,1) + \mathbf{1}(t - 2,2)]$. O objetivo de controle é minimizar o efeito da perturbação definida como a derivada do perfil da pista, \dot{z}_r , em relação as variáveis de controle, F_c e a aceleração do chassi, \ddot{z}_2 .

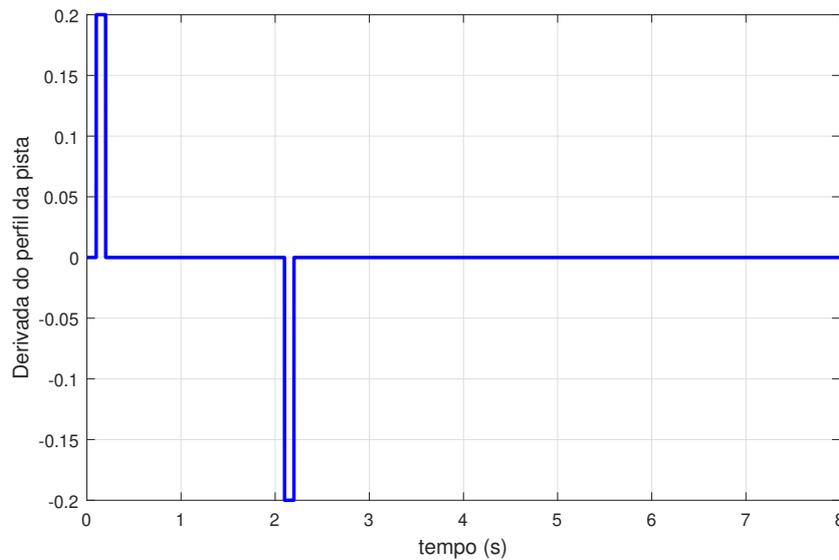


Figura 4.5 – Derivada do perfil da pista.

O sinal de controle F_c possui limite de saturação $\pm 39,2N$ devido à tensão de alimentação máxima do motor (APKARIAN; ABDOSSALAMI, 2013).

Seja $\rho(t)$ uma função que gera valores pseudo-aleatórios com distribuição normal padrão, média 0 e variância 1. O ruído de medição somado a saída medida da planta é definido: $\eta_i = 0,2 \times \rho(t)$, $i = 1$. A perturbação é relacionada pela matriz de perturbação B_d na entrada do sistema, enquanto os ruídos são considerados nas variáveis de saída medidas.

A saída do sistema e o esforço de controle para o observador clássico e PI são apresentados na Figura 4.6. É importante ressaltar que o conforto do passageiro está relacionado com a aceleração vertical medida, ou seja quanto mais rápido a aceleração convergir para zero e menor a amplitude deste sinal, menor será o desconforto sentido pelo passageiro.

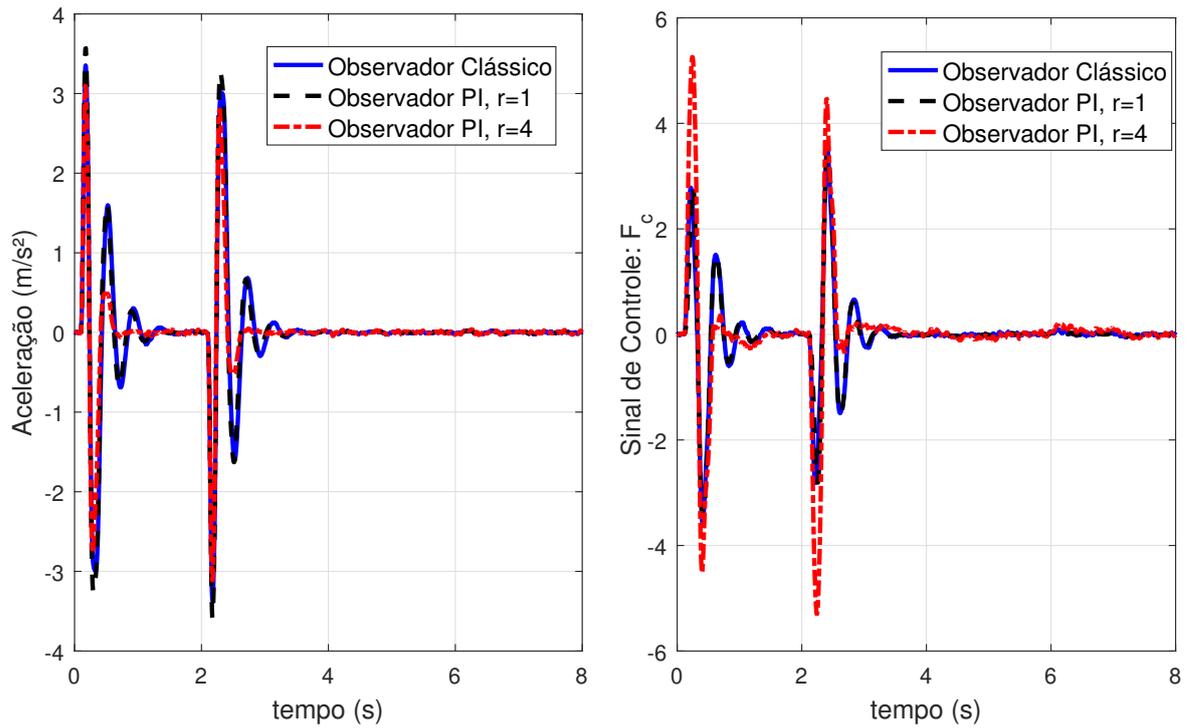


Figura 4.6 – Saída do sistema: Aceleração (à esquerda) e Entrada/Esforço de Controle (à direita).

Pela Figura 4.6, observa-se que em nenhum momento a saturação foi atingida, ou seja $|F_c| < 39,2N$, portanto ambos os resultados obedecem a esta condição. A aceleração no observador PI com $r = 4$ convergiu para zero mais rápido e apresentou menor amplitude em relação aos outros dois observadores, portanto, obteve melhor resultado. Os observadores clássico e PI com $r = 1$ apresentaram resultados de saída semelhantes.

Quanto à estimação dos estados, as Figuras 4.7 e 4.8 apresentam os resultados para o observador clássico e PI.

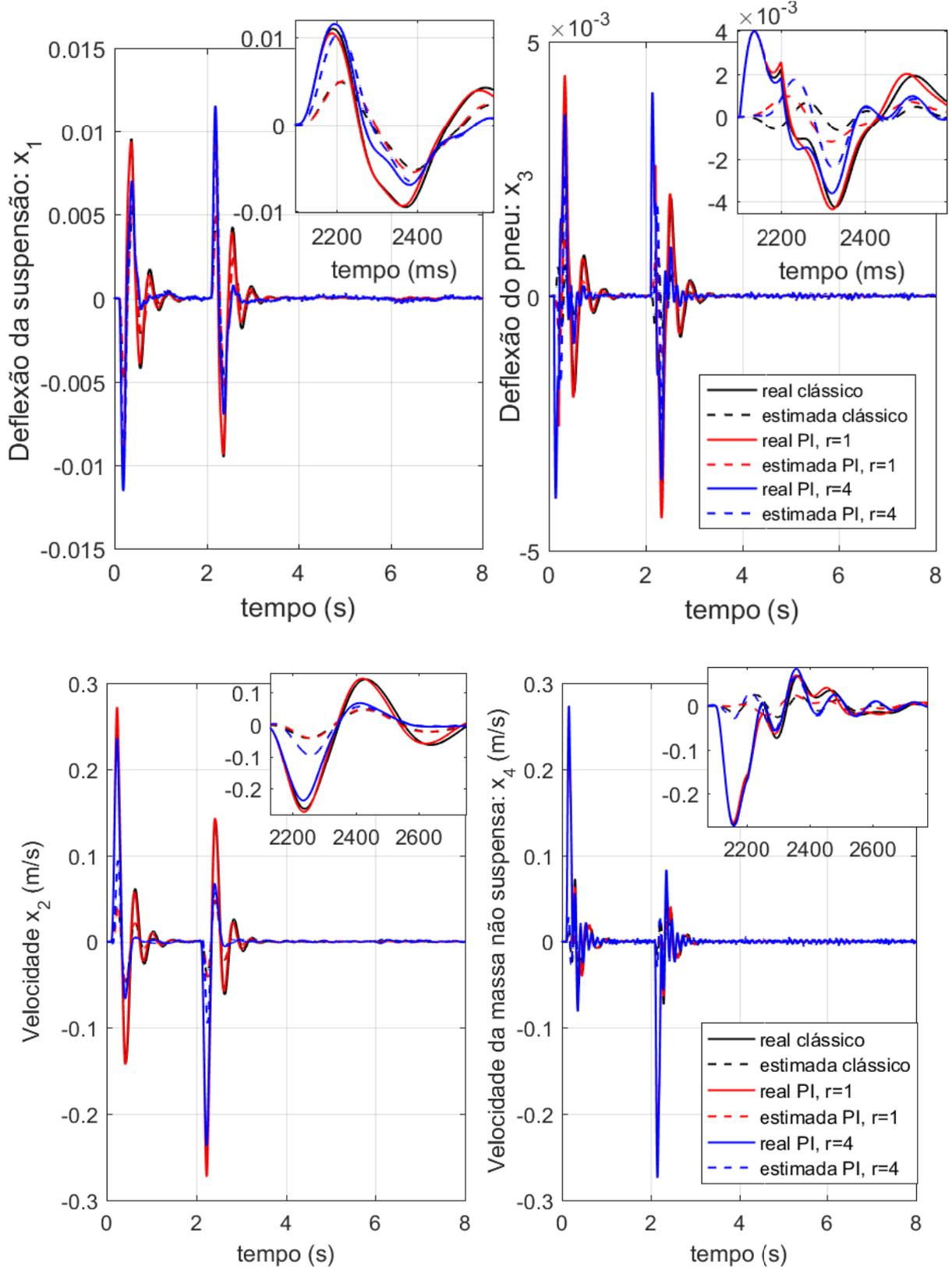


Figura 4.7 – Estimação do estados.

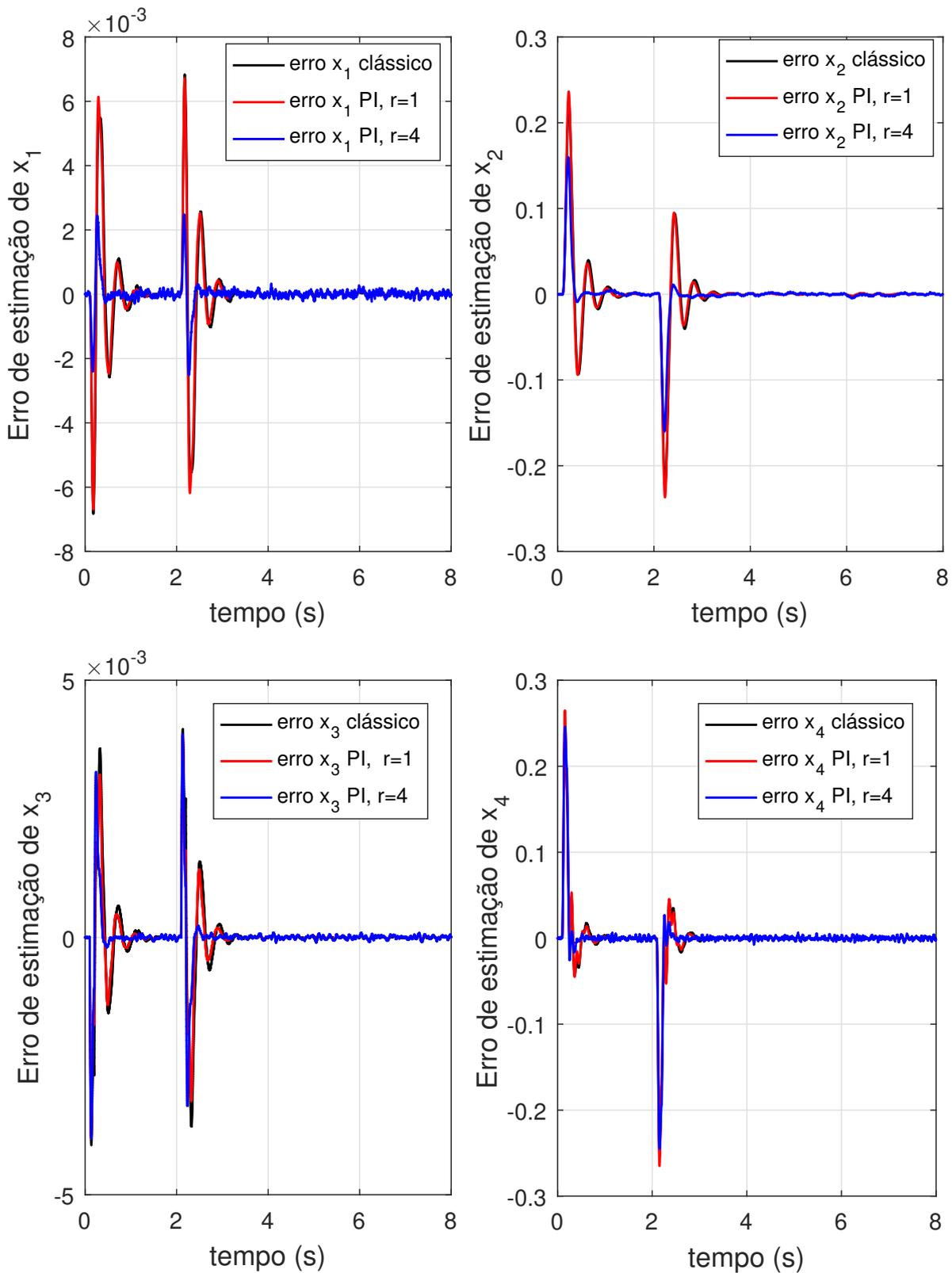


Figura 4.8 – Erro de estimação dos estados.

A excursão da suspensão é limitada em $|z_2 - z_1| \leq 0,039m$, para evitar o esticamento e batimento excessivo das molas.

O desempenho dos observadores a partir das soluções selecionadas são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Desempenho dos observadores na presença de ruídos e perturbações

| Solução | Observador Clássico | | | Observador PI, r=1 | | | Observador PI, r=4 | | |
|---------|-----------------------|----------------|--------|-----------------------|----------------|--------|-----------------------|----------------|--------|
| | $\ T_{ed}\ _{\infty}$ | $\ T_{en}\ _2$ | RMS | $\ T_{ed}\ _{\infty}$ | $\ T_{en}\ _2$ | RMS | $\ T_{ed}\ _{\infty}$ | $\ T_{en}\ _2$ | RMS |
| 1 | 3,5368 | 0,0751 | 0,0836 | 3,0320 | 0,0878 | 0,0790 | 1,7414 | 0,24616 | 0,1049 |
| 2 | 2,5504 | 0,1655 | 0,0730 | 2,5592 | 0,1209 | 0,0736 | 2,5594 | 0,1185 | 0,0567 |
| 3 | 1,9598 | 0,2060 | 0,0661 | 2,3940 | 0,1353 | 0,0721 | 1,4297 | 0,3427 | 0,0549 |

Como podemos ver nas Figuras 4.7 e 4.8, os estados dos observadores convergem rapidamente para os estados do modelo do sistema e, conseqüentemente, o erro de estimação tende a zero nos três casos. Na Figura 4.7 pode-se notar que deflexão da suspensão não saturou em nenhum momento.

O erro de estimação de cada variável de estado é visto na Figura 4.8. Avaliando-se o regime transitório do sinal de erro de estimação das variáveis, é notável menor sobressinal do observador PI com $r = 4$. Conforme apresentado na Tabela 4.3 o observador PI com um integrador e clássico apresentaram erros de estimação dos estados próximos, $erro_{classico} = 7,3\%$, enquanto o observador PI $erro_{PI,r=1} = 7,36\%$. O observador PI com quatro integradores é possível obter significativa melhora na estimação dos estados, como apresentado o erro de estimação $erro_{PI,r=4} = 5,67\%$. É possível notar que o erro de estimação é consideravelmente menor nos estados x_1, x_2 e x_4 . Contudo o custo computacional neste caso é maior por ser necessário mais variáveis de otimização.

Numericamente e de forma individual estes resultados podem ser comparados pelo erro RMS de cada variável de estado:

$$\begin{aligned}
 e(t)_{classico} &= \begin{bmatrix} 0.0013 & 0.0381 & 0.0008 & 0.0328 \end{bmatrix}, \\
 e(t)_{PI,r=1} &= \begin{bmatrix} 0.0013 & 0.0388 & 0.0006 & 0.0329 \end{bmatrix}, \\
 e(t)_{PI,r=4} &= \begin{bmatrix} 0.0004 & 0.0233 & 0.0006 & 0.0323 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Os resultados apresentados mostram que o comportamento do observador PI pode ser melhorado aumentando o número de integradores, obtendo bom desempenho aplicando a formulação de síntese proposta. Ressalta-se que os parâmetros do algoritmo foram os mesmos nas três abordagens, apenas o número de iterações foi cem vezes maior para o observador PI com quatro integradores.

4.3 Exemplo 2 - Planta Quatro Tanques

4.3.1 Descrição

Considere o processo de controle de nível de água com quatro tanques interligados (JOHANSSON, 2000), apresentado na Figura 4.9 com a inclusão de dois sinais de perturbação nos dois tanques inferiores.

