



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

QUANTIFICAÇÃO DA MOBILIDADE URBANA EM REDES VIÁRIAS VIA FENÔMENOS DE PRIMEIRA PASSAGEM

EDUARDO AUGUSTO GONÇALVES BARBOSA

Orientador: Allbens Atman Picardi Faria
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientador: Alcides Volpato Carneiro de Castro e Silva
Universidade Federal de Ouro Preto

BELO HORIZONTE
FEVEREIRO DE 2020

EDUARDO AUGUSTO GONÇALVES BARBOSA

QUANTIFICAÇÃO DA MOBILIDADE URBANA EM REDES VIÁRIAS VIA FENÔMENOS DE PRIMEIRA PASSAGEM

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional

Linha de pesquisa: Métodos Matemáticos Aplicados

Orientador: Allbens Atman Picardi Faria
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientador: Alcides Volpato Carneiro de Castro e Silva
Universidade Federal de Ouro Preto

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL
BELO HORIZONTE
FEVEREIRO DE 2020

B238q Barbosa, Eduardo Augusto Gonçalves
Quantificação da mobilidade urbana em redes viárias via fenômenos de primeira passagem / Eduardo Augusto Gonçalves Barbosa. – 2020.
105 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.

Orientador: Allbens Atman Picardi Faria.

Coorientador: Alcides Volpato Carneiro de Castro e Silva.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Planejamento urbano – Modelos matemáticos – Teses. 2. Passeios aleatórios (Matemática) – Teses. 3. Sistemas multiagentes – Teses. 4. Engenharia de tráfego – Teses. 5. Teoria da rede – Teses. I. Faria, Allbens Atman Picardi. II. Castro e Silva, Alcides Volpato Carneiro. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 003.3

Agradecimentos

Aos meus pais, José Rui e Tânia, pelo apoio contínuo e irrestrito. Seus valores e ensinamentos me trouxeram até aqui.

À Bárbara, pela parceria nesses últimos anos, por escutar minhas ideias, me alimentar com muitas outras, e dedicar tanto do seu tempo a me ajudar.

Ao professor Alcides Castro e Silva, por sempre ouvir e investir nas minhas ideias, pela disponibilidade e disposição a elucidar minhas dúvidas, por ser uma excelente companhia para compartilhar um café e pelo ânimo de encarar o transporte coletivo ao meu lado.

Ao professor Allbens Atman, por ser uma constante fonte de preciosa inspiração, equilíbrio, valiosa orientação, confiança e pela precisão na identificação e solução dos problemas.

Aos professores Thiago Mattos e Arthur Magalhães, pela constante empolgação, acolhimento e esclarecimentos indispensáveis a este trabalho.

À FAPEMIG, pelo suporte financeiro e ao CEFET-MG, que forneceu a infra-estrutura necessária para a realização desta pesquisa.

Apresentemente despreziosos, despropósitos e aleatórios, os contatos nas ruas constituem a pequena mudança a partir da qual pode florescer a vida pública exuberante da cidade.

(Jane Jacobs, p. 44, Morte e Vida de Grandes Cidades)

Resumo

Mais de metade da população mundial vive em áreas urbanas, e este número chega a 80% na América Latina. Os desafios da sustentabilidade sócio-ambiental demandam a produção consistente de bases de dados sobre as dinâmicas urbanas. Essencial para alcançar estes objetivos, a mobilidade precisa assegurar acesso de pedestres ao transporte, consumo e lazer. Os estudos da morfologia urbana observam diferentes aspectos e utilizam ferramentas diversas, como a reprodução do espaço público como um grafo, aplicado pela primeira vez por Euler no problema das pontes de Königsberg. As informações geográficas fornecidas por voluntários assumem papel cada vez mais importante como fontes cartográficas e de dados para o planejamento urbano, com licença livre e aberta, plenamente acessíveis, e que podem representar a geometria viária. A exploração da rede viária por passeios aleatórios vem timidamente sendo utilizada nos estudos urbanos com resultados positivos na simulação do comportamento coletivo dos seres humanos. Os fenômenos de primeira passagem tem sido amplamente estudados em processos de difusão, isto é, aqueles resultantes de movimento aleatório de partículas com fluxo de uma região de alta concentração para uma região de baixa concentração. Este trabalho propõe a utilização de ferramentas matemáticas e computacionais combinadas à Teoria dos Grafos para quantificar dinâmicas de mobilidade de pessoas e veículos em redes viárias. Busca-se demonstrar a potencialidade do estudo dos fenômenos de primeira passagem, destacadamente o Tempo Médio de Primeira Passagem e o Índice de Uniformidade como medidas da integração funcional e espacial dos sítios urbanos em relação a múltiplos pontos de interesse de naturezas distintas. Um modelo baseado em agentes é implementado e aplicado a doze cidades internacionais com características distintas, para as quais são realizadas as medidas de tempo médio de primeira passagem e índice de uniformidade. Os resultados demonstram que a dinâmica sobre a rede viária apresenta comportamento bastante próximo ao de modelos de difusão em domínios confinados ou semi-confinados. O modelo baseado em agentes pode resultar em aplicações diretas no desenvolvimento de políticas públicas e na prática do planejamento urbano e de tráfego.

Palavras-chave: Mobilidade urbana, fenômenos de primeira passagem, difusão, caminhada aleatória, modelagem baseada em agentes, redes viárias, redes complexas.

Abstract

More than half of all humans are living in cities, and this number goes up to 80% on Latin America. The challenges of sustainable development demand the consistent production of databases on urban dynamics. Essential to achieve these goals, mobility needs to ensure pedestrian access to transportation, consumption and leisure. The studies of urban morphology can be focused on different aspects and use different tools, such as the reproduction of public space as a graph, applied for the first time by Euler in the problem of Königsberg bridges. Volunteered geographic information plays an increasingly important role as fully accessible cartographic and data sources that are openly licensed and can represent street geometry for urban planning purposes. The exploitation of the street networks by random walks has been used in urban studies with positive results in simulating the collective behavior of human beings. First-pass phenomena have been widely studied in diffusion processes, that is, those resulting from the random movement of particles with flow from a region of high concentration to a region of low concentration. This work proposes the use of mathematical and computational tools combined with Graph Theory to quantify pedestrian and vehicular dynamics on street networks. It seeks to demonstrate the potential of studying first-passage phenomena, especially the first hitting time and uniformity index, as measures of the functional and spatial integration of urban sites in relation to multiple points of interest of different natures. An agent base model is implemented and applied to twelve international cities with different characteristics, for which measurements of mean first passage time and uniformity index are performed. Results demonstrate that the dynamics over the road network presents a behavior very close to that of diffusion models in confined or semi-confined domains. The agent-based model can result in direct applications in public policy development and the practice of urban and traffic planning.

Keywords: Urban mobility, first-passage phenomena, diffusion, random walk, agent-based modelling, street networks, complex networks.

Lista de Figuras

Figura 1 – Representações de grafo sobre imagem de satélite	12
Figura 2 – Grafo simples com 4 vértices e 5 arestas.	13
Figura 3 – Grafo simples direcionado.	14
Figura 4 – Grafo simples ponderado, com pesos $s(i)$	15
Figura 5 – Multigrafo da rede viária.	15
Figura 6 – Esquema de passeio aleatório unidimensional.	20
Figura 7 – Passeio aleatório em uma dimensão.	21
Figura 8 – Histograma de distâncias da caminhada aleatória em uma dimensão.	24
Figura 9 – Esquema de passeio aleatório bidimensional.	25
Figura 10 – Passeio aleatório em duas dimensões.	26
Figura 11 – Histograma de posições da caminhada aleatória em duas dimensões.	28
Figura 12 – Possibilidades de passeio aleatório em rede.	30
Figura 13 – Tempos médios de primeira passagem em domínios circulares.	34
Figura 14 – Índice de uniformidade em domínios circulares.	34
Figura 15 – Distribuição de tempos de primeira passagem e de índices de uniformidade	35
Figura 16 – Padrões viários típicos para cada grupo.	37
Figura 17 – Diferentes padrões viários em cidades brasileiras.	37
Figura 18 – Simplificação dos dados do <i>OpenStreetMap</i>	39
Figura 19 – Cidades avaliadas.	41
Figura 20 – Tipos de RW em redes	42
Figura 21 – Casos de movimento do DTEW	44
Figura 22 – Diferentes tipos de RW e MSD correspondentes	45
Figura 23 – Exemplos de fronteira absorvente	47
Figura 24 – Avaliação da dissimilaridade para TPP	49
Figura 25 – Distribuições de graus para a rede de pedestres	54
Figura 26 – Distribuições de graus para a rede de veículos.	55
Figura 27 – Distribuições de comprimentos viários	56
Figura 28 – Distribuições de centralidade por mediação para redes de pedestres	57
Figura 29 – Distribuições de excentricidade	58
Figura 30 – Distribuições de centralidade por proximidade	59
Figura 31 – Histogramas polares de orientação das redes pedonais	60
Figura 32 – Histogramas polares de orientação das redes de veículos	60
Figura 33 – Redes espaciais semi-planares	63
Figura 34 – MSD para redes espaciais semi-planares	64
Figura 35 – MSD para pedestres	64
Figura 36 – MSD para veículos	66

Figura 37 – MSD em escala logarítmica	67
Figura 38 – Histogramas polares para o ângulo em relação à origem para pedestres	69
Figura 39 – Histogramas polares para o ângulo em relação à origem para veículos .	69
Figura 40 – Número de trânsitos por vértice para rede de pedestres de Belo Horizonte	70
Figura 41 – Distribuições $\Psi(\tau)$ e $P(w)$ para a rede de pedestres de Belo Horizonte.	71
Figura 42 – Número de trânsitos por vértice para rede de pedestres de Nova Iorque	72
Figura 43 – Distribuições $\Psi(\tau)$ e $P(w)$ para a rede de pedestres de Nova Iorque. . .	72
Figura 44 – Número de trânsitos por vértice por agentes distintos para rede de veículos de Belo Horizonte	73
Figura 45 – Distribuições $\Psi(\tau)$ e $P(w)$ para a rede de veículos de Belo Horizonte. .	74
Figura 46 – Número de trânsitos por vértice por agentes distintos para rede de veículos de Nova Iorque	75
Figura 47 – Distribuição de TPP e de índices de uniformidade para a rede de veículos de Nova Iorque.	75
Figura 48 – Modificação do índice de uniformidade com a distância da fronteira . . .	76
Figura 49 – TMPP para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 1000 m . . .	77
Figura 50 – Distribuições globais de TPP para todas as redes pedonais com fronteira absorvente a 1000 m	78
Figura 51 – Índices de Uniformidade para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 1000 m	80
Figura 52 – TMPP para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 5000 m . . .	81
Figura 53 – Distribuições globais de TPP para todas as redes de veículos com fronteira absorvente a 5000 m	82
Figura 54 – Índices de uniformidade para as redes de veículos e fronteira absorvente a 5000 m	85
Figura 55 – Medidas de assortatividade local e assortatividade local média	86
Figura 56 – Distribuições globais de TPP para todas as redes pedonais com fronteira absorvente a 500 m	99
Figura 57 – Distribuições globais de TPP para todas as redes de veículos com fronteira absorvente a 1000 m	99
Figura 58 – Distribuições globais de TPP para todas as redes de veículos com fronteira absorvente a 3000 m	99
Figura 59 – TMPP para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 500 m	101
Figura 60 – TMPP para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 1000 m . . .	102
Figura 61 – Índice de uniformidade para as redes de veículos e fronteira absorvente a 1000 m	103
Figura 62 – TMPP para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 3000 m . . .	104
Figura 63 – Índice de uniformidade para as redes de veículos e fronteira absorvente a 3000 m	105

Lista de Abreviaturas e Siglas

DTEW	Caminhada aleatória em tempo discreto sobre arestas [<i>discrete time edge walks</i>]
DTRW	Caminhadas aleatórias em tempo discreto [<i>discrete time random walks</i>]
FPP	Fenômenos de Primeira Passagem
MSD	Deslocamento quadrático médio [<i>Mean Squared Displacement</i>]
OSM	<i>OpenStreetMap</i>
PNDU	Política Nacional de Desenvolvimento Urbano
PNMU	Política Nacional de Mobilidade Urbana
PMBH	Prefeitura Municipal de Belo Horizonte
RW	Passeio Aleatório
TPP	Tempo de Primeira Passagem
TMPP	Tempo Médio de Primeira Passagem

Lista de Símbolos

A	Matriz de adjacência
W	Matriz de valores
$k(i)$	Grau do vértice i
$k(i)^+$	Grau de entrada do vértice i
$k(i)^-$	Grau de saída do vértice i
G	Grafo
v_i	Vértice i
V	Conjunto de arestas
$ V $	Ordem de um grafo
e_{ij}	Aresta entre os vértices v_i e v_j
E	Conjunto de vértices
$ E $	Tamanho de um grafo
$w(v_i)$	Peso de um vértice
W	Conjunto de pesos de vértices
$k(v_i)$	Grau do vértice i
$C_k(i)$	Centralidade de grau do vértice i
$\varepsilon(i)$	Excentricidade do vértice i
$C_A(i)$	Centralidade de autovetor do vértice i
L	Caminho mínimo médio de uma rede
$C_P(i)$	Centralidade por proximidade do vértice i
$C_M(i)$	Centralidade por mediação do vértice i
$C(i)$	Coeficiente de aglomeração do vértice i
C_T	Coeficiente de transitividade de uma rede
ρ	Assortatividade de uma rede quanto aos graus
θ	Intervalo de tempo
h	Distância percorrida

p	Probabilidade
q	Probabilidade
σ	Variáveis aleatórias
\vec{r}_1	Vetores aleatórios
n	Número de variáveis aleatórias
t	Tempo
x	Posição
a	Média
b	Variância
$g(k)$	Função característica
P	Probabilidade
ρ	Densidade de probabilidade
c	Velocidade média
r	Distância euclidiana da origem, em duas dimensões
$\langle \dots \rangle$	Média
Var	Variância
D	Coeficiente de difusividade
γ	Expoente de escala
τ	Tempo de primeira passagem
$\Psi(\tau)$	Distribuição de tempos de primeira passagem
ω	Índice de uniformidade
$P(\omega)$	Distribuição de índices de uniformidade
χ	coeficiente do termo quadrático
\mathcal{P}	Matriz de transição
H	Entropia de Shannon
φ	Índice de ordem-orientação
ρ_τ	Assortatividade de uma rede quanto aos TPP

Sumário

1 – Introdução	1
1.1 Motivação e justificativa	3
1.2 Objetivo	5
1.2.1 Objetivo Geral	5
1.2.2 Objetivos Específicos	5
1.3 Organização do Trabalho	6
2 – Fundamentação Teórica	7
2.1 A Mobilidade Urbana e a Cidade Polinucleada	8
2.2 Introdução às Redes Complexas	11
2.2.1 Elementos e Características das Redes Complexas	12
2.2.2 Propriedades das Redes Complexas	16
2.3 Método de Monte Carlo	19
2.4 Passeio Aleatório	19
2.4.1 Passeio Aleatório em Uma Dimensão	20
2.4.2 Passeio Aleatório em Duas Dimensões	25
2.4.3 Passeio Aleatório em Redes	29
2.5 Difusão em passeios aleatórios	31
2.6 Tempos de Primeira Passagem	33
3 – Metodologia	36
3.1 Preparação dos dados cartográficos	38
3.2 Áreas de estudo	40
3.3 Modelagem de Passeios em Redes Viárias	42
3.3.1 Difusão e Primeira Passagem em Redes Viárias	45
3.3.2 Algoritmos	50
3.3.3 Gerador de Números Pseudoaleatórios	51
4 – Resultados	53
4.1 Análise das Redes Viárias	53
4.2 Difusão	63
4.3 Tempo Médio de Primeira Passagem e Índice de Uniformidade	70
5 – Considerações Finais e Perspectivas	88
5.1 Perspectivas de Trabalhos Futuros	89
Referências	91

Apêndices	98
APÊNDICE A – Mapas de Tempos Médios de Primeira Passagem e Índices de Uniformidade	99

Capítulo 1

Introdução

No livro *Morte e Vida de Grandes Cidades*, Jane Jacobs defende que a cidade é uma obra coletiva que pertence às pessoas, e não ao poder público (JACOBS, 2000). A jornalista questiona o desenvolvimento urbano enquanto empreendimento, e reforça que os centros urbanos deveriam ser pensados a partir das emergências das relações sociais desenvolvidas no tecido urbano. A autora se preocupa em apresentar as estratégias necessárias indispensáveis ao funcionamento dos centros urbanos, entre as quais não se pode dispensar a acumulação de informações, tabuláveis e mapeáveis ou não, que possibilitam o desenvolvimento de diretrizes coerentes para o planejamento urbano.

Motivada pelo ensaio sobre ciência e complexidade da edição de 1958 do Relatório Anual da Fundação Rockefeller Center (WEAVER, 1991), Jacobs dedica um capítulo de seu livro à compreensão do tipo de problema que é a cidade e à inadequação do uso de metodologias clássicas de análise. Isso porque as cidades não são configuradas por elementos isolados e que podem ser abordados separadamente na resolução de conflitos, mas de condicionantes inter-relacionados e que variam simultaneamente de modo organizado.

Cidades são formadas por espaços e estoques fisicamente conectados por redes de infraestruturas, que suportam processos sociais e econômicos. Em seu processo constante de construção e renovação as dinâmicas humanas moldam o ambiente construído por meio de microintervensões na estrutura física, com resultados e padrões de macro escala imprevistos. A natureza da cidade em analogia a outros sistemas já foi discutida por vários autores de vertentes teóricas e períodos distintos, mas um fator comum é a necessidade de se analisar os fenômenos e dinâmicas urbanas de forma holística. Bettencourt (2013) destaca três analogias principais: os organismos biológicos, os ecossistemas e a máquina. O que todos têm em comum é a motivação por mitigar os impactos negativos das dinâmicas territoriais.

Em um momento anterior à prática de ordenação formal em larga escala, a pura

organização da arquitetura espontânea e autoproduzida era determinada por condicionantes históricos e naturais, como um organismo biológico. De acordo com Alexander (1977), os espaços urbanos se transformavam constantemente e gradualmente, de forma espontânea, em resposta às demandas sociais. As tecnologias de produção em massa do século XIX instigam o surgimento de correntes de pensamento que a percebem como sistemas, sujeitos a otimização, como as máquinas, que reflete nas correntes de pensamento do Movimento Moderno. A interpretação como sistema evolutivo é introduzida por Geddes (1949), assimilando a cidade em termos ecológicos, com o planejamento como um meio de orientar as transformações e não determiná-las. Mumford (1961) e Hall (1998) enfatizam o caráter histórico e orgânico da forma urbana, que persiste na publicação de Jacobs (BETTENCOURT, 2013).

A estrutura morfológica e relacional das infraestruturas urbanas e as características dos edifícios conduzem fluxos sociais, econômicos e informacionais. Há a necessidade de considerar essas propriedades dimensionais das cidades – segmentadas em campos de conhecimentos isolados, praticados por geógrafos, cientistas sociais e gestores urbanos – e compreender mais diretamente como a estrutura de interações humanas molda o espaço. A abordagem multidimensional dos fenômenos espaciais constitui o principal fundamento dos estudos geográficos e o caráter de cada área é dado pela integração das diferentes variáveis geográficas, que mediante sucessivas comparações de suas variações determinam um padrão de evolução do fenômeno estudado (MORAES, 2003).

As características da malha urbana geram e guiam processos sócioespaciais, que em troca transformam a estrutura do território. Essas dinâmicas dependem da configuração física do espaço, das relações morfológicas e funcionais entre os segmentos urbanos, das atividades desempenhadas e da intensidade das relações sociais. A subdivisão do território em áreas de atividades produtivas, de consumo e de habitação provocam deslocamentos pendulares e sazonais de bens e pessoas sobre as vias e infraestruturas urbanas. Assim, o transporte urbano assume importância fundamental no desenvolvimento social e econômico das cidades (FERRAZ; TORRES, 2001). Ao mesmo tempo que a população dos países em desenvolvimento depende dos meios de transporte não motorizados – caminhada, bicicleta e tração animal – e do transporte coletivo (VASCONCELLOS, 2000), as vias urbanas são progressivamente sobrecarregadas pelo transporte motorizado individual, resultado da inabilidade de seus sistemas de transporte acomodarem o crescimento acelerado (SCHRANK, 2004).

Redes espaciais de ruas, caminhos e linhas de transporte conduzem dinâmicas dos sistemas complexos urbanos. Neste trabalho interessa a conectividade e a mobilidade urbana. A *conectividade* de um sítio é quantificada por ferramentas da teoria dos grafos e aborda questões topológicas da malha urbana, já a *mobilidade* em uma rede viária trata da

velocidade e do tempo de movimento entre locais distintos da cidade (SAMPAYO; SOUSA-RODRIGUES, 2016). Mobilidade urbana é mais que o conjunto de serviços e meios de deslocamento de pessoas e bens nas cidades, mas o resultado de sua interação com as redes de infraestrutura.

Os estudos da morfologia urbana podem focar em diferentes aspectos e utilizar ferramentas diversas. Um destes métodos é a reprodução do espaço público como um grafo, aplicado pela primeira vez por Euler no problema das pontes de Königsberg (EULER, 1741), e que inspirou o que se veio a conhecer como representação *primal*, na qual as interseções e *cul-de-sacs*¹ são tomados como vértices, e as vias como arestas. A teoria da *sintaxe espacial* revigorou a abordagem do estudo de malhas viárias como redes (HILLIER; HANSON, 1989; BATTY, 2004), com novas interpretações dos elementos urbanos que podem vir a estruturar vértices e arestas. Outro progresso no campo é a aplicação da Modelagem Baseada em Agentes e Autômatos Celulares, pois algumas propriedades emergentes e características não lineares das cidades não podem ser observadas por abordagens reducionistas (BATTY, 2003).

Aparato central nesse trabalho, os Fenômenos de Primeira Passagem são um parâmetro chave na quantificação de fenômenos de transporte. O Tempo Médio de Primeira Passagem tem sido amplamente utilizado em processos de difusão, isto é, aqueles resultantes de movimento aleatório de partículas com fluxo de uma região de alta concentração para uma região de baixa concentração. São encontradas aplicações de fenômenos de primeira passagem na física (MATTOS et al., 2012), química (RICE, 1985), biologia (SAXTON, 2008), epidemiologia (LLOYD; MAY, 2001), ecologia (FAUCHALD; TVERAA, 2003; VISWANATHAN; RAPOSO; LUZ, 2008; MEJÍA-MONASTERIO; OSHANIN; SCHEHR, 2011), dentre outros. A análise matemática de redes espaciais urbanas também recebe bastante atenção por Blanchard e Volchenkov, que tratam da exploração de redes urbanas de canais e espaços livres por passeios aleatórios, e propõem o uso do tempo de primeira passagem como ferramenta de identificação da inteligibilidade e integração de um sítio no contexto, aplicada em representações *duais* não direcionadas, não ponderadas e não incorporadas ao plano Euclidiano (BLANCHARD; VOLCHENKOV, 2008a; BLANCHARD; VOLCHENKOV, 2008b).

1.1 Motivação e justificativa

As mais recentes abordagens do planejamento urbano estão voltadas à sustentabilidade socioambiental, e buscam reduzir as disparidades territoriais. A Lei Federal Nº 10.257 de 2001 – o Estatuto da Cidade – regula o uso da propriedade urbana em prol do

¹Termo utilizado para designar vias sem saída, ou ruas que possuem em sua extremidade um balão de retorno, típicas em condomínios de alto padrão ou loteamentos suburbanos norte-americanos.

bem coletivo, da segurança e do bem-estar dos cidadãos. O seu artigo 2º determina a necessidade da oferta de infraestrutura urbana, transporte e serviços públicos (BRASIL, 2001). A mobilidade urbana de qualidade é essencial ao desenvolvimento das funções sociais da cidade e ao bem-estar coletivo.

A administração do espaço urbano lida com múltiplos elementos cuja ordenação nem sempre é nítida. A condução das dinâmicas urbanas capaz de mitigar seus impactos negativos está submetida à disponibilidade de dados oriundos de fontes diversas e fragmentadas. Ainda que a evolução tecnológica permita gerenciar extensas bases de dados de indicadores sobre a mobilidade urbana o planejamento de transportes raramente adota métodos que superem as tradicionais pesquisas de Origem e Destino (GUTIÉRREZ, 2012). É necessário promover uma cultura de livre acesso à informação pública, pois mesmo os gestores locais enfrentam dificuldades em acessar informações ou bancos de dados relevantes de outros órgãos públicos (TORRES, 2013). O autor ainda ressalta que dados exclusivos a organizações privadas poderiam ter ampla utilização no planejamento de cidades. Entre esses se destacam as informações geoespaciais produzidas pelo *Google*, pelos aplicativos de aluguel de bicicletas e patinetes compartilhadas como *Yellow*² e *Grin*³, de motoristas particulares como *Uber*⁴ e *99*⁵, ou aplicativos de navegação como *Waze*⁶ e *Moovit*⁷.

Segundo Bezerra (2000), embora haja diversos esforços do planejamento urbano e do transporte na resolução dos conflitos da mobilidade urbana, como o *Smart Growth*, o *Urban Sprawl*, o *Transit Oriented Development* e o *New Urbanism*, a produção nacional sobre o tema ainda é tímida e pouco explora a relação entre a forma urbana e a mobilidade do ponto de vista do planejamento urbano. Ponto comum a essas teorias e modelos é a infraestrutura urbana, que compreende o conjunto de subsistemas técnicos de equipamentos e serviços que suportam o desenvolvimento das funções urbanas. Zmitrowicz e Neto (1997) definem estas funções sob três aspectos: os sociais, os econômicos e os institucionais. O aspecto social seria o que visa a promoção das condições adequadas de moradia, trabalho, saúde, educação, lazer e segurança. A capacitação do desenvolvimento de atividades de produção e comercialização de bens e serviços caracterizam o aspecto econômico. Finalmente, o aspecto institucional caracteriza o provimento dos meios necessários ao desenvolvimento das atividades político-administrativas da própria cidade. A qualidade das atividades desempenhadas sobre a rede viária é um parâmetro determinante para que esses três aspectos desenvolvam-se adequadamente.

²Yellow, bicicletas e patinetes elétricos. Disponível em: <https://www.yellow.app/>

³Grin, patinetes elétricos. Disponível em: <https://www.ongrin.com/>

⁴Uber, motoristas particulares. Disponível em: <https://www.uber.com/>

⁵99, motoristas particulares e taxi. Disponível em: <https://99app.com/>

⁶Waze, comunidade de navegação. Disponível em: <https://www.waze.com/>

⁷Moovit, guia de transporte público. Disponível em: <https://moovitapp.com/>

A modelagem das dinâmicas de pedestres, ciclistas e veículos sobre a rede viária possui ainda grande potencial em processos de tomada de decisão espacial. Independente da forma de planejamento adotada, com gabaritos rígidos ou com legislação mais flexível, está sempre presente a lógica de obtenção e análise de dados que direcionam as diretrizes espaciais. É nesse sentido que a produção interdisciplinar de informações baseadas em teorias clássicas de várias disciplinas capaz de caracterizar o território urbano e suas dinâmicas de forma qualitativa e quantitativa se torna indispensável.

1.2 Objetivo

1.2.1 Objetivo Geral

Este trabalho propõe-se a estudar a viabilidade da utilização de caminhadas aleatórias, difusão e fenômenos de primeira passagem na exploração de redes viárias urbanas e quantificação das dinâmicas de fluxos de pedestres e veículos, observando influência da morfologia viária, para produção de dados capazes de embasar políticas públicas de mobilidade urbana e de planejamento de tráfego, e projetos urbanos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um algoritmo de passeio aleatório em redes, que avalie difusão e primeira passagem.
- Incorporar dados reais de morfologia urbana obtidos a partir de dados espacializados de colaboração coletiva.
- Identificar relações topológicas existentes nas redes viárias.
- Obter uma ferramenta capaz de gerar dados que qualifiquem a conectividade de sítios urbanos sob a perspectiva das dinâmicas de pedestres e veículos em redes.
- Produzir saídas gráficas e cartográficas que possibilitem detectar características do desenho viário que propiciem melhor acessibilidade, e identificar áreas prioritárias de intervenção.

1.3 Organização do Trabalho

O capítulo 1 destacou a necessidade de se estudar as cidades como um sistema complexo, introduziu ferramentas matemáticas e computacionais úteis para sua compreensão, e apresentou os objetivos da pesquisa. O capítulo 2 apresenta bases teóricas sobre as cidades, planejamento urbano e da mobilidade. Trata ainda dos conceitos e aspectos fundamentais para a elaboração do modelo de primeira passagem em redes urbanas, para a avaliação da *difusão* em centros urbanos, e as ferramentas utilizadas na quantificação e análise de seus processos. O capítulo 3 descreve a metodologia de pesquisa utilizada e esclarece métodos utilizados para produção dos resultados. No capítulo 4 são apresentados os resultados mais expressivos, relativos aos deslocamentos de pedestres e veículos com alcances cotidianos, além das estatísticas gerais das redes viárias e sua análise. Finalmente, o capítulo 5 apresenta uma breve discussão dos resultados, e trata das perspectivas do trabalho. Ainda, o apêndice A mostra resultados complementares, para viagens mais restritas.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Os modelos de simulação computacional aplicados ao planejamento urbano são estruturados em uma abordagem sistêmica que considera um número mensurável de fatores relacionados, parte de um fenômeno complexo, que levam a uma organização. Snowden e Boone (2007) apresentam como algumas características dos sistemas complexos o grande número de elementos que interagem localmente entre si; as interações são usualmente não lineares, com possibilidade de pequenas mudanças produzirem consequências desproporcionais; o fato do sistema ser dinâmico, com todo maior que a soma das partes e as soluções como resultado das circunstâncias, não podendo ser impostas, o que pode gerar emergências. Echenique (1975) define cidade como um sistema em que os elementos espaciais são inter-relacionados e qualquer alteração em um deles pode acarretar mudanças aos demais.

Os modelos urbanos são uma representação simplificada de um fenômeno que se deseja compreender. Para Crowther e Echenique (1972) um modelo é uma representação da realidade, feita através da expressão de certas características relevantes observadas, e no qual a realidade consiste de objetos ou sistemas que existem, existiram ou podem existir. Lee (2016) complementa que um modelo é normalmente uma declaração simplificada, genérica e abstrata das características mais importantes de uma situação real, a fim de adquirir clareza conceitual.

Modelos baseados em agentes são uma ferramenta conveniente para a representação de processos de interação populacional em redes de infraestruturas territorializadas. Agentes são entidades livres, independentes, e agem intencionalmente baseados na história, memória e percepção do entorno, são representações discretas móveis que contêm atributos e se locomovem espacialmente (PORTUGALI, 2012; FURTADO; DELDEN, 2011).

Este capítulo trata dos conceitos e aspectos fundamentais para a elaboração do *modelo de primeira passagem em redes urbanas*, e as ferramentas utilizadas na quantificação e análise de seus processos.

2.1 A Mobilidade Urbana e a Cidade Polinucleada

O planejamento urbano engloba toda ação do poder público sobre o espaço urbano e sobre os processos da urbanização. Para Souza (2001), o planejamento urbano é uma atividade de organização do desenvolvimento do espaço urbano, que regulamenta e acomoda as contradições e conflitos resultantes da evolução do território. Segundo Ferrari (2004), o planejamento urbano ordena o aspecto físico territorial de uma zona urbanizada, preocupando-se com as relações entre a cidade e o campo, e abrange escalas regional e nacional. A atuação do estado sobre o território se materializa nas legislações urbanísticas (VILLACA, 2010), e se manifesta historicamente com abordagens distintas.

A intensificação das dinâmicas urbanas e do processo de urbanização ocorre com a industrialização. É nesse período que os modelos sociais se transformam, o uso do solo se polariza, e as atividades relacionadas à produção do capital produtivo e da força de trabalho passam a definir os lugares do habitar, deslocar e trabalhar. A Revolução Industrial definiu um novo modelo de transporte e produção do espaço a partir da relação casa e trabalho (VUCHIC, 1981). A necessidade de resolução dos problemas que surgem com essa mudança são a origem do planejamento urbano. A legislação urbana moderna veio para gerir os conflitos entre a reprodução do capital e do trabalho quando o solo urbano deixava de ser um simples suporte para se tornar um insumo da nova cidade industrial, principalmente pela localização das atividades, e a cidade capitalista tinha de incorporar os custos da habitação, o transporte urbano e a infraestrutura.

É no começo do século XX que se iniciam as discussões sobre a importância dos deslocamentos locais. A polinucleação com base nas "unidades de vizinhança" é apontada em resposta à crise social e funcional urbana, e a demanda por habitação e equipamentos coletivos cria uma ordenação espacial focada na constituição de conjuntos urbanos economicamente autônomos e socialmente bem equipados (CASTELLS, 1983). Essa estrutura pode ser observada nas *new towns* inglesas, e permitem uma distribuição mais uniforme dos equipamentos comunitários acessíveis segundo a escala humana.

Com a Carta de Atenas, de 1933, o modelo "funcional" do urbanismo moderno atribui grande importância à setorização no planejamento urbano para elevar a qualidade de vida, com áreas para habitar, trabalhar e recrear, integradas pela circulação eficiente. O documento propunha retomar o equilíbrio pela reorganização dos espaços construídos e livres, e o zoneamento se torna base para o desenvolvimento dos planos diretores. No pós-guerra, as propostas de reorganização espacial da Europa estavam orientadas ao deslocamento de pessoas e veículos, com os conceitos de hierarquização viária, unidade de vizinhança e distribuição homogênea dos equipamentos comunitários.

A ordenação do território urbano nacional reflete essas mesmas transformações. Vil-

laça (1998) identifica três períodos principais do planejamento urbano no Brasil. Um primeiro do século XIX até 1930, herdeiro da forma urbana monumental, foi marcado pelos planos de embelezamento e melhoramentos que exaltavam a burguesia e destruíram a forma urbana colonial com o início do processo de industrialização e da arrancada econômica. Já havia uma preocupação com a fluidez, embora as questões de destaque fossem sanitárias e de higiene pública. O segundo, entre as décadas de 1930 e 1990, enquanto técnica de base científica influenciado pelo Movimento Moderno, buscava a solução dos problemas urbanos com enfoque no zoneamento monofuncional, estruturas urbanas hierarquizadas e na organização físico territorial das atividades no espaço urbano. Finalmente, a partir da década de 1990, é marcado pela reação ao processo de planejamento do período anterior, e conhecido como pós-Reforma Urbana.

Fica evidente nas cidades brasileiras a distribuição heterogênea da infraestrutura urbana e social, que destaca e reitera os processos de segregação socioespaciais. O modelo de produção do espaço urbano conduz a uma cidade formal e uma informal, resultado de apropriações sociais espontâneas em áreas menos valorizadas e da construção ortodoxa do espaço por empreendimentos e pelo poder público em áreas mais valorizadas. Segundo (VILLAÇA, 1998) os tipos de espaço influenciam os aspectos sociais ao mesmo tempo em que as dinâmicas da estrutura social provocam transformações no espaço e na estrutura do território. Segundo Maricato (2011, p.16) “ainda que o rumo tomado pelo crescimento urbano não tenha respondido satisfatoriamente a todas essas necessidades, o território foi ocupado e foram construídas as condições para viver nesse espaço”.

Em um panorama recente, as principais contribuições são motivadas pela grande aceleração do crescimento demográfico e desenvolvimento econômico após a década de 1950, na qual os códigos de obras e a legislação de zoneamento já não ofereciam instrumentos suficientes para atender às demandas sociais. A partir da década de 1970 houve uma importante retomada da política urbana e territorial, com produção da Lei de Parcelamento do Solo Urbano - 6766/77, a Lei de Zoneamento Industrial - 1817/78, e introdução do projeto de lei 775/83, que tratava do desenvolvimento urbano e introduzia instrumentos urbanísticos (QUINTO, 2003). Entretanto, ainda se fazia necessária uma legislação capaz de orientar o ordenamento frente às transformações da cidade, principalmente seu crescimento. É com a elaboração da Constituição Federal de 1988 que o Plano Diretor se torna o principal instrumento de garantia da função social da cidade. Ainda segundo o autor é ela que marca o reconhecimento de estratos sociais sem acesso à cidade formal e uma alteração significativa da cultura urbanística. A participação dos atores sociais e a temática dos transportes urbanos também adquire maior relevância (VASCONCELLOS, 2005).

Para regulamentar os Artigos 182 e 183 da Constituição Federal, que tratam da

execução da política de desenvolvimento urbano, é que surge o Estatuto da Cidade – Lei Federal Nº 10.257/2001, um conjunto de normas que regulam o uso da propriedade urbana em prol do bem coletivo, da segurança e do bem-estar dos cidadãos, bem como do equilíbrio ambiental (BRASIL, 2001). Reúne instrumentos urbanísticos, tributários e jurídicos para ampliar o controle sobre o território urbano, porém para que atinja sua plenitude depende da integração das políticas municipais. Em seu artigo segundo prevê, entre outros, a “garantia do direito a cidades sustentáveis, entendido como o direito à terra urbana, à moradia, ao saneamento ambiental, à infraestrutura urbana, ao transporte e aos serviços públicos, ao trabalho e ao lazer”. Faz-se complementar a Política Nacional de Mobilidade Urbana – lei Nº 12.587/2012, que se fundamenta na equidade no uso do espaço público e sistema viário e no acesso dos cidadãos ao transporte público.

A Política Nacional de Mobilidade Urbana orienta e institui diretrizes para a legislação local, além de regulamentar a política de mobilidade urbana, e a efetivação de seus objetivos deve ser incorporada no plano diretor estratégico municipal (BRASIL, 2012). É um eixo da Política Nacional de Desenvolvimento Urbano, que compreende um conjunto de princípios, diretrizes e normas que norteiam a ação do poder público e da sociedade na produção e gestão das cidades.

A atividade do poder público para ampliar as condições de aglomeração consiste portanto na regulação da produção privada do ambiente, no fornecimento e manutenção da infraestrutura, na mediação dos conflitos e interesses e na regulação das atividades desempenhadas no solo urbano. Esses objetivos se consolidam em conjunto com a Lei Orgânica, o Plano Diretor Municipal, a Lei de Parcelamento, Uso e Ocupação do Solo, e o Plano Diretor de Mobilidade Urbana. A articulação dos instrumentos reguladores municipais com sistemas de gestão da informação espacial se faz indispensável para a condução das dinâmicas espaciais de forma a assegurar o bem estar coletivo e mitigar os impactos negativos sobre o ambiente.

Os instrumentos normativos urbanos possuem potencial para redefinir a ordem sócioespacial, mas devem estar associados à capacidade de implementação, controle e fiscalização que são parte da gestão da cidade (ROLNIK; PINHEIRO et al., 2004). Entretanto a legislação urbanística, fundamentalmente manifestada na forma dos zoneamentos e parâmetros urbanísticos, estabelece uma cidade idealizada que se encontra desconectada das dinâmicas e configuração da cidade real (MARICATO, 2011). As dificuldades do planejamento urbano e o distanciamento entre o que se estabelece no conjunto de normas e as dinâmicas urbanas cotidianas se refletem nas deficiências do planejamento de transporte.

As rápidas modificações estruturais e funcionais do território urbano associadas à inaptidão do poder público em prover infraestrutura e atualizar os instrumentos normativos com celeridade resultam em problemas de circulação. Muitas cidades preterem o plane-

jamento do uso e ocupação do solo urbano e por consequência sofrem com redução do uso do transporte público em detrimento dos meios motorizados individuais, congestionamentos crônicos, queda de mobilidade e falta de acessibilidade (VASCONCELLOS, 2000). O processo acelerado de urbanização resulta na proliferação de aglomerados informais, desordens sociais e concentração de pobreza, com inúmeras características inerentes aos sistemas complexos (FEITOSA et al., 2011).

Os centros urbanos – onde se concentram os espaços de trabalho, consumo e serviços – permanecem como polos atratores de viagens, gerando um movimento pendular com as periferias. Esses deslocamentos podem ser analisados e compreendidos a partir dos fluxos da população espacialmente distribuída sobre a rede viária: a infraestrutura que canaliza e orienta os deslocamentos no espaço e no tempo. Compreender a distribuição espacial dos fenômenos sociais e suas relações, e detectar padrões que indiquem um comportamento particular é a base da análise espacial (ROSA, 2011).

2.2 Introdução às Redes Complexas

O estudo das redes e o desenvolvimento da teoria dos grafos teve início em 1735, com o trabalho de Leonhard Euler sobre o problema das sete pontes da cidade mercantil de Königsberg. A cidade era dividida em quatro aglomerações divididas pelo rio Pregel, conectadas entre si por sete pontes. Euler desenvolveu uma formulação abstrata, na qual cada região era representada por pontos, unidos por elos. Euler provou matematicamente a inexistência de um caminho que percorresse exatamente uma vez cada uma das pontes.

Em 1926 Otakar Borůvka publica um algoritmo para encontrar a árvore geradora mínima de uma rede, um grafo no qual somente há um caminho possível entre qualquer par de vértices, e este caminho é o menos oneroso, buscando a solução mais eficiente para a instalação de uma rede elétrica na Morávia (NEŠETŘIL; MILKOVÁ; NEŠETŘILOVÁ, 2001). Na década de 30 Jacob Moreno foi pioneiro no estudo de relações interpessoais com o uso de *sociogramas*, forma incipiente da análise de redes sociais (MORENO, 1934). Em 1959 Erdős e Rényi desenvolveram modelos para criação de grafos aleatórios que se tornaram um marco no campo (ERDÖS; RÉNYI, 1959; ERDÖS, 1960).

