

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO  
MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO

MARCO ANTONIO DO NASCIMENTO

**O risco nos mercados acionários do continente americano à luz do modelo GARCH**

Dissertação de Mestrado

Belo Horizonte  
2020

MARCO ANTONIO DO NASCIMENTO

**O risco nos mercados acionários do continente americano à luz do modelo GARCH**

Dissertação de mestrado apresentada ao programa de Pós-graduação em Administração do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Administração.

Orientador: Prof. Dr. Juliano Lima Pinheiro  
Coorientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Lucélia Viviane Vaz Raad

Belo Horizonte  
2020

N244r Nascimento, Marco Antonio  
O risco nos mercados acionários do continente americano à luz do modelo GARCH / Marco Antonio Nascimento. – 2020.  
83 f.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração.

Orientador: Juliano Lima Pinheiro.

Coorientadora: Lucélia Viviane Vaz Raad.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Mercado de capitais – América – Teses. 2. Bolsa de valores – Teses. 3. Administração de riscos – Teses. 4. Índices de mercado de ações – Teses. 5. Finanças – Modelos matemáticos – Teses. I. Pinheiro, Juliano Lima.  
II. Raad, Lucélia Viviane Vaz Raad. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 332.60981



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO  
TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ADMINISTRAÇÃO - NG



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO N 5 / 2020 - PPGA (11.52.13)

N do Protocolo: 23062.029676/2020-16

Belo Horizonte-MG, 13 de novembro de 2020.

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO do Senhor Marco Antônio do Nascimento. No dia 13 de novembro de 2020, às 15h00min, reuniu-se em videoconferência, a Banca Examinadora de dissertação designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Administração do CEFET-MG para julgar o trabalho final intitulado "**O Risco nos Mercados Acionários do Continente Americano à Luz do Modelo GARCH**", requisito para a obtenção do **Grau de Mestre em Administração**, linha de pesquisa: **Processos e Sistemas Decisórios em Arranjos Organizacionais**. Abrindo a sessão, o Senhor Presidente da Banca, Prof. Dr. Juliano Lima Pinheiro, após dar conhecimento aos presentes do teor das Normas Regulamentares do Trabalho Final, passou a palavra ao aluno para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do aluno. Logo após, a Banca se reuniu, sem a presença do aluno e do público, para julgamento e expedição do seguinte resultado final: Aprovação. O resultado final foi comunicado publicamente ao aluno pelo Senhor Presidente da Banca. Nada mais havendo a tratar, o Senhor Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Banca Examinadora.

*(Assinado digitalmente em 16/11/2020 14:16)*

FELIPE DIAS PAIVA

PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO

Matricula: 1671067

*(Assinado digitalmente em 13/11/2020 18:11)*

JULIANO LIMA PINHEIRO

Matricula:

*(Assinado digitalmente em 14/11/2020 12:50)*

WAGNER MOURA LAMOUNIER

Matricula:

Para verificar a autenticidade deste documento entre em <https://sig.cefetmg.br/public/documentos/index.jsp> informando seu número: 5, ano: 2020, tipo: ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO, data de emissão: 13/11/2020 e o código de verificação: d24948945a

## Resumo

A estimação do risco se tornou tema de grande relevância tanto para os estudiosos quanto para os profissionais do mercado financeiro. O risco de um ativo ou índice, entendido através da volatilidade, diz respeito às flutuações de seus preços ao longo do tempo, e sua correta previsão passa a ser fundamental no processo de tomada de decisões financeiras, visto que há um *trade-off* entre risco e retorno, em que os investidores desejam maximizar seus retornos com o menor risco possível. Assim, o propósito deste trabalho é estimar o comportamento da volatilidade do retorno diário dos principais índices bursáteis do continente americano, no período entre 2007 e 2019, a fim de contribuir na determinação e mensuração do risco do mercado acionário do continente. Para análise da volatilidade dos dados, utilizou-se o modelo GARCH. Como resultados, pode-se afirmar que as estruturas de volatilidade das oito séries financeiras examinadas foram adequadamente estimadas através do modelo GARCH, possibilitando uma análise de seu comportamento com claras semelhanças em determinados períodos e com alta variabilidade, principalmente nos anos de 2008/2009 e 2011/2012. No que tange à persistência da volatilidade, verificou-se que os países apresentam um coeficiente de persistência de volatilidade próximos de 1, indicando que choques na volatilidade tendem a prolongar as oscilações no retorno dos índices. Por outro lado, os coeficientes de persistência apresentam valores muito próximos entre os índices do continente, sugerindo que uma possível diversificação de investimentos não minimizaria os riscos do investidor. Tendo em vista que as decisões no mercado de ações envolvem a administração de risco na compra e venda de ativos, sendo os riscos relativos à volatilidade dos preços, a estimação consistente torna-se um importante instrumento na tomada de decisão dos atores do mercado de capitais.

**Palavras-chave:** Volatilidade. GARCH. Índices de Bolsa de Valores. Risco. Risco Financeiro. Mercado Acionário. Mercado de Capitais.

## Abstract

**The risk in the stock markets of the American continent using the GARCH model:** The estimation of risk has become a topic of great relevance for both academics and professionals in the financial market. The risk of an asset or index, understood through volatility, refers to its fluctuations over time, and its correct forecast is essential in the financial decision-making process since there is a trade-off between risk and return, where investors want to maximize their returns at the lowest possible risk. Therefore, this work aims to estimate the volatility behavior of the daily return of the major stock market indices in the American continent, between 2007 and 2019, in order to determine and measure the risk of the stock market in the continent. To analyze the volatility of the data, the GARCH model was used. As a result, it can be stated that the volatility structures of the eight financial series examined were adequately estimated using the GARCH model. This allowed an analysis of their behavior, with clear similarities in certain periods of time, with high variability, especially in 2008 / 2009 and 2011/2012. Regarding the persistence of volatility, it was found that countries have a coefficient of persistence of volatility close to 1, indicating that shocks in volatility tend to prolong fluctuations in the return of the indexes. In contrast, the fact that the persistence coefficients present approximate values among the indexes, suggests that a possible diversification of investments would not minimize the risks. Bearing in mind that stock market decisions involve risk management in the purchase and sale of assets, where the risks are related to price volatility, consistent estimation becomes an important instrument in the decision-making of market players.

**Keywords:** Volatility. GARCH. Stock Market Indexes. Risk. Financial Risk. Stock Market. Capital Market.

## Lista de ilustrações

Figura 1 – Retorno diário do índice COLCAP (Colômbia) . . . . .	48
Figura 2 – Retorno diário do índice Dow Jones (EUA) . . . . .	49
Figura 3 – Retorno diário do índice Ibovespa (Brasil) . . . . .	49
Figura 4 – Retorno diário do índice S&P/BMV IPC (México) . . . . .	50
Figura 5 – Retorno diário do índice S&P CLX IPSA (Chile) . . . . .	50
Figura 6 – Retorno diário do índice S&P Merval (Argentina) . . . . .	51
Figura 7 – Retorno diário do índice S&P Lima General (Peru) . . . . .	51
Figura 8 – Retorno diário do índice S&P TSX (Canadá) . . . . .	52
Figura 9 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice COLCAP (Colômbia) . . . . .	55
Figura 10 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice Dow Jones . . . . .	56
Figura 11 – Teste ACF e PACF do retorno diário do Ibovespa (Brasil) . . . . .	56
Figura 12 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice S&P BMV(México) . . . . .	56
Figura 13 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice IPSA (Chile) . . . . .	57
Figura 14 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice S&P Merval (Argentina) . . . . .	57
Figura 15 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice S&P Lima (Peru) . . . . .	57
Figura 16 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice S&P TSX (Canadá) . . . . .	58
Figura 17 – Volatilidade dos índices Colcap (COL) e Dow Jones (EUA) . . . . .	69
Figura 18 – Volatilidade dos índices Ibovespa (BRA) e S&P BMV (MEX) . . . . .	70
Figura 19 – Volatilidade dos índices Merval (ARG) e IPSA (CHI) . . . . .	70
Figura 20 – Volatilidade dos índices S&P Lima (PER) e S&P TSX (CAN) . . . . .	71

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Quadro 1 – Evidências empíricas sobre volatilidade . . . . .	35
Tabela 2 – Teste ADF dos retornos dos índices . . . . .	53
Tabela 3 – Estatística descritiva dos retornos diários dos índices do continente americano (em %) . . . . .	54
Tabela 4 – Colcap, Dow Jones, Ibovespa e S&P BMV . . . . .	59
Tabela 5 – IPSA, S&P Merval, S&P Lima e S&P TSX . . . . .	60
Tabela 6 – Estimativas do modelo ARMA . . . . .	61
Tabela 7 – Teste LM do modelo ARMA (2,2) do índice COLCAP (COL) . . . . .	62
Tabela 8 – Teste LM do modelo ARMA (2,2) do índice Dow Jones (EUA) . . . . .	62
Tabela 9 – Teste LM do modelo ARMA (2,1) do índice Bovespa (BRA) . . . . .	62
Tabela 10 – Teste LM do modelo ARMA (2,1) do índice S&P BMV (MEX) . . . . .	63
Tabela 11 – Teste LM do modelo ARMA (1,2) do índice Merval (ARG) . . . . .	63
Tabela 12 – Teste LM do modelo ARMA (1,2) do índice IPSA (CHI) . . . . .	63
Tabela 13 – Teste LM do modelo ARMA (2,2) do índice S&P Lima (PER) . . . . .	63
Tabela 14 – Teste LM do modelo ARMA (2,2) do índice S&P TSX (CAN) . . . . .	64
Tabela 15 – Valores do critério AIC das estimações GARCH para índices do continente americano . . . . .	65
Tabela 16 – Resultados da estimação GARCH (1,1) . . . . .	66
Tabela 17 – Análise dos resíduos padronizados da estimação GARCH (1,1) . . . . .	68
Tabela 18 – Demonstração das medidas de risco . . . . .	72

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>9</b>
<b>1.1</b>	<b>Considerações iniciais</b>	<b>9</b>
<b>1.2</b>	<b>Justificativa</b>	<b>11</b>
<b>1.3</b>	<b>Objetivos</b>	<b>13</b>
1.3.1	Geral	13
1.3.2	Específicos	13
<b>2</b>	<b>Referencial teórico</b>	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>Definição de volatilidade</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Evolução dos estudos de volatilidade</b>	<b>15</b>
<b>2.3</b>	<b>Análise de séries temporais financeiras</b>	<b>16</b>
2.3.1	Princípios básicos metodológicos da análise de séries temporais	17
2.3.1.1	Processos estocásticos estacionários	17
2.3.1.2	Testes de raiz unitária	18
2.3.2	Processos estocásticos lineares	19
2.3.2.1	Modelo AR	19
2.3.2.2	Modelo MA	20
2.3.2.3	Modelo ARMA	20
2.3.3	Modelos heteroscedásticos condicionais	24
2.3.3.1	Modelo ARCH	25
2.3.3.2	Modelo GARCH	27
<b>2.4</b>	<b>Estado da questão</b>	<b>30</b>
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>42</b>
<b>3.1</b>	<b>Base de dados</b>	<b>42</b>
<b>3.2</b>	<b>Passos metodológicos</b>	<b>43</b>
<b>3.3</b>	<b>Aspectos computacionais</b>	<b>44</b>
<b>3.4</b>	<b>Descrição dos dados</b>	<b>44</b>
<b>3.5</b>	<b>Preços e retornos dos índices</b>	<b>46</b>
<b>4</b>	<b>Análise Empírica</b>	<b>48</b>
<b>4.1</b>	<b>Estimação do modelo</b>	<b>52</b>
4.1.1	Análise dos pressupostos	53
4.1.1.1	Teste de estacionariedade	53
4.1.1.2	Propriedades estatísticas dos dados examinados	53
4.1.1.3	Autocorrelação dos retornos para os mercados americanos	55
<b>4.2</b>	<b>Estimando as séries através do modelo ARMA</b>	<b>61</b>

<b>4.3</b>	<b>Análise descritiva dos resíduos e testes de heteroscedasticidade condicional . . . . .</b>	<b>61</b>
<b>4.4</b>	<b>Estimação e resultados empíricos do modelo GARCH . . . . .</b>	<b>64</b>
<b>4.5</b>	<b>Síntese do capítulo . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>5</b>	<b>Considerações finais . . . . .</b>	<b>74</b>
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>78</b>

## 1 Introdução

### 1.1 Considerações iniciais

A decisão de investir, seja num projeto de negócio ou mesmo num ativo financeiro, passa pela ideia de saber a rentabilidade do investimento frente a uma probabilidade de desempenho. Deste modo, os princípios econômicos têm em sua essência o processo de tomada de decisão, de modo a satisfazer os interesses de cada indivíduo.

Embora o objetivo principal de um investimento seja o retorno esperado, inerente a esta afirmação encontra-se o risco de possíveis perdas ou rendimentos abaixo da expectativa. Tal relação foi estudada por Markowitz (1952) na renomada “teoria de carteiras e fronteira de eficiência”. Segundo o autor, a exposição do investidor ao risco é minimizada pela formação de uma carteira de investimento ótima, que maximiza o rendimento esperado ou que minimiza o risco (MARKOWITZ, 1952).

Visto que o mercado enfrenta naturalmente uma certa instabilidade ocasionada por fatores econômicos, políticos e sociais, os preços dos ativos financeiros e consequentemente os valores de seus respectivos índices tendem a sofrer certa oscilação, denominada “volatilidade”. Tais oscilações temporais fazem com que o setor financeiro dedique cada vez mais esforços para compreender o conceito de volatilidade (GUTIERREZ, 2017). Segundo Bressan e Lima (2002), uma das alternativas para se reduzir a incerteza no processo de tomada de decisões econômicas é a utilização de modelos de previsão de séries temporais univariadas. Tais modelos são construídos a partir de processos estocásticos que buscam estimar uma determinada variável com base na estrutura de correlação de seus valores passados. Consequentemente, a análise e estimação da volatilidade tornam-se ferramentas importantes na negociação de compra e venda de ativos financeiros. No âmbito econômico, a redução de incerteza é de especial importância principalmente para os agentes financeiros inseridos num mercado de capitais cada vez mais globalizado e que está constantemente sujeito a distúrbios irregulares.

Esta globalização foi tema de estudo de autores como Kim (1998), Kumar, Srivastava e Chauhan (2017), Handa (2019) e Accominotti *et al.* (2020). Segundo os autores, embora as crises econômicas e financeiras globais deixem os países cada vez mais expostos, fazendo com que muitos questionem os méritos dos mercados de capitais abertos e peçam restrições regulatórias aos fluxos de capital, as evidências científicas sugerem que a abertura dos mercados de ações a investidores estrangeiros foi amplamente benéfica para as economias emergentes. Segundo os autores, em média, a liberalização do mercado de ações foi acompanhada por aumentos nos preços das ações e reduções na volatilidade do retorno das ações, reduções na inflação e reduções nas taxas de câmbio.

Dada a importância de se prever a volatilidade em questões ligadas à precificação de ativos e gerenciamento de carteiras, muitas abordagens desta previsão foram propostas na literatura e, apesar de a volatilidade dos retornos das ações constituir uma ferramenta bastante utilizada pelos investidores para a mensuração de risco, sua estimativa leva a algumas dificuldades e requer precauções frente à sua interpretação. Desta forma, estudar o comportamento da volatilidade dos retornos de um determinado ativo ou índice financeiro relaciona-se diretamente à medida de risco destes, visto que períodos de elevadas flutuações possibilitam maiores ganhos se comparados a períodos de estabilidade.

Uma das questões sobre a qual a literatura econômica e financeira tem cada vez mais se aprofundado é a estimação deste risco, partindo desde os estudos de Klein e Bawa (1976) e de Jorion (1985), que estudaram a estimação do risco na diversificação de portfólio, até Platanakis e Urquhart (2019), que estimaram o risco para as Criptomoedas. Consoante, inúmeros estudos relacionam a volatilidade dos retornos dos ativos ao conceito de risco e indicam, também, que os movimentos de preços estimados dos ativos podem avaliar o risco de mercado e as flutuações imprevisíveis que refletem a incerteza. Por conseguinte, a volatilidade passa a ser fundamental no processo de tomada de decisões financeiras visto que há um *trade-off* entre risco e retorno, em que os investidores desejam maximizar seus retornos ao menor risco possível.

Neste sentido, foram desenvolvidos na literatura alguns métodos que buscam mensurar a relação entre risco e retorno. A exemplo, temos o modelo CAPM, inaugurado por Sharpe (1964) e aprofundado por Lintner (1965) e Mossin (1966), que constroem um método que maximiza o valor de retorno esperado pelo investidor dado um desvio padrão do ativo. De modo que observa-se o importante papel da volatilidade, seja para a precificação de um ativo, como demonstrado por Schwarz (1978), ou mesmo na gestão de risco utilizando-se o método do Value at Risk (VaR), desenvolvido por instituições financeiras norte-americanas durante os anos de 1970 e 1980 e definido formalmente por Jorion (2000) como sendo a sintetização da maior perda esperada num dado período de tempo e intervalo de confiança.

Contudo, de acordo com Engle (1982), por muitos anos a econometria aplicada tem se valido do modelo de mínimos quadrados como principal método de pesquisa, visto que tal modelo permite determinar o quanto uma variável se altera dada uma mudança em alguma outra. Todavia, tais metodologias se limitam aos estudos de volatilidade, uma vez que estes buscam prever e analisar a estrutura heteroscedástica dos resíduos destes modelos.

Desta forma, o presente estudo tem o propósito de avaliar como se comporta o risco dos principais índices de ações do continente americano em função de choques aleatórios que podem sofrer. Para tanto, usa-se uma generalização do processo ARCH (*autoregressive conditional heteroskedasticity*), denominado modelo GARCH, que descreve a volatilidade com uma quantidade reduzida de parâmetros, admitindo que a variância condicional do passado também seja levada em consideração.

A base de dados utilizada refere-se aos valores diários dos principais índices de ações das bolsas de valores do continente americano compreendidos entre os anos de 2007 e 2019, totalizando 3.214 dias. Ademais, este trabalho pretende agregar o estudo da modelagem da volatilidade através do modelo GARCH para a verificação do comportamento da variância condicional das séries de dados financeiros, analisando principalmente a magnitude e o padrão de evolução no tempo da persistência da volatilidade condicional de tais índices. A importância desta análise está no fato de fornecer ao investidor informações capazes de mensurar o risco de mercado nestes países, principalmente no que tange à reação e persistência de volatilidade advindas de choques aleatórios originados por questões que afetam de certa forma o mercado de ações, como questões políticas, econômicas ou sociais.

Assim, a estruturação deste estudo segue descrita a seguir. Após esta introdução, o terceiro capítulo traz uma análise de risco e volatilidade aplicada a séries temporais do mercado financeiro, descrevendo os dados dos índices utilizados neste trabalho. Posteriormente, na metodologia, insere-se a estimação da volatilidade do retorno dos índices do continente pelo modelo GARCH, a fim de verificar as dependências não-lineares dos resíduos e a persistência da volatilidade no período de análise.

## **1.2 Justificativa**

Desde a “Grande Depressão”, conhecida também como “crise de 1929”, passando pelo fim do tratado de Bretton Woods em 1971 e, mais recentemente, pela a crise financeira de 2008, as variáveis financeiras têm se apresentado cada vez mais voláteis Silva (2010). Além disso, a globalização do mercado financeiro e conseqüentemente de seus produtos, considerando ainda períodos de baixa liquidez internacional, tem causado cada vez mais a exposição de economias emergentes a um maior fator de risco financeiro e, muitas vezes, tratando estas economias como mercados puramente especulativos. Desta forma é importante estimar os movimentos de volatilidade no mercado financeiro, a fim de determinar o risco do próprio mercado, configurando um importante instrumento para aferição da estabilidade dos mercados e diversificação dos riscos dos investidores.

Justifica-se, por alguns motivos, a utilização dos índices de ações das principais bolsas do continente americano. De maneira geral, tais índices atuam como principais indicadores de desempenho do mercado acionário americano; mesmo se tratando de um mercado que contempla, geograficamente, dois continentes distintos e com diferenças econômico-sociais profundas, cabe aqui salientar a importância não só do mercado norte-americano, como também do mercado latino-americano.

Deste modo, o continente americano é composto por países desenvolvidos, em desenvolvimento e subdesenvolvidos, o que leva a características financeiras diferentes

nos níveis micro e macroeconômicos. Assim, como apresentado por Umutlu, Akdeniz e Altay-Salih (2010), acredita-se que a diferença nos níveis econômicas entre todos os países do mundo se dá, dentre outros motivos, pelo nível de dinamização dos mercados, dividindo-os entre mercados segmentadas e mercados integrados. Sob o mesmo ponto de vista, Henry (2000) sugere que à medida que os mercados de ações se integram, em termos globais ou mesmo regionais, os investidores seriam capazes de alocar seu capital de forma mais eficiente diversificando seus investimentos em ações de diferentes países e, conseqüentemente, minimizando o risco.

Outro ponto é o impacto do aumento do fluxo de informação no mercado de capitais globalizado. Merton (1987) desenvolveu um estudo com 44 países (22 desenvolvidos e 22 emergentes, entre 1995 e 2007), concluindo que as empresas ou conglomerados de empresas mais negociadas nas bolsas de valores possuem melhores ambientes de informação, fazendo com que investidores valorizem o preço de mercado de empresas ou conglomerados mais transparentes, reduzindo assim a exposição ao risco. Ainda, o autor conclui que ao se examinar a volatilidade do retorno das ações, o aumento da integração financeira nos países emergentes causaria uma redução na volatilidade total dos retornos das ações destes países, conclusão esta que não pôde ser detectada nas economias desenvolvidas.

O mercado de capitais latino-americano possui relevância por ter se tornado cada vez mais atrativo aos investidores internacionais, devido ao seu elevado potencial de perspectivas de crescimento econômico, conforme destacam Wang e Yao (2014). Segundo os autores, os países latino-americanos exercem um importante papel no mercado mundial de capitais, apesar deste ser relativamente pequeno. Isso pôde ser visto principalmente após a crise de 2008, momento em que países como Brasil, Chile e México tiveram um crescimento significativo se comparados ao restante do mundo. Levando-se em consideração o mercado de capitais brasileiro como o maior e mais expressivo mercado latino-americano e um dos maiores do mundo, o tradicional índice Bovespa (Ibovespa), segundo Barossi-Filho, Achcar e Souza (2010), possui grande importância no mercado mundial de capitais, podendo ser considerado como *benchmark* no mercado acionário latino-americano pela sua utilização e aceitação.

Portanto, avaliar o risco dos mercados acionários de países do continente americano a partir de um modelo consolidado de estimação de volatilidade fornece aos investidores a possibilidade de analisar como os índices de ações deste continente se comportam diante de choques de volatilidade, principalmente no que tange à persistência.

### 1.3 Objetivos

#### 1.3.1 Geral

Entender e avaliar o comportamento do risco nos mercados acionários do continente americano por meio da comparação da persistência da volatilidade condicional de seus principais índices de ações em função de choques aleatórios, ocorridos durante o período de 16 de agosto de 2007 a 10 de dezembro de 2019.

#### 1.3.2 Específicos

- Avaliar a possibilidade de modelagem da volatilidade estatística dos índices de ações do continente americano por meio de ajustes ARMA-GARCH.
- Estimar a variância condicional do retorno dos índices de ações para os modelos ajustados.
- Analisar e comparar a magnitude e o padrão de evolução da persistência de volatilidade condicional entre os índices, a fim de verificar a reação das volatilidades a movimentos de mercado em função da velocidade de convergência destas para o nível de estabilidade.
- Avaliar a possibilidade de sucesso na diversificação de investimentos com a utilização dos principais índices de ações dos mercados acionários do continente americano.

## 2 Referencial teórico

A volatilidade é um ingrediente primordial para a precificação de ativos, otimização de portfólio e análise de risco. Isto faz com que tanto uma estimação precisa quanto uma correta modelagem da volatilidade passem a ter um interesse central no mercado financeiro. Porém, são encontradas algumas dificuldades para a avaliação dos ativos financeiros, por meio da volatilidade. Primeiramente, tem-se que a volatilidade em séries financeiras não é constante ao longo do tempo, devido à possibilidade de longos períodos de alta e baixa da mesma. Em segundo lugar, ela não é diretamente observável (ASSAF, 2017). Deste modo, os diversos modelos de previsão de volatilidade têm como objetivos primordiais fornecer uma métrica utilizada tanto na gestão de riscos financeiros, quanto no auxílio na seleção de carteiras de ativos Galdi e Pereira (2007).