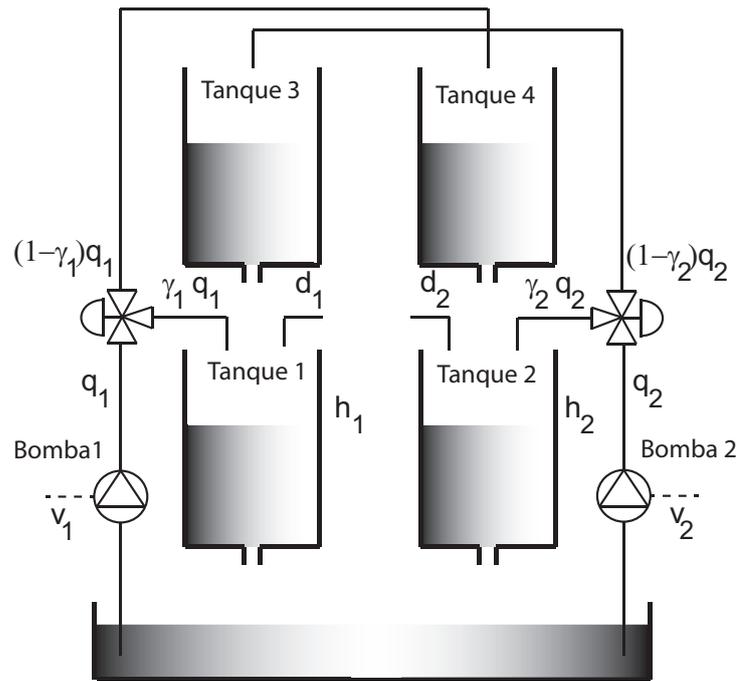


Figura 4.9 – Processo de quatro tanques para estimação e controle dos níveis de água.

O sistema de 4 tanques apresentado, possui duas bombas e duas válvulas que permitem controlar o nível dos dois tanques inferiores. As duas bombas controlam os níveis de água dos tanques 1 e 2, sendo a vazão distribuída pelas válvulas de 3 vias. As tensões das bombas v_1 e v_2 são as entradas do processo, enquanto as saídas y_1 e y_2 são os desvios dos níveis dos tanques 1 e 2. Pela lei de balanço das massas e o princípio de

Bernoulli, o modelo não linear do sistema é apresentado:

$$\begin{aligned}
 \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1}v_1 \\
 \frac{dh_2}{dt} &= -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2}v_1 \\
 \frac{dh_3}{dt} &= -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_2}v_2 \\
 \frac{dh_4}{dt} &= -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4}v_1
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

sendo A_i a área de seção transversal dos tanques, a_i a área de seção transversal da saída de água do tanque i , h_i o nível dos tanques, g a aceleração da gravidade, e γ_1 e γ_2 são a porcentagem da abertura das válvulas. Esse sistema pode ser linearizado e representado pelo modelo em espaço de estados ((JOHANSSON, 2000)):

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} x \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d, \\
 y &= \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} x,
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

sendo as variáveis de estado os quatro desvios de nível do tanque, os sinais de controle são os dois desvios de tensão da bomba, todos em relação ao ponto de operação. O modelo original foi adaptado para incluir duas perturbações, sendo estas, vazões nas entrada dos tanques 1 e 2.

O sistema de quatro tanques é linearizado no ponto de operação de fase mínima, considerando os seguintes valores de parâmetros ((JOHANSSON, 2000)): seções transversais do tanque $A_1 = A_3 = 28\text{cm}^2$, $A_2 = A_4 = 32\text{cm}^2$; ganho do sensor $k_c = 0, 50\text{V/cm}$; ganhos das bombas $[k_1, k_2] = [3, 33, 3, 35]$, válvula de três vias $[\gamma_1, \gamma_2] = [0, 70, 0, 60]$, e constantes linearizadas $[T_1, T_2, T_3, T_4] = [62, 90, 23, 30]$.

Considerando desvios em torno do ponto de operação e que as entradas de controle e saídas medidas são sinais de tensão, sejam os sinais de perturbação sinais do tipo degrau unitário, tal que $d_1(t) = 4 \times \mathbf{1}(t)$, $d_2(t) = 4 \times \mathbf{1}(t - 300)$, aplicados em forma de vazão sobre os tanques 1 e 2. O objetivo de controle é minimizar o efeito da

perturbação nos tanques 1 e 2 e minimizar a interferência de ruídos de medição nas saídas observadas.

Seja $\rho(t)$ uma função que gera valores pseudo-aleatórios com distribuição normal padrão, média 0 e variância 1. O ruído de medição inserido na saída da planta é definido: $\eta_i = 0, 1 \times \rho(t), i = 1, 2$.

4.3.2 Resultados

Neste exemplo o controle por realimentação de estados baseado na técnica do Regulador Linear-Quadrático (LQR) foi projetado como apresentado no Capítulo 2. O sistema foi aumentado para incluir a ação integral na realimentação de estados:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \\ -kc & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -kc & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u. \quad (4.4)$$

As matrizes Q e R foram ajustadas para obter um compromisso entre a minimização da integral do erro dos níveis dos tanques 1 e 2 e a minimização das ações de controle: $Q = \text{diag}([0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2])$, $R = \text{diag}([1 \ 1])$. As matrizes de ganho ótimas obtidas foram:

$$K_x = \begin{bmatrix} -3,9274 & 0,0837 & -0,5033 & 0,0113 \\ -0,0323 & -4,5699 & 0,0055 & -0,5169 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

$$K_i = \begin{bmatrix} 1,4141 & -0,0187 \\ 0,0187 & 1,4141 \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

sendo o ganho K_i correspondente a duas variáveis de estados adicionais referentes às integrais dos erros entre os níveis dos tanques 1 e 2 em relação ao ponto de equilíbrio.

Neste exemplo, a síntese dos observadores pelo algoritmo DEMO foi aplicado considerando a segunda restrição $\epsilon = 15$, definida na Equação (2.35), para excluir as soluções que produzem altos ganhos, e os limites para criação da população inicial aleatória $\theta_{1,i,j} = [-0, 1 \ 0, 1]$, para $i = 1 \dots, N_{var}$, sendo N_{var} o número de variáveis de otimização. Neste exemplo ilustrativo o observador PI foi formulado com $r = 2$, igual ao número de saídas medidas. As Fronteiras Pareto aproximadas finais são apresentadas na Figura 4.10.

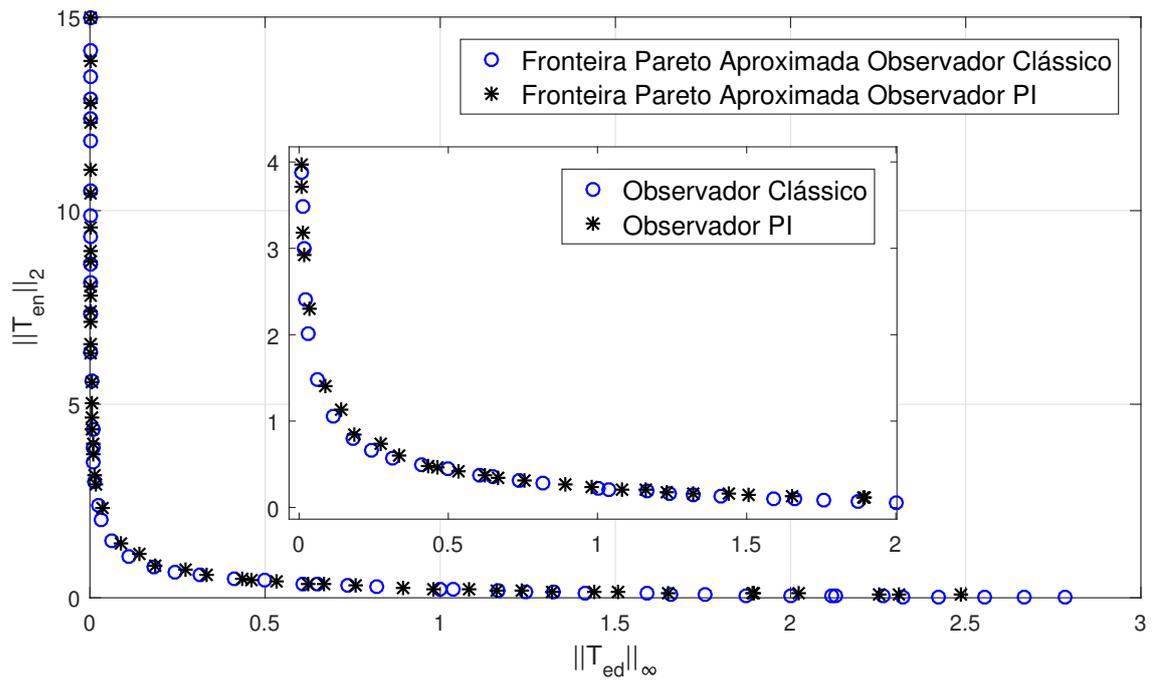


Figura 4.10 – Fronteira Pareto aproximada.

A evolução do algoritmo medido pelo indicador Hipervolume a cada iteração é visto na Figura 4.11.

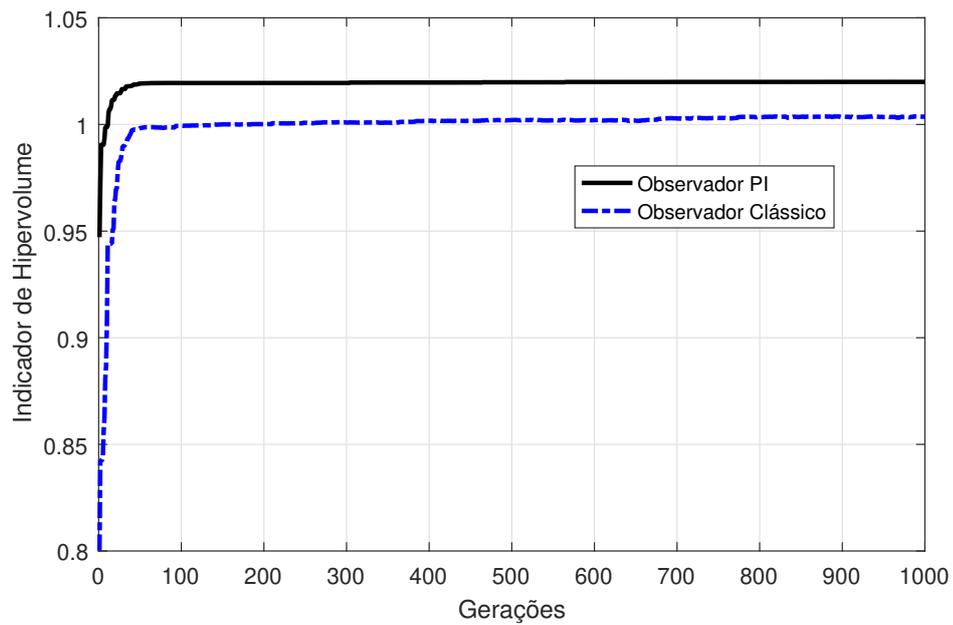


Figura 4.11 – Indicador Hipervolume.

Os resultados do indicador Hipervolume para o observador PI mostram a convergência do algoritmo antes de 100 gerações. O Hipervolume do observador PI apresentou indicador médio de $HVI = 0,9779$ e variância entre as soluções $var = 0,0001421$. Para o observador clássico o indicador médio foi de $HVI = 0,9832$ e variância $var = 0,00001104$. Estes resultados mostram que o algoritmo teve boa convergência e diversidade em ambas as soluções.

No cenário multiobjetivo, não podemos escolher uma solução aproximadamente ótima julgando um único objetivo, pois os outros objetivos também são importantes. As soluções pertencentes à Fronteira Pareto aproximada representam um compromisso entre os objetivos, assim uma solução pode ser muito boa em um objetivo mas muito ruim para os outros objetivos. Desta forma não é plausível escolher uma solução em função de um objetivo único sem prejudicar o outro.

Deseja-se analisar as soluções para o melhor caso de um objetivo, que reflete no pior caso do outro, e vice-versa. Para este exemplo ilustrativo, a atenuação dos ruídos de medição é muito importante, e em casos como esse, o observador de estados é frequentemente utilizado atuando como filtro dos sinais indesejados. Analisou-se o comportamento dos observadores para os seguintes sinais: $d_1(t) = 4 \times \mathbf{1}(t)$, $d_2(t) = 4 \times \mathbf{1}(t - 300)$, e $\eta_i = 0,01\rho(t)$, $i = 1, 2$.

4.3.3 Análise dos observadores com foco em rejeição à perturbação

Otimizar o erro de estimação em relação à perturbação e otimizar o erro em relação aos ruídos de medição são objetivos conflitantes. Deseja-se analisar o melhor caso do objetivo minimizar o erro de estimação em relação a perturbação, dada pela solução que apresenta o menor valor da norma H_∞ entre as demais soluções, essa solução reflete no pior caso em minimizar o erro de estimação em relação aos ruídos de medição. Aplicando a síntese proposta, os ganhos do observador clássico neste contexto são:

$$L = \begin{bmatrix} 119,4953 & -0,0027 \\ 0,0019 & 105,1473 \\ -0,0047 & 0,0034 \\ 0,0007 & -0,0005 \end{bmatrix},$$

E os ganhos do observador PI são:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 118,6954 & 2,4985 \\ -2,8171 & 103,2487 \\ 0,4545 & -0,1534 \\ -0,4001 & -0,0786 \end{bmatrix},$$

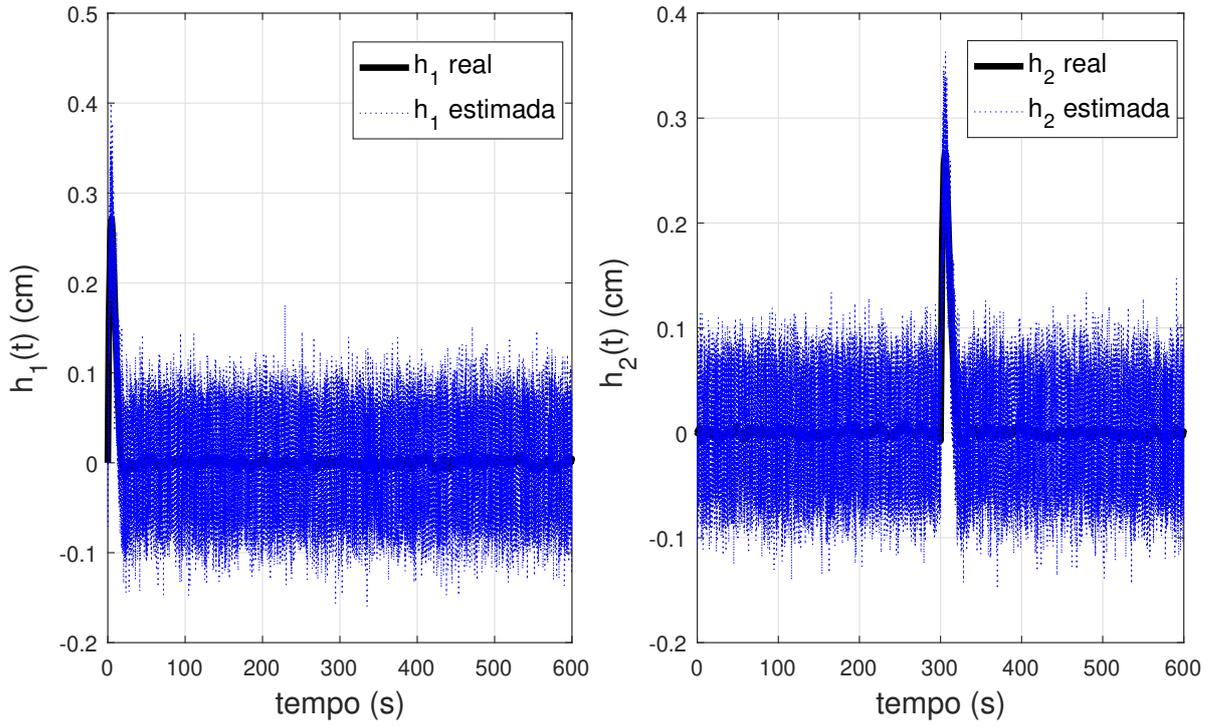
$$L_2 = \begin{bmatrix} 0,3928 & 0 \\ 0 & -0,0398 \end{bmatrix}, L_3 = \begin{bmatrix} 360,4226 & 7,3670 \\ -1,0227 & -390,8153 \\ -0,0076 & 0,1618 \\ -0,0802 & -0,0508 \end{bmatrix},$$

Tabela 4.4 – Desempenho dos observadores com foco em rejeição à perturbação.

| Observador Clássico | | | Observador PI | | |
|--------------------------------|---------------------------|--------|--------------------------------|---------------------------|--------|
| $\ T_{ed}(s, \theta)\ _\infty$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS | $\ T_{ed}(s, \theta)\ _\infty$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS |
| 0,0006 | 14,9863 | 0,0671 | 0,0006 | 14,9902 | 0,0686 |

Neste caso maiores ganhos dos observadores são necessários, o que consequentemente amplifica os ruídos de medição. A Tabela 4.4 apresenta os critérios de desempenho dos observadores com foco em rejeição à perturbação, onde a norma H_∞ da matriz de transferência T_{ed} entre o erro de estimação e a perturbação é pequena, pois é o melhor cenário para rejeitar perturbação onde têm-se o menor valor da norma H_∞ , mas a norma H_2 da matriz de transferência T_{en} entre o erro de estimação e o ruído é elevada. Nota-se que os valores de $\|T_{ed}(s, \theta)\|_\infty$ e $\|T_{en}(s, \theta)\|_2$ são iguais nos dois observadores. A estimação dos estados são apresentados nas Figuras 4.12 e 4.13.