Em 1967, Milgram conduziu experimentos para demonstrar o *fenômeno de mundo pequeno*, que popularizou a noção dos seis graus de separação, que consistia no envio de centenas de cartas endereçadas a Boston partindo de regiões remotas, e caso portadores das correspondências não conhecessem o destinatário eram instruídos a encaminhá-las para pessoas que julgassem ter maior probabilidade de conhecer (TRAVERS; MILGRAM, 1977). Em 1998 Watts e Strogatz retomam a ideia de mundo pequeno com modificações no modelo de Erdős-Rényi (WATTS; STROGATZ, 1998). Em 1999 Barabasi e Albert desco-

briram que muitas das redes complexas reais possuem a distribuição de número de elos incidentes sobre cada nó que obedecem lei de potência (BARABÁSI; ALBERT, 1999).

Na década de 2000 o uso *PageRank* em algoritmos que identificam a relevância de conteúdo em páginas da internet fica em destaque, utilizado pelo motor de busca do *Google* (PAGE et al., 1999). As redes sociais digitais também recebem maior destaque com os portais de relacionamento, como o *Friendster* criado em 2002, *MySpace* criado em 2003, *Facebook* e *Orkut* fundados em 2004, *LinkedIn* e *Twitter* lançados em 2006, *WhatsApp* fundado em 2009, *Instagram* de 2010, e o *Snapchat* lançado em 2011, alguns destes já extintos (BOYD; ELLISON, 2007; MILLER et al., 2016).

2.2.1 Elementos e Características das Redes Complexas

A abordagem de redes para realizar análises espaciais e estudos de geografia urbana em cidades tem se popularizado desde a década de 1960. A maior parte dos estudos tem uma interpretação mais direta, que passou a ser conhecida como *problema primal*, no qual as interseções viárias são tidas como vértices, e as vias entre elas como arestas (BATTY, 2004). Há ainda a abordagem do *problema dual*, parte da *Sintaxe Espacial*, que é conjunto de técnicas de representação, qualificação e interpretação de configurações espaciais por técnicas computacionais, que considera as interseções viárias como elos abstratos que conectam vias¹ (BATTY, 2004; HILLIER; HANSON, 1989).

A representação do *problema primal* possui a possibilidade de considerar relações dimensionais, como comprimento da via, que a faz mais apropriada no estudo de fluxos de pessoas e veículos. Este é um caso particular de grafo denominado **geométrico**, pois está incorporado a um plano Euclideo (ARCHDEACON, 1996). A abordagem na forma do *problema dual* somente considera relações de conectividade, que a faz mais apropriada para estudar fluxos de informação. A figura 1 ilustra representações de grafo *primal* e *dual* do entorno da Praça Sete de Setembro de Belo Horizonte.

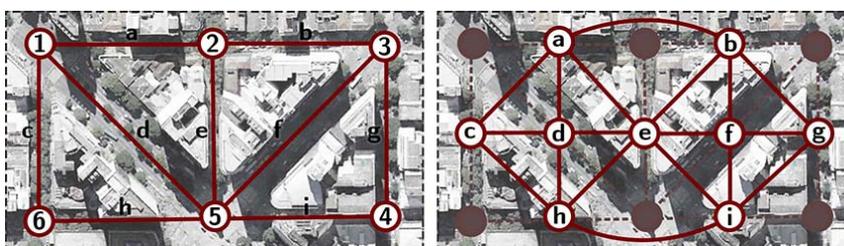


Figura 1 – Representações de grafo sobre imagem de satélite (*Google Maps*). À esquerda: grafo planar *primal*, à direita: grafo planar *dual*. Fonte: O autor (2019).

¹Em geral compreende-se que uma via é considerada contínua, e seus segmentos podem ser representados como um único vértice, se ela permanece linear ou possui desvios menores que uma restrição angular pré estabelecida. Há ainda outras abordagens de continuidade, como a permanência de nomenclatura (JIANG; CLARAMUNT, 2004).

Um grafo é portanto a representação de uma rede. Um grafo $G = (V, E)$ é formado por um conjunto de vértices V e um conjunto de arestas E , do qual cada aresta $e_{ij} = (v_i, v_j)$ incide sobre um par de vértices adjacentes, conectando-os. Em teoria dos grafos, o número de vértices, $|V| = n$, é chamado **ordem**, e a quantidade de arestas, $|E|$, **tamanho** de uma rede. Se em um grafo existe um caminho entre qualquer par de vértices, ele é dito **conexo**. Se cada par de nós distintos está conectado por uma aresta, o grafo é **completo**. A figura 2 ilustra um grafo conexo simples de ordem 4, $V = \{1, 2, 3, 4\}$, e tamanho 5, $E = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (3, 4)\}$. Grafos deste tipo, nos quais não há cruzamento de arestas, são chamados **planares** (BONDY; MURTY et al., 1976).

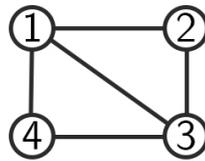


Figura 2 – Grafo simples com 4 vértices e 5 arestas. Fonte: O autor (2019).

Os grafos possuem duas representações mais comuns, que indicam as conexões entre os vértices: a matriz de adjacência e a lista de adjacência. Em uma matriz de adjacência A_{nn} , a conectividade é representada pelo elemento $a_{ij} = 1$ se há uma aresta entre os vértices i e j e $a_{ij} = 0$ caso contrário (e por conveniência, estabelece-se que $a_{ii} = 0$ se não há um laço, aresta cujas extremidades incidem sobre o mesmo vértice). De acordo com sua orientação, um grafo pode ser **direcionado**, se o conjunto de arestas E é formado por pares ordenados de vértices: $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$, ou **não direcionado**, se cada aresta incidir sobre ambos os nós: $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$. Em um grafo não direcionado a matriz de adjacência é simétrica.

Para o grafo ilustrado na figura 2, a matriz de adjacência é a seguinte:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} . \quad (2.2.1)$$

e sua lista de adjacência:

$$\begin{array}{l} \boxed{1} \rightarrow \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \\ \boxed{2} \rightarrow \boxed{1} \boxed{3} \\ \boxed{3} \rightarrow \boxed{1} \boxed{2} \boxed{4} \\ \boxed{4} \rightarrow \boxed{1} \boxed{3} \end{array} . \quad (2.2.2)$$

Embora a lista de adjacência seja mais eficiente em uso de memória computacional, as medidas topológicas da rede estão em geral associadas à representação matricial. A adição dos elementos de cada linha da matriz A , que representam os vértices entre o nó v_i e os nós v_j , resulta no número de arestas que incidem sobre o nó v_i . Esta medida é denominada **grau** do vértice, dada por

$$k(v_i) = \sum_{j \in V} a_{ij} \quad . \quad (2.2.3)$$

Se o grafo é direcionado, devem ser consideradas as arestas convergentes e divergentes, que determinam respectivamente o grau de saída $k(i)^+$ e de entrada $k(i)^-$

$$\begin{aligned} k(v_i)^+ &= \sum_{j \in V} a_{ij} \quad , \\ k(v_i)^- &= \sum_{j \in V} a_{ji} \quad , \\ k(v_i) &= k_i^+ + k_i^- \quad . \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

A figura 3 ilustra um grafo direcionado ordem 4 e tamanho 5, com sua matriz de adjacência e os graus de entrada e saída dos vértices.

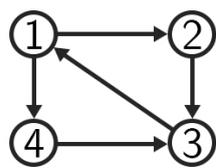


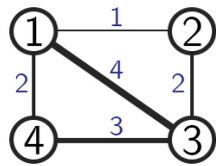
Figura 3 – Grafo simples direcionado. Fonte: O autor (2019).

$$\begin{array}{c} k(i)^+ \\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \\ k(i)^- \quad \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{array} \end{array} \quad (2.2.5)$$

Se uma rede é ponderada, do tipo $G = (V, E, W)$, há ainda o **grau ponderado**, ou força de um vértice, dado por

$$s(i) = \sum_{j \in V} w_{ij} \quad . \quad (2.2.6)$$

A figura 4 ilustra um grafo ponderado de ordem 4 e tamanho 5, com sua matriz de valores e a força dos vértices.



$$W = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} s(i) \\ 7 \\ 3 \\ 9 \\ 5 \end{matrix} \quad (2.2.7)$$

Figura 4 – Grafo simples ponderado, com pesos $s(i)$ representados em azul. Fonte: O autor (2019).

Um grafo pode possuir arestas múltiplas entre um mesmo par de vértices, caso no qual $a_{ij} = m_{ij}$, onde m_{ij} é o número de arestas que incide sobre vértices v_i e v_j . Ainda, é possível que um vértice possua uma aresta com as duas extremidades incidindo sobre si mesmo, do tipo $e = (v_i, v_i)$, implicando em $a_{ii} = 1$. Se uma destas duas situações ocorre em um mesmo grafo, ele é chamado **multigrafo**. Na ausência de ambas, tem-se um grafo **simples**. Essas situações são comuns na rede viária, principalmente em condomínios de alto padrão, como pode ser observado na figura 5. Vale destacar que este tipo de grafo não é necessariamente **planar**, pois vias expressas, viadutos, pontes e túneis podem constituir cruzamento de arestas.



Figura 5 – Multigrafo da rede viária. A aresta A possui um laço, e entre as arestas B e C existem duas arestas distintas. Condomínio Fazenda da Serra, Belo Horizonte. Grafo sobre imagem de satélite (*Google Maps*). Fonte: O autor (2019).

Várias redes reais possuem parâmetros associados a arestas, que podem representar a intensidade da relação entre os vértices i e j , ou impor alguma restrição de

fluxo entre ambos. Neste caso o grafo $G = (V, E, W)$ é denominado **ponderado**, e sua representação pode ocorrer pela matriz de valores W , similar à de adjacência mas com elementos $w_{ij} = w(e_{ij})$, onde $w(e_{ij})$ é o valor da aresta $e = (v_i, v_j)$ e satisfaz $w(e_{ij}) = 0$ se $(i, j) \notin E$ e $w(e_{ij}) > 0$ se $(i, j) \in E$. Pode também ser representado com listas de pares de adjacência e valores, do tipo $\boxed{i} \rightarrow \boxed{j} \boxed{w(e_{ij})}$.

Uma sequência de arestas sucessivas de um grafo recebe o nome de caminho. Se todas as arestas que compõem o caminho forem diferentes, ele é denominado **trajeto**. Quando não há repetição de vértices, tampouco de arestas, o caminho é chamado **simples**. Quando um caminho tem o mesmo vértice original e final, ele é denominado **ciclo**. Se em um grafo não é possível executar um ciclo, ele é dito **acíclico**. Ainda, se um caminho contém todos os vértices da rede apenas uma vez, ele é chamado **Hamiltoniano**, e se transita sobre todas as arestas exatamente uma vez, **Euleriano** (BALAKRISHNAN; RANGANATHAN, 2012).

2.2.2 Propriedades das Redes Complexas

Diversas ferramentas têm sido estudadas para caracterizar a estrutura das redes complexas em razão dos seus componentes, topologia e estatísticas. Um desses parâmetros elementares é a **distribuição de grau** $P(k)$, e complementarmente o grau médio $\langle k \rangle$, valor usualmente baixo em redes reais, especialmente em redes viárias. É comum ainda que redes reais apresentem a distribuição $P(k) \sim k^{-\gamma}$, compatível ao modelo de Barabási e Albert (1999). A distribuição de graus é dada por

$$P(k) = \frac{n(k)}{n} \quad , \quad (2.2.8)$$

onde $n(k)$ é o número de nós que possuem grau k , e $n = |V|$. Esta é uma das propriedades mais estudadas em redes (NEWMAN, 2003b). Os graus podem ser utilizados para mensurar a **centralidade de grau**, uma razão do grau do vértice pelo grau máximo possível, especialmente útil em redes muito conectadas:

$$C_k(i) = \frac{k(i)}{n - 1} \quad . \quad (2.2.9)$$

A mensuração dos **caminhos mais curtos** entre os pares de vértices também é importante. Em um grafo conexo sempre há um caminho mais curto entre dois vértices, d_{ij} , que compreende o número mínimo de arestas, ou conjunto de arestas com menor valor de combinado se o grafo é ponderado. A partir dessa medida, é possível determinar

a **excentricidade** ε de cada nó, o caminho mais curto máximo que um vértice possui até qualquer outro da rede:

$$\varepsilon(i) = \max_j d_{ij} \quad . \quad (2.2.10)$$

Enquanto a centralidade de grau simplesmente considera o número de arestas incidentes sobre um vértice em relação a todo o grafo, a **centralidade de autovetor** é uma medida de influência do vértice na rede que reconhece a existência de diferentes intensidades de relações (NEWMAN, 2016), e é uma extensão da centralidade de grau:

$$C_A(i) = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^n a_{ij} C_A(j) \quad , \quad (2.2.11)$$

onde λ e $C_A = A(C_A(1), \dots, C_A(n))$ são, respectivamente, o índice e o autovetor principal unitário associado à matriz de adjacência A com elementos a_{ij} . Nessa medida de centralidade, um vértice adjacente a outros mais centrais torna-se mais relevante.

Dentre todos os vértices que compõem o conjunto V , o caminho mais curto de menor valor determina o **raio** do grafo, enquanto o de maior valor, o **diâmetro** (SAYAMA, 2015). A partir dos caminhos mais curtos obtém-se também o **caminho mínimo médio**, a média dos caminhos mais curtos para todos os pares de vértices:

$$L = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} d_{ij} \quad . \quad (2.2.12)$$

Também chamados de geodésicas, os comprimentos dos caminhos mais curtos que partem de um vértice e alcançam todos os outros da rede são utilizados para avaliar a **centralidade por proximidade**. Nessa definição, quanto mais próximo um vértice está do restante mais central ele é. Assim, nós mais centrais possuem menores distâncias em média até outros vértices, e portanto menores valores. Obtém-se a medida por

$$C_P(i) = \left(\frac{\sum_j d_{ij}}{n-1} \right)^{-1} \quad . \quad (2.2.13)$$

Os caminhos mais curtos também são utilizados para determinar a importância topológica de um vértice, a **centralidade por mediação**, que considera quantas vezes o

nó faz parte de um caminho mais curto entre todos os pares de vértices da rede, e qualifica sua relevância nos fluxos de informação da rede:

$$C_M(i) = \sum_{i \neq j_1 \neq j_2} \frac{\sigma(i, j_2 | j_1)}{\sigma(i, j_2)} , \quad (2.2.14)$$

onde $\sigma(i, j_2 | j_1)$ é o número o total de geodésicas iniciados em i e finalizados em j_2 que passam por j_1 , e $\sigma(i, j_2)$ é a constante normalizadora definida pelo número total de caminhos mais curtos da rede partindo do vértice i para o vértice j_2 .

Outras ferramentas relevantes são **aglomeração** e **transitividade**, que avaliam a tendência de formação de ligações triangulares, o quanto os nós se agrupam na vizinhança (NEWMAN, 2016). O coeficiente de aglomeração pode ser medido por

$$C(i) = \frac{|\{e_{j_1, j_2} | d_{ij_1} = d_{ij_2} = d_{j_1 j_2} = 1\}|}{k(i)(k(i) - 1)/2} . \quad (2.2.15)$$

Enquanto a medida de aglomeração avalia a formação de triângulos na vizinhança, a transitividade considera o agrupamento em triângulos para toda a rede, e é dada pela equação (SAYAMA, 2015)

$$C_T = \frac{|\{(i, j_1, j_2) | d_{ij_1} = d_{ij_2} = d_{j_1 j_2} = 1\}|}{|\{(i, j_1, j_2) | d_{ij_1} = d_{ij_2} = 1\}|} . \quad (2.2.16)$$

Finalmente, outra medida recente desenvolvida por Newman (2003a) é a **assortatividade**, que descreve como os vértice se conectam a outros em uma rede, por similaridade ou dissimilaridade. A medida é expressa por um valor escalar $-1 < r < 1$, e varia de completamente disassortativa a assortativa, usualmente associada ao grau dos vértices:

$$\rho = \frac{4\langle k(v_1)k(v_2) \rangle - \langle k(v_1) + k(v_2) \rangle^2}{2\langle k(v_1)^2 + k(v_2)^2 \rangle - \langle k(v_1) + k(v_2) \rangle^2} , \quad (2.2.17)$$

onde $\langle \dots \rangle$ denota as médias sobre todas as arestas, e $k(v_1)$ e $k(v_2)$ são os graus dos vértices conectados por cada uma. A assortatividade também pode ser medida de acordo com outros parâmetros topológicos, como centralidade, ou outras características não topológicas dos vértices, como o seus pesos $w(v_i)$.

2.3 Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo foi introduzido na década de 40, para a construção de uma bomba atômica da Segunda grande Guerra no projeto Manhattan, mas metodologia de amostragem aleatória e a abordagem estocástica já haviam sido usadas anteriormente. Em 1777 Georges-Louis Leclerc propôs um problema de probabilidade geométrica no qual uma agulha de comprimento l é solta em um plano infinito, dividido por linhas paralelas equidistantes com separação d , onde $d > l$, e desejava-se saber qual a probabilidade dela cruzar a divisão entre duas peças (BADGER, 1994). O mesmo método foi aplicado por outros sucessivamente na primeira metade do século XIX, com resultados publicados por Asaph Hall (1873) e Lazzarini (1901).

Seu nome faz referência à cidade de Monte Carlo, capital de Mônaco, e aos jogos de azar com roletas dos cassinos. Surgiu de aplicações em armamentos nucleares durante a Segunda Grande Guerra, com a simulação de problemas probabilísticos envolvendo a difusão de nêutrons em material físsil (HAMMERSLEY; HANDSCOMB, 1964), e sua possibilidade de aplicação a problemas determinísticos foi popularizada por Enrico Fermi, Stanislaw Ulam, John von Neumann, e Nicholas Metropolis nos anos pós guerra (ECKHARDT, 1987).

É um mecanismo utilizado no desenvolvimento de modelos probabilísticos, com amostragem estatística em computador. Segundo Halton (1970) o método é definido representando a solução de um problema como um parâmetro de uma população hipotética, e utilizando uma sequência aleatória de números constrói-se uma amostra da população, a partir da qual estimativas estatísticas do parâmetro podem ser obtidas.

O método possui ampla aplicação em simulações estocásticas da física, química, biologia, engenharia, ciências sociais e econômicas. No *modelo de primeira passagem em redes urbanas* com fronteira refletiva e nós absorventes, o método de Monte Carlo é utilizado para simular estocasticamente a seleção do próximo sítio da rede a ser ocupado no passeio aleatório. Verifica-se na matriz de adjacência o número de vértices conectados ao ocupado que pertencem à área central estudada, e realiza-se um sorteio do nó destino.

2.4 Passeio Aleatório

Um *passeio aleatório* (RW) é um processo estocástico no qual a posição de uma partícula em um determinado instante de tempo depende apenas da sua posição no instante de tempo anterior, de uma constante que defina o comprimento do passo l , e de de alguma variável aleatória que defina a direção. É um processo estocástico Markoviano, pois a partir de um intervalo $[0, t]$ a distribuição de probabilidades do processo no instante $t + 1$ depende somente do valor do processo no instante t . Após um grande número de passos a forma da

caminhada apresenta invariância sob mudança de escala de observação, e sua distribuição de probabilidade obedece à equação de difusão.

Foi proposto por Karl Pearson em uma carta à Nature em 1905, quando buscava descrever a infestação de mosquitos em uma floresta. A questão consistia em um homem que iniciava sua caminhada do ponto 0 e dava um passo em linha reta com tamanho h , então ele poderia mudar sua direção de acordo com um ângulo qualquer θ , e dar um novo passo h (PEARSON, 1905). Foi reconhecido por Lord Rayleigh como análogo a uma versão mais geral, que havia solucionado em 1880, quando tratava da propagação de ondas sonoras em materiais heterogêneos (RAYLEIGH, 1880).

Nesta seção trata-se exclusivamente de passeios aleatórios em tempo discreto, nas quais os andarilhos realizam movimentos obedecendo intervalos de tempo iguais.

2.4.1 Passeio Aleatório em Uma Dimensão

A base dos modelos aqui tratados é a caminhada aleatória unidimensional, na qual o caminhante inicia na posição 0, e todos os passos obedecem a distância fixa $h = 1$ para a direita ou esquerda. A partícula se move ao longo de uma reta, e realiza um passo a cada intervalo de tempo θ . O sentido de cada passo independe do passo anterior, e ocorre com probabilidade p e $q = 1 - p$, como ilustra a figura 6. Se p e q são iguais a $1/2$ a caminhada é simétrica.

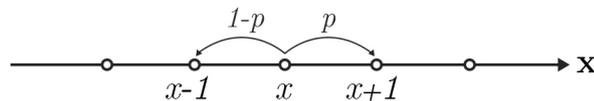


Figura 6 – Passeio aleatório unidimensional, x é a posição do caminhante no tempo t , $x + 1$ e $x - 1$ são as posições possíveis em $t + 1$, p e $1 - p$ são as respectivas probabilidades para esse passo. Fonte: O autor (2019).

O movimento da partícula é descrito por n variáveis aleatórias independentes $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$. Assim, σ_j representa a direção de salto da partícula no j -ésimo instante, que toma valores $+1$ e -1 respectivamente para p e q . A posição da partícula em $t = n\theta$ é $x = hm$ onde $m = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \dots + \sigma_n$.

Nesse movimento estocástico a partícula parte de $x_0 = x_0(t_0)$ e dado um intervalo de tempo Δt , ela passa a ocupar a posição $x_1 = x(t_0 + \Delta t)$. A partir da diferença entre as duas posições e define-se $\Delta x_1 = x_1 - x_0$. De forma geral tem-se $x_i = x(t_0 + i\Delta t)$ e $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$. Dada uma série de N eventos $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_{N-1}$ em um intervalo Δt tem-se o deslocamento quadrático médio, *Mean Squared Displacement* (MSD), $\langle x^2 \rangle = \langle \Delta x^2(\Delta t) \rangle$, onde $\langle \dots \rangle$ representa a média. O MSD é caracterizado pelo coeficiente de difusão, medida da velocidade com a qual ocorre, D . Em uma dimensão têm-se

$$D = \frac{\langle \Delta x^2(\Delta t) \rangle}{2\Delta t} \quad . \quad (2.4.1)$$

Quando se considera o tamanho do passo, tem-se $\langle \Delta x^2(\Delta t) \rangle = l2Dt$. O cálculo do MSD observa as posições x_i na série de intervalos temporais $\Delta t = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$, onde τ é o menor intervalo temporal. Os deslocamentos são calculados para cada Δt :

$$x_i = x(t_0 + i\Delta t) \quad ; \quad \Delta x_i(\Delta t) = x_i - x_{i-1} \quad . \quad (2.4.2)$$

O MSD é obtido pela média de todos os passos correspondentes a cada Δt :

$$\langle (\Delta x(\Delta t))^2 \rangle = \frac{1}{n} [(\Delta x_1(\Delta t))^2 + (\Delta x_2(\Delta t))^2 + \dots] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2(\Delta t) \quad , \quad (2.4.3)$$

onde n é dado por $(N - 1)\tau/\Delta t$.

O primeiro gráfico da figura 7 ilustra a posição de cada uma das 10^3 amostras de passeio aleatório em uma dimensão no decorrer de 10^4 passos. O segundo gráfico representa a média da distância percorrida ao quadrado, $\langle x^2 \rangle$, para a mesma simulação com 10^6 passos e 10^4 amostras do passeio aleatório em uma dimensão, e ajuste linear que forneceu $\langle x^2 \rangle \approx 2dt$, com $d = 0.51228$. O gráfico mostra em preto o resultado da simulação, e em vermelho o ajuste linear com coeficiente de determinação 0,99989:

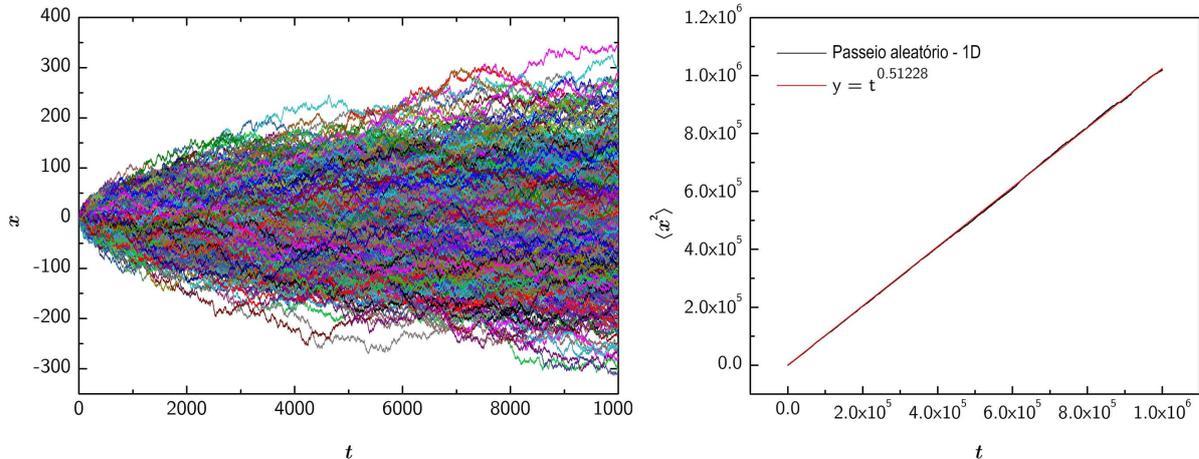


Figura 7 – Passeio aleatório em uma dimensão. À esquerda: 10^3 passeios aleatórios ao longo de 10^4 passos de tempo; à direita: MSD. Fonte: O autor (2019).

A média das variáveis aleatórias que representam os eventos independentes é definida por $\langle \sigma \rangle = \sum_i \sigma_i \rho(\sigma_i)$, onde σ_i representa os valores possíveis da variável σ e $\rho(\sigma_i)$

é a função de probabilidade desta variável. A variância das variáveis aleatórias é obtida da seguinte maneira: $\sigma^2 = \langle (\sigma - \langle \sigma \rangle)^2 \rangle = \langle \sigma^2 \rangle - \langle \sigma \rangle^2$, onde $\langle \sigma^2 \rangle$ representa o segundo momento da distribuição (SPIEGEL; SCHILLER; SRINIVASAN, 2016). A média e a variância do passeio aleatório são dadas, respectivamente, como

$$a = \langle \sigma_j \rangle = p - q \quad , \quad (2.4.4)$$

$$b = \langle \sigma_j^2 \rangle - \langle \sigma_j \rangle^2 = 1 - (p - q)^2 = 4pq \quad . \quad (2.4.5)$$

A função característica $g(k)$ da variável aleatória σ_j é definida como a transformada de Fourier da densidade de probabilidade associada a σ_j , isto é (OLIVEIRA, 2001; REDNER, 2001; KAMPEN, 1992),

$$g(k) = \int \rho(r) e^{ikr} dr = \langle e^{ikr} \rangle \quad , \quad (2.4.6)$$

que para o caso discreto, é a seguinte:

$$g(k) = \sum e^{ikr} \rho(r) = \langle e^{ikr} \rangle \quad . \quad (2.4.7)$$

A função característica reúne os valores da variável σ_j como 1 ou -1 , respectivamente, segundo as probabilidades p e q , e para $r = \sigma_j$:

$$\begin{aligned} g(k) &= \sum e^{ik\sigma_j} \rho(\sigma_j) \quad , \\ g(k) &= pe^{ik(+1)} + qe^{ik(-1)} \quad , \\ g(k) &= pe^{ik} + qe^{-ik} \quad . \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

A partir da função característica é possível obter a probabilidade $P_n(m)$ de uma partícula estar a m passos da origem após n intervalos de tempo. Assim:

$$G_n(k) = [g(k)]^n = (pe^{ik} + qe^{-ik})^n \quad , \quad (2.4.9)$$

$$G_n(k) = \sum_{m=-n}^n P_n(m) e^{ikm} \quad . \quad (2.4.10)$$

em que m assume os valores $-n, -n+2, \dots, n-2$, e n . A partir dessa equação determina-se a expansão binomial:

$$G_n(k) = \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} (pe^{ik})^l (qe^{-ik})^{n-l} \quad , \quad (2.4.11)$$

$$G_n(k) = \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} p^l q^{n-l} e^{ik(2l-n)} \quad .$$

A mudança de variável $m = 2l - n$ permite comparar a expressão obtida na equação 2.4.11 com a expansão binomial da equação 2.4.10. Assim, $P_n(m)$ pode ser expressa como a distribuição binomial:

$$P_n(m) = \frac{n!}{\left(\frac{n+m}{2}\right)! \left(\frac{n-m}{2}\right)!} p^{(n+m)/2} q^{(n-m)/2} \quad . \quad (2.4.12)$$

Com n variáveis independentes de mesma distribuição de probabilidade e mesma função característica $g(k)$, a média e a variância de m são, respectivamente,

$$\langle m \rangle = n \langle \sigma_j \rangle = n(p - q) \quad , \quad (2.4.13)$$

$$\langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2 = n(\langle \sigma_j^2 \rangle - \langle \sigma_j \rangle^2) = 4npq \quad . \quad (2.4.14)$$

Para obter a distribuição de probabilidades para $n \gg 1$ é necessário utilizar o teorema central do limite (OLIVEIRA, 2001), já que as variáveis aleatórias $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$ são independentes:

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi nb}} \exp \left\{ -\frac{(m - na)^2}{2nb} \right\} \quad . \quad (2.4.15)$$

Essa distribuição de probabilidade corresponde a uma distribuição gaussiana, como pode ser verificado no histograma de distâncias das partículas após $m = 10^4$ passos, resultado de simulação (figura 8).

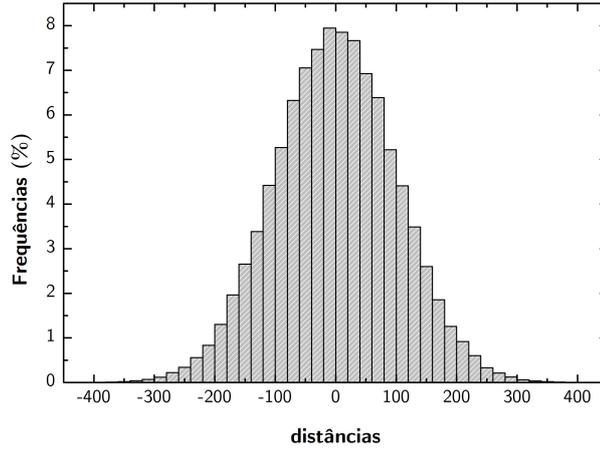


Figura 8 – Histograma de distâncias referente à caminhada aleatória em uma dimensão desempenhada por 10^5 partículas após 10^4 passos. Fonte: O autor (2019).

Sabendo que $t = n\theta$, $x = mh$, é feita a densidade de probabilidade $p(x, t) = P_n(m)/h$ da variável x no tempo t , dada por

$$p(x, t) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi nb}} \exp \left\{ -\frac{\left(\frac{x}{h} - na\right)^2}{2nb} \right\} , \quad (2.4.16)$$

$$p(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t \frac{bh^2}{\theta}}} \exp \left\{ -\frac{\left(x - t\frac{ha}{\theta}\right)^2}{2t\frac{bh^2}{\theta}} \right\} ;$$

e sabendo que $a = p - q$ e $b = 4pq$, é possível substituir

$$c = \frac{ha}{\theta} = \frac{h(p - q)}{\theta} , \quad (2.4.17)$$

$$D = \frac{h^2b}{\theta} = \frac{h^2 4pq}{\theta} , \quad (2.4.18)$$

chegando-se à forma

$$\rho(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi Dt}} \exp \left\{ -\frac{(x - ct)^2}{2Dt} \right\} , \quad (2.4.19)$$

onde $\langle x \rangle = ct$ e $\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = Dt$. Segundo Oliveira (2001), c é a velocidade média da partícula e D seu coeficiente de difusão. Iniciando todas na origem no instante inicial, seu espalhamento após algum tempo obedecerá à distribuição de probabilidades gaussiana ρ dada na equação (2.4.19). Para tempos longos a densidade de partículas será uma gaussiana centrada em $x = ct$ e com largura $\Delta = \sqrt{Dt}$.

2.4.2 Passeio Aleatório em Duas Dimensões

Para o passeio aleatório em duas dimensões sobre uma malha reticulada, a partícula inicia na origem do sistema de coordenadas $(0, 0)$, e a cada intervalo de tempo θ se desloca da posição anterior uma distância fixa $h = 1$ em um plano, de acordo com o vetor $\vec{r}_j = (x_j, y_j)$. No j -ésimo passo de tempo cada vetor \vec{r}_j pode assumir $\{(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)\}$.

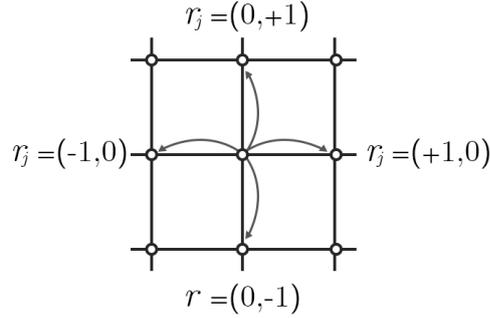


Figura 9 – Passeio aleatório bidimensional, \vec{r}_j é um vetor de variáveis aleatórias que determina o deslocamento. Fonte: O autor (2019).

As variáveis aleatórias $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$ são vetores aleatórios independentes com distribuição de probabilidades $P(\vec{r}_j) = P(x_j, y_j)$. Se todas as direções são igualmente prováveis, com probabilidade igual a $1/4$, a caminhada é simétrica. Iniciando em $(0, 0)$, a posição da partícula no instante de tempo $t = n\theta$ será a soma de todos os vetores, $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \dots + \vec{r}_n$.

Assim como no caso anterior, o MSD é caracterizado pelo coeficiente de difusão, definido pelo produto de duas equações de difusão em 1 dimensão:

$$D = \frac{\langle \Delta x^2(\Delta t) \rangle}{4\Delta t} \quad . \quad (2.4.20)$$

O cálculo do MSD observa as posições r_i na série de intervalos temporais $\Delta t = \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$, onde τ é o menor intervalo temporal. Os deslocamentos Δx e Δy são calculados para cada Δt , de forma análoga à equação 2.4.2. O deslocamento quadrático $(\Delta r)^2$ é a soma dos deslocamentos em respeito às duas dimensões:

$$(\Delta r_i(\Delta t))^2 = (\Delta x_i(\Delta t))^2 + (\Delta y_i(\Delta t))^2 \quad . \quad (2.4.21)$$

Ainda de forma análoga, o MSD é obtido pela média de todos os passos correspondentes a cada Δt :

$$\langle (\Delta r(\Delta t))^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta r_i^2(\Delta t) \quad . \quad (2.4.22)$$

O primeiro gráfico da figura 10 ilustra a posição de cada uma das 10^3 amostras de passeio aleatório em duas dimensões no decorrer de 10^4 passos. O segundo gráfico representa a média da distância percorrida ao quadrado, $\langle r^2 \rangle$, para a mesma simulação com 10^6 passos e 10^4 amostras do passeio aleatório em duas dimensões, e ajuste linear que forneceu $\langle x^2 \rangle \approx 2dt$, com $d = 0.50471$. O gráfico mostra em preto o resultado da simulação, e em vermelho o ajuste linear com coeficiente de determinação 0,99992:

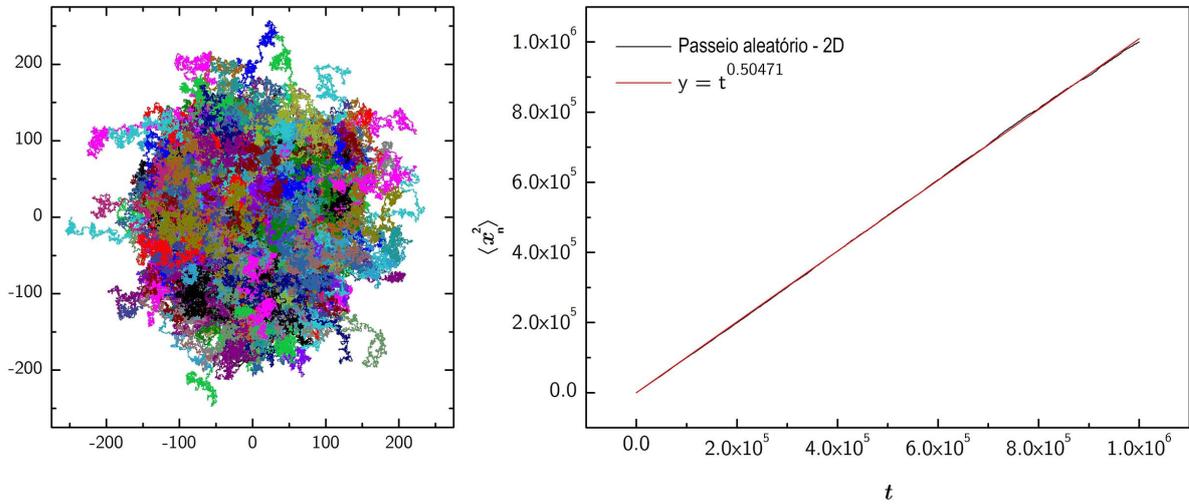


Figura 10 – Passeio aleatório em duas dimensões. À esquerda: 10^3 passeios aleatórios ao longo de 10^4 passos de tempo; à direita: MSD. Fonte: O autor (2019).

Para o caso bidimensional (OLIVEIRA, 2001; REDNER, 2001; KAMPEN, 1992), a função característica $g(\vec{k}) = g(k_1, k_2)$ é dada por

$$g(\vec{k}) = \int \int e^{i\vec{k}\vec{r}_j} P(\vec{r}_j) dx_j dy_j \quad , \quad (2.4.23)$$

que também pode ser escrita como

$$g(\vec{k}) = \langle e^{i\vec{k}\vec{r}_j} \rangle = \langle e^{i(k_1 x_j + k_2 y_j)} \rangle \quad . \quad (2.4.24)$$

A função característica $G(\vec{k})$ correspondente ao vetor aleatório $\vec{r} = (x, y)$ é

$$\begin{aligned} G(\vec{k}) &= \langle e^{i\vec{k}\vec{r}} \rangle = \langle e^{ik(r_1+r_2+\dots+r_n)} \rangle \quad , \\ G(\vec{k}) &= \langle e^{i\vec{k}r_1} \cdot e^{i\vec{k}r_2} \cdot e^{i\vec{k}r_3} \cdot \dots \cdot e^{i\vec{k}r_n} \rangle \quad , \\ G(\vec{k}) &= \langle e^{i\vec{k}r_j} \rangle^n = [g(\vec{k})]^n \quad . \end{aligned} \quad (2.4.25)$$

A densidade de probabilidade do vetor aleatório r é calculada por meio da expansão em termos de cumulantes, aproximada até a segunda ordem k^2 :

$$\begin{aligned} g(\vec{k}) &= \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n \frac{(i\vec{k})^n}{n!} \right\} \quad , \\ g(\vec{k}) &= \exp \left\{ i\vec{k} \cdot \kappa_1 + \frac{(i\vec{k})^2}{2} \cdot \kappa_2 + \dots \right\} \quad , \end{aligned} \quad (2.4.26)$$

onde κ_1 é a média e κ_2 a variância. Assim, temos

$$g(\vec{k}) = \exp \left\{ i(k_1 a_1 + k_2 a_2) - \frac{1}{2}(b_{11} k_1^2 + 2b_{12} k_1 k_2 + b_{22} k_2^2) \right\} \quad , \quad (2.4.27)$$

em que os cumulantes de primeira ordem são

$$\begin{aligned} a_1 &= \langle x_i \rangle \quad , \\ a_2 &= \langle y_i \rangle \quad , \end{aligned} \quad (2.4.28)$$

e os cumulantes de segunda ordem seguem

$$\begin{aligned} b_{11} &= \langle x_i^2 \rangle - \langle x_i \rangle^2 \quad , \\ b_{12} &= b_{21} = \langle x_i y_i \rangle - \langle x_i \rangle \langle y_i \rangle \quad , \\ b_{22} &= \langle y_i^2 \rangle - \langle y_i \rangle^2 \quad . \end{aligned} \quad (2.4.29)$$

Deste modo, para $t = n\theta$ grande, obedecendo a equação (2.4.25), temos

$$G(\vec{k}) = \exp \left\{ in(k_1 a_1 + k_2 a_2) - \frac{n}{2}(b_{11} k_1^2 + 2b_{12} k_1 k_2 + b_{22} k_2^2) \right\} \quad . \quad (2.4.30)$$

A densidade de probabilidade $P_n(\vec{r}) = P_n(x, y)$ do vetor aleatório $\vec{r} = (x, y)$ é obtida por

$$P_n(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int e^{-i\vec{k}\vec{r}} G(\vec{k}) dk_1 dk_2 \quad . \quad (2.4.31)$$

Substituindo a equação (2.4.30) em (2.4.31), obtém-se

$$P_n(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int e^{-i\vec{k}\vec{r}} \exp \left\{ in(k_1 a_1 + k_2 a_2) - \frac{n}{2} (b_{11} k_1^2 + 2b_{12} k_1 k_2 + b_{22} k_2^2) \right\} dk_1 dk_2 \quad , \quad (2.4.32)$$

que é uma gaussiana bidimensional descrita por

$$P_n(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{n^2 D}} \exp \left\{ \frac{1}{2nD} [b_{22}(x - na_1)^2 + 2b_{12}(x - na_1)(y - na_2) + b_{11}(y - na_2)^2] \right\} \quad , \quad (2.4.33)$$

em que $D = b_{11}b_{22} - b_{12}^2$.

