PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI

DENISE FONSECA PEREIRA

PROJETO DE CONTROLE BASEADO EM OBSERVADOR DE DISTÚRBIO COM USO DE OTIMIZAÇÃO EVOLUTIVA

BELO HORIZONTE
2020

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Universidade Federal de São João Del-Rei

Denise Fonseca Pereira

Projeto de Controle Baseado em Observador de Distúrbio com Uso de Otimização Evolutiva

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, associação ampla entre o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais e Universidade Federal de São João Del-Rei, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Modelagem e Controle de Sistemas

Linha de pesquisa: Sistemas de Controle

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Nunes Gonçalves

Belo Horizonte
2020

Pereira, Denise Fonseca
P436p Projeto de controle baseado em observador de distúrbio com uso de otimização evolutiva / Denise Fonseca Pereira. – 2020.
xvi, 98 f.: il., gráfs, tabs.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica em associação ampla entre a UFSJ e o CEFET-MG.
Orientador: Eduardo Nunes Gonçalves.
Banca examinadora: Eduardo Nunes Gonçalves, Samir Angelo Milani Martins, Eduardo Stockler Tognetti.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Observadores (Teoria de controle) – Teses. 2. Teoria de controle não linear – Teses. 3. Circuitos elétricos – Análise – Teses. 4. Otimização matemática – Teses. 5. Processo decisório por critério múltiplo – Teses. I. Gonçalves, Eduardo Nunes. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Universidade Federal de São João del-Rei.
IV. Título.

CDD 629.836

Elaboração da ficha catalográfica pela bibliotecária Jane Marangon Duarte, CRB 6º 1592 / Cefet/MG

ATA DE DEFESA DE TESE N 1 / 2021 - PPGEL (11.52.08)

N do Protocolo: 23062.004457/2021-05

Belo Horizonte-MG, 27 de janeiro de 2021.

Denise Fonseca Pereira

" **Projeto de controle baseado em observador de distúrbio com uso de otimização evolutiva"**

Dissertação nº256 apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Associação Ampla entre a Universidade Federal de São João Del-Rei e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais em 21 de Janeiro de 2021 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, aprovada pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

(Assinado digitalmente em 27/01/2021 12:30)
EDUARDO NUNES GONCALVES
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
Matrcula: 391537

(Assinado digitalmente em 27/01/2021 18:33)
SAMIR ANGELO MILANI MARTINS
Matrcula:

(Assinado digitalmente em 28/01/2021 10:00)
EDUARDO STOCKLER TOGNETTI
Matrcula:

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida, por iluminar minha jornada, por me abençoar sempre.

Aos meus pais, Maria do Rosário e José Eustáquio, por serem quem são, exemplos morais e éticos inabaláveis, pelo amor incondicional e por sempre me incentivarem a crescer como pessoa e profissional.

Agradeço à minha irmã Dayse, pelo companheirismo durante toda a vida, e a ela e meu cunhado Thiago pelo Davi, maior presente de todos.

Ao meu noivo, Erivelto, pelo amor, apoio e compreensão e principalmente, por acreditar e me incentivar nos meus projetos.

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Eduardo Nunes, por todos os ensinamentos que se fizeram fundamentais para conclusão deste trabalho. Agradeço também a todo corpo docente pelo aprendizado e lições que contribuíram para que eu me desenvolvesse cada vez mais.

Agradeço ainda aos amigos José Neon e José Geraldo que sempre me incentivaram e me apoiaram.

Agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para realização desta conquista.

Resumo

O controle baseado no observador de distúrbio é uma ferramenta de controle aplicado em diversos setores industriais, com a finalidade de rejeitar distúrbios não medidos no processo. Desde sua concepção, diversas implementações têm se mostrado eficientes, tanto para sistemas representados no domínio do tempo quanto para sistemas representados no domínio da frequência. Este trabalho apresenta um estudo sobre esta técnica bem como sua aplicação. A aplicação do controle baseado no observador de distúrbio para sistemas de uma entrada e uma saída, de fase mínima e não mínima, consiste em uma técnica já bem consolidada. Já para os sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas com atraso existem dois desafios que devem ser analisados com atenção. O primeiro desafio é o cálculo da inversa do modelo nominal da planta. O segundo desafio é a síntese ideal do filtro do observador de distúrbios para se obter um compromisso entre a rejeição das perturbações e a atenuação dos ruídos de medição. A proposta aqui apresentada é uma estratégia que utiliza funções de transferências equivalentes para tratar do desafio do cálculo da inversa do modelo nominal da planta que é comparada com outras estratégias encontradas na literatura. A função de transferência equivalente aproxima a inversa de um modelo multivariável por uma matriz cujos elementos são o inverso de funções de transferência de primeira ordem mais atraso de tempo, que são mais simples de serem tratadas. Para tratar a síntese ideal do filtro do observador de distúrbios é proposta uma formulação baseada em um problema de otimização multiobjetivo. Por meio de um algoritmo de otimização evolutiva multiobjetivo, é possível obter um conjunto de soluções eficientes com diferentes compromissos entre os dois objetivos. Essa mesma formulação de síntese foi utilizada para o problema de sistema de uma entrada e uma saída no domínio da frequência e para tratar os sistemas multivariáveis no domínio do tempo. A técnica é aplicada inicialmente a um problema de fase mínima representado no domínio da frequência juntamente com a síntese do controlador PI. Posteriormente são tratados dois exemplos de sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas com atrasos de tempo representados no domínio da frequência. E, por fim, a técnica é utilizada em um sistema no domínio do tempo. Os resultados encontrados mostram que as estratégias propostas para síntese de controladores baseados em observadores de distúrbios são eficazes. No caso de sistemas multivariáveis no domínio da frequência, a proposta de uso da função de transferência equivalente, tanto para síntese como para implementação, se mostrou eficiente apresentando melhores resultados que outras técnicas existentes na literatura.

Palavras-chave: Controle baseado em observador de distúrbio, função de transferência equivalente, otimização multiobjetivo.

Abstract

The disturbance observer based control is a control tool applied in several industrial sectors, with the purpose of rejecting disturbances not measured in the process. Since its conception, several implementations have been shown to be efficient, both for systems represented in the time domain as well in the frequency domain. This work presents a study on this technique as well as its application. The application of the disturbance observer based control for systems with one input and one output, of minimum and non-minimum phase, consists of a well-established technique. For systems with multiple inputs and multiple outputs with time delay, there are two challenges that must be analyzed carefully. The first challenge is to calculate the inverse of the nominal model of the plant. The second challenge is the ideal synthesis of the disturbance observer filter to achieve a tradeoff between the rejection of disturbances and the attenuation of measurement noises. The proposal presented here is a strategy that uses equivalent transfer function to address the challenge of calculating the inverse of the nominal model of the plant that is compared with other strategies found in the literature. The equivalent transfer function approximates the inverse of a multivariable model by a matrix whose elements are the inverse of first order plus time delay transfer functions, which are simpler to deal with. In order to treat the ideal synthesis of the disturbance observer filter, a formulation based on a multi-objective optimization problem is proposed. Through a multi-objective evolutionary optimization algorithm, it is possible to obtain a set of efficient solutions with different tradeoffs between the two objectives. This same synthesis formulation was applied for the problem of systems with one input and one output in the frequency domain and to treat multivariable systems in the time domain. The technique is initially applied to a minimum phase problem represented in the frequency domain together with the synthesis of the PI controller. Subsequently, two examples of multiple input and multiple output systems with time delays represented in the frequency domain are treated. Finally, the technique is applied for two time domain systems. The results found show that the proposed strategies for synthesis of disturbance observer based control are effective. In the case of multivariable systems in the frequency domain, the proposed use of the equivalent transfer function, both for synthesis and for implementation, proved to be efficient, presenting better results than other existing techniques in the literature.

Keywords: Disturbance observer based control, equivalent transfer function, multi-objective optimization.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

DAC	*Disturbance Accommodating Controlle*;
DE	*Differential Evolution*;
DEMO	*Differential Evolution for Multiobjective Optimization*;
DOBC	*Disturbance Observer Based Control*;
DOBC-DA	*Disturbance Observer Based Control Approximation of the Determinant*;
DOBC-ETF	*Disturbance Observer Based Control Equivalent Transfer Function*;
DOBC-S	*Disturbance Observer Based Control Simple*;
ESO	*Extended State Observer*;
ETF	*Equivalent Transfer Function*;
ISE	*Integral Square Error*;
MIMO	*Multiple-Input Multiple-Output*;
MOEA	*Multi-Objective Evolucionary Algorithm*;
NDOB	*Nonlinear Disturbance Observer*;
NSGA	*Nondominated Sorting Genetic Algorithm*;
PI	Proporcional-Integral;
PID	Proporcional-Integral-Derivativo;
POV	Problema de Otimização Vetorial;
RARTA	*Relative Average Residence Time Array*;
RGA	*Relative Gain Array*;

RNGA	*Relative Normalized Gain Array*;
SISO	*Single-Input Single-Output*;
SPD	Semi-plano da direita;
SPE	Semi-plano da Esquerda;
SPEA	*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*;
UIO	*Unknown Input Observer*;
VEGA	*Vector Evaluated Genetic Algorithm*;

Lista de Símbolos

u_c — Sinal do controlador;

u — Sinal de controle do DOBC;

d — Sinal de distúrbio;

$\widehat{d}$ — Estimativa dos distúrbios;

$G_p(s)$ — Função de transferência do modelo do processo;

$G_n(s)$ — Função de transferência do modelo nominal do processo;

$G_{n+}(s)$ — Modelo nominal fatorado, parcela de fase não-mínima;

$G_{n-}(s)$ — Modelo nominal fatorado, parcela de fase mínima;

$Q(s)$ — Filtro do observador de distúrbio no domínio da frequência;

$C(s)$ — Função de Transferência do controlador;

T_q — Constante de tempo do filtro do observador de distúrbio;

η — Sinal de ruído do processo;

$\triangleq$ — Igual por definição;

θ — Atraso de tempo;

$\mathbf{\Lambda}$ — Matriz de ganhos relativos;

Λ_N — Matriz de ganhos relativos normalizados;

$\mathbf{K}$ — Matriz de ganhos normalizados;

$\mathbf{T}_{ar}$ — Matriz de tempos de residência médios;

$\mathbf{T}$ — Matriz de constantes de tempo;

$\mathbf{L}$ — Matriz de atraso de tempo;

$\odot$ — Divisão elemento por elemento;

$\otimes$ — Multiplicação elemento por elemento;

$\mathbf{\Gamma}$ — Arranjo de tempos residentes médios relativos;

x — variável de estado ou de otimização de acordo com o contexto;

$w(t)$ — Vetor de entradas exógenas;

$z(t)$ — Vetor de variáveis de desempenho;

$\mathbb{R}$ — Conjunto dos números reais;

n_p — Número de polos;

n_q — Número de zeros;

$\varphi(t)$ — Integral do erro de rastreamento;

L — Matriz de ganho do observador de distúrbio no domínio do tempo;

K_d — Ganho de compensação do observador de distúrbio no domínio do tempo;

K_x — Ganho de realimentação no domínio do tempo;

$\|\cdot\|_2$ — Norma $\mathcal{H}_2$

$\|\cdot\|_\infty$ — Norma $\mathcal{H}_\infty$

W — Matriz de ponderação;

$\mathcal{F}_x$ — Conjunto de soluções ótimas;

$\mathcal{I}_{(m)}$ — Um número inteiro pseudo-aleatório com distribuição uniforme no intervalo [1,m];

$\mathcal{U}_{(a,b)}$ — Número real pseudo-aleatório com distribuição uniforme no intervalo (a,b);

ψ — Ruído.

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo é realizada uma revisão bibliográfica em relação aos principais tópicos abordados necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

O controle automático de sistemas se faz necessário para o funcionamento adequado de um processo, uma planta industrial ou equipamento. Tendo por objetivo manter os valores das variáveis de saída dentro de limites operacionais predeterminados. As vantagens de um processo industrial, quando controlado de forma adequada, estão ligadas à economia de recursos energéticos, estabilização do processo em tempo menor, qualidade do produto final, dentre outros. Porém, dificilmente é possível obter um desempenho ótimo para o sistema de controle devido a fatores que não são facilmente mensuráveis, tais como incertezas e distúrbios, que estão presentes nos processos e são inevitáveis nos sistemas práticos. Para um projeto de controle de sistemas modernos, a rejeição a perturbações é um dos principais objetivos a ser alcançado.

Segundo Chen et al. (2016), o distúrbio ou perturbação é um sinal desconhecido, com efeito de natureza estocástica, que afeta o valor da saída de um sistema de forma que prejudique seu desempenho esperado. Assim, o sistema com distúrbios é mais difícil de ser controlado. Esses distúrbios podem ser causados por influências externas ou internas, inerentes ao sistema.

As perturbações externas, em processos de produção, podem ser relacionadas às variações na qualidade da matéria prima utilizada no processo ou devido ao ambiente de produção, por exemplo. Já as influências internas estão ligadas às incompatibilidades de modelos, efeitos de acoplamentos, dentre outros (CHEN et al., 2016). Segundo Chen et al. (2009), outro fator que causa influências indesejáveis e dificulta o controle de processo está relacionado com as interações entre os diferentes processos em um sistema de produção.

Em vários sistemas de controle, especialmente em controle de processos industriais, os sinais de referência são constantes, ou variam muito lentamente de acordo com o seu tipo e nível hierárquico. Em tais sistemas de controle, o objetivo principal é manter o mesmo dentro de parâmetros pré-ajustados para o ponto de operação desejado, rejeitando os distúrbios existentes. Esses distúrbios, se não considerados no projeto do sistema de controle, podem resultar em desvios significativos do ponto de operação, afetando a qualidade de um produto final ou até mesmo levando à perda da produção se não forem atendidas as especificações. Em alguns casos, desvios em relação ao ponto de operação podem estar relacionados com aspectos de segurança, podendo até mesmo causar acidentes.

Na teoria de controle, onde a ação de controle é baseada somente no erro entre o sinal de referência e o sinal medido da saída, é necessário obter um compromisso entre os diferentes objetivos de controle, como resposta de rastreamento, rejeição de perturbações e atenuação de ruídos. No controle com dois graus de liberdade, onde são utilizados dois blocos de controle para tratar duas informações distintas, dois objetivos podem ser tratados de forma independente. O estudo realizado por Haga et al. (2016) utilizou uma estrutura de controle com dois graus de liberdade para tratar um sistema de geração fotovoltaica, neste trabalho é realizada uma combinação entre um observador de distúrbio e um controlador de rastreamento senoidal, com isso melhorando o desempenho de rastreamento e a rejeição das perturbações.

Quando a informação sobre o distúrbio estiver disponível, o bloco adicional de controle para tratar especificamente da perturbação permite obter uma rejeição ótima do distúrbio enquanto o outro bloco pode obter um compromisso entre resposta de rastreamento e atenuação de ruídos. Nos sistemas de controle em que o objetivo principal é a rejeição de distúrbios torna-se importante o uso desta configuração de controle com dois graus de liberdade. Como na maioria dos sistemas não é possível medir a perturbação assim, um estimador de distúrbios viabilizaria o uso de um controlador com dois graus de liberdade.

A técnica amplamente utilizada para controle de processos industriais tradicionais com um grau de liberdade é o controle realimentado, que utiliza controladores Proporcional, Integral e Derivativo (PID). Pelo método PID é possível viabilizar a atenuação de distúrbios por meio da realimentação, porém, nem sempre de forma satisfatória e rápida, pois além do distúrbio o controlador deve atenuar os ruídos e apresentar uma boa resposta ao rastreamento. A técnica de controle por antecipação é um método eficaz para o controle de sistemas com distúrbios, porém existe a necessidade da medição dos distúrbios e com isso a instalação de sensores para seu monitoramento.

Contudo, em malhas de controle de sistemas físicos reais, medir os distúrbios pode não ser viável devido às impossibilidades físicas para instalação de sensores, ou mesmo pelo fato de tais distúrbios serem difíceis ou mesmo impossíveis de serem medidos fisicamente por sensores, ou ainda devido à inviabilidade econômica para instalação ou desenvolvimento de tais sensores. Assim, uma forma para tratar este problema é estimar, por meio de um observador, os distúrbios existentes, utilizando-se das variáveis que são mensuráveis diretamente. A partir destas estimativas, torna-se possível determinar uma ação de controle que possa minimizar ou até mesmo eliminar os efeitos causados pelos distúrbios (CHEN et al., 2016). A função de um observador é obter variáveis não mesuráveis para uma determinada aplicação. O observador pode ser usado para remover o atraso de fase no controle por realimentação, reduzir o uso de sensores e estimar as perturbações existentes (RADAKE; GAO, 2006).

Segundo Li et al. (2014), o controle baseado em observador de distúrbio constitui uma técnica de atenuação de distúrbios que compreende uma abordagem promissora. Assim, três características são destacadas:

- O observador de distúrbio pode ser implementado em um sistema mesmo depois que o controlador por realimentação já tenha sido projetado e implantado. Assim a compensação que o observador de distúrbio proporcionará será adicionada para melhorar a robustez e a atenuação de perturbação do controlador já existente.
- O controle por observador de distúrbio não é um projeto baseado no pior caso. A maioria dos métodos de controle robusto existentes são projetos baseados no pior caso de distúrbio e como consequência, pode ocorrer que o desempenho do sistema nominal não seja alcançado conforme desejado. A técnica de controle utilizando os observadores de distúrbio permite que o desempenho nominal do sistema seja mantido mesmo na ausência de distúrbios.
- A técnica do controle com uso dos observadores de distúrbio permite a atenuação dos distúrbios mais rapidamente quando comparada com o controle PID e controle robusto que atenua as perturbações por meio da realimentação.

1.1 Revisão bibliográfica

Conforme Sariyildiz et al. (2020), as pesquisas acerca das técnicas e métodos para rejeição aos distúrbios, existente nos processos, têm sido desenvolvidas deste 1960. Até então, a representação no espaço de estados vinha se solidificando como uma poderosa ferramenta no projeto e análise de sistemas, porém não era possível projetar um controlador para atenuar o efeito de distúrbios externos. Assim, com esse foco, iniciaram-se os estudos para desenvolver uma estrutura no domínio do tempo com uma equivalência à abordagem clássica de uma ação integral (JOHNSON, 2008).

Na década de 60 e 70, Schweppe (1968) e Bhattacharyya (1978) propuseram técnicas para resolver problemas de sensibilidade dos observadores de estados convencionais considerando distúrbios e entradas desconhecidas. Essa técnica ficou conhecida como observadores de estados robustos. Johnson (1968) , por sua vez, projetou um observador de entradas desconhecidas (UIO, do inglês, *Unknown Input Observer*), realizando uma modificação nos observadores de estados robustos. Este foi um método prático proposto para o controle ótimo de um regulador linear na presença de perturbações externas constantes, desconhecidas e inacessíveis à medição, assim, Johnson (1968) melhorou o desempenho do sistema usando, implicitamente, as estimativas de distúrbios constantes.

Na década de 70, Johnson fez outras contribuições importantes para a concepção do observador de distúrbios. Em 1971, foi proposto por Johnson (1971) um controlador robusto otimizado, chamado de Controlador de Comportamento dos Distúrbios, (DAC do inglês, *Disturbance Accommodating Controller*) com a finalidade de estimar perturbações externas. Já em 1972, Johnson (1972) propôs um controlador robusto usando um observador que estima tanto os distúrbios externos quanto os estados de um sistema. Essa ferramenta é conhecida hoje como Observador de Estados Estendidos, (ESO do inglês, *Extended State Observer*). Contudo, devido à complexidade da técnica DAC, não fica claro o uso da técnica dos observadores de distúrbios.

Na década de 80, muitos estudos foram desenvolvidos a fim de explorar as características ainda não estudadas e aprimorar os algoritmos para tratar sistemas com entradas desconhecidas e perturbações, tanto para sistemas lineares quanto não lineares. Foi criado por Ohishi et al. (1983) o controle baseado em observadores de distúrbio, (DOBC, do inglês, *Disturbance Observer Based Control*), para sistemas de única entrada e única saída (SISO, do inglês, *single-input, single-output*) lineares e no domínio da frequência. O DOBC foi inicialmente proposto para tratar os problemas de distúrbios em um sistema servo mecânico de posição, onde o torque de carga não era conhecido. A princípio, a pesquisa objetivava compensar os efeitos que o torque de carga desconhecido exercia sobre o motor, porém, com o controle até então realizado, o sistema apresentava erros, tanto em estado estacionário quanto transitório. Implementando o método baseado na teoria de observadores foi possível estimar o somatório dos distúrbios existentes e desenvolver um controlador de torque que reduzisse o erro na resposta transitória e eliminar o erro em regime permanente. Por meio do observador de distúrbio é possível obter o sinal de distúrbios, de forma estimada. Utilizando de uma estrutura de controle, o sinal obtido é inserido na lei de controle a fim de atenuar ou eliminar o distúrbio real. O observador de distúrbios proposto é composto uma estrutura em que utiliza a inversa do modelo da planta e por um filtro que determinará o desempenho em relação à rejeição de perturbações. O filtro adotado por Ohishi et al. (1983) em e passa-baixa, possuindo uma estrutura simples e ajuste fácil do parâmetro, mas o que restringe à sistemas de primeira ordem, (LI et al., 2014).

O estudo sobre o controle baseado em observadores de distúrbio vem sendo desenvolvido por diversas óticas e se tornou um assunto muito amplo, com várias técnicas para a estimativa de perturbação e incertezas, para diferentes tipos de sistemas. Em Umeno e Hori (1991), o DOBC, descrito no domínio da frequência, foi utilizado para estimar as perturbações não medidas do torque, em um sistema de controle de velocidade de um servo motor de corrente contínua. Já em 1993, Umeno et al. (1993) desenvolveram um projeto de um servo sistema, também no domínio da frequência, aplicado ao controle de movimento de um manipulador robótico com dois graus de liberdade, utilizando a estrutura do observador de distúrbio para estimar a perturbação existente e eliminá-la. O sistema apresentou excelentes desempenhos de controle em relação às variações de inércia e a eliminação de perturbações. Nessa pesquisa, Umeno et al. (1993) propôs utilizar a ordem do filtro de acordo com a planta, trazendo dois vieses, podendo alcançar melhor desempenho de estimativa de distúrbios, porém são muitos parâmetros a serem ajustados, o que torna difícil a sua parametrização

O DOBC pode ser empregado em sistemas de fase mínima e de fase não-mínima. Em Choi et al. (2003), são estudados os sistemas de fase mínima para determinar o critério de seleção do filtro, analisando o comportamento do DOBC em uma planta de segunda ordem. Para implementação de sistemas de fase mínima não há preocupação relativa a estabilidade interna do sistema pois, para uma planta estável, a utilização da inversa do modelo da planta não gera um bloco de controle instável. O que não ocorre em sistemas de fase não-mínima. Segundo Wang e Su (2015), o problema de estabilidade interna ocorre se a planta nominal tiver zeros à direita do semi-plano S. Além disso, existe o problema de não causalidade relacionado com o atraso de tempo, o que é causado ao usar o modelo inverso da planta de fase não-mínima. Com isso, (HONGDONG et al., 2005) realizaram uma modificação na estrutura do observador, separando a planta em termos de fase mínima e de fase não-mínima para que assim pudessem utilizar a estrutura do observador de distúrbios para sistemas de fase não-mínima, preservando a estabilidade da planta. Wang e Su (2015) desenvolveram uma pesquisa cuja finalidade é realizar o controle de sistemas estáveis de fase não-mínima e com atraso utilizando a estrutura DOBC. Seus parâmetros do controlador e constante do filtro foram determinados utilizando procedimentos de otimização baseado em norma $\mathcal{H}_\infty$.

Ainda se tratando de sistemas no domínio da frequência, porém agora para sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês, *multiple-input, multiple-output*), as técnicas de observador de distúrbios também podem ser implementadas. Porém a extensão do DOBC de sistemas SISO não é direta para sistemas MIMO de fase não-mínima. Em Yang et al. (2010b) e GÜVENÇ et al. (2010), DOBC é aplicado para sistemas MIMO mas o observador de distúrbio trata o sistema MIMO como vários sistemas SISO independentes não considerando o acoplamento entre as malhas. Além do baixo desempenho para rejeição de distúrbio, essa estratégia também afeta o desempenho da resposta de rastreamento (ZHOU et al., 2013). Em Zhou et al. (2013) é proposto um observador de distúrbio multivariável baseado na aproximação da inversa que utiliza uma técnica para simplificação do determinante do modelo do sistema MIMO. Entretanto, esta técnica é mais simples de ser aplicada somente para sistemas com duas entradas/saídas.

Uma outra possibilidade para aplicação de DOBC em sistemas MIMO é usar um bloco desacoplador em série com a planta de modo que o sistema possa ser tratado como vários sistemas SISO independentes facilitando o cálculo da inversa da planta resultante (CHEN; TOMIZUKA, 2014). Entretanto é difícil projetar um desacoplador que resulte no desacoplamento perfeito entre as malhas de controle e, além disso, com a inclusão de desacoplador é necessário projetar um outro controlador para atuar na resposta de rastreamento dos sinais de referência. Todos exemplos tratados neste trabalho, para sistemas MIMO no domínio da frequência, considera o sistema com atraso.

Várias técnicas de projeto na área de controle de sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas requerem a inversa do modelo do sistema, o que resulta em matrizes de transferência complexas, especialmente no caso de sistemas com atraso. O cálculo da inversa de uma matriz de transferência pode ser melhor implementado por meio do conceito de função de transferência equivalente (ETF, do inglês, *equivalent transfer function*) (CAI et al., 2008). O conceito de ETF já foi aplicado com sucesso em projeto de desacopladores (CAI et al., 2008) e sintonia de controladores PID descentralizados, centralizados ou esparsos (SHEN et al., 2010), (SHEN; XU, 2014) e (JIN et al., 2014). Uma das contribuições deste trabalho é aplicar o conceito de ETF para o projeto e implementação de DOBC de sistemas MIMO cujas funções de transferência podem ser aproximadas por funções de transferência de primeira ordem com atraso.

O DOBC, descrito no domínio do tempo, foi inicialmente proposto por Chen et al. (1999) para estimar as perturbações por atrito manipulador robótico, este problema é representado por um sistema não linear. Já Yang et al. (2010a) propõe o observador de distúrbio para um sistema linear no domínio do tempo, para o projeto de um sistema de controle de um piloto automático de um míssil. Posteriormentente, o DOBC foi utilizado por An et al. (2016) em combinação com uma técnica de linearização por realimentação para regular a velocidade de veículos hipersônicos sujeitos à distúrbios na entrada. Da mesma forma, Mi et al. (2016) projetaram um controlador de frequência de carga por modos deslizantes para um sistema de energia híbrido incerto utilizando um observador de distúrbio para melhorar a precisão do controlador de frequência de carga e compensar as vibrações.

Já Ren et al. (2018) utilizaram o DOBC descrito no domínio do tempo, para algumas aplicações típicas que estão ligadas aos sistemas mecatrônicos, estes são afetados por distúrbios externos relacionados a variações no torque de carga, relacionados à posição e outras condições de operação. No estudo realizado por Ren et al. (2018), foi aplicado um observador de distúrbio para obter uma estimativa das perturbações desconhecidas para o controle de um manipulador robótico. Zhou et al. (2018) realizaram um estudo de controle de modo deslizante integral baseado em um observador de distúrbios e o mesmo foi aplicado em um sistema elétrico para comprovar sua eficiência.

Conforme Li et al. (2014), o controle por meio do DOBC alcançou inúmeras aplicações de sucesso em engenharia devido às características de compensar perturbações e incertezas. Para exemplificar algumas aplicações práticas, Li et al. (2014) cita que o seu grupo de pesquisa aplicou com sucesso o DOBC à produção de sistemas para servo motores CA na empresa ESTUN AUTOMATION na China. Essa implementação gerou significativo benefício econômico para a empresa. Já o laboratório de Wen-Hua Chen empregou com sucesso o DOBC para o projeto de controle de helicópteros autônomos de pequena escala. Essa implementação, com base no observador de distúrbio, fez com que resolvesse dificuldades de aplicações em modelos no ambiente prático. Outros trabalhos com implementação prática que, também desenvolvidos com base no controle por observador de distúrbio, resultaram em ganhos econômicos para as empresas solicitantes foram os de processo de operação em moinhos de bolas e sistemas de tanques de nível (LI et al., 2014).

Este trabalho apresentará implementações dos observadores de distúrbio, tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência, para sistemas lineares de fase mínima e fase não-mínima.

1.2 Motivação

Conforme Chen et al. (2016), os métodos de estimação e atenuação de perturbação e incerteza já tiveram grandes progressos e muitas utilizações dentro de processos industriais, porém ainda é uma pesquisa carente de mais estudos. Existe uma necessidade fundamental de realizar pesquisas continuamente para se poder entender os benefícios e eliminar as deficiências existentes com essas técnicas já desenvolvidas. Assim, a pesquisa realizada nesse trabalho contribuirá com um levantamento das principais técnicas desenvolvidas até então, bem como pretende realizar uma investigação dos pontos relevantes de cada uma. Além disso, o uso de técnicas de otimização irá permitir o projeto de estimadores de distúrbios ótimos que tenha um compromisso entre o erro de estimação e a atenuação do efeito de ruídos de medição.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem por objetivo apresentar técnicas de projeto de controle baseado em observadores de distúrbios, tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo, utilizando algoritmos evolutivos multiobjetivo para obter um compromisso entre erro de estimação e efeito de ruídos de medição, que resulte na otimização da rejeição de distúrbios nos sistemas de controle.

1.3.2 Objetivo Específico

Além do objetivo geral, existem os seguintes objetivos específicos:

- Fazer um levantamento bibliográfico sobre as diferentes técnicas de estimação de distúrbios e uma comparação de aplicação de cada uma delas.
- Propor uma metodologia de projeto de estimadores de distúrbios baseada em técnicas de otimização, com a definição das funções objetivo e restrições, em que objetivo de controle é estabelecer um compromisso entre a rejeição à perturbação e a minimização do efeito de ruídos de medição sobre a estimação e consequentemente sobre o sistema de controle.
- Estudar a viabilidade de utilizar a função de transferência equivalente para calcular a aproximação da inversa do modelo nominal da planta, para sistemas MIMO com múltiplos atrasos de tempo descritos por funções de transferência.
- Aplicar as formulações propostas de projeto de controle baseado em observadores de distúrbios em problemas existentes da literatura para analise do desempenho quanto a rejeição das distúrbios no sistema de controle por meio de simulações.

1.4 Organização do trabalho

O **capítulo 2** descreve o controle por meio dos observadores de distúrbios utilizados tanto no domínio da frequência, representado por funções de transferência de sistemas SISO e MIMO de fase mínima e não-mínima, quanto no domínio do tempo, representado por modelos no espaço de estados.

O **capítulo 3** apresenta o algoritmo evolução diferencial multiobjetivo (DEMO) utilizado para solução do problema de otimização dos paramentos do observador de distúrbio. Esse algoritmo segue a mesma estrutura dos algoritmos evolucionários tendo as etapas de mutação, cruzamento e seleção. A etapa de seleção é modificada para o tratamento de problemas multiobjetivos com base no algoritmo NSGA-II.

O **capítulo 4** apresenta os resultados obtidos por meio de simulações computacionais considerando exemplos ilustrativos retirados das referências bibliográficas. Neste capítulo são apresentados gráficos das respostas transitórias e tabelas comparativas utilizando o índice de desempenho da Integral do Erro ao Quadrado (ISE, do inglês, *Integral Square Error*).

No **capítulo 5** é apresentado uma conclusão sobre o trabalho desenvolvido, sugeridas propostas de continuidade deste trabalho e a produção acadêmica relacionada com esta dissertação.

Capítulo 2

Controle baseado em observador de distúrbio

2.1 Introdução

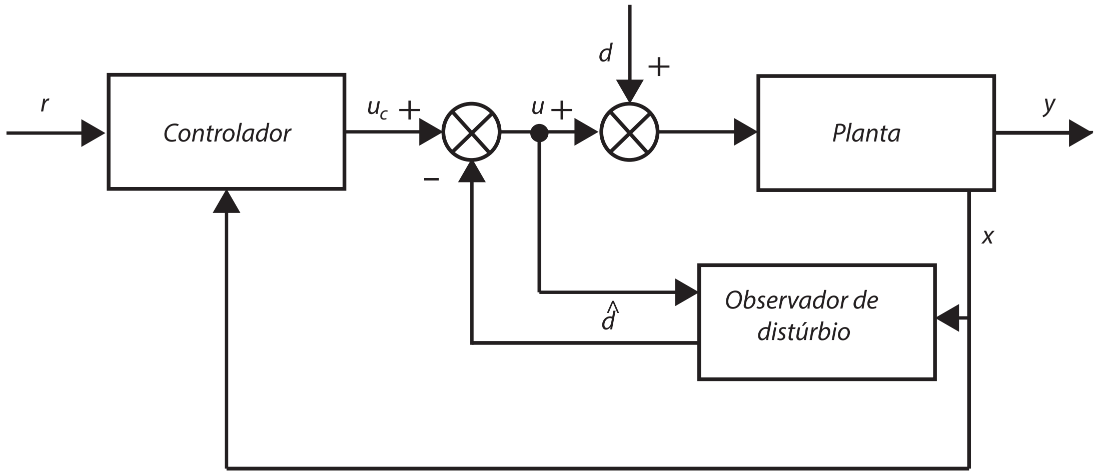
Neste capítulo são apresentadas as estruturas de controle baseado em observador de distúrbio (DOBC, do inglês, *Disturbance Observer Based Control*) utilizadas para realização deste trabalho. Contém as representações no domínio da frequência e no domínio do tempo. Para sistemas representados no domínio da frequência, é abordada a estrutura de sistemas de fase mínima, não-mínima e sistemas MIMO com atraso de transporte. Já no domínio do tempo, têm-se a representação no espaço de estados.

A diferença entre um observador de estado para um observador de distúrbio se deve ao fato de que, ao invés de estimar as variáveis de estados que não são medidas, estima as perturbações externas ou as divergências entre o modelo matemático e a planta (RADAKE; GAO, 2006).

De forma geral, a estrutura de controle baseado em observador de distúrbio é apresentada na figura 2.1. Em que r é a referência, u_c é o sinal do controlador baseado na realimentação de estados ou de saída, u é o sinal de controle do DOBC, d é o sinal de distúrbio, $\widehat{d}$ é a estimativa do distúrbio, x é o vetor de estados e y é o sinal de saída. Este sistema de controle possui dois graus de liberdade. O primeiro desempenhado pelo controle que atua com base na realimentação do sinal de saída deve ser ajustado para melhorar o desempenho de rastreamento e estabilizar a dinâmica nominal da planta. O segundo pelo observador de distúrbio que tem por finalidade estimar e rejeitar as perturbações existentes.

Conforme já citado, o DOBC têm estruturas válidas para sistemas representados no domínio da frequência e do tempo. Assim, é apresentado primeiro as estruturas para os casos de fase mínima e fase não-miníma para sistemas SISO e o caso MIMO,

Figura 2.1 – Diagrama de blocos geral do controle baseado em observador de distúrbio.



Fonte: adaptado de Li et al. (2014)

no domínio da frequência e, posteriormente, a formulação no domínio do tempo do observador de distúrbio.

2.2 Sistemas no domínio da frequência

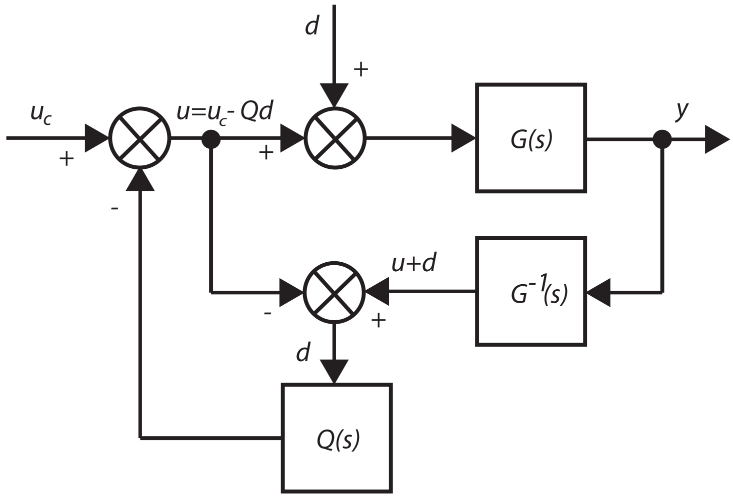
O observador do distúrbio no domínio da frequência, proposto por Ohishi et al. (1983), tinha por finalidade atender à demanda industrial, no final da década de 1980. A ideia básica é realizar a estimativa dos distúrbios e, de forma adequada, incluir essa informação na lei de controle, para fazer a correção.

2.2.1 Sistemas SISO de Fase Mínima

Considere o diagrama de blocos do DOBC apresentado na figura 2.2, cuja planta SISO a ser controlada é $G(s)$. O DOBC é composto por um bloco correspondente ao inverso da planta, $G^{-1}(s)$, e um filtro passa-baixas, $Q(s)$. Desta forma, é possível compreender que o sinal de distúrbio inserido no sistema será cancelado ao subtrair a sua estimativa na ação de controle. Devido ao uso da inversa da planta, essa configuração restringe-se à plantas de fase mínima. Em sistemas de fase não-mínima, ao realizar a inversa do modelo da planta, os zeros no semi-plano da direita (SPD), do semi-plano complexo, tormam-se polos no SPD, fazendo com que o sistemas fique instável, por exemplo.

A partir da análise da figura 2.2, é possível extrair a função de transferência que relaciona o sinal de entrada u_c, que é a saída do controlador, com a saída da planta y e

Figura 2.2 – Diagrama de blocos do observador de distúrbio.



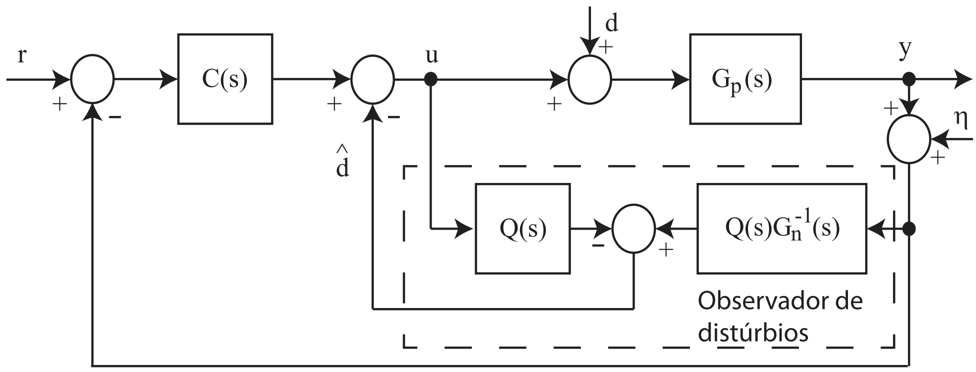
considerando o filtro $Q(s)$ igual a um, tem-se que:

$$y = G(s)u_c. \tag{2.1}$$

Assim, quando a inversa é calculada sobre a representação exata da planta de modo que o produto da inversa pela planta seja igual a 1, a inclusão do observador de distúrbio no sistema não afetará a ação do controle por realimentação da saída, pois a função de transferência do sistema original não é afetada.

A figura 2.3 apresenta a estrutura do controle DOBC realizável, equivalente ao DOBC apresentado na figura 2.2, sendo u a entrada de controle, y a saída controlada, r o sinal de referência, d o distúrbio, η o ruído de medição, $G_p(s)$ o modelo do processo a ser controlado, $G_n(s)$ o modelo nominal do processo, $C(s)$ um controlador que atende as especificações de rastreamento e $Q(s)$ é o filtro do observador de distúrbio.

Figura 2.3 – Sistema de controle SISO baseado em observador de distúrbio.