Observador Clássico



Observador PI

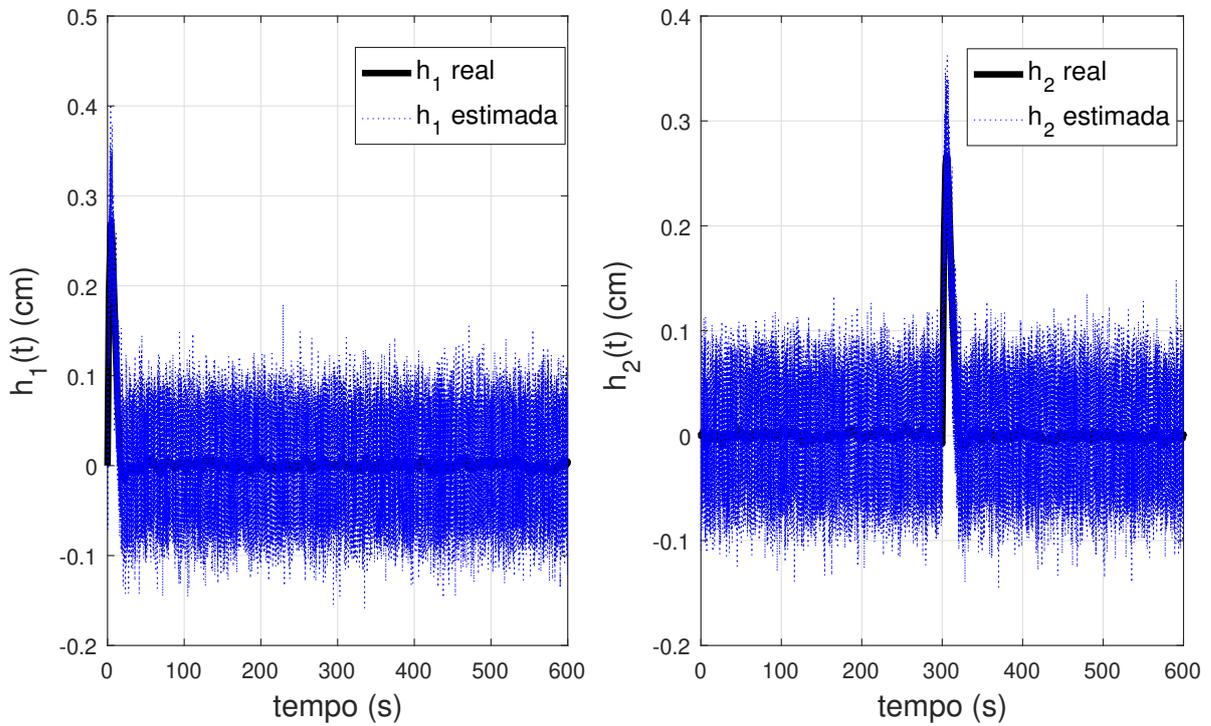


Figura 4.12 – Estados x_1 e x_2 com foco em rejeição à perturbação.

Na Figura 4.12 a variável real é encoberta pela variável estimada sob os efeitos dos ruídos de medição. Isto ocorre devido à variável de saída medida ser afetada por

ruídos de medição.

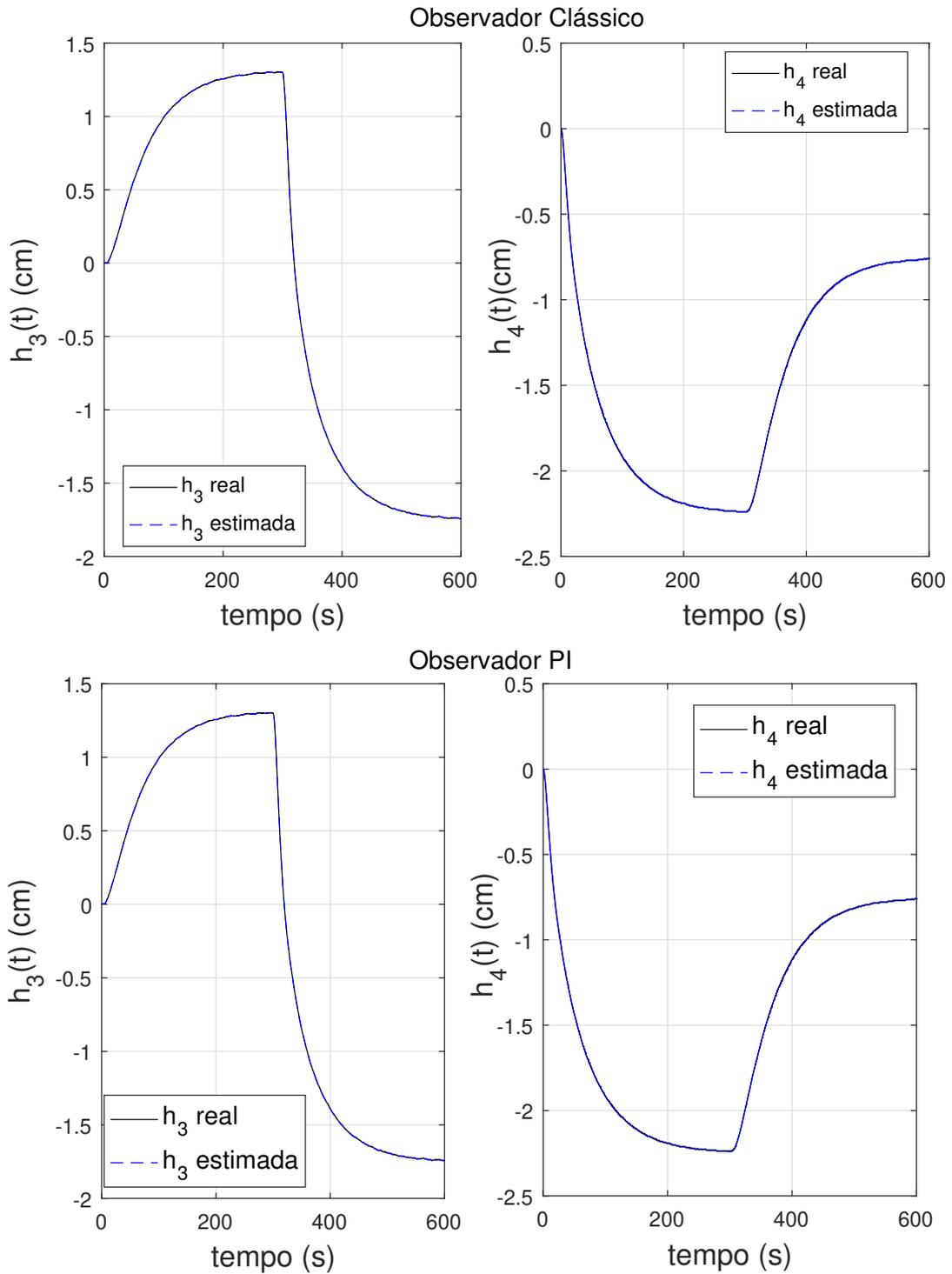


Figura 4.13 – Estados x_3 e x_4 com foco em rejeição à perturbação.

Neste caso, o erro de estimação seria visivelmente pequeno na ausência de ruídos de medição. Em contrapartida os estados estimados para o níveis dos tanques inferiores são fortemente influenciados por ruídos de medição. Os níveis dos tanques 3 (h_3) e 4

(h_4) não são medidos, portanto os estados x_3 e x_4 não são influenciados por ruídos de medição conforme apresentado na Figura 4.13.

4.3.4 Análise dos observadores com foco em atenuar ruídos de medição

Para esta análise, é encontrado o menor valor da norma H_2 , cujo objetivo é minimizar o erro de estimação em relação aos ruídos de medição. Os ganhos do observador clássico são:

$$L = \begin{bmatrix} 0,0061 & 0,0030 \\ -0,0016 & -0,0051 \\ -0,0026 & -0,0100 \\ 0,0057 & 0,0029 \end{bmatrix},$$

E os ganhos do observador PI são:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0,0412 & 0,0109 \\ 0,0234 & 0,0957 \\ 0,0956 & -0,0309 \\ 0,0423 & -0,0025 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} -0,0054 & 0 \\ 0 & 0,0059 \end{bmatrix}, \quad L_3 = \begin{bmatrix} -0,0451 & 0,0620 \\ 0,0153 & 0,0784 \\ -0,0366 & -0,0146 \\ -0,0198 & 0,0661 \end{bmatrix},$$

Tabela 4.5 – Desempenho dos observadores com objetivo de minimizar ruídos de medição

| Observador Clássico | | | Observador PI | | |
|--------------------------------|---------------------------|---------|--------------------------------|---------------------------|--------|
| $\ T_{ed}(s, \theta)\ _\infty$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS | $\ T_{ed}(s, \theta)\ _\infty$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS |
| 3,0761 | 0,0687 | 14,8519 | 0,8670 | 0,5104 | 4,6608 |

A Tabela 4.5 apresentam os critérios de desempenho dos observadores com objetivo de minimizar ruídos de medição. Os estados estimados são apresentados nas Figuras 4.14 e 4.15.

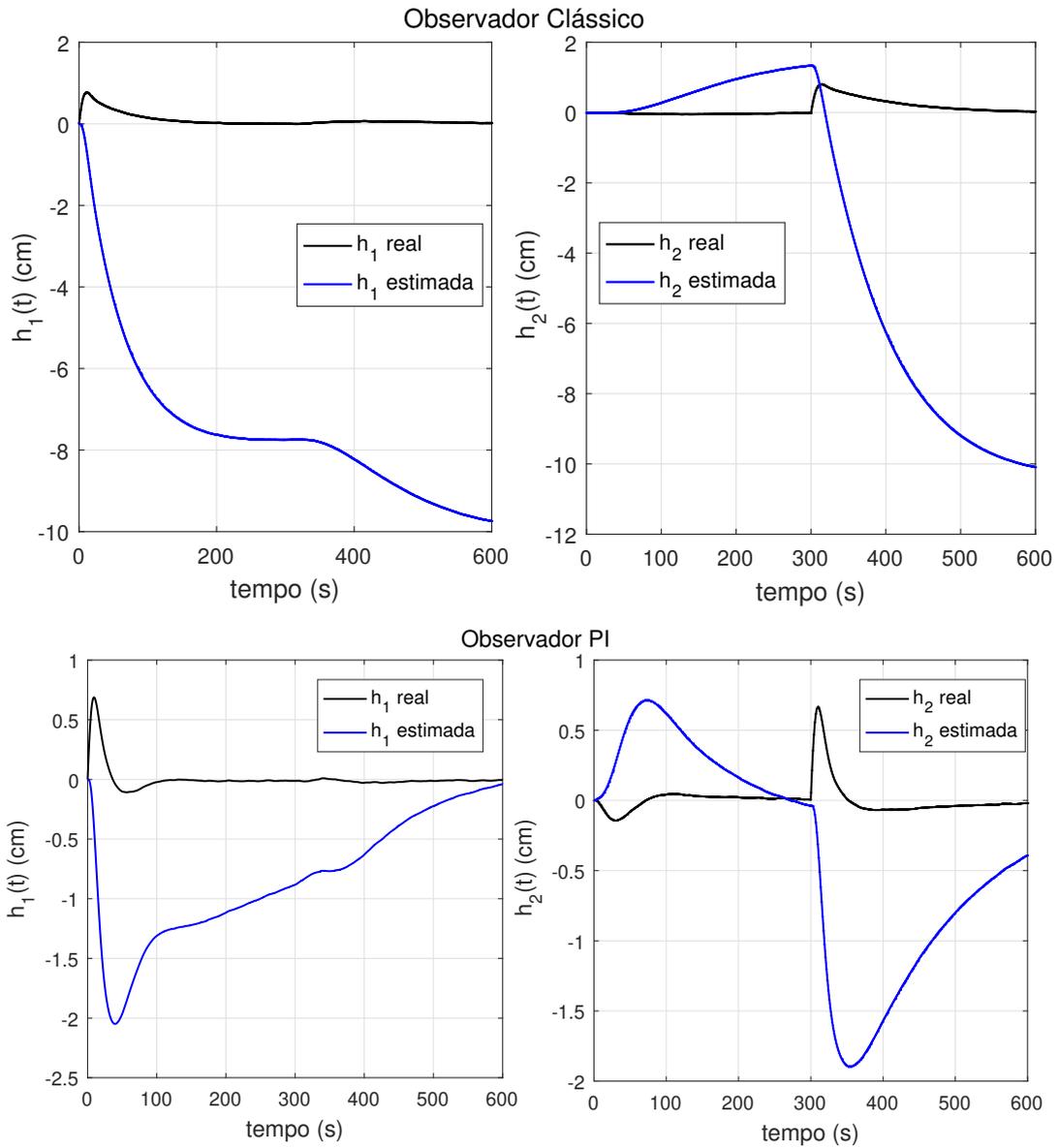


Figura 4.14 – Estados x_1 e x_2 com foco em atenuar ruídos de medição.

Na Figura 4.14 não há interferência de ruídos nos estados observados requerendo pequenos ganhos dos observadores. O erro de estimação é consideravelmente elevado pela presença da perturbação não rejeitada, ressaltando os aspectos conflitantes entre os objetivos otimizados.

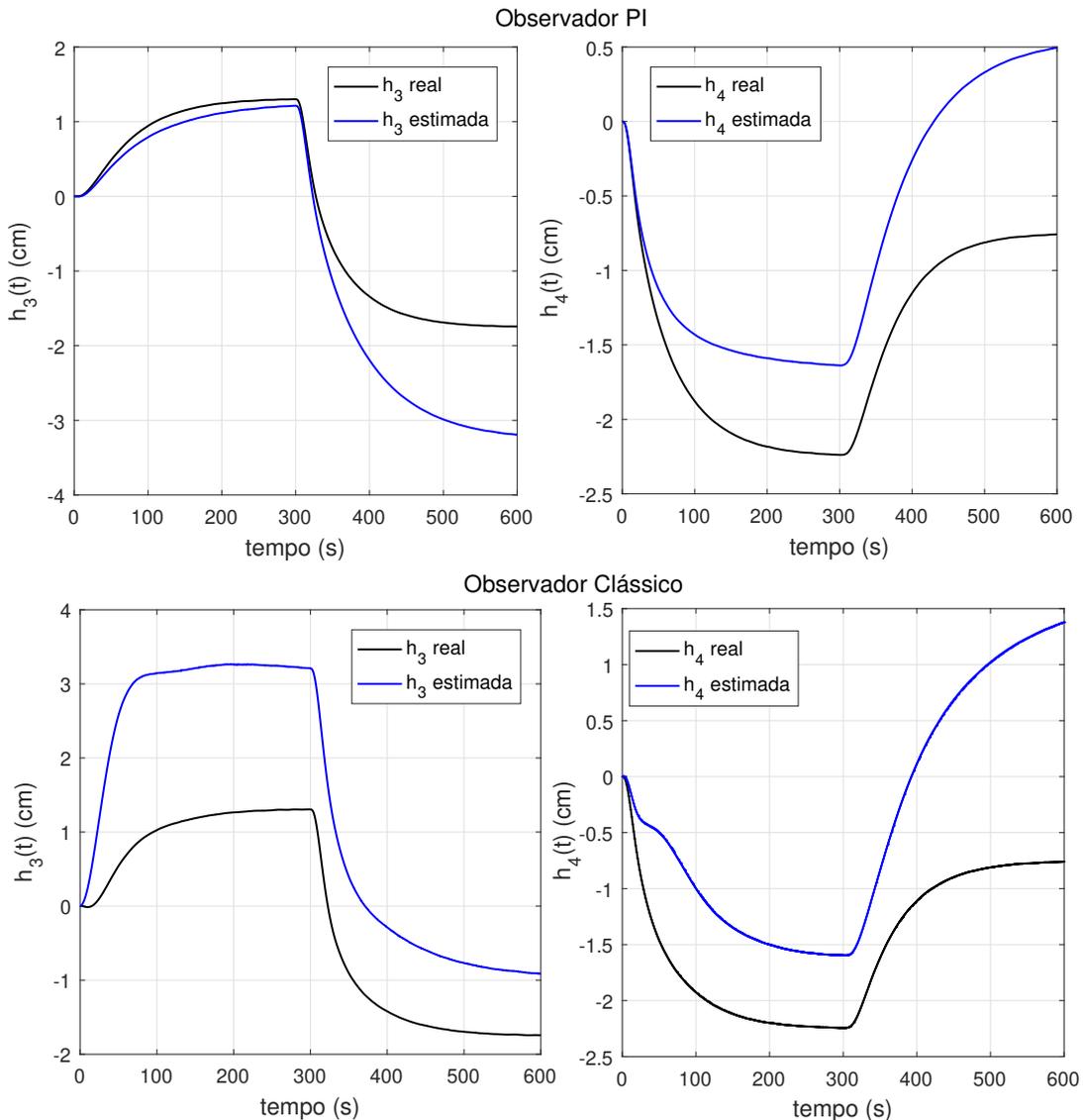


Figura 4.15 – Estados x_3 e x_4 com foco em atenuar ruídos de medição.

Nota-se que os ganhos dos observadores são baixos e o objetivo de atenuar ruídos de medição são alcançados, e em relação a rejeição à perturbação os observadores não conseguem satisfazê-la, apresentando erros grotescos de estimação de estados. A Figura 4.16 apresenta o erro de estimação de cada variável de estado. Observa-se que o erro dos desvios de nível em um tempo superior a 600 tende a alcançar a estabilidade, o que não pode ser garantido, apresentando amplitudes consideravelmente elevadas, o que novamente reforça o conflito de otimização entre os objetivos propostos e neste caso, os observadores não rejeitam a perturbação de entrada.