A figura 11 ilustra as projeções do histograma em forma de gaussiana bidimensional da distribuição de posições para a simulação de 10^7 passeios aleatórios após 10^4 passos.

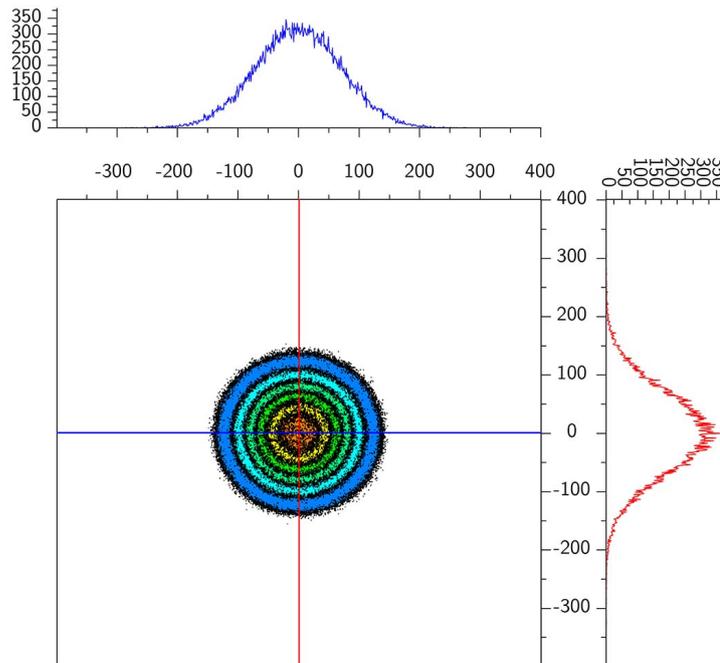


Figura 11 – Histograma de posições referente à caminhada aleatória em duas dimensões desempenhada por 10^7 partículas após 10^4 passos. Fonte: O autor (2019).

2.4.3 Passeio Aleatório em Redes

A maior parte dos trabalhos sobre passeios aleatórios em redes se restringe a redes binárias (NOH; RIEGER, 2004). O passeio aleatório elementar nesse tipo de rede inicia em um vértice qualquer. Diferente da caminhada aleatória realizada em uma dimensão, ou em um reticulado regular em espaço euclidiano, a cada intervalo de tempo θ , o caminhante percorre uma aresta incidente sobre o vértice que ocupa. Isso significa passar a ocupar um vértice vizinho, inclusive si mesmo se houver uma aresta do tipo laço.

Se o passeio aleatório em um grafo é simétrico, a escolha de arestas conectadas por vértices de mesmo comprimento ocorre com probabilidade igual a $1/k_i$, onde k_i é o grau do vértice. Isso significa que quando o andarilho se encontra em v_i ele se move para o vértice vizinho v_j através de uma aresta divergente com probabilidade proporcional a A_{ij} . O percurso é uma sequência de vértices $(v_{i_0}, v_{i_1}, \dots, v_{i_n})$. Assim, a probabilidade que um caminhante partindo do nó i esteja no nó j no próximo passo é dada por

$$p_{ij}(1) = \frac{a_{ij}}{k_i} \quad , \quad (2.4.34)$$

onde $a_{ij} = 1$ se existe uma aresta entre i e j , e $a_{ij} = 0$ caso contrário. De modo semelhante, a probabilidade que um caminhante que parta de i esteja em j após dois passos é

$$\begin{aligned} p_{ij}(2) &= \sum_{j_1 \neq j} p_{ij_1}(1) \cdot p_{j_1j}(1) \quad , \\ p_{ij}(2) &= \sum_{j_1 \neq j} \frac{a_{ij_1}}{k_i} \frac{a_{j_1j}}{k_{j_1}} \quad . \end{aligned} \quad (2.4.35)$$

De forma geral, a equação mestra de probabilidade P_{ij} , que permite determinar a probabilidade de transição de i para j após quaisquer t passos é dada por Noh e Rieger (2004):

$$\begin{aligned} p_{ij}(t) &= \sum_{j_1, \dots, j_{t-1}} p_{ij_1}(1) \cdot p_{j_1j_2}(1) \cdot \dots \cdot p_{j_{t-1}j}(1) \quad , \\ p_{ij}(t) &= \sum_{j_1, \dots, j_{t-1}} \frac{a_{ij_1}}{k_i} \cdot \frac{a_{j_1j_2}}{k_{j_1}} \cdot \dots \cdot \frac{a_{j_{t-1}j}}{k_{j_{t-1}}} \quad . \end{aligned} \quad (2.4.36)$$

Deste modo, assumindo um grafo simples de 4 vértices e 5 arestas, a probabilidade de um passeio aleatório que saia do vértice $i = 1$ terminar em $j = 4$ após $t = 3$ passos é dada por $p_{14}(3) = p_{12}p_{23}p_{34} + p_{12}p_{21}p_{14} + p_{14}p_{41}p_{14} + p_{14}p_{43}p_{34} + p_{13}p_{31}p_{14}$, como ilustra a figura 12.

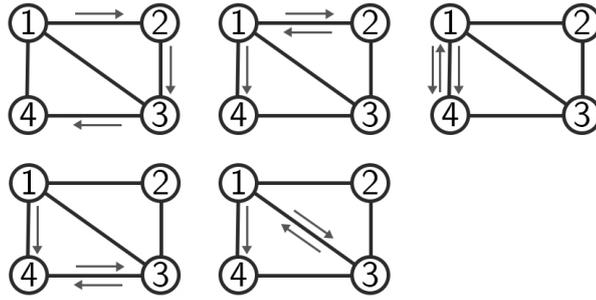


Figura 12 – Possibilidades de passeio aleatório de $i = 1$ a $j = 4$ com $t = 3$. Fonte: O autor (2019).

Esse passeio aleatório resulta em

$$p_{14}(3) = \frac{a_{12}}{k_1} \cdot \frac{a_{23}}{k_2} \cdot \frac{a_{34}}{k_3} + \frac{a_{12}}{k_1} \cdot \frac{a_{21}}{k_2} \cdot \frac{a_{14}}{k_1} + \frac{a_{14}}{k_1} \cdot \frac{a_{41}}{k_4} \cdot \frac{a_{14}}{k_1} + \frac{a_{14}}{k_1} \cdot \frac{a_{43}}{k_4} \cdot \frac{a_{34}}{k_3} + \frac{a_{13}}{k_1} \cdot \frac{a_{31}}{k_3} \cdot \frac{a_{14}}{k_1} ,$$

$$p_{14}(3) = \frac{7}{27} .$$

(2.4.37)

Assim, a probabilidade $p_{14}(3)$ é $7/27$. De forma similar, a partir de qualquer matriz de adjacência A_{IJ} , a equação (2.4.36) permite determinar a probabilidade de transição de i para j para qualquer tempo t .

Vale destacar que caminhada aleatória elementar em um grafo não ponderado é um caso particular de cadeia de Markov, pois possui simetria de tempo, ou seja, a probabilidade de percorrer uma sequência de vértices $(v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$ é a mesma de percorrê-los na ordem inversa, $(v_n, v_{n-1}, v_{n-2}, \dots, v_1)$ (ADLER; WALTERS, 1992).

Existem ainda outros tipos de passeios aleatórios em rede, entre os quais merece destaque aqueles realizados sobre redes ponderadas, como proposto por An-Cai et al. (2007) e Zhang, Shan e Chen (2013). Os autores desenvolvem os conceitos caminhada aleatória dependente do comprimento da aresta e dependente da força dos vértices. Enquanto no caso anteriormente exposto tem-se a matriz de transição $\mathcal{P} = K^{-1}A$ com $p_{ij} = a_{ij}/k_i$ e K a matriz diagonal de graus, em grafos ponderados a caminhada é tendenciosa.

Para a caminhada aleatória dependente do comprimento da aresta, um andarilho que se encontra em v_i se move para o vértice vizinho v_j através de uma aresta divergente com probabilidade associada à força do nó $s(i) = \sum_{j \in V} w_{ij}$ (Equação 2.2.6). Nesse processo de caminhada aleatória dependente de peso, as probabilidades de transição p_{ij} são dadas por

$$p_{ij} = \frac{w_{ij}}{s_i} ,$$

(2.4.38)

que compõem a matriz $\mathcal{P} = S^{-1}W$, com S a matriz diagonal de grau ponderado dos vértices. Isso significa que com essa abordagem quanto mais forte for um vértice mais frequentemente ele será visitado por um andarilho. A probabilidade de se encontrar um agente no vértice v_i é definida como a distribuição estacionária (NOH; RIEGER, 2004):

$$P_i = \frac{s_i}{\sum_j s_j} \quad . \quad (2.4.39)$$

Em um último caso, de caminhada aleatória dependente da força dos vértices, um agente no vértice v_i no instante t seleciona um de seus vizinhos v_j com probabilidade proporcional à força do vértice selecionado, que será ocupado em $t + 1$:

$$p_{ij} = \frac{s_j a_{ij}}{s'_i} \quad , \quad (2.4.40)$$

onde $s'_i = \sum_{l \in \nu(i)} s_l$ e $\nu(i)$ representa o conjunto de todos os vizinhos do vértice v_i . Se o agente inicia o percurso no vértice v_i a probabilidade de que esteja no vértice v_k após t passos temporais é indicada por $P_{ik}(t)$. A equação mestra para a probabilidade P_{ij} de encontrar o andarilho em j no tempo $t + 1$ é (AN-CAI et al., 2007):

$$P_{ij}(t + 1) = \sum_k \frac{s_j a_{kj}}{s'_k} P_{ik} \quad . \quad (2.4.41)$$

2.5 Difusão em passeios aleatórios

Vlahos et al. (2008) aponta a detalhada descrição do movimento de poeira no ar do poema de Lucrécio em *Da Natureza das Coisas* (60 AC), o movimento irregular de pó de carvão mineral sobre álcool descrito por Jan Ingenhousz e o movimento Browniano de pólen em fluidos descoberto pelo botânico Robert Brown em 1827 como os primeiros relatos científicos sobre esse fenômeno. O autor ainda destaca a relevância do trabalho de Thiele (1880) e da pesquisa independente de Einstein (1905) para os conceitos matemáticos relacionados a esse tipo de movimento.

A difusão é um fenômeno natural comum, que ocorre em geral quando um sistema se dirige a um estado de equilíbrio. Em um processo de difusão, um conjunto de elementos realiza uma trajetória aleatória, altamente imprevisível se observados individualmente. Entretanto, quando apreciados coletivamente, apresentam uma dinâmica regular que obedece a regras bem definidas. Em um processo termodinâmico, o calor flui de uma região com alta temperatura para uma região com baixa temperatura para alcançar o equilíbrio termodinâmico e maximizar a entropia do sistema.

A lei de Fick é a mais comumente utilizada para descrever esse comportamento em aplicações da física, físico-química e biologia. Segundo a lei, o montante de matéria que atravessa uma superfície unitária é proporcional ao gradiente da concentração do material na direção perpendicular à área (FICK, 1855), e é expressa por

$$J(x, t) = -D\nabla\rho(x, t) \quad , \quad (2.5.1)$$

onde $J(x, t)$ é a densidade de corrente de difusão, referente às partículas que transitam da região de mais alta concentração para de menor concentração. O coeficiente de difusão indica o quão rápida a quantidade medida por ρ difunde-se de regiões de altas concentrações para regiões de baixas concentrações, é dado por D e depende das propriedades do meio. Pela conservação da matéria, tem-se

$$\frac{\partial\rho(x, t)}{\partial t} + \nabla J(x, t) = 0 \quad . \quad (2.5.2)$$

Combinando as equações (2.5.1), a equação de continuidade (2.5.3), e assumindo D constante, obtém-se a equação de difusão:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = D\nabla^2\rho(x, t) \quad . \quad (2.5.3)$$

A equação de Fokker-Planck fornece a evolução temporal da variável de interesse. A equação descreve o movimento de partículas, e permite calcular a densidade de probabilidade de se encontrar uma partícula em determinada posição (RISKEN, 1996). Em uma dimensão, sua forma geral é

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [D^{(1)}(x, t)p(x, t)] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [D^{(2)}(x, t)p(x, t)] \quad , \quad (2.5.4)$$

na qual $D^{(1)}(x, t)$ é o coeficiente de arrasto e $D^{(2)}(x, t)$ o coeficiente de difusão, que podem depender das variáveis x e t ou serem constantes. Quando o coeficiente de difusão apresenta dependência temporal, significa que o processo guarda memória, e é não-Markoviana. Quando $D^{(1)}(x, t) = 0$ e $D^{(2)}(x, t) = D$ chega-se à equação de difusão obtida por Fick (2.5.3).

A caminhada aleatória simples é tipicamente difusiva, regida pela equação da difusão e apresenta um regime gaussiano para a posição. Viu-se na equação (2.4.14) que a variância da posição do andarilho é dada por $Var(x_n) = 4nqp$. Quando a variância de um processo estocástico cresce linearmente com o tempo, esse apresenta *difusão usual*.

Se o procedimento exibe dependência da variância com o tempo, o comportamento é chamado de *difusão anômala* (VLAHOS et al., 2008). A difusão anômala é um forte indício de não-Markovianidade, no sentido que uma cadeia de passos pode de alguma forma depender de passos anteriores. Para uma, duas ou três dimensões a dependência com o tempo do MSD difere apenas por um fator numérico:

$$\begin{aligned}\langle x^2(t) \rangle &= 2D\Delta t^\gamma & \text{para } 1\mathcal{D}, \\ \langle r^2(t) \rangle &= 4D\Delta t^\gamma & \text{para } 2\mathcal{D}, \\ \langle r^2(t) \rangle &= 6D\Delta t^\gamma & \text{para } 3\mathcal{D}.\end{aligned}\tag{2.5.5}$$

Se o fenômeno é usualmente difusivo, tem-se $\langle r^2(t) \rangle \sim D\Delta t^\gamma$ e $\gamma = 1$. É possível ainda que o comportamento seja anômalo, no qual $\langle r^2(t) \rangle \sim \Delta t^\gamma$, onde γ é o expoente de difusão anômala (MORGADO et al., 2002). Se $\gamma < 1$ tem-se um comportamento subdifusivo, e se $\gamma > 1$ comportamento superdifusivo.

2.6 Tempos de Primeira Passagem

Se considerarmos um passeio aleatório iniciado em x_0 , o *tempo de primeira passagem* (TPP) equivale à primeira vez que o caminhante alcança o alvo x_T , um sítio absorvente distante do primeiro. Assim, o TPP equivale à primeira ocorrência em um processo estocástico de um determinado valor, do cruzamento de uma fronteira, ou do encontro com um sítio específico, que normalmente são constantes mas podem ser processos estocásticos.

A partir dos TPP obtém-se o *tempo médio de primeira passagem* (TMPP). As aferições para o TMPP de passeios aleatórios em domínios circulares, com fronteiras absorventes correspondendo aos ângulos $\Theta = \pi/6$, $\Theta = \pi/2$, $\Theta = \pi$ auxiliam na elucidação do processo. Na simulação proposta, a partir de cada ponto são liberados 10^5 caminhantes independentes e não-interagentes. A cada instante de tempo, eles executam um movimento de comprimento 1 em um plano na direção $\varphi \in [0, 2\pi)$ com probabilidade simétrica. Para representar o domínio limitado, se a seleção de direção de caminhada implicasse em cruzar a fronteira em um trecho refletivo um novo ângulo era selecionado no mesmo instante, e o TPP era computado ao atravessar a fronteira absorvente. Para cada realização independente, obtém-se τ_i , a partir dos quais obtém-se $\langle \tau \rangle$. Os resultados podem ser visualizados na figura 13.

A distribuição dos TPP pode apresentar elevada diversidade entre as realizações individuais, fazendo com que o TMPP não seja uma medida adequada para caracterizar o processo estocástico. Para identificar estes casos, Mattos et al. (2012) empregam o conceito de simultaneidade de primeira passagem. No método avalia-se com ferramentas

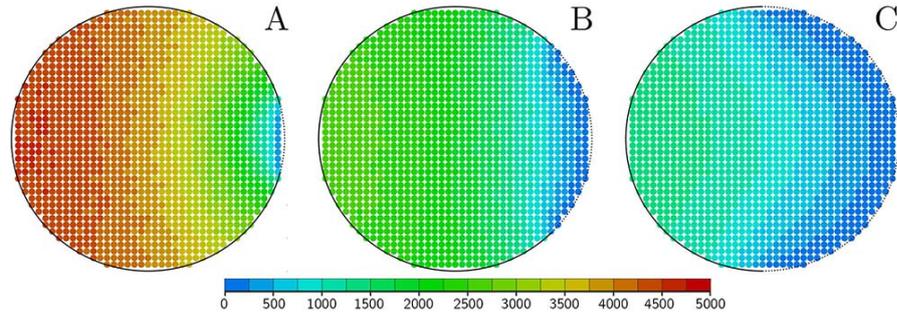


Figura 13 – Tempos médios de primeira passagem, $\langle \tau \rangle$, em domínios circulares. Fronteiras absorventes com abertura *A*: $\Theta = \pi/6$, *B*: $\Theta = \pi/2$, *C*: $\Theta = \pi$. Os pontos de origem são representados com cores frias (tons próximos ao azul) para *TMPP* pequenos, e cores quentes (tons próximos ao vermelho) para *TMPP* grandes. Fonte: O autor (2019).

estatísticas múltiplas combinações possíveis de pares de ocorrências de primeira passagem independentes.

O procedimento consiste em computar a ocorrência de primeira passagem para uma caminhada aleatória, obtendo o tempo τ_1 quando a partícula alcança a fronteira ou sítio absorvente, e em seguida avaliar uma nova caminhada aleatória com mesma origem, que resulta em τ_2 . Então verifica-se o índice de uniformidade, ω , que é definido por

$$\omega \equiv \frac{\tau_i}{\tau_i + \tau_j} \quad , \quad (2.6.1)$$

onde ω está restrito ao intervalo $0 \leq \omega \leq 1$, e representa uma medida da probabilidade de que dois eventos de primeira passagem distintos ocorram em tempos similares. Simulação equivalente à de Mattos et al. (2012) em domínios circulares pode ser observada na figura 14, para os mesmos critérios previamente expostos utilizados na medida de TPP.

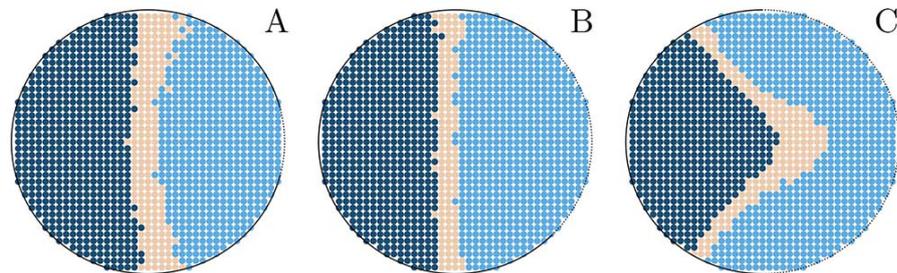


Figura 14 – Índice de uniformidade em domínios circulares. Fronteiras absorventes com abertura *A*: $\Theta = \pi/6$, *B*: $\Theta = \pi/2$, *C*: $\Theta = \pi$. Os pontos de origem possuem cor azul claro se $\chi < -\chi_*$, azul escuro se $\chi > \chi_*$, e bege se $|\chi| < \chi_*$. Fonte: O autor (2019).

A distribuição $P(\omega)$ possui duas formas bem definidas distintas quando realizada em domínios limitados: unimodal e bimodal. A primeira ocorre quando os tempos de primeira passagem medidos são próximos, e portanto o *TMPP* efetivamente caracteriza o comportamento de primeira passagem, e a última quando os tempos médios são muito diferentes.

Uma distribuição de tempos de primeira passagem unimodal com maior probabilidade em torno de $\omega = 1/2$ implica que o TMPP efetivamente caracteriza o fenômeno de primeira passagem, enquanto uma distribuição bimodal com um mínimo local em $\omega = 1/2$ significa que o TMPP tem pouca significância (MATTOS et al., 2012).

Para caracterizar a forma das distribuições de probabilidade de ω realiza-se o ajuste quadrático no intervalo $0.05 < \omega < 0.95$ de $P(\omega)$. O coeficiente χ do termo quadrático resultante da regressão é utilizado para identificar se a distribuição é unimodal ($\chi < \chi_*$), bimodal ($\chi > \chi_*$) ou regular ($|\chi| < \chi_*$) (MATTOS et al., 2012), onde χ_* é tipicamente 0. A distribuições características para três sítios iniciais distintos, $\Psi(\tau)$, dos tempos de primeira passagem, e $P(\omega)$, dos índices de uniformidade, podem ser observadas na figura 15.

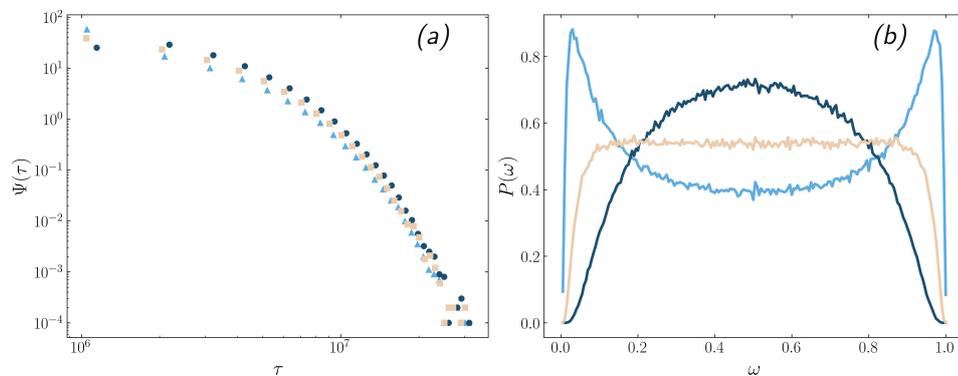


Figura 15 – (a) Distribuição de tempos de primeira passagem para um passeio aleatório em domínio circular com fronteira absorvente $\Theta = \pi/2$ para três origens distintas, representadas por cores e símbolos distintos com codificação correspondente à figura 14. (b) Distribuição $P(\omega)$ correspondente, com mesmas cores. Fonte: O autor (2019).

Capítulo 3

Metodologia

A noção básica de sociologia estrutural representa grupos de pessoas como uma rede na qual as pessoas são os vértices e suas relações individuais determinam arestas (WASSERMAN; FAUST et al., 1994). Conforme apresentado na seção 2.2, localizações proeminentes da rede exercem influência sobre suas conexões. Essas propriedades topológicas existem também nos sistemas econômicos, sociais e naturais.

A abordagem por redes está bastante presente nos estudos urbanos e as contribuições de Hillier e Hanson (1989) com a *Sintaxe Espacial* são de grande importância para o estabelecimento de correlações entre a acessibilidade topológica das vias e sua influência na atratividade de atividades humanas. Na interpretação *primal* da rede viária entidades geográficas (como interseções) são tomadas como vértices de um grafo, e posicionadas em um espaço Euclidiano bidimensional. Em uma representação mais indireta, a *dual*, os segmentos viários é que são tomados como vértices, e as interseções determinam a existência de arestas. Essa representação direciona à análise topológica da rede, que não mais pertence ao plano euclidiano e descartaria as informações dos logradouros, como forma ou comprimento.

O caso *primal* possui aplicações territoriais predominantes, principalmente quando a distância do sistema deve ser tratada em termos espaciais (metros) e não somente topológicos (cliques). Desse modo, fica claro que além de estar mais associada à percepção espacial diária dos seres humanos, a interpretação *primal* é mais adequada quando se trata do planejamento da mobilidade urbana e do transporte.

Para o desenvolvimento do trabalho proposto, adotam-se ferramentas da teoria dos grafos, e utiliza-se um modelo baseado em agentes independentes e não-interagentes sobre redes. Ainda, além da medida convencional de TPP, e da distribuição de probabilidades dos TMPP, é utilizada a medida do índice de uniformidade. A metodologia adotada é descrita a seguir, e refere-se à escolha das áreas estudadas e ao processo de modelagem.

Cidades diferentes possuem padrões de desenho urbano distintos. Louf e Barthelemy (2014) propõem um método qualitativo para identificar tipologias de cidades, a partir do qual definem quatro grupos, baseados na distribuição de formas e áreas das quadras:

- No grupo 1 as quadras possuem tamanho médio, com forma predominantemente quadrada ou retangular regular.
- No grupo 2 as cidades possuem predominantemente quadras pequenas com distribuição de formas bastante variadas.
- O grupo 3 é similar ao 2 na diversidade de desenho de quadras, porém é mais balanceado em áreas, com predominância de quarteirões médios.
- No grupo 4 as quadras possuem forma quadrada e áreas pequenas.

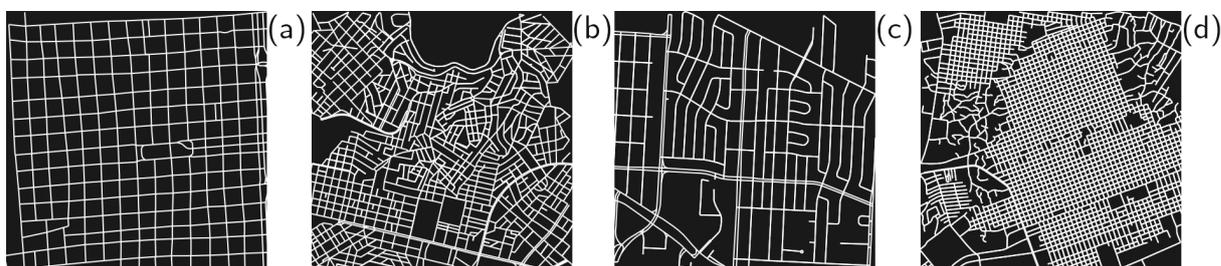


Figura 16 – Padrões viários típicos para cada grupo (a) Grupo 1: Buenos Aires; (b) Grupo 2: Atenas; (c) Grupo 3: Nova Orleans; (d) Grupo 4: Mogadíscio. Fonte: O autor, a partir de dados do *OpenStreetMap* (2019).

As cidades brasileiras também são bastante diversas. Para a análise pretendida neste trabalho é necessário definir quais as características das redes urbanas, ou de recortes locais, que podem ser um fator de integração funcional e espacial, e possibilitam um processo mais ou menos difusivo. A densidade viária, área das quadras, presença de barreiras físicas ou interrupções da malha urbana e o rigor geométrico do desenho orientado pelas limitações topológicas são bons critérios. Alguns exemplos locais são ilustrados na figura 17.

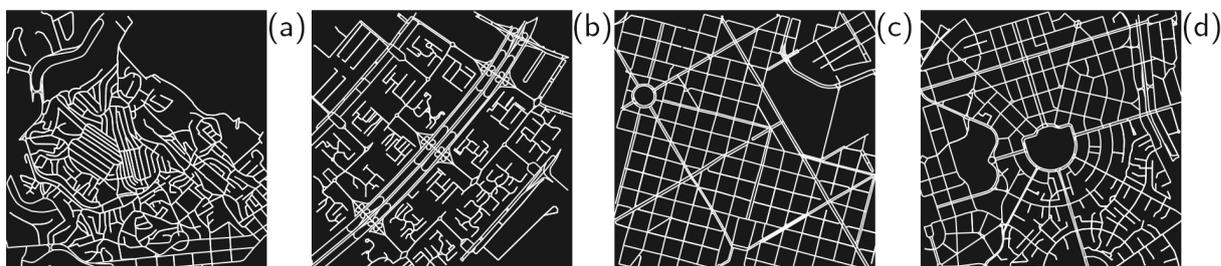


Figura 17 – Diferentes padrões viários em cidades brasileiras (a) Salvador; (b) Brasília; (c) Belo Horizonte; (d) Goiânia. Fonte: O autor, a partir de dados do *OpenStreetMap* (2019).

Outros autores também buscaram agrupar cidades de acordo com suas características de desenho, como Porta, Crucitti e Latora (2006a) (2006b), que utilizaram ferramentas da análise de redes em recortes de 1 milha quadrada das cidades de Ahmedabad, Barcelona, São Francisco, Veneza, Viena e Walnut Creek. Boeing (2019) é outro autor que busca

identificar essas peculiaridades de projeto urbano, focando-se na caracterização da rede viária de acordo com a orientação das arestas da rede.

Neste trabalho são selecionadas regiões de cidades com características de ocupação territorial diferentes: (I) regiões continentais, com centralidades densas: Belo Horizonte, Brasília, São Paulo, Atenas (Grécia), (II) regiões litorâneas, com excentricidades densas próximas ao mar: Rio de Janeiro, Salvador, Buenos Aires (Argentina), Mumbai (Índia), Mogadíscio (Somália); (III) regiões cruzadas por rios importantes: Nova Orleans (EUA), Manhattan (Nova Iorque, EUA), Ahmedabad (Índia). Elas são também bastante distintas entre si, algumas com forte rigidez formal (Manhattan e Belo Horizonte), até outras com traçado razoavelmente orgânico (Ahmedabad e Salvador), passando por cidades com características bastante peculiares, como Mogadíscio com suas pequenas quadras.

3.1 Preparação dos dados cartográficos

Informações descritas em mapas são a base de qualquer ação de planejamento e gestão urbana, e subsidiam a tomada de decisões pelos agentes produtores do espaço urbano. Até meados da década de 1980 os levantamentos cartográficos eram conduzidos prioritariamente pelo poder público, pois eram dispendiosos e pouco lucrativos (PHAM, 2011). A abertura do Sistema de Posicionamento Global pelo governo norte-americano em 1983 possibilitou aplicações comerciais da tecnologia, que continuam se ampliando. O maior marco é provavelmente o rompimento em 2009 da parceria entre *Google* e *Tele Atlas*, fornecedora dos dados utilizados no *Google Maps*. Desde então, a companhia utiliza seus próprios dados de usuários, coletados de forma automatizada a partir das aplicações de dispositivos móveis. No mesmo ano a plataforma *OpenStreetMap*, uma base de dados produzida por colaboração coletiva, alcança 100 mil usuários ativos. Seu meio de aquisição de informações permite que modificações na rede viária sejam rapidamente incorporadas, ou que regiões sem informações oficiais possuam bases cartográficas completas.

Vários autores tratam da qualidade das informações geográficas fornecidas por voluntários (HAKLAY; WEBER, 2008; MOONEY; CORCORAN; WINSTANLEY, 2010; HAKLAY, 2010; GIRRES; TOUYA, 2010), e suas conclusões demonstram erros dimensionais bastante reduzidos e ampla cobertura espacial, suficientemente próxima das fontes cartográficas elaboradas por instituições privadas. Sua base de dados com licença ODbL, livre e aberta, permite as informações sejam plenamente acessíveis e processadas por qualquer método desejado.

Este estudo conduz análises morfológicas de redes viárias de múltiplas regiões, cada uma representada por um multigrafo *primal* $G = (V, E, W)$, contido no plano Euclidiano, ponderado, direcionado e não planar. Os dados XML obtidos do OSM representam *caminhos*,

listas ordenadas de *nós* com latitude, longitude e uma identificação (*ID*), que representam os logradouros. Cada um dos caminhos está rotulado como caminhável, dirigível e ciclável. Ainda, a plataforma armazena *shapefiles* referentes aos perímetros administrativos de fontes oficiais, como IBGE, PMBH, DNIT¹, Funai² e ICMBio³. O modelo de exploração de redes viárias utiliza todos os percursos caminháveis e dirigíveis, separadamente.

A maioria dos *nós* da base de dados OSM serve para representar a geometria de uma via, como curvas e mudanças de direção. Quando um *nó* pertence a mais de um caminho, ele simboliza uma interseção, ou seja, adota-se uma rede *primal*. Para que sejam claramente definidas as características da rede viária, possibilitando inclusive a reprodução do método, os *nós* que representam interseções ou *cul-de-sacs* são tomados como vértices de um grafo, e as vias entre eles como arestas. Esse processo de simplificação é realizado pela manutenção apenas dos vértices que satisfazem pelo menos um dos critérios: (I) não possui exatamente dois vizinhos e grau 2 ou 4 (é intermediário entre dois outros nós pertencentes a via de sentido único ou duplo); (II) o nó é seu próprio vizinho (possui um laço); (III) todas as arestas conectadas àquele nó são incidentes ou divergentes; (IV) as arestas conectadas àquele nó possuem *ID* diferente (o nó conecta duas vias distintas). Esse processo, que preserva os comprimentos dos segmentos de via transformando-os em pesos de arestas, pode ser observado na figura 18.

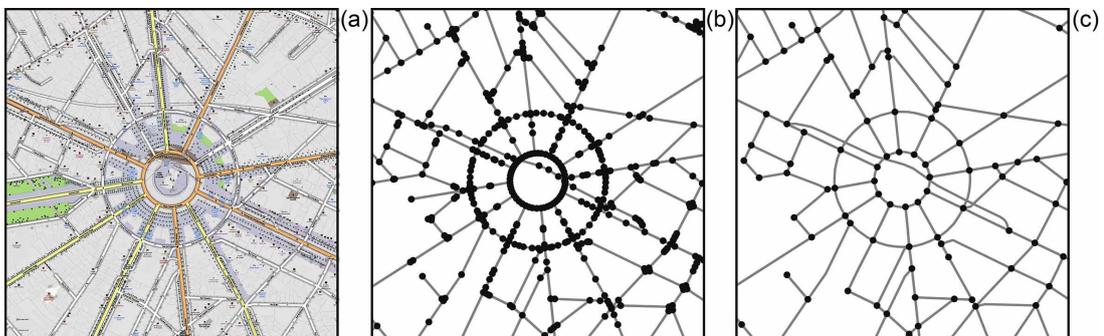


Figura 18 – Simplificação dos dados do *OpenStreetMap* do entorno do Arco do Triunfo: (a) Mapa do OSM; (b) Grafo não simplificado; (c) Grafo simplificado. Fonte: O autor, com dados de *OpenStreetMap* (2019).

Nos mapas gerados, os vértices são representados com cores e tamanhos diferentes, de acordo o valor dos atributos resultantes das análises. Para facilitar a visualização, as arestas são apresentadas com espessuras e cores correspondentes, de acordo com os valores de seus dois vértices extremos. Estes resultados podem ser vistos no capítulo 4 e no apêndice A.

¹Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes

²Fundação Nacional do Índio

³Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade

3.2 Áreas de estudo

Para as simulações e análises utilizam-se recortes de 324 km² da rede viária, contidos em quadrados de 18 km de lado, tamanho justificado pelas dimensões das cidades estudadas. Esse comprimento é grande o suficiente para que nenhum andarilho chegue próximo à borda do mapa durante as simulações, confinando o passeio aleatório. São selecionados marcos geográficos relevantes na forma do vértice mais próximo à coordenada, v_0 , que abrigam atividades econômicas intensas ou que correspondem a regiões com traçado peculiar, como pode ser observado na tabela 1.

Região	Coordenadas	Caminhável			Dirigível		
		V	E	Origens	V	E	Origens
Atenas	37.98, 23.72	74432	236534	5848	49827	109718	2824
Ahmedabad	23.02, 72.57	19765	56070	1393	18854	48612	1275
Belo Horizonte	-19.92, -43.94	29538	91012	2177	24266	63722	1625
Brasília	-15.79, -47.88	25215	69442	3052	12939	25428	1227
Buenos Aires	-34.60, -58.44	40601	132794	1699	25399	55413	1107
Mogadíscio	2.05, 45.36	20131	66214	3978	19266	62745	3870
Mumbai	18.97, 72.83	11475	32054	1511	6996	17589	1168
Nova Iorque	40.75, -73.98	37124	117614	2561	18245	42486	857
Nova Orleans	29.95, -90.07	17092	57292	2157	19717	52014	1354
Rio de Janeiro	-22.90, -43.19	15460	44010	1986	9547	20370	988
Salvador	-12.97, -38.50	19330	52080	1990	14323	33368	1453
São Paulo	-23.54, -46.63	50388	151000	2616	38636	92070	1522

Tabela 1 – Cidades avaliadas e atributos das redes. Apresentam-se o número de vértices e de arestas contidos nos quadrados de 18 km de lado, com centro no marco geográfico determinado pelos pares de coordenadas e o número de vértices que pertencem à circunferência de 2 km de raio, adotados como origem das caminhadas aleatórias

São selecionados como pontos de origem para as caminhadas aleatórias todos os vértices que se encontram a uma distância de até 2 km do marco geográfico, compreendidos em uma área igual a 12566 km². A tabela 1 mostra ainda o número de vértices no interior da circunferência, além da quantidade de nós e arestas para cada rede. O número de vértices das redes caminháveis é maior do que para as redes dirigíveis, e também mais arestas para a primeira, pois as ligações são todas bidirecionais, enquanto para a segunda podem ser unidirecionais. Os mapas que mostram as áreas avaliadas podem ser vistos na Figura 19.

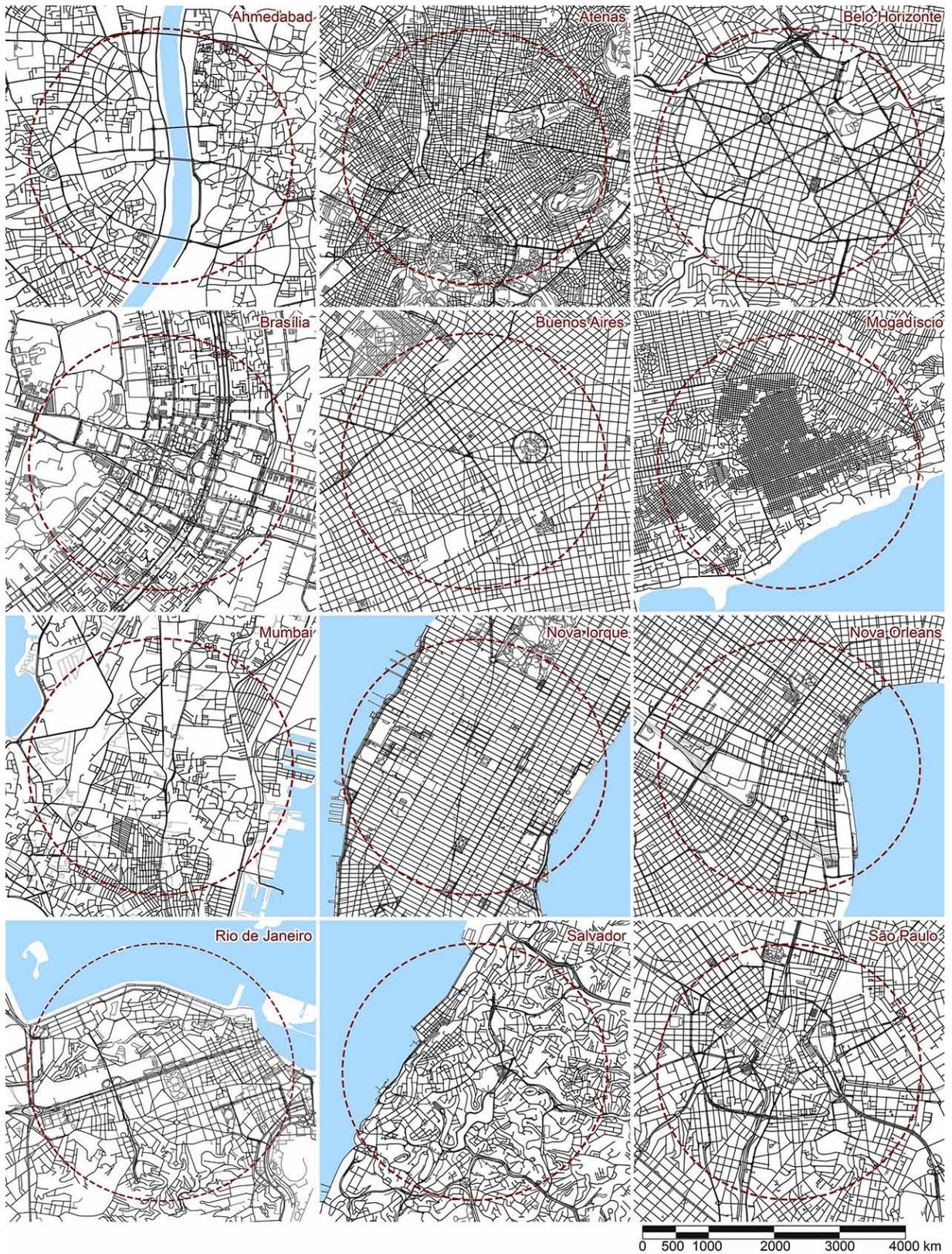


Figura 19 – Cidades avaliadas: Ahmedabad, Atenas, Belo Horizonte, Brasília, Buenos Aires, Mogadíscio, Mumbai, Nova Iorque, Nova Orleans, Rio de Janeiro, Salvador e São Paulo. Fonte: O autor, com dados de *OpenStreetMap* (2019).

3.3 Modelagem de Passeios em Redes Viárias

Nos modelos computacionais desenvolvidos são utilizados agentes independentes e não-interagentes sobre redes, com dinâmicas baseadas em método de Monte Carlo. Os tratamentos das redes e sua análise é feita em *Python 3.6.8*, com auxílio das bibliotecas *NumPy*, *GeoPandas*, *NetworkX*, *OSMnx*, *Matplotlib*. A linguagem é novamente utilizada na geração de saídas gráficas e cartográficas. Utiliza-se o IDE *Spyder 3.3.0*. As implementações das dinâmicas sobre as redes são realizadas na linguagem de programação *C++*. Todos os experimentos computacionais foram executados em um computador *AMD Ryzen 7 2700X 3,7 GHz (8 cores 16 threads)* com 32 GB de memória RAM e sistema operacional *Microsoft Windows 10 64 bits*.

