UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Jean Lucan Martins Vieira

MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO 3D EM BAIXAS FREQUÊNCIAS UTILIZANDO O MÉTODO MESHLESS IEFGM

Belo Horizonte

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Jean Lucan Martins Vieira

MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO 3D EM BAIXAS FREQUÊNCIAS UTILIZANDO O MÉTODO MESHLESS IEFGM

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – ASSOCIAÇÃO AMPLA ENTRE A UFSJ E O CEFET-MG, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Elétricos
Linha de Pesquisa: Eletromagnetismo Aplicado

Orientadora: Profa. Dra. Úrsula do Carmo Resende
Coorientador: Prof. Dr. Rafael Silva Alípio

Belo Horizonte
2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Jean Lucan Martins Vieira

“MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO 3D EM BAIXAS FREQUÊNCIAS UTILIZANDO O MÉTODO MESHLESS IEFGM”

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Associação ampla entre a Universidade Federal de São João del-Rei e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais em 20 de dezembro de 2021 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, aprovada pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

____

Prof. Dra. Úrsula do Carmo Resende (Orientadora)

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

____

Prof. Dr. Rafael Silva Alípio (Coorientador)

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

____

Prof. Dr. Marco Aurélio de Oliveira Schroeder

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

____

Prof. Dr. Alfred Gimpel Moreira Pinto

Faculdade Pitágoras

“Em toda dificuldade existe uma oportunidade”

(Albert Einstein)

Agradecimentos

Agradeço a Deus por mais essa conquista.

Aos meus pais, Mateus e Aurora, por terem me dado a orientação necessária no decorrer da minha vida. Aos meus irmãos, Franco, Karen e Manuele, que sempre serviram de exemplo, além de serem grandes amigos. À minha namorada, Suellen, pelo carinho e incentivo.

À minha orientadora, Úrsula Resende, meu agradecimento pelo incentivo, paciência, dedicação e contribuição para a execução deste trabalho e pela transferência de parte do seu valioso conhecimento.

Aos meus professores do curso de Mestrado, pelos conhecimentos transmitidos.

Agradeço a todos aqueles que de alguma maneira contribuíram para a chegada deste momento.

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo de sistemas de aterramentos submetidos a fenômenos de baixa frequência. O modelo eletromagnético do sistema de aterramento foi desenvolvido a partir das equações de Maxwell para uma configuração composta de uma haste vertical e de um cabo contrapeso. Foi realizado o desenvolvimento de uma modelagem matemática baseada na equação de Laplace. Esse modelo foi numericamente avaliado utilizando o método sem malhas Elementos Livres de Galerkin, que foi computacionalmente implementado em ambiente MATLAB. A solução numérica foi desenvolvida e aplicada em sistemas de aterramento em três dimensões. Foram avaliados os resultados de potencial elétrico no nível do solo e resistência para algumas configurações de sistemas de aterramento em baixas frequências de uma haste vertical enterrada em um solo homogêneo e heterogêneo. Foram também realizadas análises paramétricas para ajustar adequadamente os parâmetros de controle do método numérico sob investigação. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles gerados a partir do Método dos Momentos. Por fim, foi implementada uma simulação de um cabo contrapeso inserido em um solo homogêneo. Os resultados foram comparados com uma abordagem analítica.

Palavras-chave: Aterramento elétrico, Elementos Livres de Galerkin, Método sem Malha, Resistência de aterramento, Potencial elétrico.

Abstract

This work presents a study of grounding systems subjected to low frequency phenomena. The electromagnetic model of the grounding system was developed from Maxwell's equations for a configuration composed of a vertical rod and a counterweight cable. A mathematical modeling based on the Laplace equation was developed. This model was numerically evaluated using the Galerkin Free Elements meshless method, which was computationally implemented in MATLAB environment. The numerical solution was developed and applied to grounding systems in three dimensions. The results of electrical potential at ground level and resistance were evaluated for some configurations of grounding systems at low frequencies of a vertical rod buried in a homogeneous and heterogeneous soil. Parametric analyzes were also performed to properly adjust the control parameters of the numerical method under investigation. The results obtained were compared with those generated from the Method of Moments. Finally, a simulation of a counterweight cable inserted in a homogeneous soil is implemented. Results were compared with an analytical approach.

Keywords: *Grounding system, Galerkin Free Elements, Meshless Method, Grounding resistance, Electrical potential.*

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

AA	Abordagem Analítica
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CEFET	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
DEM	*Diffuse Element Method* - Método dos Elementos Difusos
EFGM	*Element Free-Galerkin Method* - Método de Elementos Livres de Galerkin
FDM	*Finite Difference Method* - Método das Diferenças Finitas
FDTD	*Finite Difference Time-Domain* - Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo
FEM	*Finite Element Method* - Método dos Elementos Finitos
FPM	*Finite Point Method* - Método de Ponto Finito
GPR	*Grounding Potential Rise* - Elevação de Potencial do Sistema de Aterramento
IEFGM	*Interpolating Element-Free Galerkin Method* - Método de Elementos Livres de Galerkin Interpolante
IMLS	*Interpolating Moving Least Squares* - Mínimos Quadrados Móveis Interpolantes
MATLAB	*Matrix Laboratory*
MLPG	*Meshless Local Petrov-Galerkin* - Método de Petrov-Galerkin Local Sem Malha
MLS	*Moving Least Squares* - Mínimos Quadrados Móveis
MM	*Meshless Methods* - Métodos sem Malha
MoM	*Method of Moments* - Método dos Momentos
NBR	Norma Brasileira
NN	Número de nós
NPI	Número de pontos de integração
PVC	Problemas de Valor de Contorno
RGN	Relação entre o número de pontos de integração e o número de nós nos métodos sem malha
RKPM	*Reproducing Kernel Particle Method* -Método de Partícula com Núcleo Reproduzido
RPIM	*Radial Point Interpolation Method* - Método de Interpolação Radial de Pontos
SPH	*Smoothed Particle Hydrodynamics Method* - Método Partícula Hidrodinâmica Suavizada
UFSJ	Universidade Federal de São João Del-Rei

