



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

# **OTIMIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO INTEGRADA DE CURTO PRAZO NA MINERAÇÃO**

**JULIANO DOS SANTOS CORRÊA**

Orientador: Gustavo Campos Menezes  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

BELO HORIZONTE  
JANEIRO DE 2021

**JULIANO DOS SANTOS CORRÊA**

# **OTIMIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO INTEGRADA DE CURTO PRAZO NA MINERAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional

Linha de pesquisa: Sistemas Inteligentes

Orientador: Gustavo Campos Menezes  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Corrêa, Juliano dos Santos  
Otimização da programação integrada de curto prazo na mineração /  
C824o Juliano dos Santos Corrêa. – 2021.  
87 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Modelagem Matemática e Computacional.

Orientador: Gustavo Campos Menezes.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de  
Minas Gerais.

1. Minas e recursos minerais – Modelos matemáticos – Teses. 2. Conjunto  
de caracteres (Processamento de dados) – Teses. 3. Otimização matemática –  
Teses. I. Menezes, Gustavo Campos. II. Centro Federal de Educação  
Tecnológica de Minas Gerais. III. Título.

CDD 519.6



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE MESTRADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**“OTIMIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO INTEGRADA DE CURTO PRAZO  
NA MINERAÇÃO”**

Dissertação de Mestrado apresentada por **Juliano dos Santos Correa**, em 27 de novembro de 2020, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Gustavo Campos Menezes (Orientador)  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. João Fernando Machry Sarubbi  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Sérgio Ricardo de Souza  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

Prof. Dr. Thiago de Souza Rodrigues  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Modelagem Matemática e Computacional



---

*Emitido em 12/02/2021*

**ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO Nº 2/2021 - DELCOM (11.58.04)**

**(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)**

*(Assinado digitalmente em 12/02/2021 14:04)*

SERGIO RICARDO DE SOUZA

PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR

DECOM (11.56.03)

Matricula: 300700

Para verificar a autenticidade deste documento entre em <https://sig.cefetmg.br/documentos/> informando seu número:  
**2**, ano: **2021**, tipo: **ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO**, data de emissão: **12/02/2021** e o código de verificação:  
**736bd02201**

Dedico esta dissertação a minha esposa Brunella e ao meu filho Thales.

# Agradecimentos

Não foram somente as longas horas investidas. Nem foram somente os tantos lugares em que me vi trabalhando: no CEFET, em casa, nos saguões dos aeroportos deste País, nas férias e nos hotéis (quando estava em viagens a trabalho). E também, não foram poucos os finais de semana, os feriados, ou quaisquer outros dias em que a ideia era simplesmente ficar com a minha família, brincando com o meu filho, vendo série com minha esposa, viajando para a cidade dos meus pais e irmãos, encontrando com amigos, que foram trocados pelos artigos, pesquisas, desenvolvimento e pelo notebook. Preciso compartilhar o momento com algumas pessoas que são muito importantes pra mim.

Agradeço primeiramente a Deus por ter dirigido e iluminado todos estes meses de estudo e dedicação.

Agradeço minha esposa Brunella e ao meu filho Thales que sempre me apoiaram na realização deste projeto acadêmico, se privando de algumas horas de convívio para que possa focar nos estudos e na realização deste sonho.

Aos meus pais José Luciano e Elvira, aos meus irmãos Mara e Luciano, que também sempre me apoiaram e ajudaram na minha trajetória acadêmica e profissional.

Ao meu orientador Gustavo Campos Menezes por toda paciência, direcionamentos e dedicação durante toda jornada do mestrado, sempre disponível em ajudar e compartilhar conhecimentos independente do horário e dia da semana.

A Vale por disponibilizar os horários para frequentar as aulas em horário comercial e aos amigos de trabalho por compartilhar ideias/conhecimentos para a concretização deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e ao CEFETMG.

E para não correr o risco de ser injusto, gostaria de agradecer a todos que de alguma forma participaram deste momento e contribuíram para a construção deste trabalho.

*“A imaginação é a metade da doença; a tranquilidade é a metade do remédio; e a paciência é o começo da cura” (Ibn Sina 980-1037)*

# Resumo

A extração mineral é uma atividade de grande fonte de renda, auxiliando financeira e economicamente, e no Brasil, essa contribuição da extração mineral é muito relevante devido às escalas globais dos ativos minerários existentes em solo. As grandes mineradoras no Brasil possuem múltiplos ativos produtivos e logísticos, sendo necessário um planejamento integrado de forma a otimizar a utilização desses ativos objetivando o atendimento das demandas dos clientes por minério e a redução dos custos operacionais. Neste contexto, é definido o problema de programação integrada de curto prazo em minas, no qual as decisões de nível tático são definidas conjuntamente nos centros de operações integradas (COI). Este problema é resolvido utilizando programação inteira mista, *Relax and Fix*, *Fix and Optimize* e *Local Branching*. Além disso, uma metodologia de testes e avaliação é proposto (tanto da verificação dos algoritmos como da validação do problema) e os resultados obtidos são comparados.

**Palavras-chave:** Mineração. Programação Integrada. Otimização

# Abstract

Mineral extraction is an activity of great source of income, contributing financially and economically, and in Brazil, this contribution is very relevant due to the global scales of the mining assets existing in the soil. Large mining companies in Brazil have multiple productive and logistical assets, requiring integrated planning in order to optimize the use of these assets in order to meet customer demands for ore and reduce operating costs. In this context, the problem of integrated short-term programming in mines is defined, in which decisions at the tactical level are defined jointly in integrated operations centers (IOC). This problem is solved using mixed integer programming, Relax and Fix, Fix and Optimize and Local Branching. In addition, a testing and evaluation methodology is proposed (both for checking the algorithms and validating the problem) and the results obtained are compared.

**Keywords:** Mining. Integrated program. Optimization

# Lista de Figuras

Figura 1 – Distribuição das exportações brasileiras por produto (jan - jun de 2019) .	2
Figura 2 – Principais reservas minerais IBRAM (2020) . . . . .	3
Figura 3 – Níveis hierárquicos de tomada de decisão . . . . .	5
Figura 4 – Contexto operacional e/ou funcional . . . . .	7
Figura 5 – Mina - Função Objetivo: Quantidade de artigos por objetivos (agrupados pelos níveis hierárquicos de tomada de decisão) . . . . .	18
Figura 6 – Mina - Restrições: Quantidade de artigos por tipos de restrições (agrupados pelos níveis hierárquicos de tomada de decisão) . . . . .	19
Figura 7 – Ferrovia - Função Objetivo: Quantidade de artigos por objetivos . . . . .	20
Figura 8 – Ferrovia - Restrições: Quantidade de artigos por tipos de restrições . . . . .	20
Figura 9 – Porto - Função Objetivo: Quantidade de artigos por objetivos (agrupados pelos tipos de problemas) . . . . .	21
Figura 10 – Porto - Restrições: Quantidade de artigos por tipos de restrições (agrupados pelos tipos de problemas) . . . . .	22
Figura 11 – Cadeia integrada - Função Objetivo: Quantidade de artigos por objetivos (agrupados pelos tipos de problemas) . . . . .	23
Figura 12 – Cadeia integrada - Restrições: Quantidade de artigos por restrições (agrupados pelos tipos de problemas) . . . . .	24
Figura 13 – Todas as etapas produtivas do problema PPICPM . . . . .	25
Figura 14 – Representação de um corpo mineral através do modelo de blocos DAG-DELEN (2001) . . . . .	27
Figura 15 – Explorando o ROM: Da perfuração até o britador Ribeiro C. M.; Maia et al. (2015) . . . . .	28
Figura 16 – Carregamento e transporte em uma mina a céu aberto Ribeiro C. M.; Maia et al. (2015) . . . . .	29
Figura 17 – Os processos da usina de beneficiamento de acordo com o ciclo da mineração VALE (2020) . . . . .	30
Figura 18 – Exemplo de um pátio de estocagem - VALE (2020) . . . . .	32
Figura 19 – Estratégias do <i>Relax and Fix</i> . O conjunto das variáveis fixadas ao mesmo tempo estão ilustradas em amarelo em cada uma das 4 estratégias . . . . .	48
Figura 20 – Estratégias do <i>Fix and Optimize</i> . O conjunto das variáveis fixadas ao mesmo tempo estão ilustradas em amarelo em cada uma das 2 estratégias . . . . .	50
Figura 21 – Exemplo do funcionamento do <i>Local Branching</i> . Adaptado da fonte: Fischetti M. (2003) . . . . .	53
Figura 22 – Complexo minerário com múltiplos ativos produtivos e logísticos . . . . .	63
Figura 23 – Planejamento da execução dos testes . . . . .	65

Figura 24 – Quantidade de casos de teste com solução ótima . . . . .	69
Figura 25 – Quantidade de casos de teste com resultados melhores ou iguais ao CPLEX . . . . .	70
Figura 26 – Comparativo do <i>Gap</i> entre CPLEX, <i>Relax and Fix</i> e <i>Fix and Optimize</i> . .	70
Figura 27 – Comparativo do <i>Gap</i> entre os diferentes tamanhos de vizinhança do <i>Local Branching</i> ( $k = 5, 10$ e $20$ ) . . . . .	71
Figura 28 – Comparativo entre limite superior do CPLEX e o <i>Local Branching</i> . . . .	72
Figura 29 – Comparativo entre limite inferior, superior do CPLEX e o <i>Local Branching</i>	72
Figura 30 – Comparativo (em %) do tempo de execução de cada caso de teste . . .	73
Figura 31 – Comparativo (em segundos) de quais casos de teste consumiram mais tempo de execução . . . . .	73
Figura 32 – Comparativo para mercado retraído . . . . .	74
Figura 33 – Comparativo para mercado normal . . . . .	74
Figura 34 – Comparativo para mercado aquecido . . . . .	74
Figura 35 – Comparativo entre as complexidades e os algoritmos . . . . .	75
Figura 36 – Comparativo entre os cenários e os algoritmos . . . . .	76

# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Abordagem integrada entre o níveis de decisão e o contexto operacional	8
Tabela 2 – Análise de um resultado de um bloco de lavra	27
Tabela 3 – Teores medidos de metais obtidos no concentrado final	31
Tabela 4 – Principais problemas culturais/processos de uma operação local e em cadeia	34
Tabela 5 – Definição dos conjuntos para o PPICPM	36
Tabela 6 – Definição dos parâmetros da Função Objetivo	37
Tabela 7 – Definição das variáveis de decisão	37
Tabela 8 – Definição dos parâmetros das restrições	40
Tabela 9 – Definição das variáveis das restrições	41
Tabela 10 – Variáveis inteiras	45
Tabela 11 – Bloco de lavra: Base de dados (capacidade máxima, ritmo e participação de cada produto)	59
Tabela 12 – Bloco de lavra: Base de dados (característica química por produto)	59
Tabela 13 – Usina de beneficiamento: Base de dados (recuperação metalúrgica e capacidade máxima, em toneladas, de recebimento de ROM)	60
Tabela 14 – Usina de beneficiamento: Base de dados (característica química por produto)	60
Tabela 15 – Pátio de estocagem: Dados de teste para os pátios de estocagem	60
Tabela 16 – Demanda do cliente: Dados de teste para a demanda dos clientes	61
Tabela 17 – Conjunto de ativos produtivos e logísticos por complexidade	62
Tabela 18 – Os custos para cada parâmetro e cenário de teste	64
Tabela 19 – Resultados Finais: CPLEX	66
Tabela 20 – Resultados Finais: <i>Relax and Fix</i> e <i>Fix and Optimize</i>	67
Tabela 21 – Resultados Finais: <i>Local Branching</i> ( $k = 5, 10$ e $20$ )	68
Tabela 22 – Resultados dos casos de uso utilizados para validação	76
Tabela 23 – Participação dos custos para os casos de teste de 26 a 30 utilizando o <i>Local Branching</i> ( $k = 10$ ) em $7 \Delta t$	77
Tabela 24 – Produção da Usina para atender demanda do pátio P01 - Caso de teste 27	78
Tabela 25 – Resultados de ROM que alimentam as Usinas (U01 e U02) - Caso de teste 27	79

# Lista de Algoritmos

Algoritmo 1 – Algoritmo do <i>Relax and Fix</i> . . . . .	45
Algoritmo 2 – Algoritmo para a fixação constante das variáveis relaxadas . . . . .	46
Algoritmo 3 – Algoritmo para a fixação decrescente das variáveis relaxadas . . . . .	47
Algoritmo 4 – Algoritmo <i>Fix and Optimize</i> . . . . .	49
Algoritmo 5 – Algoritmo <i>Local Branching</i> . . . . .	54

# Lista de Abreviaturas e Siglas

COI	Centro de Operações Integradas
ITM	Instalações de Tratamento de Minério
PPICPM	Problema de programação integrada de curto prazo em minas
NSGA-II	Non-Sorting Genetic Algorithm – II
SPEA-2	Strenght Pareto Evolutionary Algorithm 2
VPL	Valor Presente Líquido
VND	Variable Neighborhood Descent
VNS	Variable Neighborhood Search
SA	Simulated Annealing
RF	Relax-and-Fix
FO	Fix-and-Optimize
LB	Local Branching
ROM	Run of Mine
PIB	Produto interno bruto

# Sumário

<b>Sumário</b> . . . . .	<b>xvi</b>
<b>1 – Introdução</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Objetivos . . . . .	7
1.1.1 Objetivo Geral . . . . .	9
1.1.2 Objetivos Específicos . . . . .	9
1.2 Organização do trabalho . . . . .	10
<b>2 – Trabalhos Relacionados</b> . . . . .	<b>11</b>
2.1 Problemas relacionados à extração e beneficiamento de minérios . . . . .	11
2.2 Problemas relacionados à cadeia integrada . . . . .	14
<b>3 – Descrição do Problema</b> . . . . .	<b>25</b>
3.1 Introdução . . . . .	25
3.2 Fases da cadeia integrada . . . . .	26
3.2.1 Mina . . . . .	26
3.2.2 Usina de beneficiamento . . . . .	29
3.2.3 Pátio de estocagem . . . . .	31
3.2.4 Cadeia integrada . . . . .	33
<b>4 – Modelo matemático e abordagem da solução</b> . . . . .	<b>35</b>
4.1 Introdução . . . . .	35
4.2 Modelo matemático . . . . .	36
4.2.1 Função objetivo . . . . .	36
4.2.2 Restrições do problema . . . . .	40
4.2.3 Restrições para os limites das variáveis . . . . .	43
4.3 Abordagem da solução aplicada ao PPICPM . . . . .	44
4.3.1 <i>Relax and Fix</i> . . . . .	44
4.3.1.1 <i>Relax and Fix</i> aplicada ao PPICPM . . . . .	45
4.3.2 <i>Fix and Optimize</i> . . . . .	48
4.3.2.1 Heurística <i>Fix and Optimize</i> aplicada ao PPICPM . . . . .	49
4.3.3 <i>Local Branching</i> . . . . .	50
4.3.3.1 <i>Local branching</i> aplicado ao problema do PPICPM . . . . .	53
4.4 Métodos de verificação e validação . . . . .	55
<b>5 – Experimentos Computacionais</b> . . . . .	<b>57</b>
5.1 Dados do problema . . . . .	57

5.1.1	Base de dados	57
5.1.2	Instâncias de teste	61
5.1.3	Planejamento dos testes	64
5.2	Resultados experimentais	65
5.2.1	Ambiente de testes	65
5.2.2	Verificação dos experimentos	65
5.2.2.1	Comparativos entre os <i>Gap</i> de todas as soluções	69
5.2.2.2	Resultado final de cada um dos algoritmos	71
5.2.2.3	Tempo de execução ( $t_b$ )	72
5.2.2.4	Considerando as variações de demanda do mercado	73
5.2.2.5	Considerando as três complexidades de ativos produtivos e logísticos	74
5.2.2.6	Considerando os cinco diferentes cenários para o problema PPICPM	75
5.2.3	Validação dos experimentos	76
<b>6</b>	<b>– Conclusão</b>	<b>82</b>
6.1	Trabalhos publicados	84
6.2	Trabalhos Futuros	84
	<b>Referências</b>	<b>85</b>

# Capítulo 1

## Introdução

A mineração no Brasil é caracterizada como um amparo financeiro e econômico, e esta atividade, é uma grande fonte de renda equilibrando os índices de crescimento do país em grau bastante significativo. Isso se dá principalmente quando se pensa no potencial do solo brasileiro, que se apresenta em configurações bem atípicas e ricas, capazes de colocá-lo à frente comparado com outros países, conforme [Tecnico Mineracao \(2020\)](#).

Quando se fala mineração, entende-se por todos os processos e atividades industriais que têm por finalidade a extração de substâncias minerais do solo, a partir da perfuração ou contato com áreas de depósitos ou massas minerais das mesmas, o beneficiamento do minério (com o fim de aumentar a qualidade e remover impurezas) bem como toda a logística necessária para a entrega deste minério aos clientes finais.

De acordo com [IBRAM \(2020\)](#), são descritos cinco fatores que explicam a importância da mineração para a economia do país:

- Equilíbrio econômico: Grande parte do minério que é explorado no Brasil, é exportado para outros países como *commodities* e o valor financeiro desta transação contribui positivamente para a balança financeira brasileira. Dentre os vários minérios que o Brasil exporta, o minério de ferro é o que apresenta maior influência na balança comercial;
- Influência histórica: A mineração atrai muitos investimentos e tem bom retorno financeiro. Esse potencial do setor já era visível desde o período do Brasil colonial;
- Relação com fenômenos sociais: A extração de minérios está associada em maior ou menor grau com todos os fenômenos sociais e tem vínculo com praticamente todas as questões de crescimento e desenvolvimento do país;
- Influência no PIB nacional: Corresponde entre 3% a 5% do PIB do Brasil

- Geração de empregos: Inúmeros empregos diretos e indiretos são gerados no próprio ambiente da mineração e também em várias outras indústrias que utilizam a mineração como matéria prima;

A indústria da mineração no Brasil atrai muitos investimentos e traz um retorno financeiro garantido, desde que bem explorado. Atualmente, pode-se dizer que a mineração no Brasil produz e comercializa aproximadamente 70 minerais, sendo 21 tipos de metais, 4 tipos de combustíveis e 45 tipos de minerais industriais. Essa atividade é responsável por quase 5% do PIB nacional e é capaz de oferecer produtos que são amplamente utilizados em indústrias bem diversificadas, tais como metalúrgicas, fertilizantes, siderúrgicas e, principalmente as petroquímicas (TECNICO MINERACAO, 2020).

A Figura 1 ilustra a distribuição das exportações brasileiras por produto e pode-se perceber que o minério ferro representa mais da metade das exportações do Brasil. Considerando-se as reservas em termos de Ferro contido no minério, o Brasil assume lugar de destaque no cenário internacional. Esse fato ocorre devido ao alto teor encontrado nos minérios Hematita (60% de Ferro), predominante no Pará, e Itabirito (50% de Ferro), predominante em Minas Gerais.

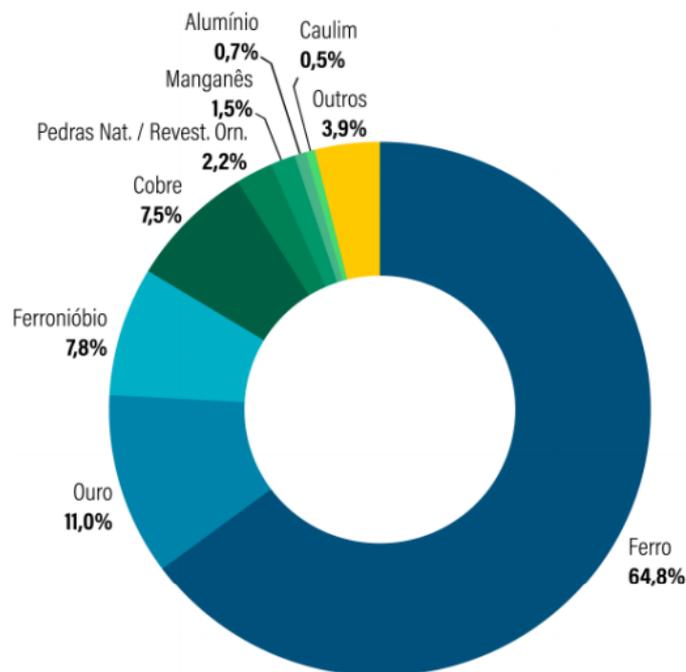


Figura 1 – Distribuição das exportações brasileiras por produto (jan - jun de 2019)

Fonte: Comex Stat/SECEX/Ministério da Economia. Elaborado por SGR/ANM ANM (2019)

A Figura 2 ilustra a dispersão geográfica dos principais minérios no Brasil. Pode-se perceber uma predominância de minério de ferro nos estados de Minas Gerais, Pará e Mato Grosso do Sul.

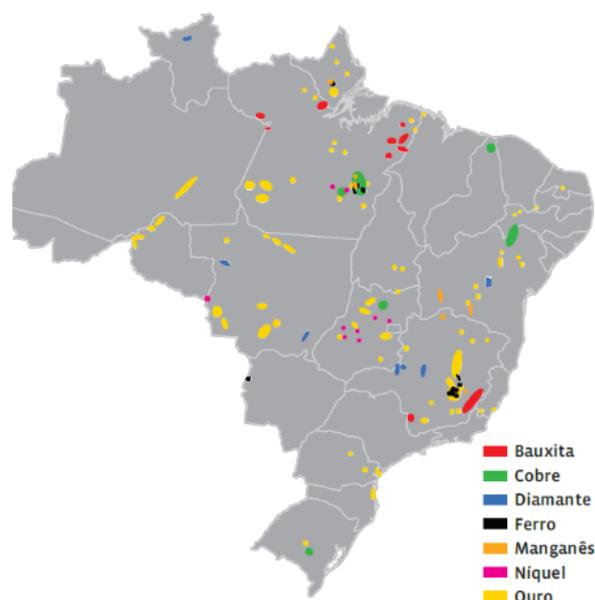


Figura 2 – Principais reservas minerais IBRAM (2020)

Verificando a Figura 1 que as exportações de minério de ferro correspondem a 64,8% e a Figura 2 a existência de grandes reservas de minério de ferro distribuídas no Brasil, pode-se perceber a importância do minério de ferro para a economia Brasileira, contribuindo fortemente para a balança comercial do Brasil, bem como outros benefícios desta atividade econômica (geração de empregos e impostos).

Industrialmente, a única forma pela qual se obtém o ferro (Fe) é a partir de substâncias minerais. Embora faça parte da composição de vários minerais, apenas alguns destes podem ser economicamente explorados para a obtenção do ferro, quer pela quantidade desse elemento nesses minerais, quer pela concentração ou distribuição desses minerais nas rochas que constituem os corpos de minério. Podem ser classificados de acordo com a composição química do mineral sendo: óxidos, carbonatos, sulfetos e silicatos. Apenas a exploração dos óxidos tem expressão econômica para obtenção do ferro (CARVALHO et al., 2014)

No Brasil, existem três grandes circuitos de minério de ferro, sendo:

- Quadrilátero Ferrífero, MG: Localizado na região centro sul de Minas Gerais, com aproximadamente 7 mil quilômetros quadrados e contemplando aproximadamente 26 cidades;
- Serra de Carajás, PA: Localizado na região sudeste do Pará;
- Maciço de Urucum, MS: Localizado na região sudeste de Corumbá no Mato Grosso do Sul;

Devido a grande dispersão geográfica da formação rochosa no Brasil, grandes mineradoras possuem diversas minas com diferentes capacidades, instalações de tratamento de minério (ITM), áreas de estocagem, usinas de pelotização, além de uma complexa malha de transporte que podem incluir minerodutos, correias transportadoras de longa distância, terminais ferroviários, rodoviários e portuários. Todo este conjunto de ativos é necessário para que as grandes mineradoras garantam a exploração, escoamento e entrega do produto final aos clientes finais. Os principais clientes estão localizados na China (mais de 40% de toda produção do Brasil), Índia, Reino Unido e Estados Unidos de acordo com [ANM \(2019\)](#).

Considerando toda esta dispersão geográfica e a quantidade diversa de ativos (minas, ITMs, ferrovias e portos), periodicamente as mineradoras devem tomar decisões relacionadas com a produção e transporte dos minérios, tomando como base suas capacidades produtivas e demandas dos mercados interno e externo ([TOFFOLO, 2009](#)). Tradicionalmente, a programação dessas decisões visa minimizar custos operacionais de cada uma das unidades produtivas buscando atender as metas operacionais de minério beneficiado em termos de quantidade e qualidade ([ALMEIDA, 2013](#)).

No passado, a programação de curto prazo das mineradoras eram realizadas de forma tradicional, ou seja, cada unidade operacional cuidava apenas da sua produção definindo todas as estratégias de aumento de produção e/ou redução de despesas. Com o término do super ciclo das *commodities* por volta de 2013 ([MANZI, 2016](#)), a cotação da tonelada de minério de ferro reduziu drasticamente sendo necessário reduzir os custos operacionais. Somando a necessidade de reduzir os custos de produção, com a dificuldade na alocação de mão de obra em áreas remotas e a evolução das tecnologias resultaram na centralização das operações em centros de operação integradas - COI, reduzindo acidentes e o risco operacional. Outro benefício do COI é que foi possível transitar de uma estratégia local (tradicional) para uma estratégia global, uma vez que vários departamentos (comercial, marketing, suprimentos, operação, planejamento entre outros) começaram a trabalhar em um mesmo ambiente de trabalho, aumentando a sinergia e a interação entre eles. Com essa mudança organizacional, as grandes mineradoras começaram a trabalhar com uma visão integrada para atender a demanda do mercado buscando uma visão macro de toda a cadeia integrada e não uma visão micro verificando cada uma das unidades operacionais.

O atendimento de uma visão macro necessita de um planejamento de curto prazo com a geração dos planos de fluxos de produtos (FP), desde a extração até a venda envolvendo os custos com deslocamento do minério, atendimento às demandas de massa e qualidade sujeitas a restrições de produção e escoamento. No caso do minério de ferro, existe uma variabilidade muito alta das características físicas e químicas, fazendo com que a mistura de diferentes minérios sejam fundamentais para o atendimento das especificações dos clientes finais.

Existem hoje diversas aplicações de Pesquisa Operacional na indústria da mineração, objetivando a maximização do lucro ou a minimização dos custos operacionais de produção do minério.

A tomada de decisão em um problema de pesquisa operação pode ser classificadas em diferentes níveis hierárquicos e pelo contexto operacional e/ou funcional.