Embora uma série de trabalhos recentes estudem passeios aleatórios em redes de mundo pequeno ou redes livre de escala, poucos consideram redes ponderadas (AN-CAI et al., 2007; ZHANG; SHAN; CHEN, 2013). Ainda assim, esse grafos não pertencem ao espaço euclidiano ou são multigrafos não planares, como é o caso das redes viárias.

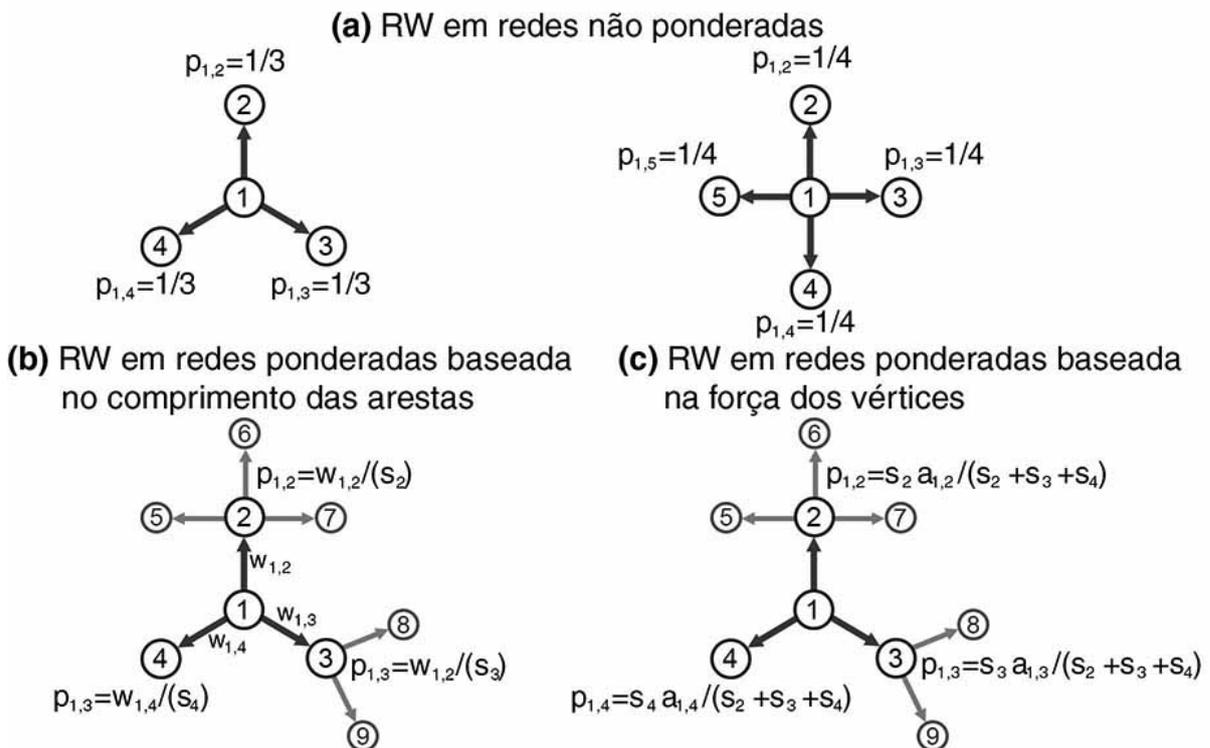


Figura 20 – Tipos de passeio aleatório (RW) em redes. Fonte: O autor (2019).

A seção 2.4.3 descreve três tipos de passeios aleatórios em redes. O primeiro deles usa a matriz de transição \mathcal{P} , com probabilidades iguais de um andarilho escolher qualquer vértice entre seus vizinhos, $p_{ij} = a_{ij}/k_i$. No segundo, tem-se a matriz de probabilidades de transição com elementos $p_{ij} = w_{ij}/s_i$, implicando preferência de um agente em escolher um vértice conectado a vias de maior comprimento correlacionado à aresta divergente mais longa. Finalmente, da adaptação do caso anterior, têm-se a matriz \mathcal{P} composta por

$p_{ij} = s_j a_{ij} / s'_i$, na qual ainda se priorizam os vértices sobre os quais incidem arestas mais longas, sem se preocupar com as arestas divergentes.

A figura 20 ilustra três tipos de passeio aleatório em redes. O primeiro modelo é ideal para redes direcionadas não ponderadas, mas peca por desconsiderar o comprimento das arestas do grafo, especialmente quando a rede pertence ao plano euclidiano. Os outros dois são capazes de simular adequadamente o comportamento de fenômenos difusivos em grafos direcionados e ponderados, mas a escolha tendenciosa por vértices conectados a ruas mais longas possui pouca correspondência ao funcionamento cotidiano da cidade. Ainda, ambos os métodos carregam em seu processo de abstração uma percepção de hierarquia espacial equivocada: a de que as interseções são mais importantes que as vias à apropriação humana.

Embora essas abordagens economizem poder computacional e permitam análises de grandes redes, elas não são capazes de reproduzir algumas escalas importantes da dinâmica intraurbana. Sevtsuk e Mekonnen (2012) destacam três problemas: (I) ainda que as análises sejam focadas em fluxo de veículos, localizações comerciais ou valor de terra, os edifícios é que acomodam a maioria das atividades urbanas e são os principais polos geradores e receptores de viagens; (II) a generalização uniformiza a atribuição dos valores de acessibilidade e importância a todos os elementos localizados em um mesmo segmento viário; (III) todos os elementos da rede, vértices e nós, são tratados como iguais, desconsiderando densidades de ocupação ou características do uso do solo.

Fica evidente que o modelo utilizado deve ser capaz de considerar as atividades humanas sociais e econômicas que acontecem nos segmentos de via, respeitando as características dimensionais da rede viária e reproduzindo com precisão os fenômenos difusivos. Por isso propõe-se um modelo próprio de passeio aleatório discreto sobre arestas, no qual os andarilhos não saltam de interseção em interseção, mas transitam livremente sobre as vias. Esse modelo será doravante chamado de caminhada aleatória em tempo discreto sobre arestas (DTEW), em referência à nomenclatura dada às caminhadas aleatórias em tempo discreto (DTRW).

São desenvolvidas duas versões do modelo DTEW com dinâmica idêntica, mas condições de parada e objetivos diferentes. A primeira é utilizada para avaliar o coeficiente de difusão de cada cidade, e cada andarilho percorre a rede livremente até que dê 10^6 passos de 1 m. Utiliza-se o método de Monte Carlo para que cada uma das amostra 10^4 se origine em um vértice aleatório dentre aqueles contidos na circunferência. Nessa versão gera-se uma série temporal da distância total percorrida até aquele instante de tempo, que é equivalente ao número de passos, e a distância euclidiana até a origem, em uma média geral para a cidade. Na segunda versão são feitas 10^4 amostras de pares de agentes para cada vértice da área delimitada. Os agentes não interagentes caminham sobre as vias

até que se afastem da origem uma distância pré-definida. Com isso registra-se o TMPP e o índice de uniformidade para cada vértice da área estudada. São ainda realizadas simulações complementares com 10^7 amostras, que avaliam a dinâmica a partir de uma única origem e ilustram o comportamento de forma mais precisa.

Para o modelo de DTEW, os andarilhos iniciam sobre um vértice qualquer, $\{v_i \in V\}$. Na primeira iteração verifica-se a matriz de probabilidades de transição $\mathcal{P} = K^{-1}A$, onde $p_{ij} = a_{ij}/k_i$ e K é a matriz diagonal de grau dos vértices, para que se escolha um vizinho, e um passo de tamanho 1 m é dado naquela direção. O comportamento a cada iteração seguinte depende da localização do agente: se ele está sobre um vértice ou sobre uma aresta.

Sempre que o agente se encontrar novamente sobre um vértice ele se comportará da mesma maneira e sorteará um dos vizinhos com a mesma probabilidade, movendo-se naquela direção. Se o andarilho estiver sobre uma aresta entre os vértices v_i e v_j tal que $a_{ij} \neq a_{ji}$, como é usual nas redes dirigíveis, ele continuará somente na mesma direção. Quando o andarilho se encontrar sobre um elo bidirecional entre os nós v_i e v_j , tal que $a_{ij} = a_{ji} = 1$, ele pode dar um passo com tamanho 1 m em qualquer um dos dois sentidos com igual probabilidade. Quando sobre uma aresta bidirecional, o comportamento é idêntico ao de uma caminhada aleatória $1D$. Sempre que um passo unitário for dado em uma direção é necessário verificar se o andarilho ultrapassou algum dos vértices ligados por uma aresta, caso no qual um novo vizinho àquele vértice será escolhido, e um passo equivalente ao excesso será dado.

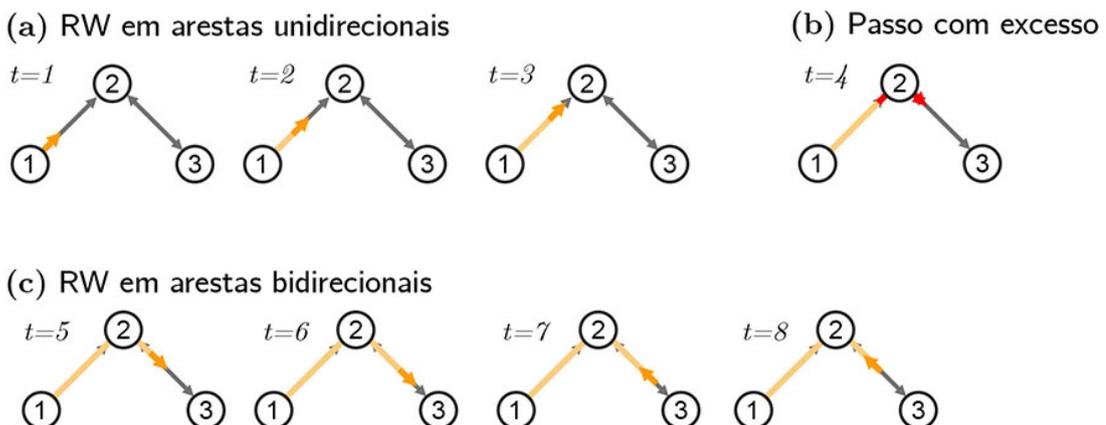


Figura 21 – Casos de movimento do DTEW: (a) aresta unidirecional; (b) movimento em aresta com excesso; (c) aresta bidirecional. Fonte: O autor (2019).

3.3.1 Difusão e Primeira Passagem em Redes Viárias

Ao avaliar a difusão, as simulações ocorrem até que cada agente percorra $\tau_i = 10^6$ m em deslocamentos a pé, ou $\tau_i = 2,5 \times 10^5$ m para deslocamentos motorizados. O segundo valor precisa ser razoavelmente menor para que os andarilhos não se aproximem da borda de modo que o recorte da rede (quadrado de 18 km de lado) imprima uma característica de caminhada aleatória confinada.

Enquanto a difusão de passeio aleatório em duas dimensões (seção 2.4.2) apresenta uma correlação linear, uma caminhada desempenhada em uma cidade pode ser altamente afetada pelas características próprias do traçado viário, aproximando-se de um passeio aleatório confinado ou parcialmente confinado. A partir das curvas de MSD realiza-se o ajuste não linear $\langle r^2(\tau) \rangle = ND\tau^\gamma$ com $N = 4$ para dois graus de liberdade (KNELLER; BACZYNSKI; PASENKIEWICZ-GIERULA, 2011), de onde se estima o coeficiente de difusão D e o expoente de escala γ . O deslocamento quadrático médio (MSD) apresenta curvas características de acordo com o tipo de passeio aleatório (figura 22).

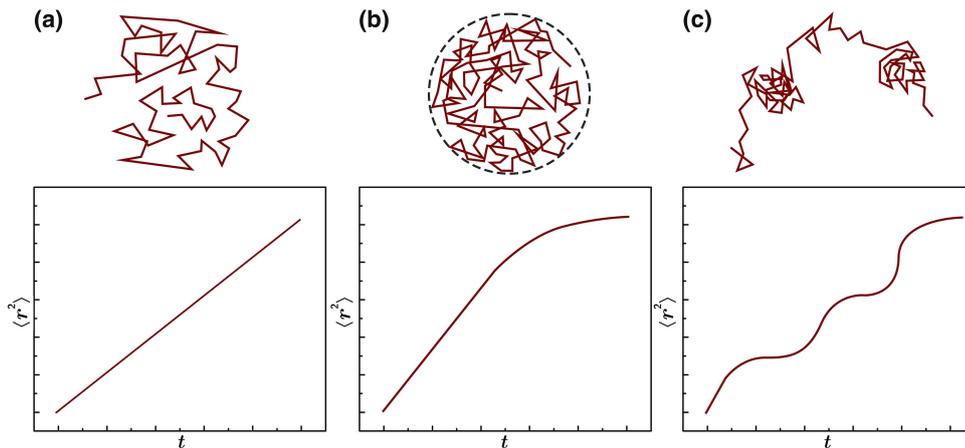


Figura 22 – Diferentes tipos de RW e MSD correspondentes. (a) Passeio aleatório em duas dimensões; (b) passeio aleatório confinado; (c) passeio aleatório parcialmente confinado. Fonte: adaptado de Radenovic (2014).

Para as duas versões – TPP e difusão – as informações de tempo somente são obtidas quando um agente transita sobre um vértice, que está incorporado ao plano euclidiano. Como a simplificação elimina as características geométricas das vias mantendo apenas as informações de comprimento, é necessário esperar até que o agente alcance o próximo vértice após caminhar 10^6 passos no modelo de difusão; ou aguardar até que o andarilho alcance o primeiro vértice após a circunferência que representa a fronteira absorvente no caso do modelo de TPP. A partir do último vértice interno e do vértice externo às condições interpola-se a posição do andarilho, resultando na distância total percorrida até a fronteira absorvente τ e o afastamento do vértice inicial, $d(v_0, v_i)$:

$$\tau_{v_i} = \tau_{v_j} + \left[\frac{\tau_{v_k} - \tau_{v_i}}{d(v_0, v_k) - d(v_0, v_j)} \right] \cdot [d(v_0, v_i) - d(v_0, v_j)] \quad , \quad (3.3.1)$$

onde v_j corresponde ao vértice interpolado, v_j ao último vértice antes que se satisfaça a condição de parada do modelo e v_k ao próximo vértice alcançado satisfazendo a condição. $d(v_0, v_i)$ equivale ao raio da circunferência que determina a fronteira absorvente, e τ_p é o número total de passos dados pelo andarilho até alcançar o vértice v_p .

Assim que o procedimento de difusão é executado para cada cidade, são gerados diagramas de rosa – histogramas polares – para os desenhos viários e para os resultados das simulações. No primeiro caso avaliam-se os ângulos formados entre os vértices nas extremidades de cada aresta direcionada $e_{ij} = (v_i, v_j)$, e o comprimento da mesma aresta, para que se faça o histograma polar ponderado. No segundo caso são observados os ângulos formados entre o vértice inicial v_o e o vértice final v_f de cada caminhada individual. Para ambas as ocorrências são divididas em 36 intervalos de mesmo tamanho (10°). A partir das incidências sobre cada intervalo estimam-se as frequências relativas, que se aproximam às distribuições de probabilidade, $p_i = l_i/N$. Assim é possível calcular a entropia de Shannon (SHANNON, 1948):

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i \quad , \quad (3.3.2)$$

cujo resultado é dado em *nats* (unidades naturais). Na equação, n representa o total de intervalos medidos, e p_i a proporção de orientações que recaem sobre o i -ésimo intervalo. Essa aplicação se baseia no estudo de orientação do desenho viário realizado por Boeing (2019), restrito a aspectos topológicos das redes, onde a entropia máxima H_{max} equivale a 3.584 *nats*, e a entropia mínima teórica corresponde a 0.693 *nats*. No caso de reticulado perfeito (com todas as vias exclusivamente nas direções norte-sul e leste-oeste) a entropia seria H_g igual a 1.386.

Ao se tratar da posição final do andarilho seria possível, embora altamente improvável, que todos os ângulos fossem idênticos, resultando em entropia mínima H_{min} nula. A partir da normalização linear dos valores de entropia obtidos das simulações sobre todas as redes, reinterpreta-se a medida de ordem-orientação, φ (BOEING, 2019), que determina um espectro de condições de acessibilidade que varia de desordenado/uniforme a perfeitamente ordenado/polarizado:

$$\varphi = 1 - \left(\frac{H - H_g}{H_{max} - H_g} \right)^2 \quad , \quad (3.3.3)$$

onde $\varphi = 0$ indica distribuição uniforme de acesso partindo da região estudada (desordem perfeita), e $\varphi = 1$ significa segmentação máxima de acesso (entropia mínima), restrita aos pontos cardeais.

Já em outra abordagem, os tempos de primeira passagem $\{\tau_i\}$ das 2×10^6 realizações são utilizados para mensurar a distribuição de probabilidades $\Psi(\tau)$. Ainda, a partir dos pares independentes de τ_1 e τ_2 gera-se a distribuição de uniformidade $P(\omega)$. As distribuições são caracterizadas pelo ajuste quadrático no intervalo $0.05 < \omega < 0.95$ de $P(\omega)$, e coeficiente χ do termo quadrático resultante da regressão é utilizado para identificar se a distribuição é unimodal, bimodal ou regular.

A primeira passagem é computada quando o agente atravessa a fronteira absorvente, chegando a um vértice externo, e equivale ao número de passos dados pelo agente. Como deslocamentos de natureza diferente ocorrem com destinos distintos, busca-se observar como a mobilidade na estrutura viária está correlacionada a diferentes alcances (pedestres: 500 m, 1000 m; veículos 1000 m, 3000 m, 5000 m).

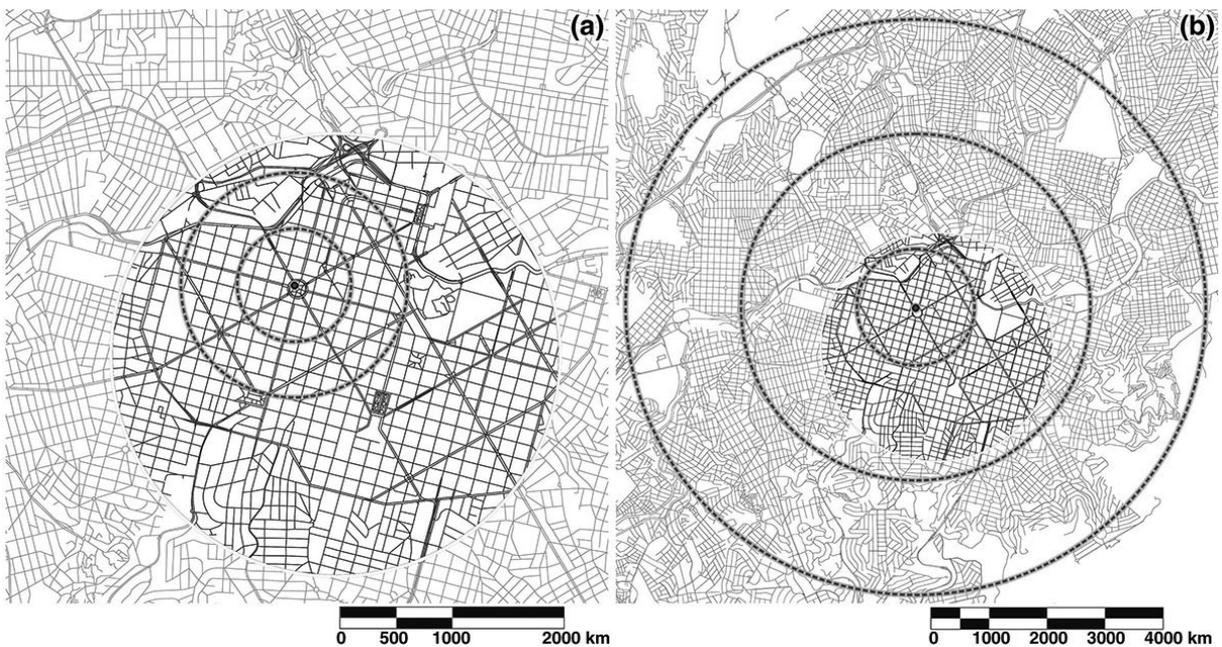


Figura 23 – Os círculos concêntricos representam as fronteiras absorventes para o mesmo vértice, e as área com linhas mais escuras compreendem os vértices de origem. (a) Deslocamentos a pé (500 m, 1000 m); (b) deslocamentos motorizados (1000 m, 3000 m, 5000 m). Fonte: O autor, com dados de *OpenStreetMap* (2019).

A partir da média da média $\langle \tau_{v_i} \rangle$ e do coeficiente χ são feitos dois tipos de mapas. No primeiro cada vértice é colorido de acordo com uma escala de 21 cores, de roxo a amarelo, segundo $\log \langle \tau_{v_i} \rangle$, para que se possa visualizar as regiões com maiores TPP, e comparar uma cidade com as outras. As arestas são coloridas de acordo com o vértice conectado de maior valor. No segundo mapa, os vértices são coloridos de acordo com o coeficiente χ . Se as arestas conectam dois vértices com distribuições de TPP com

características semelhantes, elas são representadas com a mesma cor, se os vértices possuem distribuições com formas distintas, as arestas são representadas em bege.

É necessário verificar como as regiões estão integradas às vizinhanças próximas e às mais distantes. Embora a medida de assortatividade seja majoritariamente utilizada para verificar a tendência de vértices se conectarem a seus similares de acordo com o seu grau, como descreve a equação (2.2.17), ela pode ser utilizada para qualquer outro atributo dos vértices, incluindo os não topológicos, pela simples adaptação:

$$\rho = \frac{4\langle w(v_1)w(v_2) \rangle - \langle w(v_1) + w(v_2) \rangle^2}{2\langle w(v_1)^2 + w(v_2)^2 \rangle - \langle w(v_1) + w(v_2) \rangle^2} \quad , \quad (3.3.4)$$

onde $\langle \dots \rangle$ denota as médias sobre todas as arestas, e $w(v_1)$ e $w(v_2)$ são os pesos dos vértices conectados por cada aresta.

Como a medida de assortatividade é de segunda ordem, ela está altamente relacionada ao intervalo $w_{\min} - w_{\max}$ de cada rede. Se o intervalo entre w_{\min} e w_{\max} é pequeno, diferenças relativas menores impactam mais fortemente a medida, e com a mesma lógica, se o espectro de valores é muito amplo o critério de similaridade entre vizinhos se torna mais flexível. Assim, a assortatividade é um bom critério para avaliar quão homogênea é a distribuição das acessibilidades no espaço urbano, mas faz-se essencial alguma outra medida que incorpore a amplitude dessas diferenças.

Para isso propõe-se a avaliação da dissimilaridade entre os vizinhos conectados a partir do índice $\rho_\tau(v_i) \in [0, 1]$. Se o valor de um vértice é idêntico ao de todos os seus vizinhos, temos $\rho_\tau(v_i) = 0$, e se a diferença for máxima $\rho_\tau(v_i) = 1$. Ele é aplicado somente aos valores de TMPP dos vértices, e se faz necessária a normalização linear dos valores $\tau(v_i)$ obtendo os pesos dos vértices $w_\tau(v_i)$. A normalização é feita para cada um dos tempos de primeira passagem medidos considerando $\tau_{\min} - \tau_{\max}$ a partir dos valores de $\{\tau\}$ obtidos para todas as cidades, para que possa ser utilizado como um critério comparativo de acessibilidade para cada alcance. Avalia-se dissimilaridade de cada vértice com seus vizinhos por:

$$\rho_\tau(v_i) = \frac{1}{k_i} \sum_{j \in V} |w_\tau(v_i) - w_\tau(v_j)| \cdot a_{ij} \quad . \quad (3.3.5)$$

Essa medida é semelhante à de assortatividade local proposta por Thechanamorthy et al. (2014), e é elucidada pela figura 24.

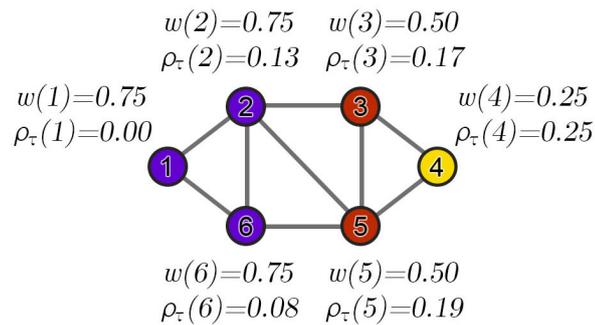


Figura 24 – Avaliação da dissimilaridade entre vizinhos, considerando-se $w(i) = \tau(i)$. Fonte: O autor (2019).

As avaliações globais para as redes são feitas a partir das médias aritméticas dos índices obtidos para todos os vértices:

$$\langle \rho_\tau \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i \in V} \frac{1}{k_i} \sum_{j \in V} |w_\tau(v_i) - w_\tau(v_j)| \cdot a_{ij} \quad . \quad (3.3.6)$$

A partir desse cálculo é possível observar a coerência da capacidade de acesso a regiões distantes a partir de múltiplas origens e identificar o nível de segregação determinado pelas irregularidades dos traçados viários.

3.3.2 Algoritmos

Ambos os algoritmos desenvolvidos tem comportamento idêntico na DTEW, mas seus objetivos e condições de parada demandam pequenas modificações. Sabendo-se que $tempo_max$ equivale ao tempo máximo de execução do modelo, que equivale à distância total percorrida por um andarilho, que $d(v_i, v_j)$ é a distância euclidiana entre v_i e v_j , que $w(v_i, v_j)$ é o comprimento de uma aresta percorrida e $dist_total$ é a distância total transposta por um agente, tem-se o esquema básico:

Algoritmo 1: DTEW Difusão

Transfere os dados da rede *OpenStreetMap*

Simplifica a geometria para rede *Primal*

Cria matrizes de adjacência, distância e distância euclidiana entre os pares de vértices

Determina vértices pertencentes à circunferência de raio 4 km

for $v_i \leftarrow \{v_i \in V | d(v_i, v_0) < 2000\}$ **do**

for $am < \text{número total de amostras}$ **do**

$no_atual \leftarrow v_i$

$no_proximo \leftarrow \emptyset$

$excesso \leftarrow 0$

while $dist_total < tempo_max$ **do**

if andarilho está sobre vértice **then**

 Sorteia $v_j \leftarrow \{v_k \in V | a_{no_atual,k} = 1\}$

$no_proximo \leftarrow v_j$

$passo \leftarrow 1$

$posicao_aresta \leftarrow posicao_aresta + passo$

else if andarilho está sobre aresta **then**

 Sorteia $passo \leftarrow \{-1, 1\}$

$posicao_aresta \leftarrow posicao_aresta + passo$

if $posicao_aresta > w(no_atual, no_proximo)$ **then**

$excesso \leftarrow w(no_atual, no_proximo) - posicao_aresta$

$no_atual \leftarrow no_proximo$

 Sorteia $v_j \leftarrow \{v_k \in V | a_{no_atual,k} = 1\}$

$no_proximo \leftarrow v_j$

else if $posicao_aresta < 0$ **then**

$excesso \leftarrow |posicao_aresta|$

 Sorteia $v_j \leftarrow \{v_k \in V | a_{no_atual,k} = 1\}$

$no_proximo \leftarrow v_j$

$posicao_aresta \leftarrow excesso$

$excesso \leftarrow 0$

 Registra série temporal $d(no_atual, v_0)$ por $dist_total$

 Computa a média por número de amostras

Algoritmo 2: DTEW TMPP

Transfere os dados da rede *OpenStreetMap*

Simplifica a geometria para rede *Primal*

Cria matrizes de adjacência, distância e distância euclidiana entre os pares de vértices

Determina vértices pertencentes à circunferência de raio 4 km

for $v_i \leftarrow \{v_i \in V | d(v_i, v_0) < 2000\}$ **do**

for *am* < número total de amostras **do**

for *andarilho*₁ e *andarilho*₂ **do**

$no_atual \leftarrow v_i$

$no_proximo \leftarrow \emptyset$

$excesso \leftarrow 0$

while $d(no_atual, v_0) < limite_{TMPP}$ **do**

if *andarilho está sobre vértice* **then**

Sorteia $v_j \leftarrow \{v_k \in V | a_{no_atual,k} = 1\}$

$no_proximo \leftarrow v_j$

$passo \leftarrow 1$

$posicao_aresta \leftarrow posicao_aresta + passo$

else if *andarilho está sobre aresta* **then**

Sorteia $passo \leftarrow \{-1, 1\}$

$posicao_aresta \leftarrow posicao_aresta + passo$

if $posicao_aresta > w(no_atual, no_proximo)$ **then**

$excesso \leftarrow w(no_atual, no_proximo) - posicao_aresta$

$no_atual \leftarrow no_proximo$

Sorteia $v_j \leftarrow \{v_k \in V | a_{no_atual,k} = 1\}$

$no_proximo \leftarrow v_j$

else if $posicao_aresta < 0$ **then**

$excesso \leftarrow |posicao_aresta|$

Sorteia $v_j \leftarrow \{v_k \in V | a_{no_atual,k} = 1\}$

$no_proximo \leftarrow v_j$

$posicao_aresta \leftarrow excesso$

$excesso \leftarrow 0$

 Registra $dist_total$ do *andarilho*_{*i*}

 Registra ω a partir de $dist_total_1$ e $dist_total_2$

 Faz histograma de Ψ e computa a média por número de amostras

3.3.3 Gerador de Números Pseudoaleatórios

Esse tipo de modelo depende da geração de números *pseudo-aleatórios*, que pressupõe uma sequência independente e uniformemente distribuída de variáveis aleatórias, oriunda de programas determinísticos com base matemática (BANKS, 1998). Por serem determinísticos possibilitam a reprodutibilidade de um experimento, isso é, fornecido o mesmo valor inicial, ou *seed*, e um conjunto de constantes aplicadas à mesma equação, a sequência produzida será sempre a mesma; com propriedades que aparentam aleatoriedade uma vez que passam em testes estatísticos projetados para testar números aleatórios

(PERROS, 2009). Um dos métodos mais utilizados é o congruencial linear misto (LCG), uma vez que é simples e rápido, baseado na recorrência:

$$x_n = (ax_{n-1} + c) \pmod{m}, \quad (3.3.7)$$

onde x_n é um número inteiro, x_{n-1} é o último valor da cadeia de Markov, m , a e c são números inteiros positivos, chamados respectivamente de módulo, multiplicador e constante aditiva (BANKS, 1998). É importante que não sejam escolhidos valores arbitrários para essas constantes para que os geradores sejam estatisticamente satisfatórios, e quanto maior o valor de m maior o período, até que se repitam os valores. A aleatoriedade da sequência independe da escolha da semente, x_0 , e cada um dos números é sorteado exatamente uma vez antes que a sequência se repita.

Press et al. (2007), entretanto, contraindicam a utilização dos geradores congruencial linear misto (LCG) e congruencial multiplicativo (MLCG), pois os bits de baixa ordem não podem ser considerados aleatórios, e portanto somente devem ser utilizados em situações controladas, nas quais é possível superar suas fraquezas. Por isso adota-se um dos geradores de números *pseudo-aleatórios* combinados mais sucintos, chamado *Ranq1*, que produz resultados satisfatórios e que é indicado para este tipo de utilização geral. A combinação utiliza o último número gerado pelo XorShift 64-bit, x_1 , como semente para o Gerador Congruencial Multiplicativo, de modo que o número gerado pelo último, x_2 , não é utilizado como semente para realimentar o método XorShift, que continuará realizando as operações de bits a partir de x_1 . O gerador combinado gera números inteiros de 64-bit por meio de três operações de deslocamento, 3 operações de *xor* "bit a bit" e uma multiplicação, e um valor de dupla precisão no formato de ponto flutuante com uma nova divisão, com um período de $\approx 1.8 \times 10^{19}$.

Algoritmo 3: Gerador combinado *Ranq1*

Input: x_1 (unsigned 64-bit);

inicializar: $x_1 \leftarrow seed \mid seed \neq 0$

atualizar: $x_1 \leftarrow x_1 \wedge (x_1 \gg a_1)$;

$x_1 \leftarrow x_1 \wedge (x_1 \ll a_2)$;

$x_1 \leftarrow x_1 \wedge (x_1 \gg a_3)$;

atualizar: $x_2 = x_1$;

$x_2 \leftarrow a_4 x_2 \pmod{2^{64}}$;

Output: x_2 (unsigned 64-bit);

São utilizados para o *XorShift 64-bit* $a_1 = 21$, $a_2 = 35$, $a_3 = 4$ e para o gerador congruencial multiplicativo $a_4 = 2685821657736338717$

Capítulo 4

Resultados

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados das simulações e análises morfológicas das redes de deslocamentos pedonais e motorizados para as 12 cidades selecionadas. Para as avaliações de difusão e primeira passagem prioriza-se respectivamente as fronteiras absorventes com raio de 1000 m e 5000 m para pedestres e veículos, por serem aquelas que representam mais expressivamente os deslocamentos cotidianos.

4.1 Análise das Redes Viárias

Nas avaliações aqui apresentadas optou-se por não utilizar o mesmo recorte quadrado de 18 km de lado utilizado nas simulações, mas de 10 km, centrados nas mesmas coordenadas apresentadas na tabela 1. Isso para que as múltiplas configurações com características distintas de infraestrutura viária presentes áreas periféricas não provoquem distorções nas estatísticas das redes, já que nos modelos adotados os andarilhos muito raramente acessam essas regiões.

As propriedades mais estudadas em redes são a distribuição de grau $P(k)$, e o grau médio $\langle k(i) \rangle$ (NEWMAN, 2003b). É comum que redes reais apresentem a distribuição $P(k) \sim k^{-\gamma}$ compatível ao modelo de Barabasi (BARABÁSI; ALBERT, 1999), enquanto as redes de Erdős–Rényi e Watts-Strogatz possuem distribuição gaussiana. Redes majoritariamente planares e incorporadas ao espaço euclidiano, como as de infraestrutura viária abordadas nesse trabalho, possuem pouca variedade de graus, sempre baixos. As estatísticas gerais das redes estão agrupadas nas tabelas 2 e 3, que podem ser vistas no final dessa seção.

Em grafos direcionados o grau de um vértice é dado pela soma do número de arestas convergentes e divergentes (equação 2.2.4). Por se tratarem de multigrafos, isso implicaria que uma interseção formada por duas vias com fluxos nos dois sentidos teria

grau 8. Ao avaliar cidades essa interpretação pode conduzir a percepções equivocadas, por isso adota-se $k(i) = [k(i)^+ + k(i)^-]/2$. Desse modo, uma rede de veículos com um desenho perfeitamente reticulado e bidirecional seria composta por vértices de grau 4, enquanto outra parecida mas apenas com arestas unidirecionais teria exclusivamente vértices de grau 2. Essa diferença é menos evidente nas redes de pedestre, cujos vértices sempre tem o mesmo número de arestas de entrada e saída.

As redes de pedestres, além de mais conectadas, possuem grau médio mais elevado. Como esperado, aquelas com quadras mais regulares são as com maior grau médio, como Mogadíscio, Buenos Aires, Belo Horizonte e Atenas. As limitações topográficas de Salvador conduzem a um traçado curvilíneo e bastante interrompido, que faz com que essa seja a cidade com menor grau médio. A infraestrutura viária de Brasília também sofre interrupções frequentes, agora intencionais, mas que contribuem para o segundo menor grau médio. Com pequenas vias exclusivas de pedestres é comum a ocorrência de um elevado número de vértices com grau 2.

Assim, todas as redes possuem mais frequentemente graus intermediários. É possível identificar três tipos de distribuição comuns: (I) Ahmedabad, Mumbai e Rio de Janeiro, predominantemente compostas por vértices de grau 3, seguidos por 4 e 1 com ocorrências próximas; (II) Atenas, Belo Horizonte, Nova Orleans e São Paulo, com maior número de vértices com 3 conexões, seguidos por vértices de 4 e 1 conexões, e poucos de grau 2; (III) Brasília e Salvador, com muitos nós de grau 3, seguidos por 1 e 4; (IV) Buenos Aires, Mogadíscio e Nova Iorque, com frequências próximas de vértices de grau 3 e 4, e um número significativo de nós com apenas uma ligação.

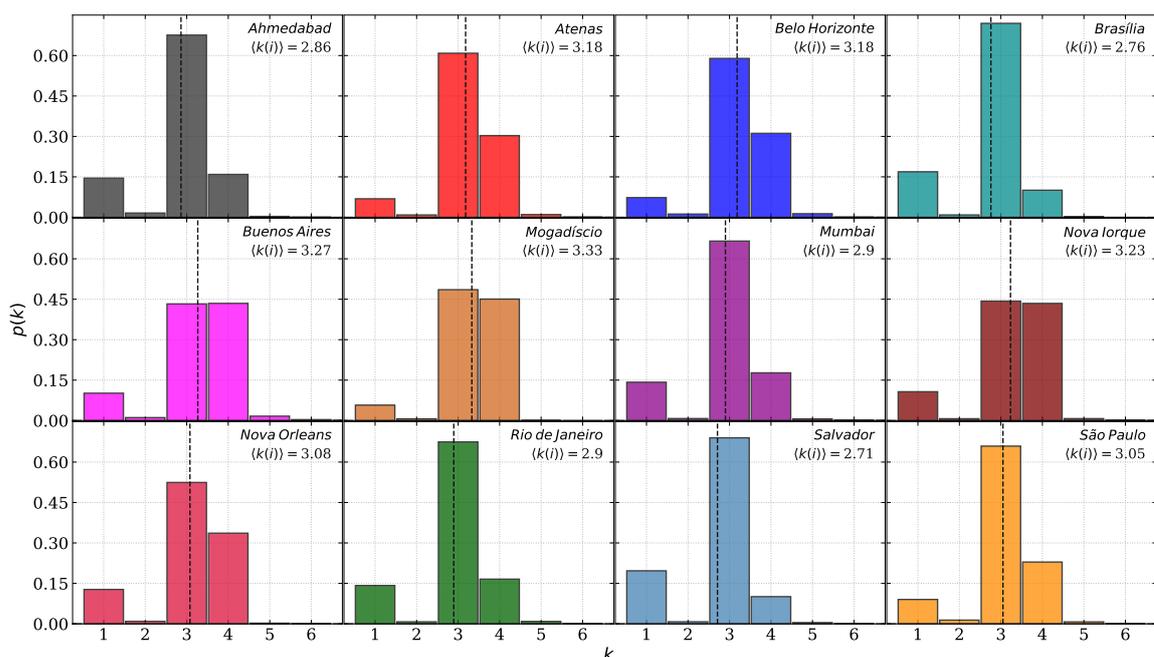


Figura 25 – Distribuições de graus para as redes de pedestres, com médias representadas pelas linhas tracejadas. Fonte: O autor (2019).

Dentre as redes de veículos, Mogadíscio é cidade que apresenta maior grau médio, com um traçado tipicamente reticulado e com fluxo de veículos nas duas direções. Cidades grandes bastante ordenadas como Belo Horizonte, Buenos Aires e Manhattan possuem grau médio mais baixo graças ao número elevado de vias unidirecionais. Brasília e Rio de Janeiro são as cidades com menor grau médio, pelo elevado número de vias sem saída e traçado mais irregular.

As redes dirigíveis possuem distribuições distintas, pela existência de arestas direcionadas e caminhos restritos. Todas elas possuem muitos vértices de grau 2 e 3 – devido ao método de simplificação descrito na seção 3.1. Por limitações geométricas, são encontrados poucos vértices de grau 5 ou maior. É possível identificar três padrões de distribuição de graus: (I) Ahmedabad, Mumbai e Salvador apresentam com maior frequência vértices de grau 3, seguidos por graus 2, 1 e 4; (II) Atenas, Buenos Aires, Nova Iorque e São Paulo exibem um número elevado de nós com 2 conexões, e maior ocorrência respectivamente de vértices com grau 3, 1 e 4; (III) Brasília e Rio de Janeiro possuem muitos vértices de grau 2, um número bastante próximo de vértices com grau 1 e 3, e poucos vértices com uma só ligação. Belo Horizonte, Mogadíscio e Nova Orleans possuem distribuições de graus únicas dentre as cidades avaliadas. Essas distribuições podem ser verificadas na figura 25.