Fonte: adaptado de Li et al. (2014)

O projeto do filtro determinará o desempenho do DOBC em relação ao compromisso entre rejeição de distúrbios e atenuação de ruídos de medição, assim este é escolhido como um filtro passa-baixa, devido ao fato de que a perturbação d a ser estimada é de baixa ou média frequência (CASTRUCCI et al., 2018).

O filtro deve ser projetado de forma que seu grau relativo, isto é, a diferença entre polos e zeros, não seja menor do que o grau relativo da planta, $G(s)$, de modo que o produto $Q(s)G^{-1}(s)$ seja uma função própria, isto é, o número de polos seja pelo menos igual ao número de zeros. Isso assegura que a estrutura seja realizável e seja possível implementar do inverso da planta (LI et al., 2014).

Conforme Chen et al. (2016), o filtro $Q(s)$, a ser projetado, deve se aproximar de 1, para que assim a perturbação estimada e a perturbação de entrada sejam aproximadamente iguais, cancelando seu efeito no sistema. Por outro lado, como a inversa da planta corresponde a um filtro passa-altas e, quando tratando de sistemas com ruído, para atenuar seus efeitos de medição, o filtro $Q(s)$ deve ser projetado para atender ao compromisso entre rejeição de distúrbio e atenuação de ruídos. O filtro $Q(s)$ pode ser adotado como:

$$Q(s) = \frac{1}{(T_q s + 1)^q}, \tag{2.2}$$

sendo T_q a constante de tempo do filtro, a ser projetada. Deve ser determinada de tal forma a ter um compromisso entre a rejeição de distúrbio e atenuação de ruídos. Quanto menor o valor de T_q, maior a faixa de frequência que $Q(j\omega) = 1$, porém maior a faixa de frequência que o ruído de medição será amplificado. Já q a ordem relativa do filtro, a ser escolhida para assegurar que o produto $Q(s)G^{-1}(s)$ seja uma função própria.

Considerando o diagrama de blocos da figura 2.3, é possível extrair as equações necessárias do sistema de controle com o observador de distúrbio para sistemas de fase mínima. O esforço de controle u é dado por:

$$u = u_c - \widehat{d}, \tag{2.3}$$

em que u_c:

$$u_c = C(r - (y + \eta)), \tag{2.4}$$

e $\widehat{d}$ é dado por:

$$\widehat{d} = QG_n^{-1}(y + \eta) - Qu, \tag{2.5}$$

o sinal de controle u é dado substituindo (2.4) e (2.5) em (2.3):

$$\begin{aligned} u &= C[r - (y + \eta)] - [QG_n^{-1}(y + \eta) - Qu] \\ &= C\{r - [G_p(u + d) + \eta]\} - \{QG_n^{-1}[G_p(u + d) + \eta] - Qu\}, \end{aligned} \tag{2.6}$$

$$(1 + CG_p + QG_n^{-1}G_p - Q)u = Cr - (CG_p + QG_n^{-1}G_p)d - (C + QG_n^{-1})\eta. \tag{2.7}$$

Multiplicando ambos os lados por G_n resulta:

$$[G_n(1 + CG_p) + (G_p - G_n)Q]u = G_nCr - (G_nC + Q)G_pd - (G_nC + Q)\eta \tag{2.8}$$

Definindo:

$$\Delta_1 \triangleq G_n(1 + CG_p) + (G_p - G_n)Q, \tag{2.9}$$

então

$$u = \frac{G_nC}{\Delta_1}r - \frac{(G_nC + Q)G_p}{\Delta_1}d - \frac{(G_nC + Q)}{\Delta_1}\eta. \tag{2.10}$$

Assim, a saída do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} y &= G_p(u + d) \\ &= \frac{G_pG_nC}{\Delta_1}r + G_p\left(1 - \frac{(G_nC + Q)G_p}{\Delta_1}\right)d - \frac{G_p(G_nC + Q)}{\Delta_1}\eta \\ &= \frac{G_pG_nC}{\Delta_1}r + G_p\left(\frac{\Delta_1 - (G_nC + Q)G_p}{\Delta_1}\right)d - \frac{G_p(G_nC + Q)}{\Delta_1}\eta \\ &= \frac{G_pG_nC}{\Delta_1}r + \frac{G_pG_n(1 - Q)}{\Delta_1}d - \frac{G_p(G_nC + Q)}{\Delta_1}\eta. \end{aligned} \tag{2.11}$$

Se $Q(s) = 1$ o efeito do distúrbio é eliminado, porém $Q(s)$ deve ser determinado de tal forma que $Q(s)G_n(s)^{-1}$ seja uma função causal. Para garantir eliminação do efeito do distúrbio em regime estacionário, $\lim_{s \to 0} Q(s) = 1$. A forma usualmente adotada para o filtro do distúrbio é de um filtro passa-baixa, conforme definido pela equação (2.2).

A influência do observador de distúrbio na resposta à referência será nula quando o modelo nominal, $G_n(s)$, for igual ao modelo da planta, $G_p(s)$, assim a parcela referente ao observador de distúrbio na equação (2.9) será nula. No caso em que o modelo nominal não é exatamente igual a matriz de transferência da planta, o filtro $Q(s)$ também contribui para atenuar o efeito desse erro se ele ocorrer em frequências superiores a frequência de corte do filtro.

2.2.2 Sistemas SISO de fase não-mínima

Geralmente muitos processos possuem dinâmica com atrasos de tempo e com características de fase não-mínima, podendo citar como exemplos circuitos elétricos do tipo ponte, processos industriais, modelos macroeconômicos etc. Este tipo de sistema torna o seu controle por realimentação um projeto mais difícil, (CASTRUCCI et al., 2018). Segundo Castrucci et al. (2018), sistemas lineares que apresentam zeros no lado direito do semi plano complexo s são ditos sistemas de fase não-mínima. Os zeros no semi plano da direita contribui para o atraso de fase, resultando em uma fase mais negativa do que em sistemas de fase mínima. Castrucci et al. (2018) ilustra esses conceitos com o seguinte exemplo:

$$G_1(s) = \frac{1 + s/q}{1 + s/p} \tag{2.12}$$

e

$$G_2(s) = \frac{1 - s/q}{1 + s/p}, \tag{2.13}$$

sendo $q > 0$ o zero e $p > 0$ o polo do sistema. O zero de $G_1(s)$ está no semi plano da esquerda (SPE), pois $s = -q$. Já em $G_2(s)$ o zero está no SPD, pois $s = q$.

As fases de $G_1(j\omega)$ e $G_2(j\omega)$, são dadas da seguinte forma:

$$\angle G_1(s) = arctan\left(\frac{\omega}{q}\right) - arctan\left(\frac{\omega}{p}\right) \tag{2.14}$$

e

$$\angle G_2(s) = arctan\left(\frac{-\omega}{q}\right) - arctan\left(\frac{\omega}{p}\right), \tag{2.15}$$

em baixas frequências, têm se que:

$$\lim_{\omega \to 0} \angle G_1(j\omega) = \lim_{\omega \to 0} \angle G_2(j\omega) = 0, \tag{2.16}$$

porém em altas frequências:

$$\lim_{\omega \to \infty} \angle G_1(j\omega) = 0 \neq \lim_{\omega \to \infty} \angle G_2(j\omega) = -180, \tag{2.17}$$

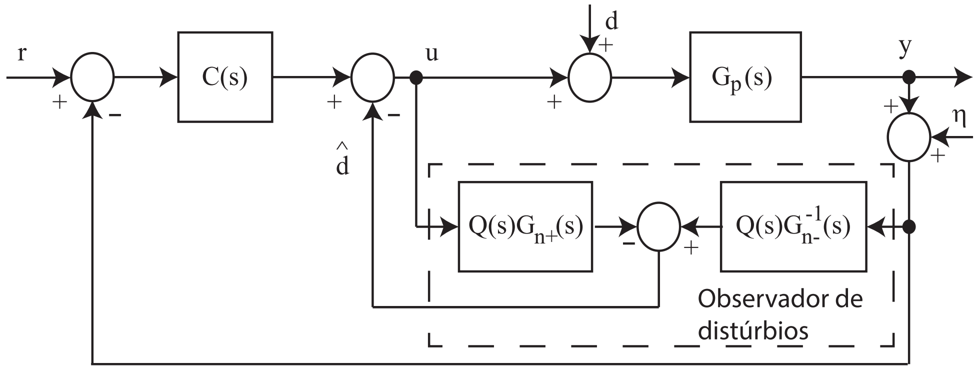
Em sistemas de fase não-mínima, quando o limite de ω tende a ∞ o ângulo de fase difere de $-180^o(n_p - n_q)$, sendo n_p o número de polos e n_q o número de zeros, causando um atraso de fase. Os sistemas com atrasos são aqueles que, ao aplicar um sinal de entrada, durante um intervalo de tempo θ ele não reage. Esse intervalo de tempo θ é conhecido como retardo ou tempo morto. Sistemas com atraso de transporte também são difíceis de serem controlados, esses sistemas também apresentam comportamento de fase não miníma, (OGATA, 2010), (CASTRUCCI et al., 2018). A estrutura do controle baseado em observador de distúrbio para sistemas SISO de fase não-mínima e com atraso de tempo é apresentada na figura 2.4.

Considere, por exemplo, a função de transferência $G(s)$ apresentada em Li et al. (2014):

$$G(s) = \frac{k_p(-\beta s + 1)}{(\tau_{p1}s + 1)(\tau_{p2}s + 1)}e^{-\tau s}, \tag{2.18}$$

em que τ_{p1}, τ_{p1} e β são números reais positivos, aparecendo um zero do lado direito no semi-plano complexo. Suponha que o filtro passa baixa do observador de distúrbio

Figura 2.4 – Sistema de controle SISO baseado em observador de distúrbio de sistemas de fase não-mínima.



Fonte: adaptado de Li et al. (2014)

seja escolhido com $q = 1$ conforme (2.2). Com o filtro de primeira ordem, tem-se que o produto $G^{-1}(s)Q(s)$ é:

$$G^{-1}(s)Q(s) = \frac{(\tau_{p1}s + 1)(\tau_{p2}s + 1)}{k_p(-\beta s + 1)(T_q + 1)}e^{\tau s}. \tag{2.19}$$

Analisando a equação (2.19) é possível perceber que no modelo da planta, o zero da função de transferência se tornou um polo ao realizar o produto de $G^{-1}(s)Q(s)$, o que implicaria em um sistema instável, além disso o termo do atraso invertido não é causal. Assim, a estratégia adotada é fatorar a função de transferência que representa a planta do sistema antes de fazer seu inverso (LI et al., 2014). Com isso $G(s)$ é fatorado em duas parcelas da seguinte forma:

$$G_n(s) = G_{n-}(s)G_{n+}(s). \tag{2.20}$$

A estratégia adotada para realizar essa fatoração, descrito por Li et al. (2014), é separar o modelo da planta em uma parte que contém o zero do semi-plano da direita e um polo na reflexão do zero, mais a parcela do atraso no tempo. A razão para o polo em reflexão com o zero positivo é que a parcela de G_{n+} deve ter ganho igual a 1 em todas as frequências para não afetar a estimação do distúrbio. Já a outra parcela conterá o restante das informações do modelo que, ao inverter não causará problemas de instabilidade no observador. Assim:

$$G_{n-}(s) = \frac{k_p(\beta s + 1)}{(\tau_{p1}s + 1)(\tau_{p2}s + 1)} \tag{2.21}$$

e

$$G_{n+}(s) = \frac{(-\beta s + 1)}{(\beta s + 1)}e^{-\tau s}. \tag{2.22}$$

Para exemplificar, considere:

$$G_n(s) = \frac{5(-2s+1)}{(s+1)(4s+1)}e^{-3s}$$

então uma possível fatoração seria:

$$G_{n-} = \frac{5(2s+1)}{(s+1)(4s+1)}, \quad G_{n+} = \frac{-2s+1}{2s+1}e^{-3s}$$

Analisando o diagrama de blocos da figura 2.4 é possível extrair as equações necessárias do sistema de controle baseado em observador de distúrbio para sistemas de fase não-mínima. O sinal de controle u é dado por:

$$u = u_c - \widehat{d} \tag{2.23}$$

em que u_c:

$$u_c = C(r - (y + \eta)), \tag{2.24}$$

e $\widehat{d}$ é dado por:

$$\widehat{d} = QG_{n-}^{-1}[G_p(u+d) + \eta] - QG_{n+}u. \tag{2.25}$$

Com isso, para obter o sinal de controle, u, substitui-se as equações (2.24) e (2.25) em (2.23):

$$\begin{aligned} u &= C[r - (y+\eta)] - [QG_{n-}^{-1}(y+\eta) - QG_{n+}u] \\ &= Cr - C[G_p(u+d)+\eta] - QG_{n-}^{-1}[G_p(u+d)+\eta] + QG_{n+}u, \end{aligned} \tag{2.26}$$

resultando em:

$$\begin{aligned} &(1 + CG_p + QG_{n-}^{-1}G_p - QG_{n+})u = \\ &Cr - (CG_p + QG_{n-}^{-1}G_p)d - (C + QG_{n-}^{-1})\eta. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Multiplicando ambos os lados por G_{n-}:

$$\begin{aligned} &[G_{n-}(1 + CG_p) + Q(G_p - G_{n-}G_{n+})]u \\ &= G_{n-}Cr - (G_{n-}CG_p + QG_p)d - (G_{n-}C + Q)\eta, \end{aligned} \tag{2.28}$$

definindo

$$\Delta_2 \triangleq G_{n-}(1 + CG_p) + Q(G_p - G_{n-}G_{n+}), \tag{2.29}$$

então

$$u = \frac{G_{n-}C}{\Delta_2}r - \frac{G_{n-}CG_p + QG_p}{\Delta_2}d - \frac{G_{n-}C + Q}{\Delta_2}\eta. \tag{2.30}$$

A saída y do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} y &= G_p(u+d) \\ &= \frac{G_pG_{n-}C}{\Delta_2}r + G_p\left(1 - \frac{G_{n-}CG_p + QG_p}{\Delta_2}\right)d - \frac{G_p(G_{n-}C + Q)}{\Delta_2}\eta \\ &= \frac{G_pG_{n-}C}{\Delta_2}r + \frac{G_pG_{n-}(1 - QG_{n+})}{\Delta_2}d - \frac{G_p(G_{n-}C + Q)}{\Delta_2}\eta. \end{aligned} \tag{2.31}$$

Para garantir eliminação do efeito do distúrbio em regime estacionário, na planta a ser controlada, $\lim_{s \to 0} G_{n+}(s) = 1$ e $\lim_{s \to 0} Q(s) = 1$.

2.2.3 Sistemas de Múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO)

Geralmente, os sistemas industriais têm natureza multivariável, com múltiplas entradas e múltiplas saída, com atrasos de tempo e acoplamento entre as malhas a serem controladas. O projeto e a implementação do controle para esses tipos de sistemas são mais difíceis quando comparados à sistemas SISO, pois, o desempenho de uma malha é afetado em decorrência do ajuste dos parâmetros de controle de outra malha e, com isso, o sistema, como um todo, pode não responder adequadamente e até mesmo se tornar instável.

Para implementar o DOBC em um sistema MIMO, dimensões $n \times n$, da mesma forma que no sistema SISO, é necessário realizar o cálculo do inverso do modelo da planta. A escolha do filtro e o cálculo do inverso da planta, se tornam mais trabalhoso, devido aos atrasos de tempo existentes.

Uma das contribuições deste trabalho é utilizar a matriz de transferência equivalente (ETF, do inglês, *equivalent transfer function*), $\widehat{G}^T(s)$. A ETF é uma aproximação da inversa de uma matriz de transferência qualquer, $G(s)$, conforme demonstrado por Cai et al. (2008):

$$G^{-1}(s) \cong \widehat{G}^T(s) \Rightarrow G(s)\widehat{G}^T(s) \cong \mathbf{I}, \tag{2.32}$$

sendo

$$\widehat{G}(s) \triangleq \begin{bmatrix} 1/\widehat{g}_{11}(s) & \dots & 1/\widehat{g}_{1n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/\widehat{g}_{n1}(s) & \dots & 1/\widehat{g}_{nn}(s) \end{bmatrix}, \tag{2.33}$$

em que $\widehat{g}_{ij}$ são funções de transferência a determinar.

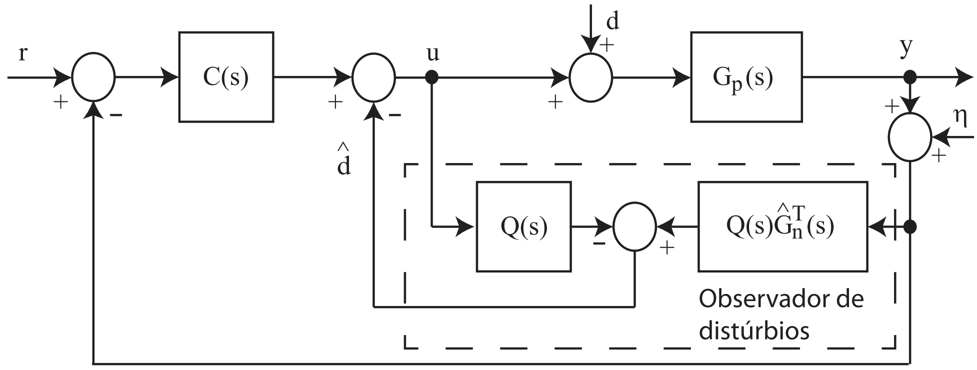
A ETF é possível de ser calculada a partir do arranjo de ganhos relativos (RGA, do inglês *relative gain array*), introduzida por Bristol (1966) e da matriz de ganhos relativos normalizados (RNGA do inglês, *relative normalized gain array*) proposta por He et al. (2009).

Para efeito de análise e projeto de sistemas de controle, vários processos industriais multivariáveis podem ser modelados por uma matriz $G(s)$ onde cada elemento é representado por uma função de transferência de primeira ordem com atraso:

$$G_{ij} = \frac{K_{ij}}{T_{ij}s + 1} e^{-\theta_{ij}s}. \tag{2.34}$$

O problema da implementação do DOBC para sistemas MIMO é o cálculo da inversa da matriz de transferência do modelo nominal, $G_n(s)$. Técnicas de projeto que envolvem o cálculo da inversa de uma matriz de transferência $G^{-1}(s)$ podem ser melhor implementadas por meio do conceito de matriz de transferência equivalente. A estrutura do observador de distúrbio para sistemas MIMO no domínio da frequência, com elementos na forma da equação (2.34), proposta neste trabalho é ilustrada pelo diagrama de blocos da figura 2.5. Por meio da ETF será obtido o inverso aproximado do modelo nominal da planta.

Figura 2.5 – Sistema de controle MIMO baseado em observador de distúrbio com inversa substituída pela função de transferência equivalente.



A matriz de transferência $\widehat{G}^T(s)$ pode ser calculada a partir do RGA, conforme Bristol (1966):

$$\boldsymbol{\Lambda} = [\lambda_{ij}] \triangleq \mathbf{K} \otimes \mathbf{K}^{-T}, \ \mathbf{K} \triangleq \mathbf{G}(0), \tag{2.35}$$

sendo $\otimes$ o operador multiplicação elemento por elemento do arranjo de ganhos normalizado (RNGA) que é determinado a partir do conceito de matriz de ganhos normalizados:

$$\mathbf{K}_N \triangleq \mathbf{K} \odot \mathbf{T}_{ar}, \tag{2.36}$$

sendo o operador $\odot$ a divisão elemento por elemento e $\mathbf{T}_{ar} = [\tau_{ar,ij}]$ a matriz de tempos de residência médios, definidos conforme He et al. (2009):

$$\tau_{ar} \triangleq \frac{1}{y(\infty)} \int_0^\infty [y(\infty) - y(t)]dt. \tag{2.37}$$

Para sistemas de primeira ordem com atraso, $\tau_{ar} = \tau + \theta$. Desse modo

$$\mathbf{T}_{ar} = [\tau_{ar,ij}] = \mathbf{T} + \mathbf{L}, \tag{2.38}$$

sendo $\mathbf{T} = [\tau_{ij}]$ e $\mathbf{L} = [\theta_{ij}]$ as matrizes de constantes de tempo e de atrasos respectivamente.

O RNGA, definido por He et al. (2009), é dado por:

$$\boldsymbol{\Lambda}_N \triangleq \mathbf{K}_N \otimes \mathbf{K}_N^{-T}. \tag{2.39}$$

Cai et al. (2008) define o arranjo de tempos residentes médios relativos (RARTA, do inglês, *relative average residence time array*) como:

$$\mathbf{\Gamma} \triangleq [\gamma_{ij}] \triangleq \mathbf{\Lambda_N} \odot \mathbf{\Lambda}. \tag{2.40}$$

No caso em que $G(s)$ possuir elementos de primeira ordem com atraso, os elementos da ETF terão o formato:

$$\widehat{g}_{ij}(s) = \widehat{k}_{ij}\frac{1}{\widehat{\tau}_{ij}s+1}e^{-\widehat{\theta}_{ij}s}. \tag{2.41}$$

Assim, os parâmetros dos elementos da ETF podem ser calculados conforme Cai et al. (2008):

$$\widehat{\mathbf{K}} = [\widehat{k}_{ij}] = \mathbf{K} \odot \mathbf{\Lambda},\ \widehat{\mathbf{T}} = [\widehat{\tau}_{ij}] = \mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{T},\ \widehat{\mathbf{L}} = [\widehat{\theta}_{ij}] = \mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{L}. \tag{2.42}$$

Exemplo 2.1: considere o exemplo de cálculo da ETF apresentado em Cai et al. (2008):

$$G(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{-2{,}2e^{-s}}{7s+1} & \dfrac{1{,}3e^{-0{,}3s}}{7s+1} \\ \dfrac{-2{,}8e^{-1{,}8s}}{9{,}5s+1} & \dfrac{4{,}3e^{-0{,}35s}}{9{,}2s+1} \end{bmatrix}$$

Os parâmetros **K**, **T** e **L**, são extraídos da matriz de transferência:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -2{,}2 & 1{,}3 \\ -2{,}8 & 4{,}3 \end{bmatrix},\ \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 9{,}5 & 9{,}2 \end{bmatrix},\ \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}3 \\ 1{,}8 & 0{,}35 \end{bmatrix},$$

assim, é possível encontrar a matriz de tempos de residência médios:

$$\mathbf{T}_{ar} = \mathbf{T} + \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 8 & 7{,}3 \\ 11{,}3 & 9{,}55 \end{bmatrix},$$

a matriz de ganhos normalizados será determinada pela divisão elemento por elemento entre a matriz **K** e a matriz de tempos de residência médios:

$$\mathbf{K}_N \triangleq \mathbf{K} \odot \mathbf{T}_{ar} = \begin{bmatrix} -0{,}2750 & 0{,}1781 \\ -0{,}2478 & 0{,}4503 \end{bmatrix},$$

e

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{K} \otimes \mathbf{K}^{-T} = \begin{bmatrix} 1{,}6254 & -0{,}6254 \\ -0{,}6254 & 1{,}6254 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Lambda}_N = \mathbf{K}_N \otimes \mathbf{K}_N^{-T} = \begin{bmatrix} 1{,}5537 & -0{,}5537 \\ -0{,}5537 & 1{,}5537 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda_N} \odot \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 0{,}9559 & 0{,}8853 \\ 0{,}8853 & 0{,}9559 \end{bmatrix},$$

resultando nos seguintes parâmetros de ETF:

$$\widehat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} \odot \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} -1{,}3535 & -2{,}0786 \\ 4{,}4769 & 2{,}6455 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{\mathbf{T}} = \mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 6{,}6910 & 6{,}1971 \\ 8{,}4103 & 8{,}7940 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{\mathbf{L}} = \mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0{,}9559 & 0{,}2656 \\ 1{,}5935 & 0{,}3346 \end{bmatrix},$$

e deste modo a ETF é obtida como:

$$\widehat{G}^T(s) = \begin{bmatrix} \frac{6{,}69s+1}{-1{,}35}e^{0{,}96s} & \frac{8{,}41s+1}{4{,}48}e^{1{,}59s} \\ \frac{6{,}20s+1}{-2{,}08}e^{0{,}27s} & \frac{8{,}79s+1}{2{,}65}e^{0{,}33s} \end{bmatrix}.$$

Observe que cada termo da ETF é não causal por apresentar um zero e nenhum polo e por ter termos exponenciais positivos. Quando a ETF for aplicada ao projeto e implementação de controle baseado observador de distúrbios, como proposto nesta dissertação, o filtro do observador de distúrbio, $Q(s)$, deverá ser estruturado para eliminar os termos exponenciais positivos além de garantir número de polos maior ou igual ao número de zeros.

2.2.3.1 Controle MIMO baseado em observador de distúrbio

Considere sistemas MIMO cujo modelo nominal possua elementos no formato da equação (2.34), neste trabalho é proposto um controle MIMO baseado em observador de distúrbio com inversa do modelo nominal substituída pela função de transferência equivalente, representada por $\widehat{G}_n^T(s)$, conforme apresentado na Fig, 2.5. O sinal de controle pode ser calculado como sendo:

$$u = u_c - \widehat{d}, \tag{2.43}$$

em que u representa o esforço de controle e o sinal u_c é dado por:

$$u_c = C[r - (y + \eta)], \tag{2.44}$$

e $\widehat{d}$ é o distúrbio estimado:

$$\widehat{d} = Q\widehat{G}_n^T(y + \eta) - Qu. \tag{2.45}$$

Assim, o sinal de controle u é calculado substituindo (2.45) e (2.44) em (2.43):

$$\begin{aligned} u &= C[r - (y + \eta)] - [Q\widehat{G}_n^T(y + \eta) - Qu] \\ &= C\{r - [G_p(u + d) + \eta]\} - \{Q\widehat{G}_n^T[G_p(u + d) + \eta] - Qu\} \end{aligned} \tag{2.46}$$

$$(I + CG_p + Q\widehat{G}_n^T G_p - Q)u = Cr - (CG_p + Q\widehat{G}_n^T G_p)d - (C + Q\widehat{G}_n^T)\eta. \tag{2.47}$$

Definindo

$$\Delta_3 \triangleq I + CG_p + Q(\widehat{G}_n^T G_p - I), \tag{2.48}$$

então

$$u = \Delta_3^{-1} Cr - \Delta_3^{-1}(CG_p + Q\widehat{G}_n^T G_p)d - \Delta_3^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)\eta. \tag{2.49}$$

A saída do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} y &= G_p(u + d) \\ &= G_p\Delta_3^{-1}Cr + G_p[-\Delta_3^{-1}(CG_p + Q\widehat{G}_n^T G_p) + I]d - G_p\Delta_3^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)\eta \\ &= G_p\Delta_3^{-1}Cr + G_p\Delta_3^{-1}[-(CG_p + Q\widehat{G}_n^T G_p) + \Delta_3]d - G_p\Delta_3^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)\eta \\ &= G_p\Delta_3^{-1}Cr - G_p\Delta_3^{-1}(I - Q)d - G_p\Delta_3^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)\eta. \end{aligned} \tag{2.50}$$

Pode ser visto que se $Q = I$, o efeito de distúrbio pode ser anulado, entretanto, da mesma form do DOBC de sistemas SISO, Q deve ter uma estrutura para garantir que $Q\widehat{G}_n^T$ seja uma matriz de transferência causal. Pela equação (2.48) pode ser visto que a resposta de rastreamento não sera afetada se $\widehat{G}_n^T G_p = I$. Considerando uma matriz diagonal:

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(T_{q,1}s+1)^r}e^{-\theta_{q,1}s} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{(T_{q,n}s+1)^r}e^{-\theta_{q,n}s} \end{bmatrix}, \tag{2.51}$$

sendo que $\theta_{q,i}$, $i = 1, \dots, n$, devem ser iguais ao maior valor de $\widehat{\theta}_{i,j}$ da $i-$ésima linha de $\widehat{G}_n^T(s)$. Os valores de $T_{q,i}$, $i = 1, \dots, n$, devem ser determinados para se ter um compromisso entre rejeição de distúrbios e atenuação de ruídos de medição. O valor de r é fixo, sendo suficiente $r = 1$ para sistemas de primeira ordem com atraso.

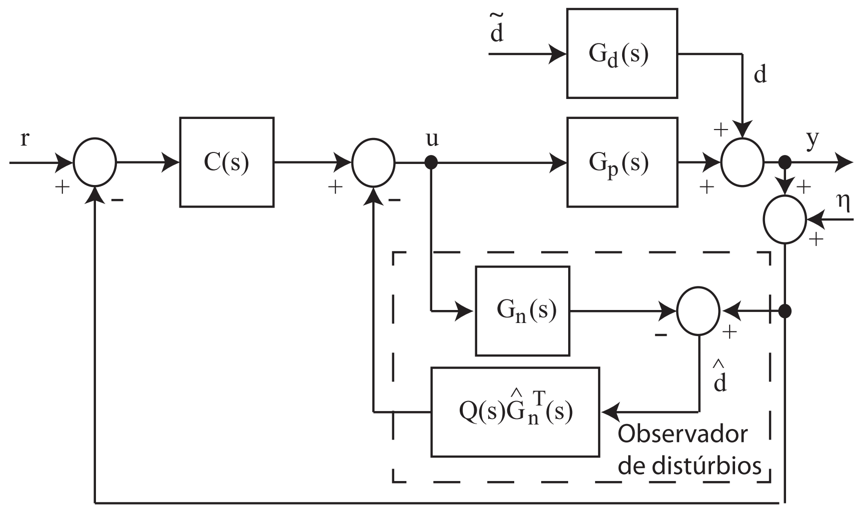
Exemplo 2.2: considere o exemplo 2.1 de cálculo de ETF, o filtro $Q(s)$ pode ter o formato:

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{q,1}s+1}e^{-1{,}59s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{q,2}s+1}e^{-0{,}33s} \end{bmatrix},$$

de modo que

$$Q(s)\widehat{G}^T(s) = \begin{bmatrix} \frac{6{,}69s+1}{-1{,}35(T_{q,1}s+1)}e^{-0{,}63s} & \frac{8{,}41s+1}{4{,}48(T_{q,1}s+1)} \\ \frac{6{,}20s+1}{-2{,}08(T_{q,2}s+1)}e^{-0{,}06s} & \frac{8{,}79s+1}{2{,}65(T_{q,2}s+1)} \end{bmatrix}$$

Figura 2.6 – Sistema de controle MIMO baseado em observador de distúrbio com distúrbio na saída e inversa substituída pela função de transferência equivalente.



é causal eliminando o exponenciais positivos.

No caso de distúrbio na saída conforme Fig. 2.6, o sinal de controle pode ser calculado como:

$$\begin{aligned} u &= C[r-(y+\eta)] - Q\widehat{G}_n^T[(y+\eta)-G_n u] \\ &= Cr - C[(G_p u + d)+\eta] - Q\widehat{G}_n^T[(G_p u + d)+\eta - G_n u] \end{aligned} \tag{2.52}$$

$$[I + CG_p + Q\widehat{G}_n^T(G_p - G_n)]u = Cr - (C + Q\widehat{G}_n^T)d - (C + Q\widehat{G}_n^T)\eta \tag{2.53}$$

Definindo:

$$\Delta_4 = I + CG_p + Q\widehat{G}_n^T(G_p - G_n) \tag{2.54}$$

então

$$u = \Delta_4^{-1}Cr - \Delta_4^{-1}(C - Q\widehat{G}_n^T)d - \Delta_4^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)\eta \tag{2.55}$$

A saída da planta pode ser calculada como sendo:

$$\begin{aligned} y &= G_p u + d \\ &= G_p\Delta_4^{-1}Cr + [I - G_p\Delta_4^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)]d - G_p\Delta_4^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)\eta \\ &= G_p\Delta_4^{-1}Cr + G_p\Delta_4^{-1}[(G_p\Delta_4^{-1})^{-1} - (C + Q\widehat{G}_n^T)]d - G_p\Delta_4^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)\eta \\ &= G_p\Delta_4^{-1}Cr + G_p\Delta_4^{-1}[\Delta_4 G_p^{-1} - (C + Q\widehat{G}_n^T)]d - G_p\Delta_4^{-1}(C + Q\widehat{G}_n^T)\eta \\ &= G_p\Delta_4^{-1}Cr + G_p\Delta_4^{-1}(I - Q\widehat{G}_n^T G_n)G_p^{-1}d - G_p\Delta_4^{-1}(C + \widehat{G}_n^T Q)\eta \end{aligned} \tag{2.56}$$

Pode-se observar que, na equação (2.54), se o modelo nominal for igual a matriz de transferência da planta, o observador de distúrbio não afetá a resposta de rastreamento do controlador por realimentação já existente. Já na equação (2.56), é importante destacar que a rejeição de distúrbio depende que o produto da ETF pelo modelo nominal seja o mais próximo possível da matriz identidade, assim $\hat{G}_n^T G_n = I$ e $Q = I$ anula os efeitos dos distúrbios.

2.3 Sistemas no domínio do tempo

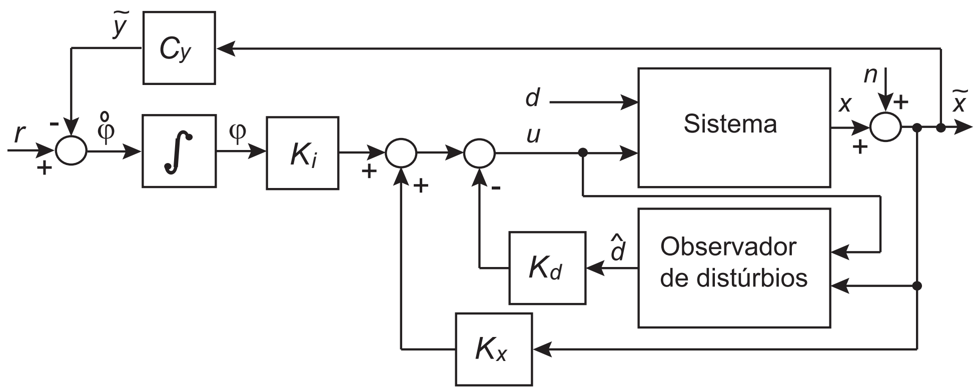
Seja o sistema linear de múltiplas entradas e múltiplas saídas, invariante no tempo, com distúrbio na entrada da planta, descrito pelo modelo no espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \quad Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t), \\ z(t) &= C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t), \\ y(t) &= \quad C_y x(t) + D_{yw} w(t), \end{cases} \tag{2.57}$$

sendo $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ o vetor de variáveis manipuladas, as saídas do controlador, $w(t) \in \mathbb{R}^{n_w}$ o vetor de entradas exógenas, $z(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$ o vetor de variáveis de desempenho e $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ o vetor de saídas controladas do sistema. Considere que as varáveis exógenas são os sinais de referência, $r(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$, os distúrbios, $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$, e ruídos de medição, $\eta(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$. As matrizes B_w e D_{zw} podem ser decompostas em três blocos, $B_w = [\ B_r\ B_d\ B_\eta\ ]$, sendo $B_\eta = \mathbf{I}$ uma matriz identidade de dimensão n_x, $D_{zw} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & D_{zw,d} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$.

Considere que todas as variáveis de estado estão disponíveis para medição. A Figura 2.7 apresenta o diagrama de blocos do sistema de controle por realimentação de estados com ação integral e observador de distúrbios.

Figura 2.7 – Diagrama de blocos do sistema de controle por realimentação de estados com ação integral e observador de distúrbios.



De acordo com esse diagrama, a ação de controle é dada por:

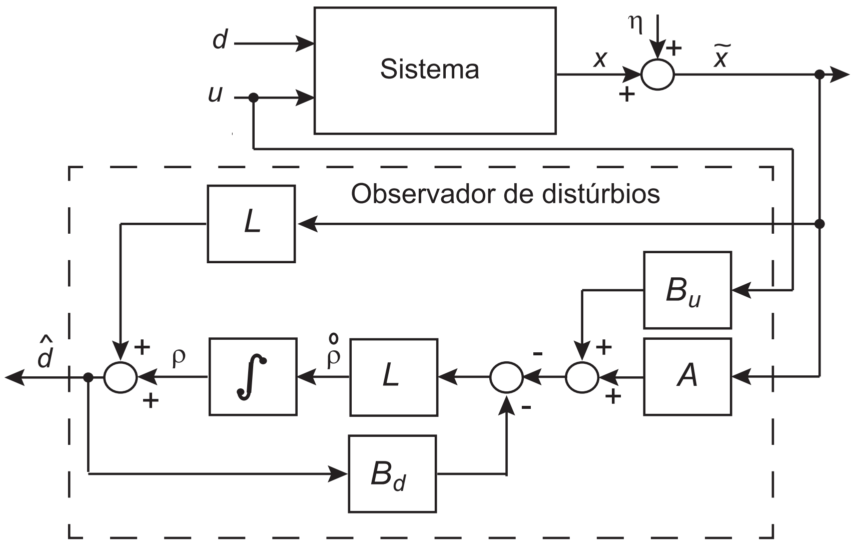
$$u(t) = K_x[x(t) + \eta(t)] + K_i\varphi(t) + K_d\widehat{d}, \tag{2.58}$$

sendo $\varphi(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ a integral do erro de rastreamento, cuja derivada pode ser escrita como

$$\dot{\varphi}(t) = r(t) - \tilde{y}(t) = r(t) - C_y[x(t) + \eta(t)], \tag{2.59}$$

e $\widehat{d}(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ os distúrbios estimados pelo observador de distúrbios apresentado na Figura 2.8.

Figura 2.8 – Diagrama de blocos do observador de distúrbios.



As equações do observador de distúrbios são:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}(t) &= -LB_d\left\{\rho(t) + L[x(t)+\eta(t)]\right\} - L\left\{A[x(t)+\eta(t)] + B_u u(t)\right\}, \\ \widehat{d}(t) &= \rho(t) + L[x(t)+\eta(t)]. \end{aligned} \tag{2.60}$$

A ação de controle, substituindo a Eq. (2.60) na Eq. (2.58), pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} u(t) &= K_x[x(t)+\eta(t)] + K_i\varphi(t) + K_d\left\{\rho(t) + L[x(t)+\eta(t)]\right\} \\ &= (K_x + K_dL)[x(t)+\eta(t)] + K_i\varphi(t) + K_d\rho(t). \end{aligned} \tag{2.61}$$

Considerando as Eqs. (2.57), (2.59), (2.60) e (2.61), o sistema de controle em malha-fechada por realimentação de estados com ação integral e observador de distúrbios pode ser dado por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x(t) \\ \varphi(t) \\ \rho(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A + B_u(K_x + K_dL) & B_uK_i & B_uK_d \\ -C_y & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -L[B_dL + A + B_u(K_x+K_dL)] & -LB_uK_i & -L(B_d + B_uK_d) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ \varphi(t) \\ \rho(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & B_d & B_u(K_x+K_dL) \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & -C_y \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -L[B_dL + A + B_u(K_x+K_dL)] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r(t) \\ d(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix}, \\ z(t) &= \begin{bmatrix} C_z + D_{zu}(K_x+K_dL) & D_{zu}K_i & D_{zu}K_d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ \varphi(t) \\ \rho(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & D_{zw,d} & D_{zu}(K_x+K_dL) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r(t) \\ d(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{2.62}$$

Considere o observador de distúrbios apresentado na Figura 2.8 e defina o erro de estimação como sendo $e_d(t) \triangleq d(t) - \widehat{d}(t)$. Para simplificar o desenvolvimento a seguir, considere $r(t) = 0$ e $\eta(t) = 0$, tal que $\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_d d(t)$. A dinâmica do erro de estimação é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{e_d}(t) &= \dot{d}(t) - \dot{\widehat{d}} = \dot{d}(t) - [\dot{\rho}(t) + L\dot{x}(t)] \\ &= \dot{d}(t) + L[Ax(t) + B_u u(t) + B_d \widehat{d}(t)] - L\dot{x}(t) \\ &= \dot{d}(t) + L[\dot{x}(t) - B_d d(t) + B_d \widehat{d}(t)] - L\dot{x}(t) \\ &= -LB_d[d(t) - \widehat{d}(t)] + \dot{d} = -LB_d e_d(t) + \dot{d}(t) \end{aligned} \tag{2.63}$$

Desse modo, se $-LB_d \in \mathbb{R}^{n_d \times n_d}$ possui todos os autovalores com parte real negativa e $\lim_{t\to\infty} \dot{d} = 0$, isto é, os distúrbios tendem a ficar constantes, então $\lim_{t\to\infty} e_d(t) = 0$. Quanto mais negativo os autovalores, mais rápido o erro tenderá a zero quando a derivada da perturbação for zero, porém mais sensível aos ruídos de medição.