De acordo com [Bradley S. P.; Hax \(1977\)](#) e [Pimentel \(2011\)](#), os níveis hierárquicos são classificados em:

- **Estratégico:** Decisões de escopo amplo e de longo prazo, envolvendo políticas gerenciais e desenvolvimento de recursos necessários para atender os objetivos da organização. No contexto da mineração, as decisões estratégicas incluem, por exemplo, o estabelecimento de novos empreendimentos de mineração, a expansão da capacidade das instalações existentes e análises de riscos de investimentos;
- **Tático:** Decisões de escopo mais estreito e de médio ou curto prazo, envolvendo alocação eficaz e utilização adequada dos recursos providos no nível estratégico. As decisões táticas incluem, por exemplo, o desenvolvimento de planos de produção das minas, dos transportes ferroviários e dos portos;
- **Operacional:** Decisões de escopo menor ou local e de curto prazo, envolvendo a organização do trabalho dos recursos, de modo a alcançar os objetivos fixados no nível tático. Tais decisões envolvem, por exemplo, a alocação e expedição de equipamentos de transporte de minas e agendamento de tráfego de trens em ferrovias;

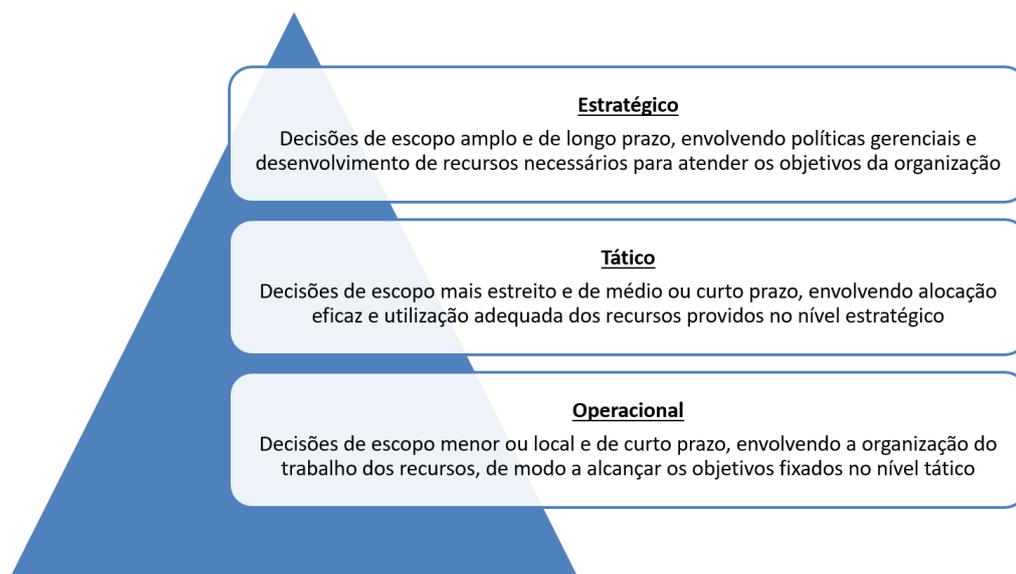


Figura 3 – Níveis hierárquicos de tomada de decisão

A Figura 3 ilustra os níveis hierárquicos com um breve resumo. Além dessa classificação em níveis hierárquicos de tomada de decisão, pode-se contextualizar operacional ou funcional os ativos produtivos como sendo:

- Mina: Uma mina é composta por várias frentes de lavra que por sua vez é composta por vários blocos de lavra. Um bloco de lavra é uma rocha que contém o minério e várias impurezas. A perfuração do solo é feita por perfuratrizes, o carregamento do minério bruto (ROM - run of mine) é feito por carregadeiras e transportado por caminhões fora de estrada (alta capacidade de transporte) ou por correias transportadoras quando utilizam a tecnologia *truckless*;
- Usina de beneficiamento: Uma usina de beneficiamento recebe o ROM das minas e faz o processo de beneficiamento do minério de ferro, que consiste em aumentar a concentração/teor de ferro em relação ao teor da alimentação. Esse balanço de massa entre o volume de produtos finais produzidos pela usina e o volume de ROM enviado pelas minas é conhecido como recuperação metalúrgica Cunha (2013);
- Pátio de estocagem: Um pátio de estocagem é formado por pilhas do produto final da usina de beneficiamento. Podem existir pátios de estocagem localizados nas proximidades da usina de beneficiamento, da ferrovia ou do porto;
- Ferrovia: É um sistema de transporte baseado em vagões (trens) correndo sobre trilhos previamente dispostos. O principal objetivo da ferrovia na mineração é o transporte dos produtos finais das usinas de beneficiamento ou das usinas de pelotização até os portos;
- Porto: Os principais e maiores clientes da mineração estão ao redor do mundo e a forma de escoar a produção de minério de ferro é feita por meio dos terminais portuários. Desta forma, assim que o carregamento ferroviário chega no porto é realizado a descarga (usando equipamentos para virar os vagões) e o minério é armazenado nos pátios de estocagem do porto (usando empilhadeiras). Quando começa o carregamento de um navio, o minério de ferro é recuperado do pátio de estocagem e transportado até os porões do navio. Este transporte é realizado utilizando correias transportadoras;

A Figura 4 ilustra cada ativo operacional com um breve resumo. Na Tabela 1, pode-se visualizar de forma simplificada a relação entre os níveis hierárquicos de decisão e o contexto operacional e/ou funcional.

As grandes mineradoras do mundo são compostas por vários ativos produtivos e logísticos, sejam elas as minas, as usinas de beneficiamento, os pátios de estocagem, as ferrovias e



Figura 4 – Contexto operacional e/ou funcional

os portos. Cada ativo apresenta uma capacidade de produção e uma localização geográfica distinta. De acordo com as exigências dos clientes nacionais e internacionais, e dependendo das características dos produtos de minério fornecidos por cada mina, decisões de quais ativos (minas, usinas, pátios, ferrovia ou porto), manuseio, mistura e expedição podem envolver diferentes instalações em diferentes estágios da cadeia de fornecimento. Uma cadeia global de fornecimento na mineração pode, portanto, ser definida como uma rede de instalações integradas e projetadas para explorar, processar, transportar e entregar o produto aos clientes finais a distâncias geográficas significativas [Tsiakis P. e Papageorgiou \(2008\)](#).

Esse capítulo teve por objetivo apresentar essa parte introdutória explicando a importância da mineração, mas especificamente do minério de ferro, para a economia Brasileira. Este capítulo também tem como objetivo apresentar, em linhas gerais, os objetivos gerais e específicos que pretendem ser atingidos com este trabalho (seção 1.1). Por fim, o conteúdo de cada capítulo é descrito sucintamente (seção 1.2).

## 1.1 Objetivos

O Problema de Programação Integrado de Curto Prazo em Minas - PPICPM é utilizado na exploração de minério de ferro e tem como objetivo a minimização dos custos operacionais considerando:

- Considerar o planejamento de curto prazo como sendo um horizonte de uma ou duas semanas;

Tabela 1 – Abordagem integrada entre o níveis de decisão e o contexto operacional

	Mina e Usina	Logística	Porto
Estratégico	Planejamento estratégico de minas e usinas Análise de investimentos e capacidades	Análise de investimentos e capacidades Infraestrutura	Análise de investimentos e capacidades
Tático	Planejamento tático da mina e usina Planejamento da produção e transporte Planejamento dos pátios	Carregamento e despacho de trens Planejamento de transporte	Blendagem de produtos Planejamento do carregamento de navios
Operacional	Alocação de equipamentos Roteamento de veículos de transporte	Sequenciamento e alocação de trens	Sequenciamento de rotas de carregamento Carregamento de navios

Fonte: [Pimentel \(2011\)](#)

- Definir a sequência de exploração de cada bloco de lavra e ou frente de lavra disponíveis ao longo do horizonte de programação, considerando os parâmetros de granulometria (diâmetros do minério de ferro) e os parâmetros de qualidade resultantes das análises de amostras feitas nos laboratório (amostras dos furos de sondagem executadas nas frentes de lavra);
- Definir o sequenciamento de exploração de cada mina considerando as capacidades das usinas de beneficiamento;
- Fazer a mistura do ROM (run of mine) que são explorados nas minas e fornecidos às usinas de beneficiamento de acordo com os parâmetros de qualidade e quantidade previamente definidos pelas usinas de beneficiamento;
- Definir a produtividade das usinas de beneficiamento de acordo com os parâmetros de recuperação metalúrgica ([CUNHA, 2013](#));
- Definir quais usinas de beneficiamento serão utilizadas e o quanto serão produzidas em cada uma;
- Definir em quais pilhas os produtos finais serão estocadas. As pilhas podem estar localizadas nos pátios de estocagem ou nos pátios de carregamento ferroviário;

- Atender a demanda do cliente final, no que tange a quantidade de produto, parâmetros de qualidade e tipo de produto;

Com isso, o PPICPM é um problema de nível hierárquico de decisão tática e operacional/mina e Usina, de acordo com a Tabela 1.

### 1.1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem por objetivo geral o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para tomada de decisões de forma eficiente para o PPICPM. Para tanto, foram desenvolvidos modelos de otimização e algoritmos baseados em programação matemática. Os algoritmos utilizados foram: programação linear inteira mista, *Local Branching* e as heurísticas *Relax and Fix* e *Fix and Optimize*. Também foram desenvolvidos vários casos de teste (considerando mercado, complexidade e cenários) e comparações dos resultados para verificar a efetividade dos algoritmos e validar a modelagem.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Estudar o Problema de Programação Integrado de Curto Prazo em Minas - PPICPM, desde a frente de lavra até o pátio ferroviário;
- Avaliar diversos modelos de otimização propostos na literatura, reunindo-os em modelos mais amplos, de forma a contemplar os requisitos típicos de uma mineradora;
- Elaborar um modelo matemático de otimização para o problema, para atender as características (qualidade, quantidade e tipo de produto) e levando em consideração as restrições de capacidade operacionais de produção e escoamento;
- Analisar as soluções geradas pelas técnicas desenvolvidas (programação inteira mista, *Local Branching* e as heurísticas *Relax and Fix* e *Fix and Optimize*). No caso do *Local Branching*, foram explorados três vizinhanças com a o  $k$  variando entre 5, 10 e 20. O *Local Branching* com o  $k = 10$  apresentou melhores resultados.
- Testar o modelo em vários casos de teste considerando variações do mercado, complexidade do quantitativo de ativos produtivos ou logísticos e cenários ao longo da cadeia de valor;
- Verificar a performance dos algoritmos e validar a modelagem;

## 1.2 Organização do trabalho

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

- Capítulo 1: Introdução ao trabalho, quais são os motivadores e os objetivos;
- Capítulo 2: Apresenta a revisão bibliográfica;
- Capítulo 3: Descrição do problema de cada um dos ativos produtivos e logísticos da mineração (mina, usina de beneficiamento e pátio de estocagem) bem como os problemas da cadeia integrada;
- Capítulo 4: Descreve a formulação matemática que foi desenvolvida para atender os principais pontos de decisão da cadeia integrada da mineração e quais algoritmos foram utilizados para resolver este problema;
- Capítulo 5: Descreve os experimentos computacionais desde a definição da base de dados, as instâncias de teste e os resultados de todos os experimentos, fazendo tanto a verificação como a validação dos experimentos;
- Capítulo 6: Conclusões do trabalho e perspectivas de trabalhos futuros;

# Capítulo 2

## Trabalhos Relacionados

Este capítulo tem como objetivo fazer uma revisão bibliográfica de alguns dos vários trabalhos já existentes na literatura sobre aplicações de pesquisa operacional na indústria da mineração. Serão apresentados os problemas relacionados à extração do minério e beneficiamento na seção 2.1 e na seção 2.2. Também serão apresentados trabalhos relacionados à cadeia integrada da mineração.

### 2.1 Problemas relacionados à extração e beneficiamento de minérios

O processo de extração de minério das frentes de lavra das minas é uma tarefa primordial para toda a cadeia de produção da mineração, sendo a fonte de insumos, o minério bruto (ROM - Run of Mine) que irá alimentar as usinas de beneficiamento. O ROM é explorado do bloco de lavra, que faz parte de uma frente de lavra. Uma mina pode ter várias frentes de lavra que são exploradas de acordo com a capacidade e quantidade de equipamentos (perfuratriz, escavadeira e caminhões fora de estrada).

Segundo Newman A. M.; Rubio et al. (2010), a utilização da pesquisa operacional no planejamento de minas começou da década de 1960 e, desde então, a otimização e simulação tem sido aplicada em problemas de planejamento de minas superficiais, minas subterrâneas, projeto de mina, programação de produção de longo e curto prazo, seleção de equipamentos de despacho, entre outros.

Para o caso de programação de produção em minas ao céu aberto (OPMPSP - *Open Pit Mine Production Scheduling Problem*), o trabalho Samavati M.; Essam et al. (2017) desenvolveu uma solução que consiste em programar a extração de um depósito mineral dividido em vários segmentos ou blocos menores, de modo que o valor presente líquido (VPL) da operação seja maximizado. O problema foi formulado como um modelo de pro-

gramação inteira (associando restrições da mochila e precedências). Devido a quantidade muito grande de blocos e as restrições de precedências o modelo ficou impraticável para aplicações reais. Desta forma, foi proposto um novo método de relaxação na programação inteira, adicionando técnicas de cortes. Essa técnica utiliza um algoritmo *Branch and Bound* que aplica TS (*Tabu Search Heuristic*) em cada nó da árvore de *Branch and Bound*. Os resultados do VPL são analisados e é escolhido o nó com melhor resultado do VPL. Após aplicação deste novo método, os autores constataram que a solução é ágil e usual para aplicações reais, sendo feitos testes com um conjunto de dados acadêmicos e de dados reais (utilizando instâncias do MineLib do Espinoza). Em outro artigo dos mesmos autores [Samavati M.; Essam et al. \(2016\)](#), foi tratado o mesmo problema OPMPSP usando outras três heurísticas, sendo: *Local Branching*, *Adaptive Branching* e uma combinação de ambas. A heurística *Local Branching* foi mais eficiente.

No trabalho de [Lamghari A.; Dimitrakopoulos \(2016\)](#), o problema de programação da produção da mina (nomeado de MPSP - *Mine Production Scheduling Problem*) é representado por conjuntos de blocos em três dimensões e cada bloco representa um volume de ROM que será explorado e enviado para processamento, estoque ou barragem. O MPSP determina a sequência de exploração dos blocos com o objetivo de maximizar o VPL esperado da operação e minimizar os custos operacionais. Uma solução em duas fases é proposta usando o PH (*Progressive Hedging*) na primeira fase, no qual o problema é decomposto em grupos para modelar as incertezas do minério na reserva e, na segunda fase é utilizado STWH (*Sliding Time Window Heuristic*) baseado no *Fix and Optimize* para identificar a janela de tempo para exploração de cada um dos blocos. Os testes foram executados utilizando instâncias próprias e a utilização da solução em duas fases encontrou soluções próximas do ótimo e com performance melhor que o BCA (*Branch and Cut Algorithm*) em termos de tempo de processamento e qualidade dos resultados.

Em [Moreno E.; Rezakhah et al. \(2016\)](#) o problema de programação de produção de minas ao céu aberto (OPMPSP) é tratado com um modelo linear de estocagem dos blocos. Os blocos devem ser enviados (usina, depósito de rejeito ou estoque) obedecendo uma precedência espacial, para maximizar o valor presente líquido (VPL).

Em [Costa \(2005\)](#) o planejamento operacional de lavra em uma mina a céu aberto consiste no planejamento de curto prazo, no qual o principal objetivo é a determinação de qual ritmo de lavra será implementado em cada frente, fornecendo à usina de beneficiamento uma alimentação adequada. São consideradas metas de produção, de qualidade, restrições operacionais e alocação dos equipamentos de carga e transporte. Com isto, são tratados três problemas de mineração, sendo: mistura de minérios, mistura de minérios com alocação dinâmica de caminhões e mistura de minérios com alocação estática de caminhões. Cada problema é resolvido por duas metodologias, uma baseada em técnicas de programação

por metas (atingir metas de produção e qualidade é um fator essencial na tomada de decisão) e outra metodologia baseada em técnicas heurísticas. As técnicas utilizadas foram: VND (*Variable Neighborhood Descent*), VNS (*Variable Neighborhood Search*) e SA (*Simulated Annealing*). Experimentos computacionais realizados com dados reais e instâncias hipotéticas baseadas nesses dados validam os modelos propostos. Os resultados computacionais obtidos mostraram que os algoritmos heurísticos desenvolvidos são capazes de encontrar soluções finais de qualidade rapidamente. Dentre os métodos desenvolvidos, os autores constataram que o VNS foi mais eficiente para tratar todos os problemas analisados, tendo conseguido superar as soluções produzidas pelo método de programação por metas.

Alguns trabalhos relacionando a programação de produção de uma mina considerando custos ecológicos e impactos ao meio ambiente já existem na literatura. Dentre os trabalhos analisados pode-se destacar o [Xu X.; Gu et al. \(2018\)](#) que adiciona aos custos de produção os custos ecológicos, considerando e estimando no modelo o custo de emissão de carbono, consumo de energia, custos relacionados às terras danificadas (ecossistema) tal como o valor de restauração e valor perdido dos serviços ecológicos indiretos (purificação do ar, liberação de oxigênio, conservação do solo e da água e ciclagem de nutrientes). A intenção dos autores não é apresentar uma maneira definitiva de estimativa de custos ecológicos, mas aumentar a conscientização da relevância dos custos ecológicos para o projeto e planejamento da mina, e que as questões ecológicas/ambientais da mineração não são apenas preocupações de nível corporativo, mas também devem haver preocupações nos níveis de engenharia, desenho de soluções e planejamento. Foi proposto um modelo de programação dinâmica para obter a melhor programação de produção e um estudo de caso foi feito em uma mina de minério de ferro no nordeste da China apresentando um aumento de 2,5% no VPL.

Quando o assunto é despacho de veículos em minas ao céu aberto, também encontram-se vários trabalhos na literatura no qual podem-se destacar alguns abaixo.

No trabalho [Ribeiro C. M.; Maia et al. \(2015\)](#) foi feita uma modelagem e simulação de uma mina ao céu aberto utilizando Redes de Petri. Uma Rede de Petri é uma das várias representações matemáticas para sistemas distribuídos discretos. Como uma linguagem de modelagem, ela define graficamente a estrutura de um sistema distribuído como um grafo bipartido direcionado. A modelagem considerou os processos de carga, transporte e descarga de uma mina ao céu aberto. Comparando os resultados da Rede de Petri com os resultados dos mesmos testes feitos no ARENA - SIMAN (*SIMulation ANalysis*, apresentaram erros relativos menores que 5% mas o tempo de execução das Redes de Petri foram três vezes mais rápido que o SIMAN. As redes de Petri se destacam pela simplicidade e padronização para modelar e simular minas ao céu aberto, especialmente em cenários no

qual o tempo de simulação é um gargalo.

Otimização multiobjetivo foi utilizado no trabalho de [Alexandre \(2010\)](#) para resolução de problemas de despacho de veículos em minas ao céu aberto, no qual foi proposto o desenvolvimento de uma metodologia multiobjetivo MVRP (*Multiobjective Vehicle Routing Problem*). Foram implantados dois algoritmos baseados no NSGA-II (*Non-Sorting Genetic Algorithm – II*) e SPEA-2 (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2*) na resolução do problema multiobjetivo proposto. O modelo MVRP considera a existência de cinco objetivos, sendo: maximização da extração de minério, maximização da Extração de estéril, minimização dos desvios de qualidade, minimização dos desvios de produção e minimização do tempo de fila. Para o problema em questão, o indivíduo é uma sequência de despachos que devem ser seguidos, e um cromossomo do indivíduo seria uma rota que deve ser seguida por um equipamento de transporte que irá fazer o despacho.

## 2.2 Problemas relacionados à cadeia integrada

Dada a complexidade e a escala dos ativos produtivos e logísticos envolvidos, a indústria da mineração deve ser tratada como uma grande cadeia de suprimentos, na qual as minas, as usinas de beneficiamento, as ferrovias e os portos sejam gerenciado de forma a garantir o máximo de integração e efetividade na execução das operações, conforme descrito em [Almeida F.A.; Pimentel \(2010\)](#). Nesse sentido, o desenvolvimento de sistemas de suporte à decisão em mineração, a integração de diferentes estágios da cadeia e de diferentes níveis de decisões (estratégico, tático e operacional) devem ser cuidadosamente considerados. Existem ao mesmo tempo oportunidades e riscos significativos nas interfaces, seja na dimensão funcional ou nos diferentes níveis de decisão. No trabalho de [Pimentel \(2011\)](#) propôs modelos matemáticos e soluções para cada um dos níveis de decisão, sendo:

- Decisões estratégicas: Cobrem horizontes de longo prazo e envolvem investimentos em capacidade de produção e distribuição, seja na abertura de novas minas, usinas, entrepostos ou portos, seja na abertura de novas ferrovias ou extensão de ferrovias existentes ou mesmo na aquisição de outros ativos relacionados à produção e transporte do minério de ferro desde as minas até os clientes finais. Um modelo estocástico multi-estágio de planejamento da capacidade da cadeia produtiva global da mineração é proposto e resolvido no CPLEX e relaxação lagrangiana. A relaxação lagrangiana apresenta melhor aplicabilidade para instâncias de maior porte, com maior número de períodos no horizonte de planejamento;
- Decisões táticas: Cobrem horizontes de médio prazo e envolvem a alocação dos recursos de produção, estocagem e distribuição para atender as demandas do mercado de minério de ferro. Dependendo das características do minério ofertado em cada mina e

da demanda colocada em cada terminal portuário, as decisões de extração, beneficiamento, blendagem e manuseio podem utilizar diferentes instalações em diferentes estágios da cadeia produtiva. Cada uma dessas decisões deve considerar os custos e as capacidades de produção, estocagem e transporte de todo o sistema. Com isso, um modelo de programação inteira mista aborda o problema de planejamento tático de vendas e operações. Uma série de estratégias de solução baseadas na heurística *Relax and Fix* são desenvolvidas como forma de contornar a elevada complexidade computacional do problema. Também é utilizado um algoritmo de busca local com fixação flexível de variáveis em relação à sua habilidade de produzir boas soluções viáveis logo no início do processo computacional, mostrando um ganho modesto quando comparado ao CPLEX;

- Decisões operacionais: Cobrem horizontes de curto prazo e envolvem a programação e o sequenciamento de operações em grau de detalhamento suficiente para orientar a execução de atividades do dia a dia de uma mina, usina de beneficiamento, pátio ou porto. É proposto um modelo matemático de programação por metas para tratar o problema de programação de curto prazo de operações de lavra, beneficiamento, estocagem e despacho de produtos de minério de ferro. O objetivo do modelo foi minimizar todas as penalidades relacionadas às variações de massa, qualidade, operações de expedição portuária bem como o custo do beneficiamento. São consideradas variações quaisquer desvios entre a meta prevista e o realizado. Também utiliza uma série de estratégias de solução baseadas na heurística *Relax and Fix*;

Em [Pimentel \(2011\)](#) considerou a logística entre mina e porto, propondo uma abordagem baseada no conceito de cadeia de suprimentos. Nesta abordagem, o fluxo de matérias-primas e produtos acabados, bem como as operações de transformação, armazenagem e distribuição são tratados de forma integrada.

No trabalho de [Toffolo \(2009\)](#) considerou a escolha do minério a ser utilizado na composição dos produtos e uma complexa malha de transporte que inclui minerodutos, correias de longa distância, terminais ferroviários, rodoviários e portuários. Ele propõe algoritmos para o problema do planejamento do fluxo dos produtos (FP) de uma empresa mineradora, que engloba alguns problemas clássicos da literatura de forma integrada, tais como Mistura de Minérios, Planejamento de Transporte e Planejamento e Sequenciamento da Produção, problemas esses também detalhados no trabalho de [Toffolo \(2009\)](#). O fluxo de produtos foi tratado nos horizontes de planejamento: anual, trimestral, mensal e diário. Um modelo multiobjetivo baseado em programação linear por metas foi proposto, sendo capaz de resolver apenas instâncias dos horizontes anual e trimestral em tempo aceitável. Para tratar as instâncias dos horizontes mensal e diário, foram desenvolvidos algoritmos heurísticos baseados nas técnicas *Relax and Fix*, GRASP e ILS. Os principais objetivos na resolução

do problema de planejamento do fluxo de produtos em uma mineradora são: minimizar o não atendimento às metas de qualidade, minimizar o não atendimento às demandas e minimizar os custos com transporte.

De acordo com [Almeida \(2013\)](#), foi tratado o problema de programação integrada de curto prazo em minas no qual, as decisões de nível operacional do complexo são definidas para minimizar os custos operacionais de cada etapa do processo produtivo (minas, usinas e pátios) bem como os custos de integração da cadeia. Os objetivos desse trabalho foram: entendimento do problema de programação integrada, elaboração de um modelo matemático e avaliação das soluções através da VSI (valor da solução integrada) comparando com os resultados obtidos de otimização de cada uma das etapas de forma isolada ou integrada. Propõe um modelo matemático de programação inteira mista e várias estratégias do algoritmo heurístico *Relax and Fix*. Foram geradas várias instâncias de testes artificiais considerando: ambiente (demanda do mercado), cenários (ponderações na função objetivo), períodos (7 ou 14 intervalos de tempo), produtos (25, 55 ou 85 distintos) e o número de minas e usinas. Com o CPLEX não foi possível resolver nenhuma das instâncias e com o *Relax and Fix* resolveu apenas 2 das 12 estratégias implementadas para algumas instâncias. Quanto a qualidade das soluções geradas por essas estratégias, a grande variação de valores de solução entre as instâncias mostra que é um método de solução instável para este problema.

Tanto [Toffolo \(2009\)](#) como [Almeida \(2013\)](#) trataram da cadeia integrada da mina até o pátio de carregamento (o primeiro considerando o pátio de carregamento do porto e o segundo o pátio de carregamento da ferrovia) e o trabalho de [Menezes G.C; Mateus et al. \(2016\)](#) com nível de decisão tático e operacional de um terminal portuário.

No trabalho de [Menezes G.C; Mateus et al. \(2016\)](#) foi proposto um modelo matemático para resolver o Problema de Planejamento e Sequenciamento do Fluxo de Produtos (PPSFP) nas operações logísticas no porto de granéis. Esse modelo é genérico o suficiente para ser adaptado a várias situações. O principal objetivo foi em desenvolver uma formulação integrada para os problemas de planejamento, sequenciamento e alocação, bem como projetar algoritmos capazes de fornecer soluções de qualidade para instâncias de grande porte do problema. As contribuições dos autores [Menezes G.C; Mateus et al. \(2016\)](#) foram as seguintes: um modelo de programação matemática integrado, um algoritmo exato baseado no uso de Geração de Colunas e *Branch and Bound*, e um algoritmo heurístico baseado em uma abordagem hierárquica para os problemas de planejamento, sequenciamento e alocação de pátios. O modelo e os algoritmos foram validados considerando os dados de um caso real. Os resultados computacionais mostraram a eficiência da abordagem, produzindo limites fortes para grandes instâncias.

Por fim, uma extensa contribuição para a literatura feita por [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#),

no qual foi feito uma grande revisão bibliográfica dos modelos integrados da cadeia de fornecimento, desde a mina até o cliente final. Como metodologia de trabalho, foram utilizados os seguintes bancos de dados: *Google Scholar*, *Microsoft Academic*, *Science Direct*, *Scopus*, *SpringerLink* e *Web of Science*; e a definição de um conjunto de palavras chaves para a realização das pesquisas. Nesse trabalho foram analisados e agrupados centenas de artigos por problemas, objetivos e restrições, nas quais foram aplicadas técnicas (determinísticas ou estocásticas) para otimizar e encontrar soluções para os ativos produtivos e logísticos.

Nessa pesquisa de [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#) pode-se verificar as principais recorrências das variáveis de decisão e das restrições para os diversos trabalhos que tratam a cadeia integrada da mineração, tendo uma relação muito forte com as variáveis de decisão e restrições definidas neste trabalho.