### 2.1 Definição de volatilidade

No campo da gestão de risco, existe uma infinidade de variáveis econômicas, como preços de ações, taxas de câmbio, índices de bolsas de valores, taxas de juros, ou mesmo preço de *comodities*, que passam por flutuações ao longo do tempo e expõem os investidores ao risco nestes produtos financeiros. Assim, a volatilidade é uma medida dessas flutuações e necessita de atenção especial devido à importância que possui no processo de tomada de decisão no mercado financeiro.

De acordo com Poon e Granger (2005), volatilidade pode ser definida como o desvio padrão dos retornos de um determinado ativo e, muitas vezes, pode servir como ferramenta para a mensuração de risco. Por definição, esta mensuração pode ser demonstrada de forma anual, mensal, diária, semanal, ou mesmo intradiária e, na maioria das vezes, analisa-se o valor percentual dos retornos de um período para outro. De modo que a dispersão entre os rendimentos calculados nestes dados pode ser usada para mensurar o risco de possuir um determinado ativo durante certo período. Assim, quanto maior é o valor encontrado, maior a volatilidade e, por consequência, maior a incerteza.

Para o cálculo do desvio-padrão, tem-se a seguinte equação:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^n \frac{(X_t - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Em que:

$\sigma$  é o desvio-padrão,

$X_t$  é o valor do conjunto de dados no tempo  $t$

$\bar{X}$  é a média aritmética de  $X_t$

$N$  é o número de observações.

Vários são os processos para determinar o valor da volatilidade, sendo subjetiva a utilização para cada usuário. Assim, cabe aqui brevemente mencionar os três tipos de volatilidade, conceituadas por Marques (2017):

- **Histórica:** a volatilidade histórica é a volatilidade calculada a partir da mudança no valor das séries temporais de um determinado ativo e são normalmente utilizadas como uma estimativa para as futuras flutuações. Seu cálculo consiste em estimar o desvio-padrão do retorno do ativo durante o período anterior àquele para o qual se pretende prever a volatilidade.
- **Implícita:** ao contrário da volatilidade histórica, a volatilidade implícita não se baseia em séries históricas, mas sim nos preços de mercado das opções. A volatilidade implícita é a volatilidade do ativo subjacente de uma opção que, quando usada em um modelo de precificação de opções, apenas fornece o preço de mercado observado da opção. Ela é obtida através da previsão da volatilidade ao longo do tempo de maturação de uma opção, igualando o preço de mercado desta com o preço teórico de um modelo de precificação de opção, sendo calculada com a utilização do Modelo de *Black-Sholes*.
- **Futura:** a volatilidade futura leva em consideração a incerteza do futuro e, por consequência, tende a apresentar maior complexidade de estimação, pois um mercado mais agitado exigirá uma maior previsão de volatilidade do que um mercado calmo. Para uma análise mais correta, a estimação a partir da volatilidade futura pode-se valer dos valores da volatilidade histórica e da volatilidade implícita para um melhor processo de tomada de decisões. Vários métodos podem ser utilizados neste cálculo, destacando-se as variantes dos modelos ARCH/GARCH.

## 2.2 Evolução dos estudos de volatilidade

O interesse pela volatilidade em mercados financeiros tem origem nos estudos de Kendall e Hill (1953) que, além de concluírem que os movimentos dos preços são aleatórios, afirmaram que em observações de curto prazo de séries de preços, as mudanças aleatórias de um período para outro são tão grandes a ponto de desconsiderar efeitos sistemáticos, fazendo com que seja difícil distinguir tais efeitos por métodos estatísticos. Por consequência,

os autores afirmam que a adaptação de qualquer modelo para controlar estes efeitos seria altamente perigosa, a não ser que se encontre alguma maneira de contornar essa dificuldade. A conclusão mais enfática de Kendall e Hill (1953) diz respeito à análise dos movimentos da bolsa de valores que revelaram pouca correlação entre as séries estudadas. Desta forma, não haveria esperança de poder prever movimentos de preços.

Concordantes com a aleatoriedade dos movimentos dos preços, Bowerman, O'Connell e Lewis (1979) defenderam que a volatilidade representava uma série de erros aleatórios ao longo de uma série de temporal, com média zero e variância uniforme, assumindo pressupostos de que existiria uma redução dos componentes que geram tendências, além de ciclos de sazonalidade econômica.

Anos mais tarde, a visão de aleatoriedade das flutuações de preço passou a ser vista de maneira diferente, principalmente com os trabalhos seminais de Engle (1982) e Bollerslev (1986). Ambos apresentaram em seus estudos que a flutuação nos preços de ativos financeiros não apresentava um comportamento puramente aleatório. Segundo os autores, a volatilidade poderia ser modelada e classificada como incondicional, com oscilações constantes, e condicional, com existência de oscilações ao longo do tempo que consideram a heteroscedasticidade condicional. A partir de então, os estudos de volatilidade dão um importante passo para a estimação de risco, pois tratam simetricamente os efeitos da volatilidade sobre os retornos positivos e negativos dos ativos financeiros.

### **2.3 Análise de séries temporais financeiras**

Para Dias (2018), a análise de séries temporais se dedica ao estudo de eventos que têm características de transformação temporal, podendo ser aplicada nas diversas áreas do conhecimento. Segundo o autor, tais estudos perpassam desde a epidemiologia (como na modelagem do número de indivíduos que possuem dada doença), ou controle da qualidade (modelagem do número de peças imperfeitas numa linha de produção), até, finalmente, o mercado financeiro (por exemplo, fornecer previsões e oferecer sistemas de suporte para a tomada de decisão dos investidores) – foco deste trabalho.

Em muitos casos, os dados do objeto de análise estão disponíveis como uma sequência de pontos de dados dependente do tempo. Essa característica de dados pode frequentemente ser observada nos mercados financeiros, em que as informações são coletadas ao longo do tempo, seja os preços das ações ou mesmo os índices de ações. Então, o objetivo da análise de séries temporais no mercado financeiro é encontrar um modelo adequado para os dados coletados, que possa ser usado para explicar melhor os objetivos propostos no processo de tomada de decisão. Se determinado modelo for considerado aceitável, ele pode ser usado para a previsão de valores futuros.

Desta forma, serão apresentados a seguir os fundamentos centrais da análise de

séries temporais, passando pela análise dos dados empíricos junto com suas propriedades estatísticas.

### 2.3.1 Princípios básicos metodológicos da análise de séries temporais

#### 2.3.1.1 Processos estocásticos estacionários

Segundo Ross (1995), um processo estocástico  $\{X_t\}$  é um conjunto de variáveis aleatórias indexadas pelo tempo. Assim, uma série temporal corresponde exatamente a uma realização ou trajetória de um processo estocástico.

Um modelo de séries temporais, para um conjunto observado de dados  $\{x_t\}$ , é a especificação da distribuição conjunta de probabilidade ou, pelo menos, das funções média e covariância, para a sequência de variáveis aleatórias  $\{X_t\}$ , em que  $\{x_t\}$  é assumido como uma realização.

Para cada processo estocástico, temos associadas as funções média e variância, conforme definidas:

#### Função média

$$\mu(t) = E(X_t) \quad (2.1)$$

#### Função de variância

$$\sigma^2(t) = Var(X_t) \quad (2.2)$$

#### Covariância

$$\gamma_x(t, s) = Cov(X_s, X_t) = E[(X_s - \mu_x(s))(X_t - \mu_x(t))] \quad (2.3)$$

#### Função de correlação

$$Corr(X_s, X_t) = Cov(X_s, X_t) / \sqrt{\sigma^2_x(s)\sigma^2_x(t)} \quad (2.4)$$

Onde  $\mu$ ,  $\sigma^2$  e  $\gamma_x$  são todos constantes.

De acordo com Brockwell e Davis (2002), uma série temporal  $\{X_t, t=0, \pm 1, \dots\}$  é considerada estacionária se esta apresentar propriedades estatísticas semelhantes às da série “defasadas no tempo”  $\{X_{t+h}, t=0, \pm 1, \dots\}$  para cada  $h$  inteiro. Mais precisamente, uma variável é considerada fracamente estacionária se:

- i.  $\mu_x(t)$  é independente de  $t$
- e
- ii.  $\gamma_x(t+h, t)$  é independente de  $t$  para cada  $h$ .

Com relação a (ii), sempre que se usar o termo função de covariância com referência a uma série temporal estacionária  $\{X_t\}$ , deve-se usar a função  $\gamma_x$  de uma variável, definida por:

$$\gamma_x(h) \equiv \gamma_x(h, 0) = \gamma_x(t+h, t) \quad (2.5)$$

A função  $\gamma_x$  será referida como função de autocovariância e  $\gamma_x(h)$  como seu valor no lag  $h$ .

Portanto, se  $\{X_t\}$  for uma série temporal estacionária, então, a função de autocovariância de  $\{X_t\}$  com  $h$  defasagens pode ser descrita como

$$\gamma_x(h) = \text{Cov}(X_{t+h}, X_t) \quad (2.6)$$

e a função de autocorrelação de  $\{X_t\}$  com  $h$  defasagens, como

$$\rho_X(h) \equiv \frac{\gamma_X(h)}{\gamma_X(0)} = \text{Cor}(X_{t+h}, X_t) \quad (2.7)$$

Dentro dos processos estocásticos na análise de séries temporais, a estacionariedade é uma das propriedades mais importantes. De maneira geral, um processo é considerado estacionário se a série em questão oscila ao redor de uma média constante com variância constante. A função média diz respeito justamente ao processo estacionário de primeiro e segundo momentos (média constante e variância constante, respectivamente).

A função de autocorrelação permite calcular os valores dos coeficientes de autocorrelação, que quantificam a correlação existente entre os retornos dos dados das séries em diferentes momentos no tempo. Estes coeficientes podem também descobrir o modelo probabilístico gerador da série temporal.

### 2.3.1.2 Testes de raiz unitária

Antes da realização da modelagem de uma série temporal, faz-se necessário a utilização de testes de raiz unitária a fim de testar se esta série é ou não estacionária. Os

testes mais utilizados para isso são: teste de Dickey-Fuller (DF), teste de Dickey-Fuller aumentado (ADF) e o teste de Phillips-Perron (PP).

Segundo Davidson e MacKinnon (2004), uma maneira usual de verificar a estacionariedade dos retornos de índices financeiros é por meio do teste ADF, que será utilizado neste trabalho e pode ser expresso pela equação:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

com  $\Delta y_t$  como a mudança nos retornos,  $\varepsilon_t$  como a perturbação e  $\beta_i$  como parâmetro a ser formulado.

A suposição de não-estacionariedade forma a hipótese nula para o teste ADF e, se o coeficiente  $\gamma$  da variável defasada  $y_{t-i+1}$  for diferente de zero, a hipótese nula de não-estacionariedade dos retornos é descartada.

Desta forma, o teste ADF consiste em testar a hipótese de que  $\alpha_0 = \gamma = 0$ . Na equação (3), se  $\sum \alpha_i = 1$ , que gera um coeficiente  $\gamma = 0$ , a equação é inteiramente em primeiras diferenças e, portanto, tem-se uma raiz unitária. Se os coeficientes de uma equação de diferença somam 1, pelo menos uma raiz desta equação é unitária.

## 2.3.2 Processos estocásticos lineares

### 2.3.2.1 Modelo AR

Considerando um processo estocástico  $X_t$  da forma

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

Verifica-se que  $X_t$  depende linearmente da soma ponderada de seus valores históricos, em que  $\varepsilon_t$  é ruído branco e  $\alpha_1, \alpha_2$  e  $\alpha_p$  são as constantes. O número de *lags* “p” da variável defasada  $X_{t-p}$  determina a ordem do processo. Portanto, este processo é chamado de processo autorregressivo de ordem p, ou processo AR (p). O nome do processo autorregressivo se deriva da semelhança formal do modelo com as abordagens clássicas de regressão múltipla, em que os fatores exógenos deram lugar aos valores defasados da série temporal de característica estocástica.

A forma mais simples desses processos é um processo autorregressivo de primeira ordem, denominado AR (1), em que o valor de  $X_t$  é determinado pelo valor de  $X_{t-1}$ , também conhecido como processo Markov, podendo ser escrito como:

$$X_t = \alpha_0 + \alpha X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

### 2.3.2.2 Modelo MA

Considerando um processo estocástico  $X_t$  da forma

$$X_t = \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \beta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \beta_q \varepsilon_{t-q}, \quad t \in Z \quad (5)$$

$X_t$  é formado a partir da soma dos termos de erro presentes e passados. Onde  $\varepsilon_t$  é um processo de ruído branco e  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$  são constantes  $< 1$ . Tal processo é representado como processo de média móvel da  $q$ -ésima ordem, ou MA (q). A defasagem máxima dos *lags* determinam a ordem do processo MA (q).

Processos de média móvel são compostos de choques aleatórios independentes. Assim, num processo MA (1) o valor de  $X_t$  é dado pela média ponderada dos choques em  $t$  e  $t-1$ . Como o processo de perturbação “ $\varepsilon_t$ ” é estacionário, os processos M, por definição, são sempre estacionários.

### 2.3.2.3 Modelo ARMA

Os processos estocásticos lineares têm um significado especial nas aplicações da análise de séries temporais. Sua estrutura de dependência é modelada por variáveis aleatórias observáveis (com características lineares) e choques aleatórios. Ao modelar séries temporais estacionárias, dois tipos de componentes são levados em consideração: o componente autorregressivo de ordem “ $p$ ” e o componente de média móvel de ordem “ $q$ ”, resultando no modelo ARMA de ordem ( $p, q$ ). Desta forma, o componente autorregressivo (AR) constitui a parte determinística da série temporal, já a parte da média móvel (MA) reflete choques aleatórios. Tal modelagem, segundo Marques (2017), passou a ser utilizada na esfera financeira nos anos de 1970 e, em alguns casos, por se fazer necessária a utilização de muitos parâmetros em modelos AR ou MA puros, torna-se vantajosa a mescla de componentes autorregressivos com os componentes de médias móveis, o que pode ser descrito da seguinte forma:

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (6)$$

Verifica-se que  $X_t$  é dependente tanto da evolução histórica dos dados quanto dos choques exógenos, denotando-se assim um modelo ARMA (p, q).

Para reescrever o processo ARMA (p,q), pode-se também utilizar o operador de defasagem (L). Este operador é definido da seguinte maneira:  $L^i(Y_t) = Y_{t-i}$

Sendo assim, o processo ARMA (p,q) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\alpha(L)Y_t = \beta(L)\varepsilon_t \quad (6.1)$$

Onde

$$\alpha(L) = (1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p) \quad (6.2)$$

e

$$\beta(L) = (1 - \beta_1 L - \beta_2 L^2 - \dots - \beta_q L^q) \quad (6.3)$$

O processo ARMA (p, q) tem a mesma condição de estacionariedade que um processo AR (p). Ou seja, todas as raízes do polinômio característico [ $\alpha(L) = (1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p)$ ] devem estar fora do círculo unitário (possuir valor absoluto maior que 1). Se as raízes da equação característica da parte MA estiverem fora do círculo unitário, o processo ARMA (p, q) é invertível, ou seja,  $\{y_t\}$  é invertível se puder ser representado por um processo autorregressivo convergente ou de ordem finita. A invertibilidade é importante porque o uso de ACF e PACF implicitamente assume que a sequência  $\{y_t\}$  pode ser representada por um modelo autorregressivo.

A função de autocorrelação, aqui denominada também pela sigla “ACF”, de um processo ARMA (p, q), segundo Box, Jenkins e Reinsel (1994), define a forma com que as observações de uma série temporal são em média relacionadas a seus dados defasados, além de fornecer informações que possibilitam descobrir o modelo probabilístico gerador dessa série de tempo. Tal função é determinada com base nos conceitos de autocovariância e autocorrelação. De acordo com Enders (2014), a autocovariância, de ordem,  $k$  é a covariância entre  $Y_t$  e o seu valor  $Y_{t-k}$  separados por  $k$  intervalos de tempo.

$$\gamma_k = Cov[Y_t, Y_{t-k}] = E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)], \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.5)$$

Em termos de estimador amostral, a equação pode ser reescrita como:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=k-1}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y}) \quad (6.6)$$

A autocorrelação é a padronização da autocovariância e serve para medir a extensão, para a qual o valor tomado em  $t$  depende do valor tomado em  $t-k$ ,

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{Cov[Y_t, Y_{t-k}]}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t-k})}} \quad (6.7)$$

A vantagem em se utilizar a correlação em detrimento à covariância diz respeito à eliminação de qualquer influência da unidade de medida. A correlação mede o grau de relacionamento entre duas variáveis aleatórias, não sendo necessário distinguir se as variáveis são dependentes ou independentes. Por outro lado, a covariância possui a mesma dimensão dos dados, sendo então afetada pela escala da variável.

Em termos de estimador amostral, a equação (6.7) pode ser reescrita como:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6.8)$$

A função de autocorrelação de um processo AR (p) é dada por:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad (6.9)$$

Assim,  $\rho_k$  satisfaz a equação:

$$\phi(B) \cdot \rho_k = 0 \quad \text{onde} \quad \phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (6.10)$$

Desta forma, para modelos AR, as autocorrelações decaem de forma exponencial, podendo ou não ter componentes senoidais.

Para processos MA, a função de autocorrelação é dada por:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2}; & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & ; k > q \end{cases} \quad (6.11)$$

Neste caso, a função de autocorrelação apresenta “q” valores diferentes de zero e é identicamente nula para  $k > q$ .

Por fim, a função de autocorrelação de um modelo ARMA (p,q) é a combinação das autocorrelações dos processos AR(p) e MA(q). A estrutura do modelo ARMA (p,q) foi demonstrada na equação (6). Deste modo, a função de autocorrelação de um modelo ARMA (1,1) é dada por:

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(1 - \phi_1\theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1} \\ \rho_k = \phi_1 \rho_{k-1}; \quad k \geq 2 \end{cases} \quad (6.12)$$

A ACF do modelo ARMA (p,q) é determinada com base na derivação da função de autocorrelação de um processo AR (p) usando as equações de Yule-Walker<sup>1</sup> que serão brevemente detalhadas na função de autocorrelação parcial (PACF).

A função de autocorrelação parcial (PACF), segundo Brockwell, Davis e Fienberg (1991), é uma medida da autocorrelação entre e após a dependência linear mútua causada nas variáveis intermediárias ter sido removida. Assim, se houver função de autocorrelação infinita em extensão para um processo AR(p), esta pode, por sua natureza, ser descrita em termos de p funções não nulas de autocorrelações.

A autocorrelação parcial pode ser entendida como:

$$Cov(Y_t, Y_{t-k} | Y_{t-1}, \dots, Y_{t-(k+1)}) \quad (6.13)$$

Tendo a equação de Yule-Walker, descrita como:

$$\begin{cases} \rho_1 = \phi_1 + \phi_2\rho_1 + \dots + \phi_p\rho_{p-1} \\ \rho_2 = \phi_1\rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p\rho_{p-2} \\ \dots \\ \rho_p = \phi_1\rho_{p-1} + \phi_2\rho_{p-2} + \dots + \phi_p \end{cases} \quad (6.14)$$

E reescrevendo-a da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k1} \\ \dots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \dots \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Conclui-se que a função de autocorrelação parcial de um processo é definida como a sequência de  $\Phi_{kk}$ 's obtidos da equação (6.15), para  $k=1,2,3, \dots$ , onde:

<sup>1</sup> Vide Enders (2014), p. 60-65.

Onde:

$$\phi_{11} = \rho_1 \quad (6.16)$$

$$\phi_{22} = (\rho_2 - \rho_1^2)/(1 - \rho_1^2) \quad (6.17)$$

E de forma geral,

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_s - \sum_{j=1}^{s-1} \phi_{s-1,j} j \rho_{s-j}}{1 - \sum_{j=1}^{s-1} \phi_{s-1,j} j \rho_j}, \quad s = 3,4,5 \dots \quad (6.18)$$

Onde  $\phi_{sj} = \phi_{s-1,j} - \phi_{ss} \phi_{s-1,s-j}$ ,  $j = 1,2,3 \dots, s-1$

Assim, a função de autocorrelação parcial (PACF) de um processo ARMA (p, q) após  $q - p$  períodos se comporta como a função de autocorrelação parcial de um processo MA puro (q), segundo Box *et al.* (1976).

Por fim, de acordo com Enders (2014), citando características gráficas da ACF e PACF, um processo AR(p) tende a apresentar uma queda exponencial na ACF acompanhada de uma correlação significativa na PACF nos “ $p$ ” lags. Num processo MA(q) ocorre o contrário, a PACF apresenta um decaimento exponencial, enquanto a ACF apresenta correlações nos “ $p$ ” lags do modelo. Já na junção dos dois processos, pode haver um decaimento (direto ou oscilatório) após os lags em qualquer uma das duas funções, ou seja, a ACF apresenta queda exponencial ou na forma de uma senoide amortecida nos lags iniciais, enquanto a PACF apresenta queda exponencial ou na forma de uma senoide amortecida nos lags iniciais.

### 2.3.3 Modelos heteroscedásticos condicionais

Como dito anteriormente, em finanças, a volatilidade é geralmente entendida como uma medida estatística que aponta a frequência e intensidade das oscilações nos preços dos ativos num determinado período de tempo. Isso faz com que a mesma possa ser usada para mensurar o risco de um investimento. Como a volatilidade da série dos retornos de ativos financeiros é considerada instável ao longo do tempo, novos modelos específicos para séries temporais financeiras tendem a ser aplicados.

Cabe aqui salientar que, de acordo com Enders (2014), o uso dos retornos dos índices de ações neste tipo de análise se faz necessário pois a utilização pura dos valores absolutos pode apresentar: tendências, não estacionariedade e/ou aparências claras de heteroscedasticidade. Consoante, a volatilidade dos índices financeiros tende a ser inconstante ao longo do tempo, com períodos de estabilidade que podem ser seguidos por períodos de grandes oscilações no mercado. Estas oscilações irregulares, segundo

os estudos de Engle (1982) e Bollerslev (1986), seriam determinadas por uma série de resíduos não aleatórios e, nestas circunstâncias, a suposição de uma variação constante (homoscedástica) é inadequada para a correta análise estatística dos dados. Assim sendo, as séries de retorno de índice de ações são consideradas heteroscedasticamente condicionais tendo em vista que a variabilidade do erro oscila ao longo do tempo. Estimar esta heteroscedasticidade condicional, para um investidor que busque uma aplicação no curto ou médio prazo, passa a ter importante relevância pois o interesse em prever a taxa de retorno e sua variabilidade só é válido ao longo do período em que tal investidor detém o ativo.

À luz deste desafio, o grande avanço para descrever estas séries foi o desenvolvimento de modelos com heteroscedasticidade condicionada autorregressiva (ARCH). A principal diferença entre essa abordagem e a análise clássica de séries temporais é a modelagem da variância condicional, em função da quantidade de informações disponíveis. Através do trabalho revolucionário de Engle (1982), a análise da volatilidade dos dados do mercado financeiro recebeu um impulso decisivo.

Outro marco, neste campo, representa a generalização do modelo de Engle (1982), denominado GARCH, desenvolvida por Bollerslev (1986), que criou as condições para uma aplicação prática com a transferência do princípio da parcimônia de Box e Jenkins para o modelo. Com este propósito, de acordo com Engle (2001), os modelos ARCH e GARCH enxergam a heteroscedasticidade não como um problema a ser corrigido, mas sim como uma variância a ser moldada, resultando numa previsão calculada para a variância de cada termo de erro. Esta previsão, então, tem fundamental importância, principalmente em aplicações financeiras, visto que a variável dependente é o retorno sobre um ativo ou carteira e a variação do retorno representa o nível de risco desses retornos. De modo que tanto o modelo ARCH quanto o GARCH se tornaram importantes ferramentas junto aos modelos heteroscedásticos de séries temporais e fornecem uma nova medida de volatilidade – além do tradicional desvio padrão – que pode ser usada no processo de decisão no mercado financeiro, como na análise de risco, seleção de portfólio e precificação de derivativos.