Na Eq. (2.62), que considera as variáveis de desempenho como sendo as saídas do sistema sem ruídos de medição, $z(t) = y(t)$, isto é, $c_z(t) = c_y(t)$, a matriz de transferência em malha fechada pode ser dividida em três blocos:

$$T_{zw}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_f & B_f \\ \hline C_f & D_f \end{array}\right] = [T_{yr}(s)\ T_{yd}(s)\ T_{yn}(s)] \tag{2.64}$$

relacionando a variável de desempenho com as três variáveis exógenas, sendo as matrizes A_f, B_f, C_f e D_f as quatro matrizes dadas na Eq. (2.62).

As funções de transferência T_{yd} e T_{yn} serão usadas na formulação do problema multiobjetivo para obter um controle baseado em observador de distúrbios com um compromisso entre rejeição de distúrbios e atenuação de ruídos de medição.

2.4 Formulação do Problema

Neste trabalho é realizado um estudo a respeito das estruturas de sistemas que utilizam um observador para minimizar ou até mesmo eliminar os efeitos de distúrbios no sinal de saída, seja no domínio do tempo ou da frequência. E, por meio de técnicas de otimização com base na integral do erro ao quadrado (ISE, do inglês, *integral square error*) e na variância dos sinais ou nas normas $\mathcal{H}_2$ e $\mathcal{H}_\infty$ de sistemas é possível minimizar os efeitos de ruídos de medição e perturbações sobre as variáveis de desempenho do sistema.

Conforme Skogestad e Postlethwaite (2005), a função norma tem por objetivo determinar um número que representa a medida da dimensão de um vetor, matriz, sinal ou sistema. Os cálculos da norma, variância e ISE foram utilizados com objetivo de estabelecer um compromisso entre a rejeição ao distúrbio e a minimização do esforço de controle ou atenuação do ruído.

A avaliação entre os desempenhos obtidos em cada um dos exemplos ilustrativos foi realizada por meio do índice de desempenho ISE:

$$ISE = \int_0^\infty e^2 \, dt \tag{2.65}$$

em que e representa o erro de rastreamento.

2.4.1 Formulação do problema de síntese no domínio da frequência para sistemas SISO

Em uma etapa inicial deste trabalho foi tratado o problema de projeto do DOBC para sistemas SISO sem atraso incluindo a síntese do controlador PI. O problema de projeto do DOBC, no domínio da frequência para sistemas SISO, pode ser formulado como: obter os valores da constante de tempo do filtro do estimador de distúrbio e do controlador PI que resultem em diferentes soluções eficientes para obter um compromisso entre rejeição de pertubação e minimização do esforço de controle, consequentemente, atenuação de ruído. O problema de controle foi formulado como um problema de otimização multiobjetivo em que as variáveis de otimização são os parâmetros ganho proporcional, K_p, e tempo integral, T_i, do controlador PI e a constante do filtro do observador de distúrbio T_q:

$$\begin{aligned} &\mathcal{X}^* = \{x^* \in \mathbb{R}^3 \mid x^* = \arg\min_x \begin{bmatrix} \|T_{yd}(s,x)\|_\infty \\ \|W_u(s)T_{u\eta}(s,x)\|_2 \end{bmatrix} \\ &\text{sujeito a: } x \in D \subset \mathbb{R}^3 \\ &\qquad\qquad g = Real(polos(T_{yd})) < 0, \end{aligned} \tag{2.66}$$

em que g é a restrição para garantir a estabilidade do sistema e D representa o espaço que define a variação dos parâmetros do vetor x:

$$x = \begin{bmatrix} K_p & \frac{1}{T_i} & T_q \end{bmatrix}^T. \tag{2.67}$$

A função de ponderação, $W_u(s)$, para um filtro passa-baixas com frequência de corte elevada, é necessária para transformar o produto $W_u(s)T_{u\eta}(s)$ em uma função estritamente própria, com norma 2 finita. O conjunto $\mathcal{X}$ representa o conjunto de soluções eficientes candidatas ao conjunto de Pareto. O problema (2.66) pode ser solucionado através de algoritmos evolutivos multiobjetivo com $T_{u\eta}$ e T_{yd} sendo:

$$T_{u\eta} = -\frac{(G_nC + Q)}{\Delta_1}\eta \tag{2.68}$$

e

$$T_{yd} = \frac{G_pG_n(1-Q)}{\Delta_1}d. \tag{2.69}$$

em que Δ_1 é definido por (2.9).

2.4.2 Formulação do problema de síntese no domínio da frequência para sistemas MIMO

Em uma segunda etapa deste trabalho foi considerado sistemas MIMO com tempos de atraso, com o controlador PI já determinado. O problema de projeto do DOBC, no domínio da frequência para sistemas MIMO, pode ser formulado como: dado o controlador $C(s)$, que atende às especificações da resposta de rastreamento, determinar as constantes de tempo, $T_{q,i}$, $i = 1, \ldots, n$, do filtro do observador de distúrbio, $Q(s)$, de modo a obter diferentes compromissos entre rejeição do distúrbio e atenuação dos ruídos de medição. Seja $y_d \triangleq T_{yd}(s)d$ o vetor de saídas do sistema devido a um vetor de distúrbios, $d(t)$, característico do sistema e $u_\eta \triangleq T_{u\eta}(s)\eta$ o vetor de variáveis manipuladas devido aos ruídos de medição, $\eta(t)$, as duas funções objetivos do problema de otimização multiobjetivo podem ser definidas com base na integral do erro ao quadrado da saída ponderada e da variância do sinal u:

$$f_1(x) = \int_0^{t_f} y_d^T(t) W y_d(t) dt, \tag{2.70}$$

$$f_2(x) = \max_{i=1,\ldots,n} \sigma[u_{\eta,i}(t)], \tag{2.71}$$

sendo $W = diag(w_1, \ldots, w_n)$ uma matriz diagonal com valores positivos de ponderação, tal que $y_d^T W y_d = w_1 y_{d,1}^2 + \ldots + w_n y_{d,n}^2$, e $\sigma[\cdot]$ a variância do sinal. Definindo $\mathbf{f}(x) = [f_1(x)\ f_2(x)]^T$, $x = [T_{q,1}\ \ldots\ T_{q,n}]^T$, o problema multiobjetivo é formulado como sendo:

$$\begin{aligned} &\mathcal{X}^* = \{x^* \in \mathbb{R}^n \mid x^* = \arg\min_x \mathbf{f}(x) \\ &\text{sujeito a: } x \in \mathcal{F}_x\}. \end{aligned} \tag{2.72}$$

sendo $\mathcal{X}$ o conjunto de solução eficientes candidatas ao conjunto de pareto e $\mathcal{F}_x$ a região de soluções factíveis que corresponde ao intervalo permitido para as constantes de tempo do filtro: $\underline{T}_{q,i} \leq T_{q,i} \leq \overline{T}_{q,i}$, $i = 1, \ldots, n$.

O problema (2.72) pode ser solucionado através de algoritmos evolutivos multiobjetivo. Nesta formulação proposta do problema de síntese para sistemas MIMO, é adotado funções objetivos com base em sinais, ao invés de normas de sistemas, devido a presença de atrasos de tempo. Para utilizar normas de sistemas, é necessário aproximar os vários atrasos do sistema MIMO por série de Padé e converter os modelos do domínio da frequência para o espaço de estados, resultando em matrizes de grandes dimensões.

2.4.3 Formulação do problema de síntese no domínio do tempo

Já o problema de projeto do DOBC, no domínio do tempo, pode ser formulado como: dadas as matrizes de ganhos do controle por realimentação de estados com ação integral, K_x e K_i, determinar as matrizes de ganhos K_d e L de modo a obter um compromisso entre a rejeição do distúrbio e a minimização do efeito do ruído de medição sobre o sistema de controle. Tal problema pode ser formulado como um problema de otimização multiobjetivo. Seja x o vetor de parâmetros de otimização que são os elementos das matrizes de ganhos K_d e L, deseja obter um conjunto de soluções eficientes ou conjunto pareto-ótimo do seguinte problema multiobjetivo:

$$\begin{aligned} &\mathcal{X}^* = \{x^* \in \mathbb{R}^n \mid x^* = \arg\min_x \begin{bmatrix} \|T_{yd}(s,x)\|_\infty \\ \|W_y(s)T_{y\eta}(s,x)\|_2 \end{bmatrix} \\ &\text{sujeito a: } x \in \mathcal{F}_x, \end{aligned} \tag{2.73}$$

sendo $\mathcal{F}_x$ o conjunto de soluções que resultem em um sistema estável em malha-fechada. No caso do problema no espaço de estados, optou-se por utilizar normas de sistemas ao invés de normas de sinais na formulação do problema multiobjetivo por ser mais eficiente de se calcular. Por outro lado, a norma $\mathcal{H}_2$ requer que o sistema seja estável e matriz de transferência seja estritamente própria ($D_f = 0$). A segunda exigência requer trocar a matriz de transferência relacionada com a função objetivo 2 de $T_{u\eta}(s)$ para $T_{y\eta}(s)$. Mesmo assim, quando $D_{zu} \neq \mathbf{0}$ é necessário acrescentar $W_y(s)$, com filtros passa-baixas na diagonal, para tornar a norma $\mathcal{H}_2$ finita. Assim, O problema (2.73) pode também pode ser solucionado através de algoritmos evolutivos multiobjetivo.

2.5 Conclusão

Neste capitulo foi apresentado, em detalhes, o controle por meio do observador de distúrbio tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo. Para os sistemas representados no domínio da frequência é necessário projetar o filtro de tal forma que estabeleça um compromisso entre a rejeição das perturbações e a atenuação dos ruídos. O DOBC no domínio da frequência é definido em duas categorias, sistemas SISO e sistemas MIMO. Os sistemas SISO também foram divididos em duas subcategorias para apresentar a abordagem do DOBC para sistemas de fase mínima e de fase não-mínia. Já o DOBC para sistemas MIMO de fase não-mínima não pode ser realizada como uma extensão direta dos sistemas SISO, pois faz-se necessário levar em consideração o acoplamento entre as malhas. O DOBC no domínio do tempo, para atender aos mesmos compromissos estabelecidos no domínio da frequência, faz-se necessário determinar as matrizes de ganho K_d e L. No capitulo 3 será apresentado o algoritmo evolução diferencial multiobjetivo (DEMO) utilizado para solução dos problemas de otimização apresentados neste capítulo.

Capítulo 3

Técnicas de Otimização

3.1 Introdução

As técnicas de otimização têm por principal objetivo determinar a solução mais adequada para um problema, levando em consideração as limitações e flexibilidades existentes. Segundo Takahashi (2007) essas técnicas visam encontrar a "melhor solução" ou "ótimo global" de um problema de projeto em que seja possível mensurar o quanto adequada é aquela solução para o problema em questão.

Para Storn e Price (1995), os principais requisitos que o projetista busca em um algoritmo de otimização são:

- O método deve ser eficiente e encontrar a solução ótima, independente das soluções iniciais, dentro do espaço de busca predeterminado.
- Método de rápida convergência, com menor custo computacional possível.
- A fim de facilitar o uso do algoritmo, este deve ter um mínimo de parâmetros de ajuste.

As técnicas de otimização, cada vez mais, são aplicadas nos mais diversos campos de estudo. Para determinar a técnica mais adequada de otimização deve-se conhecer o tipo de problema que está sendo tratado e as características das funções que o representa.

Para cada aplicação é necessário conhecer informações específicas, a fim de ser possível descrever matematicamente o problema. De forma geral, Takahashi (2007) descreve a formulação característica de um problema de otimização como:

$$
\begin{aligned}
x^* \;&=\; arg \quad \min_x f(x) \\
\text{sujeito a :} &\begin{cases} g_i(x) \leq 0, & \forall\, i = 1, \ldots, r \\ h_i(x) = 0, & \forall\, i = 1, \ldots, p \end{cases}
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

em que:

$x \in \mathbb{R}^n$ representa o vetor das variáveis que serão especificadas por meio do processo de otimização;

$f(x) : \mathbb{R}^n \longmapsto \mathbb{R}^n$ representa a função objetivo do sistema ao qual, por convenção, tem por finalidade ser minimizado;

$x^* : \mathbb{R}^n$ é o valor ótimo que faz a função $f(x)$ apresentar o valor mínimo;

$g(x) : \mathbb{R}^n \longmapsto \mathbb{R}^r$ representa as restrições de desigualdades e $h(x) : \mathbb{R}^n \longmapsto \mathbb{R}^p$, representa as restrições de igualdade do sistema. Formando assim o conjunto de requisitos que devem ser atendidos para que a solução seja aceitável.

Conforme Takahashi (2007), as técnicas de otimização podem ser separadas em três conjuntos, que são: métodos de direção de busca, métodos de exclusão de semiespaços e métodos de otimização por populações.

O método utilizado neste trabalho é de otimização por população devido ao fato das suas características de abrangência do tipo da função objetivo. Os métodos por população respondem de forma adequada a problemas que não sejam unimodais, não diferenciáveis e não convexos.

Os métodos por população ou evolucionários mais conhecidos são: Algoritmo Simulated Annealing proposto por Kirkpatrick et al. (1983), inspirado em um processo de recozimento de sistemas físicos; algoritmo genético proposto por Goldberg (1989); método por exame de partículas idealizado por Kennedy e Eberhart (1995) e método evolução diferencial (DE, do inglês, *Differential Evolution*) proposto por Storn e Price (1997).

Para Ticona (2003), os problemas reais de otimização, em sua maioria, abrangem o melhoramento simultâneo de vários objetivos conflitantes. Devido ao fato dos objetivos de otimização serem conflitantes não é possível obter uma solução factível que otimize todos os objetivos ao mesmo tempo. Os problemas que envolvem vários objetivos a serem minimizados (ou maximizados), satisfazendo a um conjunto de restrições, são conhecidos como problemas multiobjetivos. Com isso, as técnicas de otimização de problemas multiobjetivos, fornecem um conjunto de soluções candidatas que corresponde ao compromisso entre os objetivos.

Os algorítimos evolucionários multiobjetivos MOEA, (do inglês *Multi-Objective Evolucionary Algorithm)*, vem sendo estudados desde a década de 80, em que uma primeira implementação introduzida por Schaffer (1985), denominada VEGA, (do inglês *Vector Evaluated Genetic Algorithm*). Em seu trabalho, Schaffer (1985) fez uma adaptação no algorítimo genético com a finalidade de analisar os objetivos de forma individual. Contudo, as soluções factíveis obtidas na fronteira de Pareto não apresentavam diversidade suficiente.

Vários outros autores propuseram métodos para soluções de problemas de otimização multiobjetivo, como por exemplo, Deb et al. (2002) propuseram o Algorítimo Genético de Ordenação Não Dominada II, NSGA-II. Zitzler et al. (2001) propuseram o Algorítimo Evolutivo da Força de Pareto, SPEA2 (do inglês, *Strength Pareto Evolutionary Algorithm*). Já Robi e Filipi (2005) propuzeram o algoritimo Evolução Diferencial para Otimização Multiobjetivo, DEMO (do inglês, *Differential Evolution for Multiobjective Optimization*), utilizando como base o algoritimo evolução diferencial e critérios de seleção do NSGA-II. Robi e Filipi (2005) apresentam três possibilidades diferentes de seleção, sendo a mais simples e também mais eficiente, a versão DEMO/parent.

Este trabalho foi desenvolvido utilizando o algoritmo DEMO/parent para solução dos problemas de otimização multiobjetivos.

3.2 Método Evolução Diferencial

O DE é um algoritmo de otimização não linear, estocástico, evolucionário e fundamento nas métodos por população para soluções de problemas irrestritos com funções de domínio real. Em 1995 esse algoritmo foi publicado em forma de um relatório técnico (STORN; PRICE, 1995).

Em 1996 o método DE, ganhou reconhecimento internacional sendo apresentado no primeiro concurso internacional de computação evolutiva *(International Contest on Evolutionary Optimization da International Conference on Evolutionary Computation)*, neste ano o método evolução diferencial foi classificado como o terceiro colocado dentre os algoritmo desenvolvidos.

Já no ano seguinte após alguns ajustes e acréscimo de um novo conjunto de funções de teste o método foi consolidado ficando classificado como o melhor algoritmo de computação evolutiva (GUIMARAES, 2009).

Segundo Plagianakos et al. (2008) o método de otimização evolução diferencial possui eficiência para solucionar uma vasta classe de problemas de otimização. O DE apresenta resultados satisfatórios para problemas em que a função objetivo é não convexa ou não diferenciável, (CHENG; HWANG, 2001). Já Das e Suganthan (2011) listam quatro razões pelas quais o DE é amplamente utilizado como uma ferramenta de otimização:

1. Dentre os algoritmos evolucionários, o DE é um dos mais de fácil implementar. O código é de fácil codificação em diferentes linguagens de programação, isso facilita para profissionais de outras áreas, pois não precisam ser especialistas em programação para resolver problemas de suas áreas especificas.

2. Apesar da simplicidade o DE apresenta um ótimo desempenho em termos de precisão, robustez, velocidade de convergência. Isso torna o método atraente para encontrar soluções otimizadas para diversos tipos de problemas.

3. O DE possui poucos parâmetros de ajuste, isso contribui para um baixo custo computacional.

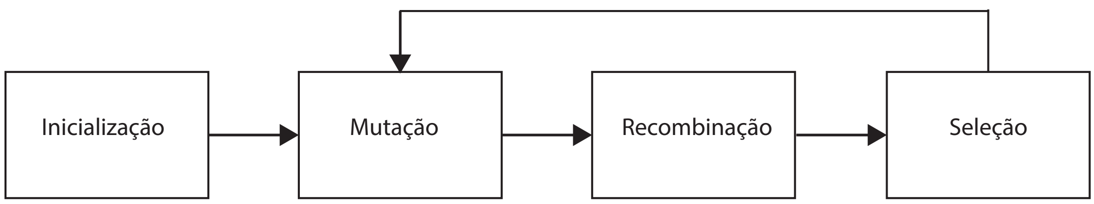
4. Possui baixa complexidade espacial, o que é útil para resolver problemas em larga escala, não lineares e multidimensionais.

O DE foi desenvolvido para tratar problemas formulados sem restrições:

$$x^* \quad = \quad arg \quad \min_x f(x) \tag{3.2}$$

Na estrutura do algoritmo DE é utilizado operadores computacionais como os aplicados por outros algorítimos evolucionários, tais como: mutação, cruzamento ou recombinação e seleção, conforme mostrado na figura 3.1. Para os problemas com restrições neste trabalho, foi utilizado o método de penalidades.

Figura 3.1 – Diagrama de blocos do procedimento geral do DE



Fonte: adaptado de Jiménez et al. (2015)

3.2.1 População Inicial

Seja $\mathcal{U}_{(a,b)} \in \mathbb{R}$ um número pseudo-aleatório que, de forma uniforme é distribuído em um conjunto aberto (a, b) e $\mathcal{I}_{(m)} \in \mathbb{N}^+$ um valor inteiro pseudo-aleatório extraído da distribuição uniforme contido no conjunto de $\{1, \cdots, m\}$. O vetor das variáveis de otimização é $x \in \mathbb{R}^n$. A população de soluções candidatas é composta de N

indivíduos. A população na k-ésima interação é definida por $X_k = \{x_{k,i}; i = 1, \cdots, N\}$ e, a i-ésima solução é dada por:

$$x_{k,i} = \begin{bmatrix} x_{k,i,1} \\ \vdots \\ x_{k,i,n} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

A população inicial de soluções candidatas é distribuída de forma aleatória e uniforme dentro do espaço inicial de soluções, considerando seus limites superiores e inferiores determinado para cada variável, $x_{1,i,j} \in [\underline{m_j}\ \overline{m_j}]$:

$$x_{1,i,j} = \mathcal{U}_{(\underline{m_i}\ \overline{m_i})} \tag{3.4}$$

3.2.2 Mutação Diferencial

Na etapa de mutação diferencial, sorteia-se três indivíduos da população X_k, $(x_{r1}, x_{r2}$ e $x_{r3})$, garantindo que $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$, sendo $r_j = \mathcal{I}_{(\mathcal{N})}$, $j = 1, \cdots, 3$. O vetor mutante é calculado como:

$$v_{k,i} = x_{k,r1} + F_i(x_{k,r2} - x_{k,r3}) \tag{3.5}$$

Em que:

$v_{k,i}$ é o vetor mutante;

x_{k,r_1} é denominado como vetor base;

F_i é um fator de escala aleatório aplicado sobre o vetor de diferença, geralmente $F_i \in [0; 1]$.

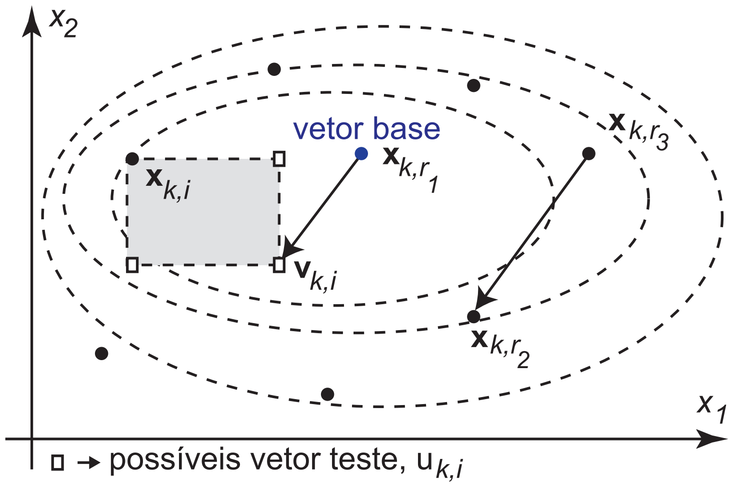
A figura 3.2 ilustra o processo de mutação diferencial no espaço 2-D de para uma função objetivo arbitrária.

Segundo Price e Storn (2014), o fator de escala F_i, para cada vetor-diferença ou geração, é selecionado em um intervalo aleatório entre 0,5 e 1, com essa estratégia o desempenho na convergência é melhorado significativamente. Assim, nesse trabalho foi adotado $F_i = u_{(0,5;1)}$ para cada um dos vetores de diferença.

3.2.3 Recombinação ou Cruzamento

Na etapa de recombinação ou cruzamento para cada indivíduo da k-ésima população x_k, e a população mutante v_k, é criado um vetor teste, u_k. No DE, a recombina-

Figura 3.2 – Esquema simples de mutação DE no espaço paramétrico bidimensional.



Fonte: adaptado de Das e Suganthan (2011)

ção tem uma probabilidade, C_r, de ocorrer entre 0 e 1:

$$u_{(k,i,j)} = \begin{cases} v_{k,i,j}, & \text{se } \mathcal{U}_{[0,1]} \leq C_r \text{ ou } j = \delta_i \\ x_{k,i,j}, & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{3.6}$$

em que, $i = 1, \cdots, N$, $j = 1, \cdots, n$ e $\delta_i = \mathcal{I}_{(n)}$ é um índice gerado aleatoriamente para garantir que $u_{k,i} \neq x_{k,i}$. Para este trabalho a porcentagem de cruzamento C_r utilizada foi de 90%.

3.2.4 Seleção

Na etapa de seleção é realizada a operação de verificação que determina se o vetor ancestral $x_{k,i}$ ou o vetor teste $u_{k,i}$ sobrevive para a próxima geração:

$$x_{(k+1,i)} = \begin{cases} u_{k,i}, & \text{se } f(u_{k,i}) \leq f(x_{k,i}) \\ x_{k,i}, & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{3.7}$$

em que $i = 1, \cdots, N$.

3.2.5 Tratamento de Restrições

O algorítimo DE foi desenvolvido para tratar problemas irrestritos. Assim, para tratar problemas com restrições, é necessário incluí-las na função objetivo, como penalidades.

O método de penalidades consiste em avaliar cada um dos indivíduos gerados e atribuir um valor alto para a função objetivo das soluções que não são factíveis que cresce com a distância da solução para a região factível. Assim, esses indivíduos são penalizados e não são escolhidos na etapa de seleção e, assim, eliminados da população.

3.2.6 Estrutura Básica

O pseudo-código que representa o algorítimo DE é representado pelo Algoritmo 1. Considerando que L possui a informação dos limites iniciais de cada uma das variáveis; N é o tamanho da população; M representa o critério de parada adotado neste trabalho, que é o número de gerações; C_r a probabilidade de recombinação e F o fator de escala.

Algoritmo 1: Algoritmo Evolução Diferencial

```
k ← 1
X_k ← Inicia_Populacao (L, N)
F_k ← Funcao_Objetivo(X_k)
while k ≤ M do
    for i = 1, ··· , N do
        Gerar r_1 ≠ r_2 ≠ r_3 ≠ i ∈ {1, ··· , N}
        F_i ← U_[0,5;1]
        v_{k,i} ← x_{k,r1} + F_i(x_{k,r2} − x_{k,r2})
    end
    for i = 1, ··· , N do
        δ_i ← I_(n)
        u_{k,i} ← Recombinacao (x_{k,i}, v_{k,i}, δ_i, C_r)
    end
    F_u ← Funcao_Objetivo (U_k)
    X_{k+1} ← selecao (X_k, U_k, F_x, F_u)
end
```

3.3 Otimização vetorial

Um problema de otimização vetorial, POV, também conhecida como otimização multiobjetivo, é caracterizado por um conjunto de funções objetivos que devem ser otimizadas (maximizadas ou minimizadas), bem como possuem restrições que devem ser satisfeitas. Assim, as soluções encontradas são factíveis, caso atendam à todas as restrições impostas pelo problema.

A otimização multiobjetivo tem por finalidade encontrar o conjunto de soluções não dominadas ou eficientes, $\mathcal{X}^*$, para problemas que possuem mais de um objetivo de otimização. Seja F_x o conjunto de soluções factíveis. Uma solução $x^* \in F_x$ é eficiente se $f(x^*) \leq f(x)$ e $f(x^*) \neq f(x)$ $\forall$ $x \in F_x$, isto é, não existe outra solução factível, x, que seja melhor ou igual em todos os objetivos do que a solução x^*. Conforme Takahashi (2007), o problema de otimização multiobjetivo pode ser formulado como:

$$POV = \begin{cases} \mathcal{X}^* = x^* \in \mathbb{R}^n \mid \\ x^* = arg \quad \min_x f(x) \\ \text{Sujeito a: } x \in F_x \end{cases} \tag{3.8}$$

em que $f(\cdot) : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ representa o vetor de objetivos. O espaço de parâmetros, $\mathcal{X}$, contém os vetores de parâmetros $x \subset \mathbb{R}^n$, já o espaço de objetivos, $\mathcal{Y}$, contém os vetores $f(x) \in \mathbb{R}^m$. O conjunto de soluções eficientes, ou soluções ótimas, $\mathcal{X}^* \subset F_x \subset X$ é o proposito de se determinar. A seguir, é apresentado o método de otimização evolução diferencial multiobjetivo utilizado para realizar este trabalho.

3.3.1 Método evolução diferencial Multi-Objetivo

O algorítimo DEMO/parent, que denominaremos somente DEMO, reuni as características do algorítimo DE e as vantagens dos mecanismos de classificação fundamentados na curva de Pareto e a seleção por distância de aglomeração do algorítimo NSGA-II, conforme descrito por Deb et al. (2002).

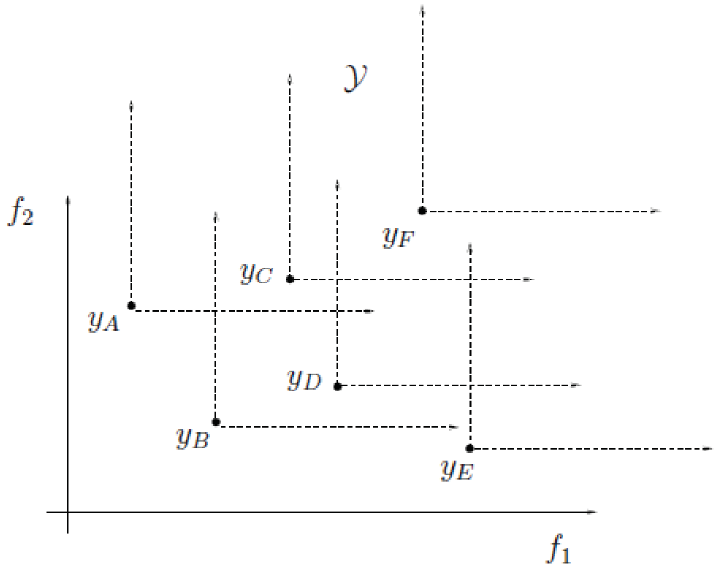
Assim como o DE, o DEMO possui etapas de mutação, cruzamento e seleção para criar uma nova geração, como pode ser visto em detalhes em (STORN; PRICE, 1997). A população inicial é criada, com N indivíduos, de forma aleatória e distribuídos dentro do espaço inicial de soluções, considerando seus limites superiores e inferiores. Seja $x \in \mathbb{R}^n$, sendo n o número de variáveis de otimização, e definindo a K-ésima população como $X_k = (x_{k,i}; i = 1 \cdots N)$.

Na etapa de seleção do algorítimo DEMO é considerado o conceito de dominância. Quando a população cresce além de N, é aplicado o ordenamento de fronteiras e o índice de aglomeração para reduzir a população novamente para N, (DEB et al., 2002).

Conforme definido por Takahashi (2007), para verificar se o ponto $x_1 \in \mathcal{X}$ domina o ponto $x_2 \in \mathcal{X}$, as seguintes relações são necessárias: $f(x_1) \leq f(x_2)$ e $f(x_1) \neq f(x_2)$. Assim, pode-se dizer que $f(x_1) \in \mathcal{Y}$ domina $f(x_2) \in \mathcal{Y}$, nas mesmas condições, conforme ilustrado pela figura 3.3 .

A figura 3.3 ilustra os pontos y_A até y_F e, em cada ponto, foram criadas semiretas paralelas aos eixos f_1 e f_2 a fim de formar geratrizes de regiões cônicas utilizando cada ponto como vértice, ou seja, formando várias regiões de dominância. Os pontos contido na região interna à cada cone, são ditos dominados pelo ponto do vértice que formou a região. Assim, é possível localizar as regiões de dominância. Os pontos y_A, y_B e y_E não se relacionam, ou seja, não há relação de domínio entre eles, da mesma forma que os pontos y_C, y_D e y_E não estabelecem relação de dominância uns sobre os

Figura 3.3 – Dominância entre os pontos y_A até y_F.



Fonte: adaptado de Takahashi (2007)

outros. O ponto y_F é dominado pelo ponto y_C, que por sua vez, é dominado pelo ponto y_A. E o ponto y_D, é dominado pelo ponto y_B e o ponto y_B domina os pontos y_C, y_D e y_F. Já os pontos y_E, y_F não dominam nenhum ponto.

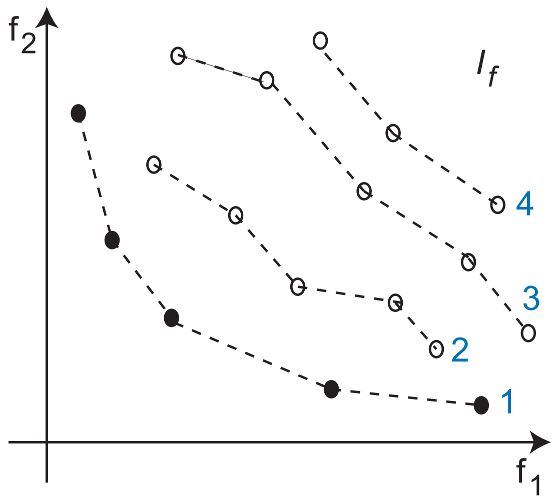
3.3.1.1 Etapa de seleção do DEMO

No algorítimo DE, quando uma solução candidata, gerada por operadores de mutação e recombinação, é melhor que a solução ancestral na população atual, esta substitui a solução que a gerou, caso contrário, mantém-se a solução atual. Assim a população de soluções tende a convergir para uma única solução. O que é considerado satisfatório, visto que o problema requer uma única solução ótima.

Já o DEMO, na etapa de seleção, aplica-se o conceito de dominância, para comparar duas soluções. Se a solução $u_{k,i}$ dominar a solução $x_{k,i}$ então $u_{k,i}$ substitui $x_{k,i}$ na próxima geração, senão, se $x_{k,i}$ dominar $u_{k,i}$, $u_{k,i}$ é descartada, caso contrário, isto é, $x_{k,i}$ e $u_{k,i}$ não são comparáveis, $u_{k,i}$ é incluída na próxima geração sem eliminar $x_{k,i}$, aumentando o tamanho da próxima geração.

Para que a população seja mantida no tamanho N, aplica-se inicialmente o índice de fronteiras, conforme ilustra a figura 3.4, utilizada pelo DEMO para organizar as soluções. A fronteira 1, representa as soluções não dominadas dentro do conjunto de X_k soluções, já a fronteira 2 representa as soluções que não são dominadas excluindo as soluções da fronteira 1, na fronteira 3, encontram-se as soluções não dominadas excluindo as soluções da fronteira 1 e 2 e assim com as demais fronteiras, até terminar a população X_k. Assim, as soluções são organizadas e ordenadas em relação à dominância de cada uma sobre as demais.

Figura 3.4 – Índice de Fronteira do NSGA-II.



Fonte: adaptado de Takahashi (2007)

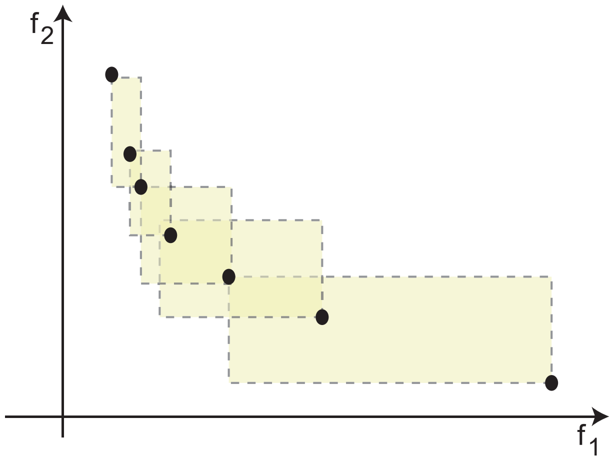
Para determinar as melhores soluções de uma fronteira, é utilizado o conceito de distância de aglomeração, conforme ilustrado pela figura 3.5. A distância de aglomeração representa a medida de distância de cada uma solução em relação às soluções vizinhas dentro de uma mesma fronteira.

Segundo Deb et al. (2002), para realizar o cálculo da distância de aglomeração, a população é classificadas em ordem crescente de magnitude de acordo com o valor da função objetivo. Em seguida as soluções com maiores e menores valores de função objetivo, conhecidas como soluções de contorno, recebem valores de distância infinita. Já soluções intermediárias recebem um valor de distância igual à diferença normalizada absoluta entre os valores de função de duas soluções vizinhas. Assim, quando todas as soluções de uma fronteira tiverem um valor de distância atribuído, é possível realizar a comparação entre duas soluções em relação à sua proximidade com as soluções adjacentes. Quanto maior for a área formada pelo retângulo entre a solução anterior e a solução posterior, ou seja, quanto mais distribuída a solução maior será a probabilidade de ser utilizada para formar o conjunto de soluções não dominadas.

Assim a figura 3.6 ilustra o uso da etapa de seleção do NSGA-II aplicado ao algorítimo DEMO. Quando a população de soluções candidatas cresce além de valor de N é utilizado índice de fronteiras, organizando, de forma crescente, as fronteiras com as soluções não dominadas. Caso seja necessário utilizar uma fronteira parcialmente, como ocorre com a fronteira F_3 na figura 3.6, utiliza-se as soluções mais distribuídas conforme determinado pela distância de aglomeração.

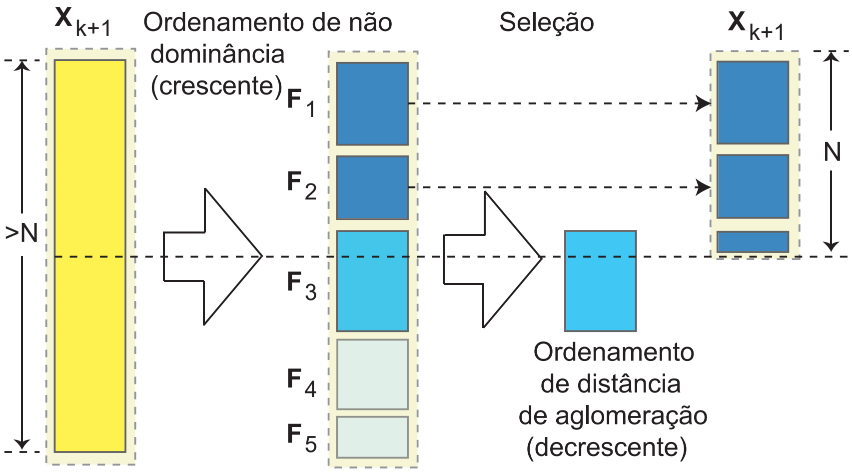
A diferença entre os algorítimos NSGA-II e DEMO se dá pelo uso dos operadores dos algorítimos genéticos no NSGA-II e os operadores do DE no algoritmo DEMO.

Figura 3.5 – Distância de aglomeração.



Fonte: adaptado de Takahashi (2007)

Figura 3.6 – Seleção do NSGA-II aplicado ao DEMO



Fonte: adaptado de Takahashi (2007)

3.4 Conclusão

Neste capítulo foi apresentado o funcionamento dos algorítimos de otimização DE e DEMO. Após apresentar cada operador do algorítimo DE, que é utilizado para otimização mono-objetivo, é mostrado que o DEMO/parent consiste em modificar a apenas a etapa de seleção, considerando o conceito de dominância do algorítimo NSGA-II, quando comparado ao DE. Assim, é possível utilizar está técnica para otimização multiobjetivo. No capítulo 4, os problemas de otimização multi-objetivo apresentados no capítulo 2 para síntese de controle baseado em distúrbio serão resolvido por intermédio do algoritmo DEMO/parent, descrito neste capítulo, para problemas conhecidos na literatura. O objetivo é determinar os melhores parâmetros do filtro do observador de distúrbio, no caso de sistemas no domínio da frequência e as matrizes de ganho L e

K_d, para os sistemas no domínio do tempo .

Capítulo 4

Exemplos ilustrativos

4.1 Introdução

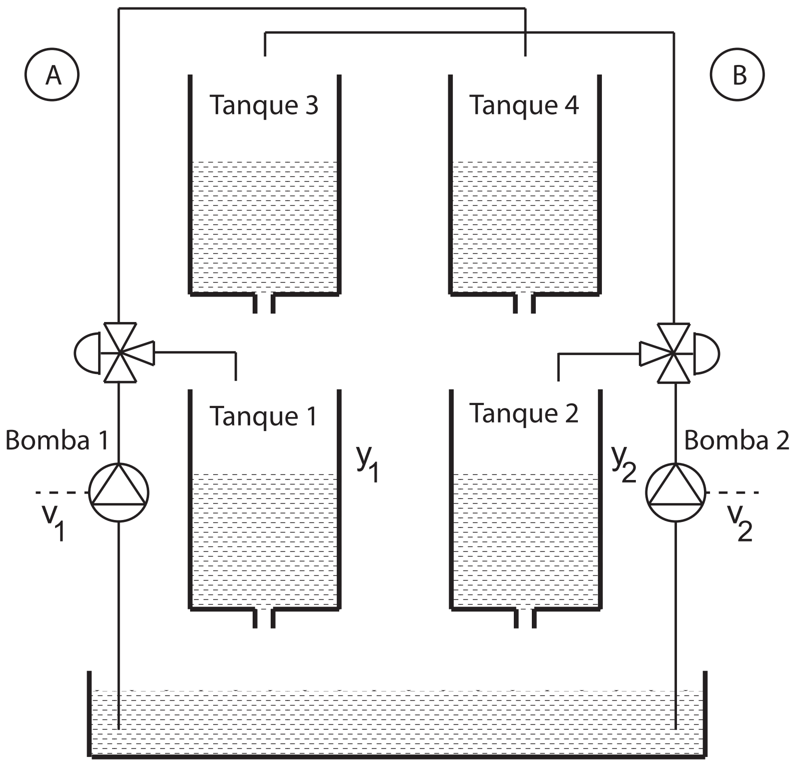
Neste capítulo, são aplicadas as formulações de síntese, baseadas em problemas de otimização multi-objetivo, propostas no capítulo 2, solucionadas pelo método de otimização evolucionário multi-objetivo, apresentado no capítulo 3, aplicados em exemplos ilustrativos encontrados na literatura, para demonstrar o uso e eficácia das metodologias propostas.