Pode-se dividir o trabalho de [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#) nos seguintes ativos produtivos e/ou logísticos e agrupamentos por problemas/modelos:

- a) Mina: Foram analisados 122 artigos e agrupados em três tipos de problemas, sendo: *Layout and Design Models*, *Production and Scheduling Problems* e *Operational Equipment Allocation Models*;
- b) Ferrovia: Foram analisados 25 artigos e agrupado em um tipo de problema, sendo: *Train Scheduling Problems*;
- c) Porto: Foram analisados 22 artigos e agrupados em dois tipos de problemas, sendo: *Stockyard Planning Models* e *Conveyor Routing Models*;
- d) Transporte marítimo: Foram analisados 11 artigos e agrupado em um tipo de problema, sendo: *Vessel Allocation and Scheduling Models*;
- e) Cadeia de fornecimento integrada: Foram analisados 158 artigos e agrupados em três tipos de problemas, sendo: *Supply Chain Production Planning and Scheduling Problems*, *Blending Problems* e *Capacity Expansion Problems*;

Para cada um dos ativos produtivos e/ou logísticos (descritos anteriormente), pode-se agrupar pelos principais objetivos e restrições de acordo com [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#):

- a) Mina: Associados aos níveis hierárquicos de tomada de decisão aos tipos de problemas ou modelos para Mina, sendo:

- Estratégico: Os modelos de desenho (*Layout and Design Models*) apresentam como principais objetivos a redução do custo operacional, aumento do lucro e aumento da receita conforme ilustra na Figura 5. Como principais restrições são considerados a geometria da mina e a capacidade dos equipamentos conforme Figura 6. Foram considerados 36 artigos para este tipo de modelo;
- Tático: Os problemas de produção e planejamento (*Production and Scheduling Problems*) apresentam como principais objetivos e restrições os mesmos do nível estratégico. Foram considerados 56 artigos para este tipo de modelo;
- Operacional: Os modelos de alocação de equipamentos operacionais (*Operational Equipment Allocation Models*) apresentam como principais objetivos a redução do custo operacional e a redução do volume transportado conforme ilustra na Figura 5. Como principais restrições são considerados a capacidade dos equipamentos, alocação dos equipamentos e a demanda de ROM conforme Figura 6. Foram considerados 30 artigos para este tipo de modelo;

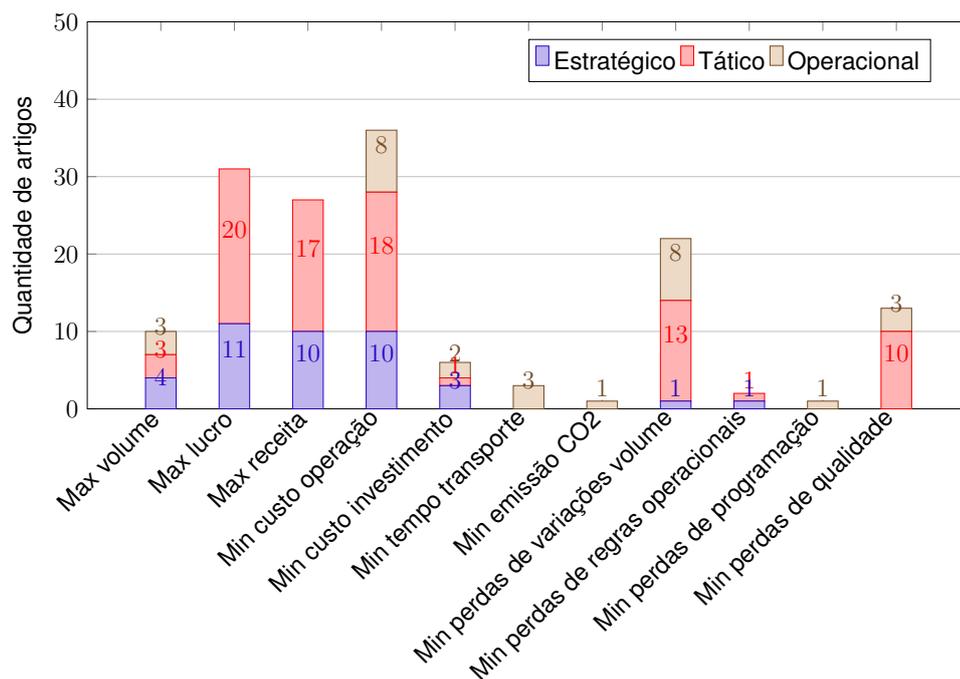


Figura 5 – Mina - Função Objetivo: Quantidade de artigos por objetivos (agrupados pelos níveis hierárquicos de tomada de decisão)

Fonte: Adaptado de [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#)

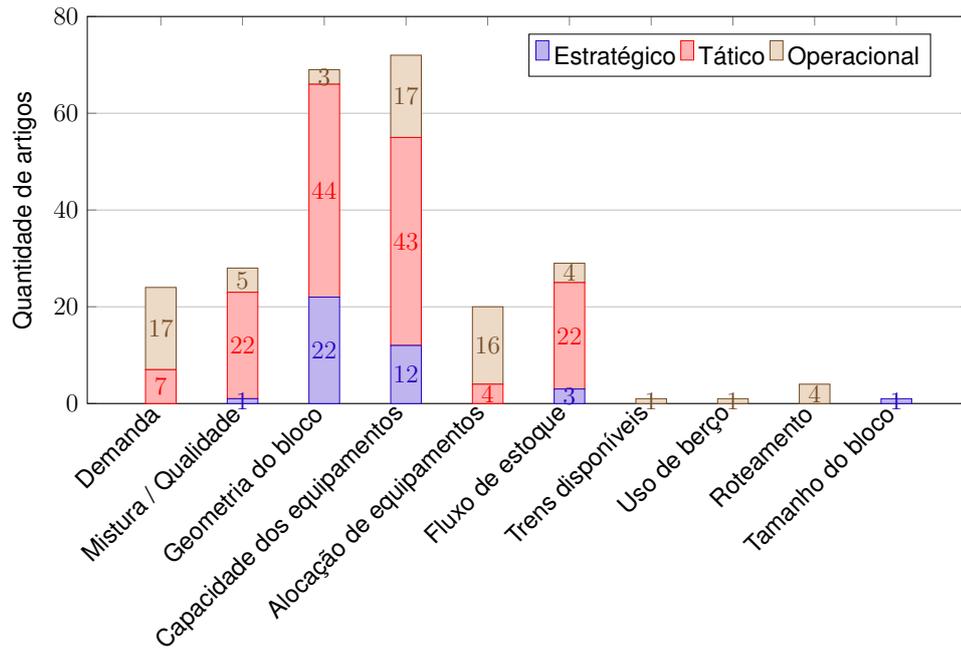


Figura 6 – Mina - Restrições: Quantidade de artigos por tipos de restrições (agrupados pelos níveis hierárquicos de tomada de decisão)

Fonte: Adaptado de [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#)

- b) Ferrovia: Apenas um agrupamento que é o problema de planejamento de trem (*Train Scheduling Problem*), no qual os principais objetivos ilustrados na Figura 7 são: minimização do custo operacional, tempo de transporte e perdas de programação. Os principais tipos de restrições ilustradas na Figura 8 são: Fluxo do transporte, capacidade dos equipamentos, demanda e trens disponíveis.

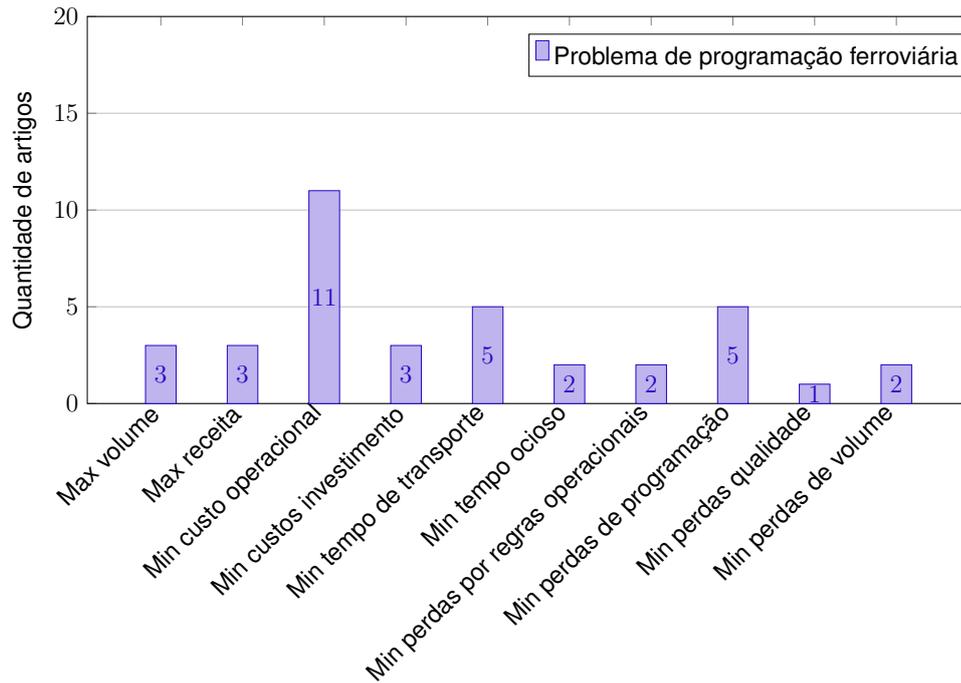


Figura 7 – Ferrovia - Função Objetivo: Quantidade de artigos por objetivos

Fonte: Adaptado de Leite J.M.; Arruda et al. (2019)

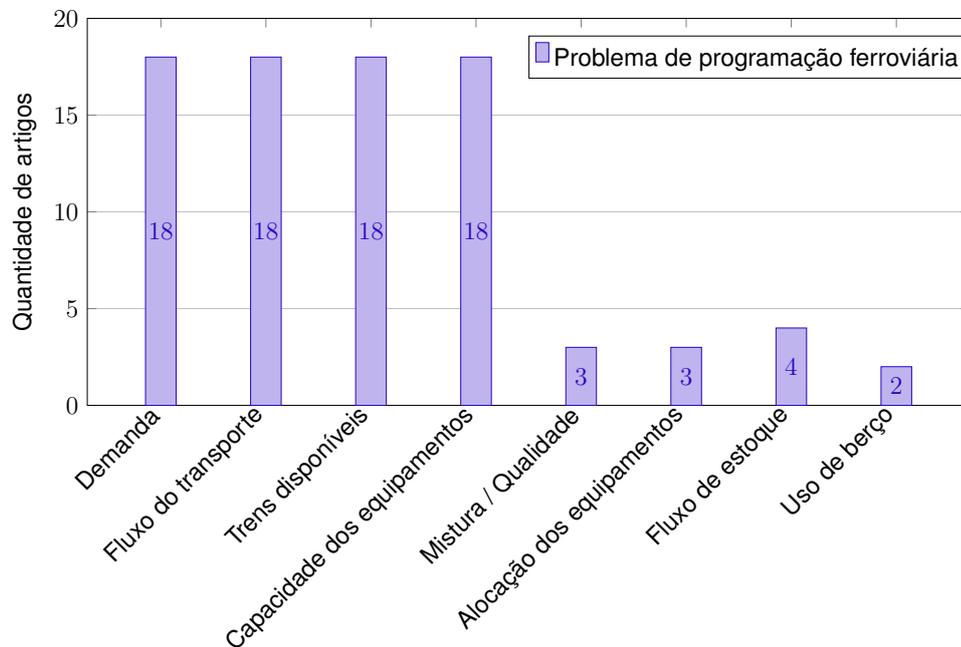


Figura 8 – Ferrovia - Restrições: Quantidade de artigos por tipos de restrições

Fonte: Adaptado de Leite J.M.; Arruda et al. (2019)

c) Porto: Associados a dois tipos de problemas, sendo:

- Pátio de estocagem: Os modelos de planejamento de pátio de estocagem (*Stockyard Planning Models*) apresentam como principais objetivos a minimização das perdas de programação, custos operacionais e perdas de volume conforme ilustra na Figura 9. Como principais restrições: a capacidade dos equipamentos, balanço de estoque e atendimento das demandas dos clientes conforme ilustrado na Figura 10;
- Roteamento: Os modelos de roteamento de correias transportadoras (*Conveyor Routing Models*) apresentam como principais objetivos a minimização custos operacionais, perdas de volume e custos operacionais conforme ilustra na Figura 9. Como principais restrições: a capacidade dos equipamentos, atendimento das demandas dos clientes e roteamento conforme ilustrado na Figura 10;

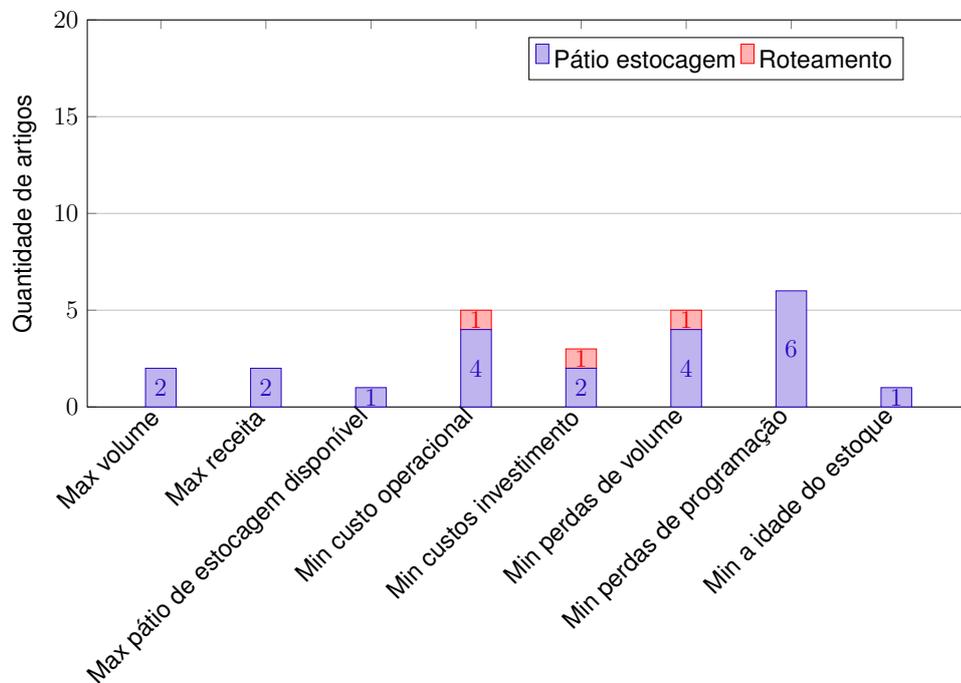


Figura 9 – Porto - Função Objetivo: Quantidade de artigos por objetivos (agrupados pelos tipos de problemas)

Fonte: Adaptado de [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#)

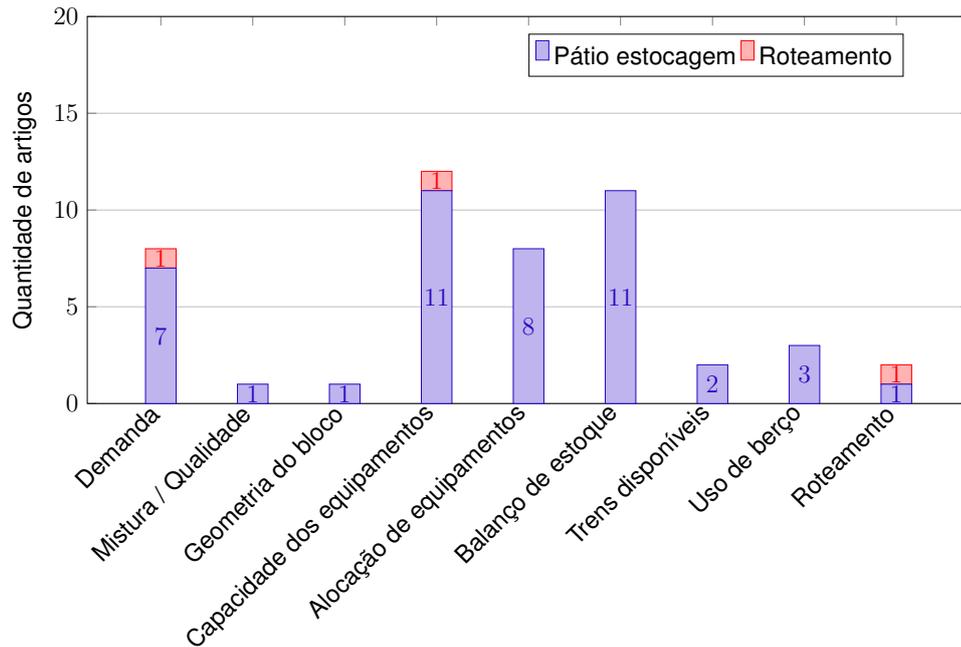


Figura 10 – Porto - Restrições: Quantidade de artigos por tipos de restrições (agrupados pelos tipos de problemas)

Fonte: Adaptado de [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#)

- d) Transporte Marítimo: Apenas um agrupamento que é o modelo de alocação das embarcações (*Vessel Allocation and Scheduling Models*), no qual os principais objetivos são a minimização do custo operacional e a redução das variações de volume. Os principais tipos de restrições são: capacidade dos equipamentos, capacidade das embarcações e alocação dos equipamentos.
- e) Cadeia de fornecimento integrada: Associados a dois tipos de problemas, sendo:
- Produção: Os problemas de planejamento e programação de produção da cadeia integrada (*Supply Chain Production Planning and Scheduling Problems*) apresentam como principais objetivos o custo operacional, maximizar a receita e minimizar as perdas de qualidade conforme ilustra na Figura 11. Como principais restrições: fluxo de estoque, capacidade dos equipamentos e qualidade conforme ilustrados na Figura 12;
  - Mistura: Os problemas de mistura (*Blending Problems*) apresentam como principais objetivos o custo operacional, maximizar a receita e minimizar as perdas de qualidade conforme ilustra na Figura 11. Como principais restrições: fluxo de estoque, capacidade dos equipamentos e qualidade conforme ilustrados na Figura 12;

- Capacidade: Os problemas de expansão de capacidade (*Capacity Expansion Problems*) apresentam como principais objetivos o custo operacional e os custos de investimento conforme ilustram na Figura 11. Como principais restrições: fluxo de estoque, capacidade dos equipamentos e a demanda conforme ilustrado na Figura 12;

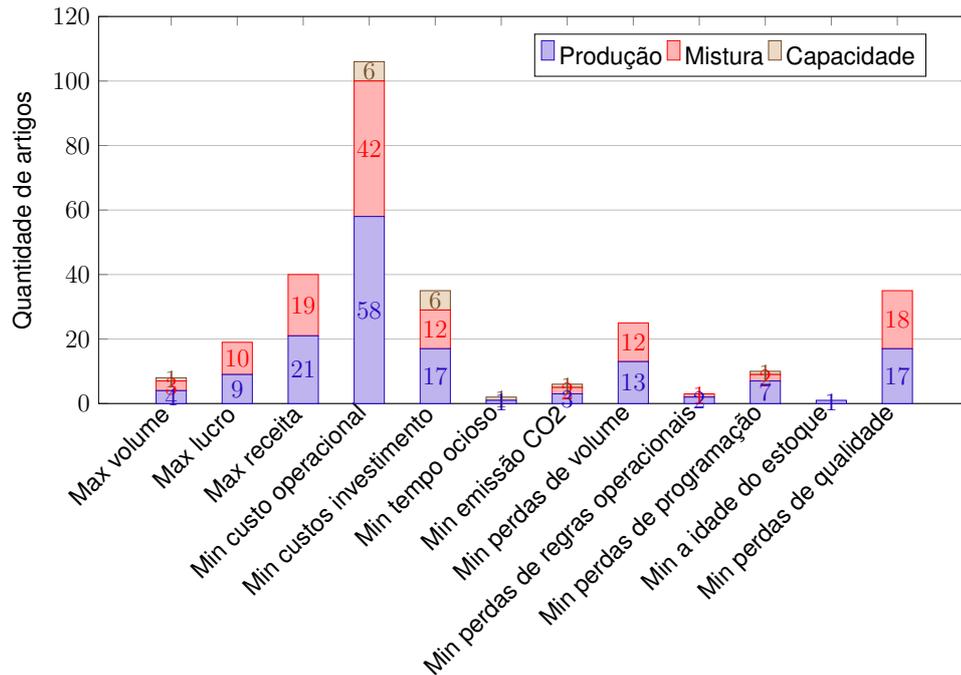


Figura 11 – Cadeia integrada - Função Objetivo: Quantidade de artigos por objetivos (agrupados pelos tipos de problemas)

Fonte: Adaptado de [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#)

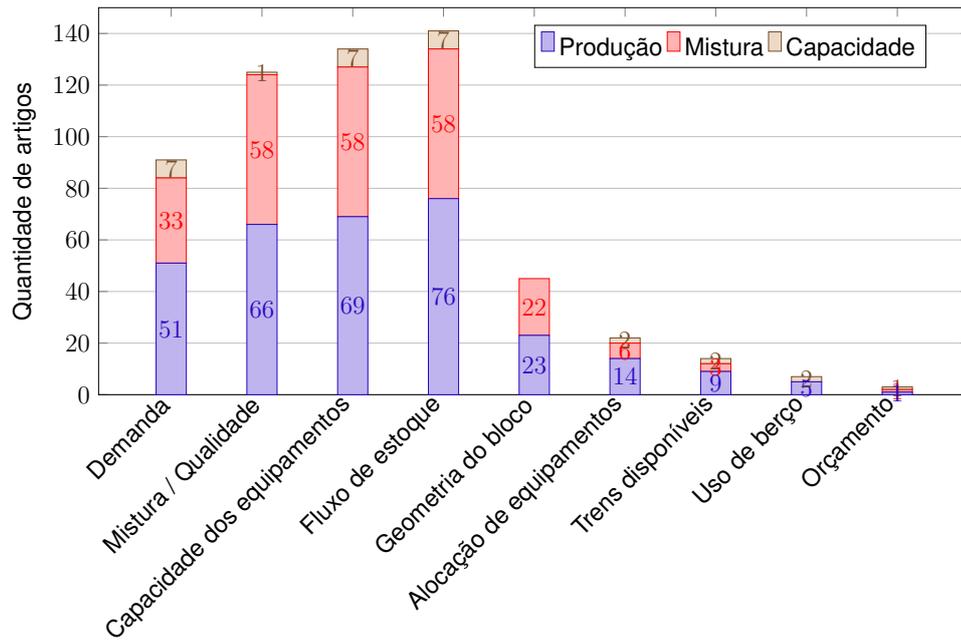


Figura 12 – Cadeia integrada - Restrições: Quantidade de artigos por restrições (agrupados pelos tipos de problemas)

Fonte: Adaptado de [Leite J.M.; Arruda et al. \(2019\)](#)

# Capítulo 3

## Descrição do Problema

O objetivo deste capítulo consiste em detalhar o problema de programação integrada de curto prazo em minas em cada uma das fases da cadeia integrada. Serão apresentados os requisitos funcionais e operacionais.

Este capítulo está dividido em uma introdução (seção 3.1) no qual serão descritas as principais fases do problema PPICPM bem como os múltiplos ativos produtivos e logísticos existentes em uma grande mineradora. Logo após, serão descritos os requisitos funcionais de cada uma das fases da cadeia integrada (seção 3.2).

### 3.1 Introdução

A Figura 13 ilustra as fases do problema de programação integrada tratado neste trabalho, ou seja, o modelo irá tratar a cadeia integrada desde do bloco de lavra até o pátio de estocagem localizado na região de embarque ferroviário, que será considerado o cliente final.

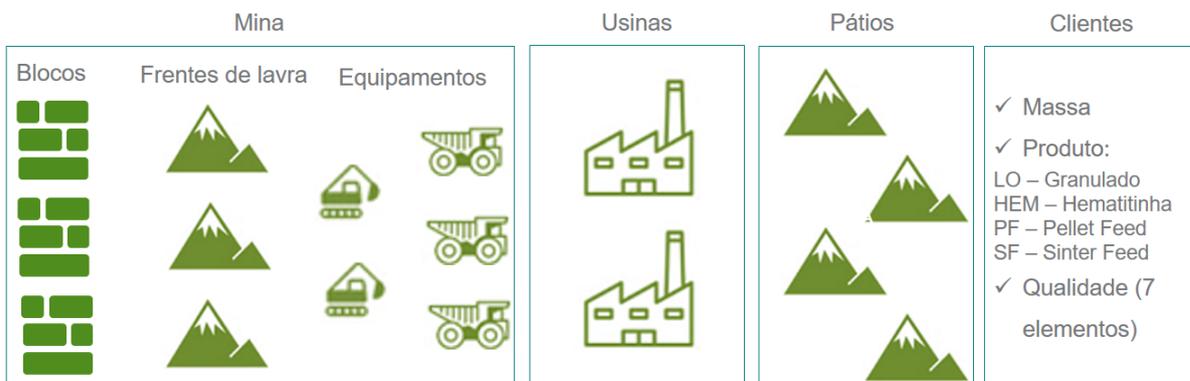


Figura 13 – Todas as etapas produtivas do problema PPICPM

O principal objetivo do PPICPM é atender os seguintes requisitos:

- A quantidade (em toneladas) de massa de minério de ferro;
- O tipo de produto final produzido pelas usinas de beneficiamento e armazenado nos pátios de estocagem;
- Os parâmetros de especificação de qualidade (ferro, sílica, fósforo, alumina, manganês, perda por calcinação - PPC, magnetita);

## 3.2 Fases da cadeia integrada

As fases da cadeia integrada são: mina (seção 3.2.1), usina de beneficiamento (seção 3.2.2) e o pátio de estocagem (seção 3.2.3). Por fim, serão descritos os requisitos funcionais da cadeia integrada (seção 3.2.4).

### 3.2.1 Mina

O minério de ferro é explorado em diversas minas (ao céu aberto) com localizações geográficas diversas também. No planejamento tático são definidos quais minas serão exploradas em um intervalo de tempo levando em considerações vários fatores como por exemplo: logística, qualidade do ROM e licenças ambientais.

A estimativa da qualidade do ROM é obtida por meio de furos de sondagens que são feitos nas frentes de lavra de uma mina. Nos furos de sondagens são coletadas amostras da frente de lavra e analisadas em laboratórios. No laboratório são feitas análises químicas resultando em porcentagens dos parâmetros de qualidade (ferro, sílica, fósforo, alumina, manganês, perda por calcinação - PPC, magnetita) e também das participações granulométricas (tamanho das partículas). São as especificações granulométricas que definem os tipos de produtos do minério de ferro após a remoção das impurezas, podendo ser (FERNANDES, 2003):

- *Lump Ore* - LO: Minério granulado com faixa granulométrica entre 6 mm a 40 mm, apresentando teor de ferro acima de 67% e baixo nível de impurezas. Utilizado diretamente nos altos-fornos de usinas siderúrgicas para a produção de ferro gusa;
- *Hematitinha* - HEM: Minério granulado com faixa granulométrica ente 6 mm a 15 mm, teor de ferro de 67% e baixos níveis de impurezas. Utilizado diretamente nos altos-fornos de usinas siderúrgicas para a produção de ferro gusa;

- *Sinter feed* - SF: Minério fino com faixa granulométrica entre 0,15 mm a 6 mm, com teor de ferro em torno de 67% e baixos níveis de impurezas, principalmente sílica (SiO<sub>2</sub>) e fósforo (P). É geralmente utilizado para sinterização;
- *Pellet feed* - PFF: Minério fino com faixa granulométrica entre 0.05 mm a 0.2 mm. Material muito fino, com teor de ferro variando de 67% a 68% e baixos níveis de impurezas. É geralmente utilizado para pelotização;

De posse dos resultados das amostras dos furos de sondagens, esses resultados são cadastrados em sistemas que fornecem uma análise completa (por meio de inferências estatísticas e outros métodos) de toda a frente da lavra, dividindo-a em pequenos blocos de lavra com características similares (Figura 14). Em cada bloco de lavra, têm-se informações da massa (em toneladas), a porcentagem dos parâmetros de qualidade (ferro, sílica, fósforo, alumina, manganês, perda por calcinação - PPC, magnetita) e porcentagem de participação de cada um dos quatro produtos (LO, HEM, SF e PFF).

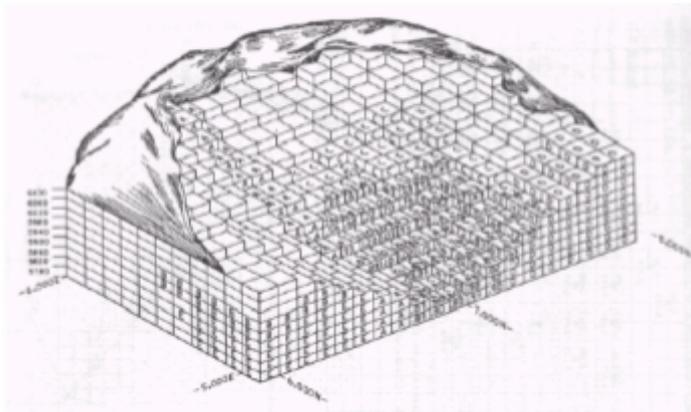


Figura 14 – Representação de um corpo mineral através do modelo de blocos [DAGDELEN \(2001\)](#)

Na Tabela 2 pode-se verificar um exemplo do resultado dos furos de sondagens para um bloco de lavra. Na horizontal a participação em massa e qualidade de cada elemento, na vertical os produtos.