Por conseguinte, apresenta-se neste momento uma discussão sobre os modelos fundamentais de heteroscedasticidade condicional ARCH e GARCH, a fim de que o segundo seja posteriormente ser validado empiricamente neste trabalho.

### 2.3.3.1 Modelo ARCH

A volatilidade, segundo Gutierrez (2017), se apresenta de forma grupal numa série financeira, sugerindo a existência de um certo grau de interdependência da série ao longo do tempo. Desta maneira, recorre-se aos modelos heteroscedásticos condicionais, que se

diferenciam “entre a variância condicional variável no tempo (condicionada às informações disponíveis até o instante dado) e a variância incondicional (que é constante em uma série observada)” (GUTIERREZ, 2017). O pioneirismo deste tipo de modelo se deu através do seminal “*Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*” de Engle (1982) que propôs uma modelagem e estimação da variância condicional da inflação do Reino Unido, utilizando o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*).

O ponto de partida para o desenvolvimento do modelo ARCH, para Engle (1982), foi a modelagem da variância do erro. Segundo o autor, a abreviação da sigla ARCH expressa que a variância condicional de um processo ARCH depende de observações passadas do próprio processo. Assim, o modelo ARCH pode ser representado por:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t \quad (7)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t v_t \quad (7.1)$$

$$v_t \sim N[0, (\sigma_0 + \sigma_t^2)] \quad (7.2)$$

$$\sigma_t^2 | \phi_{t-1} = f(\phi_{t-1}). \quad (7.3)$$

Onde  $y_t$  denota o retorno financeiro,  $\mu$  a média dos retornos e  $\varepsilon_t$  pode ser interpretado como um movimento de preço inesperado (resíduos) no tempo  $t$ . Já  $v_t$  é um processo de ruído branco iid com  $\text{Var}(t) = 1$ , com distribuição normal.  $\Phi_{t-1}$  identifica a quantidade de informação disponível no tempo  $t-1$ . Por fim, a variância condicional  $\sigma_t^2$  é uma função determinística dos choques exógenos com defasagem, condicionada às observações de preços passados.

Segundo Engle (1982), a variância condicional  $\sigma_t^2$  é uma função linear expressa da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2. \quad (7.4)$$

Para garantir uma variância condicional positiva de  $\sigma_t^2$ , os parâmetros  $\alpha_0$  e  $\alpha_i$  que serão estimados, devem ter valores positivos, (onde  $i = 1, \dots, q$ ), pois se os valores sucessivos de  $\{x_t\}$  exibem correlação serial positiva (de modo que altos valores para  $x_t$  tendem a ser seguidos por altos valores de  $x_{t+1}$ ), a variância condicional da sequência  $\{y_t\}$  exibirá também correlação serial positiva.

Logo, altos valores em  $\varepsilon^2_{t-i}$  implicam em alta variância condicional no tempo  $t$ , possibilitando, portanto, a utilização de cluster de volatilidade (MARQUES, 2017).

Verifica-se que esta equação é a representação de um processo AR para os resíduos. Desta forma, tal como um processo AR ( $q$ ) linear, um processo ARCH ( $q$ ) deve satisfazer a condição de estacionariedade. Tal processo estocástico só é estacionário se a soma dos parâmetros do modelo, desconsiderando a constante, satisfazer a equação:

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1 \quad (7.5)$$

Nesse caso, os processos ARCH estacionários também contêm uma variação incondicional finita, resultando como valor esperado os desvios condicionais. Assim tem-se que,

$$\bar{\sigma}^2_t = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i} \quad (7.6)$$

Deste modo, usando um modelo simples ARCH (1), a variância condicional  $\sigma^2_t$  pode ser deduzida a partir da equação acima (assumindo  $p = 1$ ), da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \sigma^2_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} + \alpha_1 \left( \varepsilon^2_{t-1} - \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \right) \\ &= \bar{\sigma}^2 + \alpha_1 (\varepsilon^2_{t-1} - \bar{\sigma}^2) \end{aligned} \quad (7.7)$$

A variância condicional é, portanto, maior ou menor que a variância incondicional se e somente se o quadrado das últimas observações for maior ou menor que a variância incondicional. Em outras palavras, a variância condicional flutua em torno da variância incondicional. A equação (7.8) mostra que o modelo ARCH garante modelagem adequada dos *clusters* de volatilidade, uma vez que a alta volatilidade é esperada após uma grande mudança inesperada de preço, e a baixa volatilidade após uma pequena variação.

### 2.3.3.2 Modelo GARCH

Bollerslev (1986) generalizou o modelo ARCH, denominando-o de modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), em que descreveu os parâmetros da variância condicional de forma reduzida, de modo a aplicá-lo mais facilmente na prática financeira. Para Engle (2001) a versão clássica do modelo de mínimos quadrados pressupõe que “o valor esperado de todos os termos de erro, ao quadrado é o mesmo em

qualquer ponto dado. Essa suposição é chamada homoscedasticidade e é essa suposição que é a base dos modelos ARCH/GARCH”. Como a variância dos termos do erro não é igual, espera-se que estes termos de erro sejam maiores em alguns intervalos que em outros, existindo então, neste caso, a heteroscedasticidade. Assim, quando há heteroscedasticidade, “os coeficientes de regressão para uma regressão de mínimos quadrados ordinários são não viesados, mas os erros padrão e os intervalos de confiança estimados pelos procedimentos convencionais serão muito estreitos, dando uma falsa sensação de precisão” (ENGLE, 2001).

Segundo Bollerslev (1986), o modelo ARCH necessitava de um valor relativamente alto de parâmetros a fim de estimar a volatilidade, ocasionando restrição de não negatividade para os parâmetros da equação dos resíduos. Assim, o modelo GARCH difere do modelo ARCH, dado que a variância condicional dos resíduos, além dos resíduos quadrados defasados, também depende da variância condicional dos períodos anteriores. Assim, o autor desenvolveu uma técnica que permite que a variância condicional seja um processo ARMA e o erro passa a ser descrito como:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \quad (8)$$

onde

$$\sigma^2_v = 1, \quad (8.1)$$

e

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon^2_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (8.2)$$

em que q representa a ordem do processo autorregressivo e p representa a ordem do processo de médias móveis. Usando operadores *lag* e polinomiais, a equação (8.2) também pode ser expressa da seguinte forma:

$$h_t = \alpha_0 + A(L)\alpha_i \varepsilon^2_t + B(L)h_t \quad (8.3)$$

onde

$$p \geq 0 \text{ e } q > 0$$

$$\alpha_0 > 0; \alpha_i \geq 0; i = 1, \dots, q$$

$$\beta_i \geq 0; i = 1, \dots, q$$

Se  $p = 0$ , o processo reduz-se para o processo ARCH ( $q$ ) e para  $p = q = 0$ ,  $\varepsilon_t$  passa a ser um ruído branco. No processo ARCH ( $q$ ), a variância condicional é especificada apenas como uma função linear de variâncias de amostras anteriores, enquanto o processo GARCH ( $p, q$ ) permite que os desvios condicionais defasados passem a ser considerados.

Como  $v_t$  é um processo de ruído branco, as médias condicionais e incondicionais de  $\varepsilon_t$  são iguais a zero. Assim, verifica-se que o valor esperado de  $\varepsilon_t$ , é:

$$E(\varepsilon_t) = E v_t (h_t)^{1/2} = 0 \quad (8.4)$$

Destaca-se que a variância condicional de  $\varepsilon_t$  é dada por  $E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = h_t$ , sendo assim um processo ARMA.

O modelo GARCH ( $p, q$ ) admite tanto componentes autorregressivos quanto de médias móveis na heterogeneidade da variância. Assim, ao se adotar  $p=0$  e  $q=1$ , por exemplo, ter-se-ia um modelo GARCH (0,1). Similarmente, se todos os valores de  $\beta_i$  forem iguais a zero, o modelo GARCH ( $p, q$ ) seria equivalente a um modelo ARCH ( $q$ ). Um modelo ARCH de ordem alta pode ter uma representação GARCH mais parcimoniosa, facilitando sua estimação. Isso é particularmente verdadeiro, já que todos os coeficientes da equação (8.2) são positivos.

Segundo o Teorema 1 de Bollerslev (p. 310, 1986), um processo GARCH é fracamente estacionário se e somente se a seguinte equação for verdadeira:

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1 \quad (8.5)$$

A variância incondicional  $\sigma^2$  de um processo GARCH estacionário é, então, dada por:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{i=1}^p \beta_i} \quad (8.6)$$

Há, porém, uma dificuldade em identificar a ordem de um modelo GARCH a fim de se ajustar a série temporal. Segundo Morettin e Tolo (2006) a recomendação inicial é

que se use modelos de baixa ordem como (1,1), (1,2), (2,1) para que, posteriormente, se escolha o modelo baseado em critérios como AIC ou BIC, valores da assimetria e curtose, verossimilhança, dentre outros.

Em relação a uma parte da interpretação das variáveis estimadas de um processo GARCH, alguns pontos devem ser considerados. Em um processo GARCH, os erros não são correlacionados, em que  $E\varepsilon_t\varepsilon_{tj} = 0$ . No entanto, os erros quadrados de um processo GARCH (1,1) são correlacionados. Assim, temos que o grau de decaimento autorregressivo dos resíduos quadrados é a soma de  $\alpha_1 + \beta_1$ , dado que o ACF dos resíduos quadrados de um processo GARCH (1,1) tende a se comportar como o de um processo ARMA (1,1). Esta soma é denominada por Enders (2014) como “persistência de volatilidade”, onde  $0 \geq \alpha_1 + \beta_1 \geq 1$ .

Valores próximos de 0 indicam que um choque inicial sobre a volatilidade provoca poucos efeitos no comportamento futuro da série, fazendo com que a variância da série retorne rapidamente para a média. Da mesma forma, quando o valor ficar próximo a 1, mais lentamente a variância retornará à média. Em outras palavras, quanto mais próximo a 1, maior será o risco na série de retorno.

Contudo, esta análise deve ser feita de forma cautelosa. Como dito anteriormente altos valores de  $\alpha_1 + \beta_1$  agem para aumentar a volatilidade condicional, mas o fazem de formas distintas. Quanto maior for  $\alpha_1$ , maior será a resposta de  $h_t$  aos choques que afetam a volatilidade. Assim, se  $\alpha_1$  em um valor maior que  $\beta_1$  (por exemplo  $\alpha_1 = 0,7$  e  $\beta_1 = 0,1$ ) um choque  $v_t$  tem um efeito considerável em  $\varepsilon_t^2$  e  $h_{t+1}$  mas com retorno à média mais rápida. Caso ocorra uma situação inversa ( $\alpha_1 = 0,1$  e  $\beta_1 = 0,7$ ) os picos da série  $h_t$  tendem a ser menores se comparados à primeira situação, no entanto, a variância condicional exibirá uma persistência mais autorregressiva.

## 2.4 Estado da questão

Diversos são os trabalhos que corroboram com o objetivo deste estudo. Recentemente Assaf (2017) estimou dois modelos de volatilidade estocástica em seu estudo, aplicando-os no mercado financeiro internacional: o modelo de volatilidade estocástica log-normal (SV) e o modelo de *switching* de dois regimes. Após a estimação da volatilidade, por meio dos dois modelos, calculou-se o *Value-at-Risk* (VAR) para cada país analisado, concluindo que o VAR estimado a partir do modelo SV é diferente entre os países, seja pela mudança de regimento político, econômico e/ou social. Desta maneira, o autor demonstra que os modelos de volatilidade estocástica podem ser interessantes, pois, estatisticamente, possuem propriedades fáceis de serem derivadas utilizando resultados conhecidos nas distribuições log-normal.

Ainda com o intuito de investigar o comportamento da volatilidade no mercado

internacional de ouro, Bentes (2015) aplicou três modelos da família GARCH (GARCH propriamente dito, FIGARCH e IGARCH). A autora utilizou o mercado de ouro devido ao papel fundamental que ele desempenha como *hedge* contra condições adversas de mercado, relevante em períodos de alta volatilidade. Para tanto, utilizou-se dados diários entre 1976 e 2015, dividindo-os em dois períodos: o período entre 1976 e 2008 foi usado para estimar os coeficientes do modelo, enquanto o período compreendido entre 2008 e 2015 foi direcionado para a previsão. Inicialmente, Bentes utilizou em seu estudo empírico a estimação do modelo GARCH (*Generalized Conditional Heteroskedasticity*) amplamente empregado para modelar a volatilidade dos retornos de ativos. Porém, segundo a autora, este modelo considera apenas efeitos de curto prazo, visto que a volatilidade tende a reduzir a queda exponencialmente, de forma rápida. Para medir séries temporais longas, o modelo IGARCH (*Integrated GARCH*), introduzido por Engle e Bollerslev, também foi utilizado pois considera a memória infinita, mas, por fim, este também se mostrou inadequado, uma vez que não existe probabilidade que isso ocorra no mundo real. Finalmente, Bentes analisou o modelo FIGARCH (*Fractional Integrated GARCH*), que retrata um patamar intermediário de captura entre séries curtas e infinitas, além de incluir elementos tanto do modelo GARCH quanto do IGARCH. Neste sentido, Bollerslev e Mikkelsen (1996 e 1999) apud Bentes (2015) destacaram que é importante “contabilizar a memória longa e que a alocação ótima de carteira pode ser muito sensível ao horizonte de investimento, se houver dependências de longo prazo na volatilidade dos retornos”.

Schmitt (1994) usou diferentes variantes dos modelos ARCH e do modelo misto de Markov para a análise da volatilidade dos retornos diários do Índice de Ações da Alemanha (DAX) entre 1987 a 1992. Segundo o autor, o modelo EGARCH é superior ao estimador histórico de volatilidade, assumindo uma variância constante na previsão da volatilidade.

Fleming (1998) examinou o desempenho da volatilidade implícita do S&P 100 como uma previsão da volatilidade futura do mercado acionário norte-americano, indicando em seus resultados que a volatilidade é uma previsão tendenciosa para cima, mas também que ela contém informações sobre a volatilidade futura. Como resultado, verificou-se que o uso empírico da volatilidade implícita poderia ser uma proxy robusta para a volatilidade condicional. Ademais, a volatilidade implícita do S&P 100 pode ser valiosa em pelo menos três formas de pesquisa. Primeiro, pode ser usada simplesmente como um índice do sentimento do mercado. Segundo, como a volatilidade implícita está fortemente vinculada às expectativas *ex-ante* de volatilidade do mercado, ela pode ser útil como um método alternativo para avaliar os modelos de precificação de ativos. De modo que a volatilidade implícita em si pode estar relacionada aos retornos esperados.

Castro e Silva Neto (2018) analisaram os riscos das variações de preços de produtos agropecuários no município de Rio Verde, Goiás entre 2004 e 2014 com a aplicação do *Value at Risk*. Os autores verificaram a existência de variância condicional, aplicando-se assim os modelos IGARCH (2,1) para a soja e EGARCH para milho e boi.

Gomes (2018) fez uso do cálculo e análise do VaR de ativos financeiros, mais precisamente o Dólar, o Euro e o Ibovespa. Para isso, o autor avaliou alguns modelos para o cálculo do valor em risco para a verificação do melhor ajuste à cauda das distribuições das séries, e o mais preciso deles foi o ARCH, capaz de detectar a volatilidade envolvida nas séries temporais financeiras.

Maciel e Ballini (2017) buscaram avaliar se a variação entre o preço mínimo e máximo de um ativo num dado período de tempo proporciona informações adicionais ao processo de volatilidade (variabilidade intradiária) e aprimora a previsão quando comparada a abordagens do tipo GARCH e ao modelo de variação autorregressiva condicional (CARR). Eles utilizaram dados dos principais índices S&P 500 (Estados Unidos) e Ibovespa no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014. Assim, os autores compararam estes resultados com a modelagem do VaR. Os estudos mostraram que os modelos de volatilidade baseados em variação proporcionam previsões do VaR mais precisas do que os modelos GARCH.

Fioruci (2012) estudou o modelo GARCH e uma de suas generalizações multivariadas, o modelo *Dynamic Conditional Correlation* GARCH (DCC-GARCH) para estimar a volatilidade dos retornos diários do IBOVESPA entre 2001 e 2007. Pelos critérios de seleção de modelos, o autor conclui que há uma melhor adequação dos modelos que utilizam uma distribuição de probabilidade assimétrica para os erros, sendo que nesses exemplos os modelos GARCH e DCC-GARCH selecionados foram os que utilizavam a distribuição de probabilidade *SST (Standard Skew t-Student)*.

No que tange à literatura sobre a internacionalização das bolsas de valores e sobre a decisão do investidor em se investir num determinado país, alguns estudos podem ser citados:

Beirne *et al.* (2010) examinou a influência de mercados, ditos globais (países desenvolvidos) em países de mercados emergentes através do modelo de VAR-GARCH (1,1). O autor estimou séries de 41 economias de mercado na Ásia, Europa, América e Oriente Médio. O modelo capturou diversos canais de transmissão possíveis, como influência nos retornos médios e na volatilidade nos mercados analisados. Os resultados sugeriram que os movimentos causados em grandes economias repercutem bem na grande maioria dos países de economia emergente, contudo, variando tanto a natureza dos canais de transmissão quanto a influência entre os países.

Mobarek *et al.* (2016) estudou a hipótese do *wake-up-call* para mercados desenvolvidos e emergentes durante a crise financeira de 2008. Tal hipótese sugere que uma crise financeira na região 1 é um alerta (*wake-up-call*) aos investidores da região 2, induzindo-os a reavaliar os riscos e fundamentos econômicos da região. Utilizando o modelo DCC-MIDAS-GARCH, os autores buscaram decompor tais correlações entre longo (trimestral) e curto (diário) prazo durante o período de 1999 a 2011 e, posteriormente, examinaram os mecanismos de transmissão regredindo as variáveis econômicas, financeiras e comportamentais

trimestrais e diárias através do modelo. Os resultados sugeriram que fatores específicos de um determinado país desenvolvido são mecanismos de transmissão contingente de crise para os movimentos de pares de países emergentes. No entanto, não se observou chamadas de alerta na transmissão da crise entre pares de países avançados.

Guesmi e Nguyen (2011) avaliaram a integração de mercados emergentes, numa perspectiva regional, baseada no ICAPM (International Capital Asset Pricing Model) e parametrizada via DCC-GARCH. Tal estudo permitiu dinamizar o grau de integração dos mercados; o prêmio de risco global; o prêmio de risco das taxas de juros e câmbio; e prêmio de risco local, revelando três principais resultados. Primeiro, o grau de integração de quatro regiões emergentes é explicado tanto pelo nível de abertura comercial regional quanto pela taxa de juros dos EUA. Segundo o prêmio de risco local explica mais de 50% do prêmio de risco global levando-se em consideração o retorno dos mercados emergentes. Por fim, o estudo mostrou que as correlações condicionais geralmente subestimam e superestimam a medida da integração de mercado durante o tempo.

Rahman e Uddin (2009) investigaram as possíveis interações entre os preços das ações e as taxas de câmbio em Bangladesh, Índia e Paquistão, considerando as médias das taxas de câmbio mensais do dólar norte-americano em termos das respectivas moedas locais e dos valores mensais do principal índice de cada uma das três bolsas durante o período de janeiro de 2003 a Junho de 2008. Utilizando do modelo de Johansen para testar a possibilidade de cointegração entre os preços das ações e a taxa de câmbio, os resultados do estudo mostraram que esta relação é inexistente. Por fim, aplicando o teste de causalidade de Granger para descobrir qualquer relação causal entre os preços das ações e as taxas de câmbio, os resultados mostraram que também não há uma relação causal entre os valores das ações e as taxas de câmbio nos países.

Por último, demonstra-se os estudos que analisaram a persistência de volatilidade nos modelos da família ARCH. Silva, Maia e Callado (2017) investigaram o comportamento da volatilidade dos retornos da carteira do Índice de Sustentabilidade Empresarial, através dos modelos ARCH, GARCH, EGARCH e TARARCH. Os resultados, segundo os autores, demonstraram uma baixa reação a choques para a série de retornos do ISE e Ibovespa, além de alta persistência indicando que choques na volatilidade demoram a se dissipar.

Campos e Campos (2007) utilizou os modelos ARCH e GARCH para caracterizar e analisar a volatilidade das séries de retornos mensais da soja, café, milho e boi gordo. A análise empírica mostrou que esses produtos são marcados por acentuadas flutuações nos preços, em que choques positivos ou negativos geram impactos com período longo de duração. No somatório dos coeficientes de reação e persistência da volatilidade obteve valores próximos ou maiores do que 1, o que indica que os choques na volatilidade perdurarão por algum tempo.

Moraes e Silva (2010) analisou a volatilidade do retorno dos preços diários do café arábico por meio dos modelos de média móvel exponencialmente ponderada (ewma) e

modelo GARCH, projetando o impacto dessas modelagens no apereçamento de um contrato de opção de venda de café. Os resultados evidenciaram alta persistência da volatilidade da *commodity*, ou seja, um choque na série dos retornos do preço da saca de café terá efeito por muito tempo na volatilidade destes retornos.

Emenogu, Adenomon e Nwaze (2019) investigou a capacidade de previsão dos modelos ARMA e GARCH para a análise de persistência da volatilidade. O estudo examinou o retorno diário das ações do Guaranty Trust Bank e os resultados ajustados exibiram alta persistência nos retornos diários das ações.

Bello (2020) examinou o efeito da persistência da volatilidade sobre os preços das ações no mercado nigeriano entre 2008 e 2018. Com o uso de estimativas ARCH e GARCH, o estudo revelou três suposições de distribuição com os coeficientes como (0,897, 0,939 e 0,956) revelando que os retornos apresentam persistência de alta volatilidade em diferentes modelos de critérios de seleção.

Pandey e Kumar (2017) analisaram a magnitude e o padrão de evolução no tempo na persistência da volatilidade condicional usando dados do índice de referência S&P CNX NIFTY 50 (índice Indiano). As estimativas GARCH obtidas confirmam a alta persistência no processo de volatilidade e indicam uma relação positiva entre a volatilidade condicional e a persistência da volatilidade.

Como apresentado até aqui, os estudos de volatilidade evoluíram consideravelmente desde o surgimento do modelo ARCH proposto por Engle (1982), e conseqüentemente inúmeras variâncias da “família ARCH” surgiram desde então. Contudo, cabe também destacar neste referencial que muitos estudos ainda utilizam a modelagem GARCH para a estimação da volatilidade nas mais numerosas áreas. Tais escolhas podem ser justificadas, por exemplo, pelos estudos de Hansen e Lunde (2005). Os autores testaram diversos modelos da família ARCH utilizando o retorno diário da taxa cambial do marco alemão referente ao dólar e também o retorno diário das ações da IBM, ambos entre os anos de 1990 e 2000, com a finalidade de comparar tais modelos em termos de poder de capacidade de descrição da variância condicional. Os autores não encontraram evidências de que o modelo GARCH (1,1) seja superado por modelos mais sofisticados, desconsiderando efeitos de alavancagem. Os modelos foram comparados com o teste de capacidade preditiva superior (SPA) e a verificação de realidade para *data snooping* (RC), chegando-se à conclusão de que um modelo simples e genérico consegue estimar de forma satisfatória a volatilidade de retorno de ativos financeiros.

No Quadro 1 são sintetizados, cronologicamente, os estudos empíricos sobre volatilidade, com destaque para os modelos utilizados para a estimação do risco e principais resultados encontrados em cada estudo.

**Tabela 1 – Quadro 1 – Evidências empíricas sobre volatilidade**

<b>Estudo</b>	<b>Amostra</b>	<b>Modelo utilizado</b>	<b>Principais evidências</b>
Schmitt (1994)	Retornos diários do Índice de ações da Alemanha (DAX) entre 1987 a 1992.	Variantes dos modelos ARCH e do modelo misto de Markov.	O modelo EGARCH se mostrou superior ao estimador histórico de volatilidade, assumindo uma variância constante na previsão da volatilidade.
Fleming (1998)	Dados mensais do Índice norte-americano S&P 100 entre outubro de 1985 a abril de 1992.	Modelo GARCH (1,1)	Verificou-se que o uso empírico da volatilidade implícita poderia ser uma proxy robusta para a volatilidade condicional, podendo ser valiosa em pelo menos três formas: índice do sentimento do mercado; vinculação das expectativas ex-ante de volatilidade do mercado; e pode estar relacionada aos retornos esperados.