4.2 Processo quatro tanques no domínio da frequência

Para exemplificar o uso do método do controle através do observador de distúrbio no domínio da frequência para sistemas de fase mínima, foi considerado uma parte do processo experimental apresentado por Johansson (2000a). O trabalho desenvolvido por Johansson (2000a) constituí-se por uma planta laboratorial com quatro tanques interconectados e duas bombas utilizadas para bombear o fluido para dentro dos tanques, formando uma estrutura como mostrado na figura 4.1. Para o trabalho de Johansson (2000a), o objetivo é controlar o nível dos dois tanques inferiores a partir da tensão aplicada nas bombas. A variação da vazão da bomba em um dos lados afeta também o outro lado e vice-versa.

Para este estudo de caso, o objetivo é realizar o controle apenas do lado A do experimento original, considerando o sinal de entrada como a tensão aplicada na bomba 1, a saída controlada como o nível no tanque 1 e a perturbação do sistema como a influência exercida pelo sistema de bombeamento de fluido vindo do lado B da planta. É considerado ruído de medição tanto na simulação do sistema com os parâmetros originais, quanto para a simulação como o observador de distúrbio. O controlador apresentado em Johansson (2000a) foi utilizado para análise comparativa com as solu-

Figura 4.1 – Representação esquemática do processo de quatro tanques



Fonte: adaptado de Johansson (2000a)

ções encontradas.

Conforme Johansson (2000b), a função de transferências que representa o modelo da planta G_p é dada por:

$$G(s)_p = \frac{2{,}6}{1 + 62s} \tag{4.1}$$

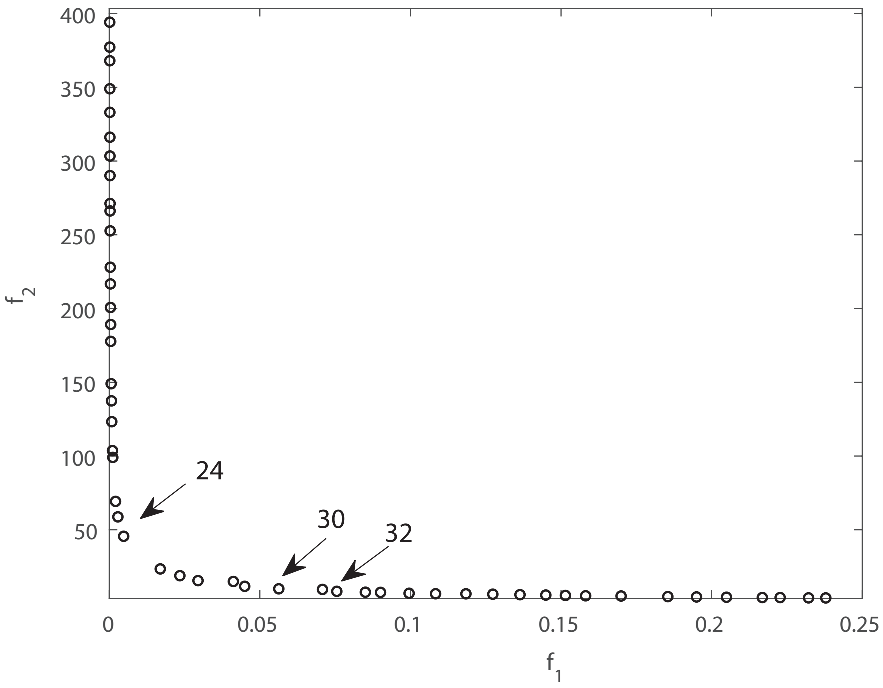
Já a função de transferência da perturbação, movida para entrada da planta, é descrita como:

$$G_d(s) = \frac{1{,}5/2{,}6}{1 + 23s} \tag{4.2}$$

Aplicando o algoritmo DEMO para resolver o problema (2.66), o conjunto de soluções candidatas, ou seja, soluções que não são dominadas por nenhuma outra, são apresentadas na figura 4.2.

Para este exemplo utilizou os seguintes parâmetros para simulação: tamanho da população $N = 50$, realizando 100 iterações e com probabilidade de cruzamento igual a 90%. Cada ponto do gráfico de Pareto da figura 4.2 representa uma possível solução eficiente para o problema, dentro do intervalo utilizado para otimização de cada uma das variáveis. Foram escolhidas as soluções 24, 30 e 32, para comparar os

Figura 4.2 – Curva de soluções candidatas de Pareto para o problema quatro tanques representado no domínio da frequência



resultados de rejeição de distúrbio e atenuação dos ruídos. O intervalo utilizado para o ganho proporcional foi $0{,}5 \leq k_p \leq 15$, para o tempo integral foi $0{,}01 \leq 1/T_i \leq 0{,}1$ e a constante do filtro de $0{,}1 \leq T_q \leq 20$. Essas faixas foram escolhidas por tentativa e erro para gerar uma curva de Pareto em uma região de interesse.

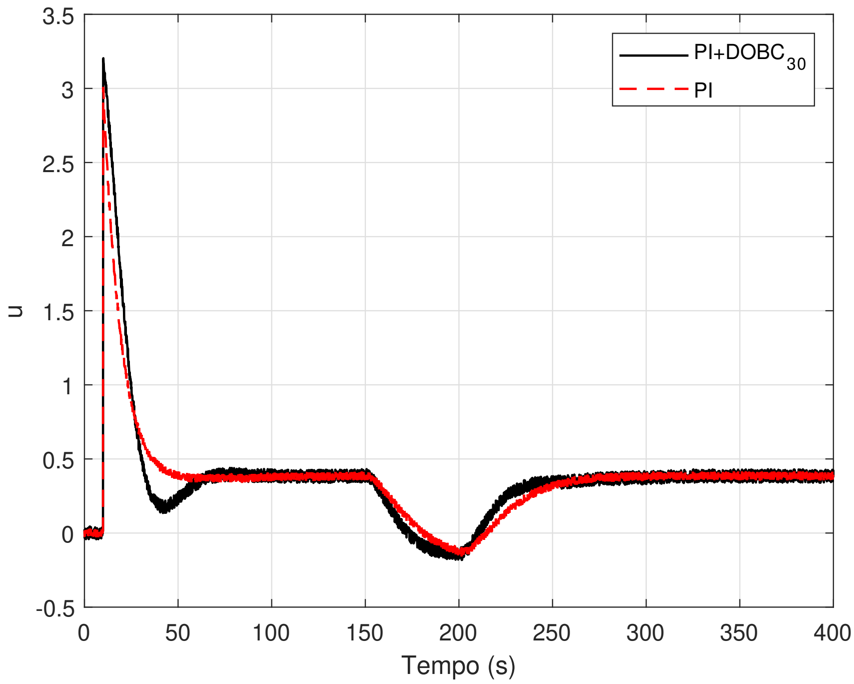
As soluções obtidas e apresentadas na figura 4.2, localizadas na parte superior próximas ao eixo das ordenadas em f_2, que corresponde a $\|T_{u\eta}(s,x)\|_2$, são resultados com maior rejeição à perturbação, porém apresentam maior esforço de controle e menor atenuação do ruído. Já as soluções mais à direita em f_1, que corresponde a $\|T_{yd}(s,x)\|_\infty$, requerem menor esforço de controle, apresentam maior atenuação do ruído, porém têm menor rejeição à perturbação. Assim, a escolha da melhor solução depende do compromisso escolhido entre esses objetivos.

A simulação foi realizada considerando um intervalo de tempo $0 \leq t \leq 400s$. Considerando a função degrau unitário, $\mathbf{1}(t-\tau)$, em que $\mathbf{1}(t-\tau) = 0$, para $t < \tau$, e $\mathbf{1}(t-\tau) = 1$, para $t \geq \tau$, e $\psi(t)$ uma função aleatória com distribuição uniforme no intervalo aberto $(0,\ 1)$. A resposta de rastreamento é $r(t) = \mathbf{1}(t-10)$ e para análise do desempenho do observador de distúrbios é considerado $d(t) = \mathbf{1}(t-150) - \mathbf{1}(t-200)$ e $\eta(t) = -0{,}01 + 0{,}02\psi(t)$.

Em um primeiro momento, foram escolhidos os parâmetros do controlador de forma que o esforço de controle fosse aproximadamente igual ao esforço de controle utilizado por Johansson (2000a), ou seja, que a tensão máxima da bomba não seja muito maior do que os resultados apresentados por Johansson (2000a), conforme a figura 4.3.

Com isso a saída observada na figura 4.4, já apresenta uma maior rejeição à perturbação quando comparado ao projeto de Johansson (2000a). Devido ao fato dos parâmetros do controlador terem sido otimizados junto com a constante do filtro do observador, houve um sobressinal maior na resposta ao rastreamento para o sistema com o observador.

Figura 4.3 – Esforço de controle para o $DOBC_{30}$ proposto (sólida) e do controle proposto por Johansson (2000a) (tracejado)



O segundo teste realizado, em um outro cenário, que permite um esforço de controle maior, conforme ilustrado pela figura 4.5, é possível perceber que a perturbação é totalmente rejeitada na saída planta, conforme figura 4.6.

Selecionando uma solução com esforço de controle menor, conforme ilustrado pela figura 4.7, é possível perceber que a perturbação ainda assim é melhor rejeitada com o uso do observador de distúrbio, apesar de o controlador apresentar um sobressinal maior para a resposta de rastreamento, conforme ilustrado pela figura 4.8.

A tabela 4.1 apresenta, de forma sintetizada, o desempenho encontrado para cada uma das soluções escolhidas que foram implementadas e os parâmetros utilizados para cada simulação. Para escolha das soluções a serem simuladas, levou-se em consideração deixar nítida a comparação entre as escolhas dos compromissos. Em que ISE_r corresponde ao índice de desempenho para a resposta de rastreamento, ISE_d corresponde ao índice de desempenho para a resposta a partir da aplicação do distúrbio, já K_p e $1/t_i$ são os parâmetros do controlador de ganho proporcional e tempo integral e T_q corresponde à constante do filtro do observador.

Figura 4.4 – Resposta do Sistema para o $DOBC_{30}$ proposto (sólida) e do controle proposto por Johansson (2000a) (tracejado)

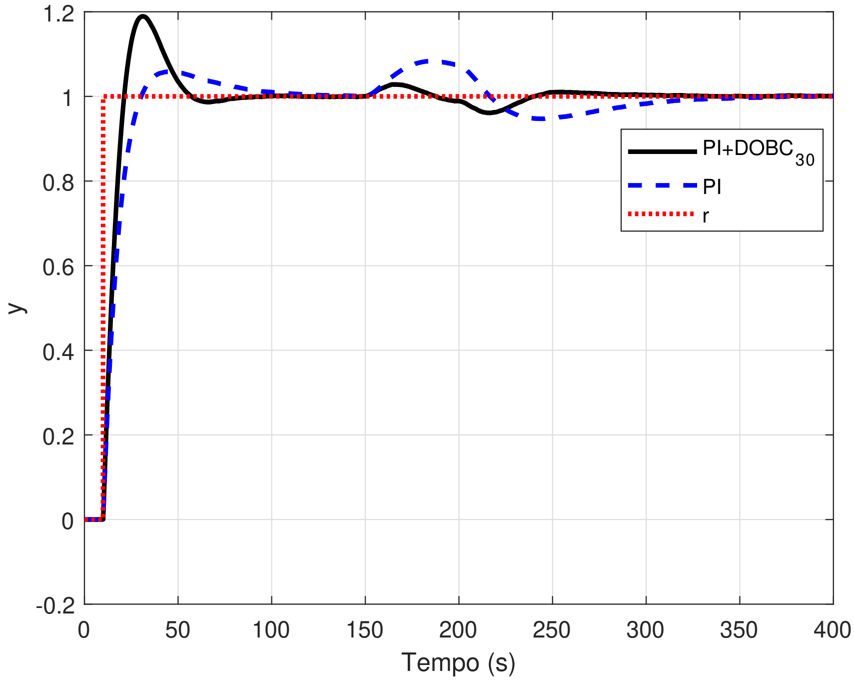
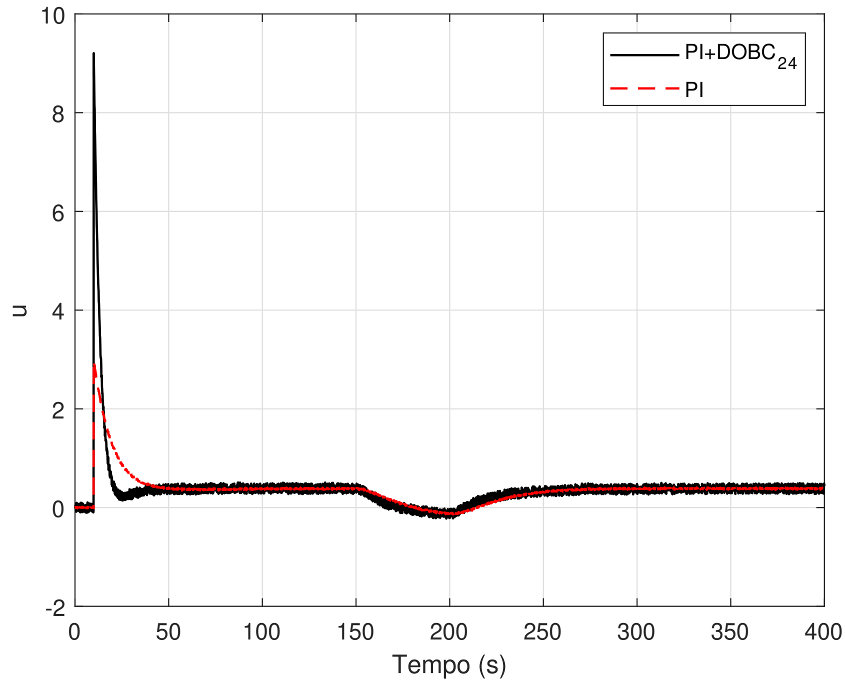


Figura 4.5 – Esforço de controle para o $DOBC_{24}$ proposto (sólida) e do controle proposto por Johansson (2000a) (tracejado)



O controlador com observador de distúrbios $DOBC_{30}$ corresponde a um projeto com ação de controle mais suave e satisfatória atenuação de ruído, porém com maior erro devido a perturbação, quando comparado com os demais DOBCs. Porém, ao ser

Figura 4.6 – Resposta do Sistema para o $DOBC_{24}$ proposto (sólida) e do controle proposto por Johansson (2000a) (tracejado)

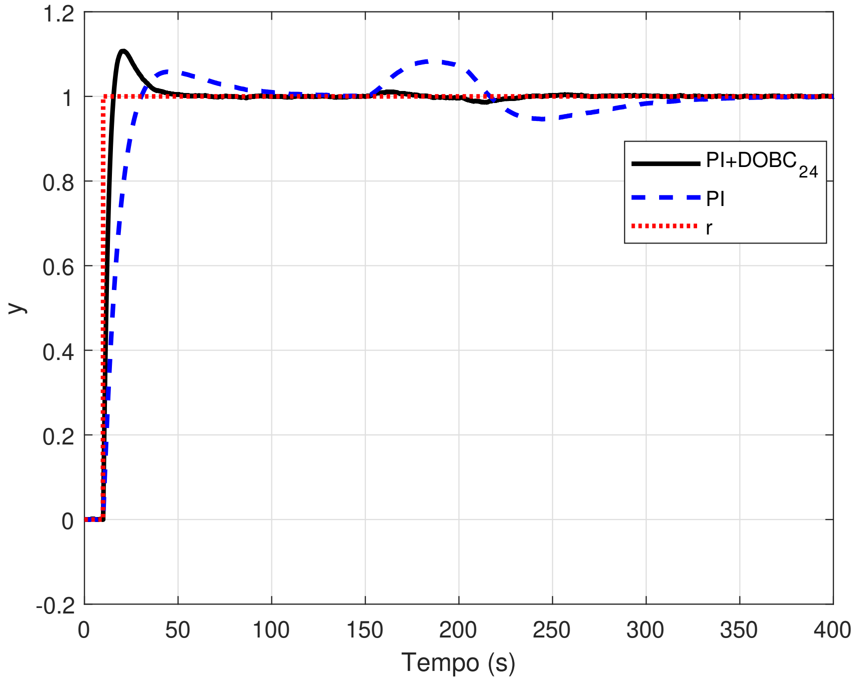
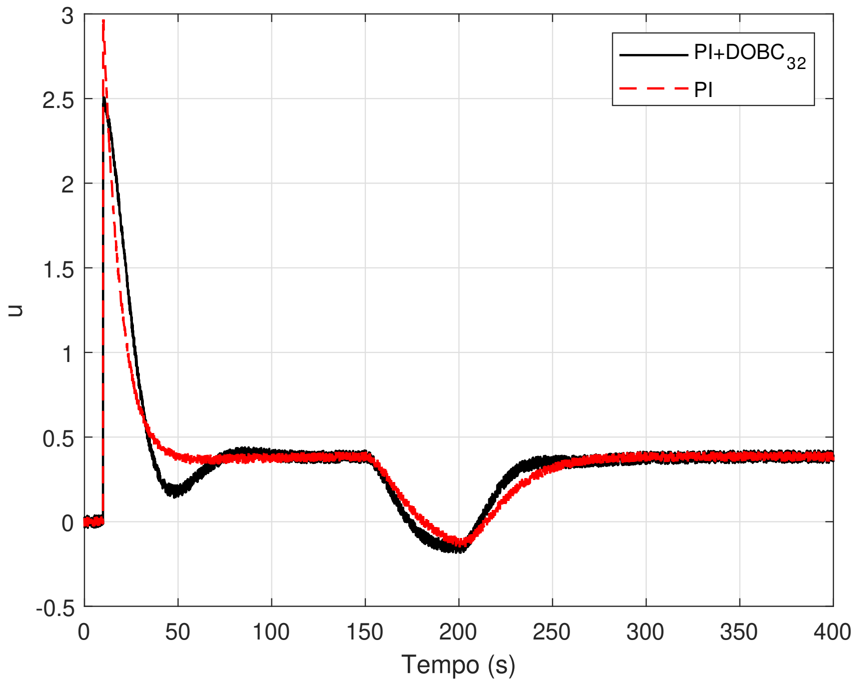


Figura 4.7 – Esforço de controle para o $DOBC_{32}$ proposto (sólida) e do controle proposto por Johansson (2000a) (tracejado)



comparado com o controlador PI, o DOB apresenta melhor rejeição à perturbação e melhora o erro de rastreamento, como apresentado nas figuras 4.3 e 4.4.

O controlador com observador de distúrbios $DOBC_{24}$ corresponde a um projeto

Figura 4.8 – Resposta do Sistema para o $DOBC_{32}$ proposto (sólida) e do controle proposto por Johansson (2000a) (tracejado)

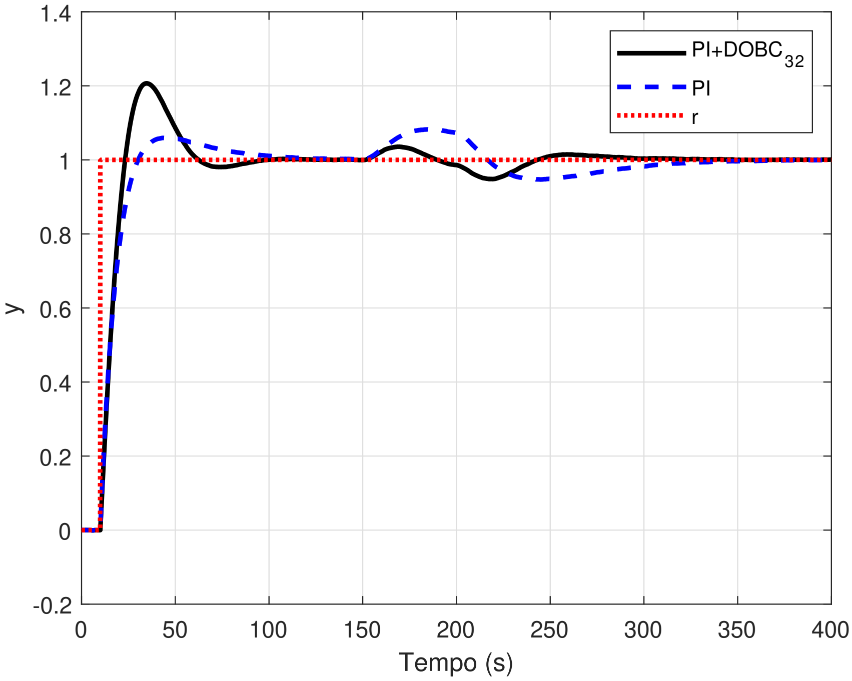


Tabela 4.1 – Desempenho do controlador PI e dos observadores de distúrbios simulados.

	ISE_r	ISE_d	K_p	$1/T_i$	T_q
PI	2,8263	0,3734	3,0000	0,1000	—
$PI + DOBC_{24}$	0,9173	0,0008	12,7343	0,0759	2,8976
$PI + DOBC_{30}$	2,6059	0,0454	3,1750	0,0995	18,3355
$PI + DOBC_{32}$	3,2120	0,1115	2,0337	0,0995	18,6739

com ação de controle maior e maior influência de ruído, mas com menor erro devido a perturbação, como apresentado nas figuras 4.5 e 4.6, refletindo no menor valor do índice ISE dentre os quatro projetos listados. Como era esperado, quanto menor a constante de tempo de filtro, significando maior proximidade para $Q(s) = 1$, melhor é a rejeição ao distúrbio.

Já o projeto do controlador com o observador de distúrbio $DOBC_{32}$ corresponde ao projeto com menor ação de controle, consequentemente com maior índice ISE para referência e maior atenuação de ruído, conforme apresentado nas figuras 4.7 e 4.8, mesmo com o pior desempenho para resposta à referência, este projeto apresenta uma melhor rejeição à perturbação, quando comparado com o projeto do controlador PI.

Como poder ser visto pelas figuras 4.3 à figuras 4.8, o método proposto fornece ao projetista um leque variado de soluções permitindo ao mesmo a escolha da solução que atende as suas prioridades.

Uma breve comparação entre o DOBC e as técnicas de controle clássico utilizadas para tratar sistemas com ruídos, distúrbios e erro de rastreamento se dá pelo fato que no controle clássico, o controlador, com um grau de liberdade, deve ser capaz de estabelecer um compromisso entre os três objetivos.

Quando é possível mensurar o distúrbio, pode-se ter um bloco que o trate separadamente, tendo assim, um controle com dois graus de liberdade. Porém, como nem sempre é possível medir os distúrbios presentes no sistema, com a aplicação do DOBC, é possível realizar uma estimativa e tratar esses distúrbios em um bloco separado. A configuração de controle resultante, com dois graus de liberdade, dispensa a instalação de sensores, e requer estabelecer um compromisso apenas entre a rejeição de perturbações e atenuação de ruído.

Pelo fato do controlador ter sido otimizado junto com o filtro do observador de distúrbio, a resposta ao rastreamento apresentou maior sobressinal quando comparada ao controlador PI original. Por este motivo, para testar apenas as características do observador de distúrbio, o controlado foi fixado conforme os parâmetros de Johansson (2000b). Fazendo o controlador fixo, conforme os parâmetros propostos por Johansson (2000a), foi realizado novos testes, otimizando apenas a constante do filtro do observador, com isso, o problema de otimização utilizado foi reformulado, alterando a equação (2.67) que corresponde ao hiper-retângulo D, que contém a definição das variações dos parâmetros do vetor x de otimização para:

$$x = \begin{bmatrix} T_q \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Os parâmetros utilizados nessa simulação foram os seguintes: tamanho da população $N = 50$, realizando 100 iterações e com probabilidade de cruzamento igual a 90%. O intervalo utilizado para a constante do filtro de $0{,}1 \leq T_q \leq 20$. Essas faixas foram escolhidas por tentativa e erro para gerar soluções em uma região de interesse.

Assim, é gerada o conjunto de soluções candidatas que contém as melhores soluções que atende aos objetivos do problema de otimização. Ao simular algumas dessas soluções é verificado que, em todos os casos simulados, o observador de distúrbio reduz os efeitos dos distúrbios na saída do sistema, conforme figuras 4.9 à 4.12, ao custo da maior influência dos ruídos de medição sobre as variáveis manipuladas.

A tabela 4.2 apresenta o índice de desempenho encontrado para cada uma das implementações realizadas e os parâmetros utilizados como constante do filtro no observador de distúrbio.

Assim é possível verificar que quanto menor a constante do filtro $DOBC_{23}$ o sinal de entrada fica mais sensível ao ruído, conforme figura 4.9, e o sinal de saída, figura 4.10, tem uma maior rejeição à perturbação. Aumentando a constante do filtro,

Figura 4.9 – Esforço de controle para o $DOBC_{23}$ proposto (sólida), com controlador fixo e do controle PI proposto por Johansson (2000a) (tracejado)

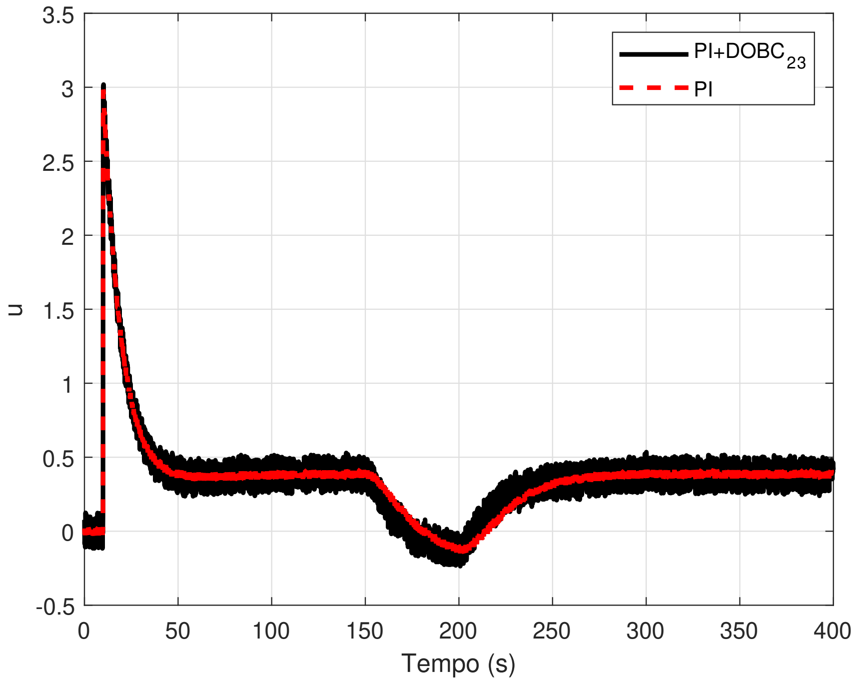
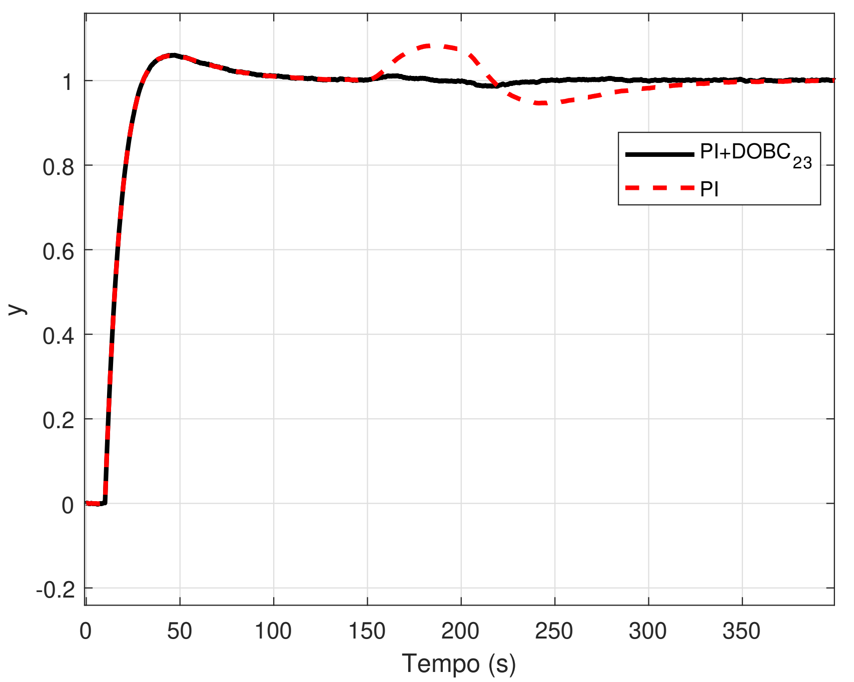


Figura 4.10 – Resposta do Sistema para o $DOBC_{23}$ proposto (sólida), com controlador fixo e do controle proposto por Johansson (2000a) (tracejado)



o sinal de entrada tende a ficar menos ruidoso, conforme figura 4.11, mas a rejeição à perturbação na saída do sistema, figura 4.12, não é total, mesmo assim ainda apresenta melhor resultado quando comparado com o sistema sem o DOBC.

Figura 4.11 – Esforço de controle para o DOBC$_{36}$ proposto (sólida), com controlador fixo e do controle PI proposto por Johansson (2000a) (tracejado)

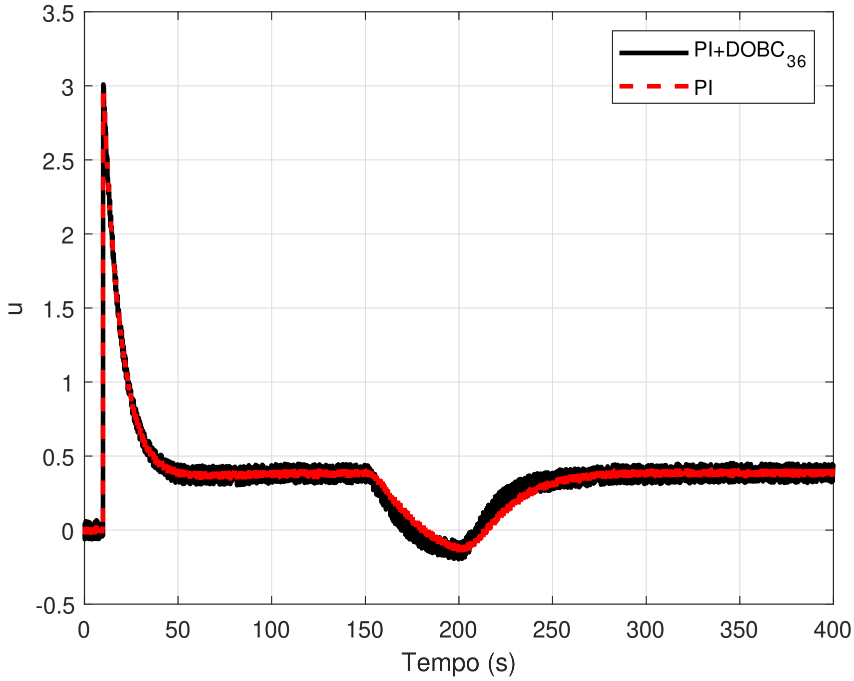


Figura 4.12 – Resposta do Sistema para o DOBC$_{36}$ proposto (sólida), com controlador fixo e do controle proposto por Johansson (2000a) (tracejado)

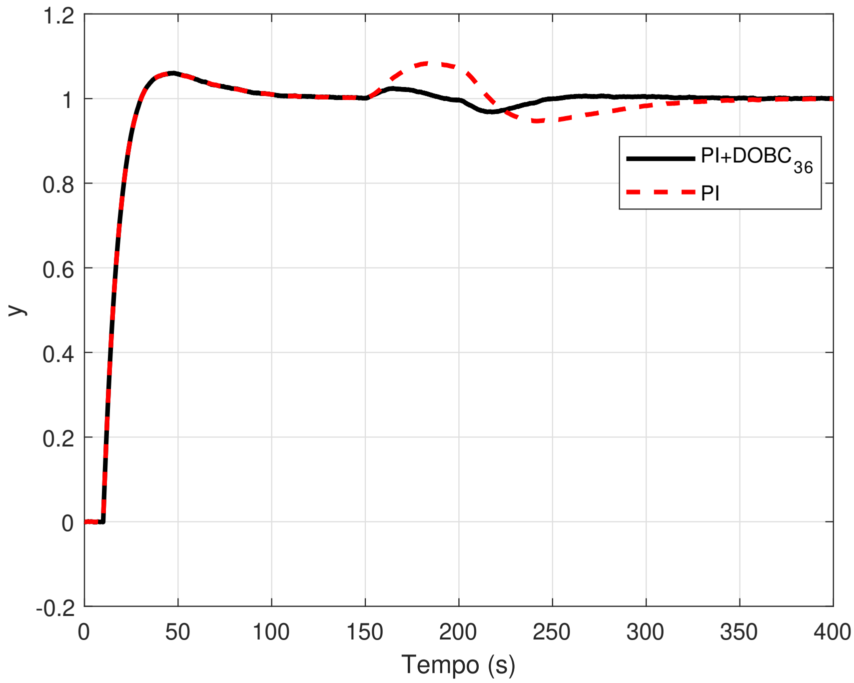


Tabela 4.2 – Desempenho do controlador PI e dos observadores de distúrbios e variância dos sinais de entrada e saída, utilizando o controlador fixo.

	ISE_d	T_q	Var_u
PI	0,3734	—	$0,0003$
$DOBC_{23}$	0,0057	2,5605	0,0052
$DOBC_{36}$	0,0322	7,0487	0,0014

4.3 Coluna de destilação Wood e Berry (1973)

Este exemplo trata de implementação do DOBC para um processo experimental de controle multivariável de uma coluna de destilação binária em escala piloto. O modelo da destilaria de Wood e Berry (1973) é apresentado na figura 4.13. Esse modelo é linear, com atraso no tempo, multivariável, 2×2, representado por função de transferência.

A planta piloto tem por objetivo separar metanol (produto do topo) e água (produto do fundo). Esses produtos representam as saídas do processo, c_1 e c_2. Os sinais de controle são representados pelas taxas de refluxo, u_1 e taxa de fluxo de vapor, u_2. A perturbação do processo é dada pela taxa de fluxo de alimentação não medida, d.

O modelo simplificado, considerando $y = G_p(s)u + G_d(s)d$, é dado por:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{12{,}8e^{-1s}}{16{,}7s+1} & \dfrac{-18{,}9e^{-3s}}{21{,}0s+1} \\ \dfrac{6{,}6e^{-7s}}{10{,}9s+1} & \dfrac{-19{,}4e^{-3s}}{14{,}4s+1} \end{bmatrix},$$

$$G_d(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{3{,}8e^{-8{,}1s}}{14{,}9s+1} \\ \dfrac{4{,}9e^{-3{,}4s}}{13{,}2s+1} \end{bmatrix}.$$

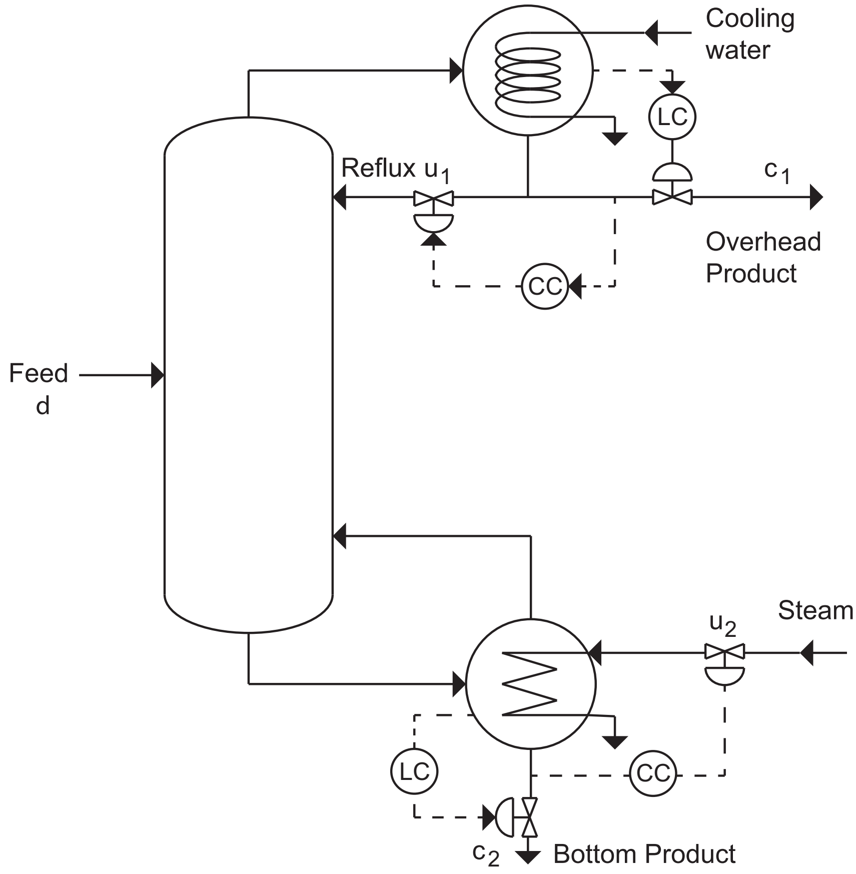
Considere o controlador PI centralizado, obtido por otimização para minimizar o erro entre as saídas do sistema em malha-fechada e a saída de um modelo de referência conforme Gonçalves et al. (2011):

$$C(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{0{,}2692s + 0{,}04805}{s} & \dfrac{-0{,}0904s - 0{,}03316}{s} \\ \dfrac{0{,}0216s + 0{,}02063}{s} & \dfrac{-0{,}1289s - 0{,}02205}{s} \end{bmatrix}.$$

Fazendo $G_n(s) = G_p(s)$, os parâmetros K, T e L, são extraídos da matriz de transferência $G_p(s)$:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 12{,}8 & -18{,}9 \\ 6{,}6 & -19{,}4 \end{bmatrix},\ \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 16,67 & 21{,}0 \\ 10{,}9 & 14{,}4 \end{bmatrix},\ \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 3 \end{bmatrix},$$

Figura 4.13 – Destilaria de Wood-Berry.