Tabela 2 – Análise de um resultado de um bloco de lavra

Produto	Massa(t)	%	Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P	Mn	Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	PPC
LO	184,42	63,70	45,81	33,24	0,403	0,036	0,024	1,91	0,522
HEM	40,10	13,84	47,61	29,32	0,532	0,106	0,177	1,06	1,508
SF	15,36	5,30	20,99	67,47	0,458	0,105	0,217	0,67	1,521
PFF	49,66	17,16	23,63	63,24	0,796	0,039	0,159	0,31	1,447
Global	289,54	100,00	40,94	39,66	0,487	0,058	0,079	1,45	0,870

A perfuração da rocha é feita por equipamentos chamados perfuratriz, o ROM é removido de um bloco de lavra por meio de escavadeiras de grande porte e transportado por caminhões fora de estrada (com grande capacidade de transporte). O destino dos caminhões podem ser: britador, pilhas de estéril/rejeito, pilhas de oportunidade ou pilhas intermediárias/pulmão. A Figura 15 ilustra todos esses possíveis destinos.

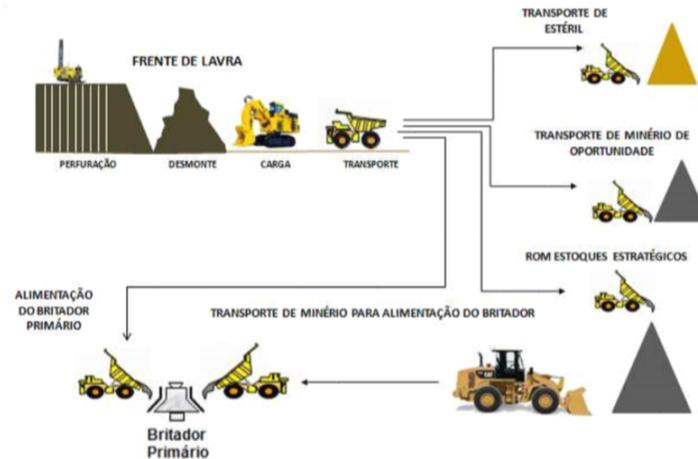


Figura 15 – Explorando o ROM: Da perfuração até o britador Ribeiro C. M.; Maia et al. (2015)

A origem e o destino da movimentação de ROM (despacho) são considerados um ciclo. A Figura 16 ilustra as etapas do ciclo de despacho dos caminhões, desde o carregamento do minério até a descarga no britador. No ciclo é medido o tempo de um despacho e a massa transportada por cada um dos caminhões. Com as informações de tempo e massa, é possível calcular o ritmo de produção de um bloco de lavra. O ciclo é composto pelas seguintes etapas:

- Bloco carregadeira: Local no qual é feito o carregamento dos caminhões;
- Bloco deslocamento carregado: É o percurso feito pelo caminhão carregado entre a praça de carga e o britador seguindo um caminho/rota;
- Bloco fila britador: Região (próxima ao britador) no qual é formada uma fila de caminhões para descarregar o ROM;
- Bloco britador: Local no qual é feito a descarga do ROM no britador;
- Bloco deslocamento descarregado: É o percurso feito pelo caminhão descarregado entre o britador e a praça de carga seguindo um caminho/rota;

- Bloco fila de entrada e praça de carga: Região (próxima à carregadeira) no qual é formada uma fila de caminhões para efetuar o carregamento;

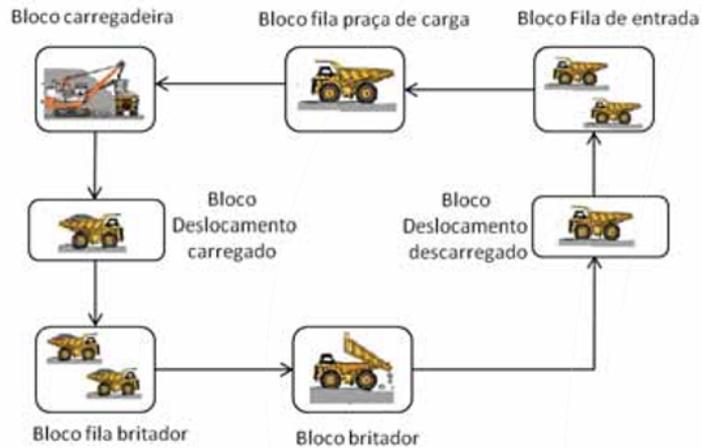


Figura 16 – Carregamento e transporte em uma mina a céu aberto [Ribeiro C. M.; Maia et al. \(2015\)](#)

O ritmo de produção de um bloco de lavra depende diretamente da quantidade transportada e capacidade dos equipamentos (perfuratrizes, escavadeiras e caminhões) que estão alocados para aquela frente de lavra. O sequenciamento da exploração dos blocos ou frentes de lavra é fundamental para a redução de custos operacionais relacionados ao deslocamento dos equipamentos entre as frentes de lavra e manutenção de ritmo de produção constante. A exploração de mais de uma frente de lavra de forma simultânea está diretamente relacionada com a quantidade de equipamentos existentes naquela mina.

### 3.2.2 Usina de beneficiamento

As usinas de beneficiamento constituem um sistema industrial responsável por transformar a mistura de minério ROM (alimentados pelas minas [3.2.1](#)), em minério beneficiado ou produto final como geralmente é conhecido. Para que essa transformação seja realizada, as usinas de beneficiamento podem utilizar os processos de classificação (britadores e peneiramento) e os processos de concentração (separação magnética, flotação e moagem) por exemplo.

As definições de quais processos deverão ser construídos nas usinas de beneficiamento dependem da qualidade do ROM que alimenta a usina, podendo ser dividido em três ciclos (Figura [17](#)). Em linhas gerais, os ciclos são:

- Primeiro ciclo: O ROM possui uma qualidade de ferro muito alta e baixas impurezas (sílica, fósforo entre outras). A usina de beneficiamento possui apenas o processo de britagem e peneiramento;
- Segundo ciclo: O ROM possui uma qualidade de ferro alta e impurezas (sílica, fósforo entre outras). A usina de beneficiamento possui os processos de britagem, peneiramento e concentração (podendo ser colunas de flotação);
- Terceiro ciclo: O ROM possui uma qualidade de ferro alta, impurezas (sílica, fósforo entre outras) e alta granulometria. A usina de beneficiamento possui os processos de britagem, peneiramento, moagem e concentração (podendo ser colunas de flotação);

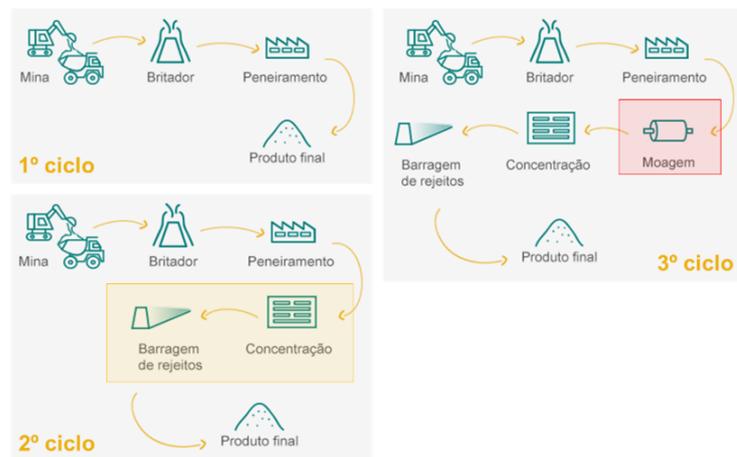


Figura 17 – Os processos da usina de beneficiamento de acordo com o ciclo da mineração VALE (2020)

No Brasil tem-se três grandes circuitos de minério de ferro, conforme informado na motivação do trabalho (seção 1.1). Fazendo uma associação entre os grandes circuitos e os ciclos da mineração na atualidade (em 2020) tem-se:

- Quadrilátero Ferrífero: Entre o segundo e terceiro ciclo da mineração, tendo um alto custo de processamento;
- Serra de Carajás: Entre primeiro e segundo ciclo da mineração e existência de várias frentes de lavra com grande potencial de exploração;
- Maciço de Urucum: Entre o segundo e terceiro ciclo da mineração;

Independente de qual ciclo a usina foi implementada (e de quais processos estão utilizando), na usina de beneficiamento é feito um balanço de massa considerando: A massa que

alimenta a usina, a massa do concentrado (produto final) e a massa enviado para o rejeito. Diante deste balanço de massa é criado um indicador de recuperação metalúrgica proposto inicialmente por [Cunha \(2013\)](#). A recuperação metalúrgica consiste em um balanço de massa entre o ROM que alimenta a usina e o produto final gerado pela usina. Este indicador existe tanto para massa de minério como para as especificações químicas (ferro, sílica, fósforo, alumina, manganês, perda por calcinação, magnetita).

Em [Cunha \(2013\)](#), é feito um estudo de caso em um circuito de flotação convencional para concentração de minério de ferro e o resultado é ilustrado na Tabela 3.

Tabela 3 – Teores medidos de metais obtidos no concentrado final

Componentes	Alimentação	Concentração	Rejeito
Ferro (%)	28,21	67,53	7,10
Sílica (%)	57,45	1,66	87,27
Alumina (%)	1,11	0,67	1,69

Fonte: [Cunha \(2013\)](#)

Como pode-se perceber na Tabela 3, os teores do concentrado já são valores de produtos finais comercializados. Desta forma, o indicador de recuperação metalúrgica é muito importante para ter maior previsibilidade e assertividade da massa e qualidade do produto final após o beneficiamento. Este indicador é específico de cada uma das usinas de beneficiamento porque depende diretamente de quais processos foram implantados e quais equipamentos foram especificados e configurados.

Considerando essa especificidade de cada usina de beneficiamento, o ROM que alimenta a usina não pode ter uma variabilidade de qualidade muito grande para não impactar a produtividade da usina e os limites de operação dos equipamentos.

Da mesma forma que a mina tem o ritmo de operação (seção 3.2.1), a usina também tem o ritmo de operação contínuo que tanto a falta de alimentação (gerando desligamento de equipamentos por exemplo) como o excesso na alimentação (gerando entupimento dos equipamentos por exemplo) são prejudiciais. Outro ponto importante é que na usina de beneficiamento é produzido todos os quatro tipos de produtos (LO, HEM, SF e PFF). O que difere os produtos são as granulometrias do ROM, que são classificadas pelo processo de peneiramento. No trabalho de [Almeida \(2013\)](#) é considerado que a usina produz apenas um tipo de produto em cada intervalo de tempo.

### 3.2.3 Pátio de estocagem

Após a concentração e a produção dos produtos finais pelas usinas de beneficiamento (seção 3.2.2), os produtos finais são transportados até os pátios de estocagem. Estes pátios

de estocagem podem estar localizados:

- Na mesma área geográfica da usina de beneficiamento e o transporte é feito por meio de correias transportadoras;
- Na área dos terminais ferroviários e o transporte também é feito por meio de correias transportadoras;
- Na área dos terminais portuários e o transporte é feito com uma combinação de ferrovia e correias transportadoras;



Figura 18 – Exemplo de um pátio de estocagem - VALE (2020)

A operação de estocagem consiste em armazenar os diferentes produtos em pilhas nos diversos pátios de estocagem. Após o beneficiamento, pode-se considerar que as características físicas e químicas dos minérios já são bem conhecidas. Assim, o objetivo da estocagem é basicamente armazenar minérios de diferentes características em pilhas específicas nos pátios de estocagem para posteriormente serem utilizados na composição dos produtos finais.

O produto final é estocado em pilhas diversas dependendo do produto e das características químicas. A estocagem e a recuperação dos produtos finais ocorrem através da formação e desmonte de pilhas. Existem técnicas de formação e desmonte das pilhas, conforme descrito em [Maciel G. S.; Guaranyes et al. \(2013\)](#), que são:

- *Chevron*: Empilhamento longitudinal no qual o material é depositado pela empilhadeira em movimento da esquerda para a direita, sobre a linha central da pilha;

- *Windrow*: Consiste no empilhamento de cordões elementares sucessivos ao lado e sobre os anteriormente construídos, na direção longitudinal da pilha;
- *Cone – shell*: A pilha é formada pelo depósito em um único cone de posição fixa. Quando esta pilha cônica está cheia, o depósito de material se move para uma nova posição e um novo cone é formado contra a primeira pilha.

As técnicas de estocagem são utilizadas dependendo de qual estratégia de homogeneização dos produtos finais estão querendo atender.

O processo de estocagem e recuperação de pilhas constitui um problema complexo, contudo este trabalho irá restringir apenas a capacidade máxima dos pátios de estocagem, separar os produtos em pilhas distintas e em minimizar o estoque existente de forma a atender as demandas do cliente final. Neste trabalho, o cliente final será a remoção de minério nos pátios de estocagem de acordo com a qualidade, massa e produto.

Uma vez estocado, o minério poderá ser vendido para o mercado interno ou ser transportado para terminais de carregamento ferroviário, onde poderão ser levados até clientes do mercado interno ou portos para exportação.

### 3.2.4 Cadeia integrada

Conforme informado no final da seção 2.1, o problema PPICPM tem nível de hierarquia tático de decisão no qual o foco é o planejamento, alocação eficiente da produção, estocagem e distribuição de recursos de forma a atender o mercado de minério de ferro em um horizonte de curto a médio prazo. Também foi informado na início do Capítulo 1 a existência de centros de operação integrada - COI, sendo que as estratégias foram transitadas de uma análise local para global/integrada.

Com essas duas abordagens (decisões táticas e COI) a resolução do problema operacional seria mais cultural/processo do que técnico. O problema cultural/processo seria em alterar ou criar indicadores de acompanhamento da produção de cada uma das etapas dos múltiplos ativos produtivos e logísticos de forma a atender a cadeia integrada global e não local, ou seja, deixaria de analisar indicadores para minimizar os custos operacionais isolados para uma abordagem global, sempre com o viés de atender as demandas do cliente final e não produção por produção.

A definição desses indicadores de acompanhamento deverá ser desdobrada para toda a empresa, seja nas unidades operacionais ou departamentos corporativos.

A Tabela 4 ilustra alguns exemplos de alterações culturais/processos de forma a trabalhar considerando a cadeia integrada.

Tabela 4 – Principais problemas culturais/processos de uma operação local e em cadeia

Itens	Local	Cadeia Integrada
Custo	Minimizar custos de cada unidade operacional	Minimizar custos da cadeia
Rendimento	Maximizar a utilização física e disponibilidade de cada unidade operacional	Maximizar a utilização física e disponibilidade da cadeia
Qualidade	Atender a qualidade local penalizando as interfaces	Atender a qualidade demandada pelo cliente final
Massa	Produção por produção	Produção para atender os clientes finais

O principal fator deste problema é o atendimento da demanda do cliente em quantidade, qualidade e prazo. Assim que a venda de minério de ferro é efetivada, a mineradora precisa planejar-se para atender esta venda. Com base nesta ordem de venda, o planejamento é cascadeado para os pátios de estocagem, usinas de beneficiamento e para as minas.

A avaliação de todas essas metas de produção, individuais e de integração, em conjunto é bastante difícil, tendo em vista o complicado jogo de negociações entre as gerências das unidades produtivas que compõem um complexo minerador. Negociar custos operacionais em prol de custos de integração, obriga ter um olhar sobre o todo das operações de um complexo. O uso de métricas nem sempre fáceis de obter, interpõe um desafio diário para que os profissionais de cada unidade saibam que as operações de um ponto afetam os trabalhos de outra.

Considerando a cadeia integrada, é possível criar cenários diferentes priorizando os custos de produção da cadeia integrada em detrimento dos custos operacionais de cada uma das unidades operacionais. Desta forma, é realizada uma análise tática da cadeia de suprimentos para atender as demandas do cliente variando os pesos das minas, usinas e pátio de estocagem.

No Capítulo 4 será detalhado como a modelagem do PPICPM contempla todas as fase da cadeia integrada (da mina até o pátio de estocagem) bem como os algoritmos desenvolvidos para otimizar as variáveis de decisão para auxiliar a tomada de decisão considerando as metas de produção da cadeia integrada.

# Capítulo 4

## Modelo matemático e abordagem da solução

O objetivo deste capítulo consiste em detalhar a formulação matemática para o problema de programação integrada de curto prazo em minas e apresentar também a abordagem de solução que foi implementada para atender o problema.

Este capítulo está dividido em uma introdução (seção 4.1) no qual será descrita quais as contribuições deste trabalho na resolução do problema PPICPM, a modelagem matemática considerada (seção 4.2). Também será apresentado quais os algoritmos foram utilizados para resolver o problema PPICPM, que são: *Relax and Fix* (seção 4.3.1), *Fix and Optimize* (seção 4.3.2) e por fim o *Local Branching* (seção 4.3.3). Por último, é apresentado os métodos de verificação e validação da solução (seção 4.4).

### 4.1 Introdução

Na introdução da descrição do problema (seção 3.1) foi informado que alguns autores trabalharam em modelos para a resolução dos problemas PPICPM e OPMPSP. Considerando essa revisão bibliográfica, o modelo matemático deste trabalho implementou várias melhorias em relação ao modelo proposto por Almeida (2013), sendo elas:

1. A análise da qualidade considera tanto a meta como os limites inferiores e superiores da especificação;
2. As usinas de beneficiamento produzem todos os quatro produtos (*Lump Ore*, *Hematita*, *Sinter feed* e *Pellet feed*) e não um produto a cada intervalo de tempo;
3. A recuperação metalúrgica (seção 3.2.2) é considerada para as usinas de beneficiamento, sendo diferente entre as usinas;

4. É realizado um balanço de massa do estoque final. O estoque final é igual ao estoque inicial mais a produção enviada para aquele pátio de estocagem menos a quantidade de produto retirado para atender a demanda do cliente;
5. No pátio de estocagem é considerada a capacidade máxima de estocagem e os produtos finais são estocados em pilhas diferentes;
6. O excedente de demanda do cliente é considerado;

A formulação matemática apresentada é um modelo de programação matemática inteiro misto. A função objetivo visa minimizar tanto as penalidades de não atender as demandas dos clientes finais por minério de ferro como também os custos operacionais para atender as especificações de venda (qualidade, quantidade, tipo de produto e prazo). As restrições estão associadas às limitações das capacidades dos blocos de lavra, da quantidade de frentes de lavra que podem ser exploradas simultaneamente, dos desvios dos parâmetros de controle de qualidade tanto em relação a meta como aos limites da especificação, recuperação metalúrgica das usinas de beneficiamento, capacidade dos pátios de estocagem e por fim, a demanda do cliente por produtos finais em diferentes intervalos de tempo.

## 4.2 Modelo matemático

O modelo matemático descrito a seguir integra as decisões de planejamento tático dos ativos produtivos e logísticos. As definições dos conjuntos considerados no modelo estão descritas na Tabela 5. Também serão detalhados a função objetivo, as restrições do problema, os limites e todas as variáveis e parâmetros considerados.

Tabela 5 – Definição dos conjuntos para o PPICPM

Conjuntos	Descrição
$T$	Períodos de tempo do horizonte de programação
$TL$	Períodos de tempo utilizados pelas operações das minas
$TU$	Períodos de tempo utilizados pelas operações das usinas de beneficiamento
$F$	Conjunto de blocos de lavra
$M$	Conjunto de minas
$J$	Conjunto de usinas de beneficiamento
$P$	Conjunto de produtos
$S$	Conjunto de pátios de estocagem
$K$	Conjunto de parâmetros de controle da qualidade

### 4.2.1 Função objetivo

As definições dos parâmetros considerados da função objetivo estão descritos na Tabela 6.

Tabela 6 – Definição dos parâmetros da Função Objetivo

Parâmetro	Descrição
$\alpha_{mi}$	Custo por unidade de massa de minério ROM não explorada da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$
$\pi_{mi}$	Custo por passar a explorar minério de uma frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ . Representa o custo de deslocamento do maquinário utilizado para a exploração de uma frente de lavra para outra.
$\beta_{mi}$	Custo por passar a explorar minério de uma nova frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ , excedendo o limite máximo de exploração simultânea da mina $m \in M$
$\mu_{mj}$	Custo pelo excedente de demanda de ROM na usina $j \in J$ não atendida pelas minas $m \in M$
$\delta_{pk}^j$	Custo por desvio positivo em relação a meta de qualidade do parâmetro $k \in K$ na geração de um produto $p \in P$ na usina de beneficiamento $j \in J$
$\eta_{pk}^j$	Custo por desvio negativo em relação a meta de qualidade do parâmetro $k \in K$ na geração de um produto $p \in P$ na usina de beneficiamento $j \in J$
$\kappa_{pk}^j$	Custo por desvio positivo em relação a especificação superior de qualidade do parâmetro $k \in K$ na geração de um produto $p \in P$ na usina de beneficiamento $j \in J$
$\lambda_{pk}^j$	Custo por desvio negativo em relação a especificação inferior de qualidade do parâmetro $k \in K$ na geração de um produto $p \in P$ na usina de beneficiamento $j \in J$
$\psi_{ps}$	Custo pela existência de estoque. O estoque existente no pátio $s \in S$ é dividido por pilhas para cada produto $p \in P$
$\sigma_p$	Custo por unidade de massa do produto $p \in P$ que não atendeu a demanda do cliente. É o excedente da demanda não atendida pelo estoque do pátio e/ou da produção das usinas

O desvio positivo ou negativo dos parâmetros  $\delta_{pk}^j$ ,  $\eta_{pk}^j$ ,  $\kappa_{pk}^j$  e  $\lambda_{pk}^j$  correspondem a diferença entre a meta de qualidade ou a especificação (superior ou inferior) de qualidade com a variável de decisão.

As definições das variáveis de decisão estão descritas na Tabela 7.

Tabela 7 – Definição das variáveis de decisão

Variáveis	Descrição
-----------	-----------

---

$p_{mi}^t$	Quantidade de minério ROM não explorado da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ ao longo do horizonte de programação $t \in TL$
$r_{mi}^t$	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ que não estava sendo utilizada no período $t - 1$ , sendo $t \in TL$ passou a ser explorada no período $t$ na mina $m \in M$ . Para esta variável $t$ é definido a partir do período 2
$n_{mi}^t$	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ nova começou a ser explorada na mina $m \in M$ ao longo do horizonte de programação $t \in TL$
$f_j^t$	Determina a falta de ROM para atender a demanda da usina $j \in J$ ao longo do horizonte de programação $t \in TL$
$dm_{jpkm+}^t$	Desvio positivo do insumo gerado pelas frentes de lavra da mina $m \in M$ para a meta do parâmetro de qualidade $k \in K$ do produto $p \in P$ gerado na usina $j \in J$ no período $t \in TU$
$dm_{jpkm-}^t$	Desvio negativo do insumo gerado pelas frentes de lavra da mina $m \in M$ para a meta do parâmetro de qualidade $k \in K$ do produto $p \in P$ gerado na usina $j \in J$ no período $t \in TU$
$de_{jpkm+}^t$	Desvio positivo do insumo gerado pelas frentes de lavra da mina $m \in M$ para a especificação superior do parâmetro de qualidade $k \in K$ do produto $p \in P$ gerado na usina $j \in J$ no período $t \in TU$
$de_{jpkm-}^t$	Desvio negativo do insumo gerado pelas frentes de lavra da mina $m \in M$ para a especificação inferior do parâmetro de qualidade $k \in K$ do produto $p \in P$ gerado na usina $j \in J$ no período $t \in TU$
$q_p^t$	Determina a diferença entre a demanda do produto $p \in P$ no período $t \in T$ e a quantidade produzida pelas usinas do complexo minerador. É uma variável sempre positiva, então se a quantidade produzida for superior a demanda seu valor é nulo
$c_{ps}^t$	Determina o excedente da demanda do cliente. É calculado pela diferença entre a demanda do produto $p \in P$ no período $t \in T$ e a quantidade produzida pelas usinas do complexo minerador mais o estoque do pátio $s \in S$
$e_p^t$	Estoque do produto $p \in P$ , no pátio de produtos finais ao final do período $t \in T$

---

A função objetivo é composta por sete parcelas objetivando minimizar as penalidades de não atender as demandas dos clientes e os custos operacionais (qualidade, quantidade, tipo de produto e prazo).

## Minimizar

$$\sum_{t \in TL} \sum_{m \in M} \sum_{i \in F} \alpha_{mi} p_{mi}^t \quad (1)$$

$$+ \sum_{t \in TL} \sum_{m \in M} \sum_{i \in F} \pi_{mi} r_{mi}^t \quad (2)$$

$$+ \sum_{t \in TL} \sum_{m \in M} \sum_{i \in F} \beta_{mi} n_{mi}^t \quad (3)$$

$$+ \sum_{t \in TL} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \mu_{mj} f_j^t \quad (4)$$

$$+ \sum_{t \in TU} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} \sum_{k \in K} \sum_{m \in M} (\delta_{pk}^j dm_{jpkm+}^t + \eta_{pk}^j dm_{jpkm-}^t + \kappa_{pk}^j de_{jpkm+}^t + \lambda_{pk}^j de_{jpkm-}^t) \quad (5)$$

$$+ \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} \sum_{p \in P} \psi_{ps} (q_p^t - e_p^t) \quad (6)$$

$$+ \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} \sum_{p \in P} \sigma_p c_{ps}^t \quad (7)$$

A definição de cada uma das parcelas da função objetivo é:

- Parcela da função objetivo 1: Minimizar o excedente de oferta dos blocos das frentes de lavra no período  $t \in TL$ . Esta expressão define a busca pelo atendimento do plano de escopo tático das minas, minimizando a oferta não utilizada pela programação e dessa forma ajustes no planejamento tático. O custo é definido em função do volume de oferta excedente;
- Parcela da função objetivo 2: Minimizar custo de sequenciamento das minas. Esta expressão define a redução do custo operacional das minas atrelado ao deslocamento e alocação de maquinários em diferentes frentes de lavra ao longo do horizonte de programação das minas;
- Parcela da função objetivo 3: Minimizar o custo de alocar novas frentes de lavra de uma mina  $m \in M$  que excedam o limite máximo de exploração simultânea. Caso exista novas frentes de lavra, será necessário deslocar o maquinário de uma mina para outra mina ou aquisição de novos maquinários;
- Parcela da função objetivo 4: Minimizar o excedente de demanda de ROM das usinas de beneficiamento de forma a evitar parada de produção ou subutilização dos ativos da usina. Uma usina de beneficiamento espera receber uma quantidade determinada de ROM em um intervalo de tempo para conseguir trabalhar na sua capacidade nominal;
- Parcela da função objetivo 5: Minimizar os desvios dos parâmetros de controle de qualidade, tanto em relação às metas como em relação aos limites superiores e inferiores de parâmetros de controle da qualidade do ROM que irá alimentar as usinas

de beneficiamento. Em uma usina de beneficiamento, existe o valor ideal e os limites (superiores e inferiores) dos parâmetros  $k \in K$ ;

- Parcela da função objetivo 6: Minimizar o custo de estocagem no pátio  $s \in S$ . O estoque é calculado pela diferença entre o que é produzido pelas usinas  $j \in J$  mais o estoque inicial e a demanda do cliente;
- Parcela da função objetivo 7: Minimizar custos de excedente da demanda do cliente;

#### 4.2.2 Restrições do problema

Na modelagem do PPICPM foram adicionadas várias restrições de forma a limitar a quantidade de frentes de lavra que serão exploradas simultaneamente, dos desvios dos parâmetros de controle de qualidade tanto em relação a meta como aos limites da especificação, capacidade de recebimento de massa pelas usinas de beneficiamento, o fator de recuperação metalúrgica, a limitação do pátio de estocagem entre outros fatores que serão detalhados nesta seção.