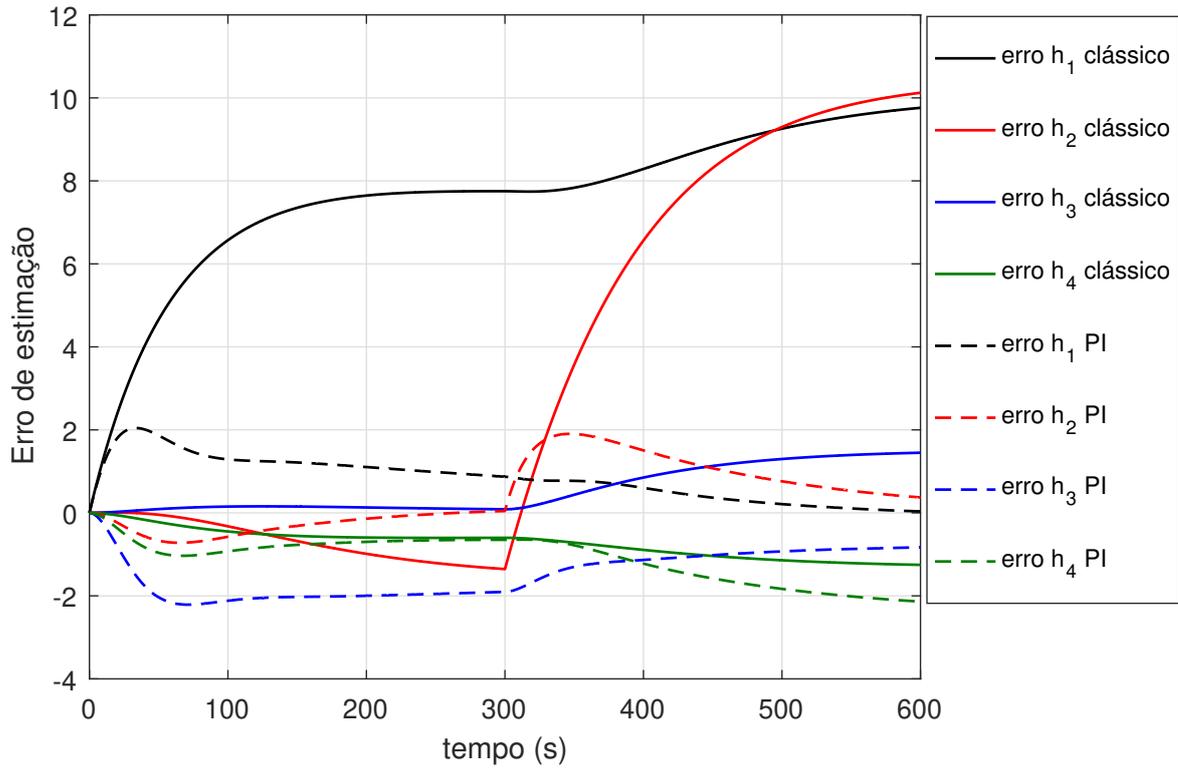


Figura 4.16 – Erro de estimação dos desvios de níveis

4.3.5 Análise dos observadores com foco em menor erro RMS de estimação

Adotando o erro RMS como critério principal, podemos encontrar valores intermediários para as normas de H_∞ e H_2 . Neste caso os ganhos do observador clássico encontrados são:

$$L = \begin{bmatrix} 20,5548 & 0,1330 \\ 0,0002 & 18,1910 \\ 0,0051 & 0,0004 \\ -0,0058 & 0,0072 \end{bmatrix},$$

E os ganhos do observador PI são:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 8,7402 & 0,0121 \\ 0,0395 & 7,9581 \\ 0,2218 & -0,0322 \\ 0,0617 & 0,0446 \end{bmatrix},$$

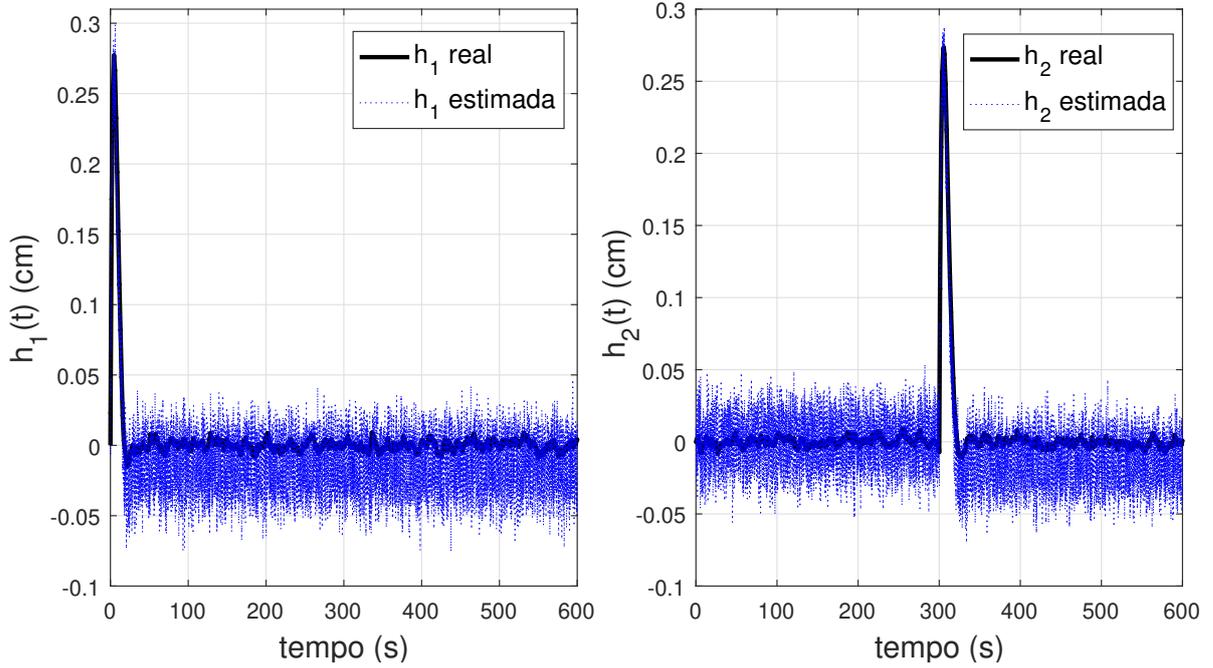
$$L_2 = \begin{bmatrix} 0,1067 & 0 \\ 0 & -0,0459 \end{bmatrix}, L_3 = \begin{bmatrix} 49,1707 & 4,0470 \\ -1,5341 & -141,3981 \\ -0,0332 & 0,0585 \\ 0,0853 & 0,0230 \end{bmatrix},$$

Tabela 4.6 – Desempenho dos observadores com foco em menor erro RMS

| Observador Clássico | | | Observador PI | | |
|--------------------------------|---------------------------|--------|--------------------------------|---------------------------|--------|
| $\ T_{ed}(s, \theta)\ _\infty$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS | $\ T_{ed}(s, \theta)\ _\infty$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS |
| 0,0035 | 6,2203 | 0,0378 | 0,0082 | 4,4130 | 0,0295 |

A Tabela 4.6 apresenta os critérios de desempenho dos observadores com objetivo de minimizar o erro RMS de estimação dos estados. Os estados estimados são apresentados nas Figuras 4.17 e 4.18

Observador Clássico



Observador PI

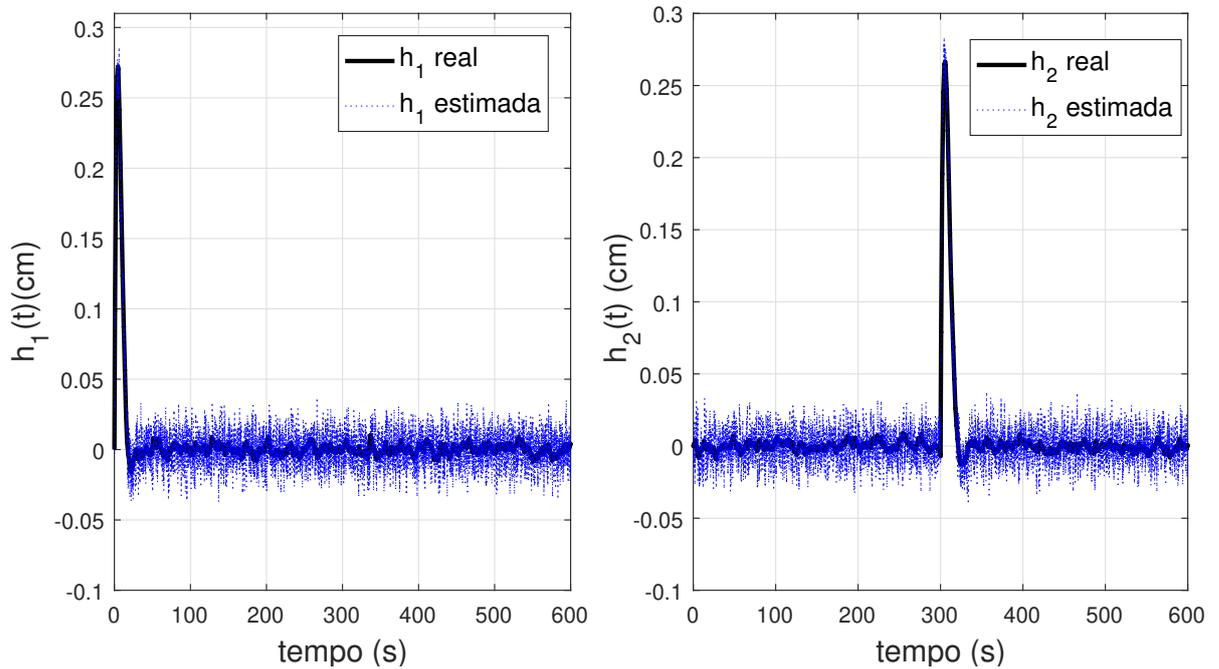


Figura 4.17 – Estados x_1 e x_2 com foco em menor erro RMS.

Assim como apresentado na Tabela 4.6 e na Figura 4.17, o observador PI obteve menor erro de estimação, com melhor rejeição aos ruídos de medição e atenuação da perturbação.

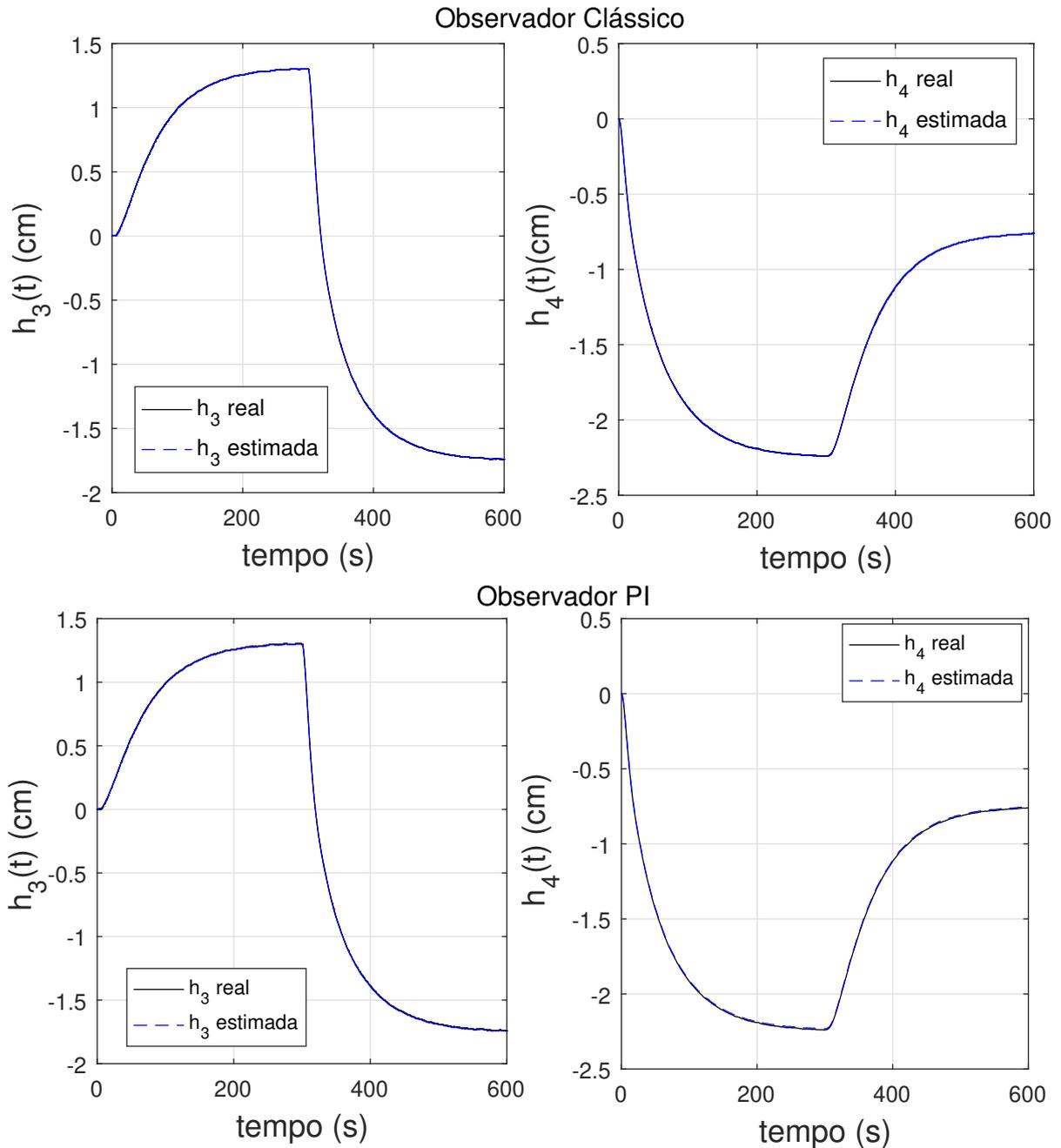


Figura 4.18 – Estados x_3 e x_4 com foco em menor erro RMS.

O menor erro RMS analisando todas as possíveis soluções de cada observador foi mostrado neste exemplo. O observador PI apresentou um desempenho um pouco melhor que o observador clássico, filtrando melhor os ruídos de medição.

Podemos observar pelos resultados apresentados que para otimizar a rejeição a perturbações, o observador apresentará maiores ganhos para corrigir rapidamente os efeitos do distúrbio, porém resultará na amplificação dos ruídos de medição. Por outro lado, otimizar a atenuação dos ruídos de medição, ganhos muito pequenos serão apresentados pelo observador.

A escolha da solução ótima é um critério difícil de ser estabelecido, pois são várias alternativas, e cabe ao decisor optar pela solução que melhor lhe atenda no momento. Por isso é tão importante auxiliá-lo com o método de tomada de decisão multicritério, oferecendo soluções boas e permitindo uma ação rápida pelo decisor, o que em muitos casos é imprescindível.

4.3.6 Análise dos observadores aplicando tomada de decisão multicritério

O auxílio da tomada de decisões pela abordagem multicritério de Bellman-Zadeh, oferece 3 alternativas ao decisor dado um conjunto de soluções finais, conforme apresentado na Figura 4.19.

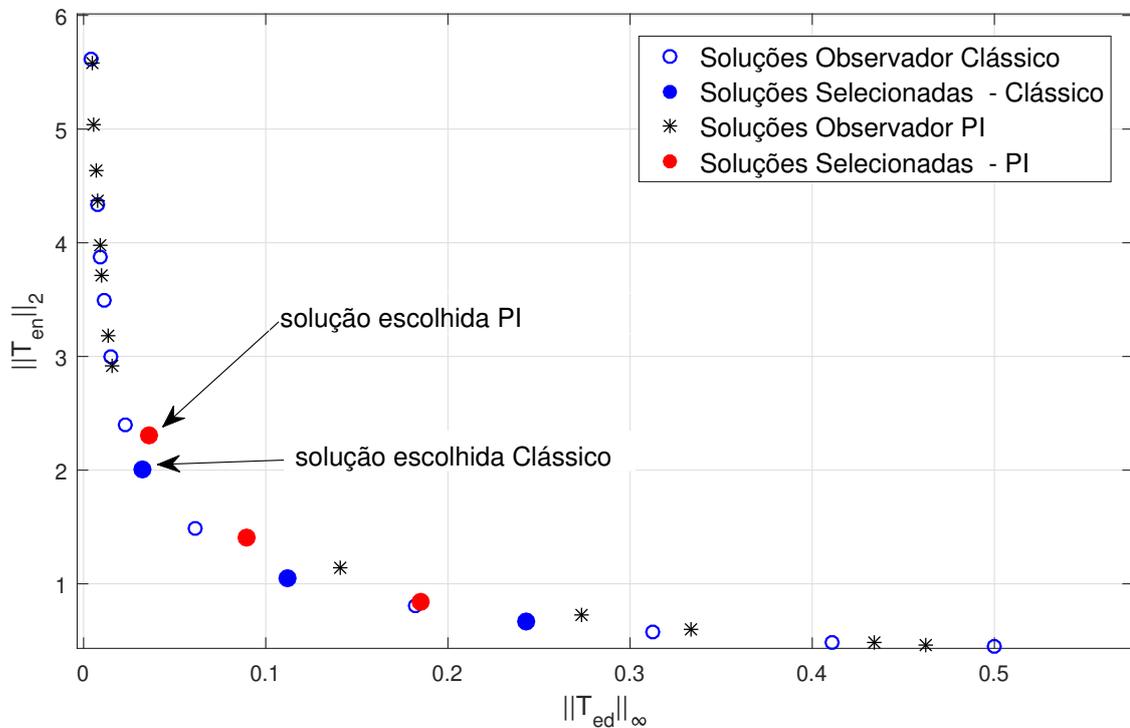


Figura 4.19 – Soluções selecionadas pelo auxílio à tomada de decisões

Baseadas na minimização das normas H_2 e H_∞ , como apresentado no exemplo ilustrativo anterior, a terceira alternativa foi escolhida, sendo esta solução a que atribui maior peso para a norma H_∞ .