Fonte: adaptado de Wood e Berry (1973)

com isso, a matriz de tempos de residência médio será:

$$\mathbf{T}_{ar} = \mathbf{T} + \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 17{,}67 & 24{,}0 \\ 17{,}9 & 17{,}4 \end{bmatrix},$$

já a matriz de ganhos normalizados calculada é:

$$\mathbf{K}_N \triangleq \mathbf{K} \odot \mathbf{T}_{ar} = \begin{bmatrix} 0{,}7244 & -0{,}7875 \\ -0{,}3687 & -1{,}1149 \end{bmatrix},$$

e,

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{K} \otimes \mathbf{K}^{-T} = \begin{bmatrix} 2{,}0094 & -1{,}0094 \\ -1{,}0094 & 2{,}0094 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Lambda}_N = \mathbf{K}_N \otimes \mathbf{K}_N^{-T} = \begin{bmatrix} 1{,}5613 & -0{,}5613 \\ -0{,}5613 & 1{,}5613 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda_N} \odot \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 0{,}7770 & 0{,}5561 \\ 0{,}5561 & 0{,}7770 \end{bmatrix},$$

resultando nos seguintes parâmetros de ETF:

$$\widehat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} \odot \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 6{,}3701 & 18{,}7242 \\ -6{,}5386 & -9{,}6547 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{\mathbf{T}} = \mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 12{,}9528 & 11{,}6780 \\ 6{,}0614 & 11{,}1889 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{\mathbf{L}} = \mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0{,}7770 & 1{,}6683 \\ 3{,}8927 & 2{,}3310 \end{bmatrix}.$$

Assim, a ETF de $G_n(s)$ é:

$$\hat{G}_n^T(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{12{,}9528s+1}{6{,}3701}e^{0{,}7770s} & -\dfrac{6{,}0614s+1}{6{,}5386}e^{3{,}8927s} \\ \dfrac{11{,}6780s+1}{18{,}7242}e^{1{,}6683s} & -\dfrac{11{,}1889s+1}{9{,}6547}e^{2{,}3310s} \end{bmatrix}.$$

Adotando filtro para o estimador de distúrbio, conforme equação (2.51), em que Q tenha uma estrutura para garantir que $Q\widehat{G}_n$ seja uma matriz de transferência causal:

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{T_{q,1}s+1}e^{-3{,}8927s} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{q,2}s+1}e^{-2{,}3310s} \end{bmatrix},$$

resulta em:

$$Q(s)\widehat{G}_n^T(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{12{,}9528s+1}{6{,}3701(T_{q,1}s+1)}e^{-3{,}1157s} & -\dfrac{6{,}0614s+1}{6{,}5386(T_{q,1}s+1)} \\ \dfrac{11{,}6780s+1}{18{,}7242(T_{q,2}s+1)}e^{-0{,}6627s} & -\dfrac{11{,}1889s+1}{9{,}6547(T_{q,2}s+1)} \end{bmatrix}$$

Para este exemplo foi adotado $w_i = 1$ e $0{,}1 \leq T_{q,i} \leq 100$, $i = 1, 2$. A curva de Pareto candidata obtida pelo algoritmo DEMO, com população de dimensão $N = 10$, é apresentada na figura 4.14. Organizando as soluções em ordem crescente em relação à função objetivo f_1, os resultados para as soluções 1, 4 e 6 são apresentados na Tabela 4.3, com a finalidade de comparar a rejeição de distúrbios em relação à atenuação dos ruídos. As soluções 7 a 10 não são interessantes porque deterioram a rejeição ao distúrbio sem melhoria significativa na atenuação do ruído.

Seja $\mathbf{1}(t-\tau)$ a função degrau unitário, sendo $\mathbf{1}(t-\tau) = 0$, para $t < \tau$, e $\mathbf{1}(t-\tau) = 1$, para $t \geq \tau$, e $\psi(t)$ uma função aleatória com distribuição uniforme no intervalo aberto $(0,\ 1)$. Para analisar a resposta de rastreamento é considerado $r_1(t) = \mathbf{1}(t-10)$ e $r_2(t) = \mathbf{1}(t-150)$ e $\eta_1(t) = \eta_2(t) = -0{,}01 + 0{,}02\psi(t)$. As figuras 4.15 a 4.19 apresentam os resultados da simulações comparando os transitórios do controle PI

Figura 4.14 – Curva de pareto para o problema destilaria WB.

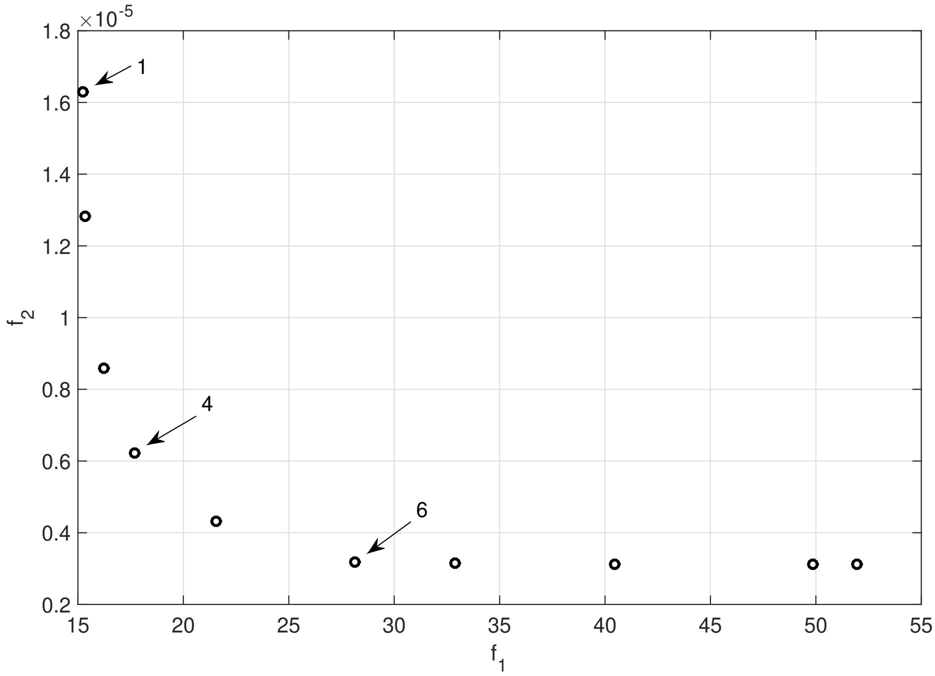


Tabela 4.3 – Comparação do DOBC para o problema destilaria WB

Controle	$T_{q,1}$	$T_{q,2}$	ISE	$\max_i \sigma(u_i)$
PI			$68{,}9057$	$2{,}83 \times 10^{-6}$
PI+DOBC 1	$11{,}5377$	$2{,}3990$	$15{,}2364$	$1{,}63 \times 10^{-5}$
PI+DOBC 4	$18{,}1430$	$4{,}5515$	$17{,}6681$	$6{,}24 \times 10^{-6}$
PI+DOBC 6	$98{,}5327$	$8{,}8732$	$28{,}1100$	$3{,}17 \times 10^{-6}$

centralizado e do controle DOBC para solução 4, que possui um bom compromisso entre os dois objetivos. Pela figura 4.15 pode ser observado que a inclusão do DOBC não interferiu significativamente na resposta de rastreamento, demonstrando que a matriz de transferência equivalente é uma boa aproximação da inversa do modelo nominal da planta, $G_n(s)$.

Para análise do desempenho do observador de distúrbios é considerado $d(t) = \mathbf{1}(t-10) - \mathbf{1}(t-110)$ e $\eta_1(t) = \eta_2(t) = -0{,}01 + 0{,}02\psi(t)$. Pelas figuras 4.17 e 4.18, pode ser observado como o DOBC atua para rejeitar o distúrbio mais rapidamente que o controle PI centralizado somente, o que é comprovado pelos resultados apresentados na Tabela 4.3, com redução da integral do erro ao quadrado de $68{,}9057$ para $17{,}6681$.

A figura 4.19 mostra que, com o filtro do observador de distúrbio projetado, a atenuação do ruído sobre as variáveis manipuladas continua satisfatória, com a máxima variância na mesma ordem de grandeza do controle sem o DOBC, como pode ser visto na Tabela 4.3.

Figura 4.15 – Resposta transitória da saída y_1 para variações dos sinais de referência.

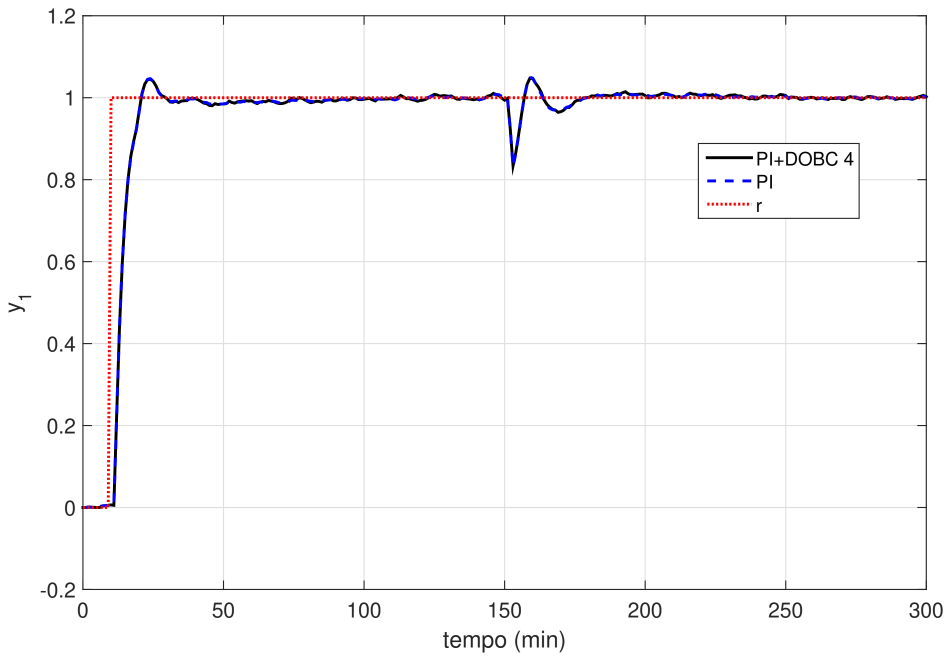
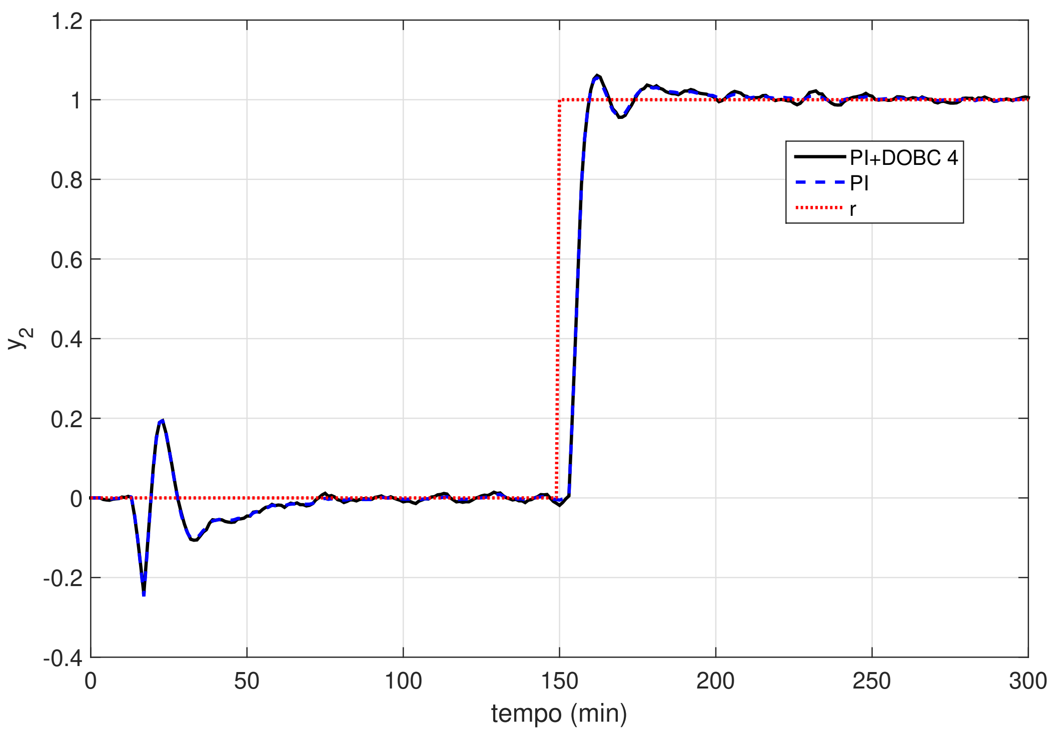


Figura 4.16 – Resposta transitória da saída y_2 para variações dos sinais de referência.



Uma outra alternativa de projeto é tratar o sistema MIMO como vários sistemas SISO independentes, não considerando o acoplamento entre as malhas, adotando o modelo nominal igual a diagonal do modelo da planta, de modo a facilitar o cálculo

Figura 4.17 – Resposta transitória da saída y_1 para variação do distúrbio.

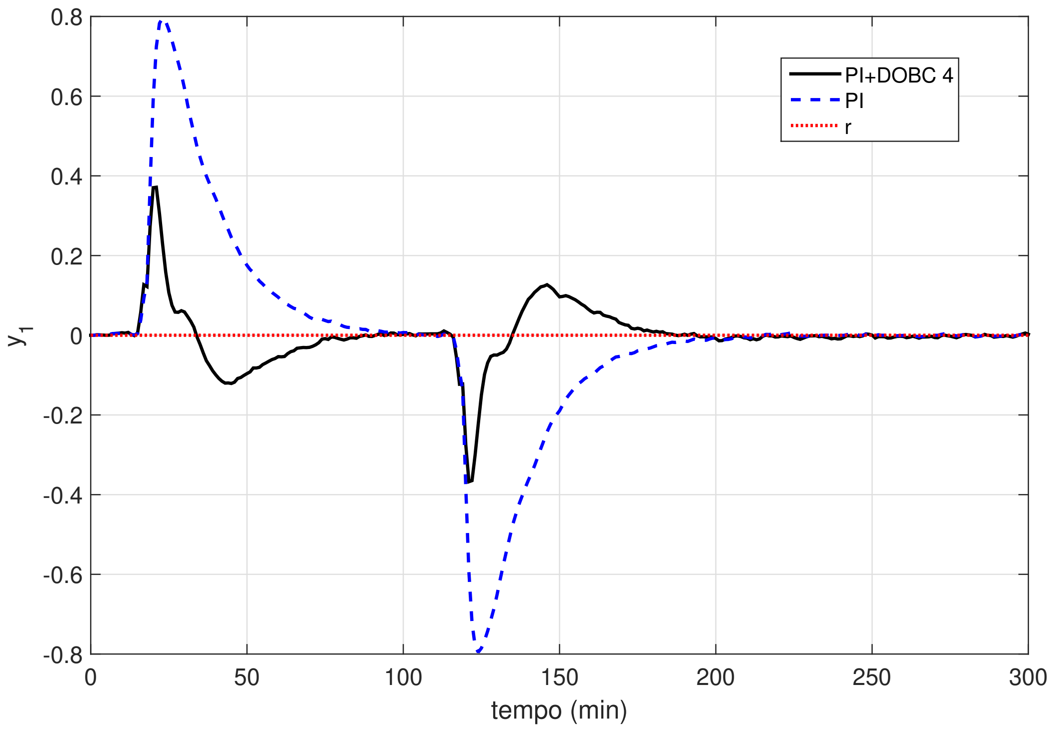


Figura 4.18 – Resposta transitória da saída y_2 para variação do distúrbio.

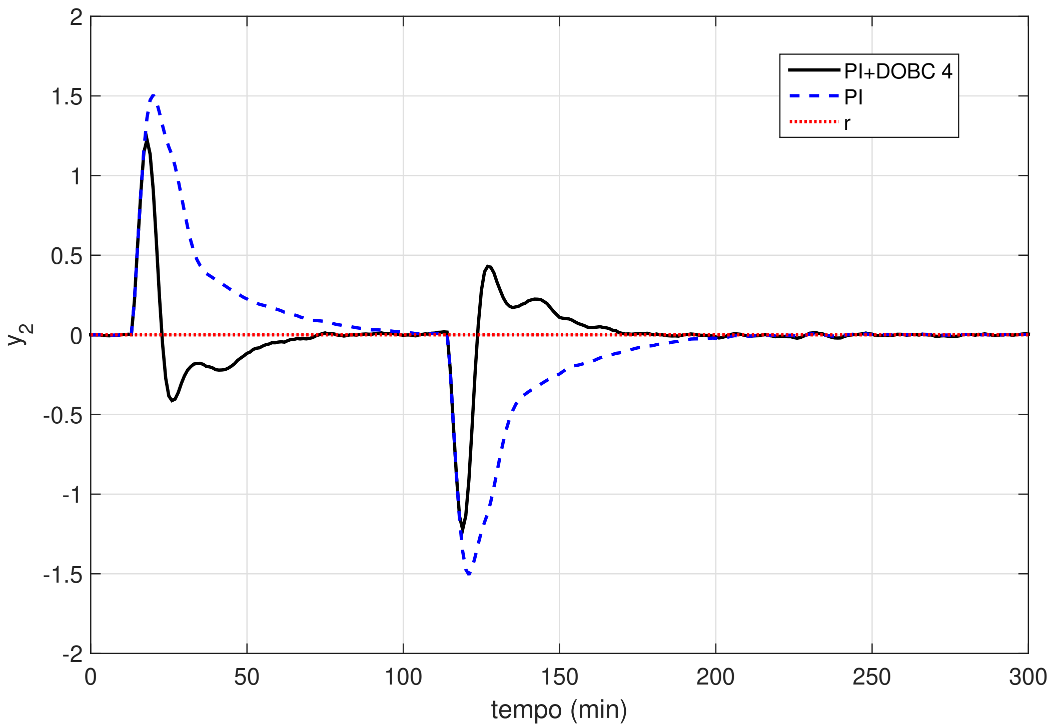
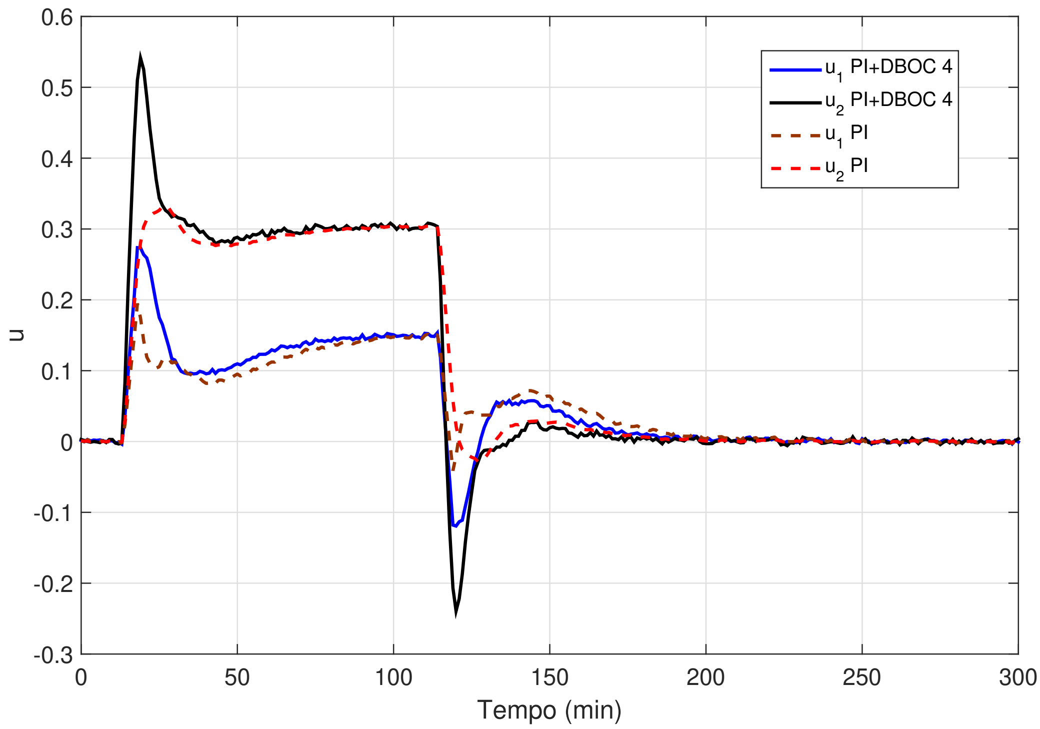


Figura 4.19 – Resposta transitória das entradas para variação do distúrbio.



da inversa (YANG et al., 2010b; GÜVENÇ et al., 2010), neste trabalho designamos esta estrutura mais simples como DOBC-S:

$$G_n(s) = diag[G_p(s)] = \begin{bmatrix} \dfrac{12{,}8e^{-1s}}{16{,}7s+1} & 0 \\ 0 & \dfrac{-19{,}4e^{-3s}}{14{,}4s+1} \end{bmatrix}.$$

Adotando o seguinte filtro para o estimador de distúrbio:

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{T_{q,1}s+1}e^{-1s} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{q,2}s+1}e^{-3s} \end{bmatrix},$$

resulta em

$$Q(s)G_n^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{16{,}7s+1}{12{,}8(T_{q,1}s+1)} & 0 \\ 0 & \dfrac{14{,}4s+1}{-19{,}4(T_{q,2}s+1)} \end{bmatrix}.$$

A soluções obtidas resolvendo o problema multiobjetivo (2.72) são apresentadas na figura 4.20. Pode ser observado que, para esse exemplo, a estrutura mais simples do DOBC-S resulta em rejeição do distúrbio similar ao do DOBC-ETF, porém com menor atenuação de ruído.

Considerando a estratégia de aproximação do $|G_n(s)|$ no cálculo da inversa, conforme Zhou et al. (2013):

$$G_n^{-1}(s) = \frac{1}{|G_n(s)|}\begin{bmatrix} \dfrac{-19{,}4e^{-3s}}{14{,}4s+1} & \dfrac{18{,}9e^{-3s}}{21{,}0s+1} \\ \dfrac{-6{,}6e^{-7s}}{10{,}9s+1} & \dfrac{12{,}8e^{-1s}}{16{,}7s+1} \end{bmatrix}.$$

Uma aproximação do determinante por uma função de primeira ordem com atraso, calculada pela minimização da integral do erro ao quadrado da diferença entre as respostas transitórias para uma entrada degrau unitário, fixando o ganho para reproduzir o valor de regime estacionário, seria:

$$|G_n(s)| \approx \frac{-125e^{-8{,}11s}}{21{,}19s+1}.$$

Com base na aproximação do $|G_n(s)|$, a inversa simplificada pode ser escrita como sendo:

$$G_n^{-1}(s) \approx \widehat{G}_n^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{0{,}1552(21{,}19s+1)e^{5{,}11s}}{14{,}4s+1} & \dfrac{-0{,}1512((21{,}19s+1))e^{5{,}11s}}{21{,}0s+1} \\ \dfrac{0{,}0528(21{,}19s+1)e^{1{,}11s}}{10{,}9s+1} & \dfrac{-0{,}1024(21{,}19s+1)e^{7{,}11s}}{16{,}7s+1} \end{bmatrix}.$$

Esta estrutura de DOBC com aproximação do determinante é denominada neste trabalho como DOBC-DA. Adotando o filtro do observador de distúrbios para garantir que $Q(s)\widehat{G}_n^{-1}(s)$ seja causal:

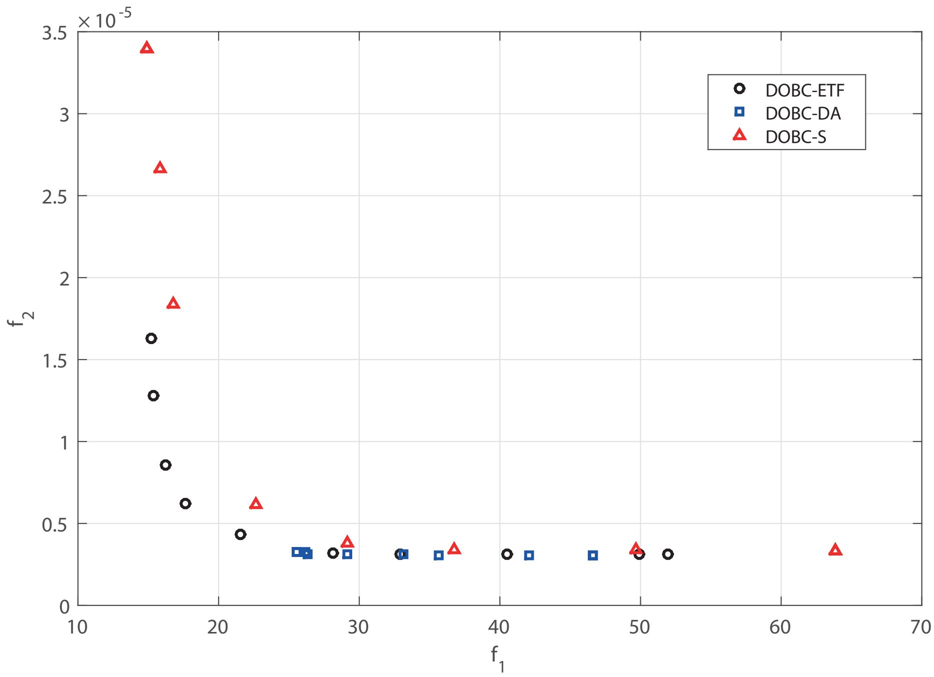
$$Q(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{T_{q,1}s+1}e^{-5{,}11s} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{q,2}s+1}e^{-7{,}11s} \end{bmatrix},$$

o bloco $Q\widehat{G}_n^{-1}(s)$ pode ser escrito como:

$$Q\widehat{G}_n^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{0{,}1552(21{,}19s+1)}{(14{,}4s+1)(T_{q,1}s+1)} & \dfrac{-0{,}1512((21{,}19s+1))}{(21{,}0s+1)(T_{q,1}s+1)} \\ \dfrac{0{,}0528(21{,}19s+1)e^{-6s}}{(10{,}9s+1)(T_{q,2}s+1)} & \dfrac{-0{,}1024(21{,}19s+1)}{(16{,}7s+1)(T_{q,2}s+1)} \end{bmatrix}.$$

A figura 4.20 apresenta a comparação entre as curvas candidatas de Pareto com o uso da aproximação do $|G_n(s)|$, DOB-DA, uso da ETF, DOBC-ETF, e tratando o sistema como vários sistemas SISO, DOBC-S. Pode ser observado que com a aproximação do $|G_n(s)|$ são obtidas soluções um pouco melhores em relação a atenuação de ruído mas não consegue obter soluções que priorizam a rejeição do distúrbio como obtido com o uso da ETF. O menor valor de f_1 usando aproximação do $|G_n(s)|$ foi $f_1 = 25{,}5136$ superior as duas primeiras soluções listadas na tabela 4.3.

Figura 4.20 – Curvas de paretos para o problema destilaria WB.



Uma outra alternativa é calcular um desacoplador para o sistema (CHEN; TOMIZUKA, 2014):

$$G_p(s)D(s) = G_r(s) \Rightarrow D(s) = G_p^{-1}G_r(s) \approx \widehat{G}_p^T(s)G_r(s)$$

sendo $D(s)$ o desacoplador, $G_r(s)$ uma matriz de transferência diagonal (malhas desacopladas) tal que $D(s)$ seja causal, e $\widehat{G}_n^T(s)$ a ETF de $\widehat{G}_p(s)$:

$$\widehat{G}_p^T(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{12{,}9528s+1}{6{,}3701}e^{0{,}7770s} & -\dfrac{6{,}0614s+1}{6{,}5386}e^{3{,}8927s} \\ \dfrac{11{,}6780s+1}{18{,}7242}e^{1{,}6683s} & -\dfrac{11{,}1889s+1}{9{,}6547}e^{2{,}3310s} \end{bmatrix}$$

Para este exemplo, escolhendo G_r para simplificar o desacoplador $D(s)$:

$$G_r(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{18{,}7242}{11{,}6780s+1}e^{-1{,}6683s} & 0 \\ 0 & \dfrac{-6{,}5386}{6{,}0614s+1}e^{-3{,}8927s} \end{bmatrix},$$

o desacoplador pode ser obtido como sendo:

$$D(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{2{,}9394(12{,}9528s+1)}{11{,}6780s+1}e^{-0{,}8913s} & 1 \\ 1 & \dfrac{0{,}6772(11{,}1889s+1)}{6{,}0614s+1}e^{-1{,}5617s} \end{bmatrix}$$

Com o desacoplador, o projeto do DOBC pode ser realizado como um conjunto de sistemas SISO independentes considerando $G_n(s) = G_r(s)$. Desse modo a inversa de

$G_n(s)$ é simples, não necessitando de aproximação. Projetando controladores PI descentralizados para as duas funções de $G_r(s)$:

$$C(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{0{,}13594(s+0{,}08563)}{s} & 0 \\ 0 & \dfrac{-0{,}093129(s+0{,}165)}{s} \end{bmatrix}.$$

Adotando o filtro do DOBC conforme equação (2.51):

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{T_{q,1}s+1}e^{-1{,}6683s} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{q,2}s+1}e^{-3{,}8927s} \end{bmatrix},$$

resulta em:

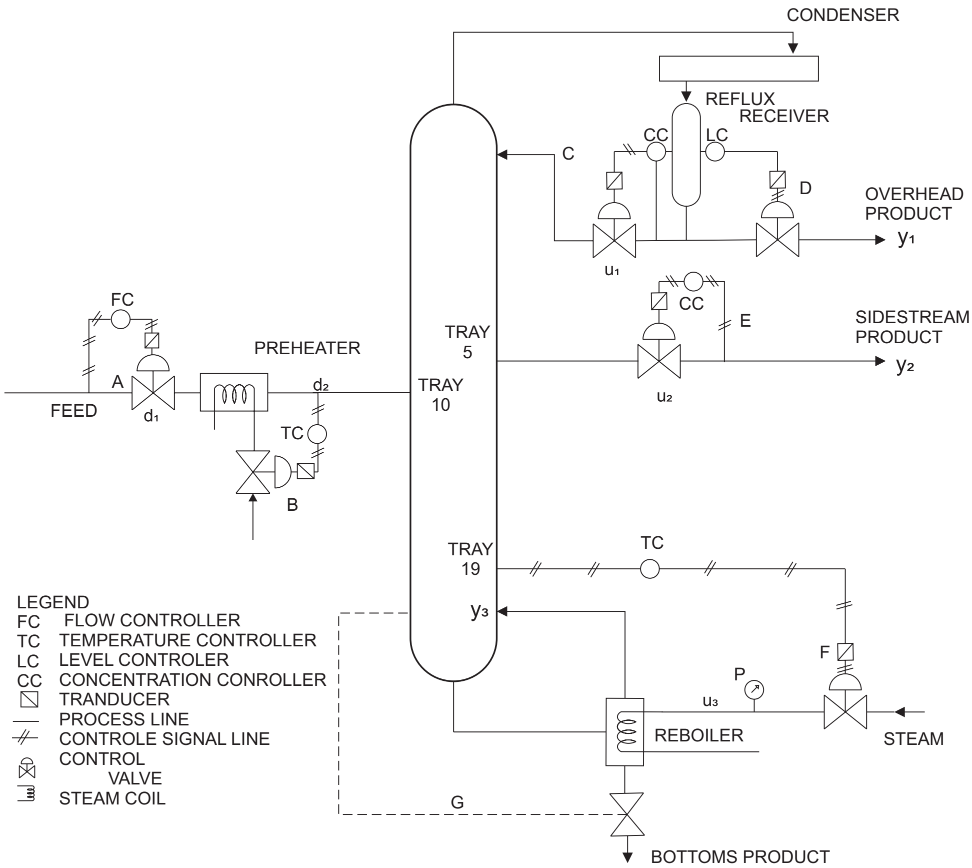
$$QG_n^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{11,6780s+1}{18,7242(T_{q,1}s+1)} & 0 \\ 0 & \dfrac{6,0614s+1}{-6,5386(T_{q,2}s+1)} \end{bmatrix}.$$

Esta estratégia resulta em uma melhoria na rejeição de distúrbio acrescentando o observador de distúrbio ao controle PI com desacoplador, porém os resultados são piores que as estratégias anteriores. A comparação entre as estratégias fica complicada já que a última considera um controle PI diferente com pior desempenho em relação ao controlador otimizado utilizado. Para este caso não foi possível obter um controlador em conjunto com o desacoplador que reproduz o mesmo resultado do controlador já existente.

4.4 Planta piloto de uma coluna de destilação 3×3 Ogunnaike et al. (1983)

O processo de coluna de destilação de múltiplos produtos para separação de uma mistura binária de água e etanol estudada por Ogunnaike et al. (1983) é mostrada na figura 4.21.

Figura 4.21 – Diagrama esquemático da coluna de destilação experimental.



Fonte: adaptado de Ogunnaike et al. (1983)

As saídas do processo são: y_1 que representa a fração molar de etanol do topo, y_2 que é a fração molar de etanol do fluxo lateral e y_3 é a temperatura da bandeja 19 que correspondente à composição do fundo. As entradas são: u_1 a taxa de refluxo, gpm (m^3/s) , u_2 é a taxa de fluxo do produto de vapor lateral, gpm (m^3/s) e u_3 é a pressão do fluxo da reaquecedor, psig (kPa). Os distúrbios do sistema são representados por d_1 que é a taxa de fluxo de alimentação, gpm (m^3/s) e d_2 que é a temperatura de alimentação, C.

Assim, considere o modelo de uma planta piloto de uma coluna de destilação proposto por Ogunnaike et al. (1983):

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{0{,}66}{6{,}7s+1}e^{-2{,}6s} & \frac{-0{,}61}{8{,}64s+1}e^{-3{,}5s} & \frac{-0{,}0049}{9{,}06s+1}e^{-s} \\ \frac{1{,}11}{3{,}25s+1}e^{-6{,}5s} & \frac{-2{,}36}{5s+1}e^{-3s} & \frac{-0{,}012}{7{,}09s+1}e^{-1{,}2s} \\ \frac{-34{,}68}{8{,}15s+1}e^{-9{,}2s} & \frac{46{,}2}{10{,}9s+1}e^{-9{,}4s} & \frac{0{,}87(11{,}61s+1)}{(3{,}89s+1)(18{,}8s+1)}e^{-s} \end{bmatrix}.$$

O modelo nominal considera uma aproximação de primeira ordem da função de transferência relacionando y_3 e u_3:

$$G_n(s) = \begin{bmatrix} \frac{0{,}66}{6{,}7s+1}e^{-2{,}6s} & \frac{-0{,}61}{8{,}64s+1}e^{-3{,}5s} & \frac{-0{,}0049}{9{,}06s+1}e^{-s} \\ \frac{1{,}11}{3{,}25s+1}e^{-6{,}5s} & \frac{-2{,}36}{5s+1}e^{-3s} & \frac{-0{,}012}{7{,}09s+1}e^{-1{,}2s} \\ \frac{-34{,}68}{8{,}15s+1}e^{-9{,}2s} & \frac{46{,}2}{10{,}9s+1}e^{-9{,}4s} & \frac{0{,}7922}{7{,}936s+1}e^{-0{,}465s} \end{bmatrix},$$

os parâmetros K, T e L, são extraídos da matriz de transferência $G_n(s)$:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0{,}66 & -0{,}61 & -0{,}0049 \\ 1{,}11 & -2{,}36 & -0{,}012 \\ -34{,}68 & 46{,}2 & 0{,}7922 \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 6{,}7 & 8{,}64 & 9{,}06 \\ 3{,}25 & 5 & 7{,}09 \\ 8{,}15 & 10{,}9 & 7{,}936 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2{,}6 & 3{,}5 & 1 \\ 6{,}5 & 3 & 1{,}2 \\ 9{,}2 & 9{,}4 & 0{,}465 \end{bmatrix},$$

com isso, a matriz de tempos de residência médio será:

$$\mathbf{T}_{ar} = \begin{bmatrix} 9{,}3000 & 12{,}1400 & 10{,}0600 \\ 9{,}7500 & 8{,}0000 & 8{,}2900 \\ 17{,}3500 & 20{,}3000 & 8{,}4020 \end{bmatrix},$$

já a matriz de ganhos normalizados calculada é:

$$\mathbf{K}_N = \begin{bmatrix} 0{,}0710 & -0{,}0502 & -0{,}0005 \\ 0{,}1138 & -0{,}2950 & -0{,}0014 \\ -1{,}9988 & 2{,}2759 & 0{,}0943 \end{bmatrix},$$

e

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 1{,}9921 & -0{,}6484 & -0{,}3437 \\ -0{,}6543 & 1{,}9115 & -0{,}2571 \\ -0{,}3378 & -0{,}2631 & 1{,}6008 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Lambda}_N = \begin{bmatrix} 1{,}4683 & -0{,}3324 & -0{,}1359 \\ -0{,}3486 & 1{,}4232 & -0{,}0746 \\ -0{,}1197 & -0{,}0908 & 1{,}2105 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0{,}7370 & 0{,}5127 & 0{,}3953 \\ 0{,}5328 & 0{,}7446 & 0{,}2901 \\ 0{,}3543 & 0{,}3451 & 0{,}7561 \end{bmatrix},$$

resultando nos seguintes parâmetros da ETF:

$$\widehat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 0{,}3313 & 0{,}9407 & 0{,}0143 \\ -1{,}6964 & -1{,}2346 & 0{,}0467 \\ 102{,}6692 & -175{,}6259 & 0{,}4949 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 4{,}9382 & 4{,}4294 & 3{,}5812 \\ 1{,}7315 & 3{,}7228 & 2{,}0568 \\ 2{,}8873 & 3{,}7617 & 6{,}0014 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} 1{,}9163 & 1{,}7943 & 0{,}3953 \\ 3{,}4630 & 2{,}2337 & 0{,}3481 \\ 3{,}2593 & 3{,}2440 & 0{,}3516 \end{bmatrix}.$$

Com isso, a ETF é:

$$\hat{G}_n^T(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{4{,}9382s+1}{0{,}3313}e^{1{,}9163s} & \dfrac{1{,}7315s+1}{-1{,}6964}e^{3{,}4630s} & \dfrac{2{,}8873s+1}{102{,}6692}e^{3{,}2593s} \\ \dfrac{4{,}4294s+1}{0{,}9407}e^{1{,}7943s} & \dfrac{3{,}7228s+1}{-1{,}2346}e^{2{,}2337s} & \dfrac{3{,}7617s+1}{-175{,}6259}e^{3{,}2440s} \\ \dfrac{3{,}5812s+1}{0{,}0143}e^{0{,}3953s} & \dfrac{2{,}0568s+1}{0{,}0467}e^{0{,}3481s} & \dfrac{6{,}0014s+1}{0{,}4949}e^{0{,}3516s} \end{bmatrix}.$$

O filtro de observador de distúrbio pode ser escolhido conforme equação (2.51), em que Q tenha uma estrutura para garantir que $Q\widehat{G}_n$ seja uma matriz de transferência causal:

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{T_{q,1}s+1}e^{-3{,}4630s} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{q,2}s+1}e^{-3{,}2440s} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{T_{q,3}s+1}e^{-0{,}3953s} \end{bmatrix},$$

de modo que

$$Q(s)\hat{G}_n^T(s) = \begin{bmatrix} \frac{4{,}9382s+1}{0{,}3313(T_{q,1}s+1)}e^{-1{,}5467s} & \frac{1{,}7315s+1}{-1{,}6964(T_{q,1}s+1)} & \frac{2{,}8873s+1}{102{,}6692(T_{q,1}s+1)}e^{-0{,}2037s} \\ \frac{4{,}4294s+1}{0{,}9407(T_{q,2}s+1)}e^{-1{,}4497s} & \frac{3{,}7228s+1}{-1{,}2346(T_{q,2}s+1)}e^{-1{,}0103s} & \frac{3{,}7617s+1}{-175{,}6259(T_{q,2}s+1)} \\ \frac{3{,}5812s+1}{0{,}0143(T_{q,3}s+1)} & \frac{2{,}0568s+1}{0{,}0467(T_{q,3}s+1)}e^{-0{,}0472s} & \frac{6{,}0014s+1}{0{,}4949(T_{q,3}s+1)}e^{-0{,}0437s} \end{bmatrix}.$$

É utilizado o controlador conforme proposto por Shen et al. (2010):

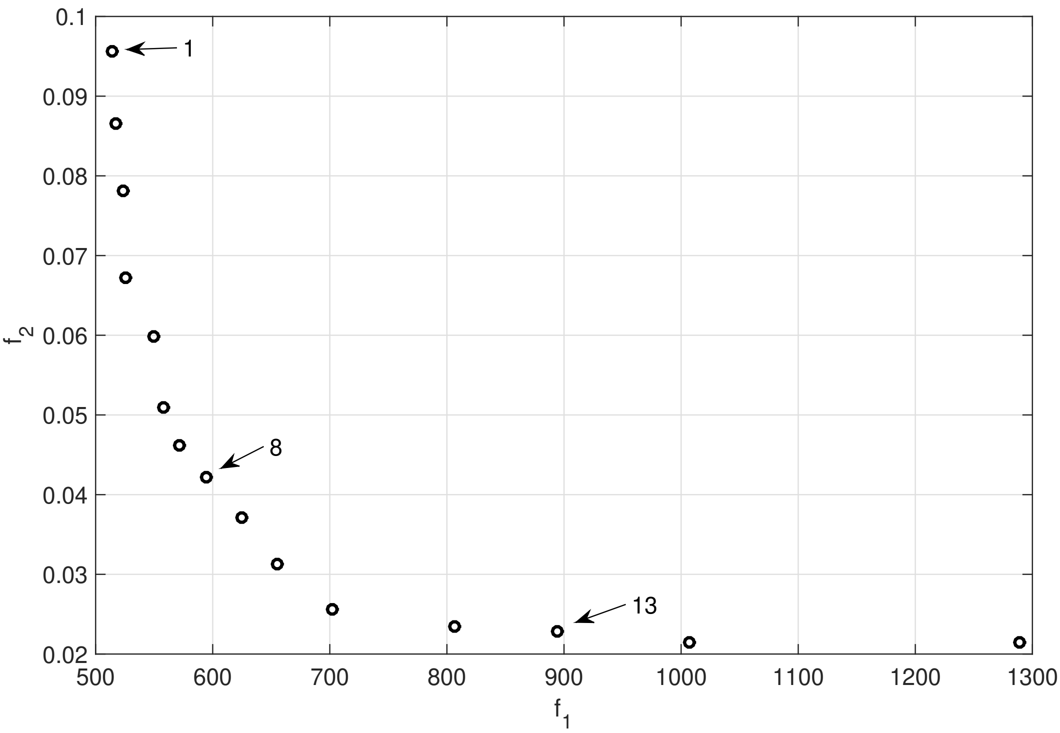
$$C = \begin{bmatrix} 1{,}533 + \frac{0{,}2288}{s} & -0{,}111 + \frac{-0{,}03415}{s} & 0{,}004183 + \frac{0{,}0005133}{s} \\ 1{,}136 + \frac{0{,}1315}{s} & -0{,}2773 + \frac{-0{,}05547}{s} & 0 \\ 2{,}624 + \frac{0{,}2896}{s} & 0 & 8{,}4601 + \frac{1{,}066}{s} \end{bmatrix}.$$

Aplicando o algoritmo de otimização DEMO, para uma população de tamanho 15, com a matriz de ponderação de f_1 igual a $W = diag(100,\ 10,\ 2)$, é obtido as soluções candidatas a Pareto apresentadas na figura 4.22. Para comparação são selecionadas as soluções marcadas nessa figura como 1, 8 e 13. Essas soluções foram escolhidas levando-se em consideração estabelecer uma comparação entre as escolhas dos compromissos em rejeitar distúrbios e atenuar ruídos, sendo a solução 1 a que otimiza mais a rejeição aos distúrbios, a solução 13 uma das soluções que prioriza a atenuação de distúrbios e a solução 8 intermediária entre a duas. A Tabela 4.4 apresenta os valores das constantes do filtro do observador de distúrbio para estas três soluções e os respectivos valores para as duas funções objetivo.