As definições dos parâmetros considerados nas restrições estão descritas na Tabela 8.

Tabela 8 – Definição dos parâmetros das restrições

Fase	Parâmetro	Descrição
Usina	$\phi_j^t$	Demanda de ROM da usina $j \in J$ no intervalo de tempo $t \in TL$
Bloco de lavra	$\rho_{mi}^t$	Capacidade máxima de minério da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ que pode ser explorado no intervalo de tempo $t \in TL$
Bloco de lavra	$\nu_{mi}$	Capacidade máxima de ROM da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ que pode ser explorado até que esta frente de lavra $i \in F$ seja exaurida
Mina	$l_m$	Número de blocos de frentes de lavras que podem ser exploradas simultaneamente a cada período do horizonte de programação da mina $m \in M$
Bloco de lavra	$\gamma_{mik}$	Parâmetro de qualidade (em porcentagem) do ROM explorado da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ considerando os parâmetros de controle de qualidade $k \in K$
Usina	$\xi_{jmpk}$	Meta de qualidade (em porcentagem) que a usina $j \in J$ espera receber de ROM das minas $m \in M$ para produzir o produto $p \in P$ considerando os parâmetros de controle de qualidade $k \in K$

Usina	$\zeta_{jmpk}$	Limite superior de qualidade (em porcentagem) que a usina $j \in J$ espera receber de ROM das minas $m \in M$ para produzir o produto $p \in P$ considerando os parâmetros de controle de qualidade $k \in K$
Usina	$\tau_{jmpk}$	Limite inferior de qualidade (em porcentagem) que a usina $j \in J$ espera receber de ROM das minas $m \in M$ para produzir o produto $p \in P$ considerando os parâmetros de controle de qualidade $k \in K$
Bloco de lavra	$\epsilon_{pi}$	Porcentagem do produto $p \in P$ da frente de lavra $i \in F$ resultante de análises estatísticas dos furos de sondagens
Usina	$\omega_{jp}$	Consiste na recuperação metalúrgica da usina $j \in J$ . A recuperação metalúrgica é a relação entre a massa do concentrado e a massa da alimentação. Essa relação é feita para cada um dos produtos $p \in P$
Cliente	$\theta_p^t$	Demanda final do cliente pelo produto $p \in P$ armazenado no pátio no intervalo de tempo $t \in T$
Pátio	$v_{sp}$	Capacidade máxima de estoque do produto $p \in P$ no pátio de estocagem $s \in S$

As definições das variáveis de decisão do modelo, relacionadas às restrições, estão descritas da Tabela 9.

Tabela 9 – Definição das variáveis das restrições

Variáveis	Descrição
$x_{mij}^t$	Quantidade do minério ROM explorada do bloco de lavra $i \in F$ , na mina $m \in M$ , aplicada na usina $j \in J$ ao longo do horizonte de programação $t \in TL$
$l_{mi}^t$	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ está sendo explorada no período $t \in TL$ na mina $m \in M$
$g_{jp}^t$	Determina se o produto $p \in P$ foi gerado pela usina de beneficiamento $j \in J$ no período $t \in TU$
$z_{jps}^t$	Quantidade do produto $p \in P$ que foi gerado pela usina de beneficiamento $j \in J$ no período $t \in TU$ e armazenado no pátio $s \in S$
$y_{ps}^t$	Massa do produto $p \in P$ , armazenado no pátio $s \in S$ de produtos finais, utilizado para atender a demanda dos clientes no período $t \in T$

O problema PPICPM contém as restrições descritas abaixo.

**Sujeito a:**

$$\sum_{m \in M} \sum_{i \in F} x_{mij}^t + f_j^t \leq \phi_j^t \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J} x_{mij}^t + p_{mi}^t \leq \rho_{mi}^t l_{mi}^t \quad \forall i \in F \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \quad (9)$$

$$\sum_{t \in TL} \sum_{j \in J} x_{mij}^t \leq \nu_{mi} \quad \forall i \in F \quad \forall m \in M \quad (10)$$

$$\sum_{i \in F} (l_{mi}^t - n_{mi}^t) = \iota_m \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \quad (11)$$

$$r_{mi}^t - l_{mi}^t + l_{mi}^{t-1} \geq 0 \quad \forall i \in F \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \quad (12)$$

$$\sum_{i \in F} (\gamma_{mik} - \xi_{jmpk}) x_{mij}^t + dm_{jpkm-}^t - dm_{jpkm+}^t = 0 \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \quad (13)$$

$$\sum_{i \in F} (\gamma_{mik} - \zeta_{jmpk}) x_{mij}^t - de_{jpkm+}^t \leq 0 \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \quad (14)$$

$$\sum_{i \in F} (\gamma_{mik} - \tau_{jmpk}) x_{mij}^t + de_{jpkm-}^t \geq 0 \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \quad (15)$$

$$g_{jp}^t = \sum_{m \in M} \sum_{i \in F} (\epsilon_{pi} x_{mij}^t) \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TU \quad (16)$$

$$z_{jps}^t = \omega_{jps} g_{jp}^t \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \quad (17)$$

$$e_p^t = e_p^{t-1} + \sum_{j \in J} z_{jps}^t - y_{ps}^t + c_{ps}^t \quad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \quad (18)$$

$$y_{ps}^t = \theta_p \quad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \quad (19)$$

$$e_p^t \leq v_{sp} \quad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in T \quad (20)$$

A definição de cada uma das restrições do problema são:

- **Restrição 8:** A quantidade de ROM explorado nas minas tem que ser igual a demanda de recebimento de ROM na usina de beneficiamento de forma que a usina possa trabalhar na sua capacidade nominal no intervalo de tempo  $t \in TL$ ;
- **Restrição 9:** A quantidade de ROM explorado na frente de lavra não pode ser maior que a capacidade de produção para cada intervalo de tempo  $t \in TL$ ;
- **Restrição 10:** A quantidade de ROM explorado na frente de lavra não pode ser maior que o máximo de ROM existente nesta frente de lavra. Após a frente de lavra exaurida não pode explorar ROM na frente de lavra;
- **Restrição 11:** Limita o número de frentes de lavra que podem ser exploradas simultaneamente por período e também adiciona um custo maior caso uma nova frente de lavra seja explorado além da quantidade máxima de frentes de lavra simultâneas.

- Restrição 12: Define quais ativações e desativações de uma frente de lavra devem ser minimizadas
- Restrição 13: Balanço entre os parâmetros de controle de qualidade do minério ROM que chega em cada usina e a sua meta de qualidade. Nesta restrição são calculados os desvios de qualidade em relação a meta do produto que será gerado. Esta meta é estabelecida com base na capacidade da usina de beneficiamento alocada para cada mina;
- Restrição 14: Balanço entre os parâmetros de controle de qualidade do minério ROM que chega em cada usina e o seu limite superior de qualidade aceitável. Nesta restrição são calculados os desvios de qualidade em relação ao limite superior do produto que será gerado. Este limite superior é estabelecido com base na capacidade da usina de beneficiamento alocada para cada mina;
- Restrição 15: Balanço entre os parâmetros de controle de qualidade do minério ROM que chega em cada usina e o seu limite inferior de qualidade aceitável. Nesta restrição são calculados os desvios de qualidade em relação ao limite inferior do produto que será gerado. Este limite inferior é estabelecido com base na capacidade da usina de beneficiamento alocada para cada mina;
- Restrição 16: Restringe a quantidade máxima de cada produto que será fabricado na usina no intervalo de tempo  $t \in TU$ ;
- Restrição 17: Limita a quantidade de produto gerado considerando a recuperação metalúrgica. Toda usina de beneficiamento tem o seu parâmetro de recuperação metalúrgica que varia ao longo do tempo dependendo os ajustes das variáveis de processo (aumentando a eficiência);
- Restrição 18: Balanço de massa entre o que foi produzido, o estoque inicial e a demanda do cliente;
- Restrição 19: Atendimento a demanda;
- Restrição 20: Determina a quantidade de produto final que irá ficar no estoque após o atendimento da demanda do cliente;

#### 4.2.3 Restrições para os limites das variáveis

As restrições para os limites inferiores e/ou superiores de todas as variáveis descritas nas Tabelas 7 e 9 estão descritos abaixo.

#### Limites

$$x_{mij}^t \geq 0 \quad \forall i \in F \quad \forall m \in M \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \quad (21)$$

$$f_j^t \geq 0 \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \quad (22)$$

$$n_{mi}^t, r_{mi}^t, l_{mi}^t \in \{0, 1\} \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TU \quad (23)$$

$$p_{mi}^t \geq 0 \quad \forall i \in F \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TU \quad (24)$$

$$dm_{jpkm-}^t, dm_{jpkm+}^t \geq 0 \quad \forall m \in M \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TU \quad (25)$$

$$de_{jpkm-}^t, de_{jpkm+}^t \geq 0 \quad \forall m \in M \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TU \quad (26)$$

$$z_{jps}^t, g_{jp}^t, y_{ps}^t \geq 0 \quad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \quad (27)$$

$$e_p^t, c_{ps}^t, q_p^t \geq 0 \quad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in T \quad (28)$$

### 4.3 Abordagem da solução aplicada ao PPICPM

Serão detalhados os conceitos iniciais dos métodos computacionais bem como a aplicação desses métodos para resolver o problema PPICPM.

Os seguintes métodos computacionais foram utilizados:

1. *Relax and Fix* (seção 4.3.1);
2. *Fix and Optimize* (seção 4.2.1);
3. *Local branching* (seção 4.3.3);

#### 4.3.1 *Relax and Fix*

A heurística iterativa *Relax and Fix* de Dillenberger C.; Escudero et al. (1994) é uma abordagem baseada em métodos exatos. Nesta abordagem o problema de otimização inteira mista tem seu conjunto de variáveis inteiras particionado em subconjuntos, sem interseção. Inicialmente todas as variáveis inteiras são relaxadas (de inteiras para contínuas) e a cada passo, um subconjunto dessas variáveis é escolhido e aplica-se algum método exato, fixando esse subconjunto de variáveis como inteiro. Ao final do passo já se tem aquele subconjunto de variáveis com valor inteiro e um novo subconjunto é escolhido. Através dessa heurística pretende-se resolver o problema tratando a cada passo um problema com complexidade menor, já que há um número menor de variáveis inteiras a serem resolvidas.

O Algoritmo 1 representa o pseudocódigo do *Relax and Fix*, no qual o  $Q_i$  corresponde ao conjunto das variáveis binárias particionadas em  $N$  subconjuntos. A quantidade de subconjuntos dependem de qual estratégia (ilustrado na Figura 19) a ser adotada. Inicialmente, o algoritmo começa transformando o problema original de forma que todas as variáveis

binárias sejam relaxadas continuamente. A cada iteração de  $Q_i$ , é escolhida um subconjunto de  $Q_i$ , remove a relaxação desse subconjunto fixando as variáveis binárias utilizando uma das técnicas descritas nos Algoritmos 2 ou 3 e resolve o modelo. Caso tenha uma solução viável, o subconjunto das variáveis binárias continuam fixadas e continuam com as próximas iterações. Caso contrário, retorna que não foi encontrada uma solução viável e termina a execução.

---

**Algoritmo 1:** Algoritmo do *Relax and Fix*

---

```

1 Particione o conjunto de variáveis binárias em  $N$  subconjuntos  $Q_i, i = 1, 2, \dots, N$ ;
2 Faça a relaxação linear de todas as variáveis binárias;
3 enquanto houver  $Q_i$  não fixado faça
4   | Escolha um subconjunto  $Q_i$ ;
5   | Remova a relaxação do subconjunto  $Q_i$ ;
6   | Resolva o modelo resultante;
7   | se uma solução viável for encontrada então
8   |   | Fixe as variáveis de  $Q_i$  com os valores encontrados
9   | senão
10  |   | retorna solução inviável
11  | fim
12 fim

```

---

Um ponto importante sobre a heurística *Relax and Fix* é que ela fixa uma partição de variáveis ao final de cada iteração, impedindo que seus valores possam ser alterados posteriormente. Porém, este procedimento para resolver os subproblemas pode eliminar a solução ótima do problema inicial, visto que as variáveis fixadas a cada iteração correspondem, no melhor caso, apenas à solução ótima do subproblema. Sendo assim, é provável que as variáveis fixadas a cada iteração não correspondam aos valores presentes na solução ótima do problema original.

#### 4.3.1.1 *Relax and Fix* aplicada ao PPICPM

Em problemas com características combinatórias, como o PPICPM, a aplicação de estratégias exatas pode esbarrar na incapacidade de tais métodos em gerar soluções com boa qualidade em tempo aceitável.

Diante desse fato, a elaboração de algoritmos heurísticos para a resolução de problema neste nível de complexidade, mesmo perdendo a garantia da otimalidade mas tendo boas respostas em tempo compatível.

O problema PPICPM apresenta três variáveis inteiras (Tabela 10) já descritas na seção 4.2.3 de restrições para os limites das variáveis.

---

Tabela 10 – Variáveis inteiras

---

Variáveis	Descrição
$r_{mi}^t$	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ que não estava sendo utilizada no período $t - 1$ , sendo $t \in TL$ passou a ser explorada no período $t$ na mina $m \in M$ . Para esta variável $t$ é definido a partir do período 2
$n_{mi}^t$	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ nova começou a ser explorada na mina $m \in M$ ao longo do horizonte de programação $t \in TL$
$l_{mi}^t$	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ está sendo explorada no período $t \in TL$ na mina $m \in M$

Na descrição dos conceitos iniciais do *Relax and Fix* (seção 4.3.1) foram aplicados dois métodos de fixação das variáveis relaxadas, sendo:

- Método constante (Algoritmo 2): As variáveis relaxadas maiores que 0,4 são fixadas em 1. Caso contrário são fixadas em 0;
- Método decrescente (Algoritmo 3): As variáveis relaxadas são ordenadas decrescente e fixadas em 1 na quantidade máxima de exploração simultânea das frentes de lavra. Caso contrário são fixados em 0;

---

**Algoritmo 2:** Algoritmo para a fixação constante das variáveis relaxadas

---

```

1  $T_j \leftarrow$  Lista das variáveis relaxadas do subconjunto  $Q_i$ ;
2  $M \leftarrow$  Quantidade máxima de variáveis da lista  $T$ ;
3 para  $j \leftarrow 0$  até  $j < M$  faça
4   | se valor de  $T_j > 0,4$  então
5   |   |  $T_j = 1$ 
6   | senão
7   |   |  $T_j = 0$ 
8   | fim
9 fim

```

---

Foram definidas quatro estratégias para relaxação e fixação destas variáveis utilizando o Algoritmo 2, sendo:

1. Fixar ao mesmo tempo: São relaxadas todas as variáveis (Tabela 10) e depois fixadas ao mesmo tempo;
2. Fixar a cada período: São relaxadas todas as variáveis (Tabela 10) e depois fixadas ao mesmo tempo o subconjunto de cada um dos intervalos de tempo;
3. Fixar a cada período e mina: São relaxadas todas as variáveis (Tabela 10) e depois fixadas ao mesmo tempo o subconjunto de cada um dos intervalos de tempo e mina;

---

**Algoritmo 3:** Algoritmo para a fixação decrescente das variáveis relaxadas

---

```
1  $T_j \leftarrow$  Lista das variáveis relaxadas do subconjunto  $Q_i$ ;  
2  $M \leftarrow$  Quantidade máxima de variáveis da lista  $T$ ;  
3  $FL \leftarrow$  Quantidade de blocos de lavra explorados simultaneamente;  
4 para  $j \leftarrow 0$  até  $j < M$  faça  
5   | se  $j \leq FL$  então  
6   |   |  $T_j = 1$   
7   | senão  
8   |   |  $T_j = 0$   
9   | fim  
10 fim
```

---

4. Fixar a cada mina: São relaxadas todas as variáveis (Tabela 10) e depois fixadas cada uma das minas em todos os intervalos de tempo;

A Figura 19 ilustra todas as quatro estratégias. Na parte superior da figura, são relaxadas todas as variáveis (Tabela 10) e depois o conjunto das quatro estratégias. É ilustrado apenas o primeiro passo de cada uma das estratégias. Para o cenário de teste com complexidade alta e 7 períodos de tempo, o algoritmo é executado considerando as seguintes estratégias distintas:

1. Fixar ao mesmo tempo: 1 vez com as variáveis relaxadas e 1 vez com as variáveis fixadas;
2. Fixar a cada período: 1 vez com as variáveis relaxadas e 7 vezes com as variáveis fixadas a cada período;
3. Fixar a cada período e mina: 1 vez com as variáveis relaxadas e 91 vezes com as variáveis fixadas a cada período e mina;
4. Fixar a cada mina: 1 vez com as variáveis relaxadas e 13 vezes com as variáveis fixadas a cada mina;

Todas as variáveis binárias são relaxadas

Tempo	Mina												
1	Mina 1	2	Mina 1	3	Mina 1	4	Mina 1	5	Mina 1	6	Mina 1	7	Mina 1
1	Mina 2	2	Mina 2	3	Mina 2	4	Mina 2	5	Mina 2	6	Mina 2	7	Mina 2
1	Mina 3	2	Mina 3	3	Mina 3	4	Mina 3	5	Mina 3	6	Mina 3	7	Mina 3

1ª estratégia: Fixar ao mesmo tempo todas as variáveis

Tempo	Mina												
1	Mina 1	2	Mina 1	3	Mina 1	4	Mina 1	5	Mina 1	6	Mina 1	7	Mina 1
1	Mina 2	2	Mina 2	3	Mina 2	4	Mina 2	5	Mina 2	6	Mina 2	7	Mina 2
1	Mina 3	2	Mina 3	3	Mina 3	4	Mina 3	5	Mina 3	6	Mina 3	7	Mina 3

2ª estratégia: Fixar ao mesmo tempo todas as variáveis de cada período de tempo

Tempo	Mina												
1	Mina 1	2	Mina 1	3	Mina 1	4	Mina 1	5	Mina 1	6	Mina 1	7	Mina 1
1	Mina 2	2	Mina 2	3	Mina 2	4	Mina 2	5	Mina 2	6	Mina 2	7	Mina 2
1	Mina 3	2	Mina 3	3	Mina 3	4	Mina 3	5	Mina 3	6	Mina 3	7	Mina 3

3ª estratégia: Fixar ao mesmo tempo todas as variáveis de cada período de tempo e mina

Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina
1	Mina 1	2	Mina 1	3	Mina 1	4	Mina 1	5	Mina 1	6	Mina 1	7	Mina 1
1	Mina 2	2	Mina 2	3	Mina 2	4	Mina 2	5	Mina 2	6	Mina 2	7	Mina 2
1	Mina 3	2	Mina 3	3	Mina 3	4	Mina 3	5	Mina 3	6	Mina 3	7	Mina 3

4ª estratégia: Fixar ao mesmo tempo todas as variáveis de cada mina

Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina	Tempo	Mina
1	Mina 1	2	Mina 1	3	Mina 1	4	Mina 1	5	Mina 1	6	Mina 1	7	Mina 1
1	Mina 2	2	Mina 2	3	Mina 2	4	Mina 2	5	Mina 2	6	Mina 2	7	Mina 2
1	Mina 3	2	Mina 3	3	Mina 3	4	Mina 3	5	Mina 3	6	Mina 3	7	Mina 3

Figura 19 – Estratégias do *Relax and Fix*. O conjunto das variáveis fixadas ao mesmo tempo estão ilustradas em amarelo em cada uma das 4 estratégias

Também foi definido uma estratégia para a relaxação e fixação considerando o Algoritmo 3 sendo a fixação de todas as variáveis ao mesmo tempo.

#### 4.3.2 *Fix and Optimize*

No item anterior, foi detalhado o *Relax and Fix* que consiste em relaxar as variáveis inteiras e logo em seguida fixar de acordo com algum critério. Existem diferentes estratégias matemáticas para fixação das variáveis sendo *hard* ou *soft*. Na estratégia de fixação *hard*, um conjunto de variáveis é fixado em seu valor na solução incumbente e outro conjunto é otimizado por iteração. Na estratégia de fixação *soft*, uma restrição adicional afirma que, no máximo, várias variáveis podem alterar seus valores por iterações. O *Fix and Optimize* é considerado uma fixação *hard* de variáveis e *Local Branching* (será detalhado na seção 4.3.3) como uma fixação *soft*.

Inicialmente o *Fix and Optimize* foi proposta por Pochet Y. (2006) com o nome *exchange*, mas posteriormente o nome foi alterado para *Fix and Optimize*. O *Fix and Optimize*, detalhado em Sahling F.; L. Buschkuhl et al. (2009), é uma heurística baseada no particionamento de variáveis de decisão do problema. Este particionamento pode ser realizada de diferentes maneiras tais como: particionamento por itens, períodos e processos. Em cada iteração, um subconjunto de variáveis binárias é liberada para otimização e as outras variáveis da partição são fixadas no valor da solução incumbente.

O Algoritmo 4 representa o pseudocódigo do *Fix and Optimize*, no qual  $Q_i$  corresponde

ao conjunto das variáveis binárias particionadas em  $N$  subconjuntos. A quantidade de subconjuntos dependem de qual estratégia (ilustrado na Figura 20) adotada. As seguintes etapas são executadas:

1. Transformar as variáveis binárias em contínuas;
2. Executar o CPLEX com todas as variáveis relaxadas encontrando uma solução inicial;
3. Selecionar o conjunto de variáveis com resultado zero para fixar em zero;
4. Transformar as variáveis contínuas em binárias;
5. Executar o CPLEX novamente encontrando uma solução viável;

---

**Algoritmo 4:** Algoritmo *Fix and Optimize*

---

```

1 Particione o conjunto de variáveis em  $N$  subconjuntos distintos  $Q_i, i = 1, 2, \dots, N$ ;
2 Faça a relaxação linear de todas as variáveis binárias;
3 enquanto houver  $Q_i$  não fixado faça
4     Escolha um subconjunto  $Q_i$ ;
5      $T_j \leftarrow$  Lista com todas  $M$  variáveis do subconjunto  $Q_i$  ;
6     para  $j \leftarrow 0$  até  $j < M$  faça
7         se valor  $T_j == 0$  então
8             |  $T_j = 0$ 
9         fim
10    fim
11    Resolva o modelo com parte das variáveis binários fixadas em zero;
12    se solução viável então
13        | Fixa todas as variáveis inteiras da partição  $i$ 
14    senão
15        | retorna solução inviável
16    fim
17 fim

```

---

#### 4.3.2.1 Heurística *Fix and Optimize* aplicada ao PPICPM

O problema PPICPM apresenta três variáveis inteiras (Tabela 10) já descritas na seção 4.2.3 de restrições para os limites das variáveis.

Para encontrar a solução inicial viável do PPICPM, foi construído o modelo considerando todas as variáveis relaxadas. Este resultado foi utilizado para a tomada de decisão de quais as variáveis deveriam ser fixadas para a execução do modelo novamente considerando as variáveis inteiras, e não mais relaxadas.

A análise de quais variáveis deverão ser fixadas e em qual valor (zero ou um), considerou:

- A quantidade máxima de frentes de lavra que podem ser exploradas
- A quantidade máxima de exploração simultâneas de frentes de lavras, que é limitado a quantidade de grupos de equipamentos disponíveis para trabalhar simultaneamente

Como a quantidade de grupos de equipamentos disponíveis para trabalhar simultaneamente é bem menor que a quantidade de blocos de lavra que podem ser explorados em uma frente de lavra, a estratégia utilizada foi fixar, em zero, todas as variáveis que apresentaram resultados iguais a zero após a execução do CPLEX com as variáveis relaxadas. As variáveis que apresentaram resultados diferentes de zero, irão assumir valores binários (zero ou um) após a execução do CPLEX novamente.

Foram definidas duas estratégias para relaxação e fixação destas variáveis, sendo:

1. Fixar ao mesmo tempo: São relaxadas todas as variáveis (Tabela 10) e depois fixadas ao mesmo tempo de acordo com o Algoritmo 4;
2. Fixar a cada período: São relaxadas todas as variáveis (Tabela 10) e depois fixadas ao mesmo tempo (utilizando o Algoritmo 4) o subconjunto de cada um dos intervalos de tempo;

A Figura 20 ilustra todas as duas estratégias. Na parte superior, são relaxadas todas as variáveis (Tabela 10) e depois aplicado cada uma das estratégias. É ilustrado apenas o primeiro passo de cada uma das estratégias.

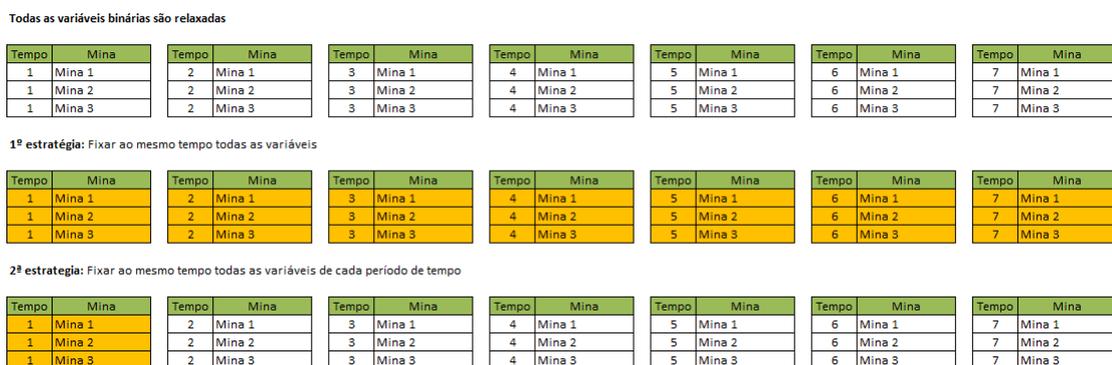


Figura 20 – Estratégias do *Fix and Optimize*. O conjunto das variáveis fixadas ao mesmo tempo estão ilustradas em amarelo em cada uma das 2 estratégias

### 4.3.3 Local Branching

Em Fischetti M. (2003), os autores propuseram o uso de uma estratégia genérica para tratar problemas inteiros mistos. Esta estratégia busca explorar as vizinhanças das soluções

factíveis obtidas, utilizando para isso a ideia de busca local. Na busca local proposta pelos autores, as vizinhanças são obtidas introduzindo-se diversos cortes no modelo inteiro, chamados *Local Branching Cuts*.

A fim de facilitar a compreensão do método, considere o modelo de [Fischetti M. \(2003\)](#) abaixo:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad & c^t x \\
 \text{Sujeito a:} \quad & Ax \geq b \\
 & x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in B \neq \emptyset \\
 & x_j \geq 0, \text{Inteiro} \quad \forall j \in G \\
 & x_j \geq 0 \quad \forall j \in C
 \end{aligned}$$

No modelo acima, os índices das variáveis  $N = \{1, \dots, |N|\}$  são divididos no conjunto  $(B, G \text{ e } C)$ , onde  $B$  representa o conjunto de índices das variáveis binárias,  $G$  representa o conjunto de índices das variáveis inteiras e  $C$  representa o conjunto de índices das variáveis contínuas.