Esta escolha reflete em um mesmo valor da função $\|T_{ed}\|_\infty = 0,03$ em ambos os observadores, para que a comparação seja justa, e ainda expressando um bom compromisso entre a resposta de estimação dos estados e atenuação do efeito do ruído

de medição. A matriz de ganhos do observador clássico para a solução escolhida é:

$$L = \begin{bmatrix} 2,1891 & 0,0003 \\ -0,0161 & 1,9061 \\ 0,0038 & 0,0025 \\ 0,0013 & 0,0026 \end{bmatrix}$$

E as matrizes de ganhos do observador PI são:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 1,9672 & 0,0087 \\ -0,0110 & 1,8106 \\ -0,0198 & -0,0113 \\ -0,0080 & 0,0419 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} -0,0114 & 0 \\ 0 & -0,0038 \end{bmatrix}, L_3 = \begin{bmatrix} -55,1060 & -0,2622 \\ -0,0539 & -230,7534 \\ 0,0992 & -0,0743 \\ -0,0820 & -0,0017 \end{bmatrix},$$

A Figura 4.20 apresenta o esforço de controle requerido para rejeitar a perturbação e atenuar os ruídos de medição.

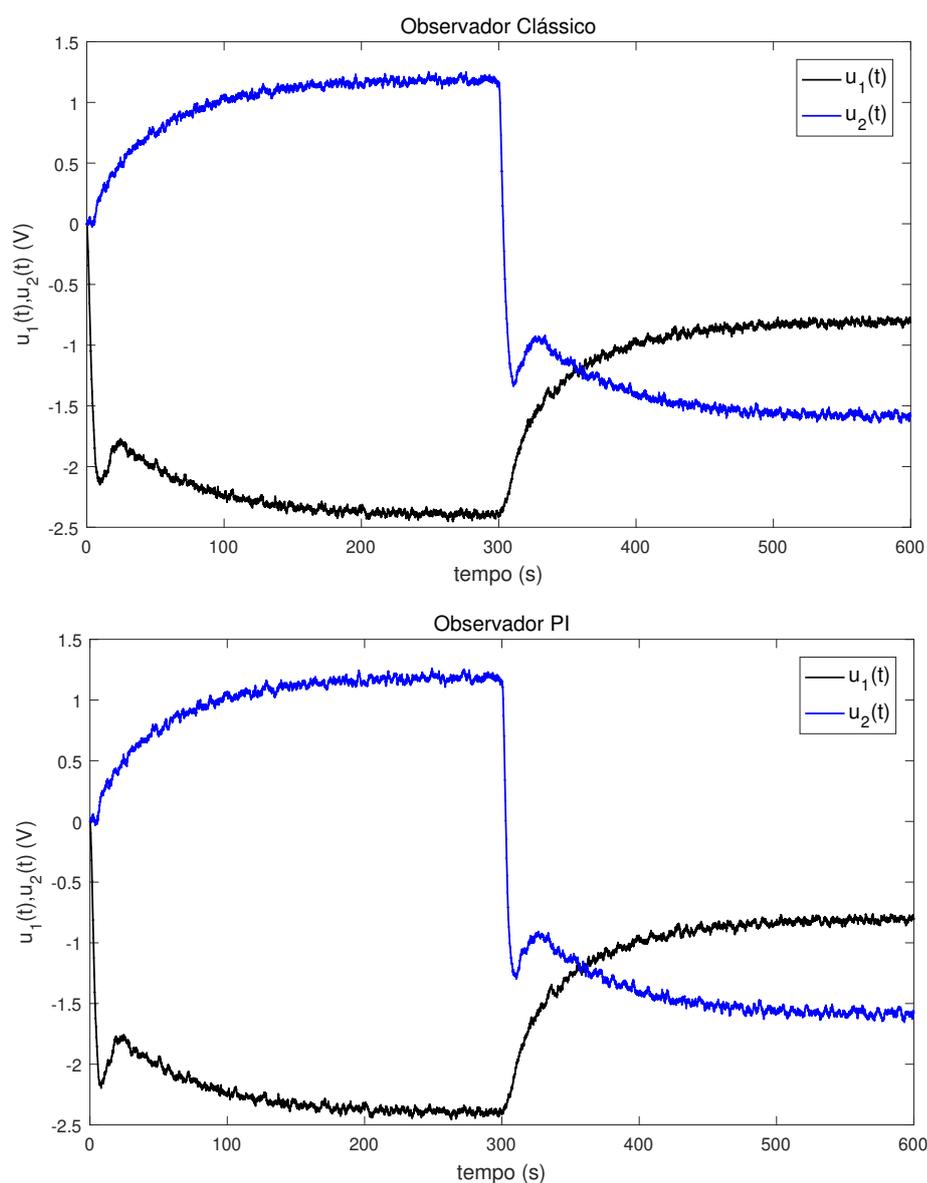


Figura 4.20 – Respostas transitórias das tensões das bombas

Os dois observadores apresentaram esforços semelhantes para as duas perturbações aplicadas. A estimação dos estados h_1 e h_2 obtida da síntese do observador clássico e PI são apresentadas na Figura 4.21 e dos estados h_3 e h_4 são apresentados na Figura 4.22.

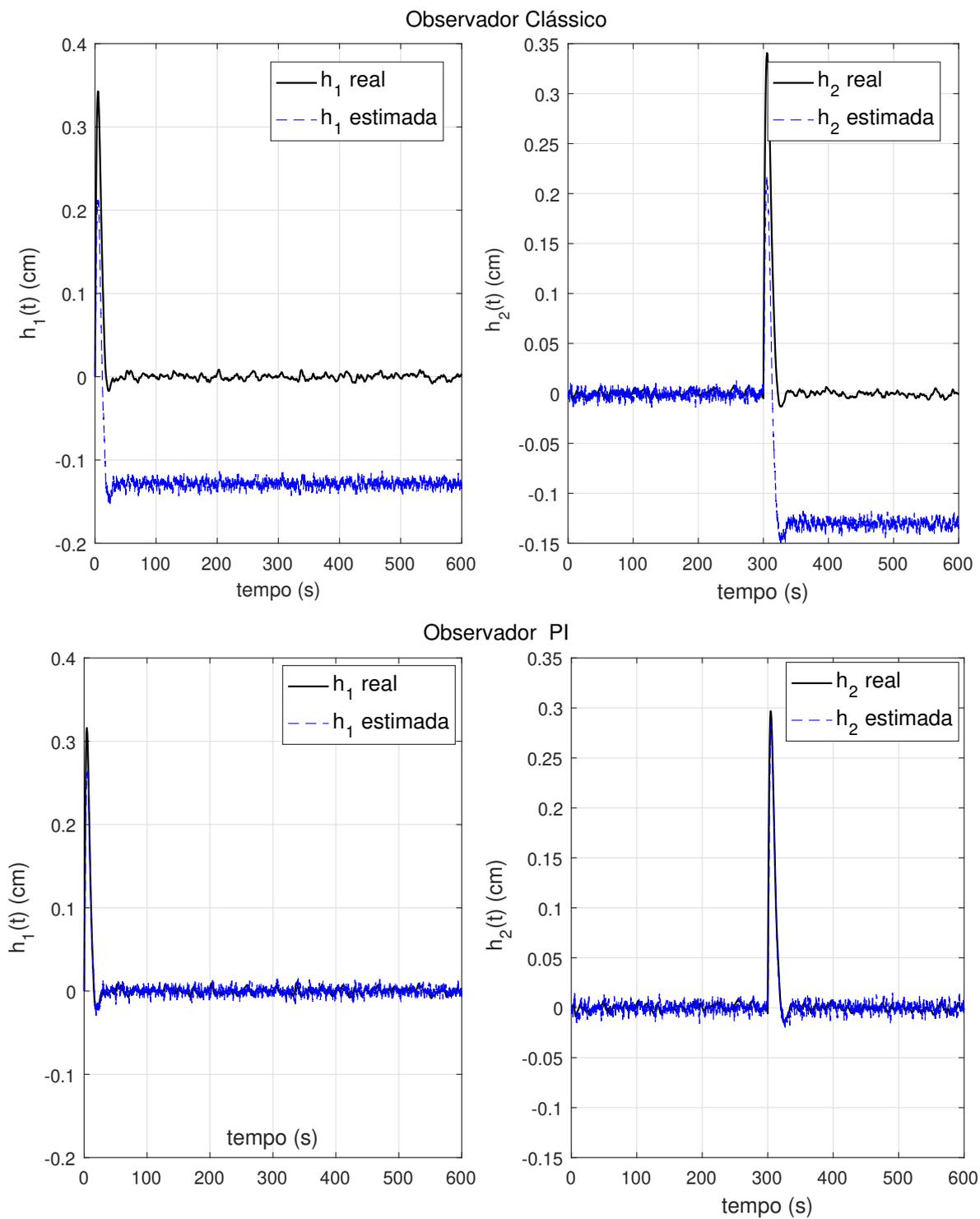


Figura 4.21 – Estados $x_1 = h_1$ e $x_2 = h_2$

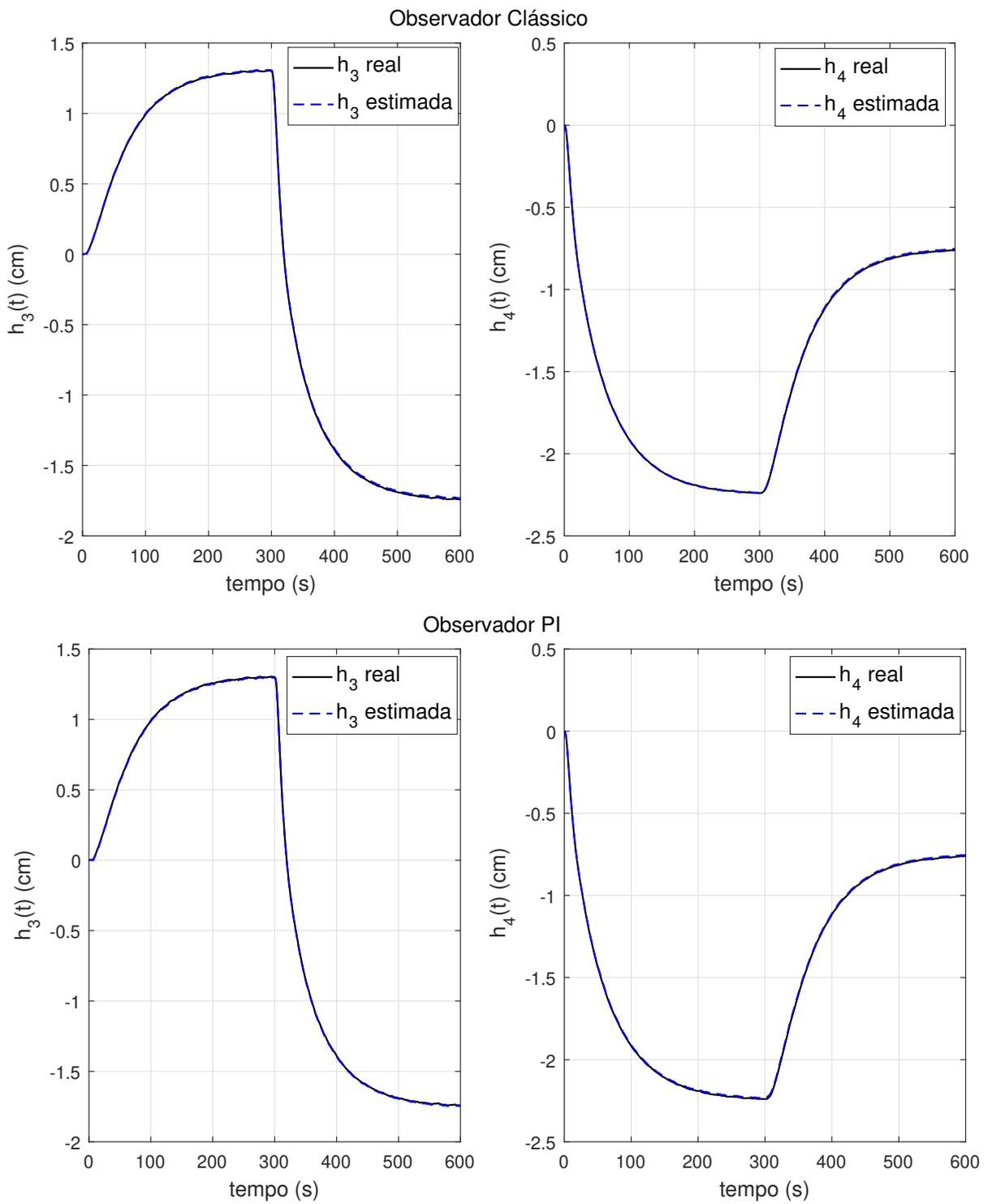


Figura 4.22 – Estimação dos estados $x_3 = h_3$ e $x_4 = h_4$

O desempenho dos observadores baseado nas soluções selecionadas mostradas na Figura 4.19 são apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Desempenho dos observadores na presença de ruídos e perturbações

| Soluções | Observador Clássico | | | Observador PI | | |
|----------|--------------------------------|---------------------------|--------|--------------------------------|---------------------------|--------|
| | $\ T_{ed}(s, \theta)\ _\infty$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS | $\ T_{ed}(s, \theta)\ _\infty$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS |
| 1 | 0,1122 | 1,0525 | 0,8932 | 0,0891 | 1,4016 | 0,0903 |
| 2 | 0,2431 | 0,6688 | 1,7822 | 0,1853 | 0,8409 | 0,5921 |
| 3 | 0,0325 | 2,0104 | 0,2327 | 0,0357 | 2,3031 | 0,0283 |

Os estados x_3 e x_4 não são controlados e não são diretamente afetados pelos distúrbios de entrada, e desse modo pode ser observado que ambos os observadores alcançaram uma boa estimativa destas variáveis. A estimação dos estados x_1 e x_2 pelo observador PI, mostra a eficiência da ação integral que efetivamente elimina o erro de estimação, alcançando boa estimativa dos estados e menor erro RMS sendo $erro_{PI} = 2,83\%$, enquanto que para o observador clássico $erro_{classico} = 23,27\%$, ilustrados na Figura 4.21.

Numericamente e de forma individual é possível comparar o erro RMS de cada variável de estado:

$$e(t)_{classico} = \begin{bmatrix} 0,1283 & 0,0918 & 0,0074 & 0,0053 \end{bmatrix},$$

$$e(t)_{PI} = \begin{bmatrix} 0,0089 & 0,0074 & 0,0055 & 0,0065 \end{bmatrix}.$$

A partir dos resultados apresentados é possível perceber que na síntese do observador PI, os estados estimados convergem rapidamente para os estados reais, apresentando menor erro de estimação em relação aos distúrbios aplicados e ruídos de medição, cujos estados estimados voltam ao estado de regime permanente neste observador, enquanto para o observador clássico estes objetivos não foram alcançados. No entanto maiores ganhos do observador PI foram necessários para atingir o objetivo proposto.

Um outro exemplo será apresentado a seguir a fim de verificar a síntese dos observadores para sistemas mais complexos. Foi escolhido um sistema de ordem 11 para verificar os resultados da estratégia de síntese proposta.

4.4 Exemplo 3- Planta Torre de Destilação Binária

4.4.1 Descrição

Considere o processo de uma coluna de destilação binária apresentada na Figura 4.23 (DAVISON, 1967).

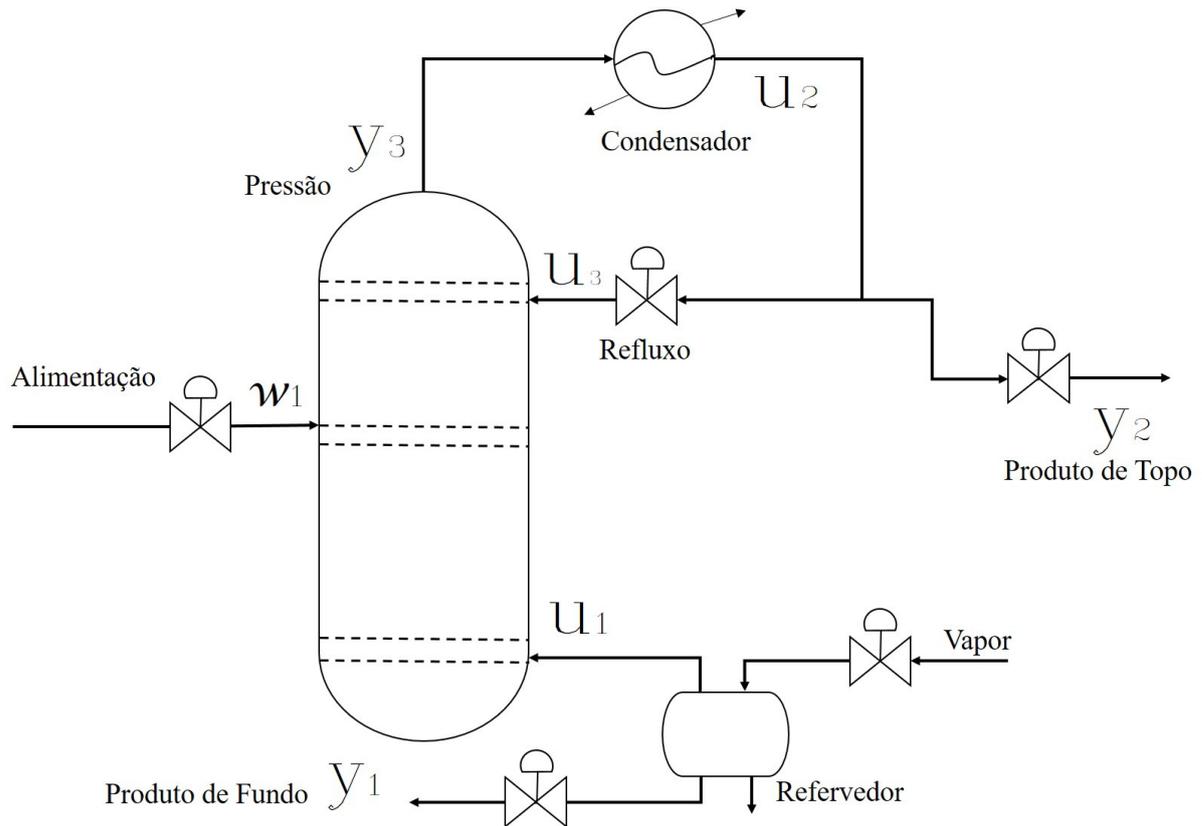


Figura 4.23 – Coluna de Destilação Binária.