Tabela 4.4 – Comparação do DOBC para o problema Ogunnaike and Ray

Controle	$T_{q,1}$	$T_{q,2}$	$T_{q,3}$	ISE	$\max_i \sigma(u_i)$
PI				1316,5	0,0260
PI+DOBC 1	10,2189	0,0130	10,6317	513,7	0,0956
PI+DOBC 8	12,4810	0,8152	20,6544	594,7	0,0421
PI+DOBC 13	253,9956	7,3904	176,7103	894,2	0,0228

Figura 4.22 – Curva de Pareto para o problema Ogunnaike et al. (1983)

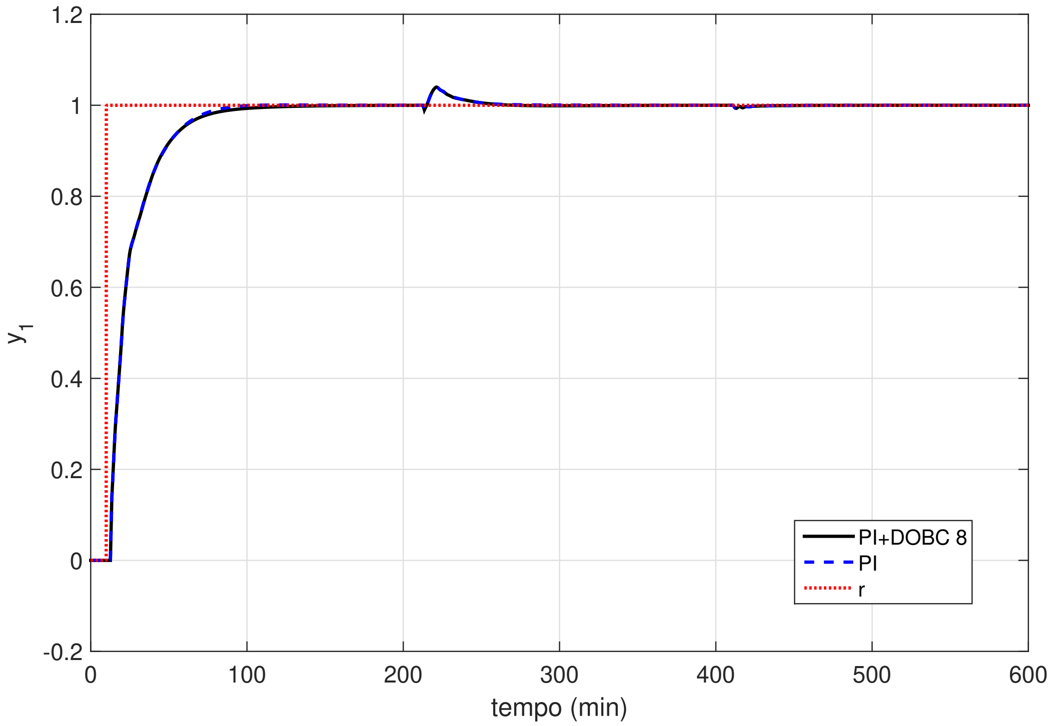


Foi considerado a solução 8, que apresenta um bom compromisso entre rejeição de distúrbios e atenuação de ruídos, para a simulação do DOBC considerando a função ETF no projeto. Para analisar a resposta de rastreamento é considerado $r_1(t) = \mathbf{1}(t-10)$, $r_2(t) = \mathbf{1}(t-210)$ e $r_3(t) = \mathbf{1}(t-410)$. Como pode ser observado nas figuras. 4.23 a 4.25, o uso do observador de distúrbio usando a ETF não interfere significativamente na resposta de rastreamento, como desejado.

Para análise do desempenho do observador de distúrbios é considerado $d_1(t) = \mathbf{1}(t-10) - \mathbf{1}(t-140)$, $d_2(t) = 25[\mathbf{1}(t-310) - \mathbf{1}(t-440)]$, $\eta_1(t) = -0{,}0001 + 0{,}0002\psi(t)$, $\eta_2 = -0{,}001 + 0{,}002\psi(t)$ e $\eta_3(t) = -0{,}01 + 0{,}02\psi(t)$. As figuras 4.26 a 4.28 mostram as respostas transitórias das saídas controladas para variação do distúrbio na presença de ruído da solução 8. Esta solução estabelece um bom compromisso entre a rejeição da pertubação e atenuação dos ruídos. As respostas transitórias das entradas para a variação do distúrbio na presença de ruído da solução 8 são ilustradas nas figuras 4.29 a 4.31.

Para demonstrar a importância de se ter um bom compromisso entre rejeição de distúrbio e atenuação de ruído, as figuras 4.32 e 4.33 apresentam as respostas do projeto 1, com maior rejeição aos distúrbios, e o projeto 13, com pior desempenho para comparação entre os três apresentados na Tabela 4.4, para a entrada u_2. Comparando com a figura 4.30, pode se ver que claramente o projeto 1 não é satisfatório devido às

Figura 4.23 – Resposta transitória da saída y_1 para variações dos sinais de referência da coluna de destilação 3×3



oscilações da variável de entrada. O projeto 13 é menos sensível aos ruídos de medição mas apresenta maior integral de erro ao quadrado, como informado na Tabela 4.4.

Figura 4.24 – Resposta transitória da saída y_2 para variações dos sinais de referência da coluna de destilação 3×3

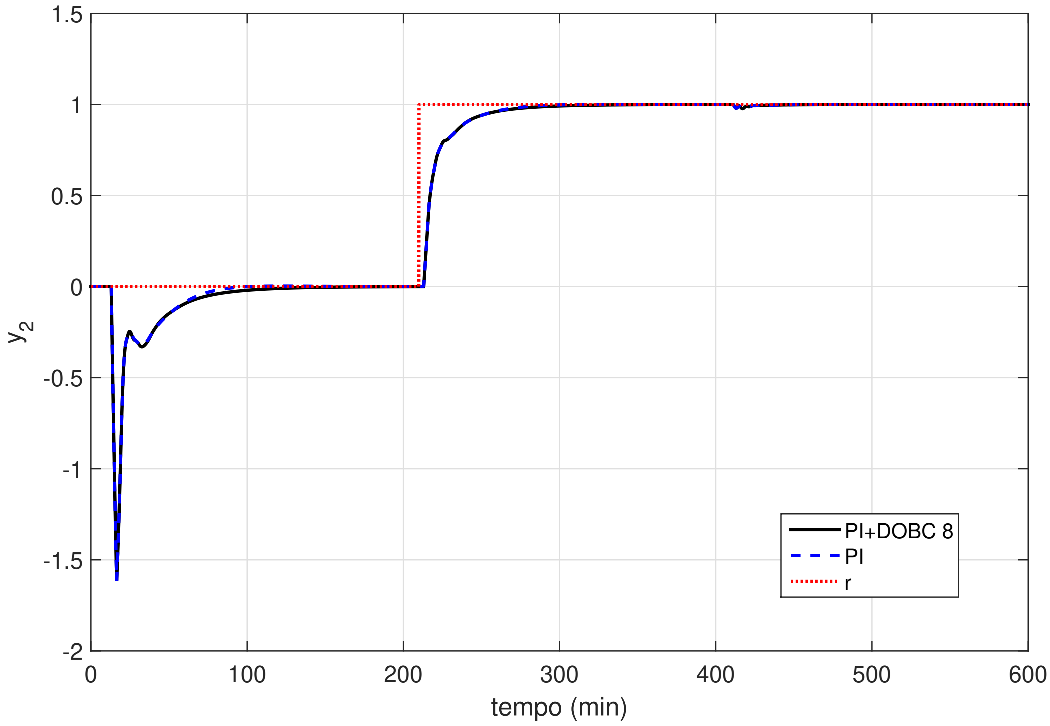


Figura 4.25 – Resposta transitória da saída y_3 para variações dos sinais de referência da coluna de destilação 3×3

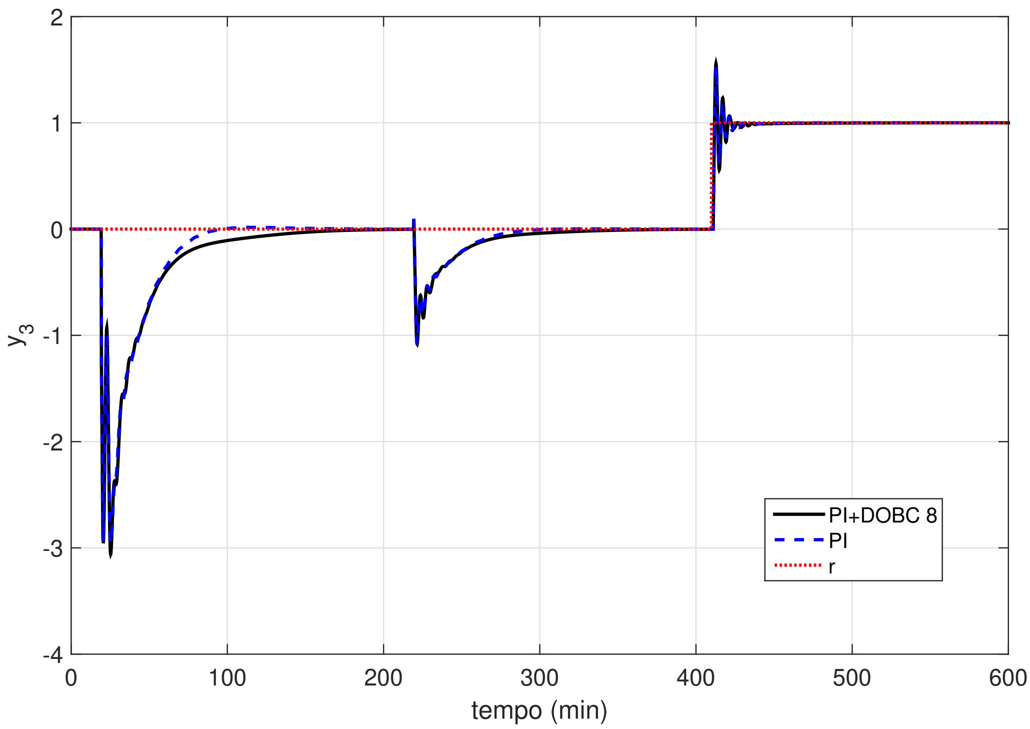


Figura 4.26 – Resposta transitória da saída y_1 para variação do distúrbio da coluna de destilação 3×3

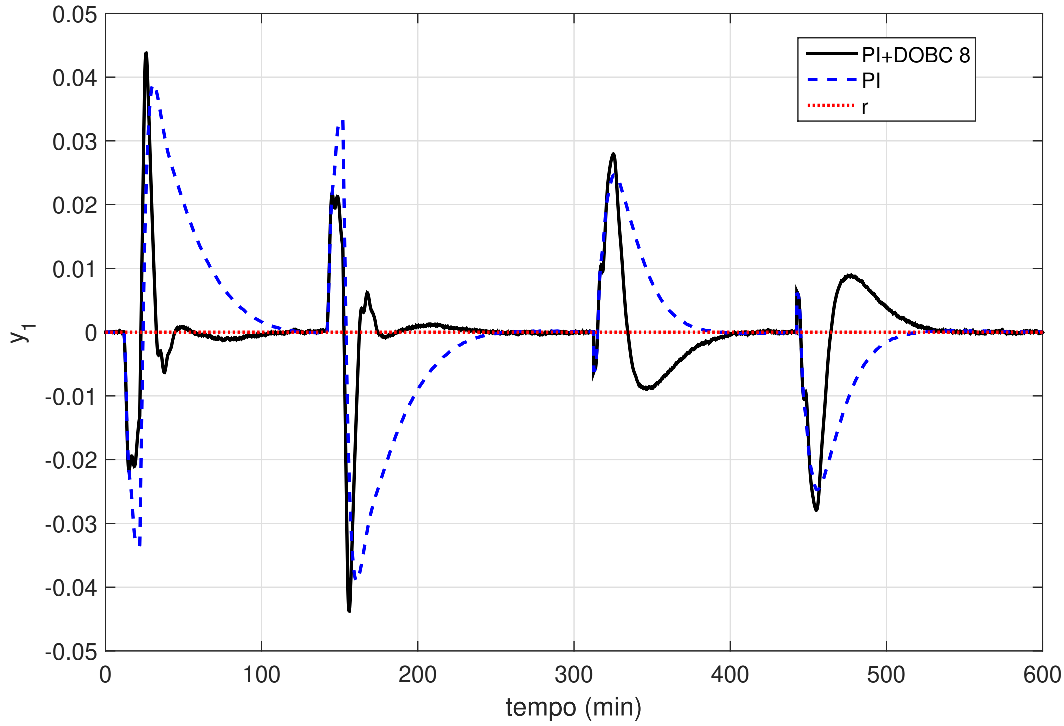


Figura 4.27 – Resposta transitória da saída y_2 para variação do distúrbio da coluna de destilação 3×3

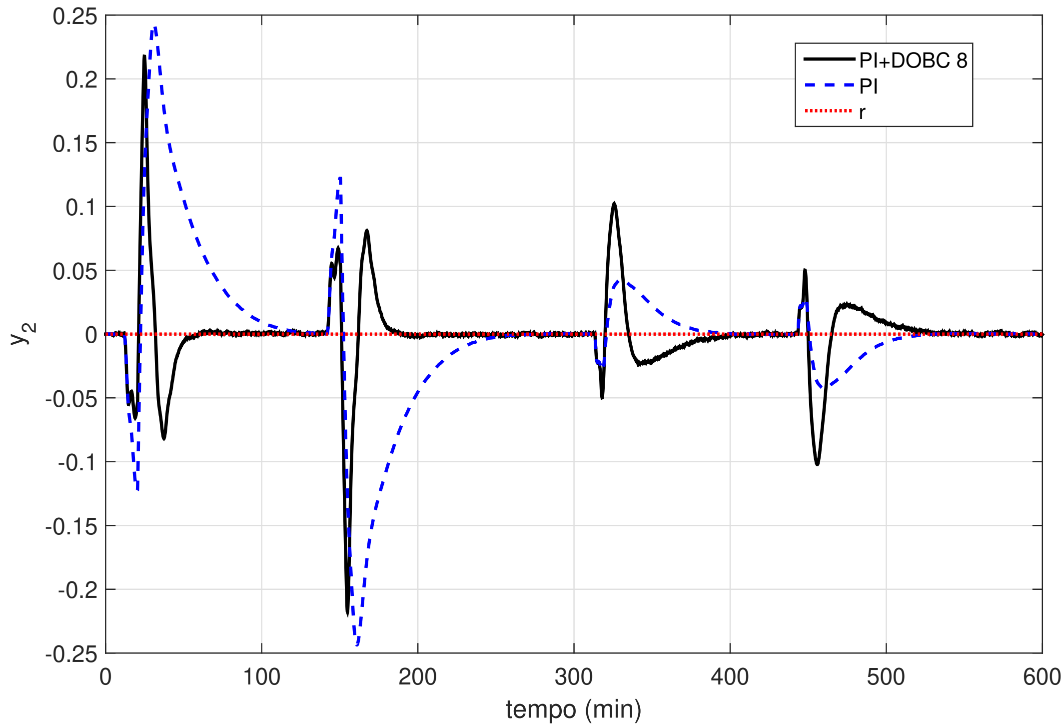


Figura 4.28 – Resposta transitória da saída y_3 para variação do distúrbio da coluna de destilação 3×3

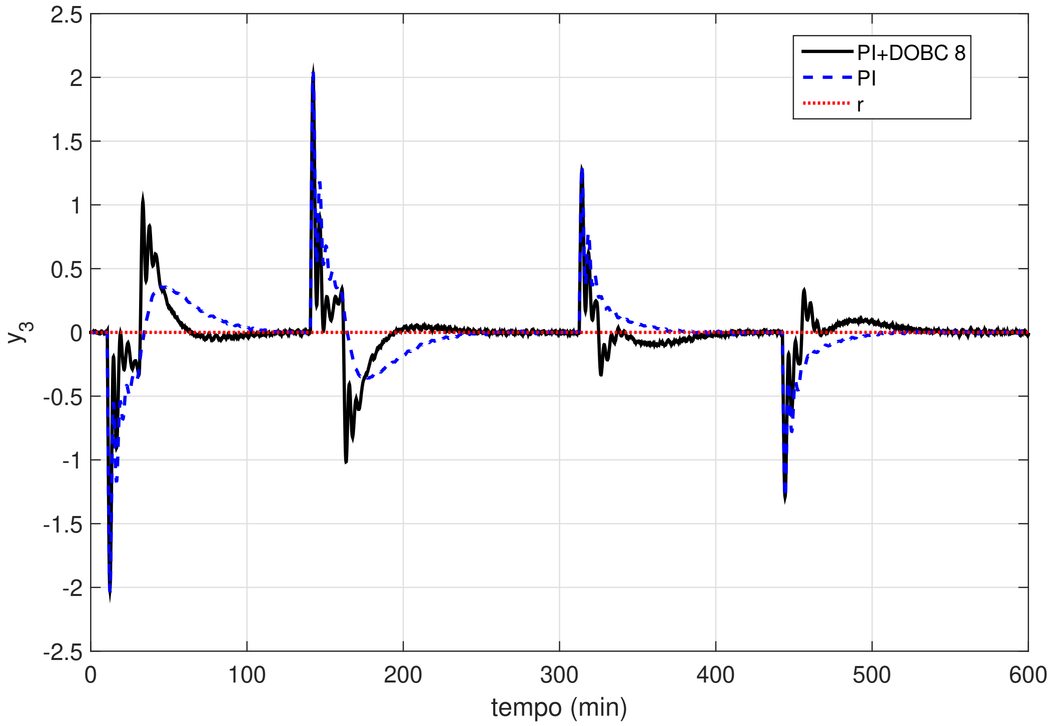


Figura 4.29 – Resposta transitória da entrada u_1 para variação do distúrbio da coluna de destilação 3×3

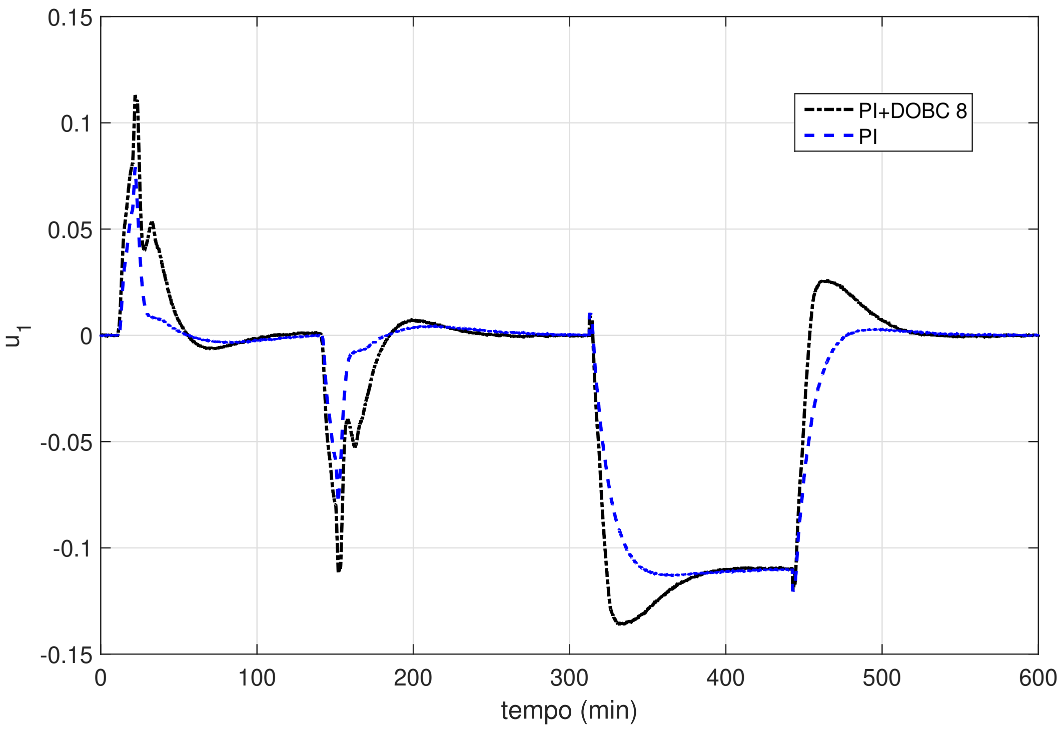


Figura 4.30 – Resposta transitória da entrada u_2 para variação do distúrbio da coluna de destilação 3×3

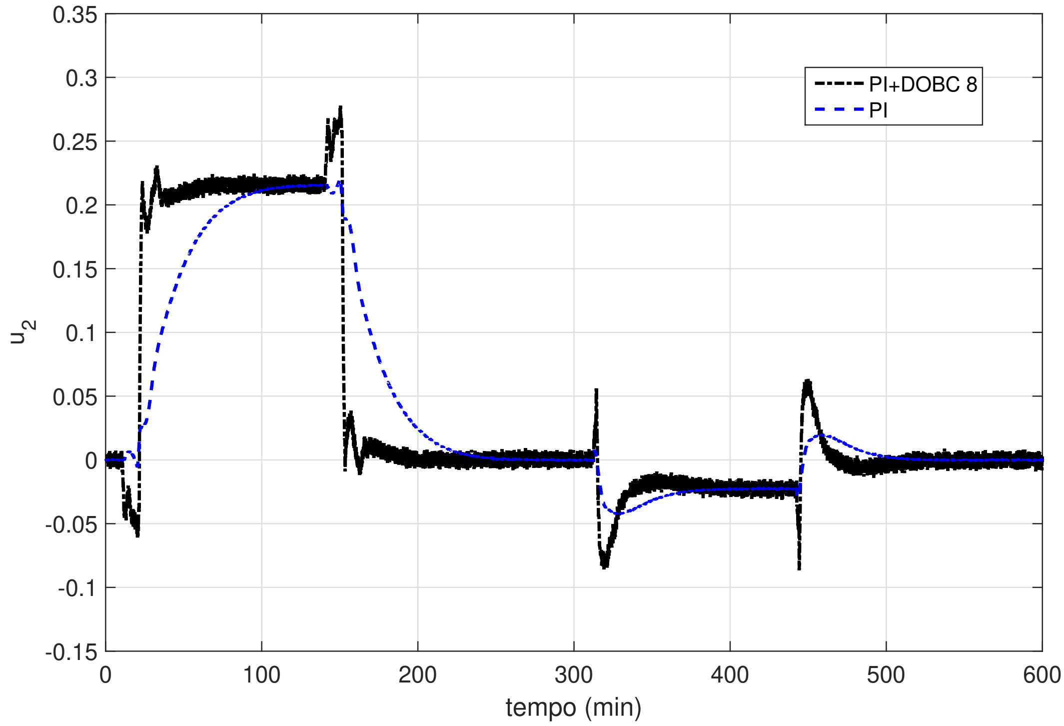


Figura 4.31 – Resposta transitória da entrada u_3 para variação do distúrbio da coluna de destilação 3×3

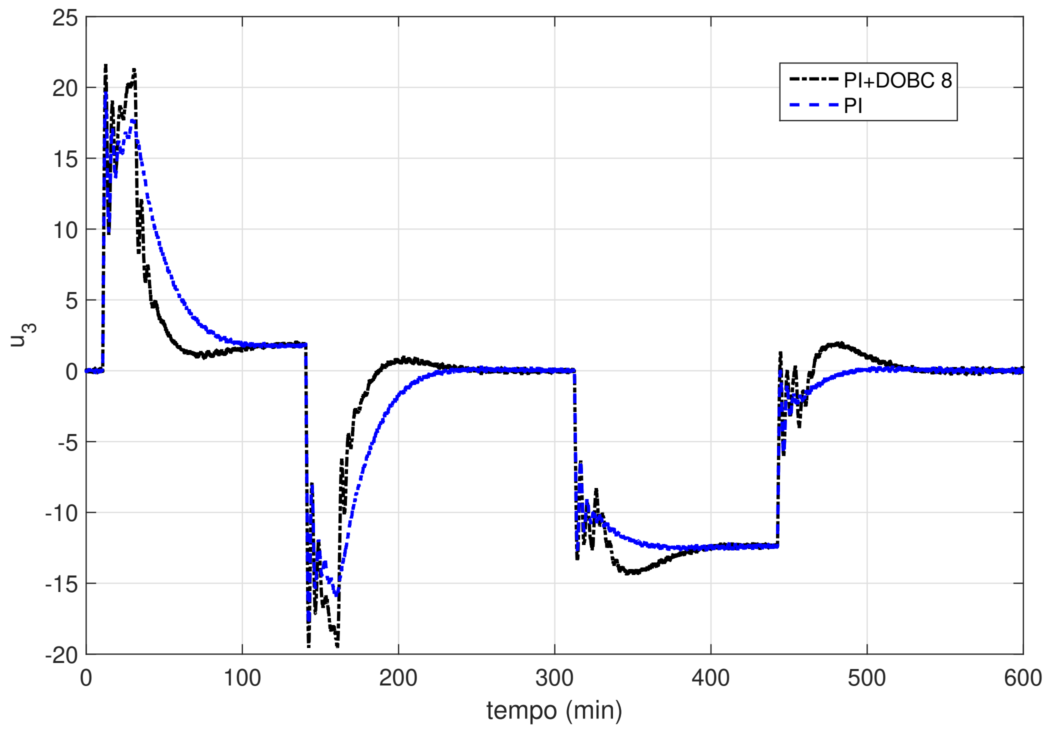


Figura 4.32 – Resposta transitória da entrada u_2 para variação do distúrbio para o projeto 1 da coluna de destilação 3×3

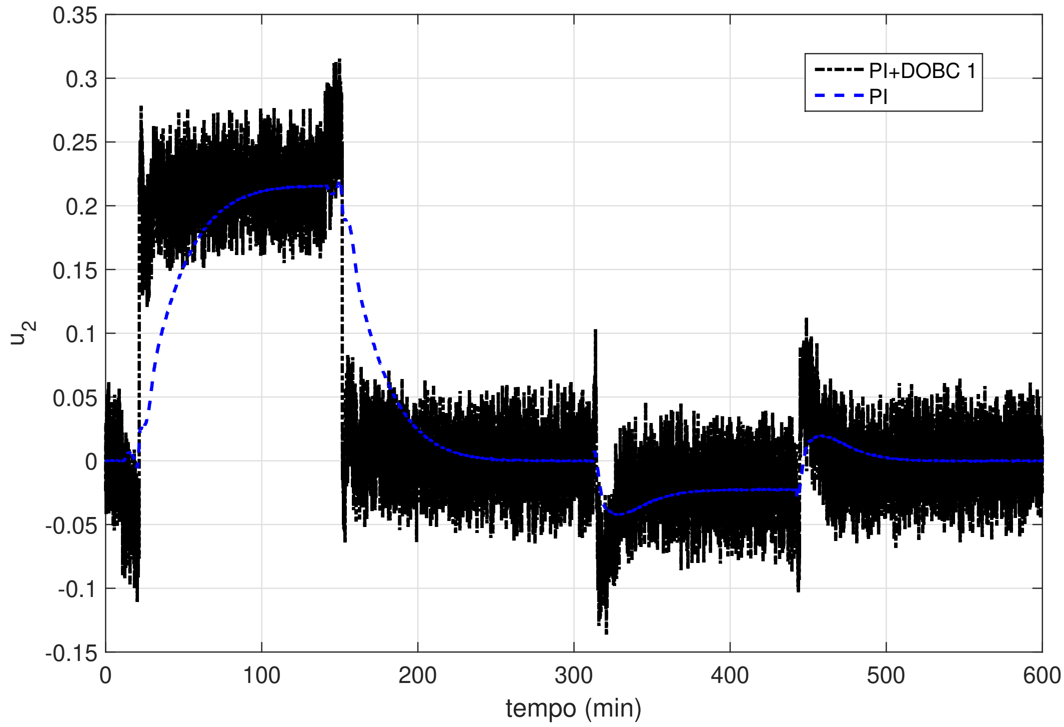
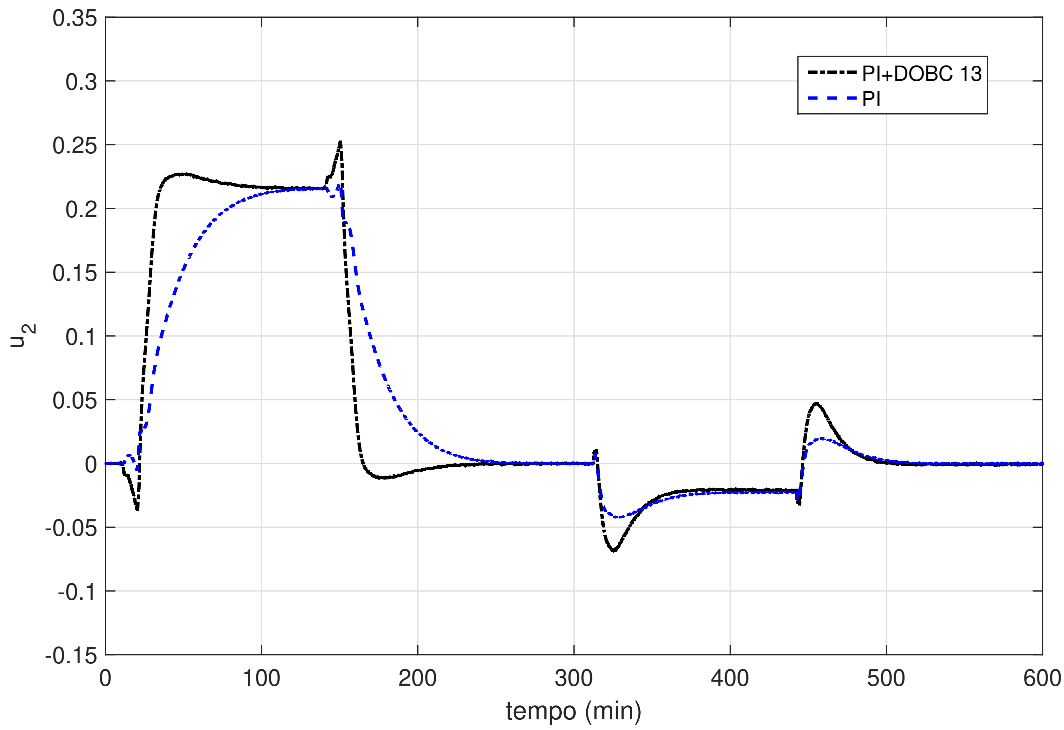


Figura 4.33 – Resposta transitória da entrada u_2 para variação do distúrbio para o projeto 13 da coluna de destilação 3×3



Considerando a estrutura do DOBC-S, tratando o sistema como múltiplos sistema SISO:

$$G_n(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{0{,}66}{6{,}7s+1}e^{-2{,}6s} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{-2{,}36}{5s+1}e^{-3s} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{0{,}87(11{,}61s+1)}{(3{,}89s+1)(18{,}8s+1)}e^{-s} \end{bmatrix}.$$

Com o mesmo critério de escolha do DOBC-ETF, o filtro de observador de distúrbio com a estrutura simples, pode ser escolhido como:

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{T_{q,1}s+1}e^{-2{,}6s} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{q,2}s+1}e^{-3s} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{T_{q,3}s+1}e^{-s} \end{bmatrix},$$

de modo que

$$QG_n^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{6{,}7s+1}{0{,}66(T_{q,1}s+1)} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{5s+1}{-2{,}36(T_{q,2}s+1)} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{(3{,}89s+1)(18{,}8s+1)}{0{,}87(11{,}61s+1)(T_{q,3}s+1)} \end{bmatrix}.$$

A figura 4.34 apresenta a comparação entre as curvas candidatas de Pareto do DOBC-ETF e DOBC-S para a coluna de destilação de Ogunnaike et al. (1983). Pode ser observado que mesmo não considerando a interação entre as malhas de controle e com blocos mais simples, o DOBC-S pode superar o DOBC-ETF para menores atenuação de distúrbio, na região de valores maiores de f_2. Porém, se for necessário maior atenuação de ruídos, o DOBC-ETF passa a ter melhor desempenho que o DOBC-S na região de menores valores de f_2.

Analisando a resposta de rastreamento para variações dos sinais de referência, diferentemente do DOBC-ETF, que não afeta significativamente o desempenho, o DOBC-S influencia mais esta resposta, o que é uma característica não desejável. Este problema decorre do fato que se na Eq. (2.54) $G_n \neq G_p$, então Δ é diferente daquele do sistema sem observador de distúrbios. Considerando a solução DOBC-S 6, a mais próxima da solução DOBC-ETF 8, como mostrado na figura 4.34, as resposta de rastreamento dos sinais de referência são apresentadas nas figuras 4.35 a 4.37. Pode ser observada a influência maior do DOBC-S em relação ao DOBC-ETF, o que justifica o uso do segundo apesar de sua maior complexidade.