Dada uma solução factível  $\bar{x}$ , define-se um conjunto  $\bar{S}$  chamado de suporte binário de  $\bar{x}$ , tal que:

$$\bar{S} = \{j \in B \mid \bar{x}_j = 1\} \quad (29)$$

Ou seja, o conjunto  $\bar{S}$  contém os índices de todas as variáveis binárias que possuem o valor 1. Também é introduzido um parâmetro  $k$ , a partir do qual é definida a vizinhança  $k$ -OPT  $N(\bar{x}, k)$  de  $\bar{x}$ . A função  $N(\bar{x}, k)$  representa todas as soluções factíveis do problema que satisfazem a restrição de *Local Branching*, dada por:

$$\Delta(x, \bar{x}) = \sum_{j \in \bar{S}} (1 - x_j) + \sum_{j \in B \setminus \bar{S}} x_j \leq k \quad (30)$$

Na restrição [30](#), os termos à esquerda representam as variáveis binárias que terão seus valores trocados de 1 para 0 ou de 0 para 1, respectivamente, ou seja, o número total de variáveis binárias as quais terão seu valor alterado. Quando esta restrição é acrescentada ao modelo, o espaço de soluções do problema original é reduzido, e pode-se buscar a melhor solução vizinha de  $\bar{x}$ . Por outro lado, é possível buscar a solução ótima que seja

vizinha de  $\bar{x}$  na vizinhança complementar 30, definida por:

$$\Delta(x, \bar{x}) \geq k + 1 \quad (31)$$

Utilizando as restrições 30 e 31, é possível subdividir o espaço de busca por uma solução ótima em dois subproblemas, o primeiro acrescido da restrição 30 e o segundo de 31, semelhante ao critério de separação do *Branch and Bound*. Note que os subproblemas são problemas inteiros mistos que podem ser resolvidos por um algoritmo exato (por exemplo: *Branch and Bound*).

O parâmetro  $k$  define o tamanho da vizinhança a ser percorrida na ramificação à esquerda e é um parâmetro importante, pois deve ser escolhido de forma a tornar a vizinhança  $N(\bar{x}, k)$  suficientemente grande para conter soluções melhores que a atual, e ao mesmo tempo suficientemente pequena, para que possa ser percorrida em tempo computacional aceitável, ou seja, para que o algoritmo exato consiga encontrar a solução ótima do subproblema. Em seus testes, os autores identificaram que uma boa faixa de valores para  $k$  seria um número no intervalo  $[10, 20]$ .

A ideia principal do *Local Branching* é a seguinte. Primeiramente, é introduzida no modelo a restrição 30, de forma a definir uma vizinhança. O novo problema é resolvido, na esperança de se encontrar uma solução melhor do que a atual, a restrição de *Local Branching* é removida e a restrição 31 é adicionada ao modelo. Em seguida, a restrição de *Local Branching* é novamente adicionada ao modelo, só que desta vez, partindo da nova solução. O procedimento é repetido até que seja encontrado um subproblema cuja solução não seja melhor do que a solução atual.

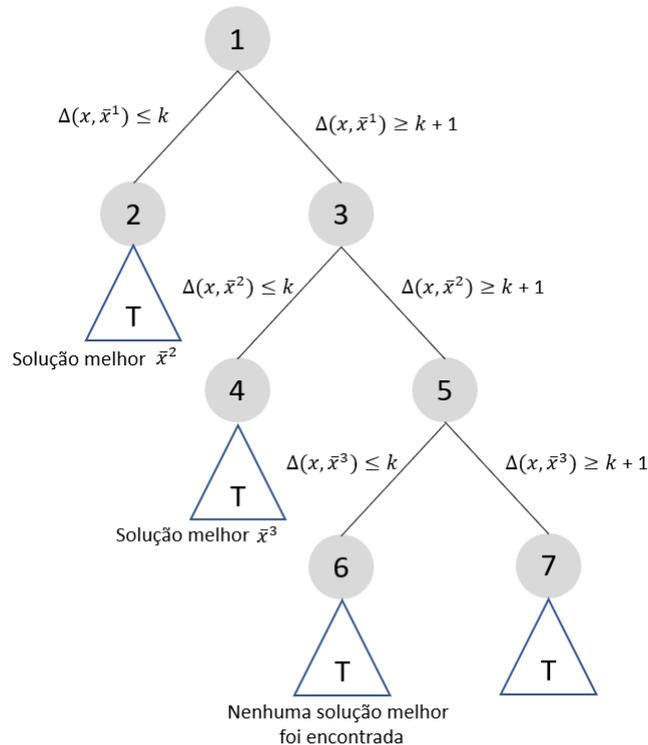


Figura 21 – Exemplo do funcionamento do *Local Branching*. Adaptado da fonte: [Fischetti M. \(2003\)](#)

A Figura 21 ilustra um exemplo de aplicação do *Local Branching*. Assume-se que o nó inicial é o nó em que  $\bar{x}^1$  é uma solução factível do problema. O lado esquerdo contendo o nó (2) corresponde a otimização dentro da vizinhança  $k$ -OPT  $N(\bar{x}, k)$ , na qual é obtida uma solução (em tempo computacional aceitável) chamada  $\bar{x}^2$ . Caso esta solução seja melhor da que a atual,  $\bar{x}^2$  se torna a nova solução. O procedimento é repetido com o nó da direita (3), onde a exploração de  $N(\bar{x}^2, k)/N(\bar{x}^1, k)$  no nó (4) produz uma nova solução atual  $\bar{x}^3$ . O nó (5) é então referenciado, o qual corresponde ao problema inicial com as duas restrições adicionais  $\Delta(x, \bar{x}^1) \geq k + 1$  e  $\Delta(x, \bar{x}^2) \geq k + 1$ . No exemplo, o nó (6) produz um subproblema cuja solução não é melhor do que a solução atual. Nesta situação, a adição da constante  $\Delta(x, \bar{x}^3) \geq k + 1$  leva ao nó (7), da direita.

#### 4.3.3.1 *Local branching* aplicado ao problema do PPICPM

O *Local Branching* é um método exato. Porém, o custo computacional pode ser muito alto uma vez que os subproblemas são problemas inteiros mistos que nem sempre são facilmente resolvidos. Este fato pode tornar o método inviável. Logo, [Fischetti M. \(2003\)](#) propuseram algumas modificações para o método, tais como impor um limite de tempo nos nós da esquerda ou aplicar mecanismos de diversificação. Com estas modificações o *Local Branching* passa a se comportar como uma heurística.

Desta forma, a aplicação do *Local Branching* ao problema do PPICPM foi considerada um tempo máximo de execução de cada nodo da árvore (16 minutos) e o tempo máximo de execução de todos os nodos em 3 horas. Além disto, foi considerado um  $k$  de 5, 10 e 20, ou seja, cada vez que uma restrição do tipo 30 é adicionado, o  $k$  estava limitado aos valores informados.

Também foi utilizado como solução inicial para o *Local Branching* o resultado do *Fix and Optimize* (seção 4.2.1). Desta forma, o Algoritmo 5 ilustra como foi estruturado e desenvolvido o código para atender o problema PPICPM utilizando *Local Branching*.

---

**Algoritmo 5:** Algoritmo *Local Branching*

---

```

1  $k \leftarrow 5, 10$  ou  $20$  ;
2  $noRaiz \leftarrow$  Resultado Fix and Optimize (Algoritmo 4);
3 Função nodoLeft ( $nodoRaiz, k$ ):
4    $nodoRaiz = nodoRaiz +$  Restrição equação 30 com o valor de  $k$ ;
5   Resolva o modelo resultante;
6    $nodoRaiz \leftarrow$  Resultado;
7   return  $nodoRaiz$ ;
8
9 Função nodoRight ( $nodoRaiz, k$ ):
10   $nodoRaiz = nodoRaiz +$  Restrição equação 31 com o valor de  $k$ ;
11  Resolva o modelo resultante;
12   $nodoRaiz \leftarrow$  Resultado;
13  return  $nodoRaiz$ ;
14
15 Função localBranching ( $nodoRaiz, k$ ):
16   $noLeft = nodoLeft(nodoRaiz, k)$ ;
17   $noRight = nodoRight(nodoRaiz, k)$ ;
18  se ( $valor\ noRaiz > valor\ noLeft$  OR  $valor\ noRaiz > valor\ noRight$ ) então
19    se ( $valor\ noLeft > valor\ noRight$ ) então
20      | localBranching( $noRight, k$ );
21    senão
22      | localBranching( $noLeft, k$ );
23    fim
24  senão
25    | return  $noRaiz$ ;
26  fim
27
28 se  $valor\ noRaiz \neq 0$  então
29  | localBranching( $noRaiz, k$ );
30 fim

```

---

O Algoritmo 5 foi estruturado da seguinte forma:

1. Solução inicial (nodo raiz) é encontrada utilizando o *Fix and Optimize*, conforme seção 4.3.2.1;

2. É adicionada a restrição do nodo esquerdo 30 ao modelo do nodo raiz e encontra-se a solução do nodo esquerdo;
3. É adicionada a restrição do nodo direito 31 ao modelo do nodo raiz e encontra-se a solução do nodo direito;
4. É realizada a comparação dos resultados entre o nodo raiz, esquerdo e direito;
5. Caso o resultado do nodo esquerdo ou direito seja menor que do nodo raiz, caminha para o nodo de menor valor retornando ao item 2 recursivamente considerando o nodo de menor resultado o nodo raiz;
6. Caso o resultado do nodo esquerdo ou direito seja maior que do nodo raiz, retorna o resultado do nodo raiz e finaliza a execução;

Na linha 1 do Algoritmo 5 descreve os possíveis valores do  $k$  para as novas restrições (30 e 31). O *noRaiz*, *noLeft* e *noRight* são estruturas orientadas a objetivo com vários métodos (construção das variáveis, construção do modelo matemático, execução do modelo e resultado).

#### 4.4 Métodos de verificação e validação

O objetivo da criação destes métodos é validar o modelo e verificar os algoritmos implementados, ajudando a confirmar ou não a eficácia do trabalho científico. Os métodos são:

1. Validação do modelo;
2. Verificação dos algoritmos;

A validação do modelo consiste em entender se os resultados da otimização desse trabalho (chamado de modelo virtual) estão coerentes com o modelo real de uma mineradora, caso contrário, o modelo virtual não representa o cenário real de uma mineradora. Esta análise será realizada de forma textual analisando alguns parâmetros principais.

A verificação dos algoritmos consiste em confrontar os resultados das quatro formulações computacionais (seção 4.3) e avaliar qual apresentou melhor desempenho utilizando três variáveis no resultado final, sendo:

- $Z_{ub}$ : Fornece o limite superior da função objetivo do PPICPM;

- $t_{ub}$ : Tempo real decorrido da execução do algoritmo, expresso em segundos. O tempo real decorrido consiste no tempo de processamento da CPU mais o tempo de entradas e saídas (I/O);
- $Gap(\%)$ : O  $Gap$  é a diferença entre o limite superior e inferior obtido pela formulação computacional. A fórmula do gap é:

$$\frac{100(Z_{ub} - Z_{lb})}{Z_{ub}}$$

, onde  $Z_{ub}$  é o limite superior e  $Z_{lb}$  é o limite inferior;

Enfim, com a validação do modelo espera-se avaliar se a modelagem representa o cenário real de uma mineradora. E com a verificação dos algoritmos espera-se avaliar a performance dos algoritmos.

# Capítulo 5

## Experimentos Computacionais

O objetivo deste capítulo é apresentar todos os experimentos computacionais que foram executados. Primeiramente, é apresentado os dados dos problemas (seção 5.1) com exemplos de uma base de dados (seção 5.1.1) e as instâncias de testes (seção 5.1.2). Nas instâncias de teste são descritos os três direcionadores utilizados para a construção, sendo: mercado (retração, normal e aquecido), complexidade (baixa, média e alta) e cenários (cinco diferentes combinações de custos da função objetivo).

Os resultados dos experimentos computacionais serão descritos na seção 5.2 bem como a verificação (seção 5.2.2) e a validação dos testes (seção 5.2.3).

### 5.1 Dados do problema

Os experimentos computacionais foram realizados com base em dados artificiais e arbitrários. Desta forma, as instâncias e os múltiplos ativos produtivos e logísticos são arbitrários.

#### 5.1.1 Base de dados

Na mineração de minério de ferro pode-se considerar a produção de quatro tipos de produtos finais (seção 3.2.1) de acordo com a granulometria, que são:

- *Lump Ore - LO*: Faixa de granulometria entre 6 mm a 40 mm;
- *Hematitinha - HEM*: Faixa de granulometria entre 6 mm a 15 mm;
- *Sinter Feed - SF*: Faixa de granulometria entre 0,15 mm a 6 mm;
- *Pellet Feed - PFF*: Faixa de granulometria entre 0,05 mm a 0,2 mm;

Além da granulometria (característica física) também são consideradas as características químicas tanto do bloco de lavra, usina de beneficiamento e produto final. As características químicas consideradas são:

- FE: Ferro
- SIO<sub>2</sub>: Sílica
- P: Fósforo
- AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub>: Alumina
- Mn: Manganês
- PPC: Perda por calcinação
- Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>: Magnetita

A instância de teste também contempla informações de todas as fases da mineração, com as seguintes informações para cada ativo:

- Bloco de lavra: Ritmo de produção (toneladas por intervalo de tempo), capacidade máxima (toneladas), porcentagem de cada um dos produtos e qualidade (de acordo com as informações dos furos de sondagem ilustrados na Tabela 2);
- Mina: Quantidade de blocos de lavra que podem ser explorados simultaneamente;
- Usina de beneficiamento: recuperação metalúrgica, capacidade máxima de ROM alimentado (em toneladas) e qualidade (meta, especificação inferior e superior) do ROM;
- Pátio de estocagem: Capacidade máxima do pátio de estocagem (em toneladas) para cada produto final;
- Demanda do cliente: Quantidade de produto (em toneladas) por intervalo de tempo. Foi considerado 7 períodos de tempo;

Alguns exemplos dos dados utilizados para cada um dos ativos, bem como a lista dos parâmetros das restrições (seção 4.2.2), são:

**a) Bloco de lavra:** Foram considerados os parâmetros das restrições descritos na Tabela 8 (filtrando a fase por: bloco de lavra) e como exemplos de base de dados pode-se verificar a Tabela 11 (informações gerais do bloco de lavra, com o nome, capacidade máxima, ritmo de produção por intervalo de tempo e a porcentagem de participação de cada um dos quatro

produtos) e a Tabela 12 (com informações de qualidade de cada um dos produtos para cada um dos blocos de lavra).

Tabela 11 – Bloco de lavra: Base de dados (capacidade máxima, ritmo e participação de cada produto)

Nome	Ritmo (ton/tempo)	Máximo (ton)	LO (%)	HEM (%)	SF (%)	PFF (%)
BI01	4340	434042	20,38	20,67	10,75	48,19
BI02	1260	126034	32,02	20,67	10,10	36,93
BI03	10689	1068994	16,76	20,67	10,97	50,62
BI04	5981	598137	27,17	20,67	10,55	42,2
...	...	...	...	...	...	...
BI60	3500	3500	11,57	20,6	78,1	60,07

Tabela 12 – Bloco de lavra: Base de dados (característica química por produto)

Nome	Produto	Fe(%)	SiO2(%)	P(%)	AL2O3(%)	Mn(%)	PPM(%)	Fe3O4(%)
BI01	LO	52,48	23,51	0,04	0,60	0,02	0,85	0,49
BI01	HEM	58,68	14,27	0,04	0,76	0,02	1,01	0,45
BI01	SF	39,65	41,49	0,04	0,82	0,02	0,87	0,42
BI01	PFF	32,81	50,71	0,03	1,22	0,03	1,00	0,61
...	...	...	...	...	...	...	...	...
BI60	LO	52,91	22,78	0,05	0,44	0,06	0,81	1,07
BI60	HEM	57,18	16,49	0,06	0,49	0,11	0,99	0,74
BI60	SF	32,49	51,73	0,06	0,51	0,15	0,96	0,63
BI60	PFF	31,45	52,75	0,06	0,97	0,14	1,06	0,34

**b) Mina:** Foram realizados testes considerando dez blocos de lavra sendo explorados simultaneamente. A quantidade de blocos de lavra explorados simultaneamente corresponde ao parâmetro da Tabela 8 filtrando a fase por: Mina.

**c) Usina de Beneficiamento:** Foram considerados os parâmetros das restrições descritos na Tabela 8 (filtrando a fase por: Usina) e como exemplos de base de dados pode-se verificar na Tabela 13 informações gerais da usina (recuperação metalúrgica e a capacidade máxima, em toneladas, de recebimento de ROM) e a Tabela 14 com informações de qualidade (limite inferior, limite superior e a meta de qualidade para cada elemento químico de cada um dos produtos).

Tabela 13 – Usina de beneficiamento: Base de dados (recuperação metalúrgica e capacidade máxima, em toneladas, de recebimento de ROM)

Nome	Recuperação Metalúrgica	Máximo (ton)
U01	0,79	40.000,00
U02	0,82	50.000,00
...	...	...
U16	0,89	60.000,00

Tabela 14 – Usina de beneficiamento: Base de dados (característica química por produto)

Nome	Tipo	Produto	%Fe	%SIO2	%P	%AL2O3	%Mn	%PPM	%Fe3O4
U01	Min	LO	41,21	1,05	0,01	0,02	0,01	0,44	0,12
U01	Meta	LO	57,68	12,11	0,18	1,87	0,66	2,23	1,49
U01	Max	LO	67,49	26,84	2,13	20,66	5,93	12,39	8,00
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
U17	Min	PFF	41,23	1,05	0,01	0,02	0,01	0,43	0,12
U17	Meta	PFF	57,68	12,11	0,18	1,87	0,66	2,23	1,45
U17	Max	PFF	67,49	26,85	2,13	20,66	5,93	12,39	8,00

**d) Pátio de estocagem:** Foram realizados testes considerando a capacidade máxima para cada produto nos pátios de estocagem de acordo com a Tabela 15. Cada pátio de estocagem pode armazenar os quatro produtos finais. A Tabela 8 (filtrando a fase por: Pátio) ilustra o parâmetro da restrição.

Tabela 15 – Pátio de estocagem: Dados de teste para os pátios de estocagem

Nome	Produto	Capacidade máxima (toneladas)
P01	LO	20.000,00
P01	HEM	20.000,00
P01	SF	20.000,00
P01	PFF	20.000,00
...	...	...
P08	LO	20.000,00
P08	HEM	20.000,00
P08	SF	20.000,00
P08	PFF	20.000,00

**e) Demanda do Cliente:** Foram realizados testes considerando sete intervalos de tempo e em cada intervalo de tempo uma demanda específica por tipo de produto e por pátio de estocagem. A Tabela 8 (filtrando a fase por: Cliente) ilustra o parâmetro da restrição e a Tabela 16 ilustra alguns dados de teste.

Tabela 16 – Demanda do cliente: Dados de teste para a demanda dos clientes

Nome	Produto	$\Delta t 1$	$\Delta t 2$	$\Delta t 3$	$\Delta t 4$	$\Delta t 5$	$\Delta t 6$	$\Delta t 7$
P01	HEM	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
P01	LO	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000	9.000	10.000
P01	PFF	15.000	15.000	15.000	15.000	15.000	20.000	20.000
P01	SF	4.000	4.000	8.000	4.000	8.000	4.000	7.000
...	...	...						
P08	HEM	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
P08	LO	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000	9.000	10.000
P08	PFF	15.000	15.000	15.000	15.000	15.000	20.000	20.000
P08	SF	4.000	4.000	8.000	4.000	8.000	4.000	7.000

### 5.1.2 Instâncias de teste

Foram construídas 45 instâncias de teste para a mesma base de dados descritos na seção 5.1.1. Cada instância de teste foi executada em cada um dos algoritmos de otimização (CPLEX, *Relax and fix*, *Fix and Optimize* e *Local Branching*) sendo possível fazer uma análise quantitativa entre os métodos. Os direcionadores de cada uma das instâncias de teste foram:

- Mercado: De acordo com a demanda final dos clientes podendo ser normal, aquecida ou retração;
- Complexidade: Conjunto de ativos produtivos e logísticos podendo ser baixo, médio ou alto;
- Cenário: Cinco tipos diferentes de variações dos pesos/custos da função objetivo;

O mercado de minério de ferro apresenta alta variação de demanda e precificado internacionalmente. Com isto, foi considerado três ambientes de mercado, sendo:

1. Ambiente com demanda considerada normal: Neste cenário é considerado uma procura por minério de ferro normal;
2. Ambiente com demanda considerada aquecida é: A cada período da programação, a quantidade de produtos demandados pelos clientes será 30% a mais que a da demanda considerada normal. Encontra-se este ambiente em economias super aquecidas no qual a necessidade de minério de ferro é muito grande podendo gerar uma demanda excessiva de produtos como a elevação dos preços;
3. Ambiente com demanda considerada retração é: A cada período da programação, a quantidade de produtos demandados pelos clientes será 30% a menos que a da

demanda considerada normal. Encontra-se este ambiente em economias desaquecidas no qual a necessidade de minério de ferro é muito menor que a capacidade das empresas em produzir os produtos finais, podendo gerar uma retração de produtos como a redução dos preços;

De acordo com a demanda do mercado, a oferta de minério de ferro pode ser provida por empresas de diferentes tamanhos e/ou combinações de seus ativos de forma a atender a demanda dos clientes. Os múltiplos ativos produtivos e logísticos ilustrados na Figura 22 foram divididos em três níveis de complexidade, sendo:

- Baixa: Mineradora com baixa quantidade de ativos produtivos e logísticos, representando uma pequena mineradora ou uma região de uma grande mineradora;
- Média: Mineradora com média quantidade de ativos produtivos e logísticos, representando uma média mineradora ou um complexo de uma grande mineradora;
- Alta: Complexo minerário com muitos ativos produtivos e logísticos, representando uma grande mineradora;

A Tabela 17 quantifica cada uma das complexidades (quantidade de blocos de lavra, minas, usinas de beneficiamento e pátios de estocagem). Pode-se perceber (Tabela 17) que uma mineradora de complexidade baixa, possui um pátio de estocagem, duas usinas de beneficiamento e três minas, sendo que em cada mina, apresenta 60 blocos de lavra. E assim respectivamente para a complexidade média e complexidade alta. Além do quantitativo descrito na Tabela 17, a Figura 22 ilustra como os ativos produtivos e logísticos estão organizados.

Tabela 17 – Conjunto de ativos produtivos e logísticos por complexidade

Complexidade	Blocos de Lavra	Minas	Usinas	Pátio
Baixa	60	3	2	1
Média	60	6	6	3
Alta	60	13	16	8

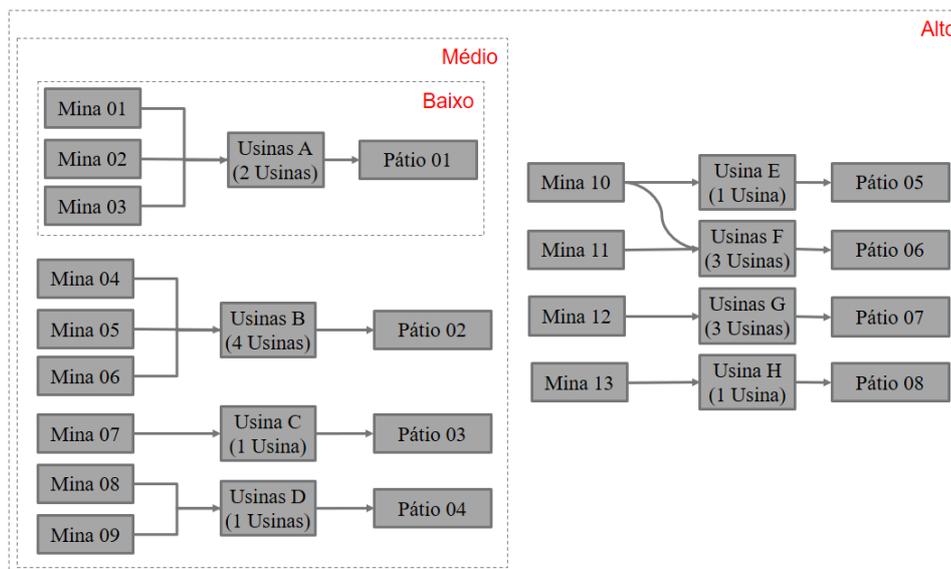


Figura 22 – Complexo minerário com múltiplos ativos produtivos e logísticos

Considerando a complexidade de múltiplos ativos, é possível criar vários cenários penalizando partes ou etapas do processo produtivo e/ou logístico por não atender as demandas do mercado. Foram considerados cinco cenários (Tabela 18) nos quais foram realizadas variações nos custos dos parâmetros da função objetivo (Tabela 5). Os cinco cenários são:

1. Cenário 1: Os custos são os mesmos para qualquer parte da cadeia produtiva, não tendo distinção e/ou priorização da mina, usina, pátio de estocagem ou da demanda dos clientes;
2. Cenário 2: Custo do excesso do estoque nos pátios de estocagem;
3. Cenário 3: Custo do não atendimento das especificações da usina de beneficiamento (meta de qualidade, especificação de qualidade e quantidade de ROM);
4. Cenário 4: Custo do não atendimento das especificações da mina (excedente de ROM, sequenciamento e novas frentes de lavra);
5. Cenário 5: Custos diferenciados para o não atendimento de várias etapas da cadeia integrada, mas com um custo maior pelo não atendimento da demanda do cliente;

Tabela 18 – Os custos para cada parâmetro e cenário de teste

Parâmetro	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5
$\alpha_i$	1	1	1	1000	1
$\pi_i$	1	1	1	1000	1
$\beta_i$	1	1	1	1000	1
$\mu_j$	1	0	1000	1	1
$\delta_{p^k}^j$	1	0	1000	1	1
$\eta_{p^k}^j$	1	1	1000	1	1
$\kappa_{p^k}^j$	1	1	1000	1	1
$\lambda_{p^k}^j$	1	1	1000	1	10
$\psi_p$	1	1000	1	1	100
$\sigma_p$	1	1000	1	1	1000

O objetivo da utilização de cinco cenários de teste é a validação dos ganhos de uma otimização usando a estratégia global comparada com a forma tradicional de tomada de decisão (estratégia local) e também verificar como que diferentes estratégias de operação da cadeia integrada pode influenciar no resultado final (entrega de qualidade, quantidade e tipo de produto para os clientes finais)

### 5.1.3 Planejamento dos testes

Com a base de dados da seção 5.1.1 e as instâncias de teste da seção 5.1.2 (mercado, complexidade e cenário) é possível executar os métodos computacionais da seção 4.3, sendo eles:

- Programação inteira mista: O tempo de execução foi limitado em 3 horas;
- *Relax and Fix*: Utilizado o método constante;
- *Fix and Optimize*: Utilizando o *Relax an Fix* como solução inicial e as variáveis iguais a zero foram fixadas;
- *Local Branching*: Utilizando o *Fix and Optimize* como solução inicial e variação do  $K$  em 5, 10 e 20;

Considerando as 45 instâncias de testes e os 6 métodos computacionais diferentes, foram executados 270 casos de teste limitado em até 3 horas de execução cada caso.

O planejamento da execução dos casos de testes foi agrupado por métodos computacionais e previsto para executar em até 24 dias. Desta forma, foram executados aproximadamente 11 casos de teste por dia.