As colunas de destilação são unidades importantes em instalações de processos químicos. Este processo se baseia na separação de uma mistura em dois ou mais produtos com diferentes composições por meio da transferência de massa e calor entre líquido e vapor. No alto da coluna está presente um condensador que realiza a condensação do vapor proveniente do prato superior. O destilado é o produto enviado de uma corrente do refluxo formando o produto de topo, é o composto mais volátil. Mais abaixo na base, está presente um refrervador que realiza a vaporização de uma parte do produto líquido da base, direcionado ao primeiro prato (inferior), já na forma de vapor. O produto de fundo, ou resíduo é oriundo da corrente menos volátil (DAVISON, 1990). Resumidamente o componente mais volátil sobe, formando o produto de topo, e o menos volátil desce, formando o produto de fundo.

A coluna de destilação binária considerada possui 8 pratos, com uma entrada de alimentação, um condensador e um refrervador. As matrizes do modelo no espaço de estados deste sistema multivariável de 3 entradas, 3 saídas e 11 variáveis de estados são

apresentadas em Davison (1990):

$$\begin{aligned}
 A &= 10^{-3} \begin{bmatrix} -14 & 4,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9,5 & -13,8 & 4,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 9,5 & -14,1 & 6,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0 & 9,5 & -15,8 & 11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,5 & -31,2 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20,2 & -35 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20,2 & -42,2 & 28 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20,2 & -48,2 & 37 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20,2 & -57 & 42 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20,2 & -48,3 & 0,5 \\ 25,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25,5 & -18,5 \end{bmatrix}, \\
 B_u^T &= 10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & 0,005 & 0,002 & 0,001 & 0 & 0 & -0,005 & -0,01 & -0,04 & -0,02 & 0,46 \\ 0 & -0,04 & -0,02 & -0,01 & 0 & 0 & 0,01 & 0,03 & 0,005 & 0,002 & 0,46 \\ 0 & 2,5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 2,5 & 2,5 & 0 \end{bmatrix}, \\
 B_d^T &= 10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 C &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

sendo as entradas: u_1 a temperatura do vapor do Refervedor ($^{\circ}C$); u_2 a temperatura do líquido refrigerado no condensador ($^{\circ}C$); u_3 é a vazão de refluxo (g/min). A perturbação w_1 é definida pela vazão de alimentação (g/min) no prato 4. As saídas são: y_1 composição do produto de fundo (g/ml), y_2 a composição do produto de topo (g/ml), y_3 variação da pressão na parte superior da coluna (Pa). As entradas do sistema possuem três restrições definidas:

$$\left\{ \begin{array}{l} |u_1(t)| \leq 2,5 \\ |u_2(t)| \leq 2,5 \\ |u_3(t)| \leq 0,3 \end{array} \right\} t \geq 0 \tag{4.8}$$

para $|w_1| \leq 1, t \geq 0$.

As variáveis de estados medidas são:

- x_1 : composição do produto mais volátil do condensador (g/ml);
- x_{10} : composição do produto mais volátil do trocador de calor (g/ml);
- x_{11} : pressão dos componentes do topo (Pa).

Os estados x_2, \dots, x_9 , são variáveis não medidas, referem-se à composição mais volátil do produto do prato 1 ao prato 8.

4.4.2 Resultados

Neste exemplo o controlador por realimentação de estados com ação integral foi projetado por Davison (1996). As matrizes de ganho ótimas são:

$$K_x = \begin{bmatrix} -3,1 & -1,39 & -0,53 & -0,19 & 0,026 & 0,14 & 0,23 & 0,32 & 0,43 & 0,61 & -0,89 \\ 1,9 & 0,91 & 0,41 & 0,16 & -0,019 & -0,12 & -0,19 & -0,28 & -0,42 & -0,7 & -0,81 \\ -3,3 & -0,78 & -0,17 & -0,049 & -0,055 & -0,10 & -0,20 & -0,40 & -0,82 & -1,8 & -1,6 \end{bmatrix},$$

$$K_i = 10^{-2} \begin{bmatrix} 3,3 & -1,1 & -1,7 \\ 0,35 & 3,6 & -1,6 \\ -2 & -1,2 & -3,1 \end{bmatrix}.$$

O algoritmo DEMO foi aplicado neste exemplo considerando a segunda restrição do problema de otimização $\epsilon = 50$ definido na Equação (2.35). Os limites para criação da população inicial aleatória foram definidos $\theta_{1,i,j} = [-2 \ 2]$, para $j = 1 \dots N_{var}$, sendo N_{var} o número de variáveis de otimização. Foram realizados testes utilizando os ajustes apresentados na Tabela 4.1, obtendo bom desempenho do algoritmo. Contudo, testes realizados aumentando o número de execuções apresentaram significativa melhora das soluções aproximadas de Pareto. Nestes testes foram definidos o tamanho da população $N = 2N_{var}$ para os observadores clássico e PI. O número de iterações para o observador clássico foi ajustado em $N_g = 100.000$ gerações e para o observador PI em $N_g = 200.000$ gerações. Tendo em vista que o número de iterações neste exemplo é consideravelmente alto, o que eleva o custo computacional, não foram realizadas as 30 execuções do algoritmo. Para o ajustes citados, as Fronteiras Pareto aproximadas finais da síntese dos observadores são apresentadas na Figura 4.24.

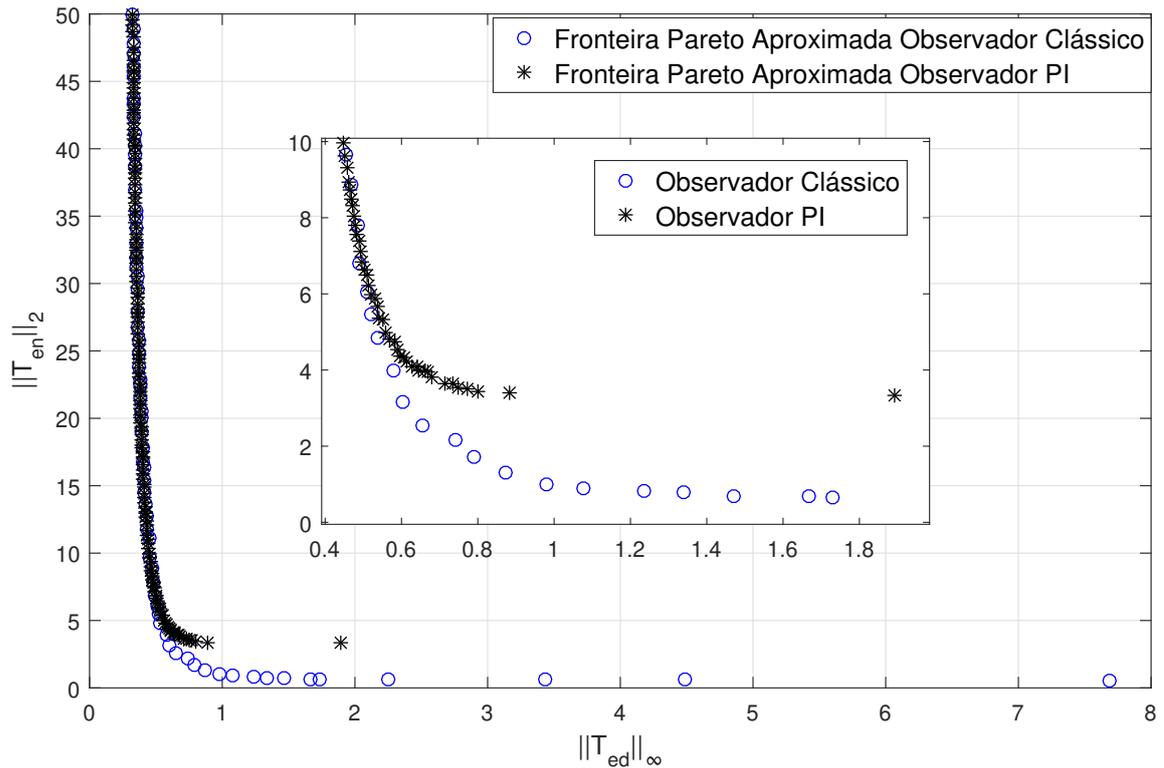


Figura 4.24 – Fronteira Pareto aproximada.

Pode ser observado que as soluções do observador clássico dominam as soluções do observador PI para $r = 2$ na região de menores valores para $\|T_{en}\|_2$. A dominância das soluções do observador clássico sob as soluções do observador PI, pode ser justificada pelo menor número de variáveis otimizadas, sendo estas no observador clássico $N_{var} = 33$ e no observador PI $N_{var} = 75$, o que caracteriza menor complexidade de projeto e processo de otimização.

O auxílio da tomada de decisões pela abordagem multicritério de Bellman-Zadeh é importante neste exemplo, já que a Fronteira do observador Clássico é composta matematicamente por um conjunto de 66 soluções não-dominadas possíveis e a do observador PI, 150 soluções não-dominadas. Testar cada uma destas soluções demandaria alto esforço computacional, por isso justifica-se a etapa de tomada de decisão, para selecionar apenas uma ao final da análise dentre as 3 alternativas apresentadas ao decisor. As soluções obtidas aplicando o método de tomada de decisão multicritério são apresentadas na Figura 4.25.

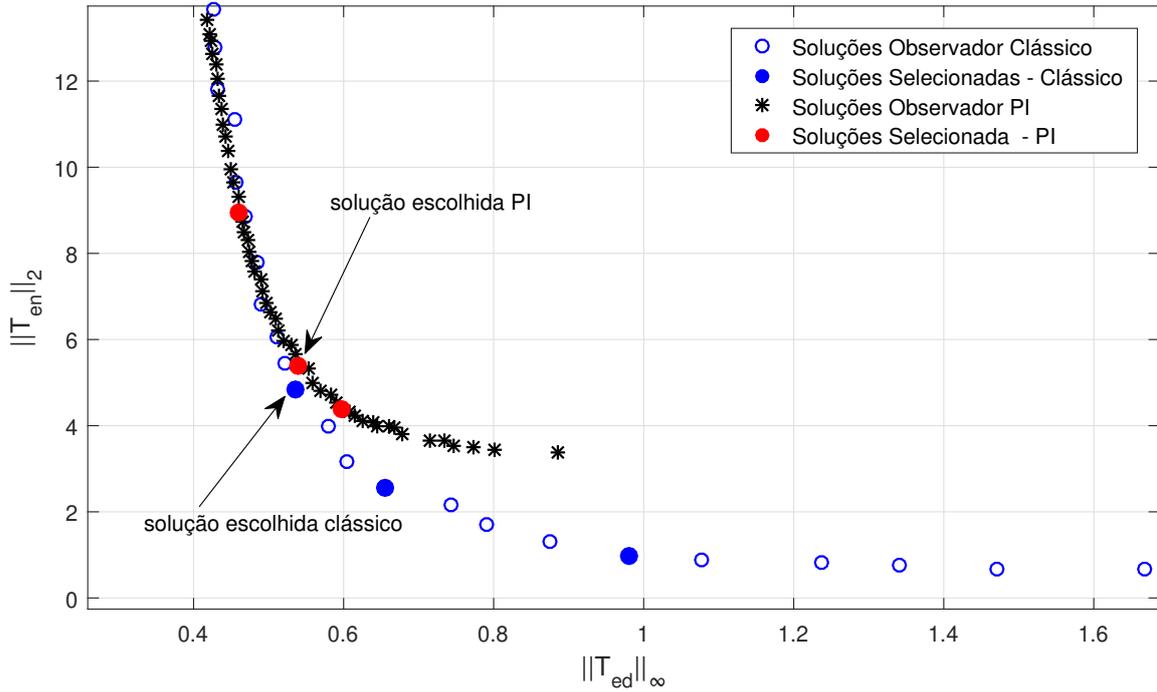


Figura 4.25 – Soluções escolhidas pela abordagem Bellman-Zadeh

Das alternativas apresentadas pelo método de tomada de decisão multicritério, foi escolhida a terceira solução do observador clássico, sendo esta solução a que atribui maior peso a função $\|T_{ed}\|_{\infty}$, $(0, 75; 0, 25)$, e a primeira solução do observador PI que atribui pesos iguais as duas funções, e que apresentam o mesmo valor da função objetivo $\|T_{ed}\|_{\infty} = 0, 53$, mesmo critério utilizado nos exemplos anteriores, para que a comparação entre as soluções seja mais justa possível. A matriz de ganhos do observador clássico para a solução escolhida é:

$$L = \begin{bmatrix} -0,2424 & 2,0549 & -0,8751 \\ -0,0352 & 0,1575 & 0,1044 \\ 0,2547 & 0,0180 & 0,0341 \\ 0,2585 & 0,2847 & 0,0445 \\ 0,5929 & 0,0607 & -0,9475 \\ 0,8400 & -0,5462 & -0,2300 \\ 0,2223 & -0,0663 & 0,0579 \\ 0,2534 & -0,7022 & 0,3053 \\ -0,0572 & -0,0903 & 1,0634 \\ 0,1689 & -0,5803 & -0,4920 \\ 0,0131 & -1,0540 & 1,6330 \end{bmatrix}$$

E as matrizes de ganhos do observador PI, com $r = 3$, encontradas nessa solução são:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0,1123 & 3,9008 & 1,9935 \\ 0,3144 & -1,6047 & 0,0612 \\ 0,0412 & -1,0915 & 0,4103 \\ 1,3957 & 0,1310 & -0,2421 \\ 0,5724 & -0,0627 & 0,1277 \\ -0,6161 & 0,5479 & 1,1544 \\ 0,4862 & 0,0090 & 0,0523 \\ 1,0251 & 0,5332 & 0,9665 \\ -1,4275 & -1,1241 & 1,1667 \\ 6,8561 & 0,6418 & 0,4748 \\ -0,4679 & 2,1294 & 7,6731 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} -0,1005 & 0,1421 & 0,0993 \\ -0,0535 & -0,0077 & -0,0464 \\ -0,0357 & 0,0689 & 0,0803 \end{bmatrix}, L_3 = \begin{bmatrix} 48,0282 & -1,2485 & -42,0471 \\ -33,2599 & -12,7514 & 57,3172 \\ 7,0652 & -19,6017 & 12,9387 \\ 11,1440 & -76,0806 & 13,9575 \\ -7,3297 & -101,9725 & -30,6886 \\ 1,2958 & -72,2029 & -7,3581 \\ -4,1914 & -56,8916 & -11,3560 \\ -2,1208 & -31,6827 & 26,2690 \\ -13,7036 & -2,9956 & 53,2972 \\ -18,8352 & -6,0335 & -38,1366 \\ 3,8209 & -6,7481 & 85,3989 \end{bmatrix}.$$

Seja o sinal de entrada um sinal do tipo degrau unitário, tal que $d_1(t) = \mathbf{1}(t)(t - 50)$, referente à vazão de alimentação de mistura binária no prato 4, cujo produto é representado pelo estado x_5 . O objetivo de controle neste processo é rejeitar a perturbação aplicada, de forma que as variáveis controladas retornem rapidamente ao regime estacionário.

Como nos exemplos anteriores, seja $\rho(t)$ uma função que gera valores pseudo-aleatórios com distribuição normal padrão, média 0 e variância 1. O ruído de medição inserido na saída da planta é definido: $\eta_i = 0,001 \times \rho(t)$, $i = 1, 2, 3$.

Na Figura 4.26 é visto o esforço de controle para as três variáveis de entrada, cujo objetivo principal é rejeitar a perturbação e os ruídos de medição regulando as variáveis controladas em níveis adequados de segurança.