Figura 4.34 – Comparação entre as curvas candidatas de Pareto para a coluna de destilação

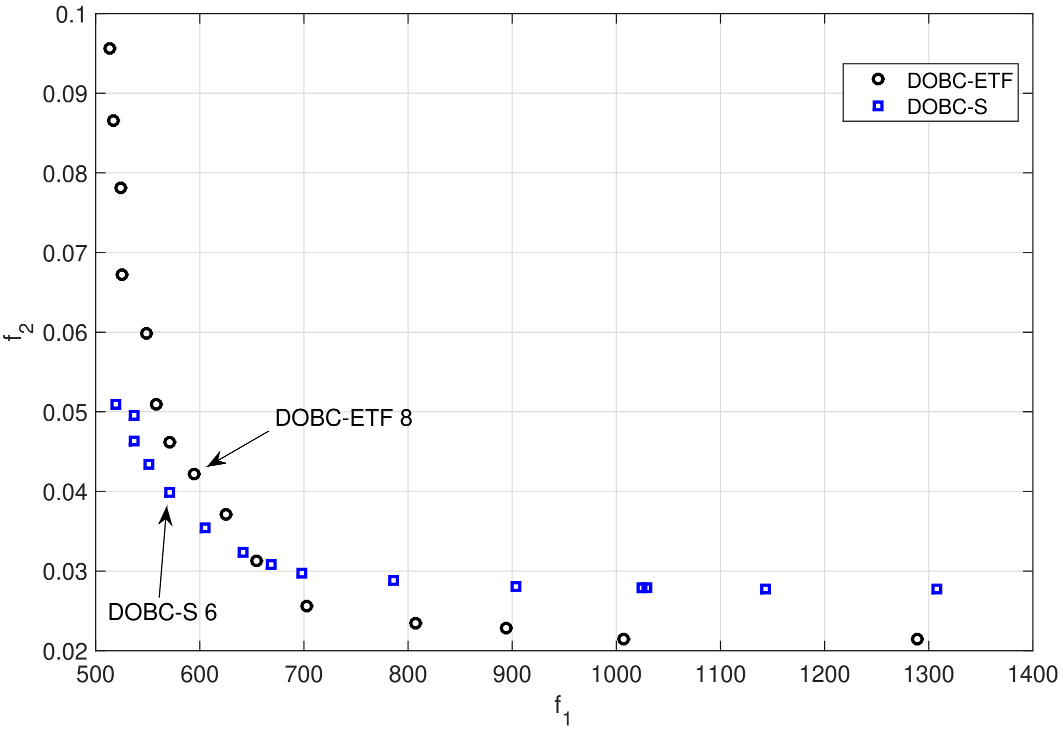


Figura 4.35 – Comparação entre as respostas transitórias da saída y_1 para variações dos sinais de referência da coluna de destilação 3×3

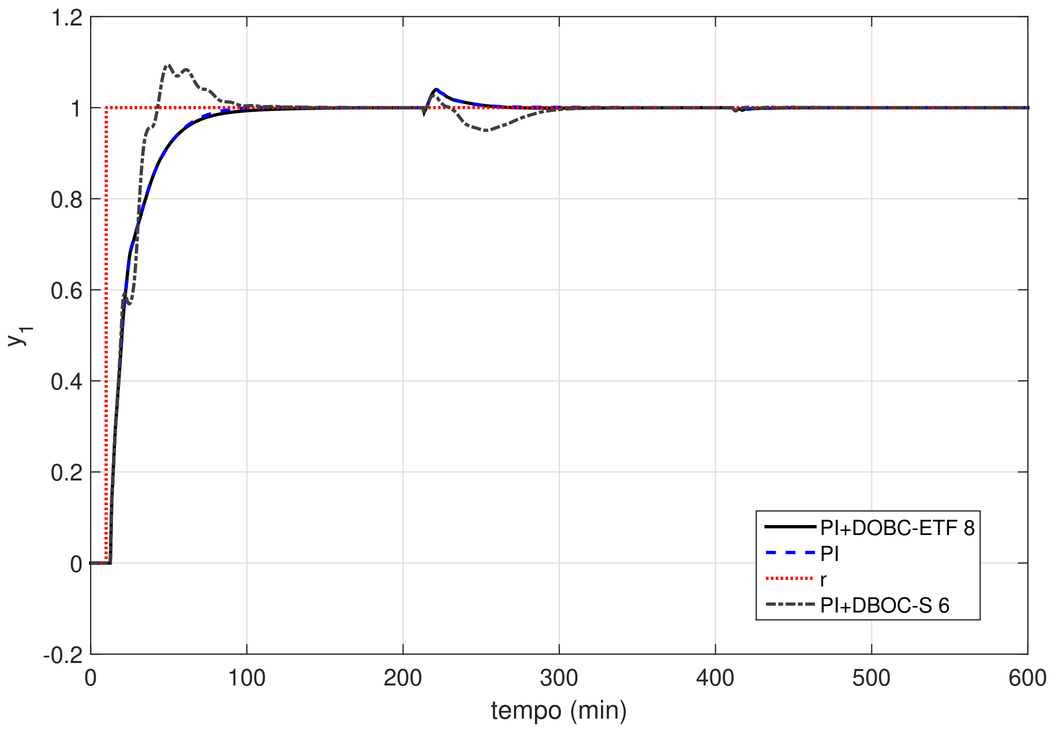


Figura 4.36 – Comparação entre as respostas transitórias da saída y_2 para variações dos sinais de referência da coluna de destilação 3×3

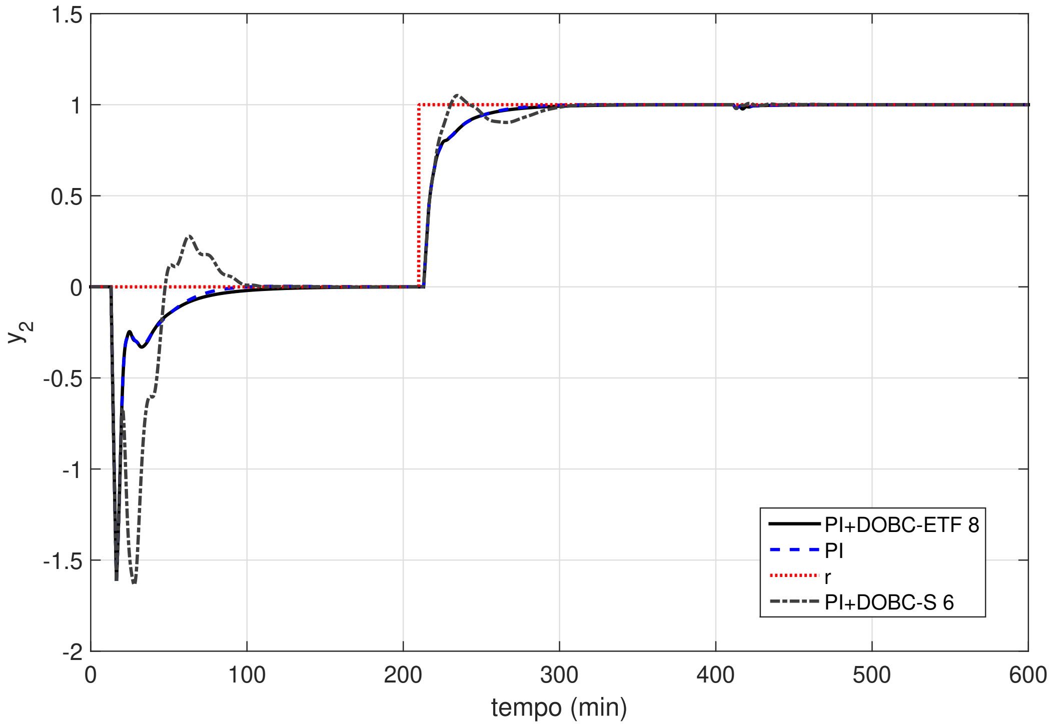
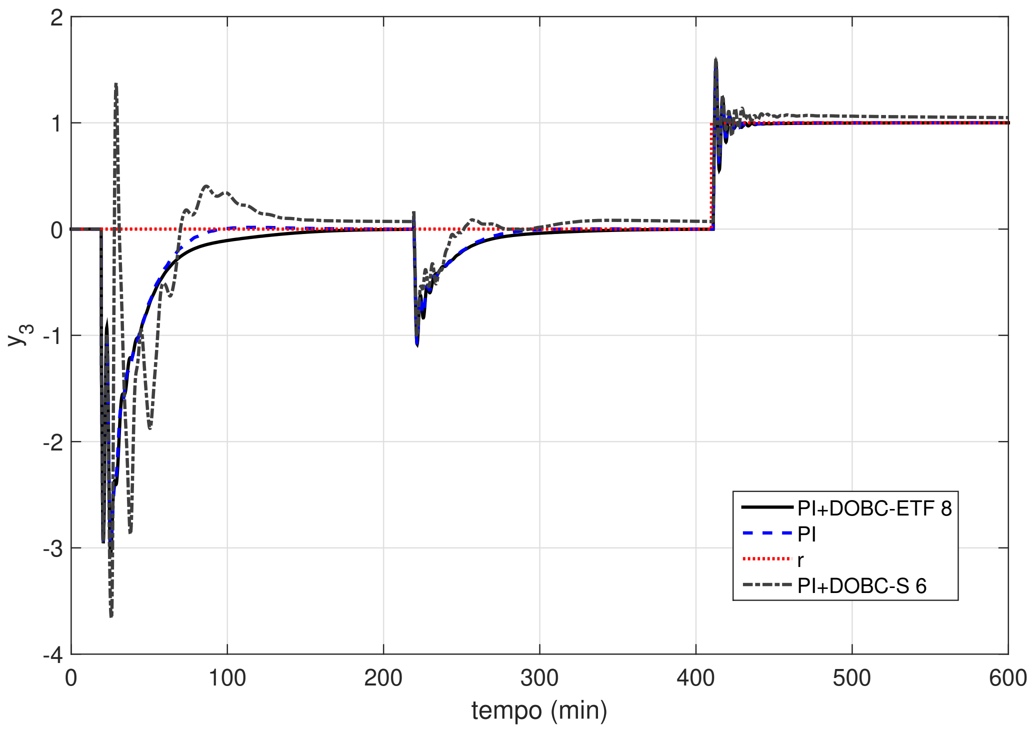


Figura 4.37 – Comparação entre as respostas transitórias da saída y_3 para variações dos sinais de referência da coluna de destilação 3×3



4.5 Processo quatro tanques no espaço de estados

Nesta seção, o processo descrito no exemplo 4.2 foi utilizado para ilustrar o uso do controle por meio do observador de distúrbio no domínio do tempo, utilizando as equações dadas por Johansson (2000a), como o acréscimo de duas perturbações nos tanques inferiores, e o controlador LQR com ação integral proposto por Martins (2020). Difere-se do exemplo 4.2, pois agora os quatro tanques foram considerados para o projeto do DOBC e manteve o mesmo objetivo de Johansson (2000a), que é o controle de nível dos dois tanques inferiores, tanques 1 e 2, a partir da tensão aplicada nas bombas.

Considere o diagrama da figura 2.7 e o modelo descrito pela equação 2.57 em que as matrizes A, B_u, B_d, C_y e C_z são dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} -1/T_1 & 0 & A_3/(A_1T_3) & 0 \\ 0 & -1/T_2 & 0 & A_4/(A_2T_4) \\ 0 & 0 & -1/T_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_4 \end{bmatrix},$$

$$B_u = \begin{bmatrix} \gamma_1 k_1/A_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 k_2/A_2 \\ 0 & (1-\gamma_2)k_2/A_3 \\ (1-\gamma_1)k_1/A_4 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 1/A_1 & 0 \\ 0 & 1/A_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_z = C_y = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

em que A_i representa a seção transversal de cada tanque, γ_i é o coeficiente de fechamento da válvula, k_c representa a sensibilidade da bomba, k_i é uma constante que determina a vazão em relação a tensão aplicada na bomba e T_i são as constantes de tempo em cada um dos tanques. Os valores dos parâmetros são apresentados na Tabela 4.5. A matriz B_d foi acrescentada ao problema original, descrito em Johansson (2000a), para incluir duas perturbações na forma de vazões de entradas nos tanques inferiores.

O controlador foi projetado por meio do método LQR utilizando as matrizes de ponderação para o sistema aumentado com as duas variáveis iguais as integrais dos erros de rastreamento:

Tabela 4.5 – Parâmetros no espaço de estados do problema dos quatro tanques interligados

Parâmetro	Unidade	Valor
A_1, A_3	cm^2	28
A_2, A_4	cm^2	32
k_c	V/cm	0,5
k_1	cm^3/Vs	3,33
k_2	cm^3/Vs	3,35
T_1	s	62
T_2	s	90
T_3	s	23
T_4	s	30
γ_1		0,7
γ_2		0,6

$$Q = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 2 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}.$$

Obtendo os seguintes valores para K_x e K_i:

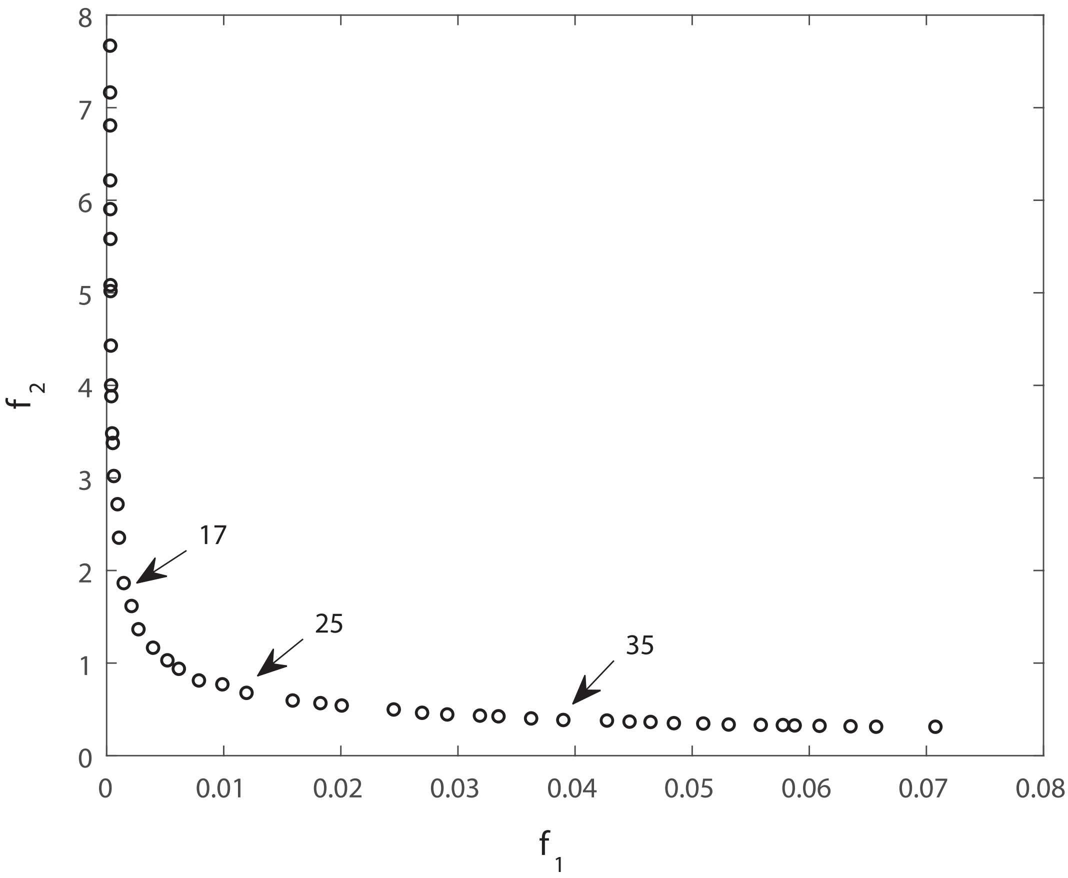
$$K_x = \begin{bmatrix} -3{,}9274 & 0{,}0837 & -0{,}5033 & 0{,}0113 \\ 0{,}0323 & -4{,}5699 & 0{,}0055 & -0{,}5169 \end{bmatrix},$$

$$K_i = \begin{bmatrix} 1{,}4141 & -0{,}0187 \\ 0{,}0187 & 1{,}4141 \end{bmatrix}.$$

Aplicando o algoritmo de otimização DEMO, para uma população de tamanho 48 é obtido as soluções candidatas à curva de Pareto apresentadas na figura 4.38. As soluções foram organizadas em ordem crescente em relação à $f1$. Para comparação são selecionadas as soluções marcadas nessa figura como 17, 25 e 35. Novamente, estas três soluções foram selecionadas para mostrar o compromisso entre priorizar uma das duas funções objetivos, soluções 17 e 35, e uma solução intermediária, 25.

A Tabela 4.6 apresenta os valores para as duas funções objetivo. O projeto 25 para a simulação do DOBC no domínio do tempo apresenta um bom compromisso entre rejeição de distúrbios e atenuação de ruídos. Os valores para os ganhos K_d e L para cada uma das três soluções são:

Figura 4.38 – Curva de Pareto para o problema dos quatro tanque interconectados no domínio do tempo Johansson (2000a)



$$K_{d17} = \begin{bmatrix} -0{,}4300 & -0{,}0007 \\ -0{,}0031 & -0{,}4969 \end{bmatrix},$$

$$L_{17} = \begin{bmatrix} 407{,}6705 & -32{,}8042 & -18{,}3903 & -14{,}2637 \\ 11{,}1485 & 360{,}4783 & -19{,}9182 & -79{,}8938 \end{bmatrix},$$

$$K_{d25} = \begin{bmatrix} -0{,}3905 & -0{,}0171 \\ -0{,}0156 & -0{,}4599 \end{bmatrix},$$

$$L_{25} = \begin{bmatrix} 42{,}6397 & -1{,}0515 & -2{,}4440 & 8{,}5282 \\ -1{,}9492 & 39{,}9825 & -0{,}6518 & 10{,}1515 \end{bmatrix},$$

$$K_{d35} = \begin{bmatrix} -0{,}1458 & 0{,}0038 \\ 0{,}0035 & -0{,}1593 \end{bmatrix},$$

$$L_{35} = \begin{bmatrix} 14{,}2250 & -0{,}6299 & -0{,}9861 & -0{,}3667 \\ 0{,}5934 & 16{,}6730 & 1{,}5805 & 1{,}6451 \end{bmatrix}.$$

Tabela 4.6 – Comparação do DOBC para o problema dos quatro tanques interligados no espaço de estados

Controle	f_1	f_2	ISE	$\max\sigma(u)$	$\max\sigma(y)$
LQR	—	—	1,0928	$2{,}0240\times10^{-7}$	$2{,}5679\times10^{-8}$
$LQR+DOBC$ 17	0,0015	1,8641	$5{,}0501\times10^{-4}$	0,0237	$7{,}6900\times10^{-7}$
$LQR+DOBC$ 25	0,0119	0,6783	0,0326	$3{,}4443\times10^{-5}$	$9{,}6820\times10^{-8}$
$LQR+DOBC$ 35	0,0390	0,3852	0,5552	$9{,}0419\times10^{-7}$	$3{,}2760\times10^{-8}$

O desempenho do observador de distúrbio é analisado considerando $d_1(t) = 4(\mathbf{1}(t-0)$, $d_2(t) = 25[\mathbf{1}(t-300))]$ e $\eta_1(t) = \eta_2(t) = \eta_3(t) = \eta_4(t) = 0{,}01\psi_n(t)$, sendo $\psi_n(t)$ uma função de números pseudo-aleatórios com distribuição normal, com média 0 e variância 1. As figuras 4.39 e 4.40 mostram as respostas transitórias das saídas controladas para variação do distúrbio na presença de ruído da solução 25 e do controlador LQR. Esta solução estabelece um bom compromisso entre os objetivos de controle, rejeitando a perturbação e atenuando os ruídos. Assim, é possível verificar que o observador de distúrbio melhora significativamente as respostas na saída da planta, diminuindo os efeitos do distúrbio. É importante salientar que a inclusão do observador de distúrbios não afeta a resposta de rastreamento do controlador LQR para variações dos sinais de referência uma vez que, não havendo perturbações, o máximo do módulo da estimação dos distúrbios esta na casa de 10^{-12}.

As figuras 4.41 e 4.42 ilustram o comportamento do observador de distúrbio, percebe-se que o observador faz uma boa estimação do distúrbio real mesmo na presença de ruídos.

Para demonstrar a importância em estabelecer um bom compromisso entre a rejeição de distúrbio e atenuação dos ruídos, as figuras 4.44 e 4.45 apresentam o desempenho do observador de distúrbio para os projetos 17, 25 e 35 comparando ao desempenho do controle LQR, para as respostas ao distúrbios da saída 1 e da saída 2, respectivamente, não considerando ruídos de medição. O projeto 17, a princípio, apresenta-se como o projeto que mais elimina os efeitos do distúrbio, entretanto, quando existe ruído no sistema, esta solução responde com muita sensibilidade ao mesmo. A figura 4.46 ilustra o comportamento do sinal de controle, para o projeto 17, quando a mesma esta sujeita a ruídos, em contrapartida, o projeto 25 não é tão sensível aos ruídos, conforme pode ser verificado na figura 4.43. Já a solução 35 é o projeto que, apesar de ser menos sensível aos ruídos, apresenta maior integral de erro ao quadrado, conforme pode ser verificado na tabela 4.6.

Figura 4.39 – Resposta transitória da saída h_1 para variação do distúrbio para o projeto 25 do processo de quatro tanques no espaço de estados

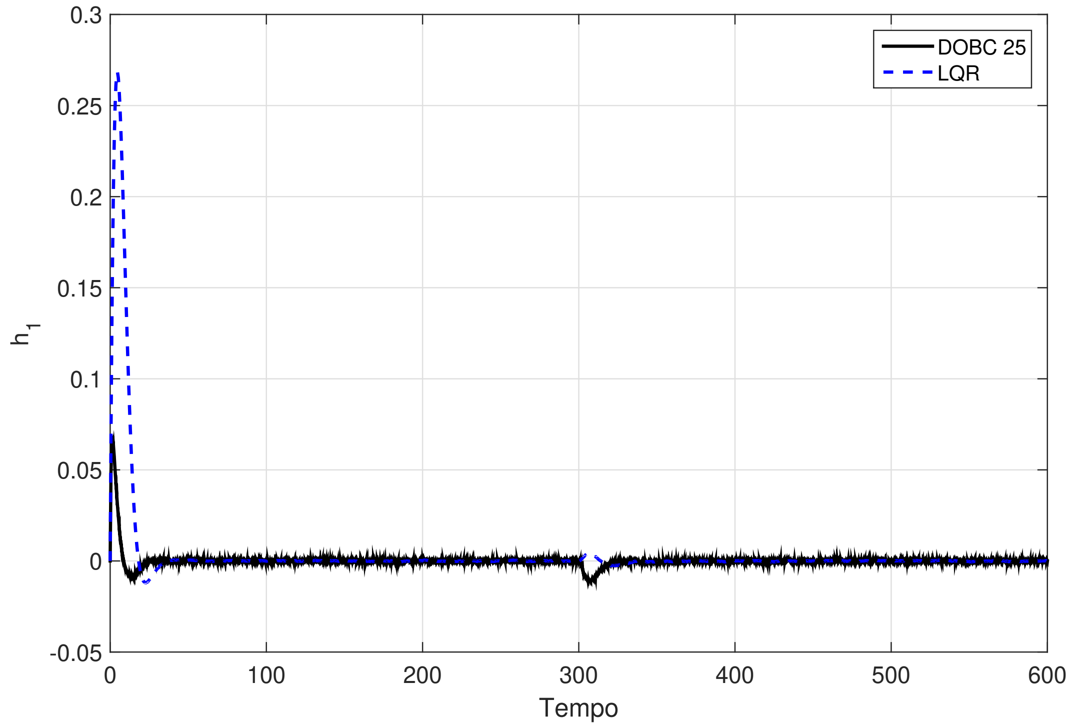


Figura 4.40 – Resposta transitória da saída h_2 para variação do distúrbio para o projeto 25 do processo de quatro tanques no espaço de estados

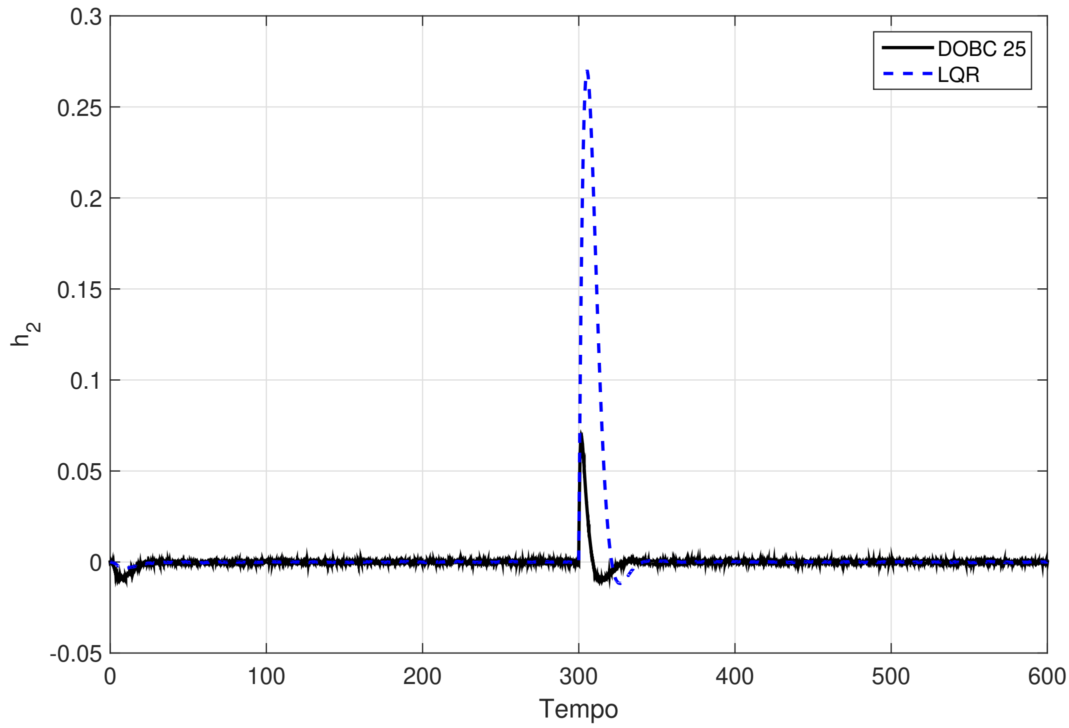


Figura 4.41 – Estimação do distúrbio no tanque 1 para solução 25 para o processo de quatro tanques no espaço de estados

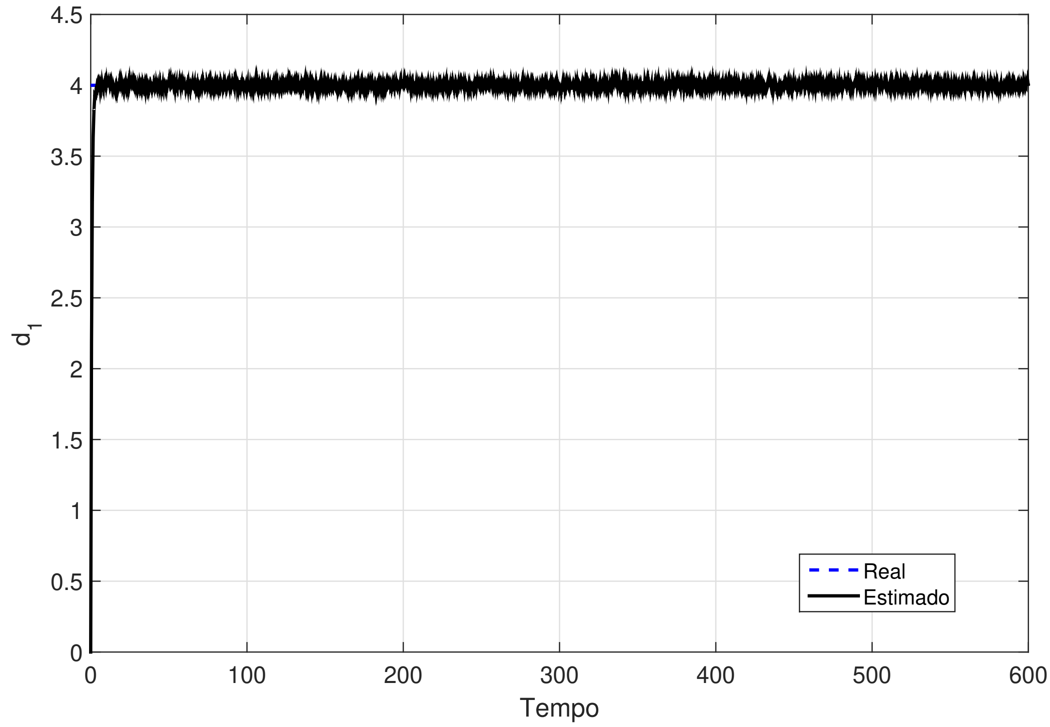


Figura 4.42 – Estimação do distúrbio no tanque 2 para solução 25 para o processo de quatro tanques no espaço de estados

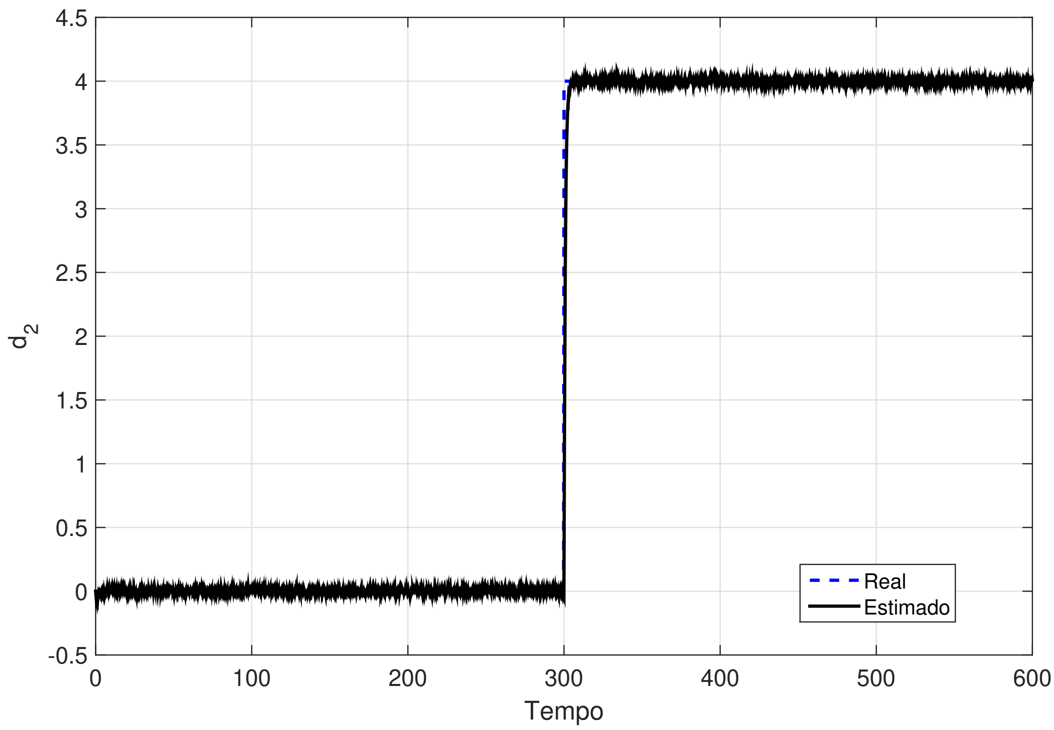


Figura 4.43 – Resposta transitória da entrada u para variação do distúrbio para o projeto 25 do processo de quatro tanques no espaço de estados

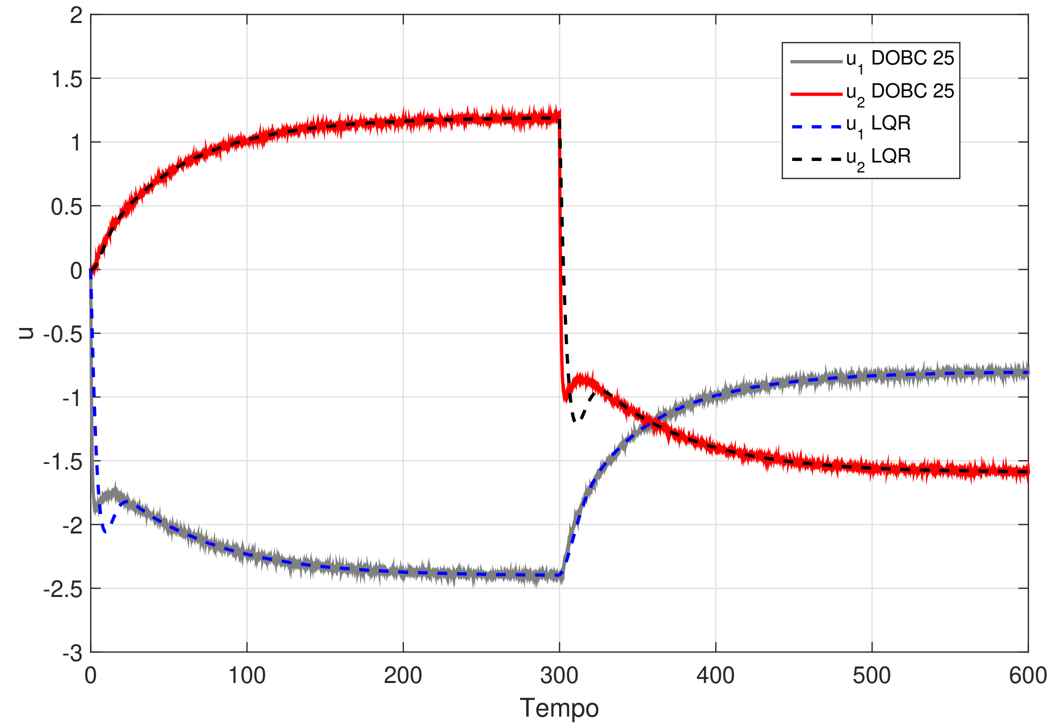


Figura 4.44 – Comparação entre as respostas transitórias da saída h_1 na presença de distúrbio para o processo de quatro tanques no espaço de estados

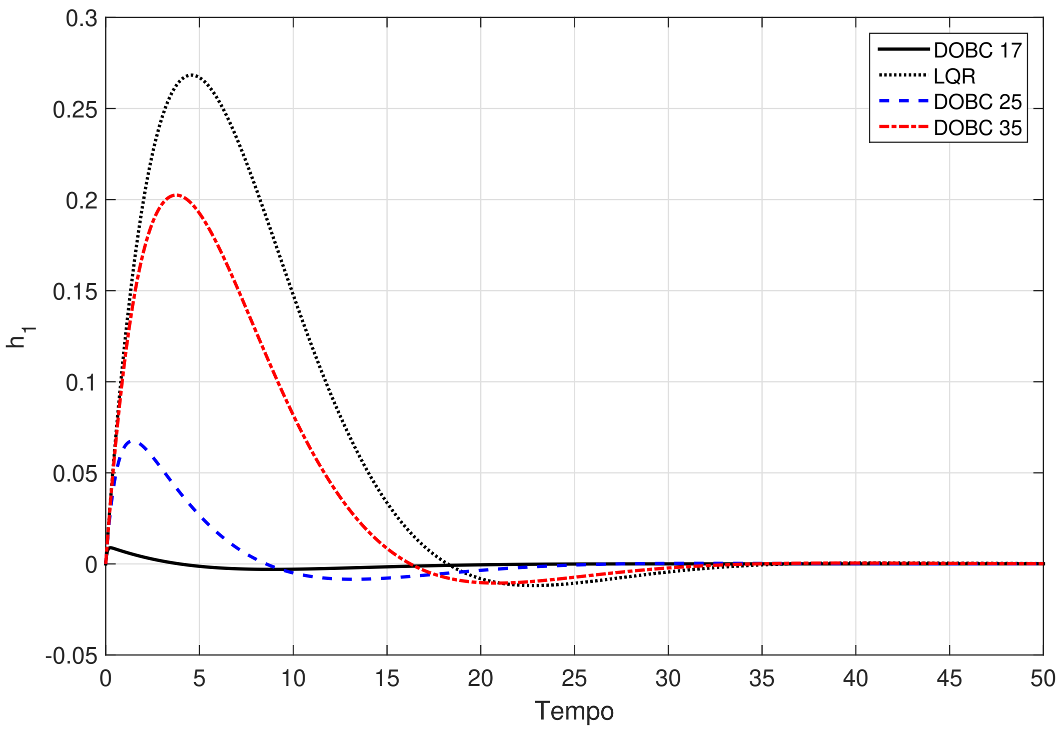


Figura 4.45 – Comparação entre as respostas transitórias da saída h_2 na presença de distúrbio para o processo de quatro tanques no espaço de estados

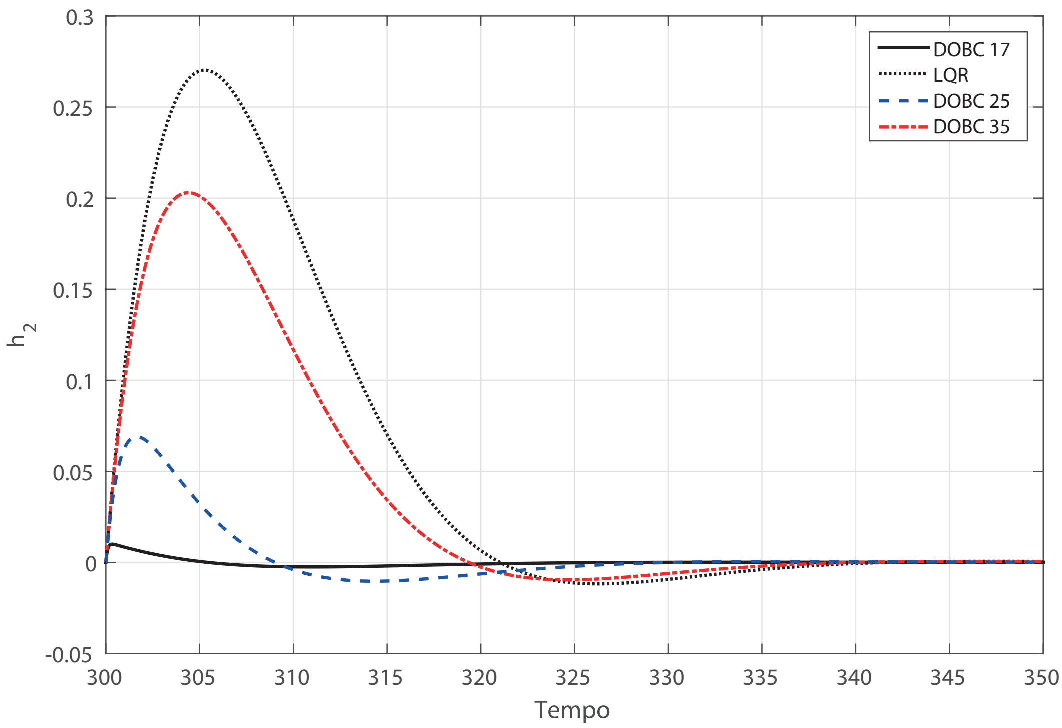
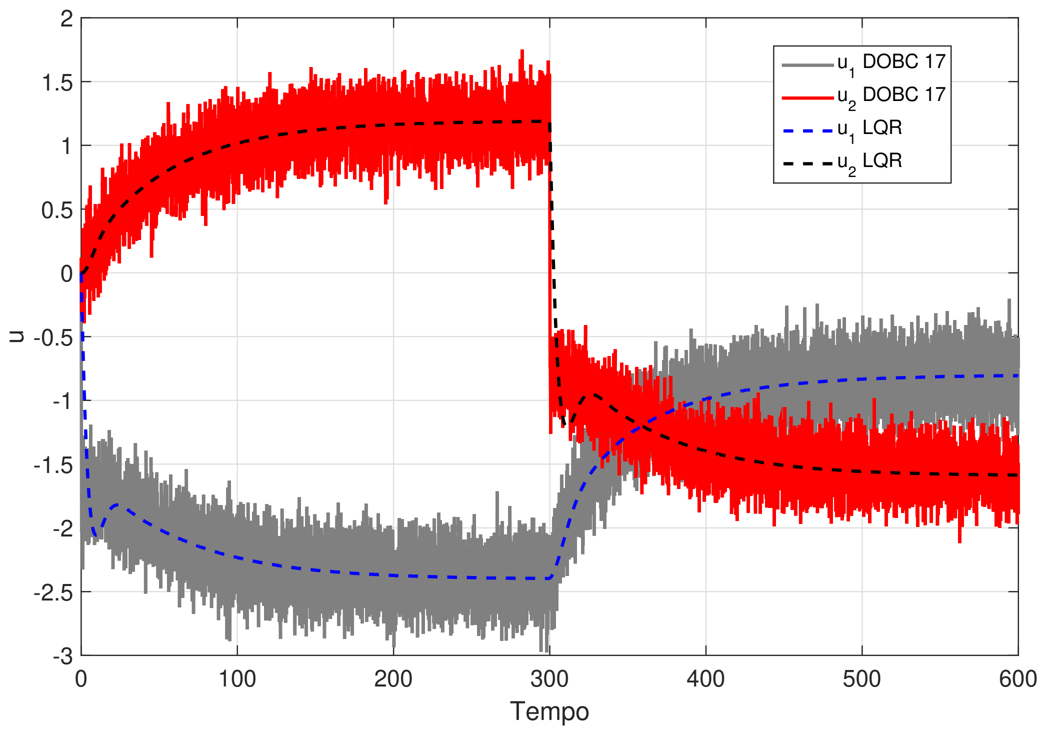


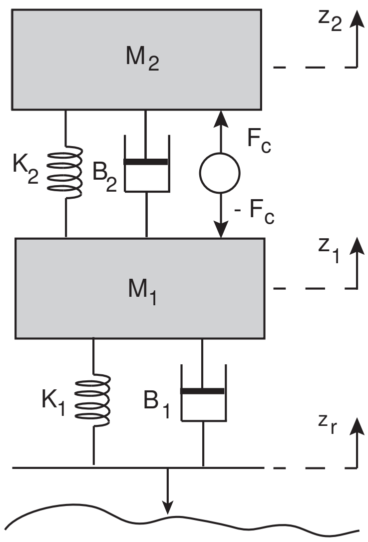
Figura 4.46 – Resposta transitória da entrada u para variação do distúrbio para o projeto 17 do processo de quatro tanques no espaço de estados



4.6 Suspensão ativa

Considerando o modelo de um protótipo laboratorial de suspensão ativa fabricado pela Quanser, representado pelo diagrama da figura 4.47, conforme Apkarian e Abdossalami (2013). Este modelo corresponde um quarto de um veículo. Esta parte do sistema é composto por duas massas suportadas por dois amortecedores, B_1 e B_2, e duas molas, K_1 e K_2 a primeira relativa à suspensão passiva e a segunda relacionada com e elasticidade do pneu. A entrada de controle do sistema é o comando de controle da suspensão ativa F_c e a perturbação é a derivada da posição da superfície da estrada, $\dot{z}_r$. A massa suspensa, M_2, representa a massa do corpo do veículo, enquanto a massa não suspensa, M_1, representa roda mais o pneu no modelo de um quarto do veículo. O vetor de variáveis de estados é definido como sendo: $x = [z_2 - z_1 \;\; \dot{z}_2 \;\; z_1 - z_r \;\; \dot{z}_1]^T$.