Estudo	Amostra	Modelo utilizado	Principais evidências
Campos (2007)	Dados mensais de produtos agrícolas entre 1967 e 2006.	Modelos ARCH e GARCH.	Os coeficientes de reação e persistência da volatilidade obtiveram-se valores próximos ou maiores do que um, o que indica que os choques na volatilidade irão perdurar por algum tempo.
Rahman e Uddin (2009)	Preços das ações e as taxas de câmbio de Bangladesh, Índia e Paquistão, durante o período de janeiro de 2003 a junho de 2008.	Modelo de cointegração de Johansen e modelo de causalidade de Granger.	Os resultados mostraram que não há esta relação de cointegração nem de causalidade entre as bolsas e as taxas de câmbio nos países analisados.
Beirne (2010)	Retorno diário de 41 economias de mercado na Ásia, Europa, América e Oriente Médio, entre 1993 e 2008.	Modelo VAR-GARCH (1,1).	O modelo capturou diversos canais de transmissão possíveis, como influência nos retornos médios e na volatilidade nos mercados analisados. Os resultados sugeriram que os movimentos causados em grandes economias repercutem bem na maioria dos países de economia emergente, contudo, variando tanto a natureza dos canais de transmissão quanto a influência entre os países.

Estudo	Amostra	Modelo utilizado	Principais evidências
Guesmi e Nguyen (2011)	Retornos mensais de países emergentes latino-americanos, europeus, asiáticos e do Oriente Médio, entre 1996 e 2018.	Baseada no ICAPM e parametrizada via DCC-GARCH.	O estudo mostrou três principais resultados: o grau de integração de quatro regiões emergentes é explicado tanto pelo nível de abertura comercial regional quanto pela taxa de juros dos EUA; o prêmio de risco local explica mais de 50% do prêmio de risco global; e as correlações condicionais geralmente subestimam e superestimam a medida da integração de mercado durante o tempo.
Moraes (2011)	Dados diários do preço do café arábica entre 2004 e 2010.	Modelo EWMA e GARCH.	Os resultados empíricos evidenciaram a alta persistência da volatilidade da <i>commodity</i> , ou seja, um choque na série dos retornos do preço da saca de café terá efeito por muito tempo na volatilidade destes retornos.
Fioruci (2012)	Retornos diários do IBOVESPA entre 2001 e 2007.	Modelo GARCH e o modelo <i>Dynamic Conditional Correlation</i> GARCH.	Pelos critérios de seleção de modelos, o autor conclui que há uma melhor adequação dos modelos que utilizam uma distribuição de probabilidade assimétrica para os erros, sendo que nesses exemplos os modelos GARCH e DCC-GARCH selecionados, foram os que utilizavam a distribuição de probabilidade SST ( <i>Standard Skew t-Student</i> ).

Estudo	Amostra	Modelo utilizado	Principais evidências
Bentes (2015)	Dados diários do mercado internacional de ouro entre 1976 e 2015.	Modelos GARCH FIGARCH e IGARCH.	A autora conclui que o modelo FIGARCH (Fratinal Integrated GARCH), retrata uma melhor captura da dependência tanto de curto quanto de longo prazo na volatilidade dos retornos.
Mobarek et al (2016)	Retornos diários e trimestrais de mercados desenvolvidos e emergentes durante o período entre 1999 e 2011.	Modelo DCC-MIDAS-GARCH.	Através da hipótese do <i>wake-up-call</i> os resultados sugeriram que fatores específicos de um determinado país desenvolvido são mecanismos de transmissão contingente de crise para os movimentos de pares de países emergentes. No entanto, não se observou chamadas de alerta na transmissão da crise entre pares de países avançados.

Estudo	Amostra	Modelo utilizado	Principais evidências
Assaf (2017)	Dados diários do S&P500, FTSE100, CAC40, S&P/TSX, Nikkei225, DAX e Swiss Market (Suíça); entre 1996 e 2008.	Modelo de volatilidade estocástica log-normal (SV) e o modelo de <i>switching</i> .	O autor demonstrou que os modelos de volatilidade estocástica podem ser tão interessantes quanto os modelos tradicionais pois, estatisticamente, possuem propriedades fáceis de serem derivadas utilizando resultados conhecidos nas distribuições log-normal.
Dos Santos Maciel e Ballini (2017)	Dados diários dos índices S&P 500 (Estados Unidos) e Ibovespa no período de janeiro de 2004 a dezembro de 2014.	Modelos GARCH e CARR.	Os resultados mostraram que os modelos de volatilidade baseados em variação proporcionam previsões do VaR mais precisas do que os modelos GARCH.
Silva, Maia e Callado (2017)	Retornos diários da carteira do Índice de Sustentabilidade Empresarial, entre 2010 e 2015.	Modelos ARCH, GARCH, EGARCH e TARARCH.	Os resultados, segundo os autores, demonstraram uma baixa reação a choques para a série de retornos do ISE e Ibovespa, além de alta persistência indicando que choques na volatilidade demoram a se dissipar.
Pandey e Kumar (2017)	Retorno diário do índice S&P CNX NIFTY 50.	Modelo GARCH.	As estimativas GARCH obtidas confirmam a alta persistência no processo de volatilidade e indicam uma relação positiva entre a volatilidade condicional e a persistência da volatilidade.

<b>Estudo</b>	<b>Amostra</b>	<b>Modelo utilizado</b>	<b>Principais evidências</b>
Castro e Neto (2018)	Dados diários de produtos agropecuários do município de Rio Verde, Goiás entre 2004 e 2014.	Modelo IGARCH e EGARCH.	Os resultados demonstraram que há existência de variância condicional, aplicando-se assim os modelos IGARCH (2,1) para a soja, e EGARCH para milho e boi.
Gomes (2018)	Dados diários do Dolar, Euro e Ibovespa entre 2014 e 2016.	Modelo ARCH e EGARCH.	Utilizando-se do cálculo e análise do VaR a autora verificou o modelo ARCH elhor detectou a volatilidade envolvida nas séries temporais financeiras.
Emenogu et. al. (2019)	Retorno diário das ações do GTB entre 2001 e 2017.	Modelo ARMA e GARCH.	Resultados ajustados exibiram alta persistência nos retornos diários das ações.
Bello (2020)	Retorno das ações nigerianas entre 2008 e 2018.	Modelos ARCH e GARCH.	O estudo revelou três suposições de distribuição com os coeficientes como (0,897, 0,939 e 0,956) revelando que os retornos apresentam persistência de alta volatilidade em diferentes modelos de critérios de seleção.

<b>Estudo</b>	<b>Amostra</b>	<b>Modelo utilizado</b>	<b>Principais evidências</b>
---------------	----------------	-------------------------	------------------------------

Elaborado pelo autor, 2020

Pretendeu-se, neste capítulo, apresentar estudos que contribuem para a discussão sobre o papel do mercado financeiro em termos globais e regionais, além de demonstrar importantes implicações tanto para investidores globais quanto para formuladores de políticas de investimentos, principalmente em mercados emergentes.

### 3 Metodologia

Neste capítulo será explanada a abordagem metodológica para a estimação da volatilidade dos índices de ações das bolsas do continente americano. Este estudo tem caráter quantitativo e é caracterizado pela epistemologia positivista, pois possui “a unidade do método científico, o caráter eminentemente empírico e a forte influência da matemática [. . .]. O propósito maior de uma pesquisa positivista é, justamente, explicar a ocorrência de um determinado fenômeno”. (GOMES; ARAÚJO, 2005). Além disso, tal estudo se caracteriza como descritivo, com corte longitudinal.

#### 3.1 Base de dados

O presente estudo foca na estimação de volatilidade dos retornos diários compreendidos entre 16 de agosto de 2007 a 10 de dezembro de 2019 e considerou os principais índices presentes nas principais bolsas do continente americano, o que totalizou 3214 dados para cada série. O período de análise foi limitado a 2007 devido à disponibilidade da base de dados do índice COLCAP Index. Os dados utilizados foram extraídos da plataforma Economatica® e escolhidos por serem os principais índices do mercado de ações em seus respectivos países, sendo:

- COLCAP Index (Colômbia)
- Ibovespa (Brasil)
- Índice Dow Jones (Estados Unidos)
- S&P TSX (Canadá)
- S&P CLX IPSA (Chile)
- S&P Lima General (Peru)
- S&P Merval (Argentina)

Como método de estimação, optou-se pelo uso da análise de séries temporais, definidas como “sequências de dados quantitativos relativos a momentos específicos e estudados segundo sua distribuição no tempo” (WIENER, 1966), demonstrando que tal método se aplica a diferentes finalidades e campos de conhecimento, desde a forma de aperfeiçoar o fluxo de estoque numa empresa, a programação de compra de matéria prima ou mesmo para dimensionar o fluxo de vendas em um empreendimento comercial. (ANTUNES; CARDOSO, 2015).

Dentro dos modelos de análise de séries temporais financeiras, utiliza-se neste trabalho os modelos da família ARCH, introduzidos por Engle (1982) e Bollerslev (1986) pois, genericamente, permitem antever futuros cenários de volatilidade em índices e ativos financeiros. “A classe de modelos ARCH (modelos autorregressivos com heteroscedasticidade condicional) é uma classe de modelos não-lineares apropriados para séries financeiras que apresentam a variância condicional evoluindo no tempo”. (PEDROSO, 2015).

### 3.2 Passos metodológicos

Para o cumprimento dos objetivos, foram seguidos, sistematicamente, os seguintes passos metodológicos:

**A)** Demonstração gráfica das séries dos retornos para a verificação de padrões de comportamentos da volatilidade. Tal análise leva em consideração a premissa advinda da análise técnica<sup>1</sup> de que os preços dos ativos financeiros tendem a apresentar comportamentos repetitivos padronizados, refletindo diretamente no retorno destes ativos. Desta forma, identificar esses padrões dá ao investidor futuros cenários e oportunidades de ganhos com os ativos financeiros.

**B)** Teste de raiz unitária para a verificação da estacionariedade dos retornos, pressuposto fundamental para o desenvolvimento do estudo. A estacionariedade implica que os valores médios se desenvolvem no tempo de forma aleatória, em torno de uma média constante; as variâncias das variáveis aleatórias são finitas e constantes; e que as covariâncias dependem apenas da defasagem das observações, isto é:  $Cov(Y_{t'}, Y_{tk}) = \gamma_k$ .

**C)** Análise das estatísticas descritivas dos retornos apenas para resumir, descrever e apresentar os dados dos retornos dos índices.

**D)** Elaboração da função de autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos que definem a correlação existente entre os retornos em diferentes momentos no tempo. Os coeficientes de autocorrelação também podem apresentar o modelo probabilístico que gerou a série temporal. Desta forma, as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial buscam identificar quais os valores para as defasagens dos termos autorregressivos (AR) e a ordem dos termos de média móvel (MA) do modelo ARMA ( $p,q$ ) a ser estimado.

**E)** Elaboração da função de autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos que definem a correlação existente entre os retornos em diferentes momentos no tempo. Os coeficientes de autocorrelação também podem apresentar o modelo probabilístico que gerou a série temporal. Desta forma, as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial

<sup>1</sup> Segundo Debastiani (2008), a análise técnica acredita na repetitividade do comportamento humano e no poder da ciência estatística como forma de determinar, com base no comportamento passado, as perspectivas do mercado para o futuro.

buscam identificar quais os valores para as defasagens dos termos autorregressivos (AR) e a ordem dos termos de média móvel (MA) do modelo ARMA ( $p,q$ ) a ser estimado.

**F)** Análise descritiva dos resíduos ao quadrado do modelo ARMA estimado, a fim de verificar se a variância condicional é ou não constante nos resíduos, sob a hipótese nula de perda de efeitos ARCH (teste de heteroscedasticidade condicional).

**G)** Estimação do modelo GARCH para a volatilidade dos retornos e análise da persistência da volatilidade, objetivo final deste trabalho.

### 3.3 Aspectos computacionais

Para o cumprimento dos passos metodológicos descritos acima, necessita-se de softwares computacionais a fim de executar os testes, análises, estimação e modelagem dos dados. Para tanto, utilizou-se o software livre R-Studio, com pacotes específicos de séries temporais.

### 3.4 Descrição dos dados

Todas as definições abaixo mencionadas foram coletadas diretamente dos sites oficiais das bolsas de valores de cada um dos países estudados.

- COLCAP Index (Colômbia)

O COLCAP é um índice de ações que reflete as mudanças nos preços das ações mais líquidas da Bolsa de Valores da Colômbia (BVC), em que a participação de cada ação no índice é determinada pelo valor correspondente à capitalização de mercado ajustada. A cesta do índice COLCAP consistirá em pelo menos 20 ações de 20 diferentes emissores. Desde 1º de novembro de 2013, a COLCAP substituiu o IGBC como o principal indicador do comportamento do mercado acionário colombiano (BANCO DE LA REPÚBLICA DE COLOMBIA - BANREP, 2019).

- Índice Dow Jones (Estados Unidos da América)

O Dow Jones Industrial Average (DJIA) é o principal índice do mercado de ações norte-americano e mede o desempenho de ações de 30 grandes empresas listadas na bolsa de valores norte-americana. O valor do índice é a soma do preço de cada uma das ações presentes dividida por um fator que muda sempre que uma das ações componentes tem um desdobramento ou dividendo de ações, de modo a gerar um valor consistente para o índice.

Calculado pela primeira vez em 26 de maio de 1986 pelo editor do *Wall Street Journal*, Charles Dow, e pelo estatístico Edward Jones, o DJIA é o segundo mais antigo índice do mercado americano (STILLMAN, 1986).

- Ibovespa (Brasil)

O Ibovespa é o principal índice do mercado de ações brasileiro. O Índice Bovespa, mais conhecido como Ibovespa, é composto por cerca das 60 ações mais negociadas na B3 (Brasil Bolsa Balcão). O índice é composto por uma carteira teórica com as ações que representaram 80% do volume negociado nos últimos 12 meses e que foram negociadas em pelo menos 80% dos dias de negociação. É revisado trimestralmente, a fim de manter a representatividade do volume negociado e, em média, os componentes do Ibovespa representam 70% do total de ações negociadas. O IBOVESPA é uma acumulação de milhares de milhões de dólares em dinheiro real por ano. Seu número representa o valor presente de uma carteira iniciada em 2 de janeiro de 1968, com um valor inicial de 100 e levando em consideração os aumentos de preço da ação mais o reinvestimento de todos os dividendos – direitos de subscrição recebidos pelas ações bonificadas da constante (B3, 2019).

- S&P/BMV IPC (México)

O S&P/BMV IPC, principal indicador do mercado mexicano, expressa o retorno do mercado de ações de acordo com as variações de preços de uma lista equilibrada, ponderada e representativa das ações listadas na Bolsa Mexicana, em acordo com as melhores práticas aplicadas internacionalmente. O S&P/BMV IPC, criado em outubro de 1978, tem como principal objetivo ser um indicador representativo do mercado mexicano, que serve como referência subjacente para produtos financeiros (SPINDICES, 2019).

- S&P CLX IPSA (Chile)

Índice de Precios Seletivo de Acciones (IPSA) é um índice do mercado acionário chileno composto pelas 40 ações com maior volume médio anual de negociação na *Bolsa de Valores de Santiago*. O índice é calculado desde 1977 e é revisado trimestralmente (BOLSA DE SANTIAGO, 2019).

- S&P Merval (Argentina)

O MERVAL Index é o índice mais importante da Bolsa de Valores de Buenos Aires. É um índice ponderado pelo preço, calculado como o valor de mercado de uma carteira de ações selecionadas com base em sua participação de mercado, número de transações e preço de cotação. As empresas e os preços ponderados que compõem o MERVAL são atualizados a cada três meses, com base em sua participação de mercado no período anterior (BYMA, 2019).

- S&P Lima General (Peru)

O S&P Lima General Peru BVL (SPBLPGPT), (anteriormente IGBVL: Índice Geral da Bolsa de Valores de Lima), é o principal índice da Bolsa de Valores de Lima. Ele é projetado para servir como uma referência ampla para o mercado acionário peruano, acompanhando o desempenho das ações maiores e mais frequentemente negociadas na Bolsa de Lima. É um índice ponderado por valor, iniciado com um valor base de 100 em 31 de dezembro de 1981. O S&P/BVL Peru Índice Geral é reequilibrado anualmente, no mês de setembro, para atualizações da composição da carteira e ponderado trimestralmente em março, junho e dezembro (BVL, 2019).

- S&P TSX (Canadá)

O S&P TSX é o maior e principal índice de ações canadense e fornece aos investidores um indicador importante da atividade do mercado acionário desde seu lançamento em 1977, com aproximadamente 95% de cobertura do mercado nacional (TSX, 2020).

### 3.5 Preços e retornos dos índices

As séries de preços e retornos das séries temporais examinadas serão aqui abordadas. Para cada um dos índices de ações, calculou-se o retorno diário destas séries financeiras. Os retornos diários foram encontrados através da equação:

$$R_i = \left( \frac{V_t}{V_{t-1}} - 1 \right) * 100 \quad (9)$$

onde  $V_t$  e  $V_{t-1}$  são os valores de fechamento do índice no tempo  $t$  e  $t-1$ , respectivamente.

Contudo, em todas as séries temporais de dados analisados verificou-se a presença de dados faltantes, ocasionada principalmente por feriados nacionais. Nestas situações, uma abordagem bastante comum é restringir a análise dos indivíduos com dados completos nos períodos envolvidos. Porém, tais estimações tendem a ser viesadas, especialmente se os períodos que são incluídos na análise são sistematicamente diferentes daqueles que foram excluídos. Para contornar este problema, utilizou-se a substituição dos dados faltantes por estimativas de valores plausíveis a serem “imputados” a tais dados. Deste modo, optou-se pela imputação através da média dos valores observados em tempos

distintos (BARACHO, 2003), em que calculou-se a média do retorno de dois períodos anteriores para cada um dos dados ausentes das séries<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Para o cálculo de um determinado dado ausente, por exemplo, no dia 21 de abril de 2017 (feriado no calendário brasileiro) do Ibovespa, tal dado foi substituído pela média dos retornos dos dias 19 e 20 de abril de 2017.

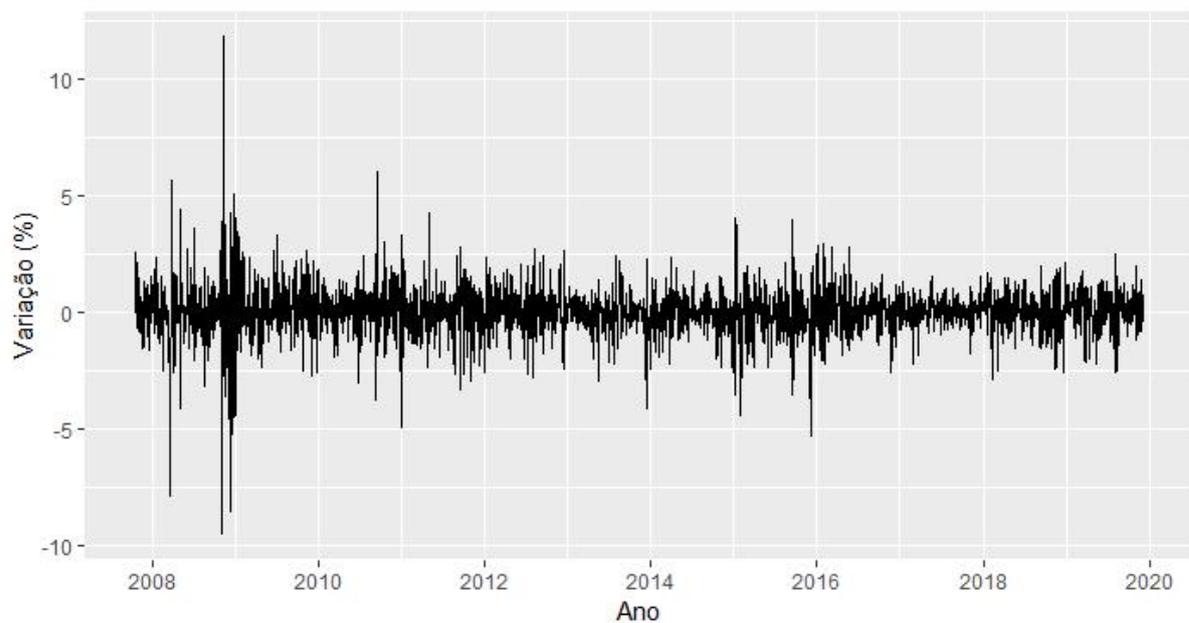
## 4 Análise Empírica

Neste capítulo são apresentados os resultados da pesquisa, obtidos através dos passos metodológicos descritos no capítulo anterior, com a utilização do software R-Studio mencionado na seção 3.3.

Numa primeira análise dos dados coletados, apresenta-se (figuras 1 a 8) os gráficos de evolução dos retornos diários calculados dos índices do continente entre 16 de agosto de 2007 a 10 de dezembro de 2019, com o objetivo de compreender e detectar suas características. A análise conjunta dos gráficos será demonstrada após a apresentação do último gráfico, tendo em vista a similaridade em suas interpretações.