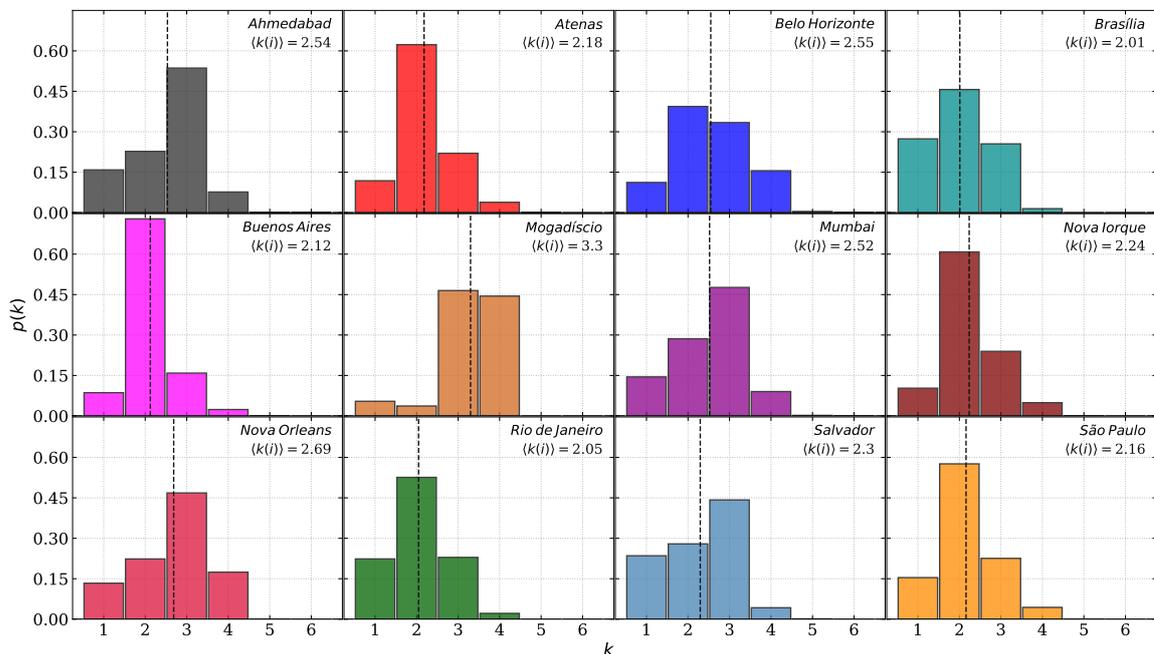


Figura 26 – Distribuições de graus para as redes de veículos, com médias representadas pelas linhas tracejadas. Fonte: O autor (2019).

Ao se tratar da rede de pedestres, Mogadíscio é a cidade mais assortativa quanto aos graus, seguida por Belo Horizonte e Nova Iorque, enquanto Salvador é altamente disassortativa. Nas redes de veículos, Belo Horizonte é a mais assortativa, seguida por Mogadíscio, Buenos Aires e São Paulo. Ahmedabad é a cidade com menor assortatividade para veículos.

As distribuições de comprimentos viários para as redes de pedestres e veículos se apresentam próximas, com mudança hierárquica significativa apenas para o Rio de Janeiro. Desconsiderando as vias com grandes comprimentos, quando representadas em escala log-log as curvas assumem aparência linear (figura 27). As curvas de distribuição apresentadas nesta seção são realizadas com bandas e intervalos definidos de acordo com o valor máximo entre as regras Freedman Diaconis (FREEDMAN; DIACONIS, 1981) e Sturges (STURGES, 1926).

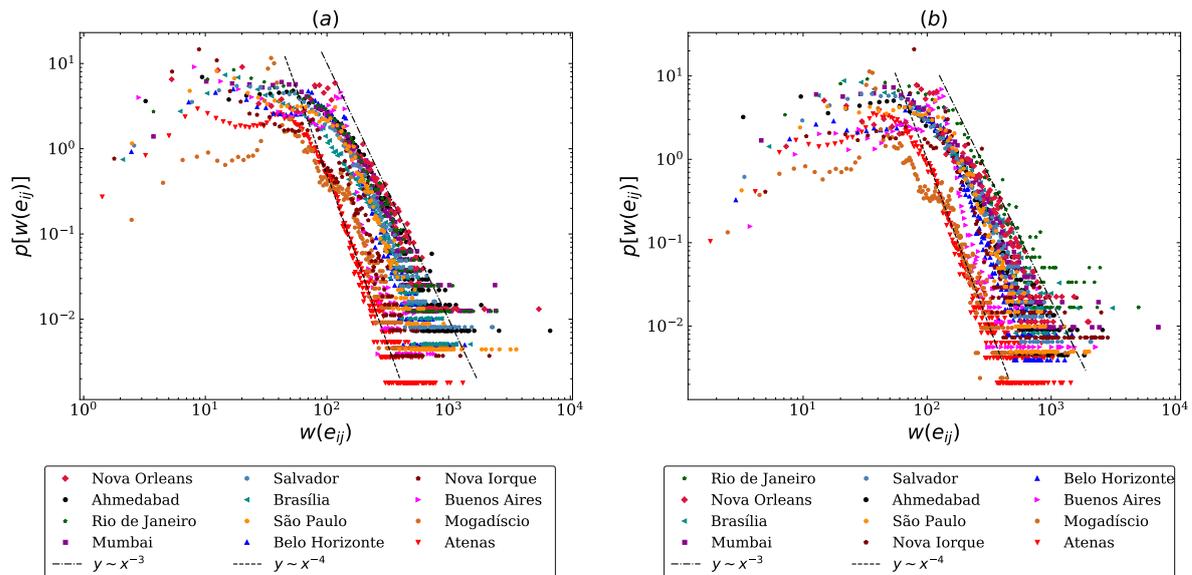


Figura 27 – Distribuições de comprimentos viários. (a) Rede de pedestres; (b) rede de veículos. Fonte: O autor (2019).

Leis de potência demonstram um relacionamento funcional entre duas grandezas. Quando a probabilidade ou frequência da ocorrência de um valor varia inversamente à potência desse valor têm-se uma lei de potência (NEWMAN, 2005). Quando há esse comportamento, existem muitos valores pequenos e poucos valores elevados, e ele pode ser observado em todas as curvas. Os comprimentos viários médios e a densidade viária permitem verificar quão compacto é o traçado viário. É importante ressaltar que a densidade viária considera também áreas não urbanizadas e corpos d'água, contribuindo para que Mumbai, Mogadíscio, Nova Iorque, Nova Orleans, Rio de Janeiro e Salvador tenham o valor reduzido.

Observa-se que cidades com quadras menores como Atenas e Mogadíscio, que conseqüentemente possuem com mais frequência comprimentos viários inferiores, apresentam retas cujos ajustes do modelo alométrico exibem menores expoentes. Por outro lado, cidades como Nova Orleans, Ahmedabad e Rio de Janeiro apresentam com maior frequência comprimentos viários maiores e expoentes sutilmente superiores, além de se posicionarem relativamente acima das outras.

Na avaliação da importância dos vértices, a centralidade por mediação é mais importante que a conectividade, principalmente para redes viárias que possuem graus

uniformemente baixos. É uma medida de eficiência da rede, já que a remoção de algum vértice com maiores atributos provoca um incremento dos caminhos mais curtos (NEWMAN, 2005). Em uma rede viária um vértice que com elevada centralidade tem maior probabilidade de ser transitado, e pode estar mais sujeito à congestão de tráfego, enquanto para caminhos de pedestres vértices mais centrais podem destacar vias que abrigam importantes atividades comerciais e culturais.

Segundo Barabási et al. (2004) quando existem fluxos em uma rede há uma tendência que apenas uma fração pequena dos vértices seja responsável pela passagem de grande fluxo. As distribuições de centralidade por mediação das redes de pedestres apresentam o comportamento próximo a uma distribuição de probabilidades em lei de potência, com expoentes similares, enquanto as redes de veículos exibem curvatura inconsistente com uma distribuição do mesmo tipo. Isso mostra que em geral os caminhos de pedestres apresentam uma lógica mais evidente. A tendência a leis de potência nesse tipo de distribuição está associada à maior irregularidade do traçado de caminhos (PORTA; CRUCITTI; LATORA, 2006b). Os expoentes dessa distribuição variam de 1.3 a 1.5, que coincidem com as avaliações de Lämmer, Gehlsen e Helbing (2006). A figura 28 exhibe essas distribuições.

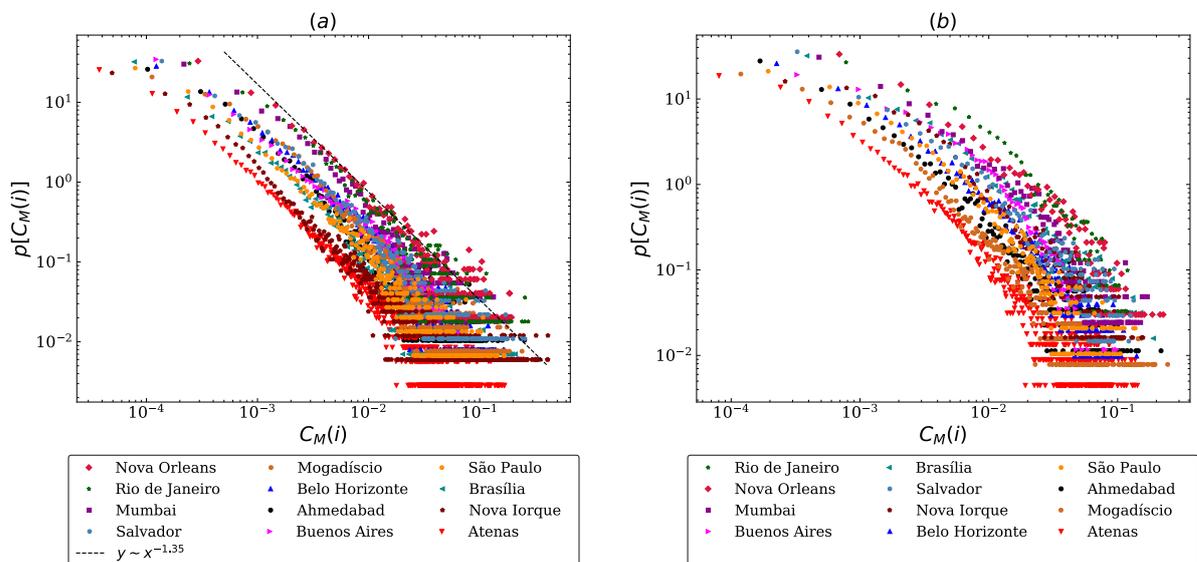


Figura 28 – Distribuições de centralidade por mediação. (a) Rede de pedestres; (b) rede de veículos. Fonte: O autor (2019).

Excentricidade e proximidade são medidas bastante expressivas de centralidade, e estão relacionadas à eficiência da distribuição de potenciais fluxos. É desejável que em uma rede urbana os elementos se apresentem com maior proximidade, exista maior permeabilidade e haja pouco incentivo a mudanças de direção dos fluxos pela presença de obstáculos intransponíveis. Se os fluxos de uma rede são mais eficientes, há maior facilidade de se alcançar determinados espaços (SEVTSUK; MEKONNEN, 2012). Vale comentar que na engenharia de tráfego é uma prática comum em áreas de congestionamento que se

estendam os caminhos mais curtos de modo a atenuar as retenções.

Em redes viárias, a excentricidade pode ser compreendida em analogia à viagem direta mais longa possível em um recorte da rede urbana. Observa-se de forma geral incremento da excentricidade média para as redes de veículos em relação às de pedestres, mais significativo para a rede do Rio de Janeiro, cujo valor para pedestres é 9958.28 e para veículos, 13936.04. Nova Iorque e Mogadísio possuem comportamentos opostos, com maior excentricidade média para as redes de pedestres. Desempenho similar pode ser observado para os caminhos característicos, somente mais longos nas redes de pedestres correspondentes às mesmas duas cidades. As redes pedonais apresentam distribuições bastante diversas entre si, enquanto as redes dirigíveis apresentam comportamentos mais próximos. Mogadísio é praticamente inalterada, e possui com mais frequência vértices cujo caminho mais curto máximo até outros da rede é menor, enquanto Nova Iorque exibe os maiores valores de excentricidade. Essas distribuições podem ser vistas na figura 29.

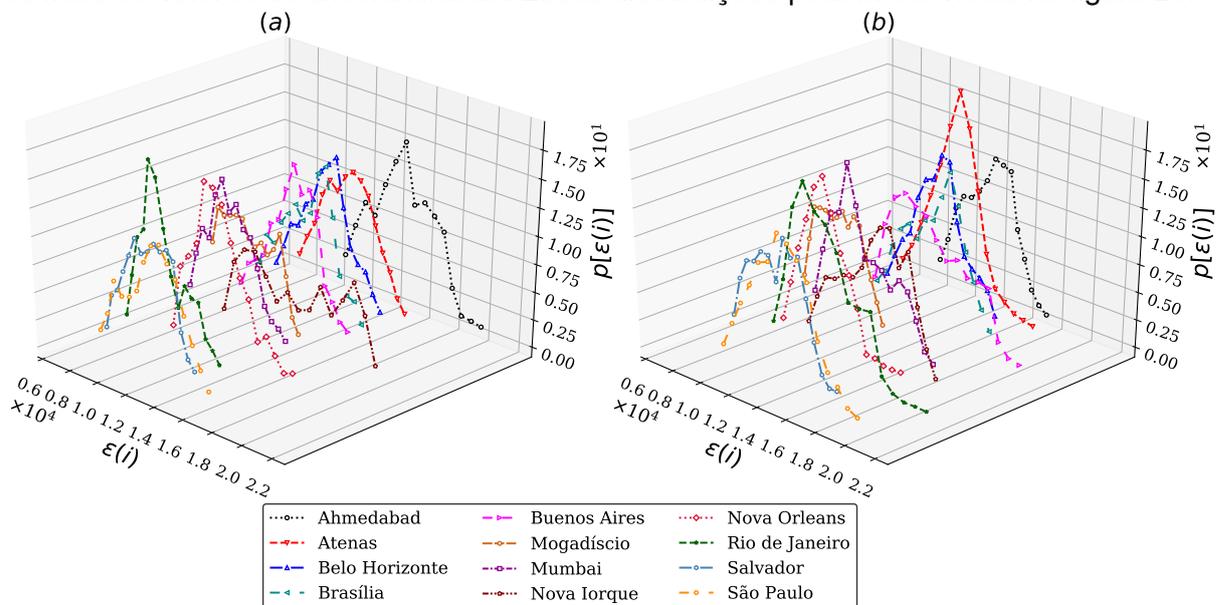


Figura 29 – Distribuições de excentricidade. (a) Rede de pedestres; (b) rede de veículos. Fonte: O autor (2019).

A centralidade por proximidade está relacionada à acessibilidade média a partir de um vértice. É uma medida bastante intuitiva, e a mais diretamente aplicável à gestão do território. O principal critério para a disposição de equipamentos comunitários no território é a racionalização do atendimento às demandas da população, proporcionando acesso homogêneo a uma região. A localização de atividades econômicas também busca sítios urbanos mais relevantes, próximos aos potenciais consumidores, e apresenta uma correlação consistente com a centralidade por mediação (PORTA et al., 2012).

Novamente as redes de pedestres aparecem com o valor médio superior às redes de veículos. Nova Iorque é a rede com menor centralidade por proximidade média e Mumbai com a maior, para as duas categorias. Ao comparar a rede de pedestres e veículos é possível perceber mudanças drásticas nas distribuições de Nova Iorque e Rio de Janeiro: a

primeira se achata em torno da média, enquanto a segunda desenvolve um pico em torno de centralidades de maior valor (figura 30). Uma distribuição mais regular sugere menor hierarquização regional, enquanto a concentração de valores específicos é um indício de elevada hierarquização.

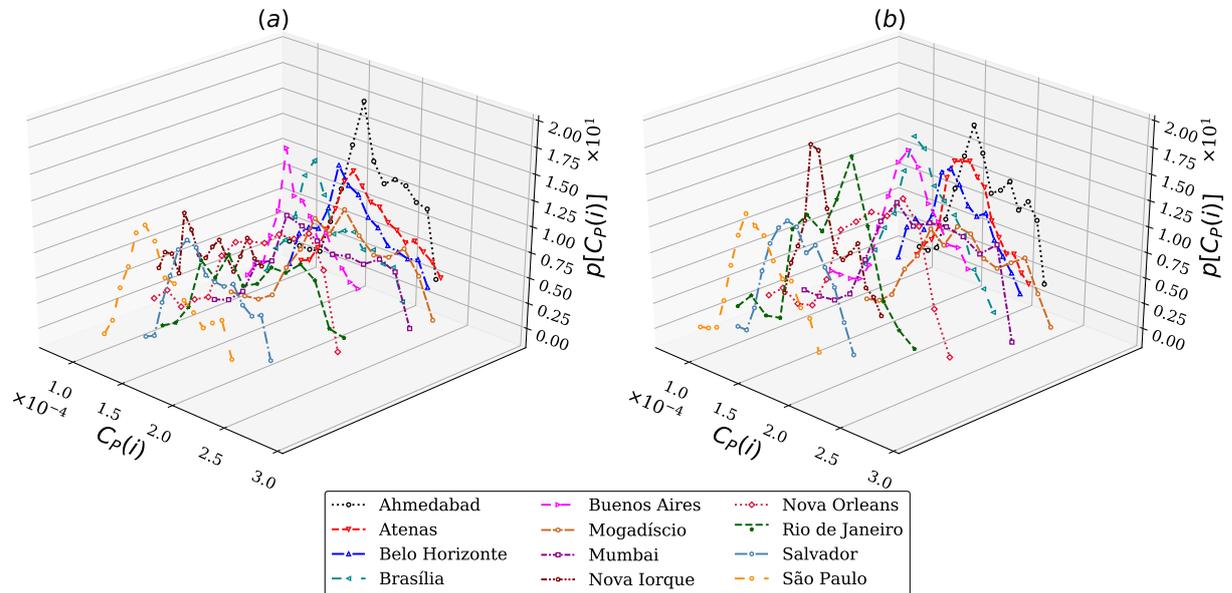


Figura 30 – Distribuições de centralidade por proximidade. (a) Rede de pedestres; (b) rede de veículos. Fonte: O autor (2019).

São vários os fatores determinantes da forma urbana, como a época de urbanização, paradigmas vigentes de projeto, restrições de relevo, condições econômicas e culturais (KOSTOF, 1991). É importante que seja possível compreender a lógica espacial e a ordem geométrica que surgem da orientação das redes de ruas. A rigidez geométrica não está necessariamente associada à organização funcional e social, e mesmo cidades não planejadas ou planejadas sem o reticulado podem ser bem estruturadas em termos dos processos de uso de solo ou das dinâmicas humanas complexas, apesar de não apresentarem padrões claros de ordem-orientação (HILLIER; HANSON, 1989).

Para cada cidade avalia-se o comprimento e a orientação angular de cada uma das vias simplificadas, considerando apenas os vértices extremos e interseções. No método considera-se orientação da aresta de acordo com seu direcionamento, ou seja, se é possível transitar nos dois sentidos contabiliza-se e_{ij} e sua recíproca, e_{ji} . A partir da entropia de Shannon, H , obtém-se a medida de ordem-orientação, φ . Assim, se o valor φ é nulo existe mínima ordenação (entropia máxima), e, se φ é 1, há máxima rigidez de traçado (reticulado perfeito). As diferenças entre as redes de pedestres e veículos são sutis e a maioria das cidades apresenta aumento de ordem-orientação. Belo Horizonte, Nova Orleans e São Paulo são exceções, cujos caminhos de pedestres possuem maior rigidez formal. Buenos Aires, Mogadíscio, Nova Iorque e Nova Orleans são as cidades com traçado mais regular, nessa ordem, enquanto São Paulo e Salvador as que possuem distribuições de ângulos mais homogêneas (figuras 31 e 32).

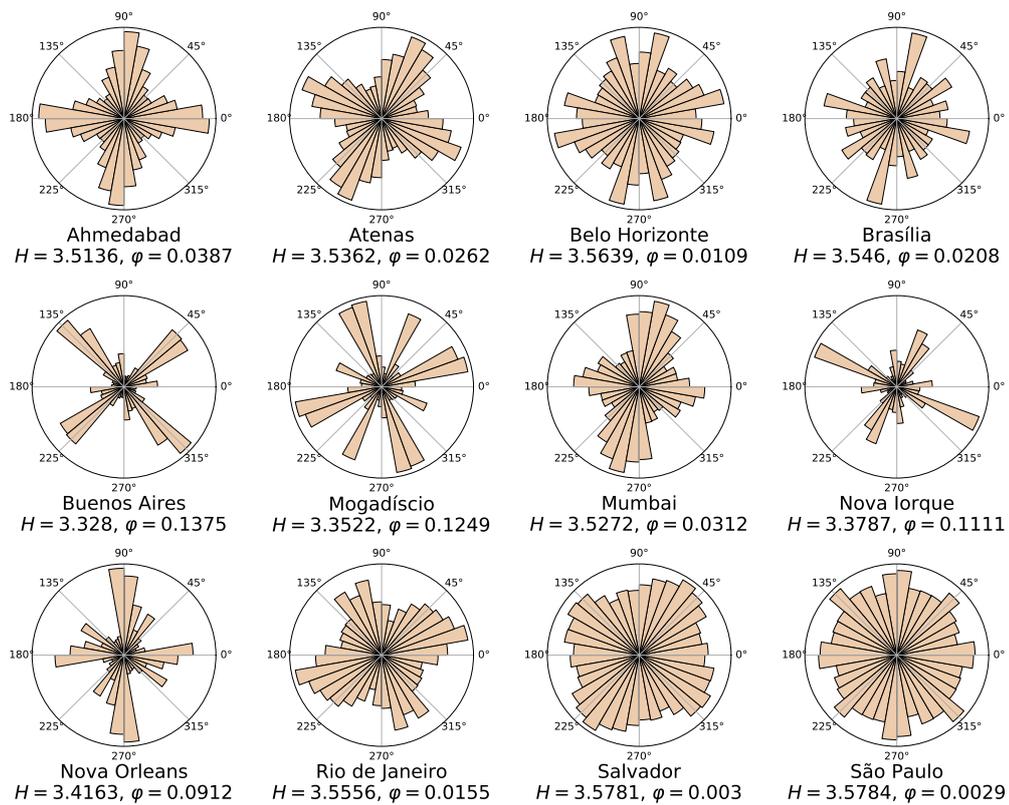


Figura 31 – Histogramas polares de orientação das redes pedonais. Fonte: O autor (2019).

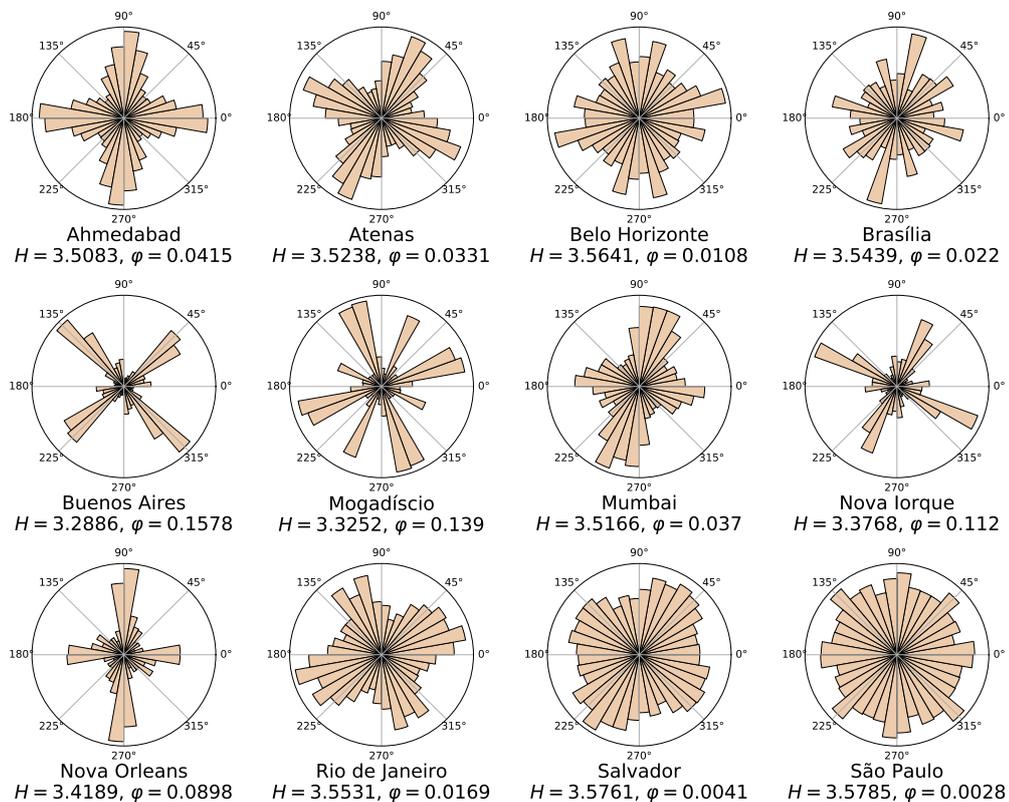


Figura 32 – Histogramas polares de orientação das redes de veículos. Fonte: O autor (2019).

Pedestres												
Medida	Ahmedabad	Atenas	Belo Horizonte	Brasília	Buenos Aires	Mogadiscio	Mumbai	Nova Iorque	Nova Orleans	Rio de Janeiro	Salvador	São Paulo
Ordem	9549	35131	12618	14262	15657	13115	5492	16671	4940	5581	9147	14820
Tamanho	27328	111730	40168	39352	51132	43676	15938	53882	15202	16158	24788	45206
Comprimento viário médio (m)	100.13	52.94	87.83	76.78	74.00	61.37	94.18	54.58	100.88	88.30	83.97	80.23
Densidade viária (km/km ²)	27.1788	58.9880	35.1372	29.6797	37.7752	26.7695	14.7169	29.1484	15.0551	14.1645	20.6503	36.1715
Grau médio	2.8619	3.1804	3.1834	2.7592	3.2658	3.3302	2.9020	3.2321	3.0773	2.8952	2.7100	3.0503
Excentricidade média	14317.92	11847.60	11614.38	11697.90	12077.71	10329.00	10401.58	16549.32	12488.79	9958.28	10419.15	12162.42
Raio	10059.47	8191.19	7883.51	8060.43	8150.48	7567.92	7310.43	11054.28	8921.95	7098.62	7128.62	8185.83
Diâmetro	20102.90	16123.64	15720.68	15745.05	16154.68	14042.99	14539.67	22044.62	17825.67	14144.12	13829.55	16296.10
Caminho característico	6141.00	5658.94	5611.24	5811.88	6094.55	4345.68	4517.53	7634.11	5012.96	4551.81	5268.83	6066.86
Centralidade de proximidade média	0.00017	0.00018	0.00018	0.00018	0.00017	0.00024	0.00023	0.00014	0.00021	0.00023	0.00019	0.00017
Centralidade de mediação média	0.00415	0.00246	0.00421	0.00356	0.00381	0.00426	0.00575	0.00492	0.00779	0.00696	0.00491	0.00326
Centralidade de autovalor média	0.00015	0.00005	0.00017	0.00013	0.00012	0.00021	0.00027	0.00009	0.00033	0.00034	0.00021	0.00013
Centralidade de agrupamento média	0.00017	0.00018	0.00018	0.00018	0.00017	0.00024	0.00023	0.00014	0.00021	0.00023	0.00019	0.00017
Assortatividade	0.09375	0.16189	0.21191	0.01805	0.19767	0.35334	0.10260	0.20920	0.15905	0.12425	0.00921	0.15111
Transitividade	0.04725	0.03704	0.04922	0.07168	0.03846	0.01330	0.05229	0.03527	0.06817	0.05534	0.06867	0.05335
Entropia de orientação	3.5136	3.5362	3.5639	3.546	3.328	3.3522	3.5272	3.3787	3.4163	3.5556	3.5781	3.5784
Ordem-orientação	0.0387	0.0262	0.0109	0.0208	0.1375	0.1249	0.0312	0.1111	0.0912	0.0155	0.003	0.0029

Tabela 2 – Medidas realizadas para as redes de pedestres.

Veículos												
Medida	Ahmedabad	Atenas	Belo Horizonte	Brasília	Buenos Aires	Mogadiscio	Mumbai	Nova Iorque	Nova Orleans	Rio de Janeiro	Salvador	São Paulo
Ordem	8827	22405	10158	6311	8546	12743	4114	6179	3327	3029	6809	9604
Tamanho	22274	48031	25579	12153	17869	42034	10328	13726	8887	5967	15440	20256
Comprimento viário médio (m)	101.45	64.18	99.38	102.18	106.00	60.93	107.37	116.08	127.12	133.92	96.43	104.48
Densidade viária (km/km ²)	21.8049	30.3388	25.6600	12.4868	18.6696	25.5636	10.6423	15.5247	11.2103	8.0691	14.6783	20.9214
Grau médio	2.5234	2.1438	2.5181	1.9257	2.0909	3.2986	2.5105	2.2214	2.6712	1.9700	2.2676	2.1091
Excentricidade média	13172.72	12091.11	12352.97	13362.08	14424.69	9448.52	12406.01	14710.79	12790.90	13936.04	12104.98	13902.58
Raio	9530.32	8134.14	8446.94	9054.27	10259.35	6734.68	8843.15	9784.80	9440.82	10121.73	8912.75	9530.18
Diâmetro	17497.20	17897.60	16528.96	17462.16	20864.82	12708.83	17657.15	19187.71	18159.00	21325.83	16569.99	19437.56
Caminho característico	6319.33	6289.51	6131.53	6617.15	6189.87	4317.74	4728.01	7565.53	5150.60	5589.62	6084.76	6680.24
Centralidade de proximidade média	0.00016	0.00016	0.00017	0.00016	0.00017	0.00024	0.00022	0.00014	0.00020	0.00019	0.00017	0.00015
Centralidade de mediação média	0.00491	0.00336	0.00532	0.00764	0.00598	0.00436	0.00787	0.00670	0.01061	0.01073	0.00716	0.00471
Centralidade de autovalor média	0.00019	0.00007	0.00011	0.00023	0.00023	0.00022	0.00052	0.00026	0.00056	0.00060	0.00028	0.00016
Centralidade de agrupamento média	0.00016	0.00016	0.00017	0.00016	0.00017	0.00024	0.00022	0.00014	0.00020	0.00019	0.00017	0.00015
Assortatividade	0.16266	0.32870	0.44011	0.27281	0.38843	0.39655	0.24940	0.34699	0.32170	0.33539	0.21122	0.38616
Transitividade	0.04184	0.02486	0.03593	0.03906	0.02538	0.01217	0.04202	0.02504	0.03793	0.04703	0.05195	0.04428
Entropia de orientação	3.5083	3.5238	3.5641	3.5439	3.2886	3.3252	3.5166	3.3768	3.4189	3.5531	3.5761	3.5785
Ordem-orientação	0.0415	0.0331	0.0108	0.022	0.1578	0.139	0.037	0.112	0.0898	0.0169	0.0041	0.0028

Tabela 3 – Medidas realizadas para as redes de veículos.

4.2 Difusão

Neste estudo a posição relativa de uma curva de MSD em relação às outras é adotado como um critério de conectividade dos sítios de uma região em relação ao contexto, e diz quão rapidamente se pode acessar o entorno a partir da região demarcada. Desse modo, uma curva que se encontra em posição superior no gráfico representa uma região com maior integração funcional e cuja topologia viária propicia melhor mobilidade. A topologia da rede viária tem grande impacto sobre o processo difusivo, logo, essa medida é local e somente caracteriza uma região estipulada.

O comportamento difusivo está simultaneamente associado ao coeficiente de difusividade, D , e ao expoente de escala, γ , de $\langle r^2(\tau) \rangle = ND\tau^\gamma$ com $N = 4$. O processo pode ser considerado fortemente subdifusivo se $\gamma < 0.4$ e fortemente superdifusivo se $\gamma > 1.4$, com comportamentos intermediários (BURNECKI et al., 2015). No que tange os movimentos de pedestres e veículos, o expoente de escala pode ser entendido como um fator de incremento ou queda da qualidade de acesso conforme se afastam da região demarcada, e o coeficiente de difusividade como uma característica intrínseca à topologia viária que confere fluidez.

Para que seja possível compreender as características das redes espaciais semi-planares que implicam menores coeficiente de difusividade, são construídos grafos a partir de um retículo regular não confinado, com 10000 vértices e 4900 arestas. Uma vez que se deseja medir o afastamento da origem e as bordas nunca serão acessadas por andarilhos, não são adotadas condições periódicas de contorno, resultando em grau médio igual a 3,92. A figura 33 ilustra as redes construídas.

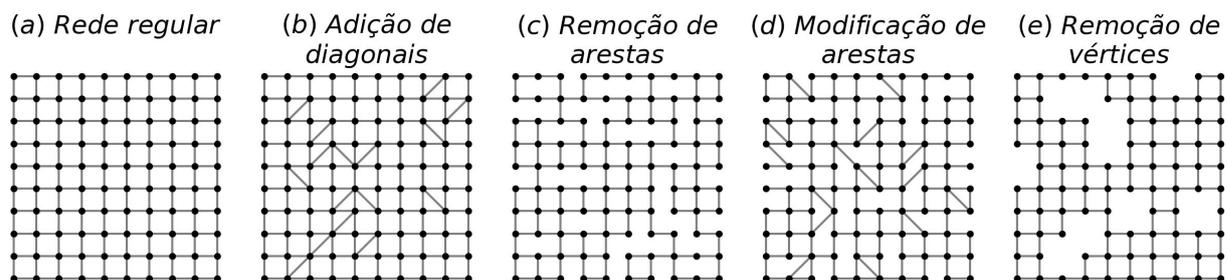


Figura 33 – Redes espaciais semi-planares. (a) Rede regular quadrada; (b) Rede obtida por adição de diagonais; (c) Rede obtida por remoção de arestas; (d) Rede obtida pela remoção de arestas perpendiculares e adição de diagonais; (e) Rede obtida pela remoção de vértices. Fonte: O autor (2019).

A primeira alteração consiste na adição de um número de arestas diagonais igual a 20% do número original em quadras aleatórias, que resulta em grau médio 4,30. Na segunda são removidas do grafo original 20% das arestas existentes, que resulta em um grau médio 3,14. A terceira modificação mantém o número de arestas e o grau médio, mas introduz irregularidades na rede transformando arestas perpendiculares em diagonais. A

última transformação gera heterogeneidade no tamanho das quadras pela remoção de vértices com grau 3 e 4 equivalente a 10% do total, implicando em grau médio 3,52%.

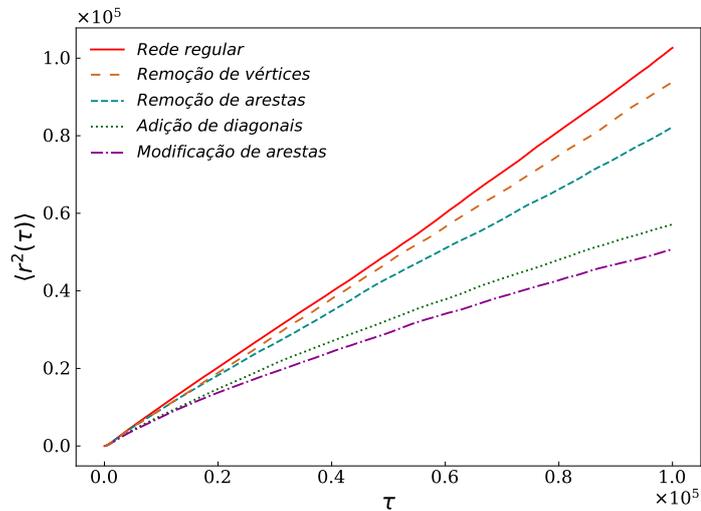


Figura 34 – MSD para redes espaciais semi-planares. Fonte: O autor (2019).

As modificações no retículo regular são executadas de maneira aleatória para cada amostra. Essas redes são então submetidas à mesma dinâmica, idêntica à aplicada em redes viárias, na qual 10^5 andarilhos partem do vértice mais central. Como esperado, a rede quadriculada regular apresenta comportamento tipicamente difusivo (figura 34). A introdução de irregularidades sempre impacta o processo, com redução do coeficiente de difusividade. Modificações locais de permeabilidade, como nos casos com adição de diagonais, aumentam o tempo que os andarilhos permanecem em algumas regiões, e faz com que as curvas de MSD apresentem os comportamentos mais subdifusivos. Essas observações auxiliam na compreensão do fenômeno em cidades, apresentado a seguir.

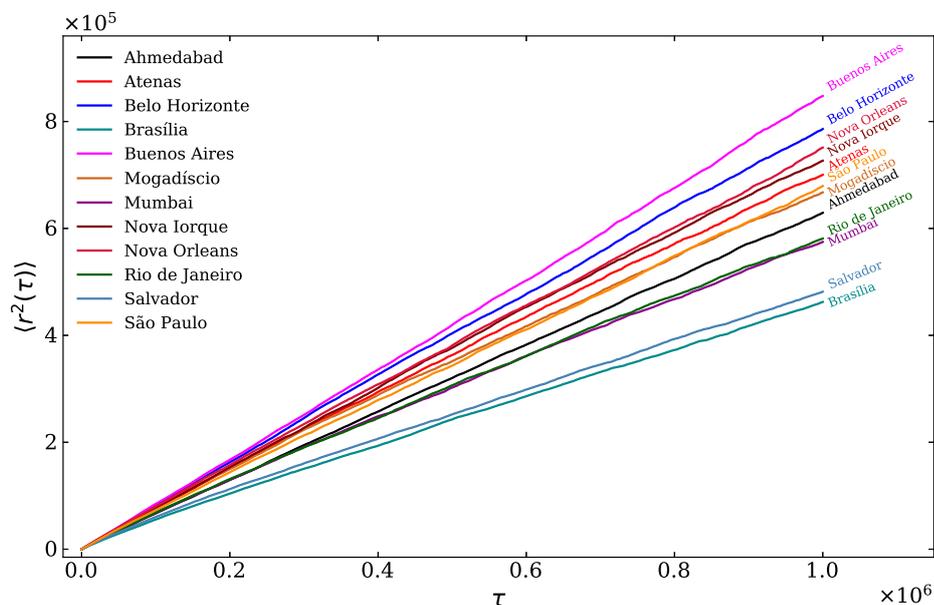


Figura 35 – MSD para pedestres. Fonte: O autor (2019).

Uma vez que os passeios aleatórios realizados sobre as redes são não-correlacionados, sabe-se que o comportamento anômalo detectado está associado às interrupções e obstáculos intransponíveis inerentes a cada rede, que impõem características de passeios aleatórios confinados ou parcialmente confinados. Embora a teoria dos grafos possibilite uma série de análises úteis, seus métodos são incapazes de detectar tais características, e não é possível observar relação direta entre nenhuma das medidas realizadas e o comportamento do fenômeno. Logo o coeficiente de difusividade e o expoente de escala podem ser estabelecidos como importantes atributos na análise de redes viárias.

A regressão não linear de $\langle r^2(\tau) \rangle = 4D\tau^\gamma$ permite estimar o coeficiente de difusividade, D , e o expoente de escala, γ (tabela 4). Uma vez que todas as curvas de difusão das redes de pedestres tem o comportamento bem próximo ao tipicamente difusivo, fixa-se $\gamma = 1$ para que seja possível avaliá-las somente segundo com o coeficiente de difusão, D (tabela 5).

Cidade	D	γ	R^2
Ahmedabad	0.21489	0.97761	0.99997
Atenas	0.33448	0.95369	0.99992
Belo Horizonte	0.28165	0.97429	0.99988
Brasília	0.30556	0.92928	0.99992
Buenos Aires	0.17926	1.01214	0.99995
Mogadíscio	0.47531	0.92459	0.99992
Mumbai	0.40839	0.92464	0.99994
Nova Iorque	0.29744	0.96508	0.99984
Nova Orleans	0.30347	0.96477	0.99996
Rio de Janeiro	0.37698	0.93125	0.99991
Salvador	0.39457	0.91376	0.99985
São Paulo	0.25860	0.96940	0.99994

Tabela 4 – Ajuste de $\langle r^2(\tau) \rangle = 4D\tau^\gamma$ aos resultados das simulações de pedestres.

Cidade	D	R^2
Ahmedabad	0.15889	0.99973
Atenas	0.17915	0.99888
Belo Horizonte	0.19914	0.99957
Brasília	0.11780	0.99741
Buenos Aires	0.21113	0.99988
Mogadíscio	0.17201	0.99704
Mumbai	0.14790	0.99705
Nova Iorque	0.18576	0.99925
Nova Orleans	0.18874	0.99937
Rio de Janeiro	0.14923	0.99753
Salvador	0.12340	0.99602
São Paulo	0.17119	0.99949

Tabela 5 – Ajuste de $\langle r^2(\tau) \rangle = 4D\tau$ aos resultados das simulações de pedestres.

O regime é pouco superdifusivo para Buenos Aires, e pode ser considerado fracamente subdifusivo para todas as outras cidades. Ahmedabad, Belo Horizonte e Buenos Aires são aquelas que mais se aproximam da difusão usual. Salvador, Mogadíscio, Mumbai, Brasília e Rio de Janeiro são as mais subdifusivas. É possível identificar que comportamentos próximos da difusão usual estão associados a uma relativa regularidade de traçado, com homogeneidade do tamanho de quadras e alta permeabilidade ao longo do território (maior grau médio e pouca ocorrência de vértices com grau 1).

Entre as características comuns das cidades com comportamentos subdifusivos está a presença de barreiras físicas que proporcionam a descontinuidade do desenho urbano, como a transição do reticulado compacto de Mogadíscio para o entorno de quadras maiores feita por poucas vias sinuosas, ou um grande número de vias sem saída em Brasília, Mumbai, Salvador e Rio de Janeiro. Ahmedabad é uma exceção, que apresenta

características de desenho pouco rigorosas mas um expoente de escala próximo ao da difusão usual, embora a posição relativa da curva de MSD revele que o acesso às regiões periféricas ocorre mais lentamente do que nas cidades com desenho ordenado (figura 35).