Figura 4.47 – Modelo da suspensão ativa



Fonte: adaptado de Apkarian e Abdossalami (2013)

A partir do diagrama da figura 2.7, o modelo no espaço de estados, descrito pela equação (2.57), possui as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} & -1 \\ -K_2/M_2 & -B_2/M2 & \mathbf{0} & B_2/M_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 \\ K_2/M_1 & B_2/M1 & K_1/M_1 & -(B2+B1)/M1 \end{bmatrix},$$

$$B_u = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1/M_2 \\ \mathbf{0} \\ -1/M_1 \end{bmatrix},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -1 \\ B_1/M_1 \end{bmatrix},$$

$$C_z = \begin{bmatrix} K_2/M_1 & B_2/M_1 & -K_1/M_1 & -(B_2+B_1)/M_1 \end{bmatrix},$$

$$D_{zw} = \begin{bmatrix} B_1/M_1 \end{bmatrix},$$

$$D_{zu} = \begin{bmatrix} -1/M_1 \end{bmatrix}.$$

Os valores dos parâmetros do modelo do sistema de suspensão ativa são apresentados na 4.7 (APKARIAN; ABDOSSALAMI, 2013).

Tabela 4.7 – Parâmetros no espaço de estados do problema da suspensão ativa

Parâmetro	Unidade	Valor
M_1	Kg	1
M_2	Kg	2,45
K_1	$N.m$	2×1250
K_2	$N.m$	2×450
B_1	$N.s/m$	7,5
B_2	$N.s/m$	5

Como não existe sinais de referência e a pertubação tipicamente possui energia limitada (tende a zero quando o tempo tende infinito), para este caso não foi considerado incluir ação integral na realimentação de estados. O controlador foi projetado por meio do LQR, conforme Apkarian e Abdossalami (2013) utilizando as matrizes de ponderação:

$$Q = \begin{bmatrix} 450 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 30 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 5 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0{,}01 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 0{,}01 \end{bmatrix}.$$

Obtendo os seguintes valores para o ganho K_x:

$$K_x = \begin{bmatrix} 24{,}66 & 48{,}87 & -0{,}47 & 3{,}68 \end{bmatrix}.$$

Como neste caso $D_{zu} \neq 0$, foi adotado $W_y(s) = 1/(0.001s + 1)$ na função objetivo f_2 da equação (2.73). Aplicando o algoritmo de otimização DEMO, para uma população de tamanho 25, é obtido as soluções candidatas à curva de Pareto apresentadas na figura 4.48. As soluções foram organizadas em ordem crescente em relação à função objetivo f_1. Para comparação do desempenho do observador de distúrbio foram selecionadas as soluções 1, 13 e 25, marcadas nessa figura, cujos resultados são apresentados na tabela 4.8. Essas soluções foram escolhidas levando-se em consideração estabelecer uma comparação entre as escolhas dos compromissos em rejeitar distúrbios e atenuar ruídos. O projeto 13 da simulação do DOBC no domínio do tempo apresenta um bom compromisso entre rejeição de distúrbios e atenuação de ruídos e reduzindo mais de 40% no valor da integral do erro ao quadro e assim melhorando significativamente a resposta da saída controlada.

Figura 4.48 – Curva de Pareto para o problema da suspensão ativa

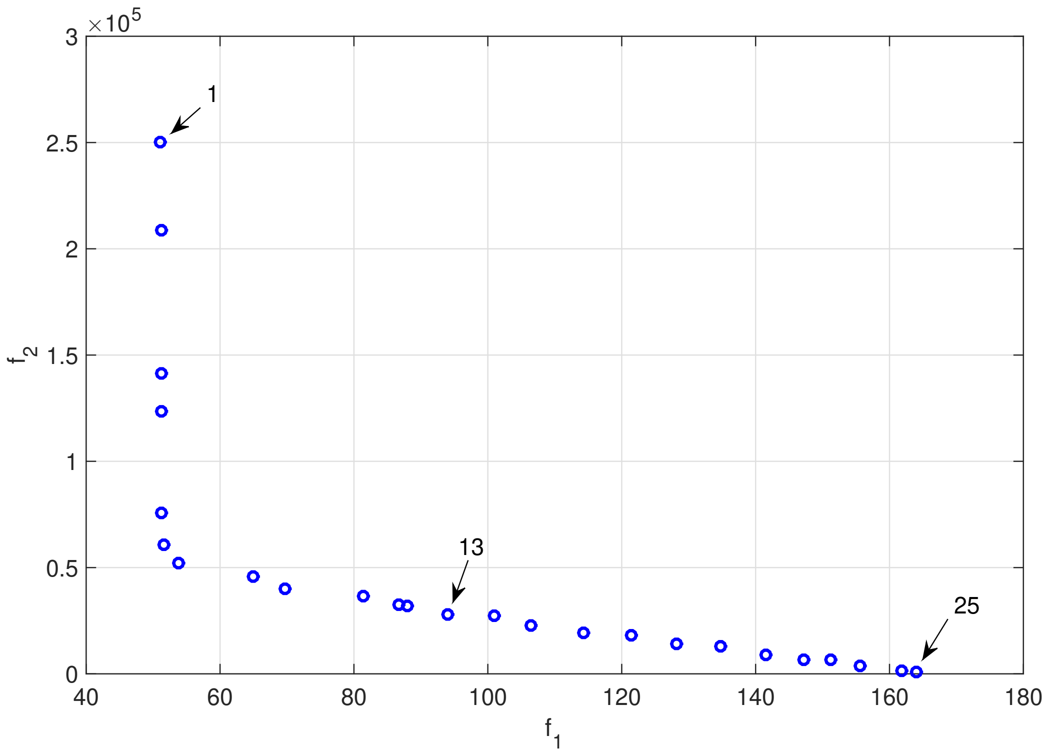


Tabela 4.8 – Comparação do DOBC para o problema da suspensão ativa

Controle	ISE	$\max \sigma(u)$	$\max \sigma(y)$
LQR	$7{,}0275$	$9{,}9121 \times 10^{-6}$	$9{,}9121 \times 10^{-6}$
$DOBC$ 1	$3{,}4466$	$6{,}3316$	$0{,}2957$
$DOBC$ 13	$3{,}9392$	$0{,}0061$	$0{,}0050$
$DOBC$ 25	$7{,}0274$	$1{,}8199 \times 10^{-5}$	$5{,}9155 \times 10^{-6}$

O desempenho do observador de distúrbio é analisado considerando $d_1(t) = 0,2(\mathbf{1}(t-0,1)-\mathbf{1}(t-0,2)$, $d_2(t) = 0,2[\mathbf{1}(t-2,0)-\mathbf{1}(t-2,1)]$ e $\eta_1(t) = \eta_2(t) = \eta_3 = \eta_4 = -0{,}0001 + 0{,}0002\psi(t)$, sendo $\psi(t)$ uma função aleatória com distribuição uniforme no intervalo aberto $(0,\ 1)$. A figura 4.49 mostra as respostas transitórias da saída controlada para variação do distúrbio na presença de ruído para o projeto 13 em comparação com o projeto do controlador LQR. Esta solução se mostrou estabelecendo um bom compromisso entre a rejeição de distúrbio e atenuação dos ruídos.

No exemplo dos quatro tanques no espaço de estados, o distúrbio que ocorre no processo entra pelo mesmo canal que a ação de controle atua, ou seja, tanto o sinal de controle, u, quanto o sinal de distúrbio, d, afetam os estados x_1 e x_2, com isso o observador consegue estimar e compensar os efeitos do distúrbio na saída controlada, subtraindo a entrada multiplicada por B_u pelo mesmo valor da perturbação aplicada em B_d. No caso deste exemplo, o distúrbio não entra no mesmo canal que a ação de controle, ou seja, a entrada, u, afeta os estados x_2 e x_4 enquanto a perturbação, d, afeta os estados x_3 e x_4.

Para o projeto 13 a estimação do distúrbio mostrada na figura 4.50 não é boa, mas mesmo assim o observador consegue melhorar o desempenho da saída controlada mas, para isto, faz com que o esforço de controle necessário seja maior. Para a suspensão ativa o esforço de controle não pode ultrapassar o valor de $40N/m$, o que saturaria o atuador, por isto é um projeto aceitável. A figura 4.52 mostra a comparação da estimação de distúrbio para as soluções 1, 13 e 25 com o distúrbio real. Pode-se perceber que o observador consegue realizar uma boa estimativa do distúrbio, que é o caso do projeto 25, porém a ação de controle não consegue melhorar significativamente a resposta da saída controlada devido ao fato que o distúrbio e o sinal de controle não entram no mesmo canal. Assim, apesar de não ter uma estimação dos distúrbios na solução 13, a melhor rejeição é devida ao valor do ganho kd otimizado.

O projeto 1, conforme mostrado na tabela 4.8, apresenta a saída controlada com o menor erro da integral ao quadrado. Porém, como pode ser visto na figura 4.53, a resposta transitória da saída controlada é muito sensível ao ruído. Além da sensibilidade ao ruído, este projeto também é inviabilizado pelas especificações técnicas do sistema de suspensão ativa. A ação de controle ultrapassa o valor de $40N/m$, o que satura o atuador, conforme figura 4.54.

Figura 4.49 – Resposta transitória da saída controlada para variação do distúrbio para o projeto 13 do problema da suspensão ativa.

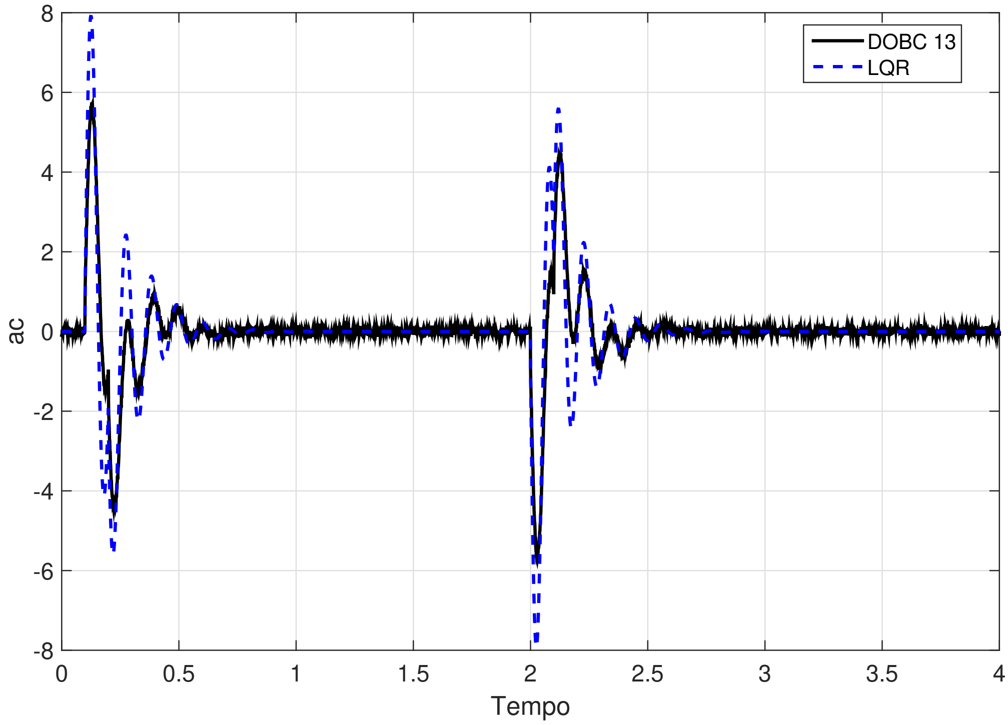


Figura 4.50 – Estimação do distúrbio para a solução 13 do problema da suspensão ativa.

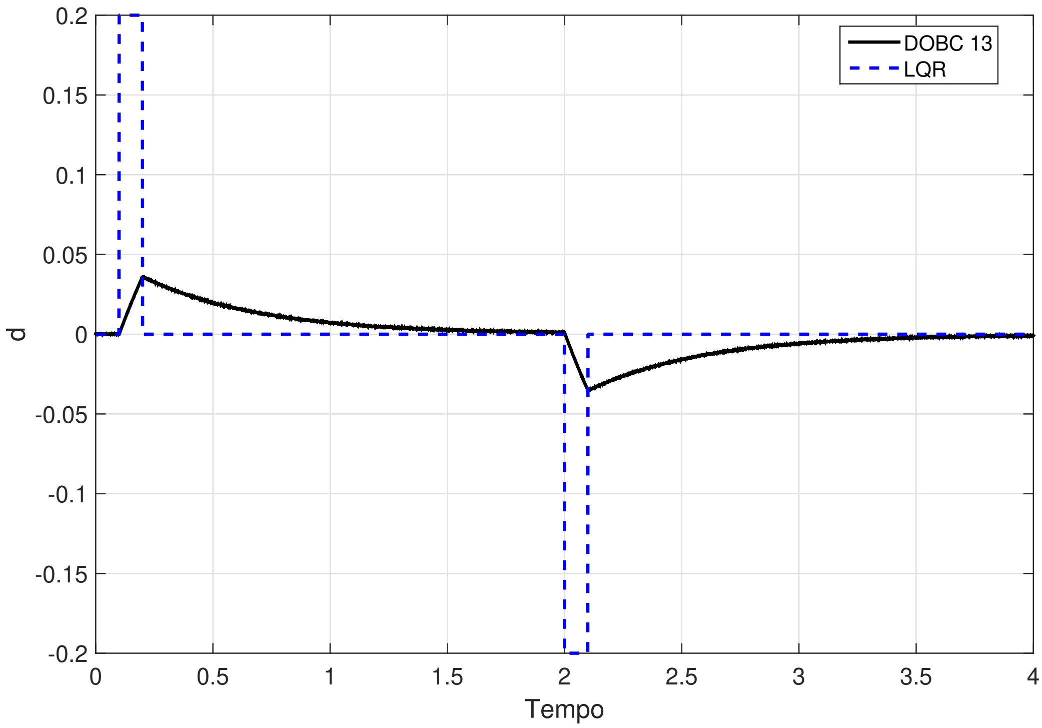


Figura 4.51 – Resposta transitória da entrada u para variação do distúrbio do projeto 13 para o problema da suspensão ativa.

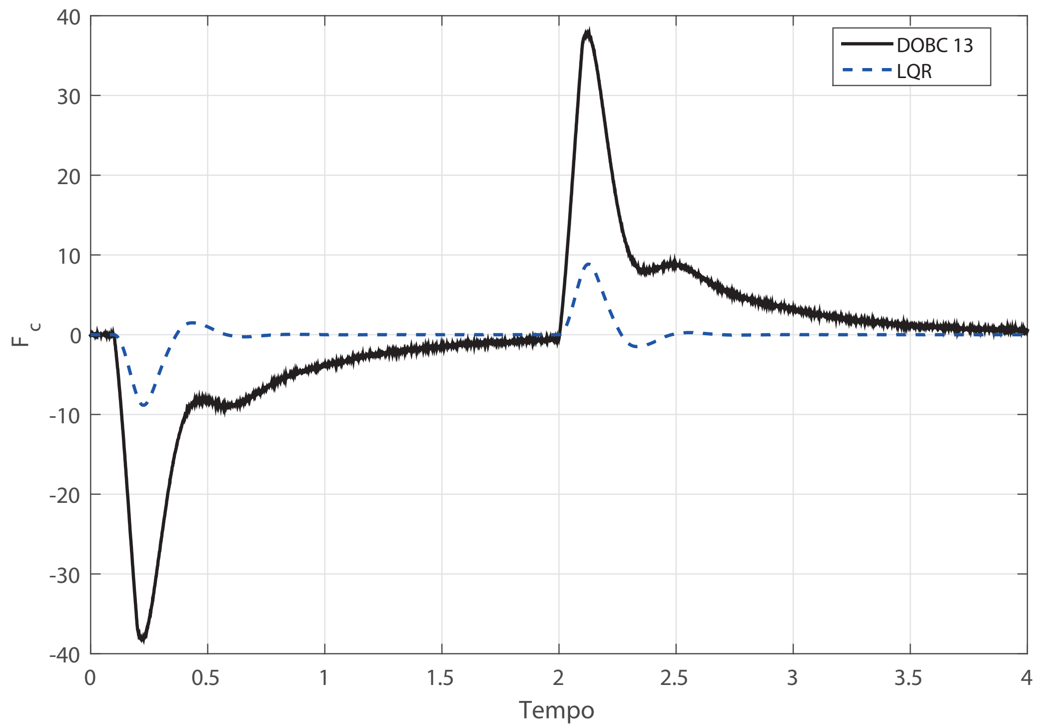


Figura 4.52 – Estimação do distúrbio para as soluções 1, 13 e 25 para o problema da suspensão ativa.

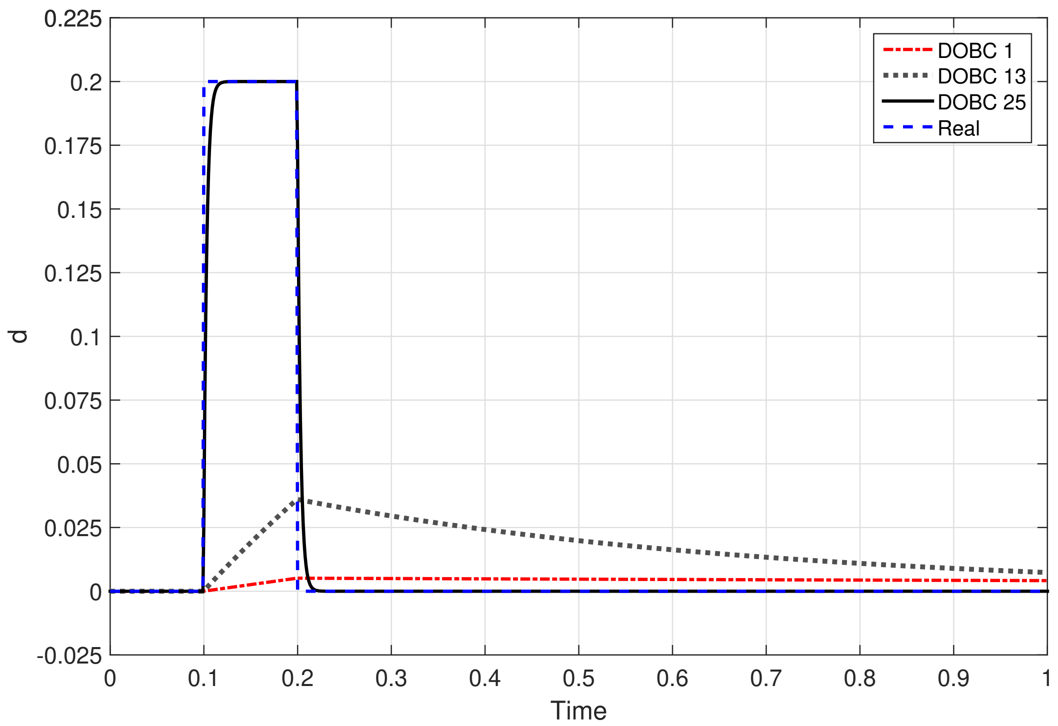


Figura 4.53 – Resposta transitória da saída controlada para variação do distúrbio para o projeto 1 do problema da suspensão ativa.

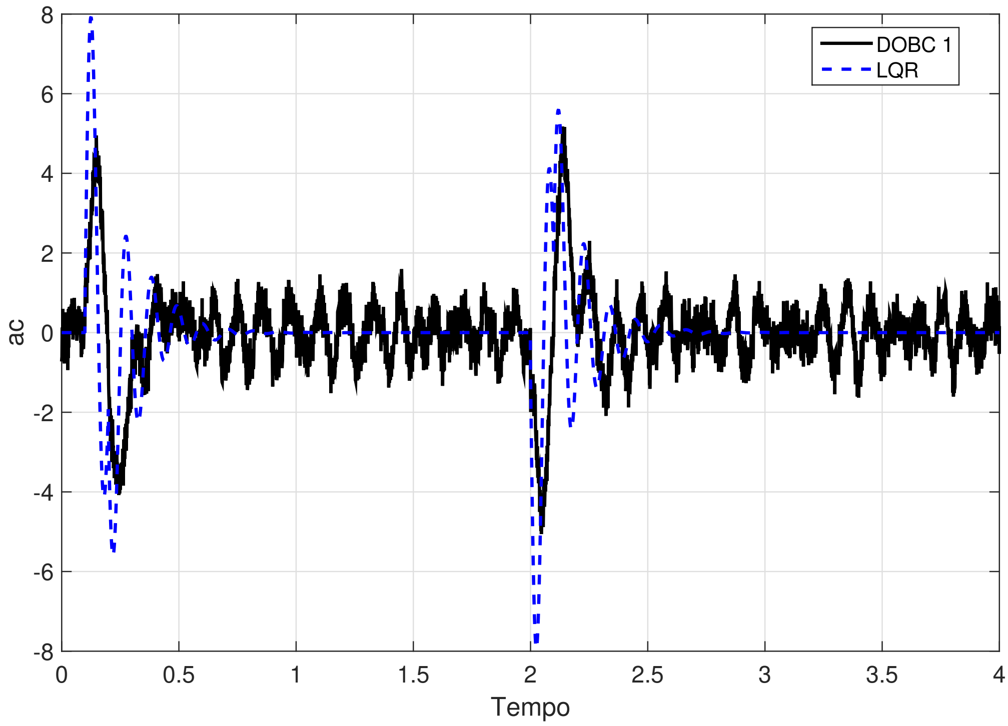
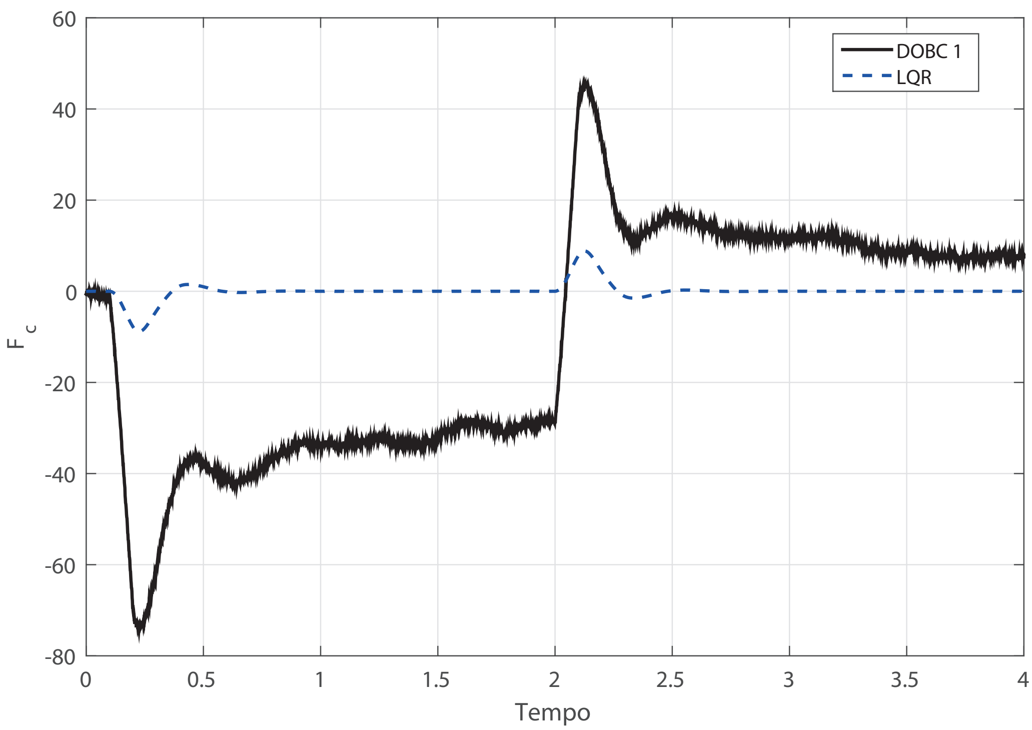


Figura 4.54 – Resposta transitória da entrada u para variação do distúrbio do projeto 1 para o problema da suspensão ativa.



Capítulo 5

Conclusão

5.1 Considerações Finais

Nesse trabalho é proposta uma formulação de síntese de controladores baseados em observadores de distúrbio para sistemas lineares e invariantes no tempo representados no domínio da frequência e no domínio do tempo. Para os sistemas representados no domínio da frequência, foi estudados os sistemas SISO de fase mínima e não mínima e os sistemas MIMO com tempos de atraso.

O método de síntese compreende em formular um problema de otimização multiobjetivo H_∞/H_2, para os sistemas de fase mínima, no domínio da frequência e sistemas MIMO representados no domínio do tempo. Já os sistemas com tempos de atraso representados no domínio da frequência, o método de síntese utilizado foi definido com base na integral do erro ao quadrado da saída e da variância do sinal de controle. Para ambas formulações foi utilizado o algoritmo Evolução Diferencial Multiobjetivo, DEMO/Parent, para otimizar os parâmetros do filtro do observador de distúrbios.

O problema de síntese visa minimizar os objetivos conflitantes estabelecendo um compromisso entre eles. Com isso, o controle baseado no observador de distúrbio pode reduzir ou até mesmo eliminar as influências das perturbações, se for permitido um maior esforço de controle e permitindo maior sensibilidade de ruídos.

Para os sistemas SISO representados no domínio da frequência, o uso do observador de distúrbio já é uma técnica bem consolidada. Foi realizado um exemplo para demonstrar sua capacidade em melhorar a resposta transitória de saída. Já os sistemas MIMO com tempos de atraso, no domínio da frequência, foi proposto o uso da função de transferência equivalente para o cálculo da inversa do modelo da planta. Ao aproximar a inversa do modelo nominal por sua função de transferência equivalente, onde cada termo é o inverso de uma função de transferência de primeira ordem mais tempo de atraso, tanto a síntese como a implementação do controle baseado no observador de distúrbio torna-se mais simples.

A formulação de síntese proposta é adequada para projetar qualquer estrutura de controle baseado em observador de distúrbio. No caso de sistemas MIMO com atrasos de tempo representados no domínio da frequência, foi aplicada a estrutura proposta e a formulação de síntese a dois problemas de controle de processos. Os controles baseados no observador de distúrbios resultantes, baseados na função de transferência equivalente, não afetam as respostas de controle por realimentação para rastrear os sinais de referência e melhoram significativamente a rejeição de perturbações com filtragem adequada dos ruídos de medição. Quando comparada a outras estratégias existentes, a metodologia proposta foi mais eficiente considerando os três objetivos de controle: rastreamento do sinal de referência, rejeição de perturbações e atenuação de ruído de medição. A limitação do método proposto é que o modelo nominal precisa ter termos na forma de funções de transferência de primeira ordem mais tempo de atraso.

O controle baseado no observador de distúrbio para os sistemas representados no domínio do tempo foi estudado por meio de dois exemplos ilustrativos. Por meio dos resultados foi possível perceber que o desempenho do observador está ligado aos canais de entrada tanto do distúrbio quanto do sinal de controle. Quando ambos entram no mesmo canal, ou seja, quando interferem nos mesmos estados, o observador de distúrbio consegue reduzir ou até mesmo eliminar os efeitos dos distúrbios.

5.2 Trabalhos Futuros

Visando oportunidades para continuidade desta pesquisa, as seguintes investigações se tornam relevantes para aprimoramento das características do controle baseado em observadores de distúrbios:

- No caso de sistemas representados no domínio da frequência, realizar simulações em que o modelo nominal é diferente do modelo da planta para verificar se as propriedades de robustez do DOBC para sistemas SISO se estendem para os sistemas multivariáveis de fase não mínima.
- No caso de sistemas representados no espaço de estados, estudar a possibilidade de usar uma realimentação dinâmica dos distúrbios estimados ao invés da realimentação estática dada pela matriz de ganhos K_d. Esta realimentação dinâmica poderia incluir a inversa da função de transferência relacionando $u(t)$ com $y(t)$.
- Verificar se o controle baseado em observador de distúrbios, quando implementados em sistemas incertos, oferecem as vantagens aqui apresentadas.

- Estudar a viabilidade do uso das técnicas de síntese do controle baseado em observador de distúrbio, aqui propostas, para sistemas não lineares.

5.3 Trabalho apresentado em evento científico relativo à dissertação

- PEREIRA, D. F., GONÇALVES, E. N.. Projeto de Controle Ótimo Baseado em Observador de Distúrbio com Uso de Otimização Evolutiva. In: ANAIS DO 14° SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 2019, Ouro Preto. Anais eletrônicos. Galoá, 2019. Disponível em: <https://proceedings. science/sbai-2019/papers/projeto-de-controle-otimo-baseado-em-observador-de-disturbio-com-uso-de-otimizacao-evolutiva>.

Referências

AN, H.; LIU, J.; WANG, C.; WU, L. Disturbance observer-based antiwindup control for air-breathing hypersonic vehicles. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, p. 3038–3049, 2016. Citado na página 6.

APKARIAN, J.; ABDOSSALAMI, A. **Active Suspension Experiment for MATLAB®/Simulink® Users - Laboratory Guide**. Markham, Ontario, Canada, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 84 e 85.

BHATTACHARYYA, S. Observer design for linear systems with unknown inputs. **IEEE Transactions Automatic Control**, v. 23, n. 3, p. 483–484, junho 1978. Citado na página 4.

BRISTOL, E. On a new measure of interactions for multivariable process control. **IEEE Trans. Automat. Contr.**, v. 11, n. 1, p. 133–134, Agosto 1966. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.

CAI, W.-J.; NI, W.; HE, M.-J.; NI, C.-Y. Normalized decoupling - a new approach for MIMO process control system design. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 47, p. 7347–7356, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 6, 18 e 20.

CASTRUCCI, P. L.; BITTAR, A. S.; MOURA, R. **Controle automático**. Rio de Janeiro: LTC, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 13, 14 e 15.

CHEN, W. H.; BALLANCE, D. J.; GAWTHROP, P. J.; GRIBBLE, J. J.; O'REILLY, J. A nonlinear disturbance observer for two link robotic manipulators. **Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control**, v. 4, p. 3410–3415, 1999. Citado na página 6.

CHEN, W. H.; YANG, J.; GUO, L.; LI, S. Disturbance observer based control and related methods - an overview. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, n. 2, p. 1083–1095, Fevereiro 2016. Citado 3 vezes nas páginas 1, 3 e 13.

CHEN, X.; TOMIZUKA, M. Optimal decoupled disturbance observers for dual-input single-output systems. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 136, n. 5, p. 51018–51016, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 60.

CHEN, X. S.; YANG, J.; LI, S. H.; GUO, L. Disturbance observer based multivariable control of ball mill grinding circuits. journal of process control. **Journal of Process Control**, v. 19, n. 7, p. 1205–1213, Julho 2009. Citado na página 1.

CHENG, S. L.; HWANG, C. Optimal approximation of linear systems by a differential evolution algorithm. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A:Systems and Humans**, v. 31, n. 6, p. 698–707, Novembro 2001. Citado na página 32.

CHOI, Y.; YANG, K.; CHUNG, W. On the robustness and performance of disturbance observers for second-order systems. **IEEE Transactions Automatic Control**, v. 48, n. 2, p. 315–320, 2003. Citado na página 5.

DAS, S.; SUGANTHAN, P. N. Differential evolution: A survey of the state-of-the-art. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 15, n. 1, p. 4–31, Fevereiro 2011. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 35.

DEB, K.; AGARWAL, A.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGAII. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, p. 182–197, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 32, 37 e 39.

GOLDBERG, D. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. **MA: AddisonWesley Professional**, 1989. Citado na página 31.

GONçALVES, E.; BACHUR, W.; PALHARES, R.; TAKAHASHI, R. Robust reference model dynamic output-feedback control synthesis. **International Journal of Control**, v. 84, p. 2067–2080, 2011. Citado na página 52.

GUIMARAES, F. G. Algoritmos de evolução diferencial para otimização e aprendizado de máquinas. **Anais do IX Congresso Brasileiro de Redes Neurais / Inteligência Computacional (IX CBRN)**, Ouro Preto, 2009. Citado na página 32.

GÜVENÇ, B.; GÜVENÇ, L.; KARAMAN, S. Robust MIMO disturbance observer analysis and design with application to active car steering. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 20, n. 8, p. 873–891, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 58.

HAGA, H.; SAYAMA, K.; OHISHI, K.; SHIMIZU, T. Fine voltage control based on frequency separation two-degrees-of-freedom control for single-phase inverter. **IEEJ Journal of Industry Applications**, v. 5, n. 6, p. 413–421, 2016. Citado na página 2.

HE, M.-J.; CAI, W.-J.; NI, W.; L.-HUAXIE. RNGA based control system configuration for multivariable processes. **Journal of Process Control**, v. 19, n. 6, p. 1036–1042, Junho 2009. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.

HONGDONG, Z.; GUANGHUI, Z.; HUIHE, S. Control of the process with inverse response and dead-time based on disturbance observer. **American Control Conference**, v. 7, p. 4826–4831, 2005. Citado na página 5.

JIMéNEZ, S. P.; MACIEL, F. M.; SORIANO-EQUIGUA, L.; CASTILLO, V. H.; ÁLVAREZ, J. L. A differential evolution-based algorithm for calculating beamformers in MIMO systems. **10th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)**, p. 1–5, 2015. Citado na página 33.

JIN, Q.; JIANG, B.; WANG, Q.; SHAN, G. Decoupling internal model control for non-square processes based on equivalent transfer function. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, v. 36, n. 8, p. 1114–1131, 2014. Citado na página 6.

JOHANSSON, K. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 8, p. 456–465, 2000. Citado 15 vezes nas páginas vi, vii, viii, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 76 e 78.

JOHANSSON, K. H. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 8, n. 3, p. 456–465, May 2000. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 49.

JOHNSON, C. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 16, n. 6, p. 635–644, Dezembro 1971. Citado na página 4.

JOHNSON, C. Accommodation of disturbances in optimal control problem. **International Journal of Control**, v. 15, n. 2, p. 209–231, Fevereiro 1972. Citado na página 4.

JOHNSON, C. D. Optimal control of the linear regulator with constant disturbances. **IEEE Transactions on Automatic Control**, n. 4, p. 416–421, Agosto 1968. Citado na página 4.

JOHNSON, C. D. Real-time disturbance-observers; origin and evolution of the idea part 1: The early years. **IEEE 40th Southeastern Symposium System Theory**, p. 88–91, Março 2008. Citado na página 3.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. **Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks**, 1995. Citado na página 31.

KIRKPATRICK, S.; GERLATT, C. D. J.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **Science**, v. 220, p. 671–680, 1983. Citado na página 31.

LI, S.; YANG, J.; CHEN, W. H.-.; CHEN, X. **Disturbance Observer-Based Control: Methods and Applications**. New York: CRC Press, 2014. ISBN 9781138199989. Citado 8 vezes nas páginas 3, 5, 7, 11, 12, 13, 15 e 16.

MARTINS, F. C. **Formulação multiobjetivo para síntese de observador proporcional integral**. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Centro Federal de Educação tecnológica de Minas Gerais, 2020. Citado na página 76.

MI, Y.; FU, Y.; LI, D.; WANG, C.; LOH, P. C.; WANG, P. The sliding mode load frequency control for hybrid power system based on disturbance observer. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, v. 74, p. 446–452, 2016. Citado na página 6.

OGATA, K. **Engenharia do Controle Moderno**. São Paulo: [s.n.], 2010. ISBN 9788576058106. Citado na página 15.

OGUNNAIKE, B. A.; LEMAIRE, J.; MORARI, M.; RAY, W. H. Advanced multivariable control of a pilotplant distillation column. **AIChE Journal**, v. 29, n. 4, p. 632–640, 1983. Citado 6 vezes nas páginas vii, xvi, 62, 63, 66 e 73.

OHISHI, K.; OHNISHI, K.; MIYACHI, K. Torque - speed regulation of DC motor based on load torque estimation method. **International Power Electronics Conference**, p. 27–31, 1983. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 11.

PLAGIANAKOS, V.; TASOULIS, D.; VRAHATIS, M. A review of major application areas of differential evolution. **Chakraborty, U. (Ed.), Advances in Differential Evolution**, v. 143, n. 1, p. 197–238, 2008. Citado na página 32.

PRICE, K.; STORN, R. **Differential Evolution (DE) for Continuous Function Optimization (an algorithm by Kenneth Price and Rainer Storn)**. [S.l.], 2014. Disponível em: <http://www1.icsi.berkeley.edu/~storn/code>. Citado na página 34.

RADAKE, A.; GAO, Z. A survey of state and disturbance observers for practitioners. **IEEE. American Control Conference**, p. 5183–5188, Junho 2006. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 10.

REN, C.-E.; DU, T.; LI, G.; SHI, Z. Disturbance observer-based consensus control for multiple robotic manipulators. **IEEE Access**, v. 6, p. 51348–51354, Setembro 2018. Citado na página 7.

ROBI, T.; FILIPI, B. Demo: Differential evolution for multiobjective optimization. **Lecture Notes in Computer Science**, v. 3410, p. 520–533, 2005. Citado na página 32.

SARIYILDIZ, E.; OBOE, R.; OHNISHI, K. Disturbance observer-based robust control and its applications: 35th anniversary overview. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 67, n. 3, p. 2042–2053, Março 2020. Citado na página 3.

SCHAFFER, J. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. **Genetic Algorithms and their Applications: Anais do First International Conference on Genetic Algorithms**, v, p. 93–100, 1985. Citado na página 32.

SCHWEPPE, F. Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system inputs. **IEEE Transactions Automatic Control**, v. 13, n. 1, p. 22–28, Fevereiro 1968. Citado na página 4.

SHEN, Y.; CAI, W. J.; LI, S. Multivariable process control: Decentralized, decoupling, or sparse? **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 49, n. 2, p. 761–771, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 65.

SHEN, Y.; XU, Y. S. W. Centralized pi/pid controller design for multivariable processes. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 53, n. 25, p. 10439–10447, 2014. Citado na página 6.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL Analysis and design**. SBN 0-470-01168-8: JOHN WILEY & SONS, 2005. Citado na página 26.

STORN, R.; PRICE, K. **Differential Evolution - a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces**. Technical Report TR-95-012, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 32.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of Glbal Optimization**, v. 11, p. 341–359, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 37.

TAKAHASHI, R. H. C. **Notas de aula: Otimização Escalar e Vetorial, Vol. 2.** Belo horizonte, 2007. Citado 6 vezes nas páginas 30, 31, 37, 38, 39 e 40.

TICONA, W. G. C. **Algoritmos evolutivos multi-objetivo para a reconstrução de árvores filogenéticas**. Dissertação (Tese de doutorado) — USP, 2003. Citado na página 31.

UMENO, T.; HORI, Y. Robust speed control of DC servomotors using modern two degrees-of-freedom controller design. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 38, n. 5, p. 363–368, 1991. Citado na página 5.

UMENO, T.; KANEKO, T.; HORI, Y. Robust servosystem design with two degrees of freedom and its application to novel motion control of robot manipulators. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 40, n. 5, p. 473–485, 1993. Citado na página 5.

WANG, L.; SU, J. Disturbance rejection control for non-minimum phase systems with optimal disturbance observer. **ISA Transactions**, v. 57, p. 1–9, 2015. Citado na página 5.

WOOD, R.; BERRY, M. Terminal composition control of a binary distillation column. **Chemical Engineering Science**, v. 28, n. 9, p. 1707–1717, Setembro 1973. Citado 3 vezes nas páginas xvi, 52 e 53.

YANG, J.; CHEN, W. H.; LI, S. Autopilot design of bank-to-turn missiles using state-space disturbance observers. **UKACC International Conference on Control 2010**, p. 1–6, 2010. Citado na página 6.

YANG, J.; LI, S.; CHEN, X.; LI, Q. Disturbance rejection of ball mill grinding circuits using DOB and MPC. **Powder Technology**, v. 198, n. 2, p. 219–228, Março 2010. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 58.

ZHOU, L.; CHE, Z.; YANG, C. Disturbance observer-based integral sliding mode control for singularly perturbed systems with mismatched disturbances. **IEEE Access**, v. 6, p. 9854–9861, Setembro 2018. Citado na página 7.

ZHOU, P.; DAI, W.; CHAI, T.-Y. Multivariable disturbance observer based advanced feedback control design and its application to a grinding circuit. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 22, n. 4, p. 1474–1485, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 59.

ZITZLER, E.; LAUMANNS, M.; THIELE, L. Spea2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm. **Technical Report 103, Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK)**, v. 35, 2001. Citado na página 32.