- COLCAP Index (Colômbia)

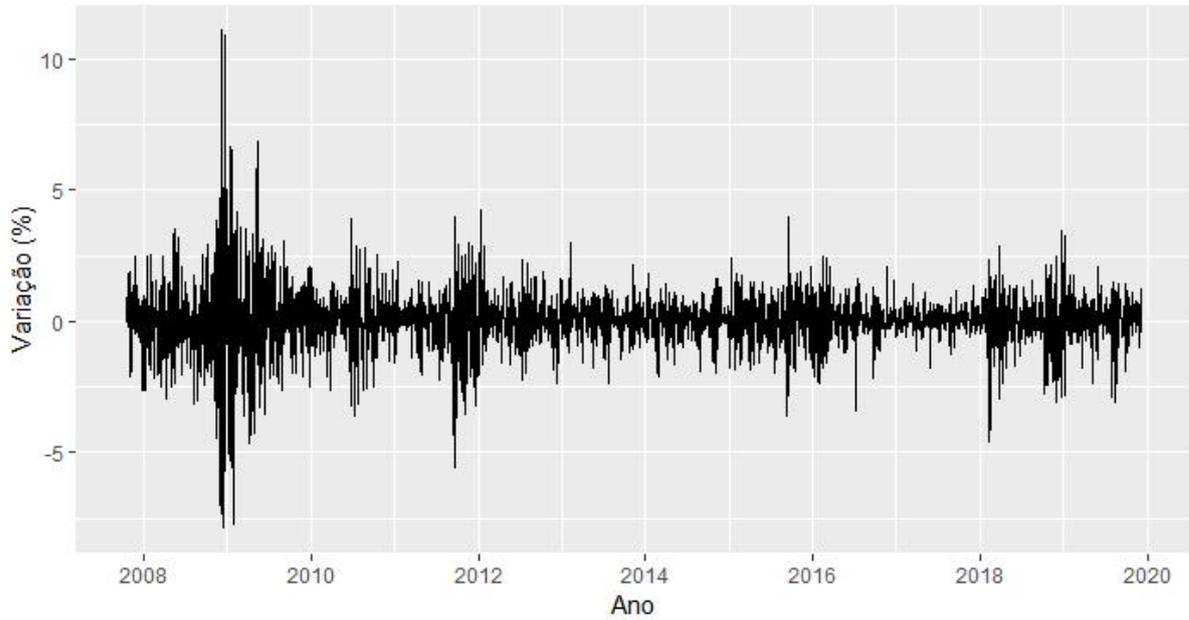
**Figura 1 – Retorno diário do índice COLCAP (Colômbia)**



Dados da pesquisa

- Dow Jones (EUA)

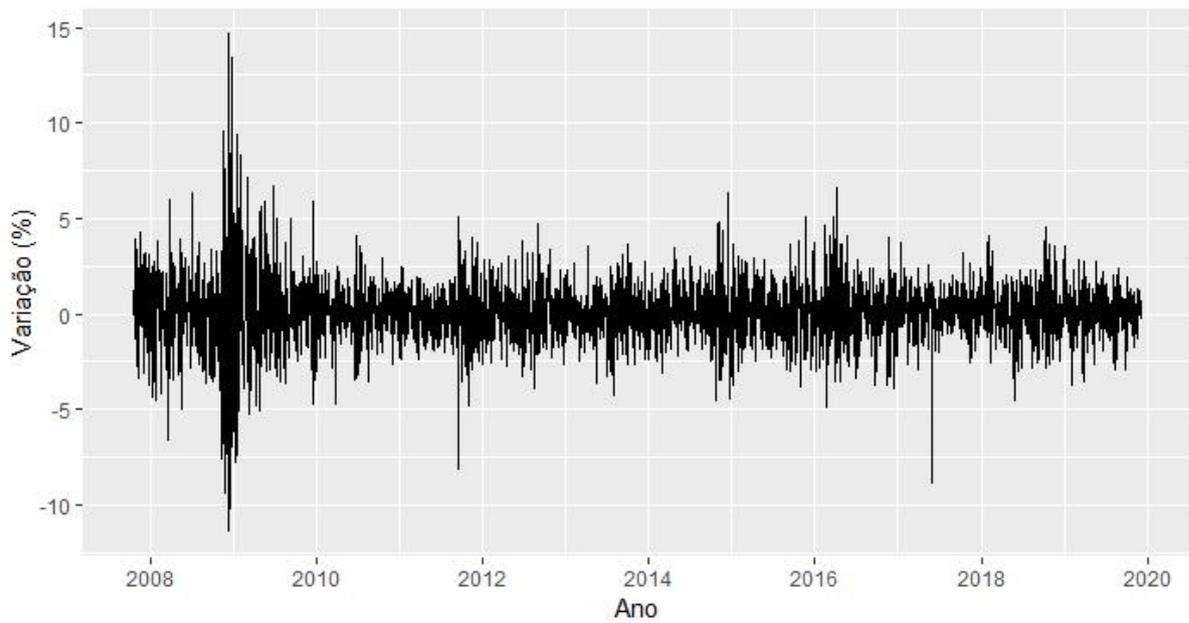
**Figura 2 – Retorno diário do índice Dow Jones (EUA)**



Dados da pesquisa

- Ibovespa (Brasil)

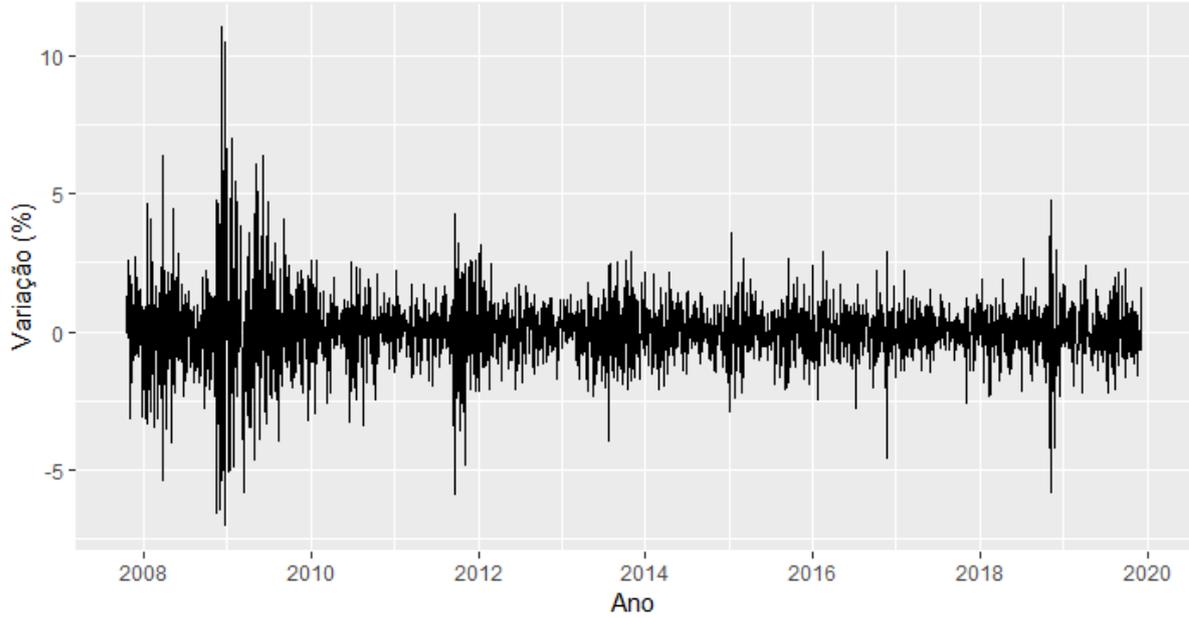
**Figura 3 – Retorno diário do índice Ibovespa (Brasil)**



Dados da pesquisa

- S&P/BMV IPC (México)

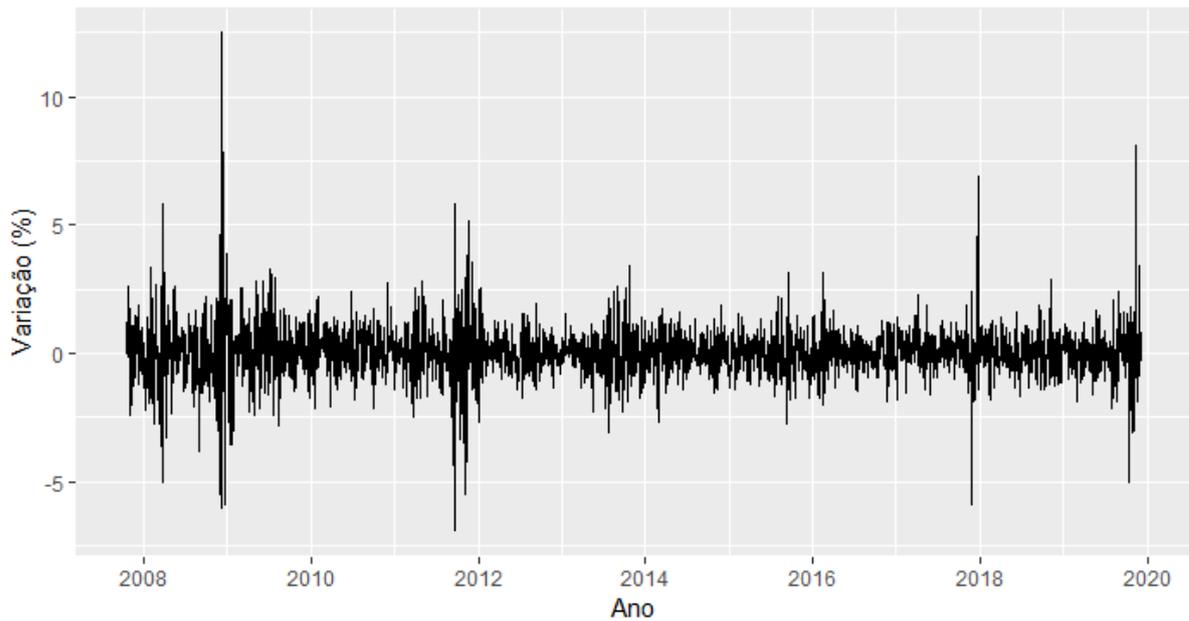
**Figura 4 – Retorno diário do índice S&P/BMV IPC (México)**



Dados da pesquisa

- S&P CLX IPSA (Chile)

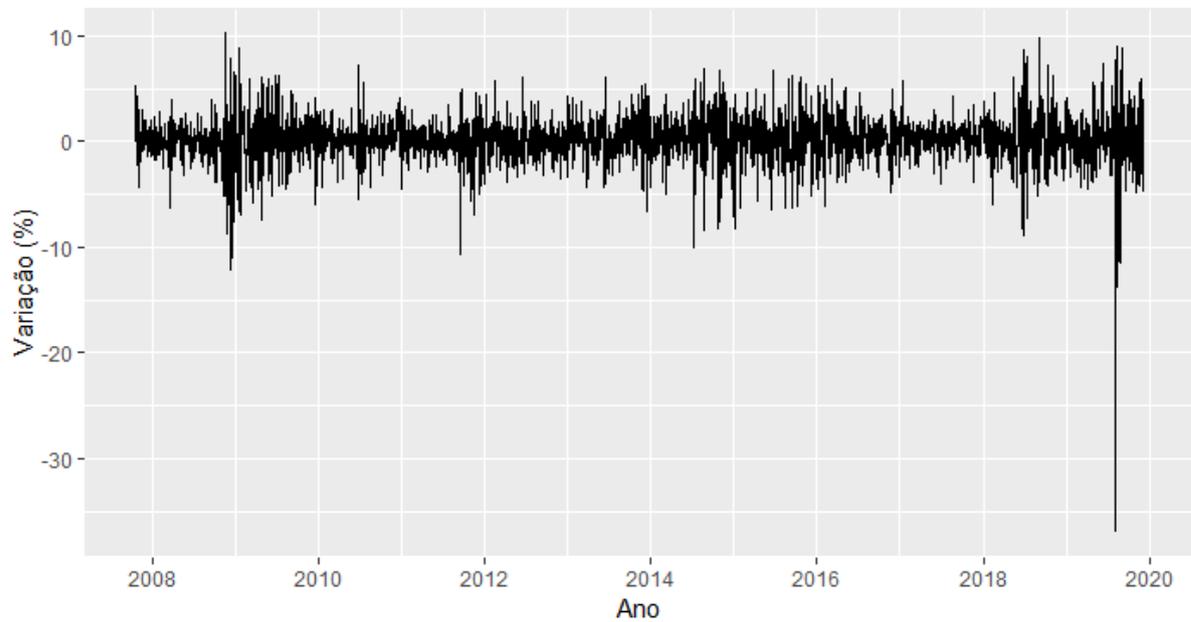
**Figura 5 – Retorno diário do índice S&P CLX IPSA (Chile)**



Dados da pesquisa

- S&P Merval (Argentina)

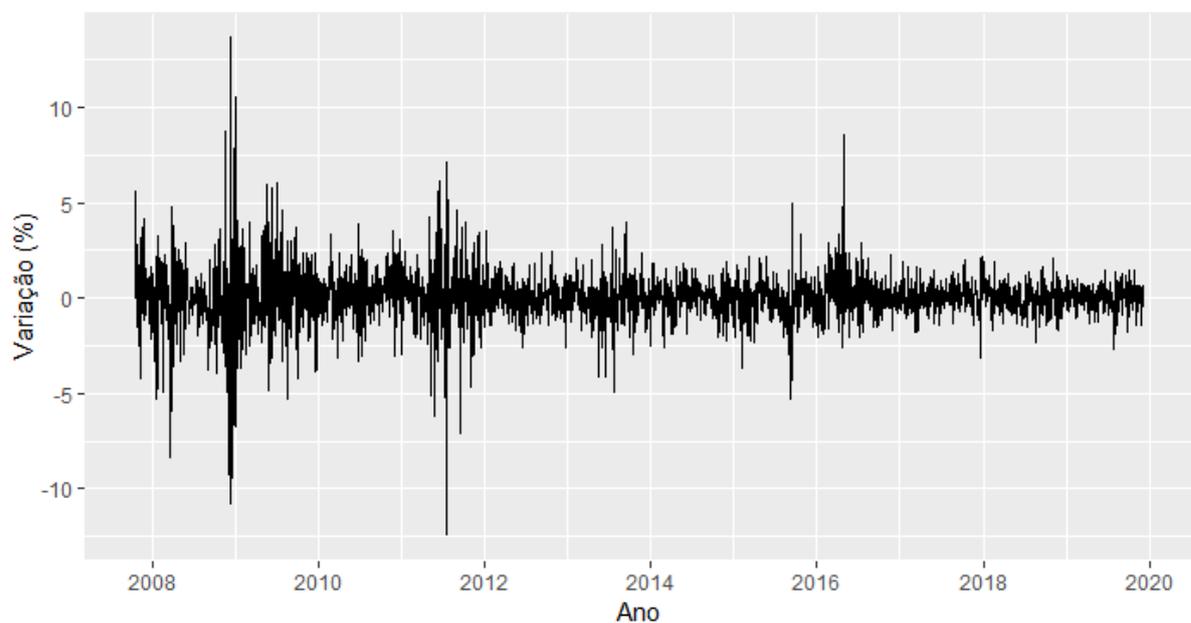
**Figura 6 – Retorno diário do índice S&P Merval (Argentina)**



Dados da pesquisa

- S&P Lima General (Peru)

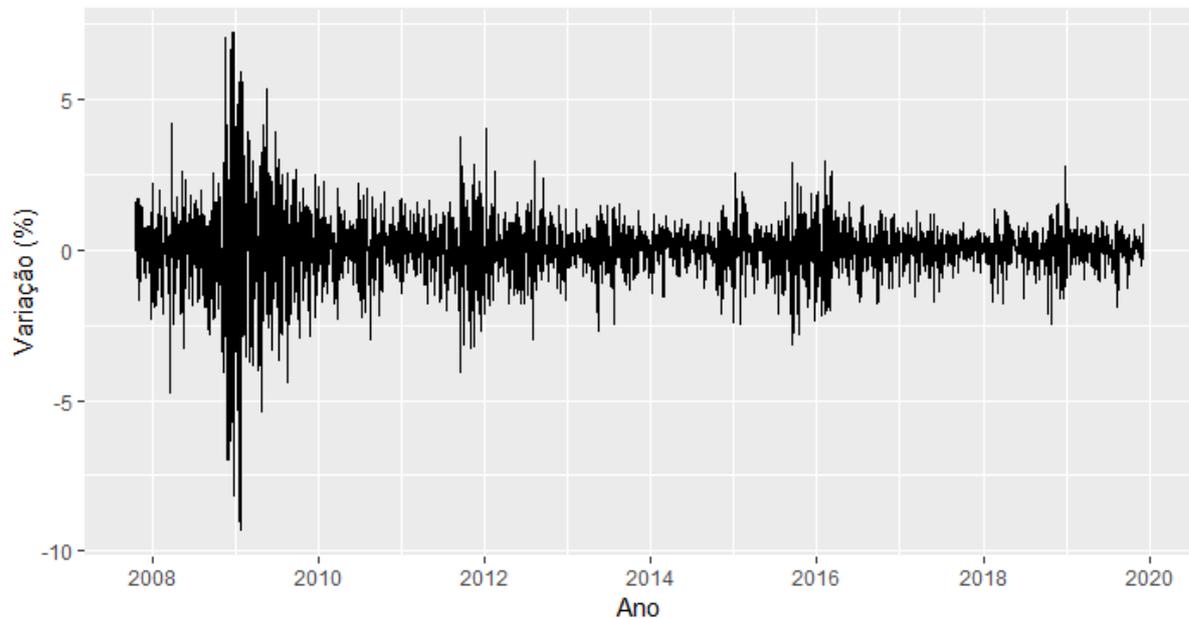
**Figura 7 – Retorno diário do índice S&P Lima General (Peru)**



Dados da pesquisa

- S&P TSX (Canadá)

**Figura 8 – Retorno diário do índice S&P TSX (Canadá)**



Dados da pesquisa

Nesta fase inicial, verifica-se que todas as séries de retorno diário dos índices aparentam ser estacionárias, pois o valor médio é estável e a variabilidade dos dados diminuem. Detecta-se, também, a presença de uma das características ligadas à volatilidade que é a existência de “clusters” de volatilidade. Isso significa que existem momentos na série em que a variabilidade é elevada e outros períodos em que a variabilidade é mais baixa, ou seja, a variabilidade da série não é homogênea ao longo do tempo. Tal fenômeno pode ser verificado em todos os índices, por exemplo nos dias correspondentes ao final de 2008 e início de 2009 e também ao final do ano de 2011. Nos dias correspondentes a estas variações, verificou-se uma grande variabilidade dos dados, enquanto que no período entre os anos citados (final de 2009 a meados de 2011) a variabilidade se manteve homogênea.

#### 4.1 Estimação do modelo

Conforme explicado anteriormente, o presente estudo aborda a estimação dos resíduos provenientes de um modelo do tipo ARMA estimado para as séries do retorno dos índices financeiros, denominado modelo GARCH. Antes, porém, é necessário verificar os pressupostos do modelo, visto que estes só produzem resultados confiáveis caso a série seja estacionária.

#### 4.1.1 Análise dos pressupostos

##### 4.1.1.1 Teste de estacionariedade

A tabela abaixo resume os resultados do teste ADF das séries de retorno dos índices examinadas, considerando o valor crítico igual a -2,58 para um nível de significância de 1%. Para todas as sete séries temporais de retornos, o teste ADF indica a ausência de raiz unitária a um nível de significância de 1%, pois todos os valores calculados estão abaixo do valor crítico de -2,58, seja pelo critério AIC ou BIC, levando-se em consideração uma ordem de defasagem máxima de 10 lags. Assim a suposição de estacionariedade dos retornos foi confirmada.

**Tabela 2 – Teste ADF dos retornos dos índices**

Índice	Teste ADF (AIC)	Teste ADF (BIC)
COLCAP (COL)	-35,1614*	-35,1614*
Dow Jones (EUA)	-16,7792*	-43,4712*
IBOV (BRA)	-34,6248*	-34,6248*
S&P BMV (MEX)	-25,7361*	-34,0844*
IPSA(CHI)	-20,4753*	-32,5202*
S&P Merval (ARG)	-37,3048*	-37,3048*
S&P LIMA (PER)	-24,2257*	-24,2257*
S&P TSX (CAN)	-17,7931*	-27,0173*

Dados da pesquisa

**Nota:** \* = Significante a 1% com p-valor <2.2e-16

##### 4.1.1.2 Propriedades estatísticas dos dados examinados

Para que se tenha uma melhor compreensão da série de retorno dos índices estudados, faz-se uma avaliação das propriedades estatísticas das séries. A Tabela 3 elenca os dados mais importantes da estatística descritiva dos retornos dos índices. São listadas a média aritmética, a mediana, o retorno mínimo e máximo, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

Tabela 3 – Estatística descritiva dos retornos diários dos índices do continente americano (em %)

Índice	Média	Mediana	Mínimo	Máximo	Desvio Padrão	Coefficiente de variação
Colcap (COL)	0,0200	0,0302	-9,5441	11,8326	1,0429	52,1476
Dow Jones (EUA)	0,0324	0,0549	-7,8733	11,0803	1,1337	34,9132
Ibovespa (BRA)	0,0492	0,0532	-11,3931	14,6592	1,6828	34,1577
S&P BMV (MEX)	0,0201	0,0289	-7,0084	11,0052	1,16256	57,9160
IPSA (CHI)	0,0290	0,0301	-6,9218	12,5072	1,0053	34,6156
Merval (ARG)	0,1337	0,1502	-36,9110	10,2415	2,2236	16,6318
S&P Lima (PER)	0,0092	0,0267	-12,4454	13,6730	1,4201	153,8814
S&P TSX (CAN)	0,0186	0,0678	-9,3241	7,2043	1,0733	57,6668

Dados da pesquisa

Verifica-se que os retornos médios dos índices do continente americano se situam entre 0,0092% (S&P Lima – Peru) e 0,1336% (Merval – Argentina) e desvios padrões entre 1,0053% (IPSA – Chile) e 2,2235% (Merval – Argentina). As maiores variações foram verificadas no índice Merval (-36,91%) e no Ibovespa (+14,65%).

O cálculo do coeficiente de variação, obtido através da divisão entre o desvio-padrão pela média, pode ser considerado uma medida de dispersão útil para a comparação dos índices pois verificou-se que as médias se mostraram distantes entre elas em termos relativos, fazendo com que o desvio-padrão tenha pouca relevância na interpretação e comparação dos dados.

Assim, verificou-se que o coeficiente de variação difere muito entre as séries, fluando entre 16,63% (Merval – Argentina) e 153,88% (S&P Lima – Peru). Tais resultados indicam o risco por unidade de retorno esperado, ou seja, quanto maior o coeficiente de variação, maior será a razão entre risco e retorno médio. Portanto, levando-se em consideração apenas o coeficiente de variação, o risco por unidade de retorno do índice peruano é mais elevado que o argentino.

#### 4.1.1.3 Autocorrelação dos retornos para os mercados americanos

Para a devida adequação do modelo na descrição dos fenômenos evidenciados pelos dados, faz-se necessária uma análise de apuração da existência de autocorrelação, indicando, assim, a natureza da estrutura autorregressiva.

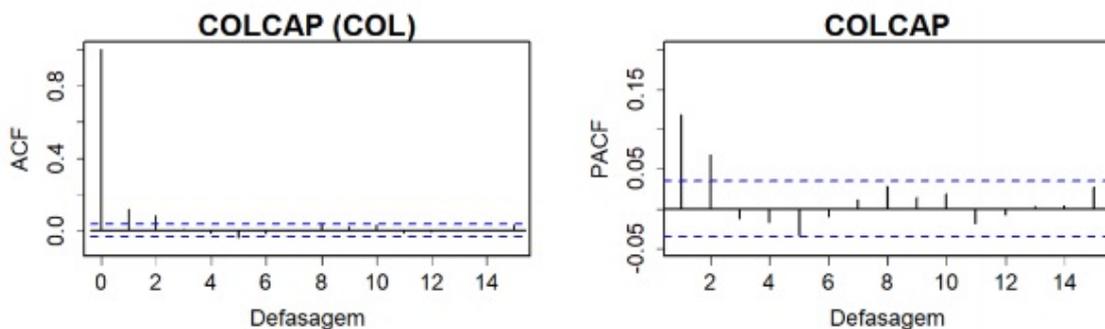
Após as séries temporais terem sido consideradas estacionárias, a próxima etapa na modelagem é determinar os termos AR e/ou MA. Utilizando-se das funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF) é possível identificar os números de termos de AR e/ou MA necessários. Desta forma, num processo ARMA (p,q), existe uma quantidade de autocorrelações, cujos valores advêm dos “q” parâmetros do componente de médias móveis e dos “p” parâmetros dos componentes autorregressivos.

Segundo Enders (2014), a função de autocorrelação (ACF) apresenta um gráfico de barras que mostra a correlação entre uma observação da série temporal e suas observações anteriores; e se a série for estacionária, a ACF convergirá para zero, geometricamente. Já a função de autocorrelação parcial mede a correlação entre duas observações seriais, mas elimina a dependência dos termos intermediários. Assim, a função de autocorrelação parcial exhibe um gráfico dos coeficientes de correlação parcial entre as séries e as defasagens de si mesmo.

A análise destas funções acarreta numa melhor tomada de decisão para prosseguir no desenvolvimento do modelo, pois elas indicam qual tipo de processo será utilizado caso a série seja estacionária: autorregressivo (AR), médias móveis (MA) ou uma junção dos dois (ARMA). Por meio do teste de Ljung-Box, testa-se a hipótese nula de que não existe autocorrelação. As figuras 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16 elencam os resultados obtidos na ACF. A análise conjunta dos gráficos será demonstrada após a apresentação do último gráfico, tendo em vista a similaridade em suas interpretações.