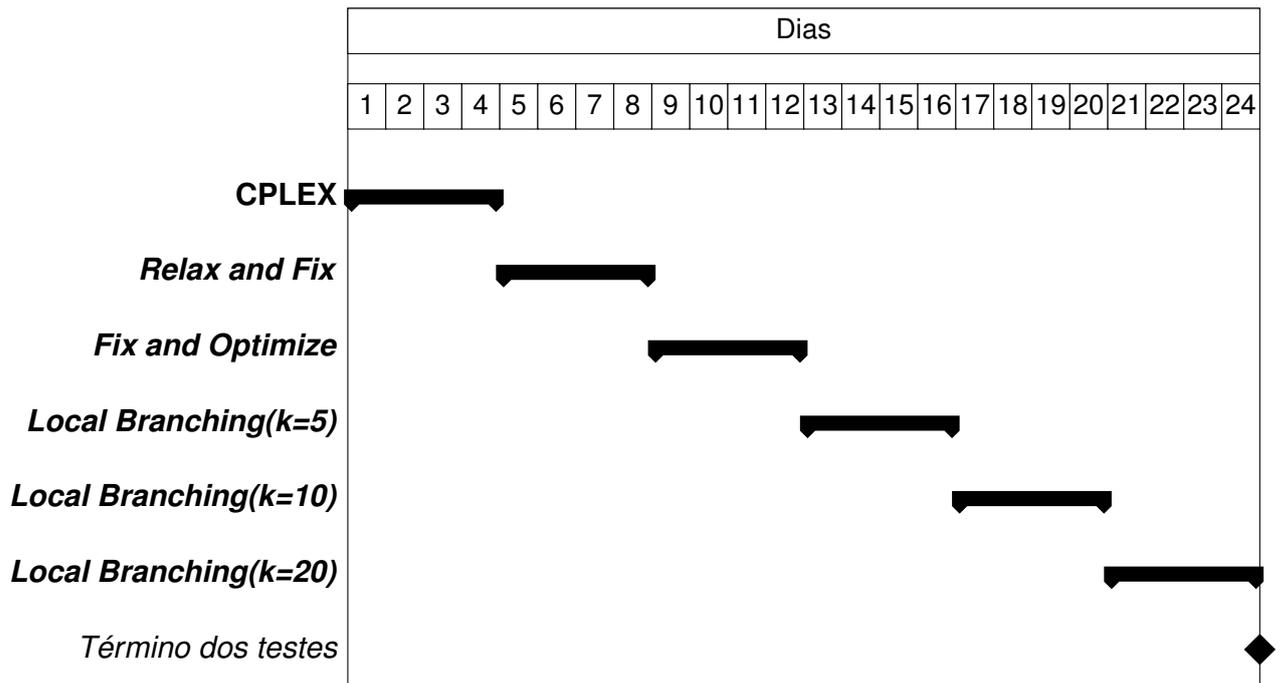


Figura 23 – Planejamento da execução dos testes

## 5.2 Resultados experimentais

### 5.2.1 Ambiente de testes

Todo o trabalho foi elaborado utilizando três máquinas virtuais na [Microsoft \(2020\)](#) com as mesmas configurações, sendo: Standard D2s v3 (2 vcpus, 8 GiB de memória) com Windows 10.

O desenvolvimento do algoritmo foi na IDE PyCharm 2018.3.5 da JetBrains (JRE: 1.8.0 e JVM: OpenJDK 64-Bit), na linguagem de programação Python 3.7.1 e o framework PuLP. O framework Pulp ([MITCHELL, 2009](#)) é um modelador de programação linear escrito em Python com licenciamento aberto de acordo com o BSD (Berkeley Software Distribution). O PuLP pode gerar arquivos MPS ou LP e chamá-los via GLPK. Também faz chamadas externas dos resolvedores de programação linear (GLPK, CPLEX, XPRESS, etc) para resolver estes modelos e exibir a solução. No trabalho, foi utilizado o resolvedor CBC 2.9.0 (Coin-or branch and cut).

### 5.2.2 Verificação dos experimentos

Após a execução de todos os casos de teste, de acordo com o planejamento (seção 5.1.3), os resultados da otimização para cada mercado, complexidade e cenário estão ilustrados nas Tabelas 19, 20 e 21.

Tabela 19 – Resultados Finais: CPLEX

#	Casos de Teste			CPLEX			
	Mercado	Complex.	Cenário	$Z_{lb}$	$Z_{ub}$	GAP(%)	t(s)
1	Retração	Baixa	1	0	0	0	23
2	Retração	Baixa	2	0	0	0	20
3	Retração	Baixa	3	0	0	0	29
4	Retração	Baixa	4	0	0	0	23
5	Retração	Baixa	5	0	0	0	26
6	Retração	Média	1	0	2	100	10851
7	Retração	Média	2	0	0	0	47
8	Retração	Média	3	0	0	0	231
9	Retração	Média	4	0	0	0	252
10	Retração	Média	5	0	0	0	1221
11	Retração	Alta	1	0	29	100	10888
12	Retração	Alta	2	0	0	0	80
13	Retração	Alta	3	0	5.182	100	10892
14	Retração	Alta	4	0	32.737	100	10878
15	Retração	Alta	5	0	23.563	100	10881
16	Normal	Baixa	1	0	0	0	27
17	Normal	Baixa	2	0	0	0	19
18	Normal	Baixa	3	0	0	0	137
19	Normal	Baixa	4	0	0	0	26
20	Normal	Baixa	5	0	0	0	33
21	Normal	Média	1	0	7	100	10849
22	Normal	Média	2	0	0	0	49
23	Normal	Média	3	0	15	100	10850
24	Normal	Média	4	2.763	6.756	59	10851
25	Normal	Média	5	0	13	100	10851
26	Normal	Alta	1	2.723	94.434	97	10883
27	Normal	Alta	2	6	6	0	2073
28	Normal	Alta	3	2.719	236.067	99	10892
29	Normal	Alta	4	7	118.249	100	10883
30	Normal	Alta	5	580.348	1.644.610	65	10885
31	Aquecido	Baixa	1	0	0	0	33
32	Aquecido	Baixa	2	0	0	0	22
33	Aquecido	Baixa	3	0	0	0	36
34	Aquecido	Baixa	4	0	0	0	33
35	Aquecido	Baixa	5	0	0	0	41
36	Aquecido	Média	1	52.599	65.668	20	10866
37	Aquecido	Média	2	48.591.929	48.673.965	0	69
38	Aquecido	Média	3	51.723	113.428	54	10865
39	Aquecido	Média	4	62.276	73.248	15	10870
40	Aquecido	Média	5	22.917.151	23.362.828	2	10869
41	Aquecido	Alta	1	156.165	340.467	54	10901
42	Aquecido	Alta	2	149.048.920	149.486.049	0	103
43	Aquecido	Alta	3	156.587	322.608	51	10904
44	Aquecido	Alta	4	183.280	356.405	49	10915
45	Aquecido	Alta	5	72.149.783	75.157.398	4	11154

Tabela 20 – Resultados Finais: *Relax and Fix* e *Fix and Optimize*

#	Casos de Teste			Relax and Fix		Fix and Optimize	
	Mercado	Complex	Cenário	$Z_{ub}$	t(s)	$Z_{ub}$	t(s)
1	Retração	Baixa	1	1	32	0	32
2	Retração	Baixa	2	0	31	0	31
3	Retração	Baixa	3	34.635	32	0	31
4	Retração	Baixa	4	78.893	32	0	30
5	Retração	Baixa	5	6	35	0	32
6	Retração	Média	1	288.910	97	5	10.892
7	Retração	Média	2	30.448.740	101	0	89
8	Retração	Média	3	530.326	93	2	6.785
9	Retração	Média	4	166.339	94	38.902	10.892
10	Retração	Média	5	2.666.574	100	49.639	10.896
11	Retração	Alta	1	407.054	161	19	10.947
12	Retração	Alta	2	56.506.548	152	0	141
13	Retração	Alta	3	899.878	157	9.242	10.944
14	Retração	Alta	4	783.120	156	112.131	10.935
15	Retração	Alta	5	12.641.746	169	58.685	10.970
16	Normal	Baixa	1	72.530	33	0	34
17	Normal	Baixa	2	5	32	0	32
18	Normal	Baixa	3	21.697	32	0	34
19	Normal	Baixa	4	54.958	33	0	32
20	Normal	Baixa	5	61.061	34	0	50
21	Normal	Média	1	107.549	118	1.993	10.916
22	Normal	Média	2	13	98	0	97
23	Normal	Média	3	451.940	104	3.200	10.903
24	Normal	Média	4	246.304	98	12.199	10.895
25	Normal	Média	5	1.533.191	105	43.061	10.904
26	Normal	Alta	1	407.609	250	88.407	11.051
27	Normal	Alta	2	50.067.257	190	6	195
28	Normal	Alta	3	252.779.150	274	124.731	10.988
29	Normal	Alta	4	627.502	260	75.978	10.978
30	Normal	Alta	5	9.845.688	312	1.481.153	11.000
31	Aquecido	Baixa	1	60.956	73	0	42
32	Aquecido	Baixa	2	0	49	0	37
33	Aquecido	Baixa	3	374.218	54	2	359
34	Aquecido	Baixa	4	102.520	58	0	55
35	Aquecido	Baixa	5	177.707	55	0	40
36	Aquecido	Média	1	672.388	171	99.022	10.946
37	Aquecido	Média	2	51.264.879	174	48.655.817	209
38	Aquecido	Média	3	241.692.732	202	116.219	11.055
39	Aquecido	Média	4	770.732	208	129.574	10.950
40	Aquecido	Média	5	74.941.720	187	23.382.708	2.051
41	Aquecido	Alta	1	1.047.466	269	270.189	11.081
42	Aquecido	Alta	2	155.982.510	320	149.154.626	367
43	Aquecido	Alta	3	395.603.329	422	321.192	11.075
44	Aquecido	Alta	4	1.842.578	417	330.542	11.065
45	Aquecido	Alta	5	165.572.205	432	74.422.792	11.321

Tabela 21 – Resultados Finais: *Local Branching* ( $k = 5, 10$  e  $20$ )

#	Casos de Teste			$k = 5$		$k = 10$		$k = 20$	
	Mercado	Complex	Cen*	$Z_{ub}$	t(s)	$Z_{ub}$	t(s)	$Z_{ub}$	t(s)
1	Retração	Baixa	1	0	29	0	28	0	29
2	Retração	Baixa	2	0	28	0	27	0	27
3	Retração	Baixa	3	0	28	0	28	0	28
4	Retração	Baixa	4	0	29	0	28	0	28
5	Retração	Baixa	5	0	29	0	28	0	29
6	Retração	Média	1	2	10.883	2	10.881	2	10.882
7	Retração	Média	2	0	83	0	82	0	93
8	Retração	Média	3	0	1.330	0	1.018	0	860
9	Retração	Média	4	42.794	10.899	40.446	10.883	44.797	10.881
10	Retração	Média	5	54.567	10.886	47.551	10.891	51.757	10.897
11	Retração	Alta	1	1.245	10.939	25	10.948	2.457	10.949
12	Retração	Alta	2	0	142	0	135	0	144
13	Retração	Alta	3	6.010	10.947	1.648	10.938	10.544	10.948
14	Retração	Alta	4	100.909	10.945	112.127	10.936	118.674	10.945
15	Retração	Alta	5	101.345	10.958	56.510	10.947	85.906	10.957
16	Normal	Baixa	1	0	33	0	30	0	32
17	Normal	Baixa	2	0	30	0	29	0	35
18	Normal	Baixa	3	0	32	0	29	0	33
19	Normal	Baixa	4	0	33	0	28	0	31
20	Normal	Baixa	5	0	42	0	35	0	49
21	Normal	Média	1	2.665	10.911	1.986	10.905	2.764	10.908
22	Normal	Média	2	0	92	0	86	0	85
23	Normal	Média	3	2.815	10.898	2.815	10.892	4.912	10.890
24	Normal	Média	4	11.143	2.015	13.741	10.885	11.976	10.884
25	Normal	Média	5	28.897	10.906	29.216	10.894	41.959	10.892
26	Normal	Alta	1	36.368	11.014	40.374	11.016	38.549	11.018
27	Normal	Alta	2	6	176	6	178	6	195
28	Normal	Alta	3	55.747	10.969	62.865	10.969	54.685	10.987
29	Normal	Alta	4	83.851	10.959	70.335	10.959	70.259	10.974
30	Normal	Alta	5	1.413.382	10.976	1.391.541	10.978	1.417.059	10.986
31	Aquecido	Baixa	1	0	31	0	30	0	38
32	Aquecido	Baixa	2	0	27	0	27	0	29
33	Aquecido	Baixa	3	0	587	0	300	0	313
34	Aquecido	Baixa	4	0	53	0	32	0	33
35	Aquecido	Baixa	5	0	30	0	30	0	30
36	Aquecido	Média	1	103.568	10.897	109.957	10.895	103.091	10.896
37	Aquecido	Média	2	48.655.817	107	48.655.817	94	48.655.817	92
38	Aquecido	Média	3	106.242	10.907	105.827	10.893	106.750	10.894
39	Aquecido	Média	4	147.144	10.899	138.171	10.899	132.709	10.896
40	Aquecido	Média	5	23.338.610	506	23.350.754	10.905	23.350.754	10.905
41	Aquecido	Alta	1	261.102	10.978	261.766	10.978	260.693	10.987
42	Aquecido	Alta	2	149.154.626	167	149.154.626	167	149.154.626	181
43	Aquecido	Alta	3	313.313	11.000	320.267	10.997	301.511	11.012
44	Aquecido	Alta	4	323.537	10.988	308.766	10.984	336.996	10.998
45	Aquecido	Alta	5	74.161.495	10.993	74.472.643	11.011	74.311.400	11.017

Com o resultado dos 45 casos de teste (Tabelas 19, 20 e 21), várias análises podem ser feitas de forma a verificar a performance e qualidade dos resultados, considerando principalmente os três direcionadores ( $Z_{lb}$ ,  $t_{lb}$  e  $Gap$ ) descritos da seção 4.4. As seguintes verificações serão feitas:

1. Comparativos entre os  $Gap$  de todas as soluções;
2. Resultado final ( $Z_{lb}$ ) de cada um dos algoritmos;
3. Tempo de execução ( $t_{lb}$ );
4. Considerando as variações de demanda do mercado;
5. Considerando as três complexidades de ativos produtivos e logísticos;
6. Considerando os cinco diferentes cenários para o problema PPICPM;

Segue detalhes de cada uma das verificações.

#### 5.2.2.1 Comparativos entre os $Gap$ de todas as soluções

Na análise do  $Gap$  (diferença entre o limite superior e o limite inferior) é possível identificar o quão distante as soluções estão ficando em relação a solução ótima (limite inferior). Com isto, o gráfico da Figura 24 ilustra o quantitativo de casos de teste no qual a solução é ótima ( $Gap$  igual a zero). No gráfico de barras (agrupado por algoritmo) ilustra que o algoritmo CPLEX encontrou a solução ótima ( $Gap = 0$ ) em 22 dos 45 casos de teste, enquanto que o *Local Branching* (independentemente do valor da vizinhança  $k$ ) em 20 casos de testes, o *Fix and Optimize* em 18 casos de teste e o *Relax and Fix* em apenas 2 casos de teste. Ou seja, em 49% (CPLEX) ou 45% (*Local Branching*) dos casos de teste foi encontrada a solução ótima ( $Gap$  igual a zero).

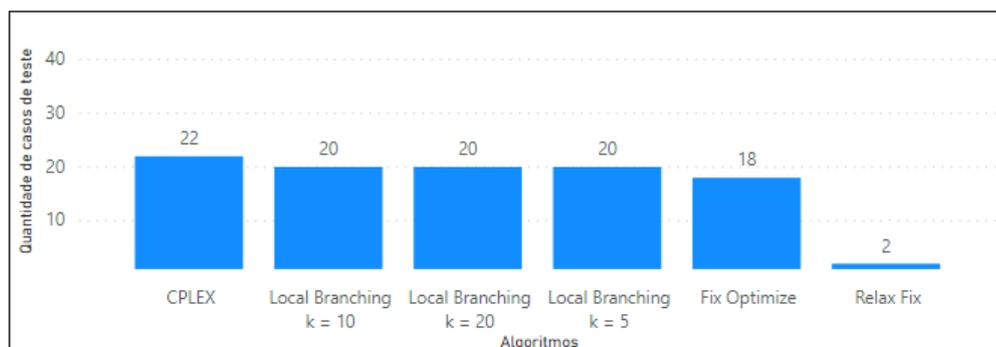


Figura 24 – Quantidade de casos de teste com solução ótima

Se verificar o quantitativo dos casos de testes no qual o resultado foi igual ou melhor que o limite superior do CPLEX, tem-se o *Local Branching* com o  $k = 10$  como solução com melhores resultados. No gráfico de barras da Figura 25 (agrupado por algoritmo) ilustra que o algoritmo *Local Branching* com  $k = 10$  encontrou resultados melhores ou iguais ao limite superior do CPLEX em 35 dos 45 casos de teste.



Figura 25 – Quantidade de casos de teste com resultados melhores ou iguais ao CPLEX

Comparando apenas os resultados do CPLEX e o *Local Branching* com o  $k = 10$ , tem-se:

- Quantidade de casos de teste que apresentaram resultados iguais: 21
- Quantidade de casos de teste no qual o CPLEX apresentou melhor resultado: 10
- Quantidade de casos de teste no qual o *Local Branching* com o  $k = 10$  apresentou melhor resultado: 14

Os gráficos das Figuras 26 e 27 ilustram como foram o comportamento do *Gap* para cada um dos algoritmos. Os cenários de mercado retraído (casos de teste de 1 até 15) e normal (casos de teste de 16 até 30) apresentaram maiores *Gap* devido ao limite inferior ser na maior parte das vezes igual a zero, o que qualquer resultado diferente de zero já faz o *Gap* ser 100%. Para o cenário de mercado aquecido o *Gap* já apresentou valores menores que 60%, exceto para o algoritmo do *Relax and Fix*.

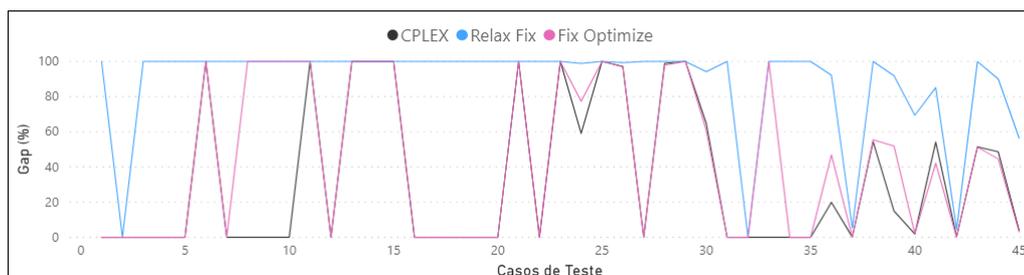


Figura 26 – Comparativo do *Gap* entre CPLEX, *Relax and Fix* e *Fix and Optimize*

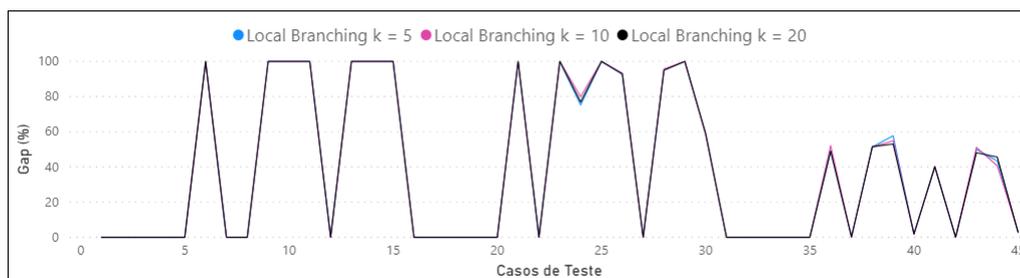


Figura 27 – Comparativo do  $Gap$  entre os diferentes tamanhos de vizinhança do *Local Branching* ( $k = 5, 10$  e  $20$ )

### 5.2.2.2 Resultado final de cada um dos algoritmos

Como os  $Gaps$  para o *Relax and Fix* e o *Fix and Optimize* foram maiores que o *Local Branching*, a verificação do resultado final será feita apenas para o *Local Branching*.

No resultado final ( $Z_{ub}$ ) para cada um dos algoritmos do *Local Branching*, pode-se verificar (nas Figuras 28 e 29) em quais casos de teste cada algoritmo apresentou resultados melhores ou piores que o valor de referência. Caso tenha algum degrau nos gráficos (positivo ou negativo) em relação ao valor de referência significa:

- No gráfico da Figura 28: Caso o degrau seja positivo, o resultado do algoritmo foi melhor que o valor de referência (limite superior do CPLEX). Caso o degrau seja negativo, e o resultado do algoritmo foi pior que o valor de referência. Seguem os cálculos realizados:

- Valor de referência (podendo ser considerado o zero relativo):

$$VR = LimiteSuperiorCPLEX - LimiteSuperiorCPLEX$$

- Resultado do algoritmo (*Local Branching*):

$$RA = LimiteSuperiorCPLEX - Z_{ub}$$

- No gráfico da Figura 29: Só pode existir degrau positivo e significa que o algoritmo apresentou  $Gap$  (o valor de referência é o limite inferior do CPLEX). Seguem os cálculos realizados:

- Valor de referência (podendo ser considerado o zero relativo):

$$VR = LimiteInferiorCPLEX - LimiteInferiorCPLEX$$

- Resultado do algoritmo (*Local Branching*):

$$RA = LimiteInferiorCPLEX - Z_{ub}$$

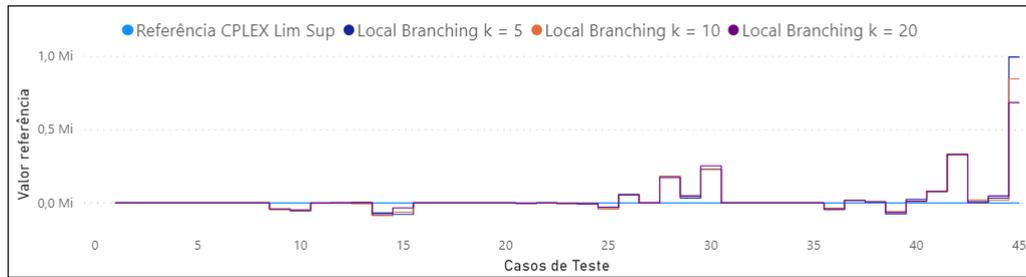


Figura 28 – Comparativo entre limite superior do CPLEX e o *Local Branching*

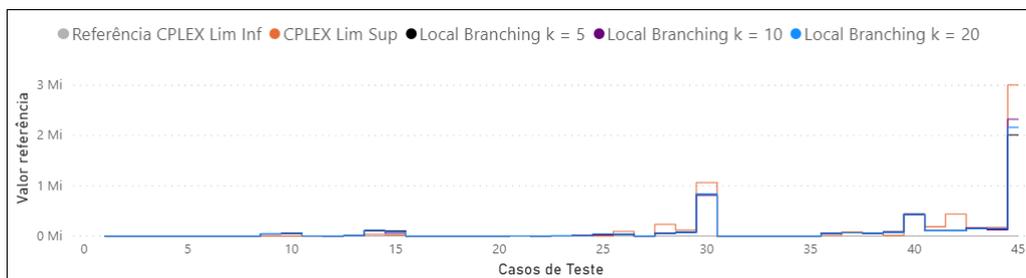


Figura 29 – Comparativo entre limite inferior, superior do CPLEX e o *Local Branching*

Enfim, o objetivo do gráfico da Figura 28 foi comparar os resultados com o limite superior do CPLEX e verificar qual algoritmo apresentou resultado melhor ou igual ao CPLEX. O objetivo da Figura 29 é comparar os resultados dos algoritmos com o limite inferior do CPLEX (inclusive com o limite superior do próprio CPLEX) e verificar também qual algoritmo apresentou melhor resultado.

### 5.2.2.3 Tempo de execução ( $t_{lb}$ )

Uma análise do tempo de execução considerando todos os algoritmos, as Figuras 30 e 31 pode-se verificar o tempo computacional para executar cada um dos casos de teste. O tempo médio de execução do *Relax and Fix* foi aproximadamente 3 minutos e para os outros algoritmos o tempo médio foi de aproximadamente uma hora e trinta minutos. O tempo foi limitado em 3 horas para todos os casos de teste.

Na Figura 30 é feito um comparativo (em porcentagem) entre o tempo de execução dos algoritmos para cada caso de teste.

Na Figura 31 (visualização em formato *Treemap*) é possível identificar quais os casos de teste que demandaram mais tempo computacional para executar todos os algoritmos. No canto superior direito apresenta o número do caso de teste e na parte inferior o somatório (em segundos) do tempo total de execução. O objetivo desse gráfico é mostrar que o custo

computacional está diretamente relacionado com a complexidade, ou seja, aumentando a complexidade (baixa, média e alta) consequentemente aumenta o tempo computacional. Esse resultado é justificado pelo aumento dos ativos produtivos e logísticos.

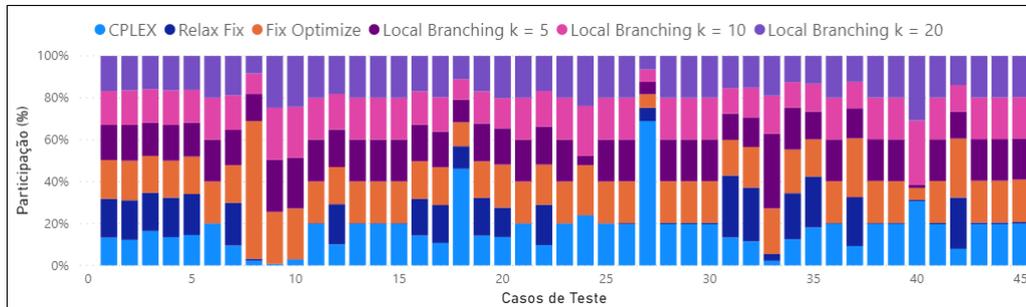


Figura 30 – Comparativo (em %) do tempo de execução de cada caso de teste

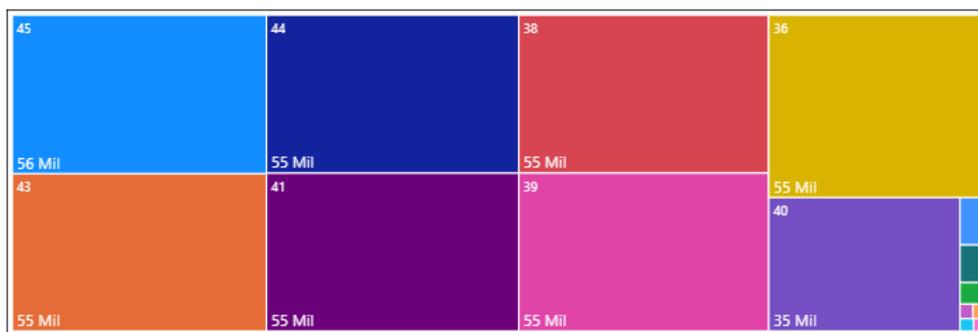


Figura 31 – Comparativo (em segundos) de quais casos de teste consumiram mais tempo de execução

O tempo total de todos os casos de teste para todos os algoritmos foi de 1.235.627 segundos (aproximadamente 15 dias caso seja uma execução sequencial, mas como foram utilizadas três máquinas virtuais, foi consumido 5 dias).

#### 5.2.2.4 Considerando as variações de demanda do mercado

Um dos direcionadores das instâncias de teste é o mercado (seção 5.1.2) e com isto foi possível comparar os resultados do CPLEX com as variações do *Local Branching* ilustrados nas Figuras 32, 33 e 34. O primeiro gráfico ilustra que o CPLEX apresentou melhores resultados comparados com os outros algoritmos para um cenário de mercado retraído, no qual não existe uma pressão para uma alta produção. Nos outros gráficos, o *Local Branching* com uma vizinhança de  $k = 10$  apresentou resultados melhores com uma pressão de produção para atender a demanda do mercado normal ou alta/aquecida.