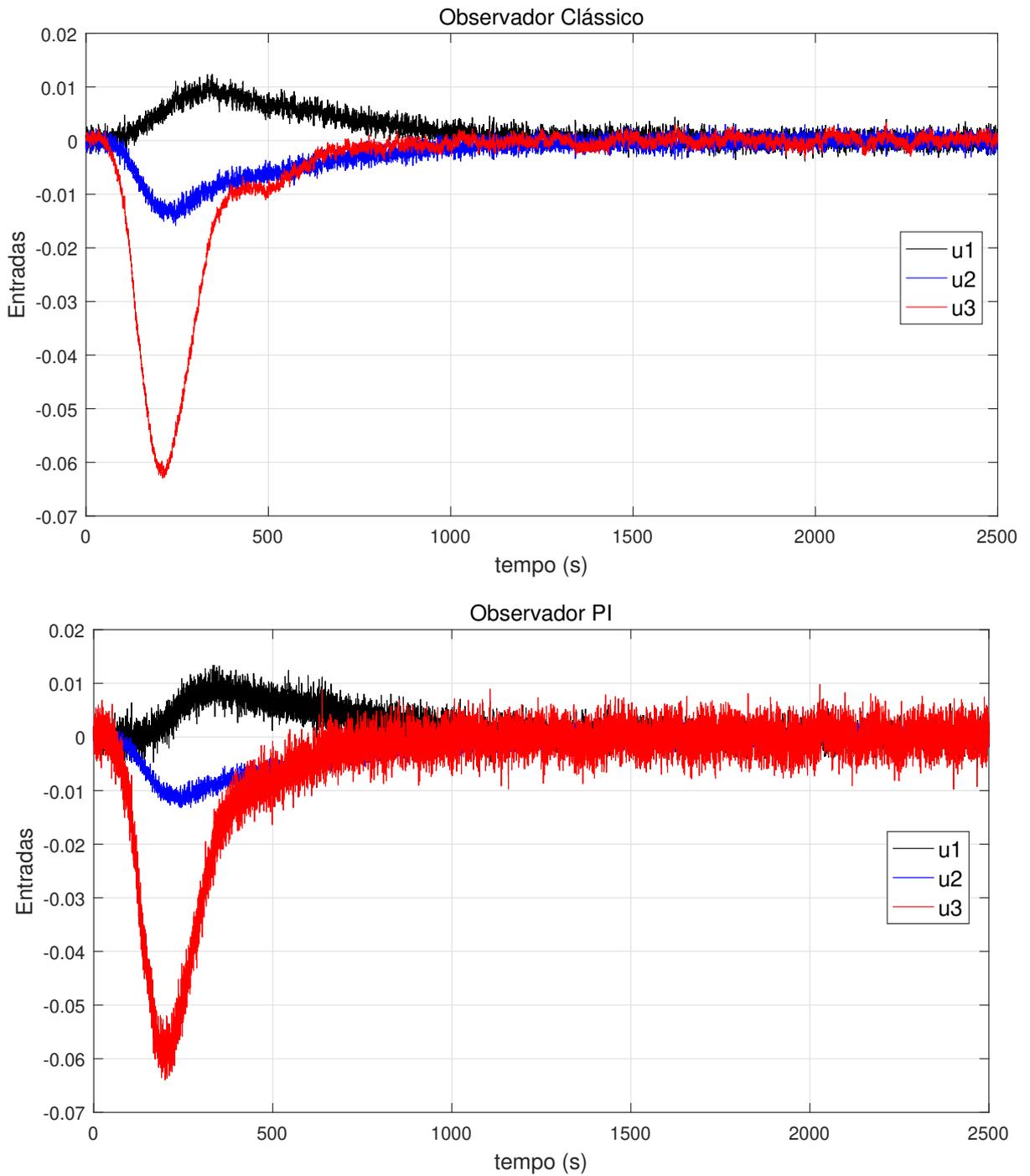


Figura 4.26 – Esforço de controle das três entradas.

Os limites de segurança definidos na Equação (4.8) foram preservados no controle por realimentação de estados baseado nos observadores clássico e PI apresentados. Nota-se que os sinais de entrada do sistema de controle baseado no observador PI apresentou maior efeito dos ruídos em relação ao observador clássico, como era esperado, uma vez que a solução do observador clássico domina a do observador PI. A estimação das variáveis de estados medidas x_1 , x_{10} e x_{11} são apresentados na Figura 4.27.

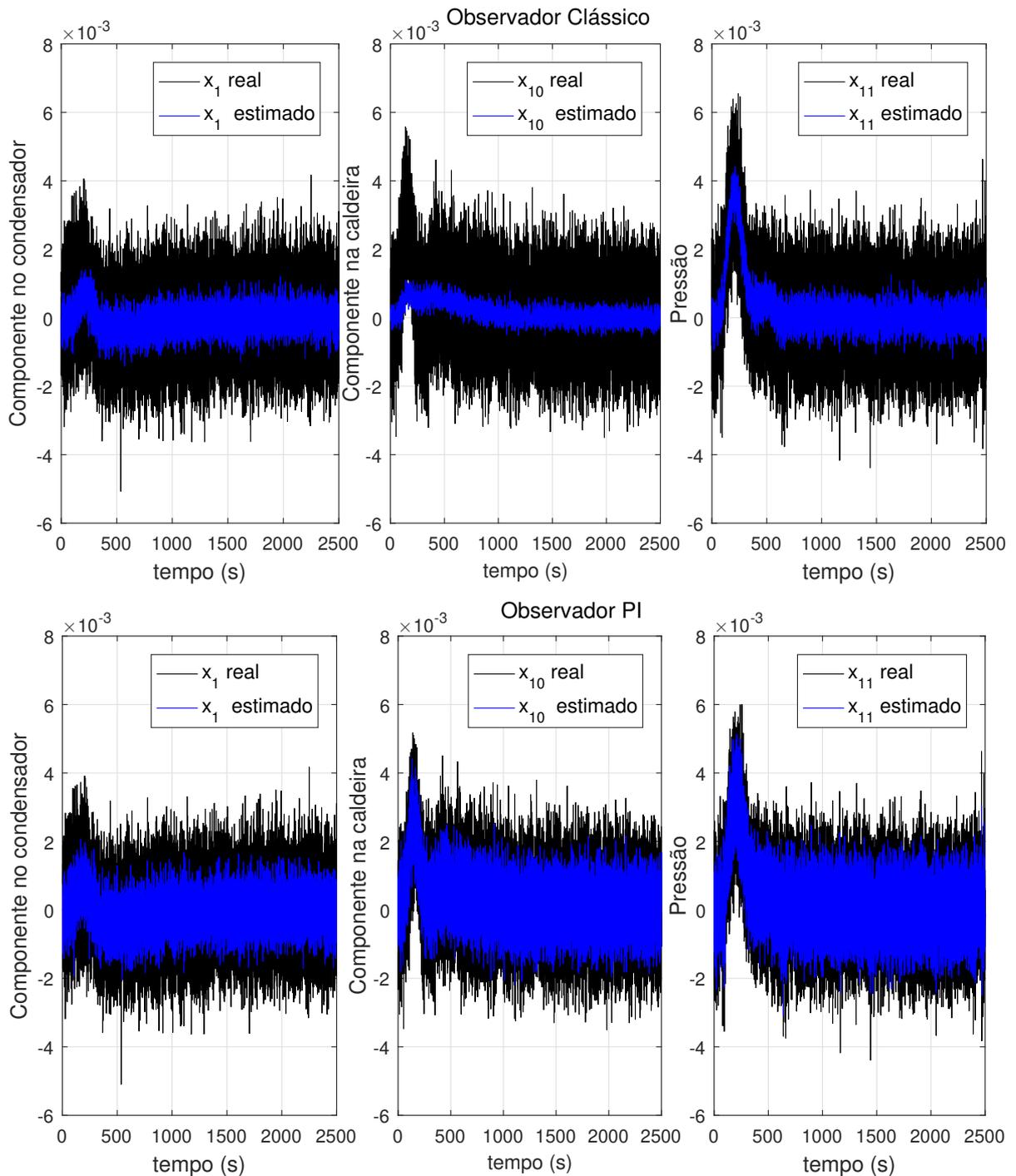


Figura 4.27 – Estados medidos e estimados.

É notável o melhor desempenho do observador clássico na atenuação dos efeitos de ruídos de medição em relação ao observador PI. No entanto, o efeito da perturbação é menor no observador PI, apresentando menor erro de estimação, mas como já citado, os estados são fortemente afetados por ruídos.

A perturbação aplicada na entrada de alimentação da coluna pela adição de

mistura binária no prato 4, é notada em todos os estados da planta devido ao acoplamento entre as variáveis, ou seja cada variável de estado depende do produto superior e inferior em toda a coluna. A Figura 4.28 mostra a estimação dos estados x_2 e x_3 .

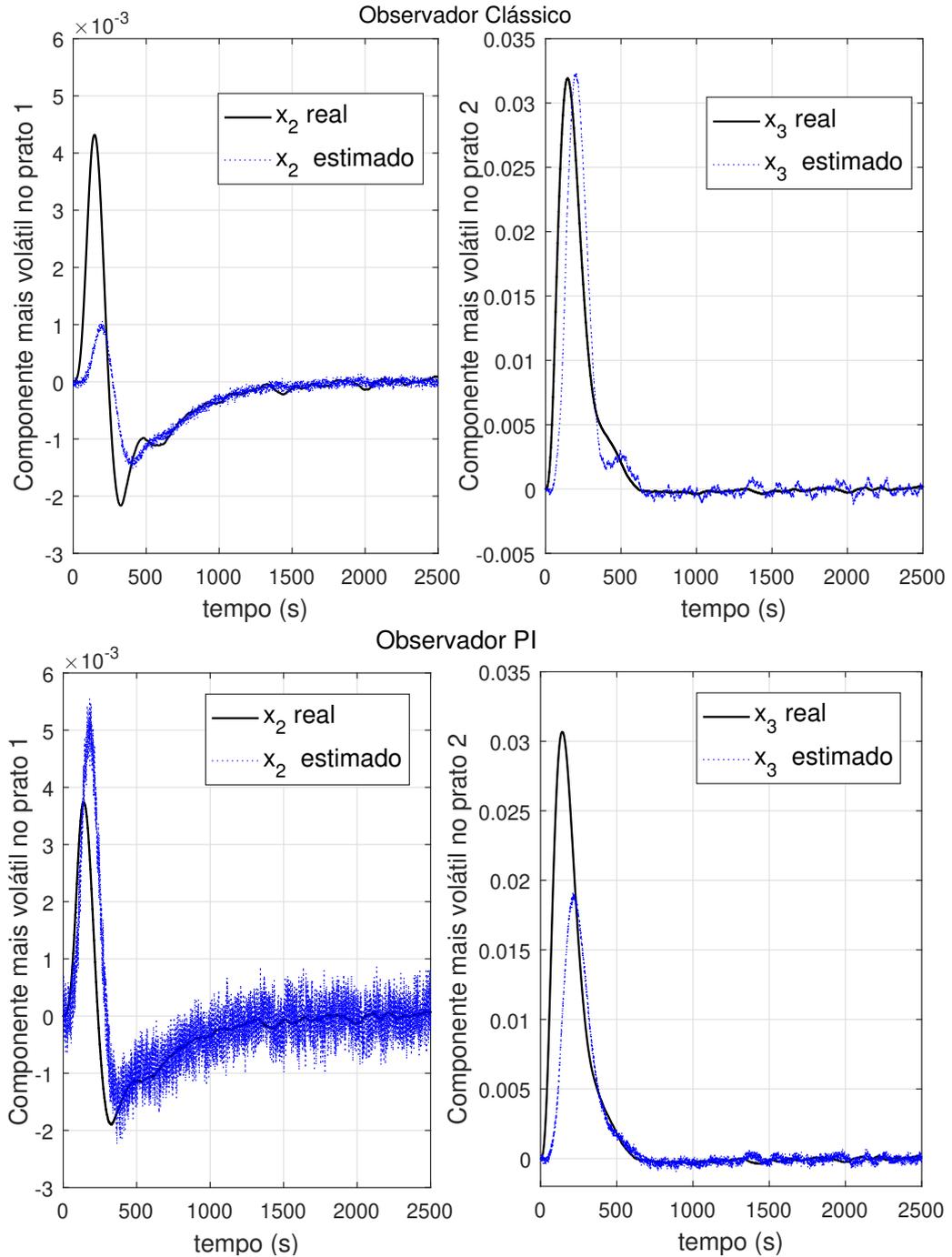


Figura 4.28 – Estados x_2 e x_3 reais e estimados.

Quanto mais próximo das variáveis medidas menor é o erro de estimação das variáveis estimadas. O resultados da estimação do estado x_2 apresentou menor erro

de estimação pela síntese do observador PI, mas com maior influência dos ruídos de medição. O resultado da estimação dos estados x_8 e x_9 são apresentados na Figura 4.29.

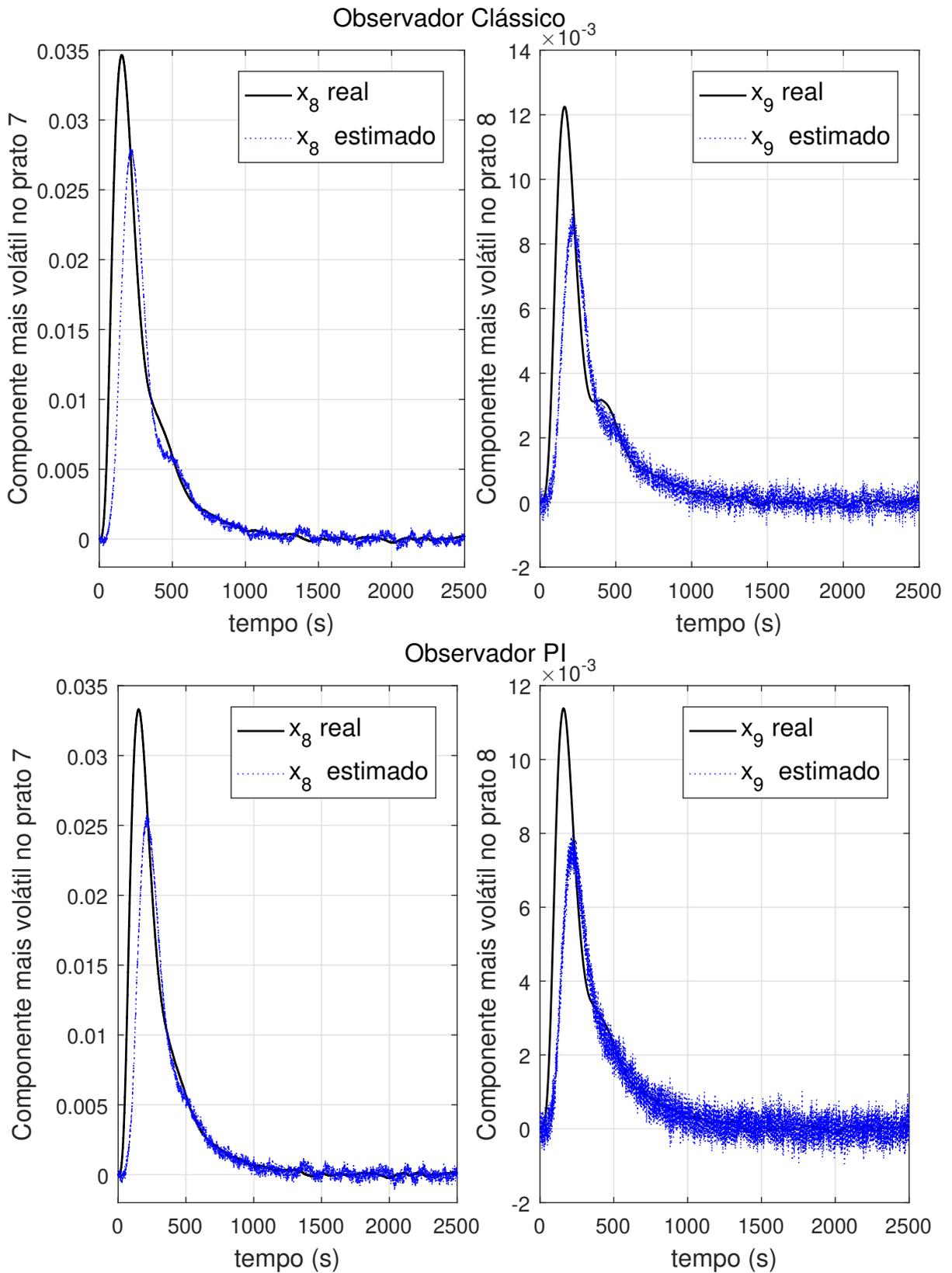


Figura 4.29 – Estados x_8 e x_9 reais e estimados.

Pelos resultados gráficos nota-se melhor desempenho do observador clássico sobre o observador PI. No observador clássico o erro de estimação devido ao efeito dos ruídos e perturbação foi menor em quase todos estados estimados, caracterizando-se como um bom filtro de ruídos neste exemplo. As saídas do modelo real são fortemente afetadas por ruídos, e como o observador PI apresentou amplitudes deste sinal mais próxima da real, o erro de estimação que é definido pela diferença entre o estado real e o estado observado, em números apresenta menor erro. Contudo é um problema multiobjetivo, não pode ser avaliado por apenas uma função, sempre deve-se considerar as duas funções na análise de melhor ou pior estimação. Neste caso a utilização do observador PI não é uma boa escolha para estimação dos estados, justificado pelo melhor desempenho do observador clássico e maior complexidade do observador PI.

O desempenho dos observadores baseado nas soluções selecionadas mostradas na Figura 4.25 são apresentados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Desempenho dos observadores na presença de ruídos e perturbações

| Soluções | Observador Clássico | | | Observador PI | | |
|----------|----------------------------------|---------------------------|--------|----------------------------------|---------------------------|--------|
| | $\ T_{ed}(s, \theta)\ _{\infty}$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS | $\ T_{ed}(s, \theta)\ _{\infty}$ | $\ T_{en}(s, \theta)\ _2$ | RMS |
| 1 | 0,6556 | 2,5511 | 0,1157 | 0,53978 | 5,3735 | 0,1002 |
| 2 | 0,9797 | 0,9882 | 0,1471 | 0,5979 | 4,3733 | 0,1093 |
| 3 | 0,5365 | 4,851 | 0,1017 | 0,4601 | 8,9439 | 0,0905 |

Numericamente e de forma individual estes resultados podem ser comparados pelo erro RMS de cada variável de estado:

$$e(t)_{classico} = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,31 & 0,73 & 3,59 & 18,61 & 39,32 & 22,07 & 10,81 & 4,1 & 1,34 & 0,46 & 0,29 \end{bmatrix},$$

$$e(t)_{PI} = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 0,05 & 0,6 & 4,38 & 17,68 & 39,03 & 22,75 & 10,32 & 3,86 & 1,31 & 0,06 & 0,06 \end{bmatrix}.$$

Os resultados da Tabela 4.8 não podem ser comparados por solução uma vez que elas correspondem a diferentes regiões da curva de Pareto para cada observador. Quando se compara a solução 3 do observador clássico com a solução 1 do PI, pode ser observado que o erro RMS é similar uma vez que a função objetivo T_{ed} também é similar. Entretanto, como observado, a atenuação do ruído foi pior no controlador PI, contrariando as expectativas.