- COLCAP Index (Colômbia)

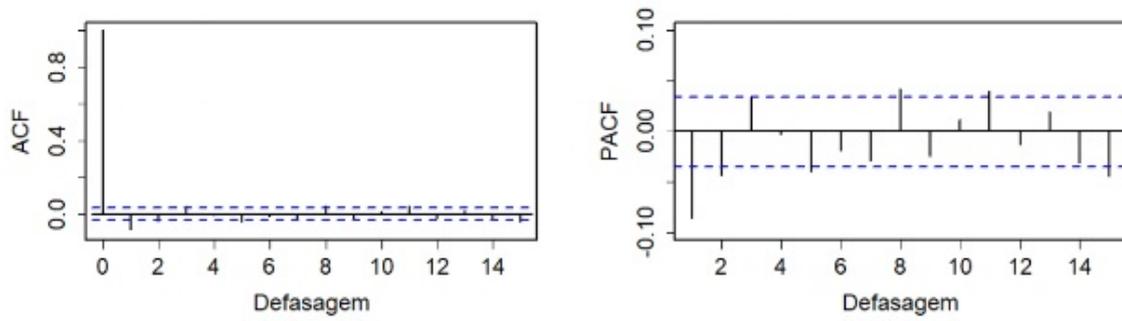
**Figura 9 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice COLCAP (Colômbia)**



Dados da pesquisa

- Dow Jones (EUA)

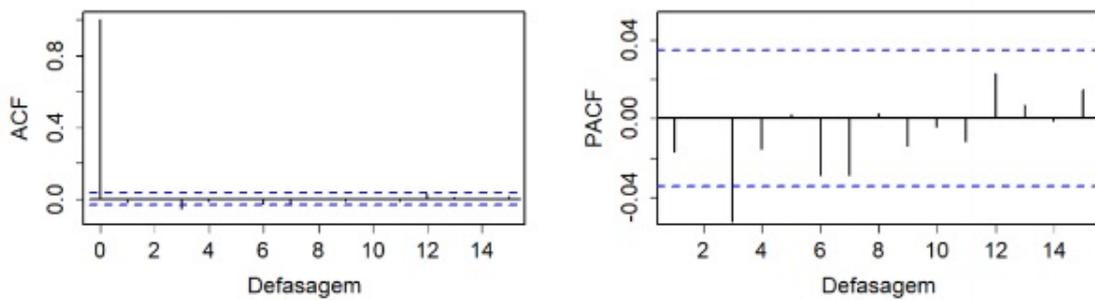
**Figura 10 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice Dow Jones**



Dados da pesquisa

- Ibovespa (Brasil)

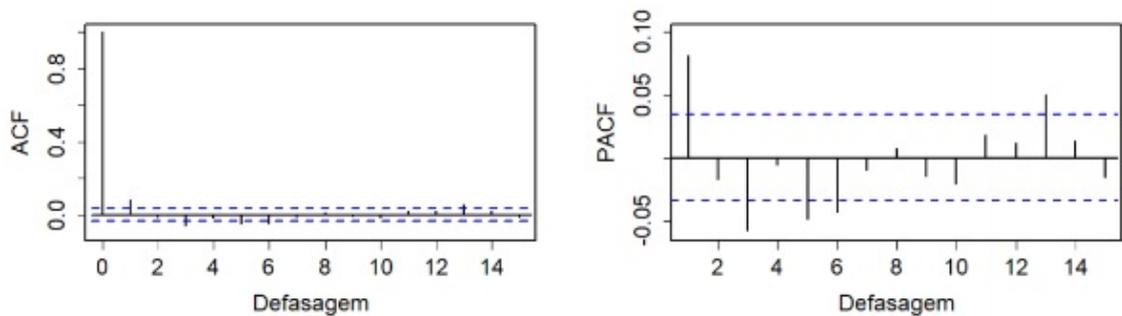
**Figura 11 – Teste ACF e PACF do retorno diário do Ibovespa (Brasil)**



Dados da pesquisa

- S&P BMV (México)

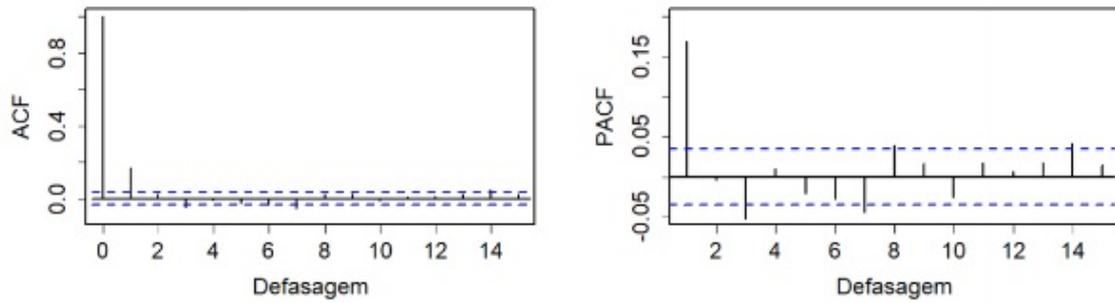
**Figura 12 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice S&P BMV(México)**



Dados da pesquisa

- IPSA (Chile)

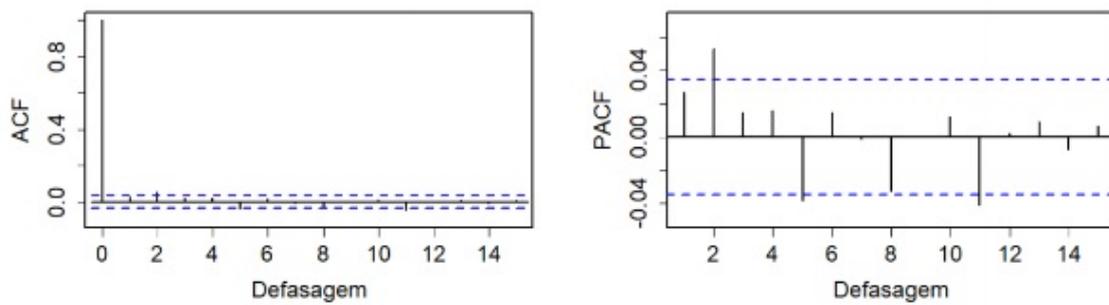
**Figura 13 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice IPSA (Chile)**



Dados da pesquisa

- S&P Merval (Argentina)

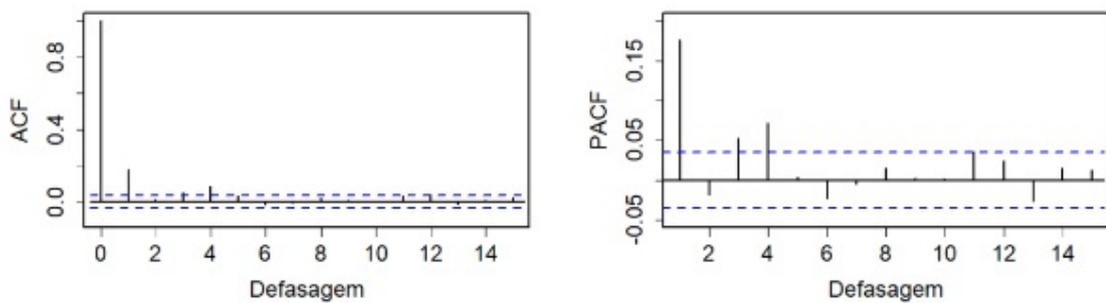
**Figura 14 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice S&P Merval (Argentina)**



Dados da pesquisa

- S&P Lima (Peru)

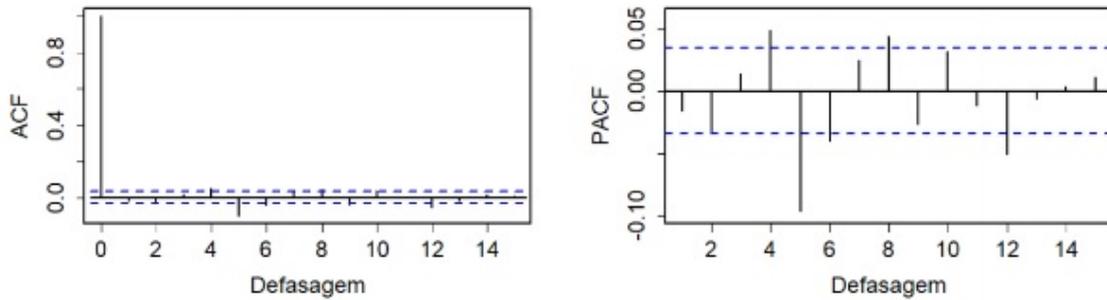
**Figura 15 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice S&P Lima (Peru)**



Dados da pesquisa

- S&P TSX (Canadá)

**Figura 16 – Teste ACF e PACF do retorno diário do índice S&P TSX (Canadá)**



Dados da pesquisa

Numa análise gráfica das figuras 9 a 16, cuja conclusão se assemelha para todas as séries estudadas, percebe-se que as funções de autocorrelação dos índices de ações possuem decaimentos abruptos a partir da primeira defasagem, indicando a presença de curta dependência serial e identificando as séries como estacionárias. Com relação à função de autocorrelação parcial, percebe-se que todos os correlogramas apresentaram oscilações em cada defasagem, com picos ora positivos ora negativos (em forma de senoides amortecidas), tendo-se fortes indícios de que o modelo mais apropriado para a estimação do retorno dos índices do continente americano será dado por uma equação composta por componentes autorregressivos (AR) e por componentes de médias móveis (MA), ou seja, um modelo ARMA.

Contudo, para verificar estatisticamente qual modelo representa corretamente o processo gerador de cada série, deve-se testar a estimação de alguns modelos concorrentes e escolher o que apresente o melhor critério de informação de Akaike (AIC)<sup>1</sup> e/ou o critério de informação Bayesiano de Schwarz (BIC)<sup>2</sup>. Tais critérios são medidas que quantificam a qualidade do ajuste, considerando o número de parâmetros e a parcimônia do modelo.

As tabelas abaixo apresentam tais modelos, incluindo, a título de verificação, os modelos AR(1) e MA(1):

<sup>1</sup> Para maiores informações sobre o critério de informação de Akaike (AIC), consulte Akaike (1973).

<sup>2</sup> Para maiores informações sobre o critério de informação de Bayesiano (BIC), consulte Akaike (1978).

Tabela 4 – Colcap, Dow Jones, Ibovespa e S&amp;P BMV

Modelos	COLCAP (COL)	Dow Jones (EUA)	IBOV (BRA)	S&P BMV (MEX)
AR(1)	AIC=9350.96	AIC=9909.04	AIC=12470.51	AIC=10073.04
	BIC=9369.19	BIC=9927.27	BIC=12488.74	BIC=10091.27
	log LKHD = -4672.48	log LKHD = -4951.52	log LKHD = -6232.26	log LKHD = -5033.52
MA(1)	AIC=9356.84	AIC=9907.17	AIC=12470.51	AIC=10072.67
	BIC=9375.06	BIC=9925.4	BIC=12488.74	BIC=10090.89
	log LKHD = -4675.42	log LKHD = -4950.59	log LKHD = -6232.26	log LKHD = -5033.33
ARMA (1,1)	AIC = 9343.19	AIC = 9907.58	AIC = 12472.51	AIC = 10074.67
	BIC = 9367.49	BIC = 9931.88	BIC = 12496.82	BIC = 10098.97
	log LKHD = -4667.6	log LKHD = -4949.79	log LKHD = -6232.26	log LKHD = -5033.33
ARMA (1,2)	AIC = 9339.49	AIC = 9905.99	AIC = 12474.51	AIC = 10066.12
	BIC = 9369.87	BIC = 9936.37	BIC = 12504.89	BIC = 10096.5
	log LKHD = -4664.75	log LKHD = -4948	log LKHD = -6232.26	log LKHD = -5028.06
ARMA (2,1)	AIC = 9339.88	AIC = 9904.65	<b>AIC = 12468.74</b>	<b>AIC = 10063.19</b>
	BIC = 9370.25	BIC = 9935.03	BIC = 12499.11	BIC = 10063.21
	log LKHD = -4664.94	log LKHD = -4947.33	log LKHD = -6229.37	log LKHD = -5026.59
ARMA (2,2)	<b>AIC = 9335.37</b>	<b>AIC = 9901.98</b>	AIC = 12470.3	AIC = 10069.47
	BIC = 9371.83	BIC = 9938.45	BIC = 12506.75	BIC = 10105.93
	log LKHD = -4661.69	log LKHD = -4945	log LKHD = -6229.15	log LKHD = -5028.74

Dados da pesquisa

Tabela 5 – IPSA, S&amp;P Merval, S&amp;P Lima e S&amp;P TSX

Modelos	IPSA(CHI)	S&P Merval (ARG)	S&P LIMA (PER)	S&P TSX (CAN)
AR(1)	AIC=9066.76	AIC=14260.36	AIC=11279.42	AIC=9580.22
	BIC=9084.98	BIC=14278.59	BIC=11297.65	BIC=9598.44
	log LKHD = -4530.38	log LKHD -7127.18	log LKHD = -5636.71	log LKHD = -4787.11
MA(1)	AIC=9070.19	AIC=14260.58	AIC=11277.66	AIC=9580.16
	BIC=9088.42	BIC=14278.81	BIC=11295.89	BIC=9598.39
	log LKHD=-4532.1	log LKHD = -7127.29	log LKHD -5635.83	log LKHD = -4787.08
ARMA (1,1)	AIC = 9068.73	AIC = 14256.68	AIC = 11279.62	AIC = 9579.84
	BIC = 9093.03	BIC = 14280.98	BIC = 11303.92	BIC = 9604.15
	log LKHD = -4530.37	log LKHD = -7124.34	log LKHD = -5635.81	log LKHD = -4785.92
ARMA (1,2)	<b>AIC = 9062.89</b>	<b>AIC = 14254.49</b>	AIC = 11272.21	AIC = 9580.73
	BIC = 9093.27	BIC = 14284.87	BIC = 11272.22	BIC = 9611.1
	log LKHD = -4526.44	log LKHD = -7122.24	log LKHD = -5631.1	log LKHD = -4785.36
ARMA (2,1)	AIC = 9066.22	AIC = 14254.58	AIC = 11281.23	AIC = 9580.27
	BIC = 9098.37	BIC = 14284.96	BIC = 11311.6	BIC = 9610.64
	log LKHD = -4528.11	log LKHD = -7122.29	log LKHD = -5635.61	log LKHD = -4785.13
ARMA (2,2)	AIC = 9063.07	AIC = 14255.5	<b>AIC = 11271.68</b>	<b>AIC = 9539.65</b>
	BIC = 9099.53	BIC = 14292.35	BIC = 11308.13	BIC = 9539.68
	log LKHD = -4525.54	log LKHD = -7121.75	log LKHD = -5629.84	log LKHD = -4763.83

Dados da pesquisa

Desta forma, o objetivo ao se comparar todas os modelos acima é verificar os menores valores de AIC ou BIC a fim de se obter um modelo com maior qualidade de ajuste e parcimônia. Contudo, os critérios AIC e BIC são utilizados com objetivos distintos. Segundo Emiliano (2013), o critério AIC busca uma maior aproximação do modelo com a realidade, diferente do BIC que procura o ajuste perfeito. Por conseguinte, segundo o autor, a abordagem BIC possui mais parâmetros que o AIC. Neste contexto, optou-se pelo uso do critério AIC para de garantir maior parcimônia ao modelo.

Em negrito, na tabela 5, estão destacados os modelos com menores AIC. Os índices Ibovespa (BRA) e S&S BMV (MEX) tiveram um melhor AIC para o modelo ARMA (2,1); os índices Merval (ARG) e IPSA (CHI) tiveram um melhor AIC para o modelo ARMA (1,2); e os demais índices tiveram um melhor AIC para o modelo ARMA (2,2). Portanto, estes são os modelos que serão adotados para cada um dos índices a fim de que se possa, posteriormente, estimar seus resíduos ao quadrado (modelo GARCH).

## 4.2 Estimando as séries através do modelo ARMA

Utilizando o critério AIC, acima descrito, a tabela 6 apresenta as estimações dos retornos diários das séries do modelo ARMA:

**Tabela 6 – Estimativas do modelo ARMA**

Índice	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	Sigma <sup>2</sup>
Colcap (COL)	1.0595 (0.1465)	-0.5868 (0.1018)	-0.9528 (0.1477)	0.5520 (0.0967)	1.065
Dow Jones (EUA)	0.0979 (0.1634)	-0.6482 (0.2045)	-0.1785 (0.1522)	0.6392 (0.2216)	1.27
Ibovespa (BRA)	0.7797 (0.0886)	-0.0123 (0.0188)	-0.7984 (0.0870)	_____	2.829
S&P BMV (MEX)	0.8658 (0.0725)	-0.1043 (0.0176)	-0.7847 (0.0712)	_____	1.338
IPSA (CHI)	-0.6594 (0.1692)	_____	0.8312 (0.1679)	0.1532 (0.0262)	0.9803
Merval (ARG)	0.3245 (0.2317)	_____	-0.3002 (0.2316)	0.0459 (0.0198)	4.93
S&P Lima (PER)	0.6276 (0.1736)	0.1669 (0.0949)	-0.4495 (0.1723)	-0.2617 (0.0792)	1.948
S&P TSX (CAN)	-0.3841 (0.0228)	-0.9354 (0.0252)	0.3738 (0.0290)	0.8925 (0.0323)	1.137

Dados da pesquisa

A Tabela 6 mostra os respectivos níveis de ordem dos componentes AR e MA encontrados para as séries temporais examinadas e seus respectivos desvios padrões entre parênteses. Contudo, para determinar se as estimativas encontradas são capazes de modelar adequadamente as séries temporais dos retornos dos índices, os resíduos ao quadrado do modelo ARMA devem também ser submetidos a uma análise, permitindo que a estimativa seja avaliada com base em critérios de heteroscedasticidade condicional.

## 4.3 Análise descritiva dos resíduos e testes de heteroscedasticidade condicional

A fim de verificar a presença de heteroscedasticidade nos resíduos dos modelos ARMA acima demonstrados, faz-se necessário a comprovação da existência de efeitos

ARCH séries estimadas, por meio do teste LM (*Lagrange-Multiplier*). Tal teste demonstra se a variância condicional é ou não constante nos resíduos, sob a hipótese nula de perda de efeitos ARCH. Abaixo, seguem os testes para cada estimação dos índices e a análise dos resultados será demonstrada de forma conjunta, dada as similaridades nas interpretações:

**Tabela 7 – Teste LM do modelo ARMA (2,2) do índice COLCAP (COL)**

<b>Defasagem</b>	<b>Teste LM</b>	<b>p-valor</b>
4	2892	0
8	1383	0
12	880	0
16	654	0
20	505	0
24	342	0

Dados da pesquisa

3

4

**Tabela 8 – Teste LM do modelo ARMA (2,2) do índice Dow Jones (EUA)**

<b>Defasagem</b>	<b>Teste LM</b>	<b>p-valor</b>
4	2367	0
8	758	0
12	417	0
16	293	0
20	231	0
24	185	0

Dados da pesquisa

**Tabela 9 – Teste LM do modelo ARMA (2,1) do índice Bovespa (BRA)**

<b>Defasagem</b>	<b>Teste LM</b>	<b>p-valor</b>
4	1939	0
8	744	0
12	388	0
16	278	0
20	216	0
24	178	0

Dados da pesquisa

<sup>3</sup> O teste LM, proposto por Engle (1982), ajusta um modelo de regressão linear para os resíduos ao quadrado e examina se o modelo ajustado é significativo. Deste modo, a hipótese nula é de que os resíduos quadrados são uma sequência de ruído branco, ou seja, homoscedásticos. (ENDERS, 2014).

<sup>4</sup> O efeito ARCH é construído com base na condição de que, se os resíduos são heterocedásticos, então os resíduos ao quadrado são automaticamente correlacionados (ENDERS, 2014).

Tabela 10 – Teste LM do modelo ARMA (2,1) do índice S&amp;P BMV (MEX)

<b>Defasagem</b>	<b>Teste LM</b>	<b>p-valor</b>
4	3660	0
8	1149	0
12	621	0
16	455	0
20	353	0
24	290	0

Dados da pesquisa

Tabela 11 – Teste LM do modelo ARMA (1,2) do índice Merval (ARG)

<b>Defasagem</b>	<b>Teste LM</b>	<b>p-valor</b>
4	15485	0
8	6517	0
12	4206	0
16	3035	0
20	2081	0
24	1722	0

Dados da pesquisa

Tabela 12 – Teste LM do modelo ARMA (1,2) do índice IPSA (CHI)

<b>Defasagem</b>	<b>Teste LM</b>	<b>p-valor</b>
4	6856	0
8	1951	0
12	1183	0
16	848	0
20	662	0
24	546	0

Dados da pesquisa

Tabela 13 – Teste LM do modelo ARMA (2,2) do índice S&amp;P Lima (PER)

<b>Defasagem</b>	<b>Teste LM</b>	<b>p-valor</b>
4	1804	0
8	821	0
12	535	0
16	362	0
20	265	0
24	219	0

Dados da pesquisa

Tabela 14 – Teste LM do modelo ARMA (2,2) do índice S&amp;P TSX (CAN)

Defasagem	Teste LM	p-valor
4	1943	0
8	499	0
12	306	0
16	216	0
20	161	0
24	128	0

Dados da pesquisa

As tabelas (7 a 14) acima descritas, mostraram os resultados do teste LM para diferentes defasagens. Em todas as estimações ARMA dos índices analisados, os efeitos ARCH foram considerados altamente significativos ( $p\text{-valor} = 0$ ) para todas as 24 defasagens. Conseqüentemente, a hipótese nula, de ausência de efeito ARCH, pode ser rejeitada, de modo que se possa assumir uma forte dependência temporal nas variações causadas. Em outras palavras, pode-se afirmar que os resíduos das estimações das oito séries financeiras de retorno dos índices das bolsas de valores do continente americano são condicionalmente heteroscedásticos.

Na seqüência, cabe agora utilizar o modelo GARCH para a estimação dos índices de ações, levando em considerações os resultados até aqui encontrados.

#### 4.4 Estimação e resultados empíricos do modelo GARCH

Após a confirmação da existência do efeito ARCH, faz-se necessário estimar um modelo adequado aos dados e, para tanto, ensaiou-se quatro modelos GARCH: GARCH (1,1), GARCH (1,2), GARCH (2,1) e GARCH (2,2). Assim como mostra a tabela 15, segue a análise inicial dos modelos via critério AIC.

Tabela 15 – Valores do critério AIC das estimações GARCH para índices do continente americano

ÍNDICES	GARCH (1,1)	GARCH (1,2)	GARCH (2,1)	GARCH (2,2)
COLCAP (COL)	<b>AIC = 2.510706</b>	AIC = 2.511242	AIC = 2.51131	AIC = 2.511865
Dow Jones (EUA)	AIC = 2.496283	AIC = 2.496917	<b>AIC = 2.493719</b>	AIC = 2.49434
Ibovespa (BRA)	AIC = 3.591179	AIC = 3.591777	AIC = 3.588091	<b>AIC = 3.587802</b>
S&P BMV (MEX)	<b>AIC = 2.689268</b>	AIC = 2.689806	AIC = 2.689591	AIC = 2.690108
IPSA (CHI)	<b>AIC = 2.400891</b>	AIC = 2.401267	AIC = 2.401362	AIC = 2.401890
Merval (ARG)	<b>AIC = 4.090028</b>	AIC = 4.090564	AIC = 4.090689	AIC = 4.090833
S&P Lima (PER)	<b>AIC = 2.883750</b>	AIC = 2.884280	AIC = 2.884277	AIC = 2.884736
S&P TSX (CAN)	AIC = 2.319082	<b>AIC = 2.318192</b>	AIC = 2.318447	AIC = 2.319069

Dados da pesquisa

Conforme apresentado, o modelo GARCH (1,1) mostrou o melhor critério AIC para cinco dos oito índices estudados. Na avaliação das estimações dos índices Dow Jones, Ibovespa e S&P TSX, que de acordo com o AIC não indicaram a utilização GARCH(1,1), verificou-se, porém, que ao se estimar os modelos sugeridos pelos critérios AIC, através do software R, pelo menos um dos parâmetros estimados não foi estatisticamente significativo a 1%. Para o índice Dow Jones, os parâmetros  $\alpha_1$  do modelo GARCH (2,1),  $\beta_2$  do modelo GARCH (1,2) e todos os parâmetros do modelo GARCH (2,2) não foram estatisticamente significativos; para o índice Ibovespa os parâmetros  $\beta_2$  do modelo GARCH (1,2),  $\alpha_1$  do modelo GARCH (2,1) e  $\beta_2$  do modelo GARCH (2,2) não foram estatisticamente significativos; e para o índice S&P TSX os parâmetros  $\beta_2$  do modelo GARCH (1,2),  $\alpha_2$  do modelo GARCH (2,1) e todos os parâmetros do modelo GARCH (2,2) não foram estatisticamente significativos. Em contrapartida, todos os parâmetros do modelo GARCH (1,1) destes índices foram estatisticamente significativos a 1%. Além disso, como pode ser visto na tabela 15, os valores obtidos para o AIC estão próximos em todos os modelos testados. Desta forma, conclui-se que o modelo GARCH (1,1) é o mais adequado para descrever os dados em todos os índices aqui estudados.

Serão apresentados, através da tabela 16, os resultados dos parâmetros estimados para o retorno de todos os índices utilizados neste trabalho.