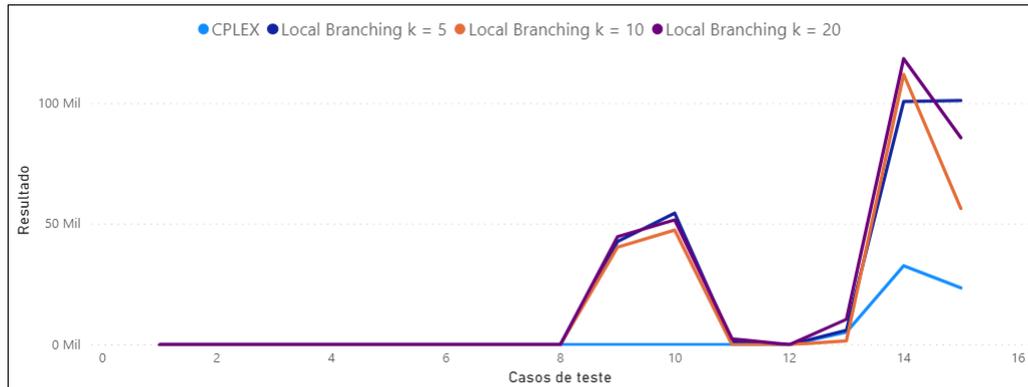


Figura 32 – Comparativo para mercado retraído

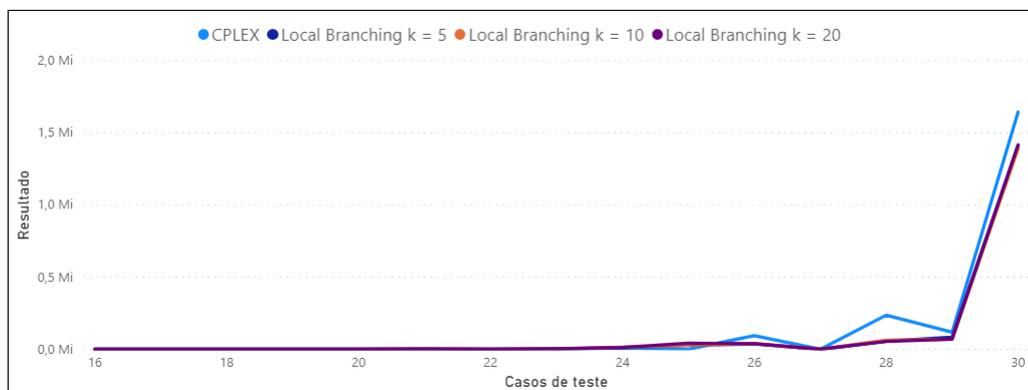


Figura 33 – Comparativo para mercado normal



Figura 34 – Comparativo para mercado aquecido

5.2.2.5 Considerando as três complexidades de ativos produtivos e logísticos

Outro direcionador das instâncias de teste é a complexidade (seção 5.1.2) e com isto foi possível comparar os resultados do CPLEX com as variações do *Local Branching* ilustrado

na Figura 35. O comparativo pelas complexidades pode-se validar que casos de teste com complexidade alta apresentam limites superiores maiores devido a quantidade de ativos produtivos e logísticos. Em seguida vem os casos de teste de complexidade média e por fim, os casos de teste de complexidade baixa.

Na Figura 35 é feito o agrupamento dos casos de teste pelas 3 complexidades e por algoritmos. O resultado (eixo vertical) é o somatório da diferença entre o limite superior e o inferior em todos os casos de teste.

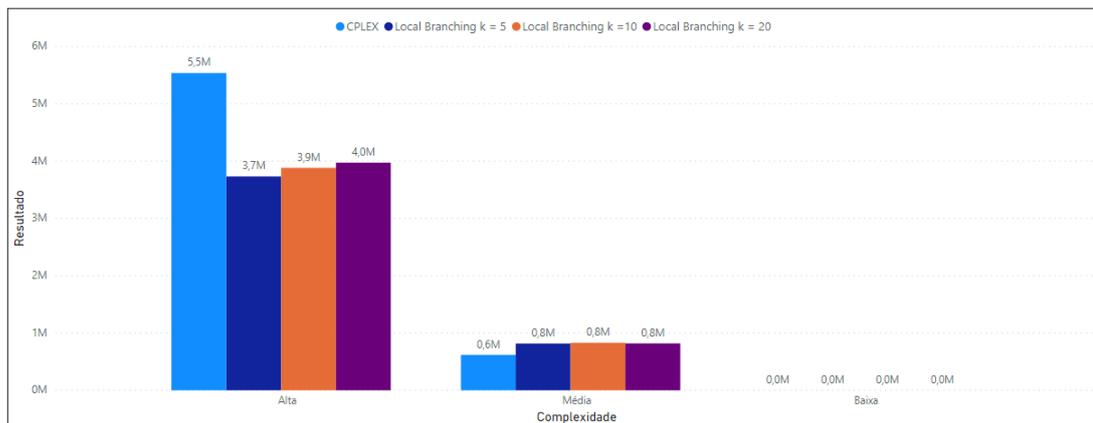


Figura 35 – Comparativo entre as complexidades e os algoritmos

#### 5.2.2.6 Considerando os cinco diferentes cenários para o problema PPICPM

O último direcionador das instâncias de teste é o cenário (seção 5.1.2) e com isto foi possível comparar os resultados do CPLEX com as variações do *Local Branching* ilustrado na Figura 36. Fazendo uma comparação entre os cenários, pode-se perceber que o cenário 1 é o que apresenta melhores resultados. Isto é devido aos pesos do cenário 1 serem iguais para todas as parcelas da função objetivo, não sendo priorizado e/ou penalizado qualquer fase da mineração. Para os outros cenários, no qual já existem pesos diferenciados, o cenário 2 foi o que apresentou melhores resultados, o que pode ser justificado por não ter meta de qualidade fixa e apenas o limite inferior e superior de qualidade de ROM que alimenta as Usinas.

Na Figura 36 é feito o agrupamento dos casos de teste pelos 5 cenários e por algoritmos. O resultado (eixo vertical) é o somatório da diferença entre o limite superior e o inferior em todos os casos de teste.

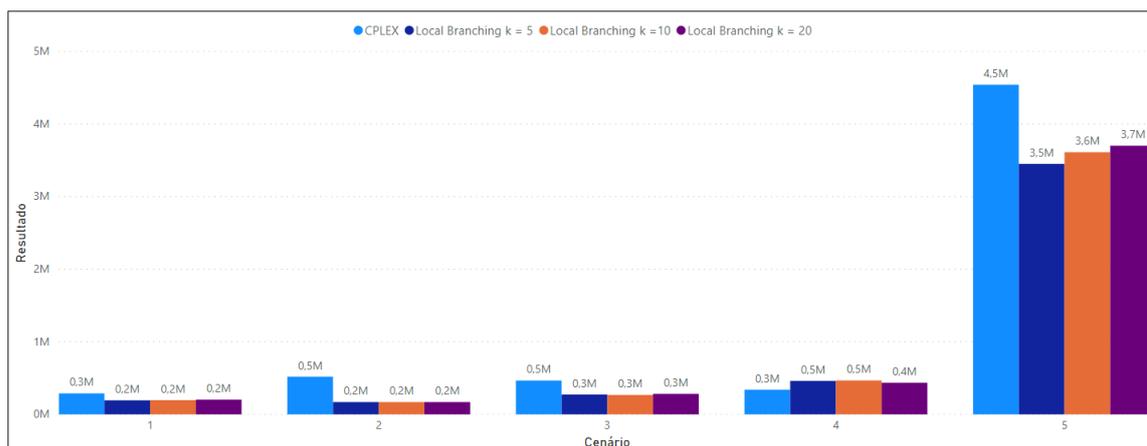


Figura 36 – Comparativo entre os cenários e os algoritmos

### 5.2.3 Validação dos experimentos

Considerando todas as verificações feitas na seção 5.2.2, serão escolhidos 5 casos de teste para fazer a validação do modelo com detalhamento dos custos de cada fase da mineração. O algoritmo escolhido foi o *Local Branching* com o  $k = 10$  por apresentar melhores resultados (Figura 25). A Tabela 22 apresenta quais os casos de teste que serão utilizados para validação

Tabela 22 – Resultados dos casos de uso utilizados para validação

#	Casos de Teste			CPLEX		Local Branching
	Mercado	Complexidade	Cenário	$Z_{lb}$	$Z_{ub}$	k=10
26	Normal	Alta	1	2723	94434	40374
27	Normal	Alta	2	6	6	6
28	Normal	Alta	3	2719	236067	62865
29	Normal	Alta	4	7	118249	70335
30	Normal	Alta	5	580348	1644610	1391541

Os casos de teste de 26 até 30 foram analisados em conjunto de forma a verificar como que os diferentes cenários podem impactar no resultado. A Tabela 23 ilustra a participação de cada custo da função objetivo no resultado final para cada um dos cenários.

Tabela 23 – Participação dos custos para os casos de teste de 26 a 30 utilizando o Local Branching (k = 10) em 7  $\Delta t$

Custos	Cenários														
	1			2			3			4			5		
	Peso	Valor	Total	Peso	Valor	Total	Peso	Valor	Total	Peso	Valor	Total	Peso	Valor	Total
$\alpha_i$	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1000	0	0	1	0	0
$\pi_i$	1	17	17	1	1	1	1	63	63	1000	9	9000	1	39	39
$\beta_i$	1	40	40	1	5	5	1	46	46	1000	22	22000	1	49	49
$\mu_j$	1	1	1	0	41,8M	0	1000	0	0	1	0	0	1	0	0
$\delta_{p,k}^j$	1	0	0	0	4,8M	0	1000	0	0	1	0	0	1	501679,1	501679,1
$\eta_{p,k}^j$	1	0	0	1	0	0	1000	0	0	1	0	0	1	468183,45	468183,45
$\kappa_{p,k}^j$	1	0	0	1	0	0	1000	0	0	1	0	0	1	0	0
$\lambda_{p,k}^j$	1	0	0	1	0	0	1000	0	0	1	0	0	10	0	0
$\psi_p$	1	7631	7631	1000	0	0	1	7608	7608	1	8655,64	8655,64	100	4215,91	421591
$\sigma_p$	1	32685,71	32685,71	1000	0	0	1	55147	55147	1	30680,15	30680,15	1000	0	0
<b>Total</b>			<b>40374,71</b>			<b>6</b>		<b>62865,38</b>				<b>70335,79</b>			<b>1391541,55</b>

Analisando o resultado do caso de teste 27, têm-se os seguintes custos:

1. Foi necessário fazer o sequenciamento de um novo bloco de lavra ( $\pi_i$ ) para a mina M10 no intervalo de tempo 2;
2. Foi necessário explorar novos blocos de lavra da mina ( $\beta_i$ ) M10 nos intervalos de tempo de 1 até 5;

Analisando todos os resultados do caso de teste 27, pode-se perceber que toda a demanda (por produtos) dos clientes finais foi atendida, o estoque nos pátios de estocagem apresentou variações, mas não excedendo o limite máximo. A Usina produziu os produtos finais de acordo com as especificações de qualidade e também não foi necessário exceder o limite de produção. O modelo priorizou a utilização de Usinas que possuem valores de recuperação metalúrgica maiores. E por fim, para cada intervalo de tempo, foi utilizado as minas e blocos de lavra de forma a ter o mínimo possível de sequenciamento na linha do tempo entre os blocos de lavra. Para a Mina, também respeitou os limites máximos de ROM e a quantidade máxima de blocos de lavra que podem ser explorados simultaneamente.

Outro ponto importante: foi possível verificar também que os pesos/custos da função objetivo direcionou as tomadas de decisão. Como o cenário 2 o custo pelo não atendimento da meta de qualidade foi zero, ou seja, a Usina de Beneficiamento poderia receber um ROM com qualidade dentro dos limites superiores e inferiores do especificado mas não precisava atender a meta exata de qualidade, o modelo utilizou esta folga de forma a não penalizar as outras partes da cadeia integração (Mina, Pátio e atendimento da demanda dos clientes).

Na Tabela 24 ilustra o comportamento do Pátio P01 nos 7 intervalos de tempo, com informações da quantidade de minério que as Usinas alimentaram o pátio bem como o estoque. Na Tabela 25 ilustra a quantidade de ROM que irá alimentar as Usinas de Beneficiamento.

Tabela 24 – Produção da Usina para atender demanda do pátio P01 - Caso de teste 27

Tempo	Pátio	Produto	Usina (ton)	Estoque (ton)	Demanda cliente (ton)
1	P01	LO	8000	0	8000
1	P01	Hematitinha	10155,46	155,46	10000
1	P01	Sinter Feed	5558,97	1558,97	4000
1	P01	Pellet Feed	20000	0	20000
2	P01	LO	8000	0	8000
2	P01	Hematitinha	10509,44	664,9	10000
2	P01	Sinter Feed	6635,81	194,78	8000

2	P01	Pellet Feed	20299,14	299,14	20000
3	P01	LO	8493,04	493,04	8000
3	P01	Hematitinha	10758,74	1423,64	10000
3	P01	Sinter Feed	6072,82	267,6	6000
3	P01	Pellet Feed	19700,86	0	20000
4	P01	LO	7868,17	361,21	8000
4	P01	Hematitinha	12203,5	3627,14	10000
4	P01	Sinter Feed	7732,4	0	8000
4	P01	Pellet Feed	21060,2	1060,2	20000
5	P01	LO	7638,79	0	8000
5	P01	Hematitinha	11372,86	0	15000
5	P01	Sinter Feed	6185,05	1185,05	5000
5	P01	Pellet Feed	19858,13	918,33	20000
6	P01	LO	8165,41	165,41	8000
6	P01	Hematitinha	10000	0	10000
6	P01	Sinter Feed	7023,5	208,55	8000
6	P01	Pellet Feed	20592,8	1511,13	20000
7	P01	LO	7834,59	0	8000
7	P01	Hematitinha	10000	0	10000
7	P01	Sinter Feed	6791,45	0	7000
7	P01	Pellet Feed	19332,56	843,69	20000

Tabela 25 – Resultados de ROM que alimentam as Usinas  
(U01 e U02) - Caso de teste 27

Tempo	Usina	Mina	Bloco Lavra	ROM (ton)	Demanda Usina (ton)
1	U01	M02	081253AN	10661,21	40000
1	U01	M02	101143BN	5230,51	40000
1	U01	M03	101143BN	5230,51	40000
1	U01	M03	101153AN	8042,86	40000
1	U02	M01	101153AN	2533,16	50000
1	U02	M02	101153BN	6503,23	50000
1	U02	M03	101143AN	5485,83	50000
1	U02	M03	011403ann	10689,95	50000
2	U01	M01	101143BN	5230,51	40000
2	U01	M02	101143BN	5230,51	40000
2	U01	M03	151113AN	9745,88	40000
2	U01	M03	011403ann	9181,11	40000
2	U02	M02	081253AN	11888,29	50000
2	U02	M02	151113AN	4502,49	50000

2	U02	M03	101143AN	5485,83	50000
2	U02	M03	101143BN	5230,51	50000
3	U01	M01	101153BN	6503,23	40000
3	U01	M03	101143AN	5485,83	40000
3	U02	M01	101143BN	5230,51	50000
3	U02	M02	081253AN	5958,54	50000
3	U02	M02	101143BN	5230,51	50000
3	U02	M02	101153BN	6503,23	50000
3	U02	M03	151113AN	9745,88	50000
3	U02	M03	011403ann	10689,95	50000
4	U01	M01	101143BN	5230,51	40000
4	U01	M01	101153BN	6503,23	40000
4	U01	M02	101143BN	5230,51	40000
4	U01	M02	151113AN	9745,88	40000
4	U01	M03	101153AN	3543,99	40000
4	U01	M03	151113AN	9745,88	40000
4	U02	M01	151113AN	9745,88	50000
4	U02	M02	101153BN	5822,25	50000
4	U02	M03	101143AN	5485,83	50000
5	U01	M01	101143BN	5230,51	40000
5	U01	M01	101153BN	6503,23	40000
5	U01	M02	101143BN	5230,51	40000
5	U01	M02	151543AN	2700	40000
5	U01	M03	101153AN	8042,86	40000
5	U02	M01	101153AN	8042,86	50000
5	U02	M02	101153BN	6503,23	50000
5	U02	M02	151113AN	8219,28	50000
5	U02	M03	101143AN	5485,83	50000
6	U01	M02	101153BN	6503,23	40000
6	U01	M03	101153AN	8042,86	40000
6	U02	M01	101143BN	5230,51	50000
6	U02	M02	081253AN	23327,37	50000
6	U02	M02	151113AN	3513,65	50000
6	U02	M03	151113AN	9745,88	50000
7	U01	M01	081243AS	9017,41	40000
7	U01	M01	151113AN	9745,88	40000
7	U01	M02	081263AN	3857,73	40000
7	U01	M02	081273AS	5915,65	40000
7	U01	M02	101153BN	6503,23	40000

7	U01	M02	EST01	2260,1	40000
7	U01	M03	151543AN	2700	40000
7	U02	M01	011413AN	1833,13	50000
7	U02	M01	011433AS	1260	50000
7	U02	M01	151543AN	2700	50000
7	U02	M02	081263AN	528,09	50000
7	U02	M02	151143AN	2890	50000
7	U02	M03	081293AN	2969,3	50000
7	U02	M03	151143AN	2890	50000

---

# Capítulo 6

## Conclusão

Neste trabalho foi proposto uma solução para o problema de programação integrada de curto prazo em uma mineradora visando a minimização dos custos operacionais e o atendimento das demandas finais dos clientes.

Inicialmente, foram revistos alguns trabalhos relacionados (Capítulo 2) nos quais verificou-se os modelos matemáticos e ferramentas computacionais utilizados na otimização. Após essa revisão bibliográfica foi descrito o problema (Capítulo 3) existente da cadeia integrada da mineração, desde o bloco de lavra até o pátio de estocagem bem como os impactos de uma visão local por unidade operacional para uma visão integrada de todos os ativos produtivos e logísticos.

De posse do detalhamento do problema existente nas mineradoras, foi elaborada uma formulação matemática (Capítulo 4) de forma a minimizar os custos de não atendimento às demandas dos clientes finais por minério de ferro e custos operacionais por não atender as especificações da ordem de venda (qualidade, quantidade, tipo de produto e prazo). As restrições do modelo estão associadas às limitações das capacidades dos blocos de lavra, da quantidade de frentes de lavra que podem ser exploradas simultaneamente, dos desvios dos parâmetros de controle de qualidade tanto em relação a meta como aos limites da especificação, recuperação metalúrgica das usinas de beneficiamento, capacidade dos pátios de estocagem e por fim, a demanda do cliente por produtos finais em diferentes intervalos de tempo.

Para resolver computacionalmente o modelo matemático (Capítulo 4), foram codificados quatro métodos (programação inteira mista, *Relax and Fix*, *Fix and Optimize* e *Local Branching*). Os algoritmos foram desenvolvidos utilizando a linguagem de programação Python com bibliotecas de licenciamento livre. Para o caso do *Relax and Fix* foram elaboradas algumas estratégias de fixação e considerado duas funções de fixação (maior que uma valor fixo ou decrescente). O *Fix and Optimize* utilizou como solução inicial todas as variáveis

relaxadas e a fixação foi feita considerando todos os blocos de lavra que não seriam explorados (igual a zero) em todos os períodos de tempo. Com *Local Branching*, foi considerado como solução inicial o resultado do *Fix and Optimize* e uma variação de três vizinhanças ( $k = 5, 10$  e  $20$ ).

Com o modelo matemático e os algoritmos computacionais, foi elaborado vários experimentos computacionais considerando três direcionadores. O primeiro foi o mercado, podendo ter situação de baixa demanda (retração), alta demanda (mercado aquecido) e uma situação de normalidade de demandas dos clientes finais. O segundo foi a complexidade dos ativos produtivos e logísticos, no qual foi considerado mineradoras de baixo, médio e grande porte (a variação está relacionada com a quantidade de minas, usinas de beneficiamento e pátio de estocagem). E por último, um conjunto de cinco variações dos custos da função objetivo. O objetivo da utilização de cinco cenários nos casos de teste é para validar os ganhos de uma otimização considerando uma estratégia de cadeia integrada e as várias alterações e ajustes que podem ser feitos de forma a explorar o melhor de cada ativo produtivo e logístico (Capítulo 5).

Dos três direcionadores (mercado, complexidade e cenários), foi possível criar 45 casos de teste utilizando uma base de dados arbitrária exemplificada também no Capítulo 5. Em vários artigos da revisão bibliográfica era nítido a falta de clareza com relação aos dados que eram utilizados nos testes. Nesse capítulo pode-se agregar mais este tipo de conhecimento para ser utilizado em futuros trabalhos acadêmicos.

Para uma pesquisa desta amplitude com vários casos de teste, base de dados e diferentes algoritmos foi necessário elaborar um método de verificação da performance dos algoritmos e outro método para validar o modelo matemático proposto. Desta forma, após a execução de todos os casos de teste e consolidando os resultados, as verificações elaboradas foram para comparar o *Gap*, os resultados finais e do tempo de execução de cada um dos algoritmos. Também foi avaliado o comportamento de cada direcionador (mercado, complexidade e cenários). Como conclusão final da verificação, o algoritmo *Local Branching* com  $k = 10$  apresentou melhores resultados (35 casos de teste, de um total de 45, melhores ou iguais ao CPLEX e 14 desses casos de teste com resultado melhor que o CPLEX) e o cenário 2 representou melhor o ganho da cadeia integrada entre os ativos produtivos e logísticos.

Após a verificação da performance dos algoritmos foi realizada uma validação do modelo matemático para alguns casos de teste que apresentaram melhores resultados na verificação. Neste caso, foi possível validar quais blocos de lavra, minas, usinas de beneficiamento e pátio de estocagem foram explorados e para todas as variáveis de decisão os resultados ficam dentro do esperado, sem nenhuma extrapolação (por exemplo, se o máximo de uma pilha do pátio de estocagem é 10, o resultado final ficou abaixo deste valor).

## 6.1 Trabalhos publicados

Nesta seção são apresentados os trabalhos publicados durante o mestrado:

- Correa, J. S. and Menezes, G.C. (2019). Mathematical Modeling and Algorithm to optimize te mining supply chain. In proceeding of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Natal, Brasil
- Correa, J. S. and Menezes, G.C. (2020). Otimização da programação integrada de curto prazo na mineração. In proceeding of the LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, João Pessoa, Brasil

## 6.2 Trabalhos Futuros

Como trabalho futuro, podem-se explorar a continuação da cadeia integrada atendendo tanto a ferrovia como o porto. Também pode-se explorar a utilização de outros algoritmos para resolver os casos de teste que não apresentaram uma solução ótima, como por exemplo a utilização de outras heurísticas.

# Referências

ALEXANDRE, F. A. **Modelagem, Simulação da Operação e Otimização Multiobjetivo Aplicada ao Problema de Despacho de Veículos em Minas a Céu Aberto**. 104 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2010. Citado na página 14.

ALMEIDA, F. A. **Modelos e Algoritmos para o problema de programação integrada de curto prazo em minas**. 104 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 4, 16, 31 e 35.

ALMEIDA F.A.; PIMENTEL, B. Um modelo matemático para o problema de programação integrada de curto prazo em minas. In: **XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**. Bento Gonçalves, Brasil: Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, 2010. Citado na página 14.

ANM, A. N. de M. Informe mineral. **Informe Mineral**, v. 1, n. 1, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 4.

BRADLEY S. P.; HAX, A. C. e. M. T. L. **Applied Mathematical Programming**. Boston, MA: Addison-Wesley Publishing Company, 1977. (1). Citado na página 5.

CARVALHO, P. S. L. et al. Minério de ferro. BNDES Setorial, Rio de Janeiro, v. 39, p. 197 – 233, 2014. Citado na página 3.

COSTA, F. P. **Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto**. 140 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) — Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil, 2005. Citado na página 12.

CUNHA, F. **Balanço de Massas**. 39 p. Dissertação (Pós graduação em Engenharia de Recursos Minerais) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 6, 8 e 31.

DAGDELEN, K. Open pit optimization—strategies for improving economics of mining projects through mine planning. In: **17TH International Mining Congress and Exhibition of Turkey**. Turquia: IMCET2001, 2001. Citado 2 vezes nas páginas xi e 27.

DILLENBERGER C.; ESCUDERO, L. F. et al. On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. **European Journal of Operational Research**, v. 75, p. 275–286, 1994. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00793-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00793-2)>. Citado na página 44.

FERNANDES, E. **Aplicação da Caracterização Tipológica ao Planejamento de Lavra de Minério de Ferro**. 163 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2003. Citado na página 26.

FISCHETTI M., L. A. Local branching. **Mathematical Programming**, v. 98, p. 23–47, 2003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10107-003-0395-5>>. Citado 4 vezes nas páginas xi, 50, 51 e 53.

IBRAM. **Instituto Brasileiro de Mineração**. 2020. Disponível em: <<http://www.ibram.org.br/>>. Acesso em: 15 jan. 2020. Citado 3 vezes nas páginas xi, 1 e 3.

LAMGHARI A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Progressive hedging applied as a metaheuristic to schedule production in open-pit mines accounting for reserve uncertainty. **European Journal of Operational Research**, v. 253, p. 843–855, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.03.007>>. Citado na página 12.

LEITE J.M.; ARRUDA, E. et al. Modeling the integrated mine-to-client supply chain: a survey. **International Journal of Mining**, Taylor e Francis, v. 34, n. 4, p. 247–293, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/17480930.2019.1579693>>. Citado 9 vezes nas páginas 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 e 24.

MACIEL G. S.; GUARANY, C. A. L. B. et al. Principais métodos de estocagem de minério de ferro: uma abordagem teórica. **Perspectivas online Exatas e Engenharia**, v. 3, n. 6, p. 42–55, 2013. Citado na página 32.

MANZI, R. O fim do superciclo das commodities internacionais e seus reflexos na economia brasileira. **Conjuntura Internacional**, v. 13, n. 1, p. 36–43, 2016. ISSN 1809-6182. Citado na página 4.

MENEZES G.C; MATEUS, G. et al. A hierarchical approach to solve a production planning and scheduling problem in bulk cargo terminal. **Computers Industrial Engineering**, v. 97, p. 1–14, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.04.007>>. Citado na página 16.

MICROSOFT. **Azure**. 2020. Disponível em: <<https://azure.microsoft.com/>>. Acesso em: 20 mar. 2020. Citado na página 65.

MITCHELL, S. An introduction to pulp for python programmers. **The Python Papers Monograph**, v. 1, n. 14, 2009. Disponível em: <<https://ojs.pythonpapers.org/index.php/tpm/article/view/111>>. Citado na página 65.

MORENO E.; REZAKHAH, M. et al. Linear models for stockpiling in open-pit mine production scheduling problems. **European Journal of Operational Research**, v. 260, p. 212–221, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.12.014>>. Citado na página 12.

NEWMAN A. M.; RUBIO, E. et al. A review of operations research in mine planning. **Interfaces**, v. 40, n. 3, p. 222–245, 2010. Citado na página 11.

PIMENTEL, B. S. **Modelos e algoritmos para planejamento integrado na indústria da mineração**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 5, 8, 14 e 15.

POCHET Y., W. L. A. **Production planning by mixed integer programming**. New York: Springer Verlag, 2006. (1). Citado na página 48.

RIBEIRO C. M.; MAIA, C. A. et al. Modelagem e simulação de mina a céu aberto utilizando rede de petri. In: **XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**. Pernambuco, Brasil: Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, 2015. Citado 4 vezes nas páginas xi, 13, 28 e 29.

SAHLING F.; L. BUSCHKUHL, H. et al. Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. **Computers Operations Research**, v. 36, p. 2546–2553, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cor.2008.10.009>>. Citado na página 48.

SAMAVATI M.; ESSAM, D. et al. A local branching heuristic for the open pit mine production scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, n. 257, p. 261–271, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.07.004>>. Citado na página 12.

SAMAVATI M.; ESSAM, D. et al. A new methodology for the open-pit mine production scheduling. **Omega**, p. 1–14, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.omega.2017.10.008>>. Citado na página 11.

TECNICO MINERACAO. Portal Técnico e Mineração. 2020. Disponível em: <<https://tecnicoemineracao.com.br/mineracao-brasil-atual-e-sua-influencia-na-economia-nacional/>>. Acesso em: 18 jan. 2020. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.

TOFFOLO, T. A. M. **Otimização do fluxo de produtos de uma empresa mineradora**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 4, 15 e 16.

TSIAKIS P. E PAPAGEORGIU, L. G. Optimal production allocation and distribution supply chain networks. **International Journal of Production Economics**, v. 111, p. 468–483, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.02.035>>. Citado na página 7.

VALE. VALE. 2020. Disponível em: <<http://www.vale.com/>>. Acesso em: 28 jan. 2020. Citado 3 vezes nas páginas xi, 30 e 32.

XU X.; GU, X. W. Q. et al. Production scheduling optimization considering ecological costs for open pit metal mines. **Journal of Cleaner Production**, v. 180, p. 210–221, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.01.135>>. Citado na página 13.