4.5 Considerações Finais

Foi realizada uma comparação entre observadores clássicos e PI projetados pela formulação de síntese proposta para três exemplos ilustrativos. Os objetivos de projeto foram formulados para obter o menor erro de estimação na presença de perturbações e de ruídos de medição. Para solução do problema multiobjetivo foi empregado o método

evolução diferencial multiobjetivo que fornece um conjunto de soluções candidatas Pareto ótimo. Foi aplicado um método de tomada de decisão para reduzir a três o número de soluções a serem analisadas. Já é conhecida a característica do observador clássico em atenuar ruídos de medição, contudo na presença de perturbações o observador clássico não apresenta bom desempenho. O observador PI foi proposto para melhorar a técnica de estimação clássica, contribuindo no sentido de melhorar o compromisso diante dos objetivos propostos.

No primeiro exemplo os dois observadores conseguiram um bom desempenho, e aumentando-se o número de integradores do PI um melhor desempenho pode ser alcançado. No segundo exemplo foram comparadas três situações distintas. A primeira com foco em atenuação de distúrbios pela menor norma H_∞ , a segunda com foco em atenuar os ruídos de medição pela menor norma H_2 , e a terceira situação pelo menor erro RMS obtido em relação as demais soluções. Esta comparação foi realizada para mostrar o desempenho de cada observador testando as melhores soluções em um objetivo e piores no outro objetivo. O observador PI obteve bom desempenho rejeitando rapidamente o efeito da perturbação de entrada sobre a estimação das variáveis de estados, enquanto o observador clássico este objetivo não foi alcançado, apresentando erro de estimação em regime estacionário.

No terceiro exemplo, foi apresentado um sistema de maior dimensão, aumentando o nível de dificuldade de estimação dos estados, sendo estimadas 11 variáveis de estados com apenas 3 saídas medidas. O número de variáveis de otimização consequentemente foi bem maior em relação aos outros dois exemplos, exigindo maior esforço computacional por parte do método de otimização. Enquanto no observador clássico o ganho do observador é composto de 33 elementos, no observador PI são 75 elementos distribuídos nas 3 matrizes L_1 , L_2 e L_3 . As soluções obtidas na síntese clássica e ordenadas na Fronteira Pareto aproximada mostram dominar parte das soluções obtidas da síntese do observador PI. No sentido de obter melhor desempenho em estimar os estados e filtrar ruídos de medição, o observador clássico superou o observador PI.

Capítulo 5

Conclusão

Neste trabalho é proposta uma formulação de síntese de observadores de estados para sistemas multivariáveis lineares e invariantes no tempo. Aplicando a formulação de síntese proposta, é realizada uma comparação entre o controle por realimentação de estados baseado no observador clássico e no observador PI na presença de perturbações não mensuráveis.

O método de síntese consiste em formular um problema de otimização multiobjetivo $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$, que pode ser solucionado com algoritmos de otimização já existentes. Neste trabalho foi utilizado o algoritmo Evolução Diferencial Multiobjetivo. O problema de síntese multiobjetivo busca minimizar o erro de estimação em relação a perturbação e minimizar o erro em relação aos ruídos de medição. Através do algoritmo Evolução Diferencial Multiobjetivo foram obtidos um conjunto eficiente de soluções Pareto aproximadas para os observadores PI e de Luenberger, obtendo diferentes compromissos entre as funções objetivos para três estudos de caso.

O indicador Hipervolume foi considerado na avaliação das soluções encontradas como critério de comparação e avaliação da convergência do algoritmo de otimização. O método de tomada de decisões multicritério aplicado após a técnica de otimização multiobjetivo auxilia na escolha da solução mais adequada reduzindo o número de possibilidades de escolha dentro das várias soluções eficientes geradas com diferentes compromissos. Esta estratégia proporciona ao operador uma forma inteligente de tratar seus objetivos em um ambiente de incertezas dando prioridade as suas reais necessidades.

A síntese de observador proposta é facilmente aplicável em sistemas de ordens diferentes, como mostramos nos três exemplos ilustrativos, sendo os dois primeiros de ordens 4 e o terceiro de ordem 11. Os resultados computacionais do observador PI comparadas ao observador clássico demonstram que em certos casos, existem vantagens de sua utilização, em que é possível obter erros de estimação muito pequenos mesmo

na presença de perturbações e ruídos de estimação. Nos casos em que não existe uma vantagem significativa do observador PI, o observador clássico é mais indicado pela maior simplicidade de projeto e implementação.

Tendo em vista que não foram encontrados trabalhos na literatura que abordassem funções objetivo semelhantes às tratadas neste trabalho, os resultados obtidos foram satisfatórios, e mais uma vez o método Evolução Diferencial foi eficiente na solução de problemas na área de sistemas de controle.

5.1 Trabalhos futuros

Como possibilidade de continuidade desta pesquisa, sugere-se a investigação dos seguintes assuntos em trabalhos futuros:

- Comparar o procedimento de síntese PI baseado em algoritmo Evolução Diferencial com outras técnicas de síntese.
- extensão das condições de síntese do observador para tratar incertezas nos parâmetros da planta.

Finalmente, é importante destacar que parte dos resultados apresentados nesta dissertação foram publicados em Martins et al. (2019), na 14^a edição do Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2019).

Referências

- AGUIRRE, L. A.; BRUCIAPAGLIA, A. H.; MIYAGI, P. E.; HIROSHI, R.; TAKAHASHI, C. **Enciclopédia de automática: controle & automação**. [S.l.]: Editora Edgard Bluscher, 2007. v. 1. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 14.
- AGULHARI, C. M.; LACERDA, M. J. Robust periodic observer-based control for periodic discrete-time ltv systems. In: IEEE. **2016 American Control Conference (ACC)**. [S.l.], 2016. p. 2942–2947. Citado na página 3.
- AGULHARI, C. M.; LACERDA, M. J. Observer-based state-feedback control design for lpv periodic discrete-time systems. **European Journal of Control**, Elsevier, v. 49, p. 1–14, 2019. Citado na página 3.
- ALBERTOS, P.; ANTONIO, S. **Multivariable control systems: an engineering approach**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. Citado na página 2.
- APKARIAN, J.; ABDOSALAMI, A. Active suspension experiment for MATLAB[®]/Simulink[®] users - laboratory guide. Markham, Ontario, Canada, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 37, 38 e 43.
- BAKSHSHANDE, F.; SÖFFKER, D. Proportional-integral-observer: A brief survey with special attention to the actual methods using ACC benchmark. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 48, n. 1, p. 532–537, 2015. Citado na página 12.
- BEALE, S.; B.SHAFAI. Robust control system design with a proportional integral observer. **International Journal of Control**, Taylor and Francis, v. 50, n. 1, p. 97–111, 1989. Citado na página 2.
- BELLMAN, R. E.; ZADEH, L. A. Decision-making in a fuzzy environment. **Management science**, INFORMS, v. 17, n. 4, p. B–141, 1970. Citado 4 vezes nas páginas 5, 23, 25 e 33.
- BODIZS, L.; SRINIVASAN, B.; BONVIN, D. On the design of integral observers for unbiased output estimation in the presence of uncertainty. **Journal of process control**, Elsevier, v. 21, n. 3, p. 379–390, 2011. Citado na página 3.
- BRUINSMA, N.; STEINBUCH, M. A fast algorithm to compute the \mathcal{H}_∞ -norm of a transfer function matrix. **Systems & Control Letters**, Elsevier, v. 14, n. 4, p. 287–293, 1990. Citado na página 20.
- CHEN, C.-T. **Linear system theory and design**. [S.l.]: Oxford University Press, Inc., 1998. Citado na página 1.

- CIVICIOGLU, P.; BESDOK, E. A conceptual comparison of the cuckoo-search, particle swarm optimization, differential evolution and artificial bee colony algorithms. **Artificial Intelligence Review**, v. 39, n. 4, p. 315–346, Abril 2013. ISSN 1573-7462. Citado na página 24.
- COELLO, C. A. C.; LAMONT, G. B. **Applications of Multi-Objective Evolutionary Algorithms**. [S.l.]: World Scientific, 2004. v. 1. Citado na página 23.
- COSTA, B. L. G.; ANGÉLICO, B. A.; GOEDEL, A.; CASTOLDI, M. F.; GRACIOLA, C. L. Differential evolution applied to DTC drive for three-phase induction motors using an adaptive state observer. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Springer, v. 26, n. 4, p. 403–420, 2015. Citado na página 24.
- DAS, S.; SUGANTHAN, P. N. Differential evolution: A survey of the state-of-the-art. **IEEE transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 15, n. 1, p. 4–31, 2010. Citado na página 28.
- DAVISON, E. J. Control of a distillation column with pressure variation. **TRANSACTIONS OF THE INSTITUTION OF CHEMICAL ENGINEERS AND THE CHEMICAL ENGINEER**, INST CHEMICAL ENGINEERS 165-171 RAILWAY TERRACE GEORGE E DAVIS BLDG, RUGBY, v. 45, n. 6, p. T229, 1967. Citado na página 68.
- DAVISON, E. J. Benchmark problems for control system design. International Federation of Automatic Control, 1990. Citado 2 vezes nas páginas 69 e 70.
- DAVISON, E. J. Cad of controllers for the servomechanism problem subject to control signal saturation constraints. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 29, n. 1, p. 1506–1511, 1996. Citado na página 71.
- DEB, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001. v. 16. 13–46 p. Citado na página 25.
- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 29.
- FEYEL, P. **Robust Control Optimization with Metaheuristics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2017. Citado na página 4.
- GAO, N.; DAROUACH, M.; VOOS, H.; ALMA, M. H_∞ dynamic observer design for linear time invariant systems. p. 1631–1636, 2014. Citado na página 5.
- GAO, Z.; BREIKIN, T.; WANG, H. Discrete-time proportional and integral observer and observer-based controller for systems with both unknown input and output disturbances. **Optimal Control Applications and Methods**, Wiley Online Library, v. 29, n. 3, p. 171–189, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.
- HUA, C.; GUAN, X. Synchronization of chaotic systems based on PI observer design. **Physics letters A**, Elsevier, v. 334, n. 5-6, p. 382–389, 2005. Citado na página 3.
- HUSSEIN, A. A.; SALIH, S. S.; GHASM, Y. G. Implementation of proportional-integral-observer techniques for load frequency control of power system. **Procedia Computer Science**, Elsevier, v. 109, p. 754–762, 2017. Citado na página 16.

- JIANG, S.; ONG, Y.-S.; ZHANG, J.; FENG, L. Consistencies and contradictions of performance metrics in multiobjective optimization. **IEEE transactions on cybernetics**, IEEE, v. 44, n. 12, p. 2391–2404, 2014. Citado 2 vezes nas páginas vii e 32.
- JOHANSSON, K. H. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 8, n. 3, p. 456–465, Maio 2000. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- JUNG, J.; HWANG, J.; HUH, K. Optimal proportional-integral adaptive observer design for a class of uncertain nonlinear systems. In: IEEE. **2007 American Control Conference**. [S.l.], 2007. p. 1931–1936. Citado na página 3.
- KACZOREK, T. Proportional-integral observers for linear multivariable time-varying systems. **Regelungstechnik RT**, v. 27, n. 11, p. 359–363, 1979. Citado na página 16.
- KELES, N. A.; LACERDA, M. J.; AGULHARI, C. M. Robust performance and observer based control for periodic discrete-time uncertain systems. **Mathematical Problems in Engineering**, Hindawi, v. 2019, 2019. Citado na página 3.
- KOENIG, D.; MAMMAR, S. Design of proportional-integral observer for unknown input descriptor systems. **IEEE transactions on automatic control**, IEEE, v. 47, n. 12, p. 2057–2062, 2002. Citado na página 2.
- LIU, Y.; SÖFFKER, D. Improvement of optimal high-gain PI-observer design. In: IEEE. [S.l.]: 2009 European Control Conference (ECC), 2009. p. 4564–4569. Citado na página 3.
- LUENBERGER, D. Observers for multivariable systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 11, n. 2, p. 190–197, 1966. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 13.
- LUENBERGER, D. G. Observing the state of a linear system. **IEEE Transactions on Military Electronics**, v. 8, n. 2, p. 74–80, April 1964. Citado 4 vezes nas páginas 1, 2, 4 e 13.
- LUENBERGER, D. G. An introduction to observers. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 16, n. 6, p. 596–602, December 1971. ISSN 0018-9286. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 13.
- MAIER, H.; RAZAVI, S.; KAPELAN, Z.; MATOTT, L.; KASPRZYK, J.; TOLSON, B. Introductory overview: Optimization using evolutionary algorithms and other metaheuristics. **Environmental Modelling Software**, v. 114, p. 195 – 213, 2019. ISSN 1364-8152. Citado 3 vezes nas páginas vii, 26 e 27.
- MARTINS, F.; GONTIJO, D.; GONÇALVES, E. Síntese de observadores PI baseada em otimização evolutiva multiobjetivo H_2/H_∞ . SBAI, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 82.
- MENHOUR, L.; KOENIG, D.; NOVEL, B. d’Andra. Robust switched \mathcal{H}_∞ PI observer-based controller: Vehicle dynamics application. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 50, n. 1, p. 10377–10382, 2017. Citado na página 5.
- OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2011. Citado 5 vezes nas páginas 1, 10, 11, 12 e 14.

OLIVEIRA, T. G. de; GONÇALVES, E. N.; RODRIGUES, G. G. Multi-objective H_∞ control of a laboratory model of active suspension system. p. 1710–1715, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 38.

O'REILLY, J. **Observers for Linear Systems**. [S.l.]: Academic Press London, 1983. v. 170. Citado na página 2.

PEDRYCZ, W.; EKEL, P.; PARREIRAS, R. **Fuzzy multicriteria decision-making: models, methods and applications**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. Citado na página 33.

ROBIČ, T.; FILIPIČ, B. Differential evolution for multiobjective optimization. In: SPRINGER. **International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. [S.l.], 2005. p. 520–533. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 27.

SÁNCHEZ, G.; VILLASANA, M.; STREFEZZA, M. Solving multi-objective linear control design problems using genetic algorithms. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 41, n. 2, p. 12324–12329, 2008. Citado na página 23.

SHAFAI, B.; CARROLL, R. Design of proportional-integral observer for linear time-varying multivariable systems. p. 597–599, 1985. Citado na página 2.

SHI, K.; LIU, C.; SUN, Z.; WANG, F. Mixed H_2/H_∞ approach of full order state observer design for satellite attitude control system. p. 4513–4517, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 5.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable feedback control: analysis and design**. [S.l.]: Wiley New York, 2007. v. 2. Citado na página 19.

SOLIHIN, M. I.; AKMELIAWATI, R.; MUHIDA, R.; LEGOWO, A. Guaranteed robust state feedback controller via constrained optimization using differential evolution. p. 1–6, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 24.

SORICELLIS, M. D.; RU, D. D.; BOLOGNANI, S. A robust current control based on proportional-integral observers for permanent magnet synchronous machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IEEE, v. 54, n. 2, p. 1437–1447, 2018. Citado na página 4.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization**, v. 11, n. 4, p. 341–359, Dezembro 1997. Citado na página 27.

SÖFFKER, D.; YU, T.-J.; MÜLLER, P. C. State estimation of dynamical systems with nonlinearities by using proportional-integral observer. **International Journal of Systems Science**, Taylor and Francis, v. 26, n. 9, p. 1571–1582, 1995. Citado na página 2.

VACCARO, R. J. An optimization approach to the pole-placement design of robust linear multivariable control systems. p. 4298–4305, 2014. Citado na página 3.

VESTERSTROM, J.; THOMSEN, R. A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems. v. 2, p. 1980–1987, 2004. Citado na página 24.

WOJCIECHOWSKI, B. **Analysis and synthesis of proportional-integral observers for single-input single-output time-invariant continuous systems**. Dissertação (Mestrado) — Technical University of Gliwice, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 16.

YAMAMOTO, K.; KOENIG, D.; SENAME, O.; MOULAIRE, P. Driver torque estimation in electric power steering system using an $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$ proportional integral observer. p. 843–848, Dec 2015. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 4.

YOUSEFI, H.; HANDROOS, H.; SOLEYMANI, A. Application of differential evolution in system identification of a servo-hydraulic system with a flexible load. **Mechatronics**, Elsevier, v. 18, n. 9, p. 513–528, 2008. Citado na página 24.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and control**, Elsevier, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 33.

ZHANG, Q.; LI, H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. **IEEE Transaction on Evolutionary Computation**, v. 11, n. 6, p. 712–731, Dezembro 2007. Citado na página 24.

ZHOU, K.; DOYLE, J. C. **Essentials of robust control**. [S.l.]: Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1999. v. 104. Citado 4 vezes nas páginas 5, 10, 12 e 18.

ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach. **IEEE transactions on Evolutionary Computation**, IEEE, v. 3, n. 4, p. 257–271, 1999. Citado na página 31.