A aproximação de $\langle r^2(\tau) \rangle = ND\tau$ é bastante consistente no caso de pedestres, no qual todas as vias permitem deslocamentos nos dois sentidos. Assim é possível identificar Buenos Aires como a cidade mais difusiva, seguida por Belo Horizonte. Ambas apresentam traçados rigorosos e ordenados, com poucos obstáculos ao deslocamento. Brasília e Salvador possuem os menores coeficientes de difusividade, devido à baixa permeabilidade. As transições de regime proporcionadas por alterações estruturais das redes se manifestam como sutis imperfeições ao longo das trajetórias das curvas.

O processo difusivo dos veículos ocorre mais rapidamente devido ao elevado número de arestas direcionadas. A hierarquia viária tem grande impacto, com vias arteriais responsáveis por longos deslocamentos em grande volume; vias coletoras ramificando das arteriais, com volume intermediário e ligações imediatas; e vias locais, de baixo volume. Assim, quando um andarilho desse tipo se encontra em uma via expressa ele somente realiza movimentos na mesma direção até que se depare com uma saída. O afastamento da origem em Mogadíscio é bastante lento, já que existem poucas vias de sentido único na região selecionada, caracterizando uma dinâmica próxima àquela obtida para pedestres.

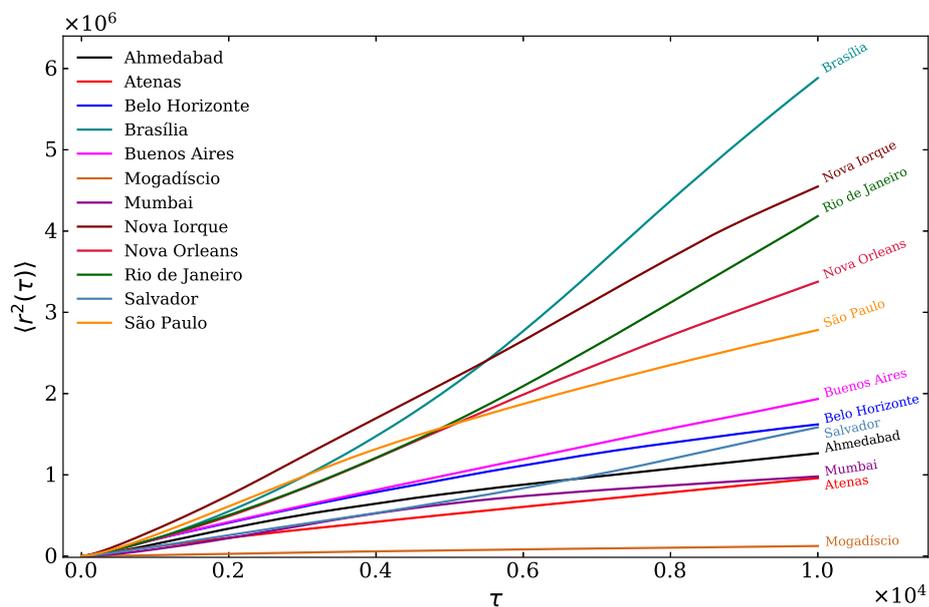


Figura 36 – MSD para veículos. Fonte: O autor (2019).

Os ajustes da equação alométrica são mais imprecisos para o MSD em redes de veículos novamente graças à presença de longas vias direcionadas. A transição de uma região com vias de características locais para outra com vias de alta velocidade provoca mudanças no regime de difusão, fazendo com que as curvas possam ter trechos subdifusivos e trechos superdifusivos, típicos de um passeio aleatório parcialmente confinado. A posição

relativa das curvas em cada instante de tempo permite compreender a capacidade de acesso a regiões periféricas em relação à origem. Novamente, o expoente de escala revela características da rede que implicam melhoria ou piora da qualidade dos deslocamentos durante o trajeto.

Brasília é a única cidade com comportamento que pode ser considerado fortemente superdifusivo (tabela 4). As características da superquadra ficam evidentes pelo aumento da inclinação da curva correspondente, que acontece quando os andarilhos alcançam as vias de grande circulação. Rio de Janeiro e Salvador são mais superdifusivas que o restante, embora a capacidade de acessar regiões distantes na última cidade permaneça restrita. Buenos Aires é a cidade com comportamento mais próximo da difusão usual, mas não mais se destaca por propiciar deslocamentos ágeis.

Cidade	D	γ	R^2
Ahmedabad	205.97405	0.79904	0.99467
Atenas	61.62796	0.89760	0.99993
Belo Horizonte	183.56303	0.83957	0.99748
Brasília	1.47207	1.50152	0.99953
Buenos Aires	77.23707	0.94931	0.99991
Mogadíscio	10.48538	0.86979	0.99623
Mumbai	126.95404	0.82898	0.97903
Nova Iorque	43.27449	1.10745	0.99953
Nova Orleans	22.22959	1.14801	0.99830
Rio de Janeiro	4.22844	1.34866	0.99984
Salvador	6.20806	1.20225	0.99868
São Paulo	201.36943	0.88469	0.99490

Tabela 6 – Ajuste de $\langle r^2(\tau) \rangle = 4D\tau^\gamma$ aos resultados das simulações de veículos.

Em escala logarítmica as curvas de MSD para pedestres colapsam, revelando um comportamento característico. O mesmo não ocorre para veículos, e ainda é possível verificar a ocorrência de regimes diversos.

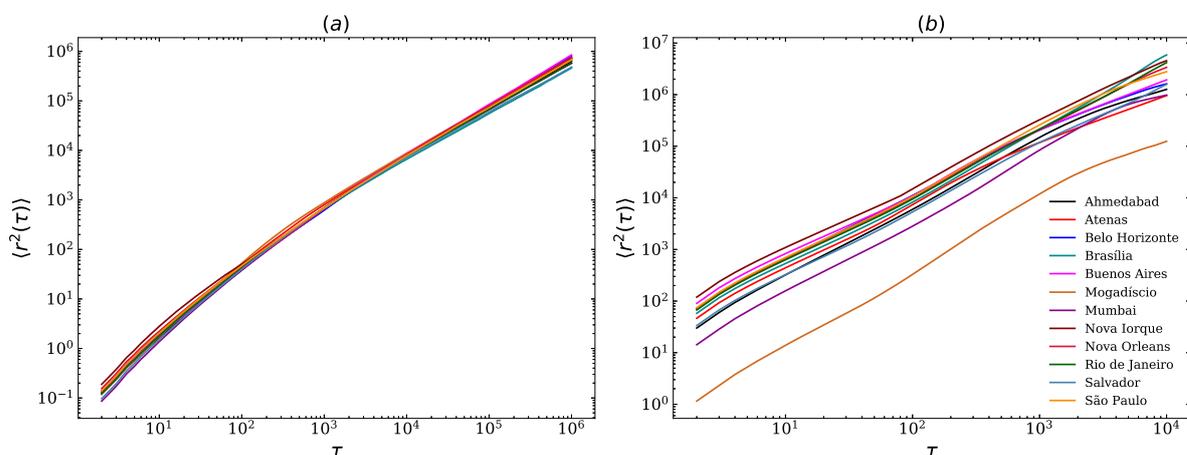


Figura 37 – MSD em escala logarítmica. (a) Pedestres; (b) Veículos. Fonte: O autor (2019).

Embora as curvas de MSD quantifiquem a velocidade de acesso às regiões urbanas periféricas, não são capazes de expressar a homogeneidade de acesso ou identificar se as características topológicas da rede priorizam o acesso a determinadas regiões. Assim, complementam a análise os histogramas polares ponderados e cálculos da posição final do andarilho em relação à origem após 10^6 passos à pé ou 10^4 passos em um veículo, correspondentes às mesmas simulações. Novamente, não são encontradas correlações definitivas entre entropia e as avaliações quantitativas das redes.

Como demonstrado na seção 2.4.2, o histograma de distribuição de posições de andarilhos em um passeio aleatório bidimensional obedece uma gaussiana em duas dimensões. A entropia, portanto, é máxima, e a ordem-orientação dos deslocamentos mínima. O mesmo não ocorre em redes viárias, que podem favorecer determinados fluxos, e estão sujeitas a diversos confinamentos físicos ou tendências topológicas da rede a arranjos longitudinais.

É possível observar que o acesso de pedestres se dá de forma mais homogênea, pouco polarizada (figura 38). As características da rede viária de Buenos Aires propiciam o acesso mais homogêneo ao entorno, seguida por Atenas e Belo Horizonte. Salvador e Mumbai são as cidades com maior direcionamento nos fluxos, claramente pelas características de relevo e interrupções da malha urbana por corpos d'água. Embora os confinamentos característicos de cada rede claramente afetem a posição final dos andarilhos, a orientação do desenho viário tem pouco impacto.

Os destinos de veículos são mais ordenados, em geral concentrando-se em torno de ângulos específicos (figura 39). Esse comportamento está claramente associado às longas vias expressas e direcionadas, que proporcionam afastamentos significativos em pouco tempo. Brasília e Mumbai são as cidades com posições finais dos andarilhos mais polarizadas. Salvador, Nova Iorque e Mogadíscio também apresentam índices de ordem-orientação elevados. Buenos Aires, Atenas e Belo Horizonte mais uma vez se destacam por exibirem φ mais baixos, com acesso significativamente igualitário ao entorno, embora ainda seja possível identificar nas duas últimas uma tendência da topologia viária em guiar os fluxos respectivamente nas direções sul-sudoeste e norte-nordeste.

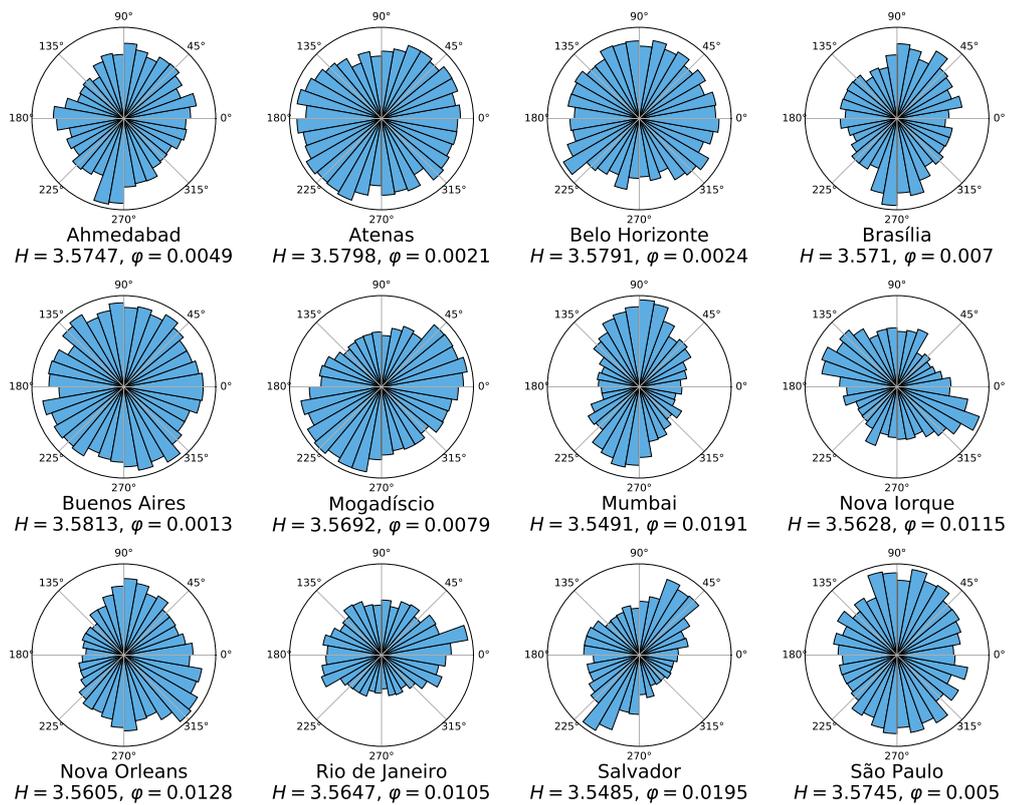


Figura 38 – Histogramas polares para o ângulo em relação à origem após um deslocamento de 10^6 m, para pedestres. Fonte: O autor (2019).

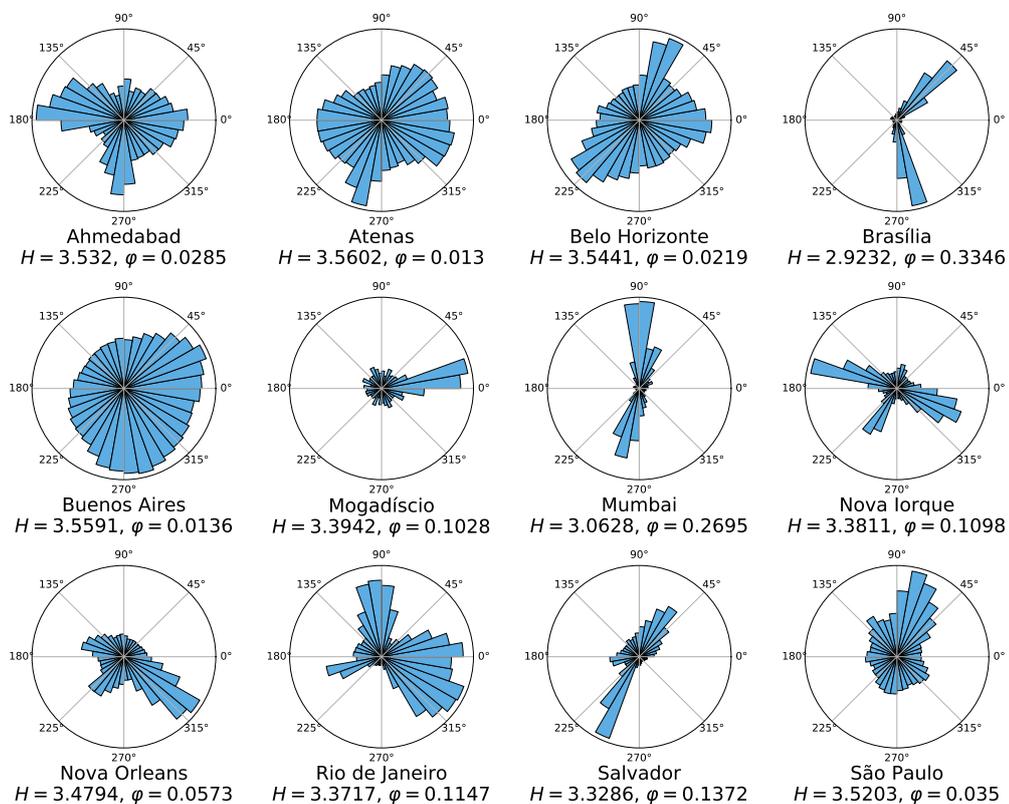


Figura 39 – Histogramas polares para o ângulo em relação à origem após um deslocamento de 10^4 m, para veículos. Fonte: O autor (2019).

4.3 Tempo Médio de Primeira Passagem e Índice de Uniformidade

Os fenômenos de primeira passagem são uma área de pesquisa com aplicações em diversos campos, na qual se estuda a primeira ocorrência de um evento em uma dinâmica estocástica. São várias as redes de infraestrutura nas quais deslocamentos são realizados – ciclovias, hidrovias, metroferrovias – mas as vias automotivas, compostas por leito carroçável e calçadas, são a base dos deslocamentos de pessoas e cargas. A capacidade de acessar o entorno em trajetos a pé ou regiões periféricas em deslocamentos motorizados com fluidez pode ser analisada considerando-se a primeira passagem como o instante de tempo em que um andarilho, em um passeio aleatório, alcança determinado afastamento da origem.

Inicialmente é necessário observar o comportamento de múltiplos deslocamentos realizados a partir do mesmo ponto, com diferentes meios de transporte. São realizadas simulações com 10^6 amostras que permitem compreender quais as características estruturais das redes viárias tem maior impacto nos tempos de primeira passagem e nas flutuações entre realizações distintas. Verifica-se então se há favorecimento de percursos pelo número de trânsitos por vértice, e com auxílio do histograma polar, quais são as posições da fronteira absorvente mais frequentemente acessadas. Então é possível identificar com maior clareza as características individuais que determinam as distribuições de TPP e índice de uniformidade.

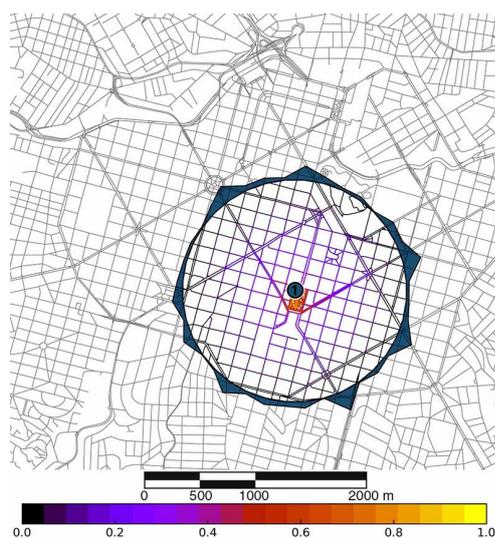


Figura 40 – Número de trânsitos normalizado por vértice realizados por agentes distintos para uma única origem com conformação unimodal da rede de pedestres de Belo Horizonte. O histograma polar com 36 intervalos para cada 10° mostra a fronteira absorvente e a posição final do andarilho em relação à origem. Fonte: O autor (2019).

Os mapas de trânsitos individuais quantificam o número vezes que um vértice foi transposto por agentes não interagentes distintos (o retorno de um andarilho a um vértice já transitado por ele não é contabilizado). Há maior concentração de percursos distintos na região mais próxima à origem e observa-se redução suave do número de trânsitos conforme se afasta da origem. Os destinos de pedestres são razoavelmente homogêneos, e estão claramente associados a vias duplicadas de maior capacidade (figura 40).

As caminhadas aleatórias de pedestres são realizadas com fronteira absorvente na vizinhança imediata, que constitui um domínio irrestrito. As distribuições de TPP são mais estreitas e as distribuições de índices de uniformidade desse tipo de passeio sempre apresentam conformação unimodal (figura 41b). Isso entretanto não implica necessariamente um menor TMPP. Mesmo quando a origem do passeio se dá próxima a uma interrupção da infraestrutura viária, as flutuações entre as realizações individuais não são substanciais. As distribuições de tempos de primeira passagem, τ , em escala semi-log exibem tendência linear (figura 41a).

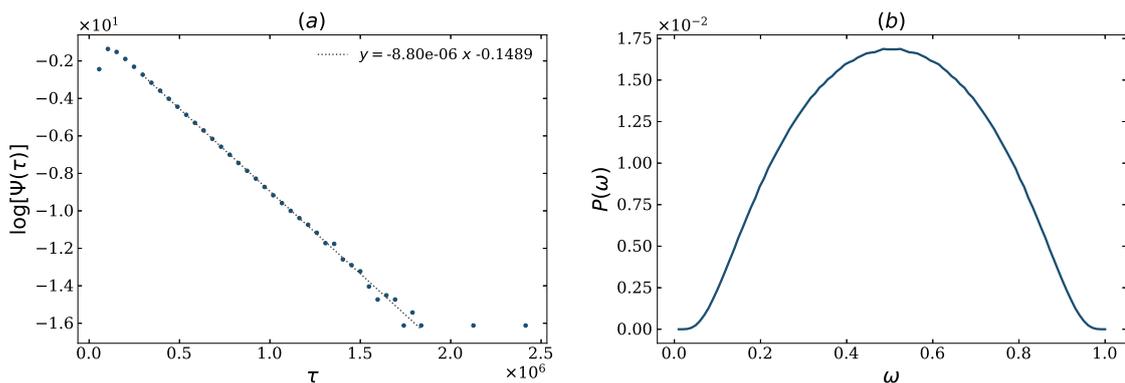


Figura 41 – (a) Distribuição de $\Psi(\tau)$ para 10^7 amostras de RW na rede viária de pedestres de Belo Horizonte, com vértices absorventes a 1 km da origem: (1) (Consultar Figura 40). (b) Distribuição $P(\omega)$ correspondente. Fonte: O autor (2019).

Comportamento bastante similar pode ser observado nos resultados das simulações realizadas para Nova Iorque, com uma distribuição relativamente homogênea de destinos e redução gradual do número de trânsitos por vértice de acordo com a distância de Manhattan da origem. As vias de comprimentos pequenos aparecem com grande frequência entre os trajetos mais comuns, e causam alta retenção, aumentando os TMPP. A região adjacente ao Rio Hudson é altamente conectada, com elevada densidade de caminhos transitáveis a pé e direcionamento longitudinal, gerando uma convergência nos fluxos e conduzindo-os às duas regiões da fronteira absorvente mais acessadas. Vias de hierarquia maior, em geral duplicadas, são também amplamente transitadas e conduzem aos destinos mais comuns (figura 42).

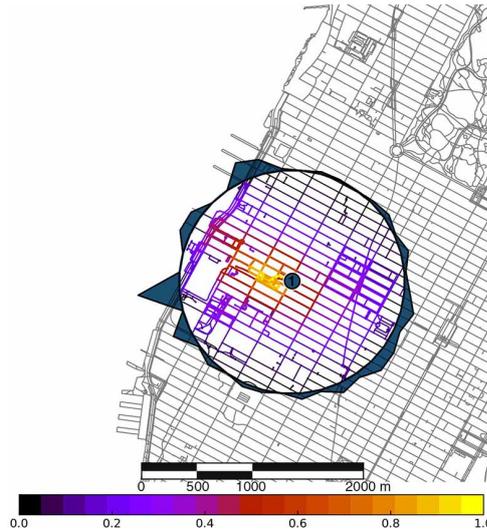


Figura 42 – Número de trânsitos por vértice realizados por agentes distintos para uma única origem com conformação unimodal da rede de pedestres de Nova lorque. O histograma polar com 36 intervalos para cada 10° mostra a fronteira absorvente e a posição final do andarilho em relação à origem. Fonte: O autor (2019).

O vértice que ilustra o fenômeno em Nova lorque apresenta uma distribuição de TPP bastante próxima à de Belo Horizonte. As regressões lineares de $\log[\Psi(\tau)]$ para as duas cidades indicam inclinações próximas, respectivamente $-7,34 \times 10^{-6}$ e $-8,80 \times 10^{-6}$ (figuras 43a e 41a). Há pouca flutuação entre as execuções individuais, resultando em uma distribuição de índices de uniformidade unimodal para todos os vértices (figura 43b).

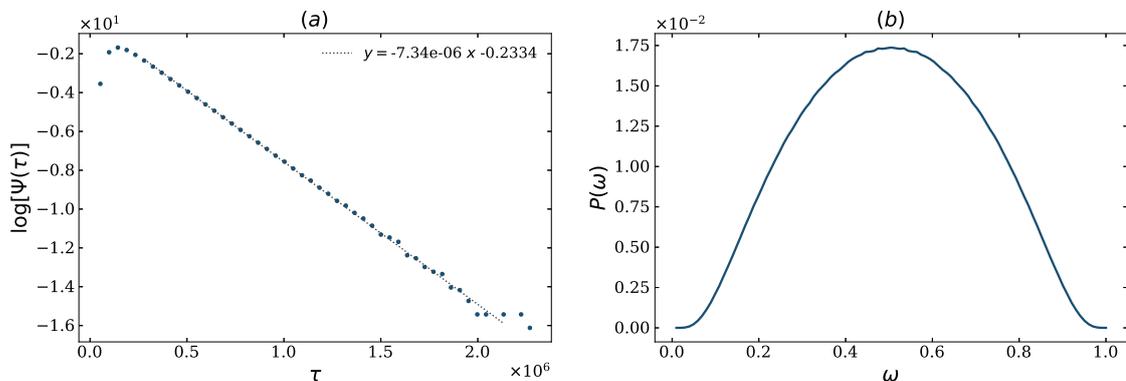


Figura 43 – (a) Distribuição de TPP para 10^7 amostras de RW na rede viária de pedestres de Nova lorque, com vértices absorventes a 1 km da origem: ① (Consultar Figura 42). (b) Distribuição $P(\omega)$ correspondente. Fonte: O autor (2019).

A fronteira absorvente mais ampla utilizada nos passeios aleatórios de veículos é fragmentada, e muito frequentemente não cruza nenhuma aresta em arcos de longos comprimentos. Em geral os destinos de veículos são mais polarizados, alcançados lentamente por vias locais e muito rapidamente por meio das vias arteriais. Embora a redução do número de trânsitos por vértice seja perceptível conforme a distância da fronteira absorvente diminui, é possível perceber elevada concentração de trajetos em regiões com maior número de vias bidirecionais, descontinuidades de tecido urbano ou barreiras físicas. Vértices

pertencentes a vias arteriais apresentam um número de trânsitos intermediário, pois vias unidirecionais inibem a permanência dos andarilhos em uma mesma região, atuando como concentradoras de fluxo. Os mapas mostram uma clara correlação entre as vias principais e destinos dos agentes (figura 44).

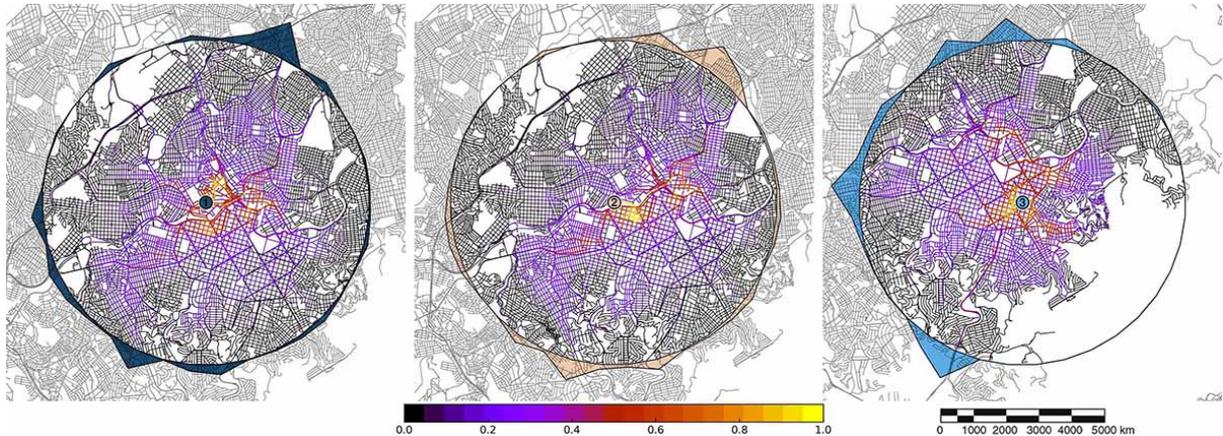


Figura 44 – Número de trânsitos normalizado por vértice realizados por agentes distintos para três origens distintas da rede de pedestres de Belo Horizonte: ① unimodal em azul escuro, ② regular em bege, ③ bimodal em azul claro. Os histogramas polares com 36 intervalos para cada 10° mostram as fronteiras absorventes e as posições finais dos andarilhos em relação às origens. Fonte: O autor (2019).

Vértices com distribuição unimodal de índices de uniformidade, como ①, ocorrem de forma geral onde há um arranjo homogêneo da infraestrutura viária, com alta permeabilidade e acessibilidade a vias de hierarquias distintas. Passeios aleatórios originados em vértices com essa configuração estão pouco sujeitos à influência de vizinhanças não urbanizadas, e apresentam de forma geral TMPP menores. Percebe-se também esse comportamento quando há ruptura da continuidade de logradouros na vizinhança imediata e o direcionamento dos veículos a um arco específico da fronteira absorvente.

A ocorrência de vértices com distribuições bimodais está associada à presença de barreiras físicas ou interrupções do traçado urbano, que existem a uma distância próxima do raio que determina a fronteira absorvente, como ③. O mapa correspondente mostra um elevado nível de atividade próximo a uma região não urbanizada, e facilita a compreensão da diferença dos tempos de primeira passagem de dois agentes independentes simultâneos. Esse tipo de vértice apresenta de forma geral TMPP mais altos. Distribuições regulares acontecem em áreas de transição, com TMPP próximos dos vértices com $P(\omega)$ unimodal.

As distribuições de $\log[\Psi(\tau)]$ também exibem tendência linear para as dinâmicas realizadas sobre as redes de veículos. Os TPP dos passeios aleatórios originados em ① e ② podem ser ajustados a retas com diferenças mínimas de inclinação, e apresentam distribuições mais estreitas. O vértice com conformação bimodal de índices de uniformidade, ③, apresenta o maior TMPP e uma distribuição mais larga de TPP, com a maior inclinação (figura 45a).

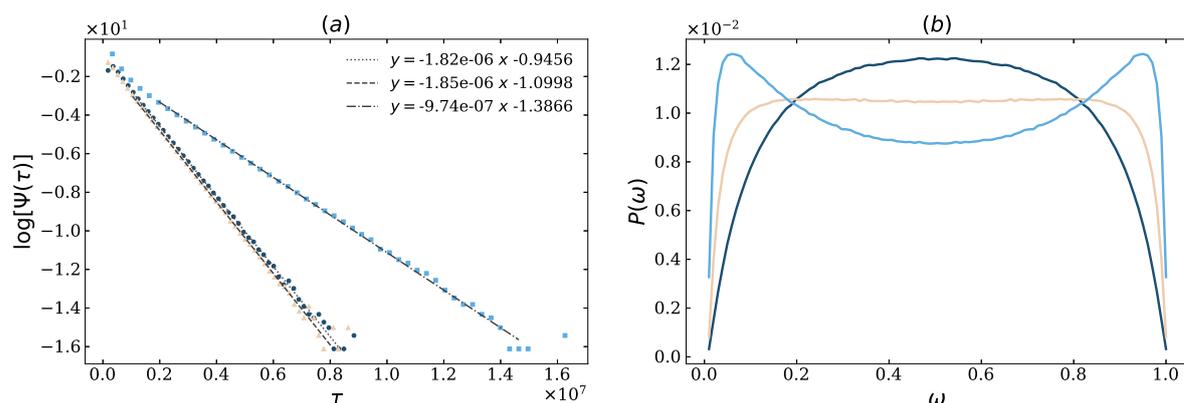


Figura 45 – (a) Distribuição de TPP para 10^7 amostras de RW na rede viária de veículos de Belo Horizonte, com vértices absorventes a 5 km da origem, para três origens distintas: ① unimodal em azul escuro, ② regular em bege, ③ azul claro (Consultar Figura 44). (b) Distribuição $P(\omega)$ correspondente, com mesmas cores. Fonte: O autor (2019).

No caso de Nova Iorque a malha urbana somente é interrompida pelo Rios Hudson e Rio East, resultando em uma fronteira absorvente mais contínua. É possível observar que a rede viária mais ordenada e altamente permeável proporciona fluxos mais diluídos na região próxima à origem, mas que se concentram de forma mais contundente em vias principais próximas ao limiar. Em geral, os vértices mais percorridos se concentram em torno do vértice inicial da caminhada, e há um decréscimo do número de trânsitos de acordo com a distância. Verifica-se que vértices com distribuições unimodais de índices de uniformidade, como ①, estão associados à adoção de caminhos comuns (região amarela e alaranjada), que de fato induzem TPP próximos.

Para o vértice ②, com distribuição regular de índices de uniformidade, os caminhos adotados são mais diversos que no caso unimodal, resultando em uma região mais ampla de fluxos intermediários. Verifica-se que para o vértice em ③, muito próximo do Túnel Lincoln, uma única via concentra a maioria dos fluxos. O sítio de início de percurso e a topologia viária contribuem para que poucos andarilhos acessem a região sudeste, resultando em um histograma de distribuições angulares muito polarizado e um mapa majoritariamente com arestas pouco transitadas, evidência da adoção de um número ainda maior de caminhos distintos (figura 46).

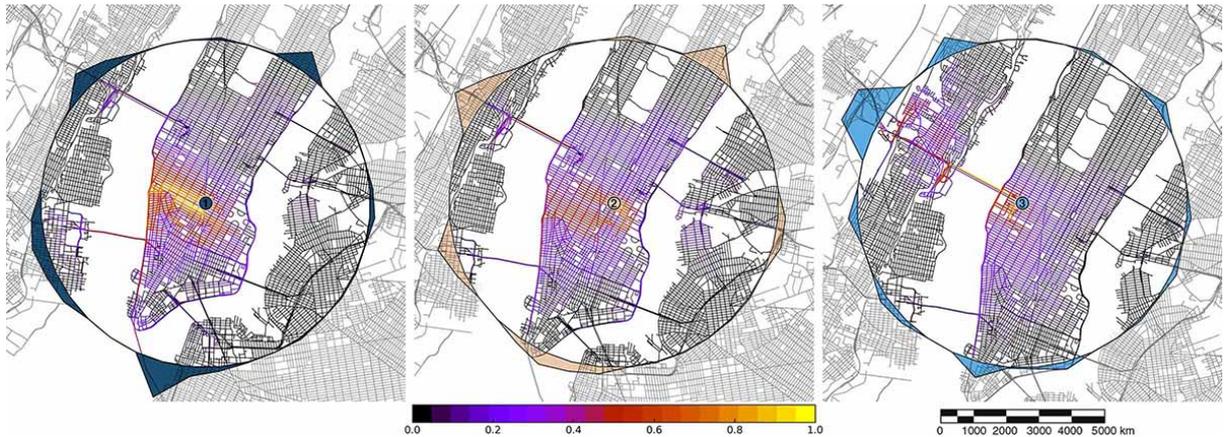


Figura 46 – Número de trânsitos normalizado por vértice realizados por agentes distintos em escala linear para três origens distintas da rede de pedestres de Nova lorque: ① unimodal em azul escuro, ② regular em bege, ③ bimodal em azul claro. Os histogramas polares com 36 intervalos para cada 10° mostram a fronteiras absorventes e as posições finais dos andarilhos em relação às origens. Fonte: O autor (2019).

As distribuições de $\log[\Psi(\tau)]$ exibem comportamento similar às de Belo Horizonte, mais larga para o vértice ③ e mais estreitas para os vértices ① e ② (figura 47a). Novamente as curvas correspondentes aos vértices com distribuições de índices de uniformidade unimodal e regular apresentam conformações próximas. As distribuições de índices de uniformidade unimodal e regular se assemelham às de Belo Horizonte, mas a distribuição bimodal exhibe flutuações individuais nos tempos de primeira passagem ainda maiores 47b).

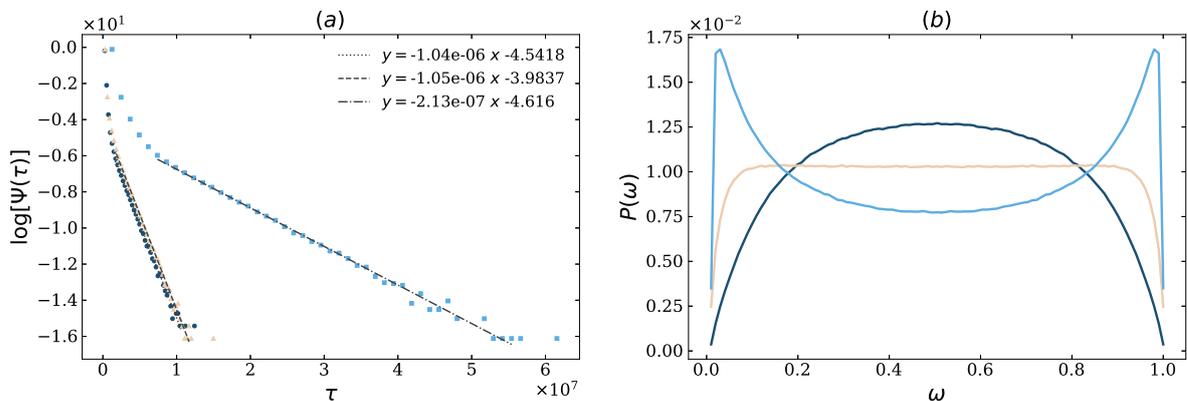


Figura 47 – (a) Distribuição de TPP para 10^7 amostras de RW na rede viária de veículos de Nova lorque, com vértices absorventes a 5 km da origem, para três origens distintas: ① unimodal em azul escuro, ② regular em bege, ③ azul claro (Consultar Figura 46). (b) Distribuição $P(\omega)$ correspondente, com mesmas cores. Fonte: O autor (2019).

A ocorrência de distribuições bimodais de índices de uniformidade está associada à distância entre o vértice inicial do passeio aleatório e um trecho amplo da fronteira absorvente que não intercepta nenhuma aresta. No caso de Belo Horizonte essas lacunas são impostas por restrições topográficas na direção leste, enquanto em Nova Iorque elas ocorrem pela presença dos rios.

Quando existe alguma extensão territorial em uma direção na qual é impossível se afastar a distância euclidiana predeterminedada, um elevado número de agentes adota percursos com muitos desvios, enquanto outros tomam caminhos mais diretos até as saídas, provocando grandes flutuações entre pares de TPP. Quanto maior o raio da circunferência que determina o limite, maior a ocorrência simultânea de passeios diretos rápidos e indiretos lentos, com muitos desvios (figura 48).

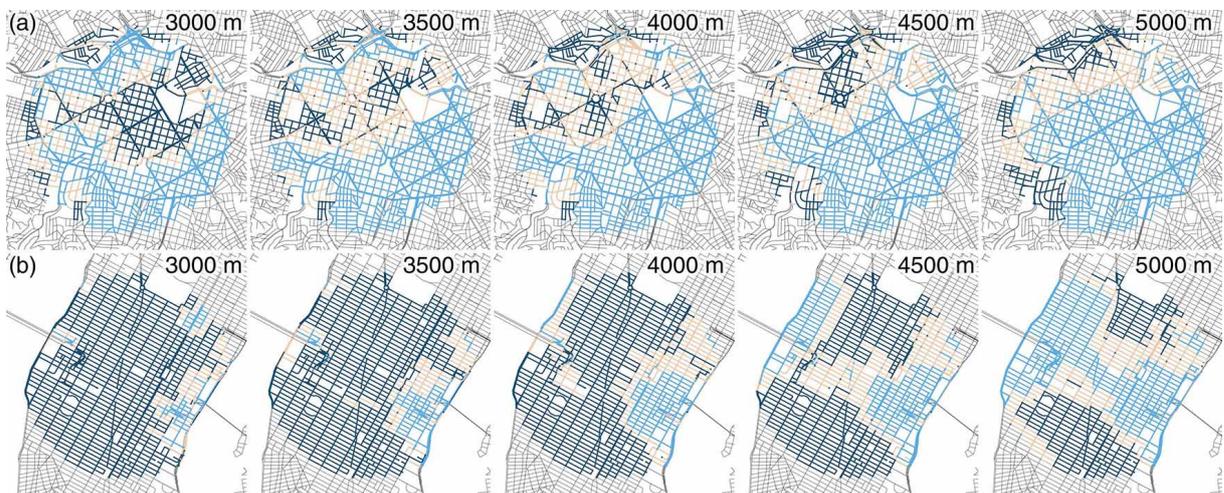


Figura 48 – Modificação do índice de uniformidade de acordo com a distância da fronteira absorvente. Os vértices de origem possuem cor azul escuro se $\chi < \chi^*$, azul escuro $|\chi| > \chi^*$, e azul claro $\chi > \chi^*$. Fonte: O autor (2019).

São ainda analisados os TPP e índices de uniformidade para as 12 cidades estudadas, para deslocamentos de pedestres e veículos, com fronteiras absorventes de raios 1000 m e 5000 m, respectivamente. Para que seja possível comparar os TMPP de regiões diferentes, é feita a normalização para cada um dos valores dos vértices obtidos nas simulações, considerando $\tau_{\min} - \tau_{\max}$ a partir dos valores de $\{\tau\}$ obtidos para todas as cidades. Nos mapas que ilustram os TMPP é adotada escala logarítmica para que seja possível perceber mais claramente as transições de tempos entre múltiplas localidades.

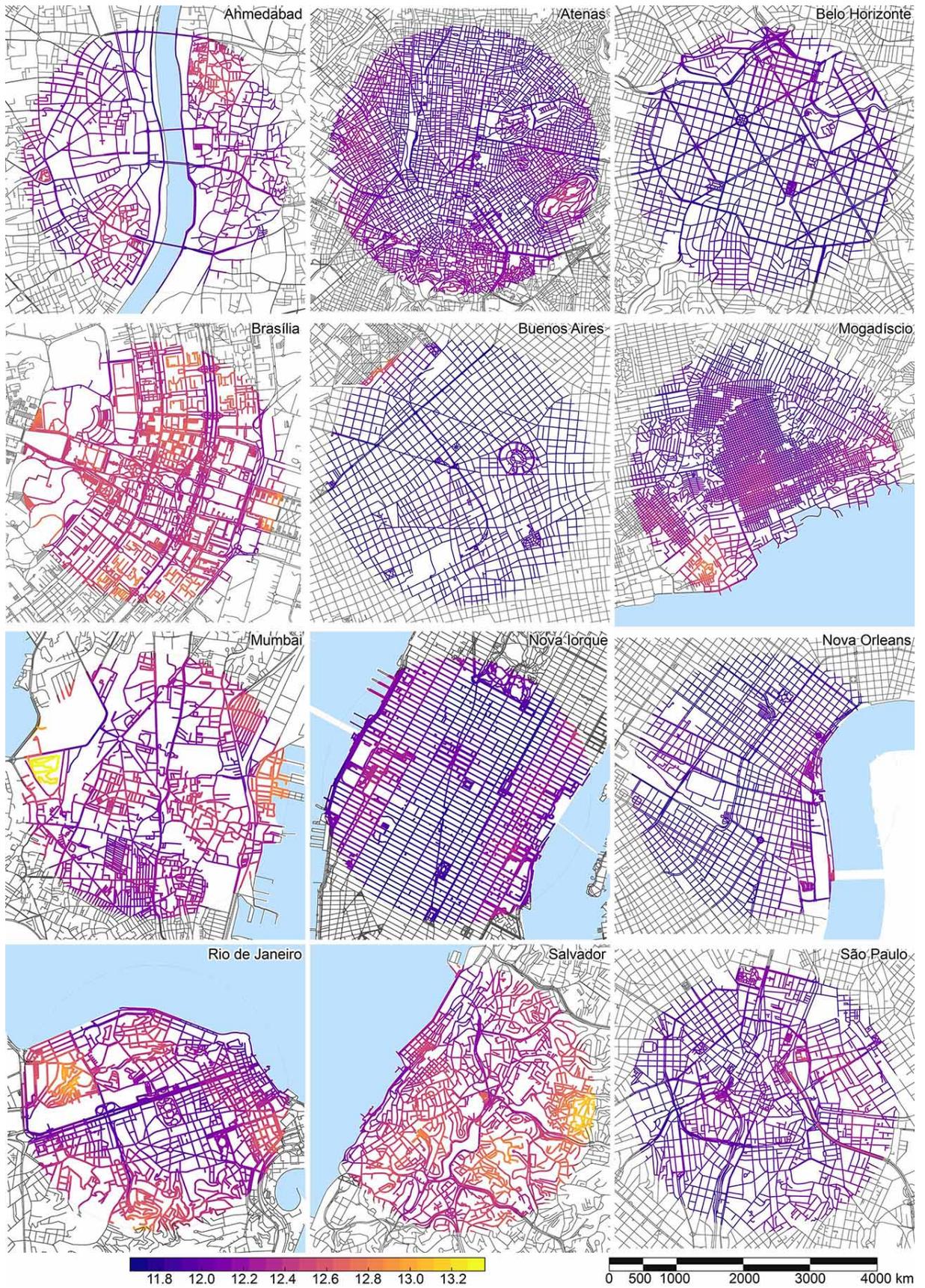


Figura 49 – Tempos médios de primeira passagem para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 1000 m da origem, em escala logarítmica. Fonte: O autor (2019).