Tabela 16 – Resultados da estimação GARCH (1,1)

GARCH (1,1)	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_1 + \beta_1$
COLCAP (COL)	0.05299 (3.985)*	0.17377 (6.583)*	0.78954 (26.073)*	0.96331
Dow Jones (EUA)	0.015021 (4.026)*	0.145192 (7.954)*	0.855941 (55.106)*	1.001133
Ibovespa (BRA)	0.043736 (3.451)*	0.063795 (6.520)*	0.918900 (74.520)*	0.982695
S&P BMV (MEX)	0.013694 (3.541)*	0.075586 (7.077)*	0.913765 (80.663)*	0.989351
IPSA (CHI)	0.02528 (4.241)*	0.12244 (7.360)*	0.84999 (43.763)*	0.97243
Merval (ARG)	0.143838 (3.115)*	0.115683 (4.896)*	0.858575 (29.403)*	0.974258
S&P Lima (PER)	0.027979 (3.926)*	0.117253 (7.039)*	0.869569 (50.755)*	0.986822
S&P TSX (CAN)	0.006024 (3.183)*	0.099049 (7.535)*	0.898156 (71.452)*	0.997205

Dados da pesquisa

**Nota:** \* = Significante a 1%

Nas oito séries temporais examinadas, verifica-se que todos os coeficientes são significativos a 1% e podem ser estimados de forma satisfatória, respeitando as propriedades do modelo. A significância estatística da distribuição *t-Student* mostra que esta é adequada para capturar o comportamento estatístico dos retornos dos índices estudados. Ademais, todas as estimações respeitam a condição de não-negatividade dos modelos GARCH<sup>5</sup>.

$\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  representam os parâmetros da equação da variância dos modelos GARCH, e os valores entre parênteses, logo abaixo, seus respectivos t-estatísticos.  $\alpha_1$  traduz a reação da volatilidade a movimentos no mercado.  $\beta_1$  revela o fator persistência da volatilidade e a soma de  $\alpha_1 + \beta_1$  representa a velocidade de convergência para o nível da volatilidade de longo prazo.

A soma dos coeficientes de reação ( $\alpha_1$ ) com o coeficiente de persistência da volatilidade ( $\beta_1$ ) define se os riscos persistem na série de retornos.

Portanto, observa-se que o somatório dos coeficientes no índice Ibovespa foi igual a 0.982695, o que indica alta persistência de choques na volatilidade dos retornos do índice brasileiro. Logo, um choque que gere declínio ou aumento no índice Ibovespa poderia sugerir longos períodos de intensa instabilidade no mercado de ações brasileiro, podendo gerar perdas consideráveis aos investidores no País ou mesmo boas oportunidades para maiores retornos no mercado. Ao se analisar os demais índices, a estimação do GARCH (1,1)

<sup>5</sup> Vide Bollerslev (1986), p. 316.

também identificou a dinâmica da volatilidade na série de retorno. A soma dos coeficientes de reação e de persistência da volatilidade definiu valores da ordem de 0.96331 (COLCAP), 1.001133 (Dow Jones), 0.989351 (S&P BMV), 0.97243 (IPSA), 0.974258 (Merval), 0.986822 (S&P Lima), 0.997205 (S&P TSX), indicando, assim como no Ibovespa, intensa volatilidade dos retornos. De acordo com o coeficiente de persistência, a série de retornos do índice Dow Jones apresentou valor levemente maior do que 1, o que demonstra que os choques na volatilidade perdurarão por um período extremamente longo e que a variância permanecerá elevada, podendo não apresentar reversão à sua média histórica. O menor coeficiente encontrado foi o do índice COLCAP, o que mostra que um choque inicial sobre a volatilidade provocará efeitos mais rápidos sobre o comportamento da série (menor período de tempo) em comparação com os demais índices. Assim, o somatório desses parâmetros indica que, se o valor for maior ou próximo de 1, maior será o efeito ao longo do tempo de qualquer instabilidade no mercado acionário daquele país. Consequentemente, esse efeito, decorrente de constantes flutuações dos preços das ações de cada um destes países, tende a se normalizar num maior espaço de tempo, tornando tais índices altamente vulneráveis ao mercado de futuros.

Uma vez que todos os coeficientes do modelo são estatisticamente significativos, resta agora analisar os resíduos padronizados da estimação a fim de verificar se o modelo captura aspectos dinâmicos dos modelos de média e variância. Tais resíduos devem ser não correlacionados, desprovidos de volatilidade condicional (efeitos ARCH) e apresentar distribuição normal.

Para confirmar tais aspectos, faz-se necessário a avaliação de alguns resultados. A tabela 17 apresenta os resultados dos testes de Bera e Higgins (1993) para os resíduos padronizados. Necessita-se verificar a não dependência temporal das defasagens dos resíduos padronizados, por meio do teste de Ljung-Box, tanto na série de resíduos padronizados quanto na série quadrada destes resíduos.

Tabela 17 – Análise dos resíduos padronizados da estimação GARCH (1,1)

GARCH (p,q)	Ljung-Box ( $\alpha_t$ )	Ljung-Box ( $\alpha_t^2$ )	ARCH-LM (p-valor)	Curtose
COLCAP (COL)	19.7389 (0.1822)	19.56268 (0.1893)	17.49491 (0.1319)	2.5578
Dow Jones (EUA)	10.66673 (0.7758)	10.61895 (0.7791)	9.600637 (0.6509)	1.5922
Ibovespa (BRA)	8.689181 (0.8932)	27.97618 (0.0217)	24.98838 (0.0148)	1.6026
S&P BMV (MEX)	11.72993 (0.6993)	19.548 (0.1899)	17.74499 (0.1236)	1.3010
IPSA (CHI)	9.205375 (0.8665)	16.7126 (0.3363)	4.696891 (0.9673)	2.7722
Merval (ARG)	13.58494 (0.5572)	28.58293 (0.01819)	26.50524 (0.0091)	8.4485
S&P Lima (PER)	18.6806 (0.2285)	16.54569 (0.3467)	13.41295 (0.3397)	2.0266
S&P TSX (CAN)	15.96885 (0.3841)	22.85534 (0.0872)	15.19797 (0.2307)	0.9037

Dados da pesquisa

**Nota:** Para calcular o valor dos testes utilizou-se 15 defasagens.

Analisando o teste de Ljung-Box<sup>6</sup> dos resíduos padronizados, pode-se verificar que as funções são nulas estatisticamente para todas as 15 defasagens, admitindo que  $X^2_{13}$  (0,001=34,528).

Uma vez que todos os valores encontrados estão abaixo de do valor do Chi-Quadrado, não se rejeita a hipótese de que as funções sejam nulas até a 15ª defasagem. Desta forma, admite-se que os resíduos padronizados são não correlacionados.

A mesma dedução pode ser usada para o teste de Ljung-Box dos resíduos padronizados ao quadrado, o que comprova neste caso a não rejeição da hipótese nula de que a função de autocorrelação do quadrado da série seja nula, confirmando a inexistência de qualquer efeito ARCH. Tal análise pode ser também confirmada no teste ARCH-LM, que

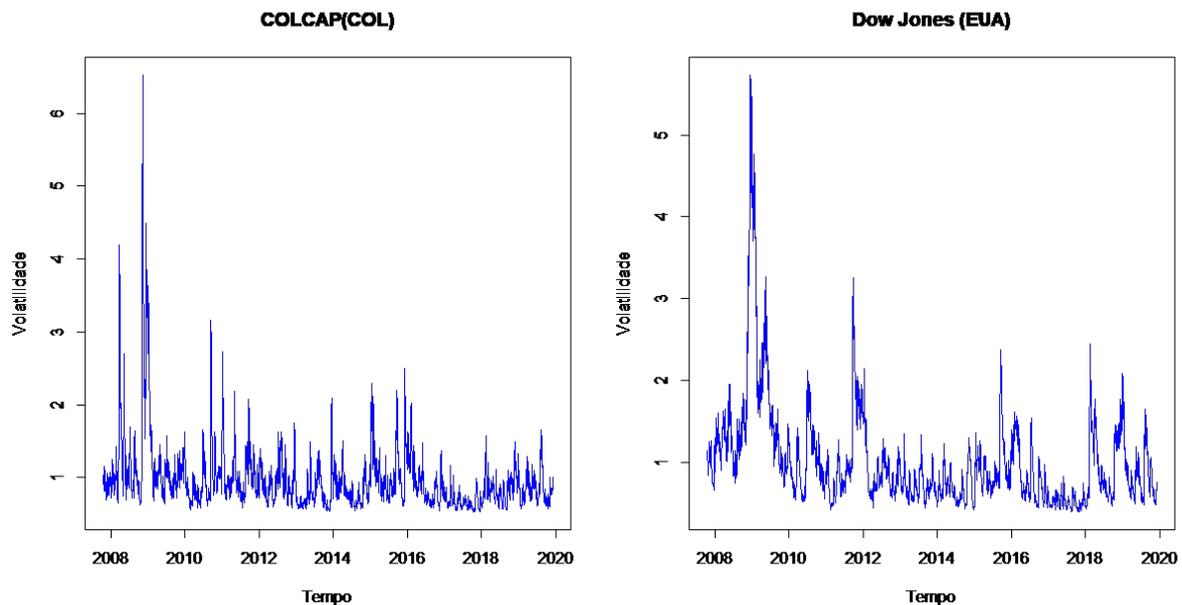
<sup>6</sup> De acordo com Ljung e 35.9 (1978), se o modelo for apropriado, a estatística do teste  $Q(k) = n(n-2) \sum_j^k \frac{p_j^2}{n-j}$  terá uma distribuição Chi-quadrado com (K - p - q) graus de liberdade, onde K é o número de defasagens tomada na função de autocorrelação, p e q são as ordens do modelo. Desta forma, rejeita-se a hipótese nula se  $Q > \chi^2_{1-\alpha, k-p-q}$  com um nível de significância  $\alpha$ . No presente trabalho, admite-se então uma distribuição Chi-quadrado com 13 graus de liberdade.

demonstrou altos valores para os resíduos padronizados e p-valor maiores que 0,001, não rejeitando-se assim a hipótese nula ausência de efeito ARCH.

No que diz respeito à distribuição normal dos resíduos do modelo GARCH, verifica-se que os resíduos padronizados possuem características de uma distribuição normal, tendo em vista os valores de curtose<sup>7</sup> próximos de 3, com exceção do índice Merval (ARG), que se mostrou leptocúrtica em relação a normal.

Pode-se afirmar que as oito séries financeiras examinadas, apresentam as características típicas dos dados do mercado financeiro, sendo o modelo GARCH capaz de modelar adequadamente as estruturas de volatilidade dos retornos dos índices examinadas neste trabalho. Assim sendo, as figuras 17, 18, 19 e 20 apresentam as estimativas de volatilidade dos índices.

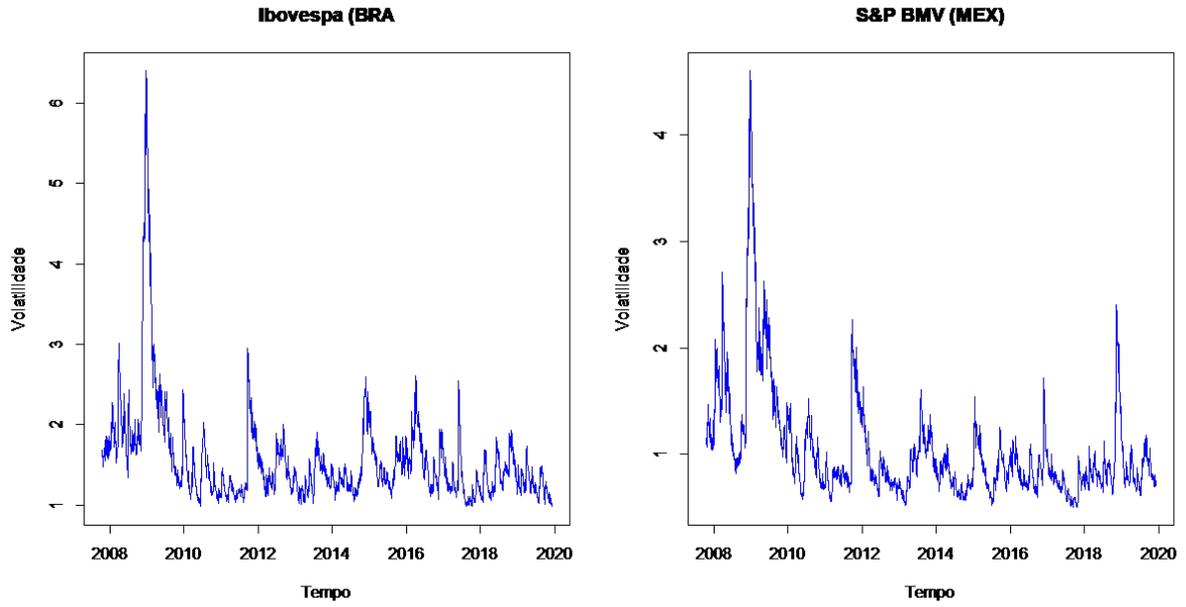
**Figura 17 – Volatilidade dos índices Colcap (COL) e Dow Jones (EUA)**



Dados da pesquisa

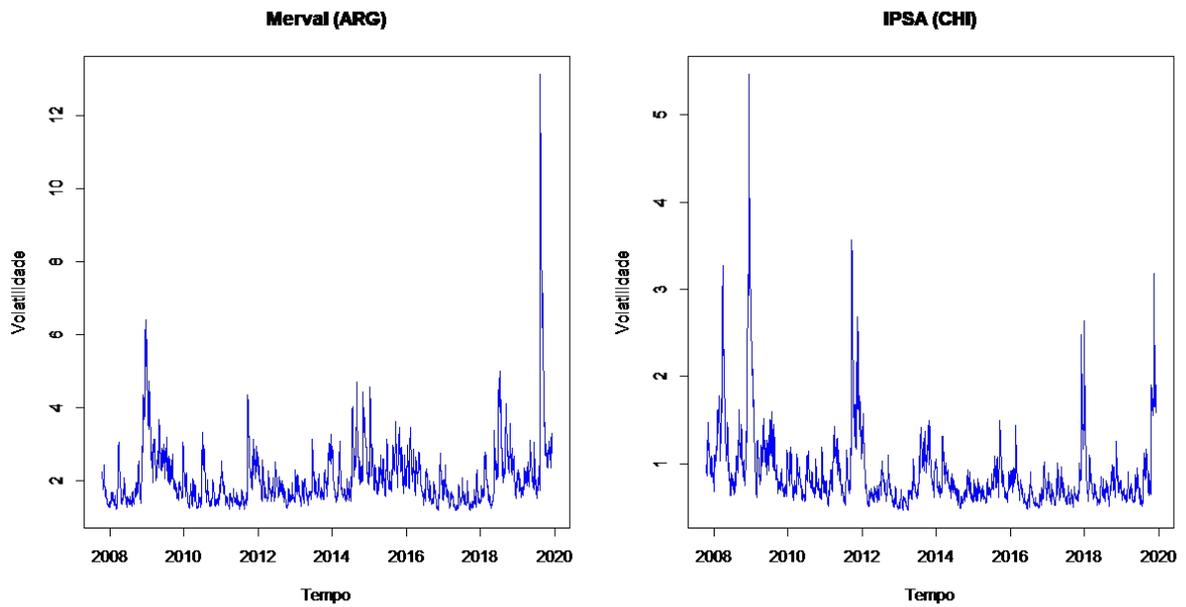
<sup>7</sup> Na distribuição *normal* o coeficiente de curtose é igual a 3.

Figura 18 – Volatilidade dos índices Ibovespa (BRA) e S&P BMV (MEX)



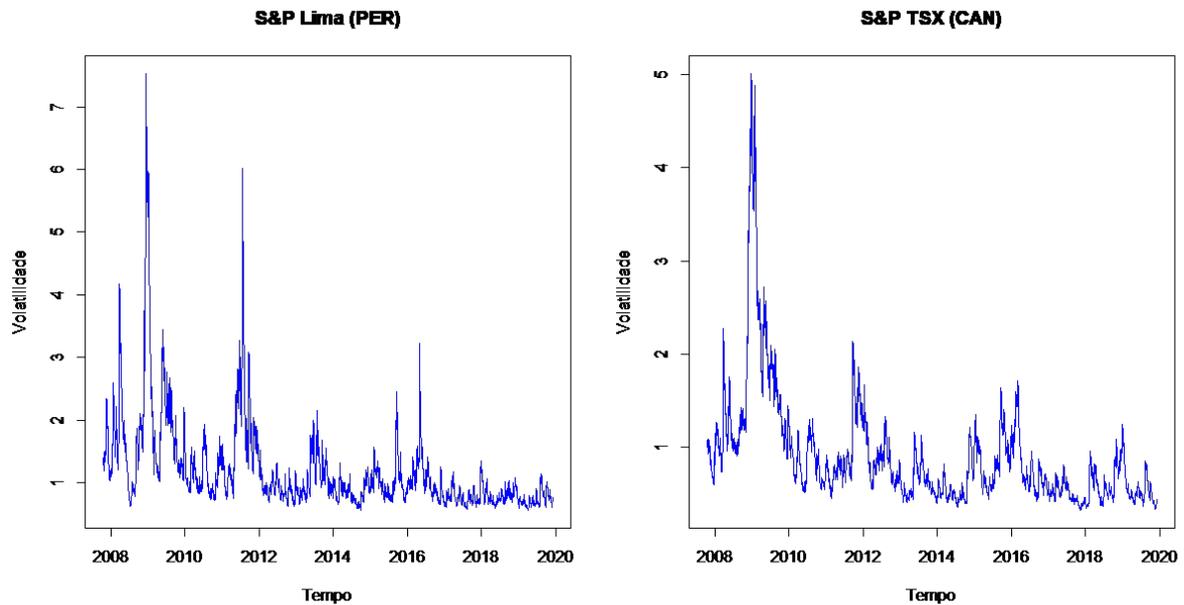
Dados da pesquisa

Figura 19 – Volatilidade dos índices Merval (ARG) e IPSA (CHI)



Dados da pesquisa

Figura 20 – Volatilidade dos índices S&P Lima (PER) e S&P TSX (CAN)



Dados da pesquisa

Nas estimativas da volatilidade, percebe-se claras semelhanças em determinados períodos de tempo, com alta variabilidade, principalmente nos anos de 2008/2009 e 2011/2012, salientando uma alta variabilidade no índice Merval (ARG) ao final do ano de 2019.

#### 4.5 Síntese do capítulo

Analisando as principais estatísticas descritivas e diversos testes como de autocorrelação, heteroscedasticidade e estacionariedade dos modelos ARMA, foi possível apurar que a estimação do modelo GARCH para as séries foi adequada para mensurar a persistência da volatilidade dos índices aqui estudados.

Estimou-se o modelo ARMA e analisou-se seus respectivos pressupostos para que posteriormente se fizesse a avaliação de seus resíduos para testar a presença de heteroscedasticidade condicionada, averiguando-se que tanto pelos correlogramas do quadrado dos resíduos quanto pelo teste ARCH-LM confirma-se a presença de heteroscedasticidade condicionada.

Por fim, estimou-se o modelo GARCH (1,1), seguindo os critérios de seleção do modelo e significância, verificando a inexistência de correlação nos resíduos padronizados e efeito ARCH para os resíduos quadrados. A partir dos resultados da estimativa, verifica-se que, em todas as séries, o parâmetro  $\beta_1$  é significativamente maior que o parâmetro  $\alpha_1$ , fazendo com que a variação condicional  $\sigma_t$  retorne mais lentamente ao nível de equilíbrio após choques em  $\varepsilon_t$ . Verifica-se ainda que os resíduos das séries temporais são estacionários,

uma vez que a soma de  $\alpha_1 + \beta_1 > 1$ , com exceção do índice Dow Jones (EUA). Isso indica que há uma alta persistência de choques passados na variância condicional de  $t$ , ou seja, a volatilidade dos retornos regressa mais lentamente ao equilíbrio.

O mercado acionário dos países aqui analisados, principalmente nos países da América Latina, está sujeito a grandes variações de preços das ações ocasionadas por fatores políticos, econômicos e sociais, tais como dificuldades impostas ao planejamento da produção de *commodities*, flutuações na cotação destas *commodities* nos mercados internacionais, variabilidade cambial, instabilidades políticas, baixos índices de desenvolvimento humano, dentre outros. Assim, principalmente na gestão do risco, o processo de tomada de decisão de um investidor está intrinsecamente associado à previsão que a análise de séries temporais desempenha, junto com a capacidade do investidor em analisar as variáveis macroeconômicas do país em que ele investe.

No que tange à análise das medidas de risco aqui estudadas, a tabela 18 apresenta cada uma destas medidas.

**Tabela 18 – Demonstração das medidas de risco**

<b>Índices</b>	<b>Persistência da volatilidade</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Coefficiente de Variação</b>
Colcap	0.96331 (1º)	1,0429 (2º)	52,1476 (5º)
IPSA	0.97243 (2º)	1,0053 (1º)	34,6156 (3º)
Merval	0.974258 (3º)	2,2236 (8º)	16,6318 (1º)
Ibovespa	0.982695 (4º)	1,6828 (7º)	34,1577 (2º)
S&P Lima	0.986822 (5º)	1,4201 (6º)	153,8814 (8º)
S&P BMV	0.989351 (6º)	1,16256 (5º)	57,9160 (7º)
S&P TSX	0.997205 (7º)	1,0733 (3º)	57,6668 (6º)
Dow Jones	1.001133 (8º)	1,1337 (4º)	34,9132 (4º)

Elaborado pelo autor

A tabela 18 apresenta e sintetiza os principais resultados estatísticos e econométricos encontrados neste trabalho. A primeira coluna apresenta os índices de ações do continente americano, de forma ordenada, considerando as persistências de volatilidade elencadas

na segunda coluna. Deste modo, o índice COLCAP apresenta a menor persistência de volatilidade enquanto o Dow Jones apresenta o maior. A terceira coluna apresenta os desvios-padrão e a quarta coluna apresenta o coeficiente de variação, ambas apresentadas na tabela 3 do trabalho. Os números entre parênteses ordenam os índices de acordo com os valores encontrados. O objetivo desta tabela é condensar os resultados encontrados neste trabalho como forma de mostrar quão distintas são as medidas de mensuração de risco dos índices de ações aqui calculados.

De maneira geral, todos os indicadores de risco das séries temporais de retorno dos principais índices de bolsa do continente americano apresentaram valores heterogêneos em termos de análise geral. Considerando o desvio padrão, verifica-se que há uma diferença considerável em termos relativos nos valores encontrados. A mesma análise pode ser identificada nos valores dos coeficientes de variação, em que o risco por unidade de retorno entre os países pode chegar a uma diferença de aproximadamente 9,25 vezes – caso do índice S&P Lima em relação ao índice Merval. Contudo, por mais distintos que estes países possam ser em termos econômicos, sociais e de risco, considerando a estimação do modelo GARCH e conseqüentemente o coeficiente de persistência da volatilidade, percebe-se que há uma similaridade entre os índices que apresentaram valores próximos a 1. Para os investidores envolvidos no mercado acionário do continente, isso se reflete sob a forma de um alto grau de risco no mercado acionário que pode proporcionar oportunidades de lucros elevados a esses investidores, mas também grandes chances de prejuízos.

Tal risco poderia, de certa forma, ser minimizado através de uma diversificação em termos transnacionais dos investimentos dos agentes, principalmente no em relação à análise do desvio padrão e do coeficiente de variação. No entanto, tal afirmação não se confirma na análise da persistência da volatilidade.

Por fim, com base nos resultados apresentados, conclui-se que o modelo GARCH (1,1) escolhido para a estimação da volatilidade dos índices do continente americano, foi considerado o mais apropriado para a verificação de persistência de volatilidade.

## 5 Considerações finais

O retorno esperado em investimentos no mercado de ações internacionais depende de diversos fatores, dentre eles, de acordo com a teoria de carteiras, destaca-se os benefícios relacionados à diversificação de investimentos em outros países. Assim, características inerentes aos países, como qualidade de infraestrutura econômica, produção, renda, situação política, grau de estabilidade nas relações internacionais, crescimento industrial ou, até mesmo, incentivos fiscais tendem a ser altamente observadas pelos investidores internacionais no processo de tomada de decisão.

No processo de decisão de escolha de ações, há um número finito de ativos que devem ser classificados considerando muitos critérios diferentes e conflitantes. Ao se investir num portfólio internacional de ações, os tomadores de decisão devem também considerar diversas outras variáveis para uma escolha mais racional, como as diferenças nas culturas nacionais, a sofisticação dos investidores em determinados mercados de ações e fatores econômicos, como mencionados anteriormente.