A figura 49 mostra os tempos médios de primeira passagem para as redes de pedestres com fronteira absorvente a 1000 m da origem, em escala logarítmica. Buenos Aires é a cidade com menor TMPP global, seguida imediatamente por Belo Horizonte e Nova Orleans. Já Salvador, Brasília, Rio de Janeiro e Mumbai são as cidades que apresentam os maiores TMPP (expostos na tabela 7). Essas medidas estão fortemente correlacionadas aos coeficientes de difusividade estimados na seção 4.2, apenas com algumas inversões quando a diferença entre os atributos é mínima – casos de São Paulo e Mogadíscio, Mumbai e Rio de Janeiro, Brasília e Salvador.

Observa-se que os maiores TMPP ocorrem onde há elevada densidade de vias sinuosas em regiões próximas a barreiras físicas, com muitos vértices de grau 1. Traçados regulares e grau médio mais alto estão em geral associados a TMPP mais baixos. Brasília, Mumbai, Salvador e Rio de Janeiro apresentam ampla variação entre os tempos médios, cujas distribuições de $\log[\Psi(\tau)]$ são largas, e podem ser observadas na figura 50. O restante das cidades apresenta distribuições globais de TPP mais estreitas e diferenças locais mais sutis.

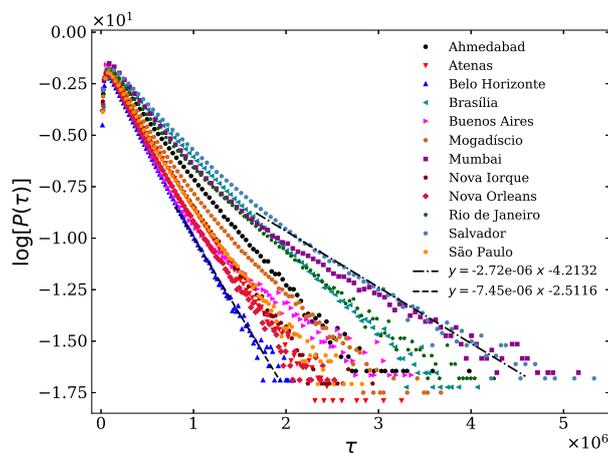


Figura 50 – Distribuições globais de TPP para todas as redes pedonais com fronteira absorvente a 1000 m em escala semi-log. Fonte: O autor (2019).

Essas distribuições são feitas a partir de todos os tempos de primeira passagem dos vértices em cada área avaliada, e envolvem valores com distribuições mais largas e mais estreitas. As curvas apresentam pequenas deformações em suas trajetórias, uma vez que cada uma das redes pode possuir múltiplos arranjos viários localizados, oriundos de diferentes períodos, padrões de projeto, restrições de relevo e condições sociais. A figura 50, em escala semi-log, mostra uma tendência linear nos trechos finais de cada curva.

Aos trechos com predisposição linear são realizadas ajustes de retas (tabela 7). Mumbai apresenta a maior inclinação, seguida imediatamente por Salvador, Rio de Janeiro e Brasília, e essas são as cidades com distribuições mais amplas de TPP. As cidades com

distribuições mais estreitas são as com menor inclinação da reta ajustada, nominalmente Belo Horizonte, Nova Orleans, Nova Iorque e São Paulo.

Cidade	a	b	R^2	TMPP global
Ahmedabad	-4.742×10^{-6}	-2.680	0.9820	208786.38
Atenas	-6.280×10^{-6}	-2.445	0.9907	178074.77
Belo Horizonte	-7.352×10^{-6}	-2.670	0.9764	156081.18
Brasília	-4.041×10^{-6}	-2.457	0.9830	273628.59
Buenos Aires	-3.313×10^{-6}	-6.667	0.9492	142869.31
Mogadíscio	-4.278×10^{-6}	-4.073	0.9804	186413.02
Mumbai	-2.296×10^{-6}	-5.838	0.9675	223751.61
Nova Iorque	-5.988×10^{-6}	-2.595	0.9910	171987.32
Nova Orleans	-6.083×10^{-6}	-3.263	0.9774	159927.90
Rio de Janeiro	-3.296×10^{-6}	-4.166	0.9701	224948.83
Salvador	-2.652×10^{-6}	-4.470	0.9696	274630.99
São Paulo	-5.296×10^{-6}	-3.585	0.9748	179261.49

Tabela 7 – Coeficientes das regressão linear $\log(y) = a\tau + b$ e TMPP para a rede de pedestres e fronteira absorvente a 1000 m da origem.

O apêndice A mostra os mapas de TMPP para redes de pedestres com fronteira absorvente a 500 m da origem (figura 59). A avaliação da acessibilidade ao entorno mais imediato resulta em uma variação menor de TMPP, e revela que a acessibilidade é, em geral, uniformemente melhor. Brasília, Mumbai, Salvador e Rio de Janeiro permanecem como as cidades com condições de acesso mais heterogêneas. Nesse caso, Mumbai é a única cidade que apresenta uma distribuição larga de TPP, e a posição relativa das curvas é próxima à descrita nessa seção (figura 56).

A figura 51 mostra o tipo de distribuição de índices de uniformidade para as mesmas redes de pedestres, com fronteira absorvente a 1000 m da origem. As distribuições de índices de uniformidade em deslocamentos pedonais são sempre unimodais, apenas apresentando variação do coeficiente χ do termo quadrático resultante da regressão, que indica a ocorrência de mais ou menos TPP próximos à média, $\omega = 1/2$. A densidade viária, forma das quadras, elevado número de vértices de grau baixo, permeabilidade ou presença de obstáculos intransponíveis não afetam, portanto, o tipo de distribuição. Esse comportamento permite qualificar que os TMPP para deslocamentos a pé são uma boa medida para o processo, e podem quantificar a acessibilidade e mobilidade urbana sob a perspectiva topológica da rede.

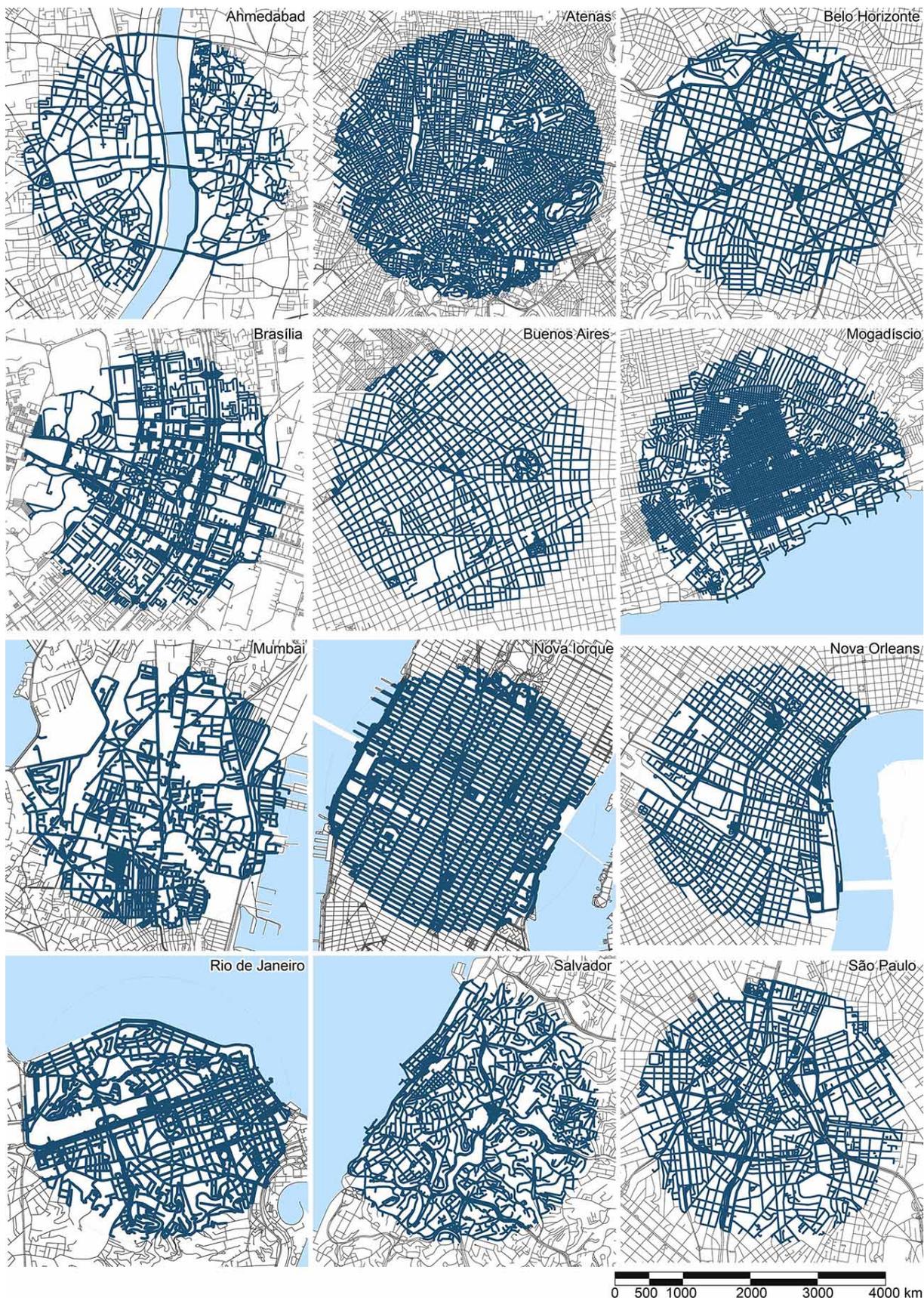


Figura 51 – Índices de uniformidade para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 1000 m da origem. Os vértices de origem possuem cor azul escuro se $\chi < \chi_*$, azul escuro $|\chi| > \chi_*$, e azul claro $\chi > \chi_*$. Fonte: O autor (2019).

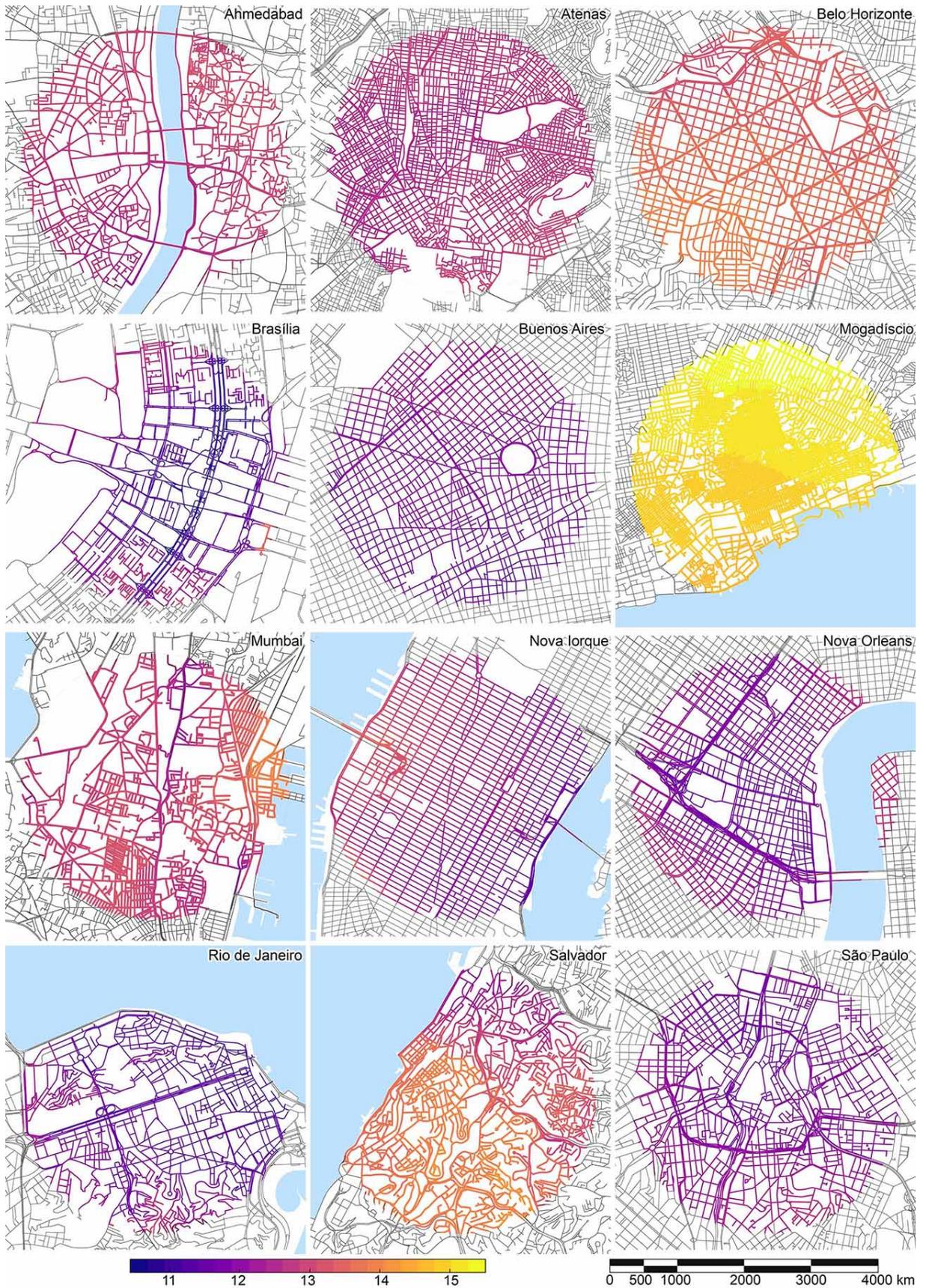


Figura 52 – Tempos médios de primeira passagem para as redes de veículos e fronteira absorvente a 5000 m da origem, em escala logarítmica. Fonte: O autor (2019).

A figura 52 ilustra os TMPP para as redes de veículos com fronteira absorvente a 5000 m da origem, em escala logarítmica. Como a normalização é feita considerando o maior tempo de primeira passagem obtido para todas as redes, Mogadísio se destaca como a cidade com maior TMPP global, cuja infraestrutura viária é menos propícia a rápidos deslocamentos motorizados (tabela 7). Belo Horizonte e Salvador são as próximas cidades com elevados TMPP globais, embora substancialmente menores. Nos mapas apresentam um perfil uniforme, com pouca variação tonal. Rio de Janeiro, Buenos Aires, Brasília e São Paulo apresentam os TMPP gerais mais baixos. Não é possível observar correlação entre esses atributos e o coeficiente de difusividade, D , ou ao expoente de escala, γ .

Uma vez que a fronteira absorvente se encontra razoavelmente distante das origens, há uma série de características das redes viárias que pode impactar negativamente os TMPP. A inconsistência entre topologias de rede vizinhas, com propriedades consideravelmente distintas, por exemplo, contribui para que os tempos necessários para acessar as regiões periféricas sejam maiores. Outro fator é a existência de interrupções da malha urbana ao longo do território, ou múltiplos agrupamentos de densidades viárias diferentes, fracamente conectados entre si, como ocorre em Mogadísio.

As distribuições de $\log[\Psi(\tau)]$ de Mogadísio, Nova Iorque e Rio de Janeiro são mais largas que as correspondentes às outras cidades. O restante das cidades apresenta distribuições mais estreitas, como mostra a figura 53.

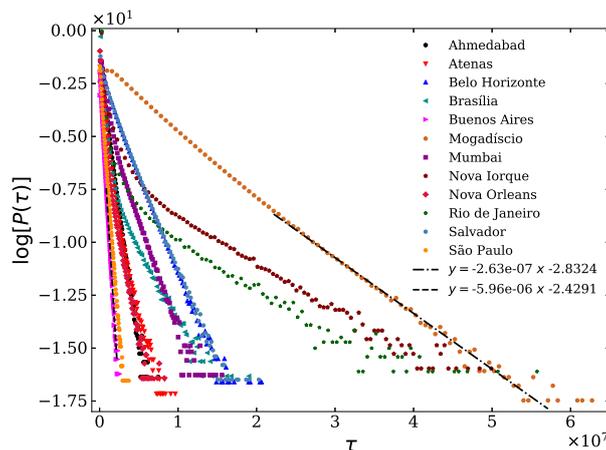


Figura 53 – Distribuições globais de TPP para todas as redes de veículos com fronteira absorvente a 5000 m em escala semi-log. Fonte: O autor (2019).

A tendência linear da curva permanece para os comprimentos maiores. Suas trajetórias, entretanto, são mais regulares que as correspondentes aos passeios aleatórios de pedestres, indicando maior consistência entre as distribuições locais de TPP. As regressões lineares mostram que as distribuições de TPP de Nova Iorque e Rio de Janeiro são as que apresentam maior inclinação. Buenos Aires e São Paulo exibem as menores inclinações, se-

guidas por Ahmedabad, Nova Orleans e Atenas. Os coeficientes das retas são organizados na tabela 8.

Cidade	a	b	R^2	TMPP global
Ahmedabad	-2.437×10^{-6}	-2.479	0.9809	410118.55
Atenas	-1.439×10^{-6}	-6.031	0.9772	319496.34
Belo Horizonte	-8.625×10^{-7}	-2.782	0.9865	824693.00
Brasília	-6.287×10^{-7}	-7.356	0.9695	158895.44
Buenos Aires	-5.947×10^{-6}	-2.447	0.9869	142869.31
Mogadíscio	-2.607×10^{-7}	-2.945	0.9887	3506664.23
Mumbai	-9.726×10^{-7}	-4.288	0.9481	498448.68
Nova Iorque	-2.034×10^{-7}	-7.059	0.9503	275807.40
Nova Orleans	-1.842×10^{-6}	-5.259	0.9741	185642.58
Rio de Janeiro	-1.860×10^{-7}	-8.645	0.9096	138876.87
Salvador	-8.553×10^{-7}	-2.731	0.9911	809666.85
São Paulo	-4.693×10^{-6}	-2.507	0.9958	174933.91

Tabela 8 – Coeficientes das regressão linear $\log(y) = a\tau + b$ e TMPP para a rede de veículos e fronteira absorvente a 5000 m da origem.

O apêndice A mostra os mapas de TMPP referentes a simulações adicionais para redes de veículos com fronteira absorvente a 1000 m e 3000 m da origem (figuras 57 e 58). A avaliação da acessibilidade ao entorno mais imediato resulta em uma variação maior de TMPP, diferente do caso de pedestres, e revela que nessas escalas a acessibilidade é menos uniforme. Ahmedabad, Brasília, Mumbai, Rio de Janeiro e Salvador exibem condições de acesso mais heterogêneas, enquanto Buenos Aires, Nova Iorque e Nova Orleans revelam uniformidade ao logo do território com TMPP relativamente baixo.

As distribuições globais de TPP para o alcance de 1000 m são as mais diversas, com maior dissemelhança entre as inclinações resultantes da regressão linear. As trajetórias das curvas são também mais inconsistentes (figura 57). Os TPP para a fronteira absorvente com raio 3000 m apresentam distribuições bastante similares ao caso principal, embora existam mais curvas com inclinações intermediárias (figura 58).

A figura 54 mostra o tipo de distribuição de índices de uniformidade para as mesmas redes de veículos, com fronteira absorvente a 5000 m da origem. As distribuições de índices de uniformidade em deslocamentos motorizados são bastante diversas. Ahmedabad, Atenas, Buenos Aires, Mogadíscio e São Paulo apresentam predominantemente vértices com $P(\omega)$ unimodal, qualificando os TMPP como boa medida para o processo. Belo Horizonte, Brasília, Nova Iorque, Nova Orleans e Salvador apresentam grandes porções do território com vértices cujas distribuições de índices de uniformidade é bimodal. Mumbai e Rio de Janeiro apresentam poucos vértices com $P(\omega)$ bimodal.

Fica evidente que a ocorrência desse tipo de distribuição está ligada à proximidade

da região analisada a uma área não urbanizada, responsável por deslocamentos em direções nas quais a fronteira absorvente é inacessível. Outros padrões podem ser identificados, como irregularidades na densidade viária, disposição das vias hierarquicamente superiores, dimensões das quadras e elevado número de vias sem saída. Assim, não é possível assumir a medida dos TMPP como uma boa avaliação da primeira passagem em todas as configurações urbanas. Nesses casos é provável que a introdução de um processo estocástico não-Markoviano, com algum mecanismo de memória ou procedimento tendencioso sejam mais adequados. Ainda assim, o método permite identificar uma série de características morfológicas, e amplamente quantificar a acessibilidade e integração funcional de um sítio na rede.

No apêndice A ilustra-se a conformação dos índices de uniformidade por vértice para as simulações complementares em redes de veículos, com abrangência de 1000 m e 3000 m da origem (figuras 61 e 63). Como já foi constatado, a restrição da avaliação ao entorno mais imediato mostra significativa redução de vértices com $P(\omega)$ bimodal, já que a fronteira absorvente se apresenta menos fragmentada. Com isso há menor ocorrência de percursos com muitos desvios, menor flutuação entre realizações individuais de passeios aleatórios, e maior confiabilidade para os TMPP medidos.

Belo Horizonte, Brasília, Nova Iorque e Salvador são as cidades mais sujeitas ao aumento de flutuações entre realizações individuais de partículas brownianas não interagentes com a ampliação da distância da fronteira absorvente. Atenas e São Paulo são as únicas cidades nas quais há redução da ocorrência de vértices com distribuições bimodais de índices de uniformidade. As distribuições $P(\omega)$ de Buenos Aires permanecem predominantemente unimodais em todas as categorias.

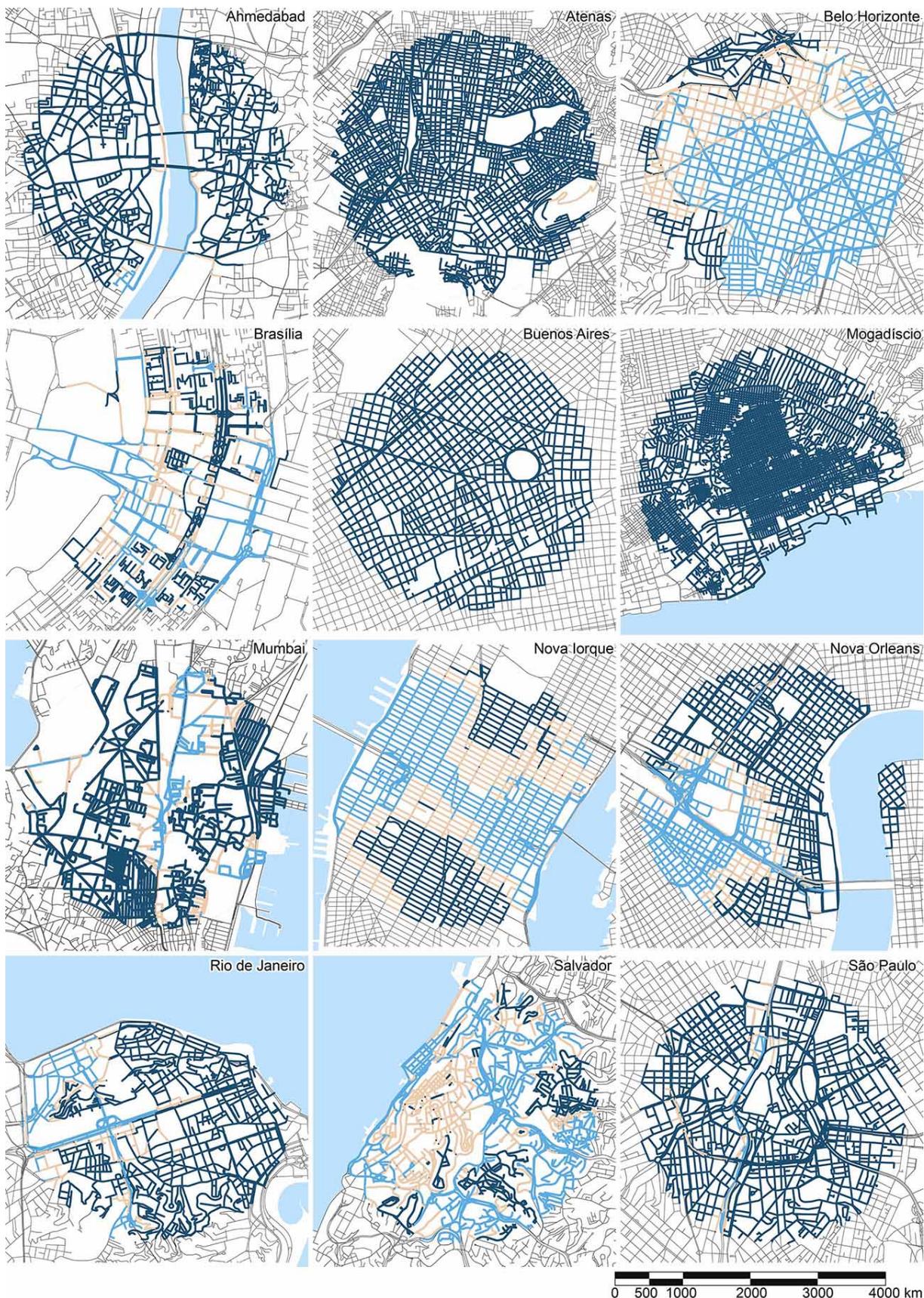


Figura 54 – Índices de uniformidade para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 5000 m da origem. Os vértices de origem possuem cor azul escuro se $\chi < \chi_*$, azul escuro $|\chi| > \chi_*$, e azul claro $\chi > \chi_*$. Fonte: O autor (2019).

Uma maneira de avaliar como os TMPP se distribuem ao longo dos territórios é a avaliação da assortatividade, $\rho_\tau(v_i)$, e da dissimilaridade entre os vizinhos conectados a partir do índice $\rho_\tau(v_i)$. Essas medidas expressam quão homogêneas são as distribuições das acessibilidades nos espaços urbanos. Como a primeira está fortemente relacionada ao intervalo $w_{\min} - w_{\max}$ de cada rede, a média da assortatividade local proposta por Thedchanamoorthy et al. (2014), $\langle \rho_\tau \rangle$, é mais conveniente nas comparações. Quanto mais próximo de 1 mais dissimilares são os TMPP de vértices vizinhos.

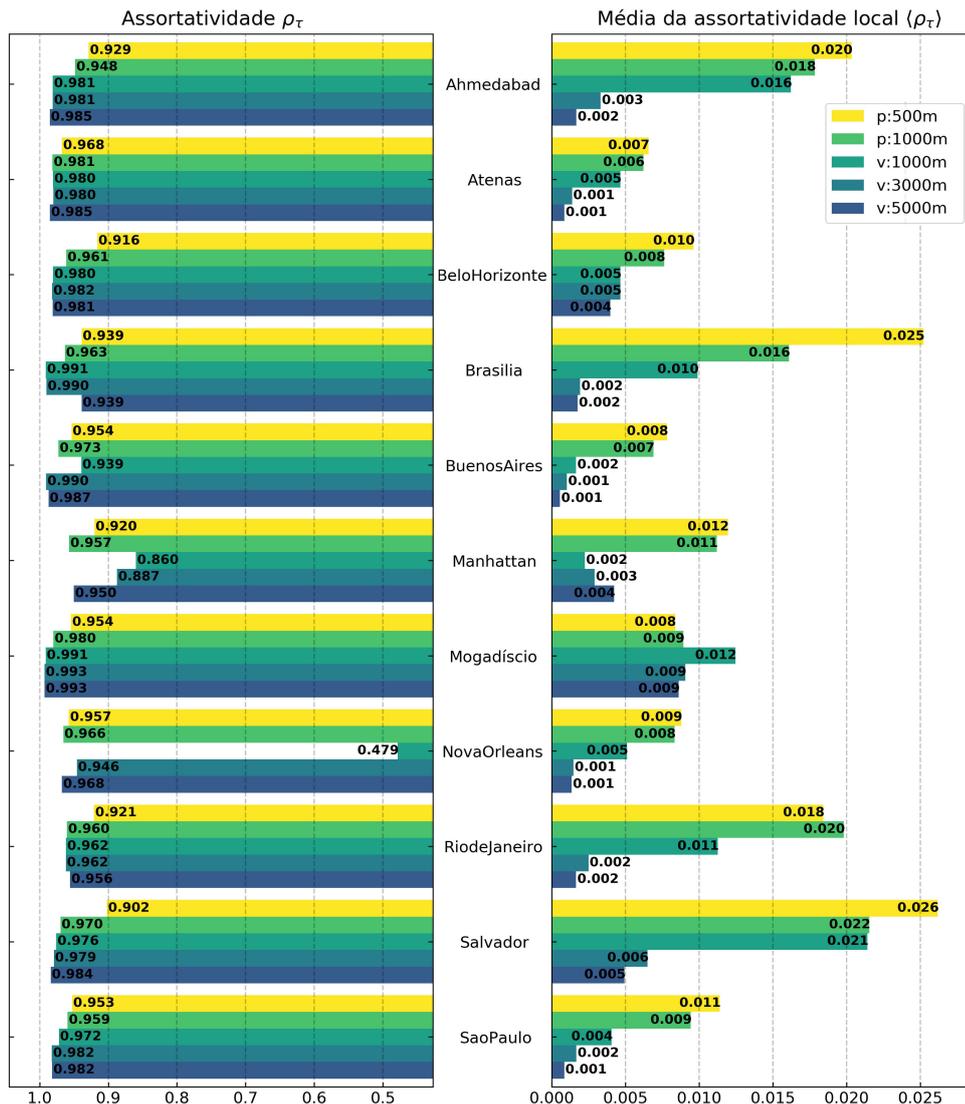


Figura 55 – Medidas de assortatividade local ρ_τ e assortatividade local média $\langle \rho_\tau \rangle$ para todas as redes. Fonte: O autor (2019).

Fica evidente a partir das medidas de $\langle \rho_\tau \rangle$ que as redes de pedestres possuem acessibilidades mais uniformemente distribuídas, até mesmo quando a fronteira absorvente para as redes de veículos se encontram à mesma distância dos vértices de origem. Mogadíscio é a cidade mais consistente em qualidade de acesso para todos os tipos de deslocamentos, com baixas dissimilaridades locais, embora, como relatado nessa seção, seus TMPP sejam os mais altos. Brasília e Salvador são as cidades com mais diferenças entre vizinhanças

para os diferentes modais e fronteiras absorventes.

Para a simulação de pedestres com fronteira absorvente a 500 m, Ahmedabad, Brasília e Salvador são as cidades nas quais vértices com TMPP diferentes estão mais frequentemente ligados. Atenas, Brasília e Nova Orleans apresentam similaridades locais em maior quantidade. Ao avaliar a acessibilidade em um raio de 1000 m, Ahmedabad, Rio de Janeiro, Salvador e Brasília são as redes com atributos menos uniformes, enquanto o restante apresenta mais frequentemente vértices com vizinhos com características muito próximas.

A acessibilidade motorizada é a que apresenta mais divergências em assortatividade média para diferentes redes. Atenas, Buenos Aires, Manhattan, Nova Orleans e São Paulo apresentam em geral transições sutis de TMPP ao longo do território. As maiores dissimilaridades são observadas quando a fronteira absorvente para veículos é próxima, e a orientação viária é mais influente. Mogadíscio é a cidade com maior diferença entre TMPP de vértices conectados.

Capítulo 5

Considerações Finais e Perspectivas

Essa pesquisa teve o intuito de propor a utilização dos passeios aleatórios como uma ferramenta viável na avaliação da conectividade e qualidade de acesso nas cidades, além de caracterizar a mobilidade urbana a partir da avaliação dos processos difusivos e fenômenos de primeira passagem. Buscou-se demonstrar a potencialidade da aplicação de métodos matemáticos e computacionais em conjunto com as tecnologias já consolidadas do geoprocessamento e da Teoria dos Grafos, para subsidiar a tomada de decisões por agentes produtores do espaço urbano, embasada em tecnologias da análise de redes e da modelagem computacional.

As caminhadas aleatórias são um método consistente de exploração de redes viárias, e podem emular comportamentos macroscópicos de pessoas e veículos. São capazes de agregar uma série de novas informações à análise de redes a partir das emergências de interações simples. Os métodos propostos se mostram ferramentas eficazes para avaliação da topologia viária na mobilidade, pois representam a capacidade de se alcançar pontos de interesse distantes em ambientes urbanos, e identificar efeitos das interrupções das áreas urbanizadas próximas às regiões centrais.

As avaliações foram feitas em cidades brasileiras e internacionais de grande extensão territorial, com características de desenho distintas e relevância econômica e cultural. A qualificação da acessibilidade nas redes dependeu do transporte ser motorizado ou não, pois os deslocamentos possuem alcances diferentes e as arestas têm atributos particulares. Na realização de percursos a pé as redes foram não-direcionadas, enquanto para veículos motorizados individuais as arestas foram direcionadas de acordo a configuração real.

A forma urbana é determinada por vários fatores, como a época de urbanização, paradigmas vigentes de projeto, restrições de relevo, condições econômicas, sociais e culturais. O modelo de caminhada aleatória em tempo discreto sobre arestas permitiu identificar uma série de características da malha viária que propicia melhores deslocamentos, como

distribuição espacial homogênea de vértices de mesmo grau, regularidade de comprimentos viários e de traçado, conexões capazes de transpor obstáculos físicos, boa distribuição de vias de hierarquias diferentes e centralidade funcional não excêntrica.

As distribuições de índices de uniformidade para as redes de pedestres mostraram que há pouca flutuação entre realizações individuais, e que há maior probabilidade que duas partículas Brownianas não interagentes cheguem com o mesmo tempo em vértice pertencente à fronteira absorvente. Essa configuração permite qualificar os tempos médios de primeira passagem como uma boa medida para o processo, capaz de avaliar a acessibilidade e mobilidade a pé sob a perspectiva topológica da rede.

Em deslocamentos motorizados, várias configurações da infraestrutura viária conduzem a $P(\omega)$ bimodal. Assim, existem situações nas quais não é possível assumir a medida dos TMPP como uma boa caracterização do processo, embora o método permita identificar uma série de características morfológicas das redes, e amplamente quantificar a acessibilidade e integração funcional de um sítio.

Por fim, entende-se que é possível e necessário modelar os fluxos de pessoas em ambientes urbanos, a fim de lidar com as tendências de urbanização e crescimento populacional acelerados. Os principais objetivos foram satisfeitos e o modelo proposto é capaz de identificar características topológicas de redes urbanas que vão além daquelas usualmente consideradas, além de exibir grande potencial para o planejamento urbano e do transporte.

5.1 Perspectivas de Trabalhos Futuros

Embora os resultados obtidos permitam a realização de múltiplas análises topológicas, é evidente que passeios puramente aleatórios não são capazes de representar de forma fidedigna o comportamento dos seres humanos. Por isso surge a oportunidade de introduzir novas camadas de complexidade, como a mobilidade multimodal simultânea, que é a capacidade do indivíduo se movimentar no contexto urbano com meios de transporte distintos, e a percepção do espaço considerando a presença de atividades econômicas, que de fato guiam os fluxos diários. A introdução de um processo estocástico não-Markoviano, com algum mecanismo de memória ou procedimento tendencioso pode representar progresso substancial, além de potencialmente permitir caracterizar os TMPP nos casos onde a distribuição de índices de uniformidade se mostrou bimodal.

O voo de Lévy, que caracteriza-se por trajetórias curtas e longas, predominantemente curtas segundo regras de uma distribuição probabilística (MANDELROT, 1982), pode simular a opção do indivíduo se deslocar de maneiras diferentes. Ainda, a utilização dos dados do *OpenStreetMap* referentes a estabelecimentos comerciais privados e serviços

públicos reais na atribuição de pesos às arestas, capazes de orientar os andarilhos em sentidos mais ativos na rede, possibilitam a criação de uma poderosa ferramenta para o planejamento urbano e do transporte

Ainda, é fundamental que o modelo considere concomitantemente deslocamentos de natureza e comprimentos distintos. Para isso, poderia se propor que cada agente se deslocasse até uma distância específica da origem segundo uma distribuição normal, de modo que a maioria dos afastamentos se mantivesse próximos da média, com uma minoria de deslocamentos nos extremos.

Referências

ADLER, R. L.; WALTERS, P. **Symbolic dynamics and its applications**. [S.l.]: American Mathematical Soc., 1992. v. 135. Citado na página 30.

ALEXANDER, C. **A pattern language: towns, buildings, construction**. [S.l.]: Oxford university press, 1977. Citado na página 2.

AN-CAI, W. et al. Walks on weighted networks. **Chinese Physics Letters**, IOP Publishing, v. 24, n. 2, p. 577, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 42.

ARCHDEACON, D. Topological graph theory. **A survey**. **Congressus Numerantium**, v. 115, n. 5-54, p. 18, 1996. Citado na página 12.

BADGER, L. Lazzarini's lucky approximation of π . **Mathematics Magazine**, Taylor & Francis, v. 67, n. 2, p. 83–91, 1994. Citado na página 19.

BALAKRISHNAN, R.; RANGANATHAN, K. **A textbook of graph theory**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 16.

BANKS, J. **Handbook of simulation: principles, methodology, advances, applications, and practice**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.

BARABÁSI, A.-L.; ALBERT, R. Emergence of scaling in random networks. **science**, American Association for the Advancement of Science, v. 286, n. 5439, p. 509–512, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 12, 16 e 53.

BARABÁSI, A.-L. et al. Hot spots and universality in network dynamics. **The European Physical Journal B**, Springer, v. 38, n. 2, p. 169–175, 2004. Citado na página 57.

BATTY, M. Agent-based pedestrian modelling. **Advanced spatial analysis: The CASA book of GIS**, Esri Press Redlands, CA, USA, v. 81, p. 81–106, 2003. Citado na página 3.

BATTY, M. A new theory of space syntax. Centre for Advanced Spatial Analysis (UCL), 2004. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 12.

BETTENCOURT, L. M. **The kind of problem a city is: new perspectives on the nature of cities from complex systems theory**. [S.l.], 2013. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.

BEZERRA, M. d. C. de L. **Cidades sustentáveis: subsídios à elaboração da Agenda 21 brasileira**. [S.l.]: O Ministério, 2000. v. 2. Citado na página 4.

BLANCHARD, P.; VOLCHENKOV, D. Exploring urban environments by random walks. In: AIP. **AIP Conference Proceedings**. [S.l.], 2008. v. 1021, n. 1, p. 183–203. Citado na página 3.

BLANCHARD, P.; VOLCHENKOV, D. Intelligibility and first passage times in complex urban networks. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society London, v. 464, n. 2096, p. 2153–2167, 2008. Citado na página 3.

- BOEING, G. Urban spatial order: Street network orientation, configuration, and entropy. **Applied Network Science**, Springer, v. 4, n. 1, p. 67, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 46.
- BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R. et al. **Graph theory with applications**. [S.l.]: Citeseer, 1976. v. 290. Citado na página 13.
- BOYD, D. M.; ELLISON, N. B. Social network sites: Definition, history, and scholarship. **Journal of computer-mediated Communication**, Wiley Online Library, v. 13, n. 1, p. 210–230, 2007. Citado na página 12.
- BRASIL. **Lei Federal Nº 10.257 de 10 de Julho**. [S.l.], 2001. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 10.
- BRASIL. **Lei Federal Nº 12.587, de 3 de Janeiro**. [S.l.], 2012. Citado na página 10.
- BURNECKI, K. et al. Estimating the anomalous diffusion exponent for single particle tracking data with measurement errors-an alternative approach. **Scientific reports**, Nature Publishing Group, v. 5, p. 11306, 2015. Citado na página 63.
- CASTELLS, M. **A questão urbana**. [S.l.]: Paz e terra, 1983. Citado na página 8.
- CROWTHER, D.; ECHENIQUE, M. Development of a model of urban spatial structure. **Urban space and structures**, Cambridge University Press Cambridge, p. 175–218, 1972. Citado na página 7.
- ECHENIQUE, M. El concepto de sistemas, modelos y teorías en los estudios urbanos. **Modelos matemáticos de la estructura espacial urbana: aplicaciones en América Latina**. Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión SA, 1975. Citado na página 7.
- ECKHARDT, R. Stan ulam, john von neumann, and the monte carlo method. **Los Alamos Science**, v. 15, n. 131-136, p. 30, 1987. Citado na página 19.
- ERDÖS, P. On the evolution of random graphs. **Publications of the mathematical institute of the Hungarian academy of sciences**, v. 5, p. 17–61, 1960. Citado na página 11.
- ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On random graphs, i. **Publicaciones Mathematicae (Debrecen)**, v. 6, p. 290–297, 1959. Citado na página 11.
- EULER, L. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. **Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae**, p. 128–140, 1741. Citado na página 3.
- FAUCHALD, P.; TVERAA, T. Using first-passage time in the analysis of area-restricted search and habitat selection. **Ecology**, Wiley Online Library, v. 84, n. 2, p. 282–288, 2003. Citado na página 3.
- FEITOSA, F. da F. et al. Gt3-457 cidade e complexidade: Modelagem e simulação computacional de dinâmicas de segregação urbana. **Anais ENANPUR**, v. 14, n. 1, 2011. Citado na página 11.
- FERRARI, C. **Dicionário de urbanismo**. [S.l.]: Disal Editora, 2004. Citado na página 8.
- FERRAZ, A. C. P.; TORRES, I. G. E. **Transporte público urbano**. [S.l.]: RiMa Editora, 2001. Citado na página 2.

- FICK, A. Ueber diffusion. **Annalen der Physik**, Wiley Online Library, v. 170, n. 1, p. 59–86, 1855. Citado na página 32.
- FREEDMAN, D.; DIACONIS, P. On the histogram as a density estimator: L 2 theory. **Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete**, Citeseer, v. 57, n. 4, p. 453–476, 1981. Citado na página 56.
- FURTADO, B. A.; DELDEN, H. V. **Modelagem urbana e regional com autômatos celulares e agentes: Panorama teórico, aplicações e política pública**. [S.I.], 2011. Citado na página 7.
- GEDDES, P. **Cities in evolution**. [S.I.]: William and Norgate Limited, London, 1949. Citado na página 2.
- GIRRES, J.-F.; TOUYA, G. Quality assessment of the french openstreetmap dataset. **Transactions in GIS**, Wiley Online Library, v. 14, n. 4, p. 435–459, 2010. Citado na página 38.
- GUTIÉRREZ, A. Qué es la movilidad?. elementos para (re) construir las definiciones básicas del campo del transporte. **Bitácora Urbano-Territorial**, Instituto de Investigaciones de Hábitat, Ciudad y Territorio, v. 21, n. 2, p. 3, 2012. Citado na página 4.
- HAKLAY, M. How good is volunteered geographical information? a comparative study of openstreetmap and ordnance survey datasets. **Environment and planning B: Planning and design**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 37, n. 4, p. 682–703, 2010. Citado na página 38.
- HAKLAY, M.; WEBER, P. Openstreetmap: User-generated street maps. **IEEE Pervasive Computing**, IEEE, v. 7, n. 4, p. 12–18, 2008. Citado na página 38.
- HALL, A. On an experimental determination of. **Messeng. Math**, v. 2, p. 113–114, 1873. Citado na página 19.
- HALL, P. G. **Cities in civilization**. Pantheon Books New York, 1998. Citado na página 2.
- HALTON, J. H. A retrospective and prospective survey of the monte carlo method. **Siam review**, SIAM, v. 12, n. 1, p. 1–63, 1970. Citado na página 19.
- HAMMERSLEY, J.; HANDSCOMB, D. Monte carlo methods, methuen & co. **Ltd., London**, v. 40, 1964. Citado na página 19.
- HILLIER, B.; HANSON, J. **The social logic of space**. [S.I.]: Cambridge university press, 1989. Citado 4 vezes nas páginas 3, 12, 36 e 59.
- JACOBS, J. **Morte e vida de grandes cidades**. [S.I.]: Martins Fontes, 2000. Citado na página 1.
- JIANG, B.; CLARAMUNT, C. Topological analysis of urban street networks. **Environment and Planning B: Planning and design**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 31, n. 1, p. 151–162, 2004. Citado na página 12.
- KAMPEN, N. G. V. **Stochastic processes in physics and chemistry**. [S.I.]: Elsevier, 1992. v. 1. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 26.

- KNELLER, G. R.; BACZYNSKI, K.; PASENKIEWICZ-GIERULA, M. **Communication: Consistent picture of lateral subdiffusion in lipid bilayers: Molecular dynamics simulation and exact results**. [S.l.]: AIP, 2011. Citado na página 45.
- KOSTOF, S. **The city shaped: urban patterns and meanings through history**. [S.l.: s.n.], 1991. Citado na página 59.
- LÄMMER, S.; GEHLESEN, B.; HELBING, D. Scaling laws in the spatial structure of urban road networks. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 363, n. 1, p. 89–95, 2006. Citado na página 57.
- LAZZARINI, M. Un'applicazione del calcolo della probabilita alla ricerca sperimentale di un valore approssimato di π . **Periodico di Matematica**, v. 4, p. 140–143, 1901. Citado na página 19.
- LEE, C. **Models in planning: an introduction to the use of quantitative models in planning**. [S.l.]: Elsevier, 2016. Citado na página 7.
- LLOYD, A. L.; MAY, R. M. How viruses spread among computers and people. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 292, n. 5520, p. 1316–1317, 2001. Citado na página 3.
- LOUF, R.; BARTHELEMY, M. A typology of street patterns. **Journal of The Royal Society Interface**, The Royal Society, v. 11, n. 101, p. 20140924, 2014. Citado na página 37.
- MANDELBROT, B. B. The fractal geometry of nature. 1982. **San Francisco, CA**, 1982. Citado na página 89.
- MARICATO, E. Brasil, cidades: alternativas para a crise urbana. 2011. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 10.
- MATTOS, T. G. et al. First passages in bounded domains: When is the mean first passage time meaningful? **Physical Review E**, APS, v. 86, n. 3, p. 031143, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 3, 33, 34 e 35.
- MEJÍA-MONASTERIO, C.; OSHANIN, G.; SCHEHR, G. First passages for a search by a swarm of independent random searchers. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, IOP Publishing, v. 2011, n. 06, p. P06022, 2011. Citado na página 3.
- MILLER, D. et al. **How the world changed social media**. [S.l.]: UCL press, 2016. v. 1. Citado na página 12.
- MOONEY, P.; CORCORAN, P.; WINSTANLEY, A. C. Towards quality metrics for opens-treetmap. In: ACM. **Proceedings of the 18th SIGSPATIAL international conference on advances in geographic information systems**. [S.l.], 2010. p. 514–517. Citado na página 38.
- MORAES, A. C. R. **Geografia: pequena história crítica**. [S.l.]: Annablume, 2003. Citado na página 2.
- MORENO, J. L. Who shall survive?: A new approach to the problem of human interrelations. Nervous and mental disease publishing co, 1934. Citado na página 11.

- MORGADO, R. et al. Relation between anomalous and normal diffusion in systems with memory. **Physical review letters**, APS, v. 89, n. 10, p. 100601, 2002. Citado na página 33.
- MUMFORD, L. **The city in history: Its origins, its transformations, and its prospects**. [S.l.]: Houghton Mifflin Harcourt, 1961. v. 67. Citado na página 2.
- NEŠETŘIL, J.; MILKOVÁ, E.; NEŠETŘILOVÁ, H. Otakar boruvka on minimum spanning tree problem translation of both the 1926 papers, comments, history. **Discrete mathematics**, Elsevier, v. 233, n. 1-3, p. 3–36, 2001. Citado na página 11.
- NEWMAN, M. E. Mixing patterns in networks. **Physical Review E**, APS, v. 67, n. 2, p. 026126, 2003. Citado na página 18.
- NEWMAN, M. E. The structure and function of complex networks. **SIAM review**, SIAM, v. 45, n. 2, p. 167–256, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 53.
- NEWMAN, M. E. Power laws, pareto distributions and zipf's law. **Contemporary physics**, Taylor & Francis, v. 46, n. 5, p. 323–351, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 57.
- NEWMAN, M. E. Mathematics of networks. **The new Palgrave dictionary of economics**, Springer, p. 1–8, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- NOH, J. D.; RIEGER, H. Random walks on complex networks. **Physical review letters**, APS, v. 92, n. 11, p. 118701, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 31.
- OLIVEIRA, M. J. de. **Dinâmica Estocástica e Irreversibilidade Vol. 35**. [S.l.]: EdUSP, 2001. Citado 4 vezes nas páginas 22, 23, 24 e 26.
- PAGE, L. et al. **The PageRank citation ranking: Bringing order to the web**. [S.l.], 1999. Citado na página 12.
- PEARSON, K. The problem of the random walk. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 72, n. 1867, p. 342, 1905. Citado na página 20.
- PERROS, H. Computer simulation techniques. **The definitive introduction. North Carolina State University**, 2009. Citado na página 52.
- PHAM, N. The economic benefits of commercial gps use in the us and the costs of potential disruption. 2011. Citado na página 38.
- PORTA, S.; CRUCITTI, P.; LATORA, V. The network analysis of urban streets: a dual approach. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 369, n. 2, p. 853–866, 2006. Citado na página 37.
- PORTA, S.; CRUCITTI, P.; LATORA, V. The network analysis of urban streets: a primal approach. **Environment and Planning B: planning and design**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 33, n. 5, p. 705–725, 2006. Citado na página 57.
- PORTA, S. et al. Street centrality and the location of economic activities in barcelona. **Urban Studies**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 49, n. 7, p. 1471–1488, 2012. Citado na página 58.
- PORTUGALI, J. **Self-organization and the city**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 7.

- PRESS, W. H. et al. **Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing**. [S.l.]: Cambridge university press, 2007. Citado na página 52.
- QUINTO, L. d. P. J. Nova legislação urbana e os velhos fantasmas. **Estudos Avançados**, SciELO Brasil, v. 17, n. 47, p. 187–196, 2003. Citado na página 9.
- RADENOVIC, A. Brownian motion and single particle tracking. **Ecole polytechnique federal de Lausanne**, 2014. Citado na página 45.
- RAYLEIGH, L. On the stability, or instability, of certain fluid motions. **Proc. London Math. Soc.**, v. 9, p. 57–70, 1880. Citado na página 20.
- REDNER, S. **A guide to first-passage processes**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 26.
- RICE, S. A. **Diffusion-limited reactions**. [S.l.]: Elsevier, 1985. v. 25. Citado na página 3.
- RISKEN, H. Fokker-planck equation. In: **The Fokker-Planck Equation**. [S.l.]: Springer, 1996. p. 63–95. Citado na página 32.
- ROLNIK, R.; PINHEIRO, O. M. et al. Plano diretor participativo: guia para elaboração pelos municípios e cidadãos. MCID, 2004. Citado na página 10.
- ROSA, R. Análise espacial em geografia. **Revista da ANPEGE**, v. 7, n. 01, p. 275–289, 2011. Citado na página 11.
- SAMPAYO, M. T. de; SOUSA-RODRIGUES, D. Random-walk mobility analysis of lisbon's plans for the post-1755 reconstruction. **Open Engineering**, De Gruyter Open, v. 6, n. 1, 2016. Citado na página 3.
- SAXTON, M. J. A biological interpretation of transient anomalous subdiffusion. ii. reaction kinetics. **Biophysical journal**, Elsevier, v. 94, n. 3, p. 760–771, 2008. Citado na página 3.
- SAYAMA, H. **Introduction to the modeling and analysis of complex systems**. [S.l.]: Open SUNY Textbooks, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- SCHRANK, D. L. **Developing a Sketch-planning Technique Relating Economic Activity and Urban Mobility in Small and Medium-sized Urban Areas**. [S.l.], 2004. Citado na página 2.
- SEVTSUK, A.; MEKONNEN, M. Urban network analysis. **Revue internationale de géomatique**, v. 287, p. 305, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 57.
- SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. **Bell system technical journal**, Wiley Online Library, v. 27, n. 3, p. 379–423, 1948. Citado na página 46.
- SNOWDEN, D. J.; BOONE, M. E. A leader's framework for decision making. **Harvard business review**, v. 85, n. 11, p. 68, 2007. Citado na página 7.
- SOUZA, M. J. L. **Mudar a cidade: uma introdução crítica ao planejamento e à gestão urbanos**. [S.l.]: Bertrand Brasil, 2001. Citado na página 8.
- SPIEGEL, M. R.; SCHILLER, J. J.; SRINIVASAN, R. A. **Probabilidade e Estatística: Coleção Schaum**. [S.l.]: Bookman Editora, 2016. Citado na página 22.

- STURGES, H. A. The choice of a class interval. **Journal of the american statistical association**, New York, v. 21, n. 153, p. 65–66, 1926. Citado na página 56.
- THEDCHANAMOORTHY, G. et al. Node assortativity in complex networks: An alternative approach. **Procedia Computer Science**, Elsevier, v. 29, p. 2449–2461, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 86.
- TORRES, H. da G. Demografia urbana e políticas sociais. **Revista Brasileira de Estudos de População**, SciELO Brasil, v. 23, n. 1, p. 27–42, 2013. Citado na página 4.
- TRAVERS, J.; MILGRAM, S. An experimental study of the small world problem. In: **Social Networks**. [S.l.]: Elsevier, 1977. p. 179–197. Citado na página 11.
- VASCONCELLOS, E. A. d. A cidade, o transporte e o trânsito. **São Paulo: Prolivros**, 2005. Citado na página 9.
- VASCONCELLOS, E. A. de. **Transporte urbano nos países em desenvolvimento: reflexões e propostas**. [S.l.]: Annablume, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 11.
- VILLAÇA, F. **Espaço intra-urbano no Brasil**. [S.l.]: Studio nobel, 1998. Citado na página 9.
- VILLACA, F. J. M. Uma contribuição para a história do planejamento urbano no brasil. In: **O processo de urbanização no Brasil**. [S.l.: s.n.], 2010. Citado na página 8.
- VISWANATHAN, G.; RAPOSO, E.; LUZ, M. D. Lévy flights and superdiffusion in the context of biological encounters and random searches. **Physics of Life Reviews**, Elsevier, v. 5, n. 3, p. 133–150, 2008. Citado na página 3.
- VLAHOS, L. et al. Normal and anomalous diffusion: A tutorial. **arXiv preprint arXiv:0805.0419**, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.
- VUCHIC, V. R. Urban public transportation; systems and technology. 1981. Citado na página 8.
- WASSERMAN, S.; FAUST, K. et al. **Social network analysis: Methods and applications**. [S.l.]: Cambridge university press, 1994. v. 8. Citado na página 36.
- WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. **nature**, Nature Publishing Group, v. 393, n. 6684, p. 440, 1998. Citado na página 11.
- WEAVER, W. **Science and complexity. In facets of systems science**. [S.l.]: Springer US, 1991. Citado na página 1.
- ZHANG, Z.; SHAN, T.; CHEN, G. Random walks on weighted networks. **Physical Review E**, APS, v. 87, n. 1, p. 012112, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 42.
- ZMITROWICZ, W.; NETO, G. d. A. Infra-estrutura urbana. 1997. Citado na página 4.

Apêndices

APÊNDICE A – Mapas de Tempos Médios de Primeira Passagem e Índices de Uniformidade

Este apêndice apresenta resultados das simulações e medidas dos TPP para redes de pedestres e veículos das doze cidades com fronteiras absorventes mais restritas. Os gráficos, tabelas e mapas complementares são discutidos no capítulo 4, comparativamente aos deslocamentos considerados mais importantes.

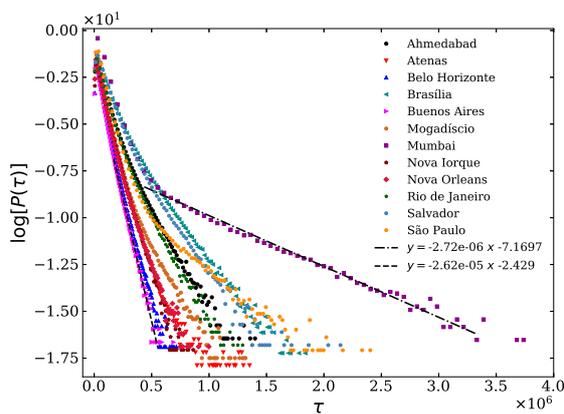


Figura 56 – Distribuições globais de TPP para todas as redes pedonais com fronteira absorvente a 500 m em escala semi-log. Fonte: O autor (2019).

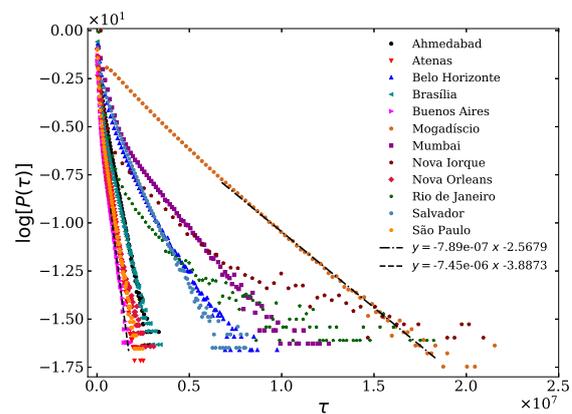


Figura 58 – Distribuições globais de TPP para todas as redes de veículos com fronteira absorvente a 3000 m em escala semi-log. Fonte: O autor (2019).

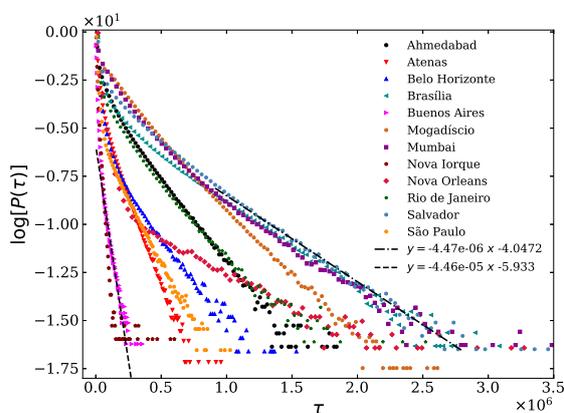


Figura 57 – Distribuições globais de TPP para todas as redes de veículos com fronteira absorvente a 1000 m em escala semi-log. Fonte: O autor (2019).

Cidade	a	b	R^2
Ahmedabad	-1.042×10^{-5}	-4.418	0.9873
Atenas	-8.315×10^{-6}	-9.182	0.8876
Belo Horizonte	-2.149×10^{-5}	-3.561	0.9691
Brasília	-7.741×10^{-6}	-4.485	0.9854
Buenos Aires	-2.605×10^{-5}	-2.496	0.9886
Mogadíscio	-9.473×10^{-6}	-7.084	0.9403
Mumbai	-2.716×10^{-6}	-7.169	0.9877
Nova Iorque	-1.958×10^{-5}	-2.974	0.9695
Nova Orleans	-1.612×10^{-5}	-4.316	0.9779
Rio de Janeiro	-1.102×10^{-5}	-4.523	0.9879
Salvador	-7.996×10^{-6}	-4.773	0.9653
São Paulo	-4.662×10^{-6}	-8.245	0.9530

Tabela 9 – Coeficientes das regressão linear $\log(y) = a\tau + b$ para a rede de pedestres e fronteira absorvente a 500 m da origem.

Cidade	a	b	R^2
Ahmedabad	-4.836×10^{-6}	-2.744	0.9856
Atenas	-7.139×10^{-6}	-2.457	0.9950
Belo Horizonte	-1.438×10^{-6}	-5.399	0.9773
Brasília	-4.026×10^{-6}	-4.344	0.9817
Buenos Aires	-7.508×10^{-6}	-3.802	0.9586
Mogadíscio	-7.803×10^{-7}	-2.695	0.9922
Mumbai	-1.051×10^{-6}	-5.177	0.9625
Nova Iorque	-5.722×10^{-7}	-6.784	0.8212
Nova Orleans	-4.069×10^{-6}	-6.392	0.9730
Rio de Janeiro	-2.980×10^{-7}	-11.80	0.6191
Salvador	-1.611×10^{-6}	-5.065	0.9430
São Paulo	-5.750×10^{-5}	-4.334	0.9865

Tabela 11 – Coeficientes das regressão linear $\log(y) = a\tau + b$ para a rede de veículos e fronteira absorvente a 3000 m da origem.

Cidade	a	b	R^2
Ahmedabad	-8.153×10^{-6}	-3.782	0.9587
Atenas	-1.751×10^{-5}	-4.295	0.9883
Belo Horizonte	-8.323×10^{-6}	-6.677	0.9629
Brasília	-4.419×10^{-6}	-4.442	0.9737
Buenos Aires	-3.755×10^{-5}	-6.738	0.9697
Mogadíscio	-6.304×10^{-6}	-3.105	0.9839
Mumbai	-4.214×10^{-6}	-4.895	0.9723
Nova Iorque	-4.464×10^{-5}	-5.933	0.7025
Nova Orleans	-3.113×10^{-6}	-9.509	0.9392
Rio de Janeiro	-6.205×10^{-6}	-5.352	0.9643
Salvador	-4.412×10^{-6}	-4.168	0.9800
São Paulo	-1.237×10^{-5}	-5.822	0.9770

Tabela 10 – Coeficientes das regressão linear $\log(y) = a\tau + b$ para a rede de veículos e fronteira absorvente a 1000 m da origem.

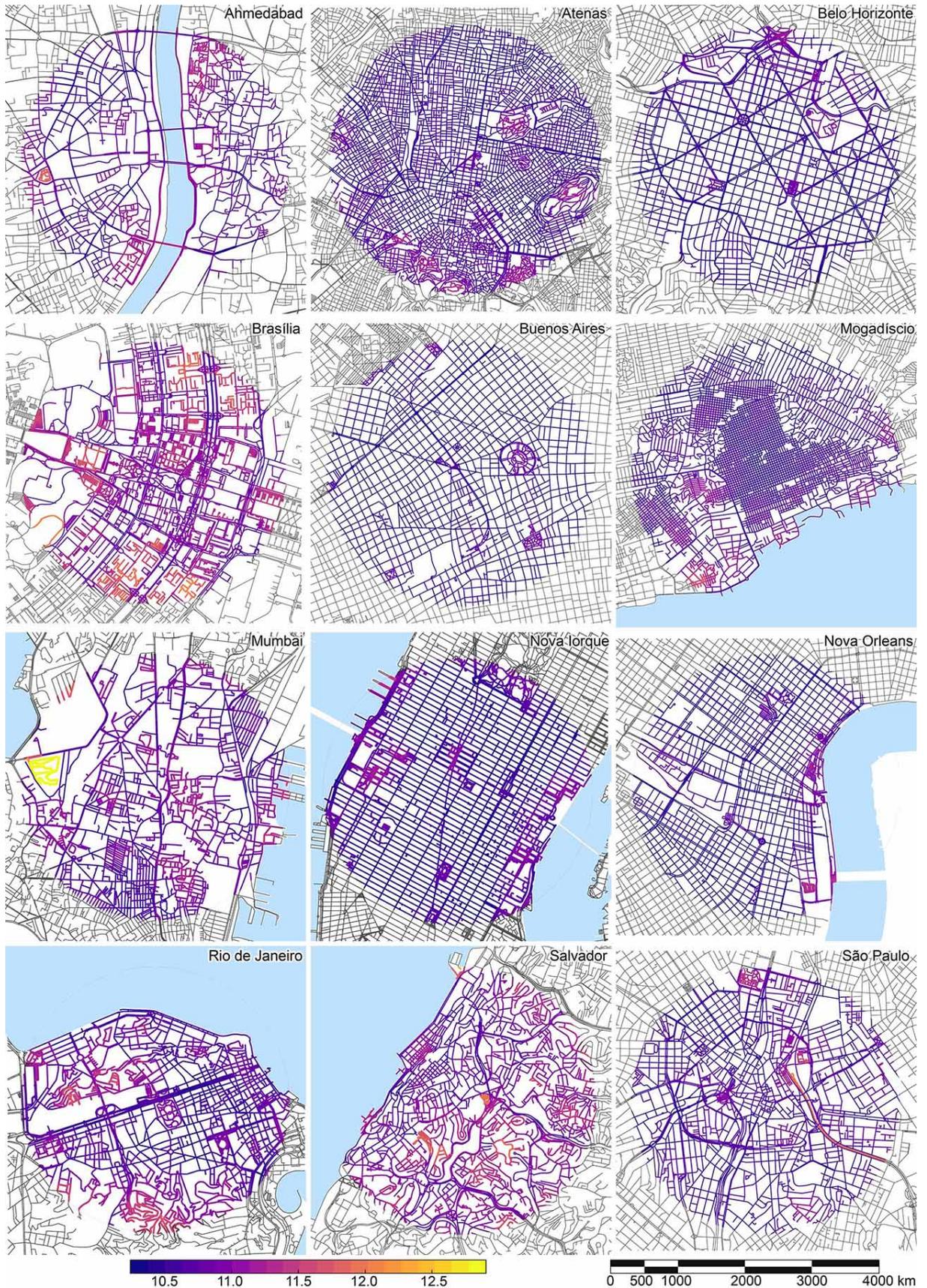


Figura 59 – Tempos médios de primeira passagem para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 500 m da origem, em escala logarítmica. Fonte: O autor (2019).

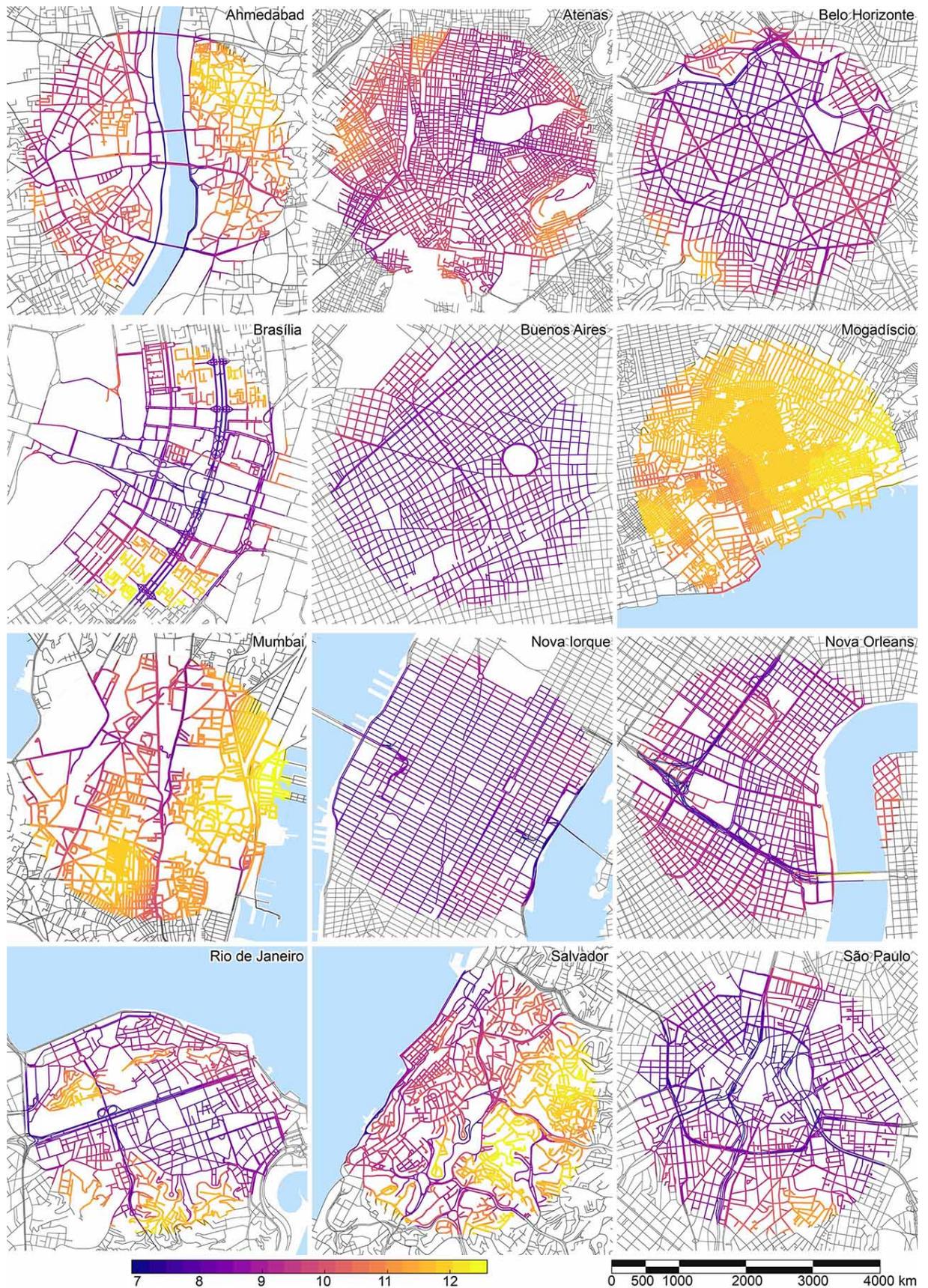


Figura 60 – Tempos médios de primeira passagem para as redes de veículos e fronteira absorvente a 5000 m da origem, em escala logarítmica. Fonte: O autor (2019).

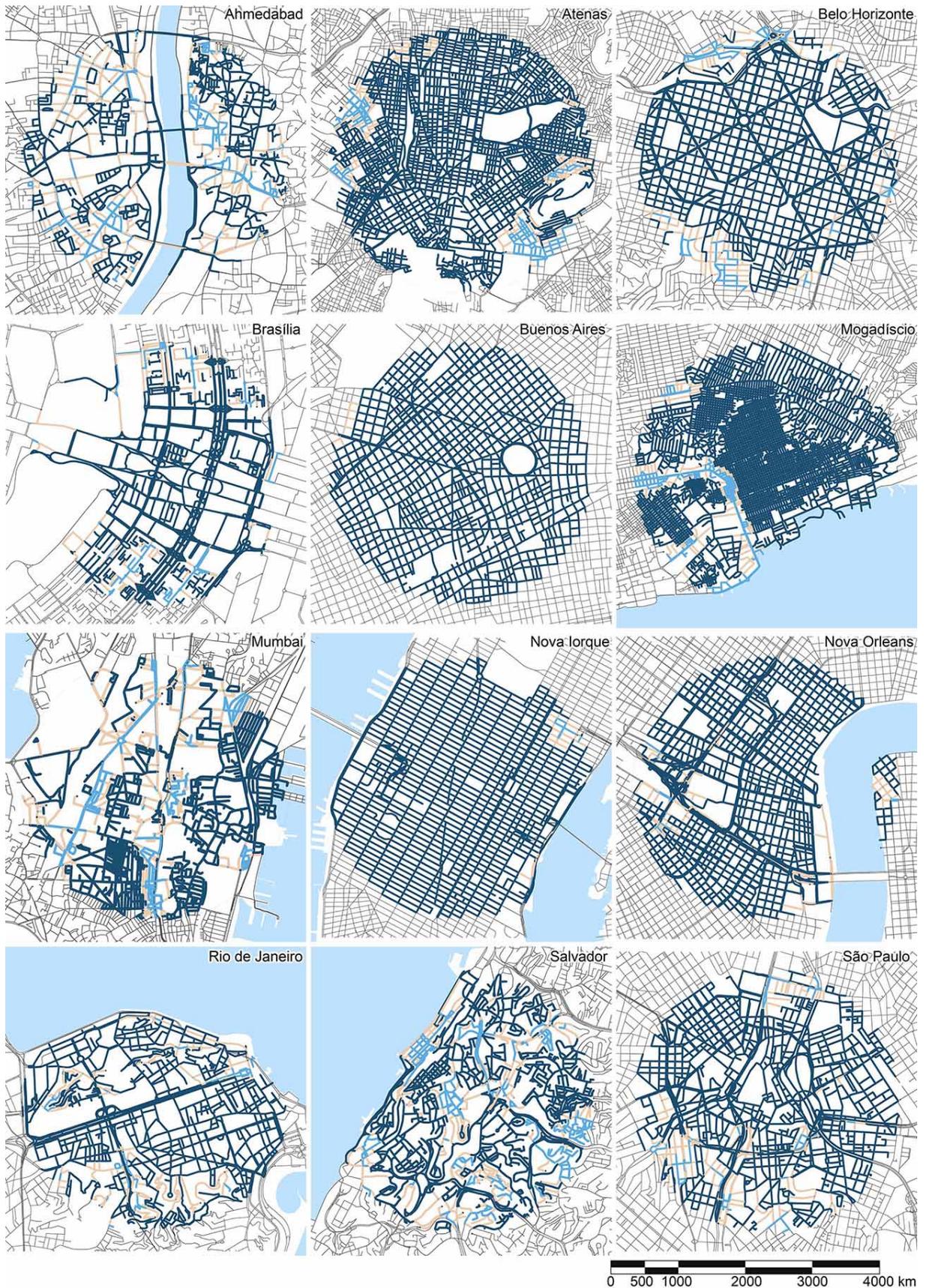


Figura 61 – Índice de uniformidade para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 500 m da origem. Os vértices de origem possuem cor azul escuro se $\chi < \chi_*$, azul escuro $|\chi| > \chi_*$, e azul claro $\chi > \chi_*$. Fonte: O autor (2019).

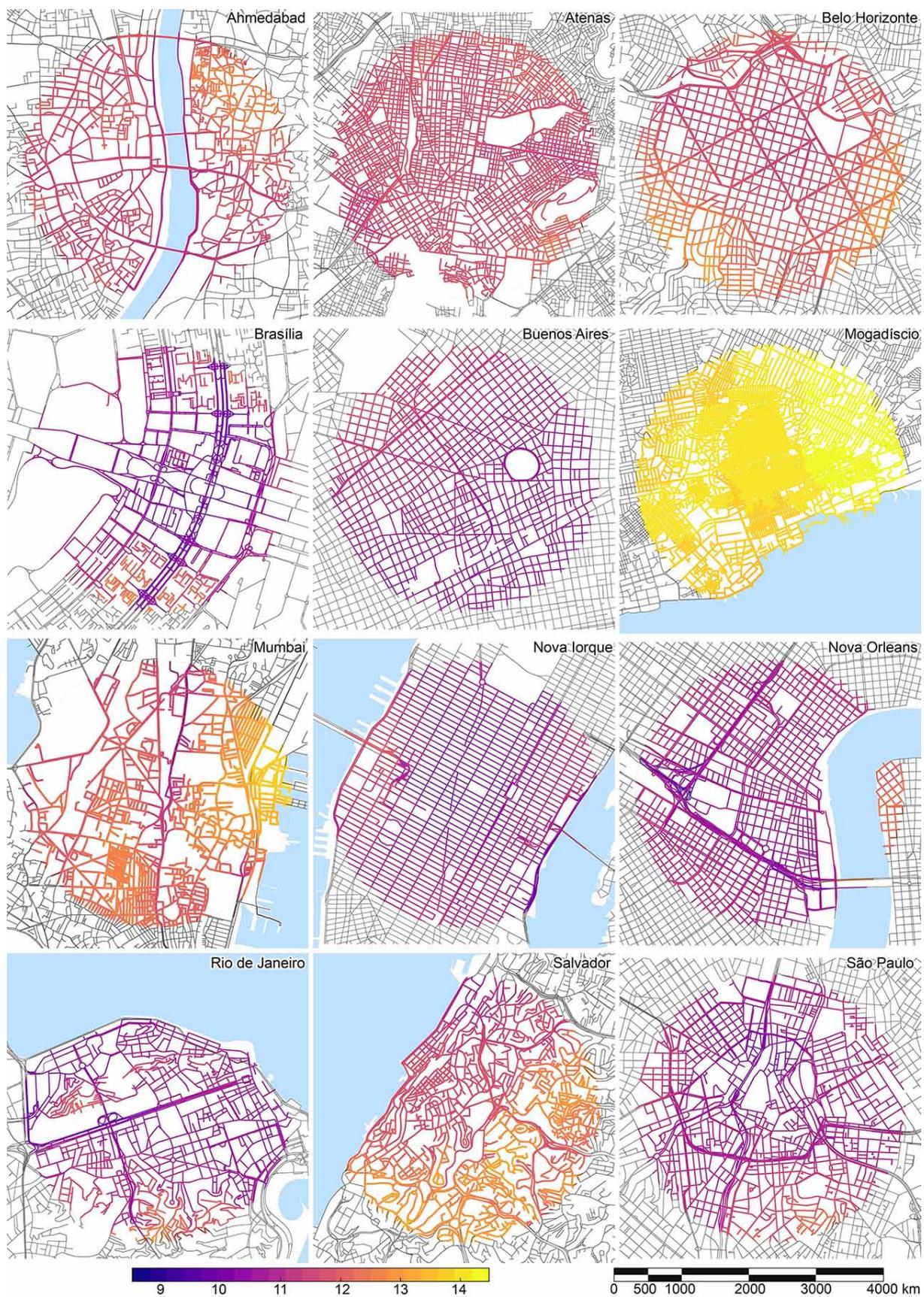


Figura 62 – Tempos médios de primeira passagem para as redes de veículos e fronteira absorvente a 5000 m da origem, em escala logarítmica. Fonte: O autor (2019).

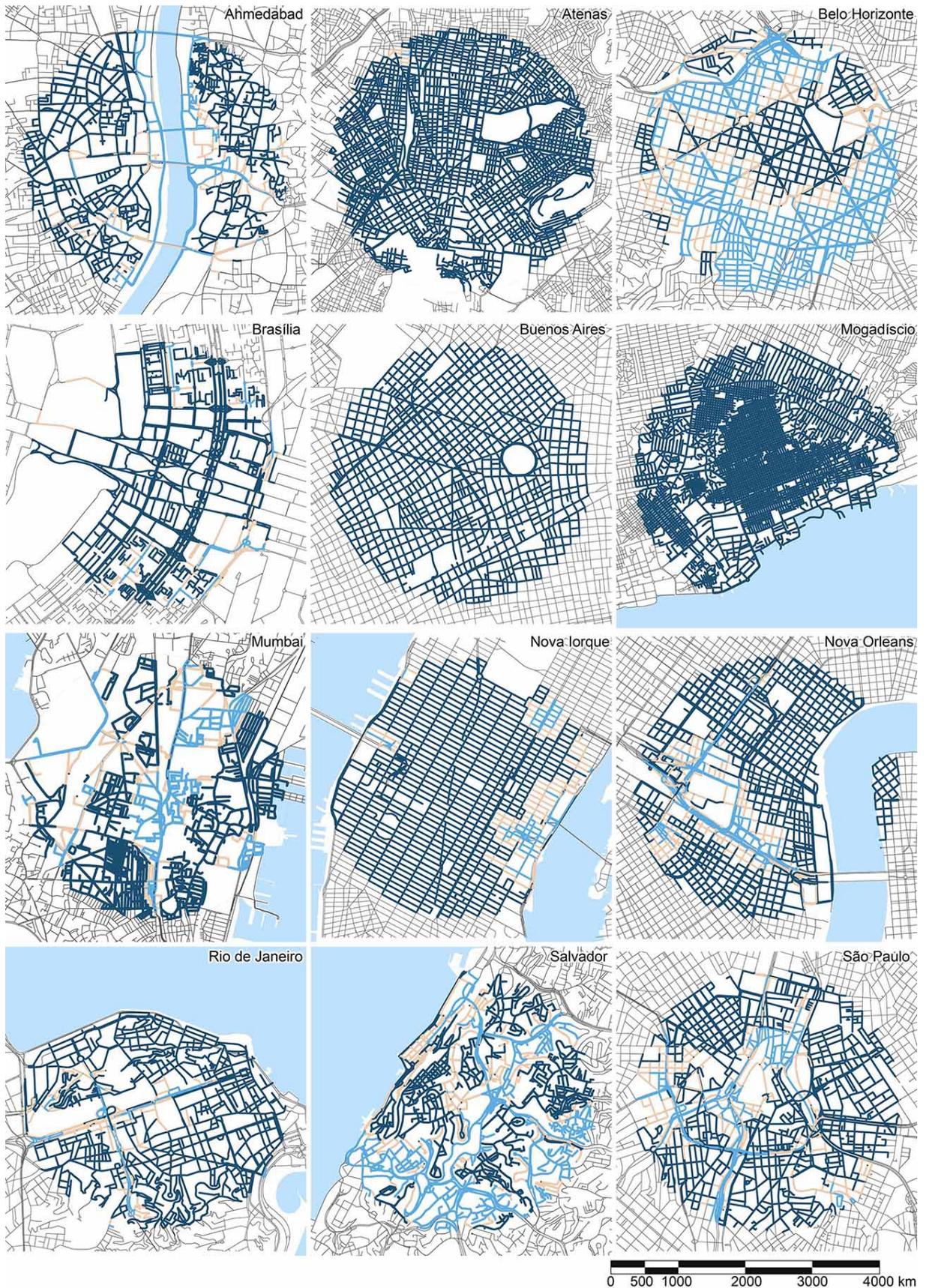


Figura 63 – Índice de uniformidade para as redes de pedestres e fronteira absorvente a 500 m da origem. Os vértices de origem possuem cor azul escuro se $\chi < \chi_*$, azul escuro $|\chi| > \chi_*$, e azul claro $\chi > \chi_*$. Fonte: O autor (2019).