Neste aspecto, estudos como o de Brooks e Negro (2005) sugerem que o investimento no mercado de capitais internacional pode ocorrer de forma regionalizada (levando-se em consideração os limites continentais) e globalizada; e descobriram que os investimentos regionalizados tendem a gerar o mesmo grau de risco e retorno se comparados a investimentos em escala global. Assim, para um investidor que possui a escolha de diversificar seus investimentos dentro da Europa ou globalmente, os resultados sugeriram que a diversificação dos investimentos dentro da Europa produziria a mesma redução de risco em comparação à diversificação em escala global, podendo inclusive ser adotada em igual medida na comparação entre mercados desenvolvidos e emergentes. A mesma abordagem é feita por Meric e Meric (1989), que encontraram evidências de que há mais vantagens na diversificação de investimentos no mercado de capitais entre países do que entre setores dentro de um país. A diversificação entre os países, mesmo dentro de um único setor, resulta em maior redução de risco do que a diversificação entre os setores dentro dos países.

No que diz respeito ao tomador de decisão, cabe a ele a escolha da solução que maximize seu retorno num menor risco possível, considerando suas preferências, pois tal escolha depende da função de utilidade de cada um, que é subjetiva e nem sempre tomada de forma racional. Os investidores individuais sofrem várias influências, sejam elas psicológicas, emocionais ou de efeitos externos como o comportamento de manada. Esses vieses desempenham um papel fundamental na tomada de decisão do investidor.

Ainda, a recente turbulência nos mercados financeiros em todo o mundo abalou a confiança dos investidores individuais nos mercados de ações e o presente trabalho buscou, de certa forma, contribuir com as decisões dos investidores em relação ao risco em uma

perspectiva que considera a volatilidade como fundamental para uma melhor tomada de decisão de investimento.

A teoria de mercado de capitais desenvolveu conceitos fundamentais para modelar séries temporais financeiras, apoiando-se nos estudos de Engle (1982) e Bollerslev (1986), que utilizaram uma base de dados de séries temporais financeiras referentes ao retorno diário dos principais índices de bolsa de valores do continente americano (índices COLCAP, Dow Jones, Ibovespa, S&P BMV, IPSA, Merval, S&P Lima e S&P TSX), estimando a volatilidade de tais séries através do modelo GARCH para verificar seu comportamento.

Os resultados encontrados foram sugestivos e apontaram que um modelo do tipo GARCH, que incorpora termos de volatilidade condicional, seria mais apropriado para se estimar as séries de retorno dos índices do continente americano do que um modelo do tipo ARMA. Observou-se que os retornos dos índices não são normalmente distribuídos e ao verificar as dependências lineares, foram encontradas dependências nos retornos quadrados para todos os dados examinados, mostrando que os índices contêm dependências não lineares.

Posteriormente, a partir da análise de volatilidade das séries temporais financeiras, verificou-se que os retornos dos índices se caracterizam, como ocorre normalmente, como heteroscedásticos. Dentre os modelos examinados, os valores calculados a partir dos critérios de informação de Akaike (AIC) apontaram o modelo GARCH (1,1) como o mais apropriado para representar a volatilidade dos retornos dos índices, em que todos os coeficientes de cada um dos índices analisados apresentaram significância estatística em nível de 1%.

Os resultados estimados para os retornos dos índices apresentaram um comportamento importante para os atores envolvidos com o mercado de capitais do continente americano. Verificou-se que os coeficientes de persistência da volatilidade dos índices obtiveram valores próximos de 1, sugerindo que choques na volatilidade tendem a se perpetuar por muito tempo em todas as séries de retorno. Isto é, há uma alta persistência de choques passados na variância condicional de  $t$ , indicando que a variação condicional  $\sigma_t^2$  dos retornos regresse mais lentamente ao equilíbrio após choques em  $\varepsilon_t$ .

De maneira geral a volatilidade das séries de retorno dos índices do continente americano, além de apresentarem instabilidades, exibiram coeficientes de persistência de volatilidade muito próximo entre eles. Por um lado, isso se reflete para os investidores sob a forma de um alto grau de risco em seus investimentos em ativos relacionados aos índices destes países, uma vez que podem proporcionar oportunidades de realização de lucros em determinados períodos, mas também prejuízos ou saídas inesperadas em situações adversas. Por outro lado, o fato de os coeficientes de persistência apresentarem valores muito próximos entre os índices do continente sugere que uma possível diversificação de investimentos não minimizaria os riscos do investidor.

O presente trabalho contribui em uma via de pesquisa que consiste em desenvolver

observações econômicas de assimetrias informacionais nas alocações internacionais dos investimentos. Em uma aplicação efetiva aos investidores, os dados disponibilizados podem ser empregados para calcular a diferença de impacto nos investimentos entre os países a partir de um choque financeiro que acarrete numa queda no Ibovespa. Neste caso, países com maior exposição ou grau de dependência com o Brasil sofreriam claramente uma perda maior em seus índices de ações se comparados a países menos relacionados ao Brasil. Assim, de forma mais ampla, esses dados poderiam ajudar a examinar se a integração financeira bilateral entre dois países afeta outras relações econômicas bilaterais.

Pode-se concluir, portanto, que estudos que abordam o risco em investimentos no mercado de capitais internacionais possuem grande relevância no escopo econômico. O modelo GARCH fornece bons resultados neste contexto por possuir propriedades econométricas contundentes para modelar propriedades estatísticas de dados do mercado financeiro, com uma gama de possíveis aplicações para este modelo. Os modelos GARCH devem ser combinados com distribuições mais flexíveis, que se adéquem às características dos dados do mercado financeiro e, ao mesmo tempo, tentem estimar, adequada e simplesmente, a volatilidade.

Apesar de a volatilidade não ser igual entre as séries, a trajetória temporal da variância condicional tende a ser semelhante entre os índices. Contudo, para um melhor entendimento desta ideia, seria necessário analisar como as correlações entre as séries variam ao longo do tempo, tendo em vista a possibilidade de existir períodos de alta e baixa correlação. Desta forma, para estudos futuros, há um grande campo de aplicação para séries temporais, inclusive multivariadas, uma vez que muitas séries temporais econômicas estão altamente correlacionadas, o que pode agregar aos estudos sobre risco e retorno.



## Referências

- ACCOMINOTTI, O. *et al.* Did Globalization Kill Contagion? **SSRN Electronic Journal**, janeiro 2020. ISSN 1556-5068.
- AKAIKE, H. Maximum likelihood identification of Gaussian autoregressive moving average models. **Biometrika**, v. 60, n. 2, p. 255 – 256, 1973. ISSN 1464-3510.
- AKAIKE, H. On the Likelihood of a Time Series Model. **Journal of the Royal Statistical Society**, Wiley, v. 27, n. 3/4, p. 217 – 235, 1978. ISSN 1467-9868.
- ANTUNES, J. L. F.; CARDOSO, M. R. A. Uso da análise de séries temporais em estudos epidemiológicos. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, v. 24, n. 3, p. 265 – 276, 2015. ISSN 2237-9622.
- ASSAF, A. The Stochastic Volatility Model, Regime Switching and Value-at-Risk (VaR) in International Equity Markets. **Journal of Mathematical Finance**, University of Balamand, v. 7, n. 2, p. 491 – 512, 2017. ISSN 2162-2442.
- B3. **Índice Bovespa (Ibovespa)**. 2019. Disponível em: [http://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/ibovespa.htm/](http://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/ibovespa.htm/). Acesso em: 20 de junho de 2019.
- BANCO DE LA REPÚBLICA DE COLOMBIA - BANREP. **Stock Market**. 2019. Disponível em: <https://www.banrep.gov.co/en/stock-market/>. Acesso em: 20 de junho de 2019.
- BARACHO, S. M. L. N. **Tratamento de dados ausentes em estudos longitudinais**. 2003. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais.
- BAROSSO-FILHO, M.; ACHCAR, J. A.; SOUZA, R. M. de. Modelos de volatilidade estocástica em séries financeiras: uma aplicação para o IBOVESPA. **Economia Aplicada**, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto - USP, v. 14, n. 1, p. 25 – 40, 2010. ISSN 1413–8050.
- BEIRNE, J. *et al.* Global and regional spillovers in emerging stock markets: A multivariate GARCH-in-mean analysis. **Emerging Markets Review**, Elsevier, v. 11, n. 3, p. 250 – 260, janeiro 2010. ISSN 1566-0141.
- BELLO, A. I. Re-examining the Effect of Volatility Persistence on Nigerian Stock Market Returns: Mean-Revert Garch Approach. **The Journal of Accounting and Management**, v. 10, n. 2, 2020.
- BENTES, S. R. Forecasting volatility in gold returns under the GARCH, IGARCH and FIGARCH frameworks: New evidence. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 438, n. C, p. 355 – 364, novembro 2015. ISSN 0378-4371.
- BERA, A. K.; HIGGINS, M. L. ARCH MODELS: PROPERTIES, ESTIMATION AND TESTING. **Journal of Economic Surveys**, Wiley, v. 7, n. 4, dezembro 1993. ISSN 1467-6419.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, Elsevier B.V., v. 31, n. 3, p. 307 – 327, abril 1986. ISSN 0304-4076.
- BOLSA DE SANTIAGO. **História**. 2019. Disponível em: [https://www.bolsadesantiago.com/historia\\_la\\_bolsa/](https://www.bolsadesantiago.com/historia_la_bolsa/). Acesso em: 20 de junho de 2019.

- BOWERMAN, B. L.; O'CONNELL, R. T.; LEWIS, M. N. **Time series and forecasting**:: an applied approach. North Scituate, MA: Duxbury Press, 1979. 481 p. ISBN 0878722181.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time series analysis**:: forecasting and control. 3. ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1994.
- BOX, G. E. P. *et al.* **Time Series Analysis**:: Forecasting and Control. 5. ed. San Francisco, Califórnia: Holden-Day, 1976. 712 p. ISBN 978-1-118-67502-1.
- BRESSAN, A. A.; LIMA, J. E. de. Modelos de previsão de preços aplicados aos contratos futuros de boi gordo na BM&F. **Revista Nova Economia**, Editora UFMG, Belo Horizonte, v. 12, n. 1, p. 117 – 140, 2002. ISSN 1980-5381. Disponível em: <https://revistas.face.ufmg.br/index.php/novaeconomia/article/view/396>.
- BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A. **Introduction to Time Series and Forecasting**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2002. 437 p. ISBN 0-387-95351-5.
- BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A.; FIENBERG, S. E. **Time Series**:: Theory and Methods. [S.I.]: Springer Science & Business Media, 1991. 577 p. ISSN 0172-7397. ISBN 9780387974293.
- BROOKS, R.; NEGRO, M. D. Country versus region effects in international stock returns. **The Journal of Portfolio Management**, Euromoney Institutional Investor, v. 31, n. 4, p. 67 – 72, 2005. ISSN 0095-4918.
- BVL. **Índices en bolsa**. 2019. Disponível em: <https://www.bvl.com.pe/estadist/mercindicesmercado.html>. Acesso em: 19 de junho de 2019.
- BYMA. **Bolsa y Mercados Argentinos, History**. 2019. Disponível em: <https://www.byma.com.ar/en/what-is-byma/about-byma/>. Acesso em: 20 de junho de 2019.
- CAMPOS, K. C.; CAMPOS, R. T. Volatilidade de preços de produtos agrícolas: uma análise comparativa para soja, café, milho e boi gordo. In: **XLV Congresso da Sociedade Brasileira de Economia. Londrina, Paraná**. [S.l.: s.n.], 2007. v. 1, p. 1 – 17.
- CASTRO, M. C.; SILVA NETO, W. A. da. Risco na variação de preços agropecuários: evidências empíricas para os mercados de soja, milho e boi gordo. **Revista Econômica do Nordeste**, Banco do Nordeste, v. 49, n. 1, p. 83 – 97, 2018. ISSN 2357-9226.
- CHU, J. *et al.* GARCH Modelling of Cryptocurrencies. **Journal of Risk and Financial Management**, v. 10, n. 4, p. – 17. ISSN 1911-8074.
- DAVIDSON, R.; MACKINNON, J. G. **Econometric Theory and Methods**. [S.I.]: Oxford University Press, 2004.
- DEBASTIANI, C. A. **Análise Técnica de Ações**:: Identificando oportunidades de compra e venda. [S.I.]: Novatec, 2008. 232 p. ISBN 978-85-7522-153-2.
- DIAS, D. de S. **Inferência bayesiana em modelos de volatilidade estocástica usando métodos de Monte Carlo Hamiltoniano**. 2018. Dissertação (Programa Interinstitucional de Pós-Graduação em Estatística) — Universidade de São Paulo.

EMENOGU, N. G.; ADENOMON, M. O.; NWAZE, N. O. Modeling and Forecasting Daily Stock Returns of Guaranty Trust Bank Nigeria Plc Using ARMA-GARCH Models, Persistence, Half-Life Volatility and Backtesting. **Science World Journal**, Faculty of Science, Kaduna State University, v. 22, n. 3, p. 122 – 1, 2019. ISSN 1597-6343.

EMILIANO, P. C. **Critérios de informação**:: como eles se comportam em diferentes modelos? 2013. 193 p. Tese (Programa de Pós Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária) — Universidade Federal de Lavras.

ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**. 4. ed. Hoboken, N.J.: Wiley, 2014. 496 p. ISBN 978-1-118-80856-6.

ENGLE, R. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, Econometric Society, the University of Chicago, v. 50, n. 4, p. 987 – 1007, 1982. ISSN 1468-0262.

ENGLE, R. GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. **Journal of Economic Perspectives**, American Economic Association, v. 15, n. 4, p. 157 – 168, 2001. ISSN 1944-7965.

FIORUCI, J. A. **Modelagem de volatilidade via modelos GARCH com erros assimétricos**:: abordagem Bayesiana. 2012. 76 p. Dissertação (Mestrado em Ciências de Computação e Matemática Computacional) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da USP.

FLEMING, J. The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices. **Journal of Empirical Finance** 5, Elsevier, p. 316 – 345, 1998. ISSN 0927-5398.

GALDI, F. C.; PEREIRA, L. M. Valor em Risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e Volatilidade Estocástica: EWMA, GARCH e Volatilidade Estocástica. **Brazilian Business Review**, Fundação Instituto Capixaba de Pesquisas em Contabilidade, Economia e Finanças, v. 4, n. 1, p. 74 – 95, 2007. ISSN 1807-734X.

GOMES, C. F. **Avaliação de valores em risco em séries de retorno financeiro**. 2018. 65 p. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática, Estatística e Computação aplicadas à indústria) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da USP.

GOMES, F. P.; ARAÚJO, R. M. de. Pesquisa Quanti-Qualitativa em Administração: uma visão holística do objeto em estudo. **Seminários em Administração**, v. 8, p. 1 – 11, 2005. ISSN 2177-3866.

GUESMI, K.; NGUYEN, D. K. How strong is the global integration of emerging market regions? An empirical assessment. **Economic Modelling**, v. 28, n. 6, p. 2517 – 2527, 2011.

GUTIERREZ, K. F. A. **Modelagem da volatilidade em séries temporais financeiras via modelos GARCH com abordagem Bayesiana**. 2017. 86 p. Dissertação (Programa Interinstitucional de Pós-Graduação em Estatística) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo.

HANDA, H. Globalized Integration of Stock Markets of World. **Global Journal For Research Analysis**, v. 8, n. 11, 2019. ISSN 2277-8160.

HANSEN, P. R.; LUNDE, A. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)? **Journal of Applied Econometrics**, Wiley, v. 20, n. 7, p. 873 – 889, dezembro 2005. ISSN 1099-1255.

HENRY, P. B. Do stock market liberalizations cause investment booms? **Journal of Financial Economics**, Elsevier, v. 58, n. 1-2, p. 301 – 334, 2000. ISSN 0304-405X.

HUANG, C. L. International stock market co-movements following US financial globalization. **International Review of Economics & Finance**, Elsevier, v. 69, p. 788 – 840, 2020. ISSN 1059-0560.

JORION, P. International Portfolio Diversification with Estimation Risk. **The Journal of Business**, v. 58, n. 3, p. 259 – 278, 1985. ISSN 0021-9398.

JORION, P. **Value at Risk::** The New Benchmark for Managing Financial Risk. 2. ed. Nova York: McGraw-Hill, 2000. 544 p. ISBN 978-0071355025.

KENDALL, M. G.; HILL, A. B. The analysis of economic time-series-part i: Prices. **Journal of the Royal Statistical Society. Series A (Statistics in Society)**, Wiley, v. 116, n. 1, p. 11 – 34, 1953.

KIM, E. H. Globalization of Capital Markets and the Asian Financial Crisis. **Journal of Applied Corporate Finance**, Wiley, v. 11, n. 3, p. 30 – 39, 1998. ISSN 1745-6622.

KLEIN, R. W.; BAWA, V. S. The effect of estimation risk on optimal portfolio choice. **Journal of Financial Economics**, Elsevier B.V., v. 3, n. 3, p. 215 – 231, junho 1976. ISSN 0304-405X.

KUMAR, S.; SRIVASTAVA, A. K.; CHAUHAN, K. Globalization and Opportunities for Investors in Emerging Stock Markets. **FIIB Business Review**, v. 3, n. 6, p. 51 – 60, dezembro 2017. ISSN 2455-2658.

LAHA, R. G.; ROHATGI, V. K. **Probability Theory**. Hoboken: Wiley, 1979. 557 p. ISBN 047103262X.

LAMOUNIER, W. M. **Comportamento dos preços no mercado “spot” de café do Brasil::** análise nos domínios do tempo e da frequência. 207 p. Tese (Programa de Pós Graduação em Economia Aplicada) — Universidade Federal de Viçosa.

LINTNER, J. Security prices, risk, and maximal gains from diversification. **The Journal of Finance**, v. 20, n. 4, p. 587 – 615, 1965. ISSN 1540-6261.

LJUNG, G. M.; 35.9, G. E. P. B. On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models. **Biometrika**, Oxford Academic, v. 65, n. 2, p. 297 – 303, agosto 1978. ISSN 1464-3510.

MACIEL, L. dos S.; BALLINI, R. Modelagem e previsão do valor em risco com modelos de volatilidade baseada em variação: evidências empíricas. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 28, n. 75, janeiro 2017. ISSN 1519-7077.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The journal of finance**, v. 7, n. 1, p. 77 – 91, 1952.

MARQUES, M. I. G. **Aplicação dos modelos GARCH, EGARCH e TGARCH no DAX-30**. 2017. Dissertação (Mestre em Contabilidade e Análise Financeira) — Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa.

MERIC, I.; MERIC, G. Potential gains from international portfolio diversification and inter-temporal stability and seasonality in international stock market relationships. **Journal of Banking & Finance**, Elsevier, v. 13, n. 4-5, p. 627 – 640, 1989. ISSN 0378-4266.

MERTON, R. C. A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information. **The Journal of Finance**, Wiley, v. 42, n. 3, p. 483 – 510, 1987. ISSN ISSN: 1540-6261.

MOBAREK, A. *et al.* Determinants of time varying co-movements among international stock markets during crisis and non-crisis periods. **Journal of Financial Stability**, Elsevier, v. 24, n. C, p. 1 – 11, 2016. ISSN 1572-3089.

MORAES, L.; SILVA, C. A. G. Análise da volatilidade do preço do café: uma aplicação dos modelos EWMA e GARCH. In: **XVII Simpósio de Engenharia de Produção—SIMPEP**. [S.l.: s.n.], 2010.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de Séries Temporais**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2006. 564 p. ISBN 9788521203896.

MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica**, The Econometric Society, v. 34, n. 4, p. 768 – 783, 1966. ISSN 1468-0262.

NELSON, D. B. Stationarity and persistence in the GARCH (1,1) model. **Econometric Theory**, Cambridge University Press, v. 6, n. 3, p. 318 – 334, 1990. ISSN 1469-4360.

PANDEY, R.; KUMAR, A. Modelling persistence in conditional volatility of asset returns. **Afro-Asian Journal of Finance and Accounting**, v. 7, n. 1, p. 16 – 34, 2017.

PEDROSO, R. C. **Análise de séries temporais financeiras**. 2015. 63 p. Monografia (Bacharel em Estatística) — o Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

PENG, E. Y.; YAN, A.; YAN, M. Accounting accruals, heterogeneous investor beliefs, and stock returns. **Journal of Financial Stability**, Elsevier, v. 24, p. 88 – 103, 2016. ISSN 1572-3089.

PLATANAKIS, E.; URQUHART, A. Portfolio management with cryptocurrencies: The role of estimation risk. **Economics Letters**, v. 177, n. C, p. 76 – 80, 2019. ISSN 0165-1765.

POON, S.; GRANGER, C. Practical issues in forecasting volatility. **Financial Analysts Journal**, CFA Institute, v. 61, n. 1, p. 45 – 56, 2005. ISSN 0015198X.

RAHMAN, M. L.; UDDIN, J. Dynamic Relationship between Stock Prices and Exchange Rates: Evidence from Three South Asian Countries. **International Business Research**, Canadian Center of Science and Education, v. 2, n. 2, p. 167 – 174, abril 2009. ISSN 1913-9004.

ROSS, S. M. **Stochastic Processes**. 2. ed. Hoboken: Wiley, 1995. 528 p. ISBN 978-0-471-12062-9.

SAUDAGARAN, S. M.; BIDDLE, G. C. Financial disclosure levels and foreign stock exchange listing decisions. **Journal of International Financial Management & Accounting**, Wiley, Hoboken, v. 4, n. 2, p. 106 – 148, 1992. ISSN 1467646X.

SCHMITT, C. Volatilitätsprognosen für deutsche Aktienkurse mit ARCH- und Markov-Mischungsmodellen. **ZEW Discussion Papers**, ZEW, Mannheim, v. 94, n. 07, 1994.

SCHWARTZ, R. A.; ALTMAN, E. I. Volatility Behavior of Industrial Stock Price Indices. **The Journal of Finance**, Wiley, v. 28, n. 4, p. 957 – 971, 1973. ISSN 1540-6261.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **The Annals of Statistics**, Institute of Mathematical Statistics, v. 6, n. 2, p. 461 – 464, 1978. ISSN 2168-8966.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, Blackwell Publishing for the American Finance Association, v. 19, n. 3, p. 425 – 442, setembro 1964. ISSN 1540-6261.

SILVA, G. T. F. da. **As crises financeiras mundiais de 1929 e 2008 :: uma análise comparativa a partir da abordagem pós-keynesiana**. 2010. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Economia) — Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS.

SILVA, N. E. F.; MAIA, S. F.; CALLADO, A. L. C. Análise da volatilidade dos retornos do índice de sustentabilidade empresarial e do índice Bovespa. **Revista Conhecimento Contábil**, UERN/UFERSA, v. 5, n. 2, 2017. ISSN 2447-2921.

SPINDICES. **S&P/BMV IPC**. 2019. Disponível em: <https://us.spindices.com/indices/equity/sp-bmv-ipc/>. Acesso em: 18 de junho de 2019.

STILLMAN, R. **Dow Jones Industrial Average:: History and Role in an Investment Strategy**. [S.l.]: Irwin Professional Pub, 1986. 217 p. ISBN 9780870945861.

TSX. **S&P/TSX Index Eligibility**. 2020. Disponível em: <https://www.tsx.com/listings/tsx-and-tsxv-issuer-resources/tsx-issuer-resources/sp-tsx-index-eligibility/>. Acesso em: 12 de janeiro de 2020.

UMUTLU, M.; AKDENIZ, L.; ALTAY-SALIH, A. The degree of financial liberalization and aggregated stock-return volatility in emerging markets. **Journal of Banking & Finance**, Elsevier, v. 34, n. 3, p. 509 – 521, 2010. ISSN 0378-4266.

WANG, T.; YAO, C. Risks of Latin Americas overeign debts before and after the financial crisis. **Applied Economics**, Routledge, v. 46, n. 14, p. 1665 – 1676, 2014. ISSN 1466-4283.

WIENER, N. **Nonlinear problems in random theory**. Cambridge, Massachusetts, USA: The MIT Press, 1966. 142 p. ISBN 0-262-73012-X.