Lista de Símbolos

a	Aresta do cubo
a'	Aresta do cubo reduzido
$\mathbf{p}$	Base polinomial completa
$\mathbf{E}$	Campo elétrico
C	Capacitância elétrica
$\upsilon(x_I)$	Coeficiente desconhecido do nó I
$a(x)$	Coeficientes desconhecidos e que dependem da posição de x
k	Coeficiente de reflexão
V_I	Coeficientes indeterminados
T_C	Comprimento do cabo contrapeso
L_H	Comprimento da haste de aterramento
G	Condutância elétrica
σ	Condutividade elétrica
σ_H	Condutividade elétrica da haste de aterramento
σ_C	Condutividade elétrica do cabo contrapeso
σ_S	Condutividade elétrica do solo
γ	Constante escalar para o domínio de influência
$x\ y\ z$	Coordenadas do sistema cartesiano
I	Corrente elétrica
I_S	Corrente elétrica injetada na haste de aterramento
J	Densidade de corrente elétrica
$d_1\ d_2\ d_3$	Dimensões do domínio do problema do cabo contrapeso
D_C	Distância da borda do cabo contrapeso à superfície de Dirichlet
D	Distância do ponto ao sistema de aterramento
d_e	Distância entre os eletrodos de aterramento
d_n	Distância entre os nós
r	Distância euclidiana
d	Domínio de influência da função janela
Ω	Domínio do problema

$\overline{\Omega}$	Domínio fechado
Ω_3	Domínio tridimensional do problema
E_{med}	Erro médio
E_r	Erro relativo
ξ	Erro residual
$V(\overline{\Omega})$	Espaço de funções lineares de dimensão infinita
$V^h(\overline{\Omega})$	Espaço de dimensão finita
H	Espessura da camada do solo estratificado
H_1	Espessura da primeira camada do solo estratificado
H_2	Espessura da segunda camada do solo estratificado
α	Fator de proporcionalidade para distribuição uniforme de nós
i	Fonte de corrente
ω	Frequência angular
Φ	Função de forma
W	Função janela
V^h	Função local
T	Função de ponderação
$Z(\omega)$	Impedância complexa no domínio da frequência
Z_P	Impedância impulsiva de aterramento
L	Indutância elétrica
K	Matriz dos coeficientes do IEFGM
F	Matriz dos termos independentes do IEFGM
n_C	Número de divisões do cabo contrapeso
N	Número de imagens consideradas
M	Número de nós envolvidos na aproximação
m	Número de termos da base polinomial
n	Número de pontos onde a solução é avaliada
N	Número total de nós
P	Ponto para cálculo de potencial
P_0	Ponto da fonte de corrente
V	Potencial escalar elétrico
V_H	Potencial elétrico na haste de aterramento
U	Potencial elétrico injetado na haste de aterramento

V_D	Potencial imposto nas superfícies de fronteira de Dirichlet
P_C	Profundidade de cravação do cabo contrapeso
b_e	Profundidade de cravação dos eletrodos de aterramento
R_H	Raio da haste de aterramento
R_C	Raio do cabo contrapeso
ρ	Resistividade elétrica
ρ_1	Resistividade elétrica da primeira camada do solo
ρ_2	Resistividade elétrica da segunda camada do solo
R	Resistência elétrica
R_A	Resistência de aterramento
S^{MoM}	Solução obtida a partir do MoM
S^{IEFGM}	Solução obtida a partir do IEFGM
S	Superfície de fronteira
S_D	Superfície de fronteira de Dirichlet
S_N	Superfície de fronteira de Neumann
S_{TH}	Superfície do topo da haste de aterramento
S_{LH}	Superfície lateral da haste de aterramento
S_{SA}	Superfície que limita o domínio do problema na região de interface solo e ar
S_{XZ}	Superfície que limita o domínio do problema na região do solo sobre o plano xz
$\mathbf{n}$	Vetor normal à S

Capítulo 1

Introdução

1.1 Relevância do Tema

Os sistemas elétricos são concebidos com o propósito de desenvolver a operação e promover a máxima confiabilidade, assegurando a continuidade, a qualidade e a economicidade no fornecimento de energia elétrica. Por essa razão, suas instalações precisam ser projetadas para atender a critérios específicos de desempenho e segurança sob as diversas condições operativas. Nesse cenário, os sistemas de aterramento são de extrema importância para determinar o comportamento das instalações, tanto em regime permanente quanto sob faltas à frequência industrial ou em transitórios eletromagnéticos (NOGUEIRA, 2006).

Os sistemas de aterramento desempenham um papel fundamental na performance dos sistemas elétricos de potência submetidos a fenômenos de baixa e alta frequência. Para operação em baixa frequência, especificamente, os parâmetros que devem ser levados em consideração são, em geral, a resistência de aterramento e a distribuição de potenciais ao nível do solo, que permitem caracterizar o comportamento do sistema. O modelo do solo, expresso por suas características eletromagnéticas e sua estratificação, influencia diretamente a obtenção desses parâmetros. Sendo assim, a modelagem precisa do solo também é um fator preponderante em estudos de aterramentos elétricos (OLIVEIRA, 2016).

A modelagem de problemas de aterramento por meio de análises numéricas é imprescindível, uma vez que soluções analíticas não são possíveis para a maioria das configurações práticas. Os métodos numéricos aplicados na modelagem de sistemas de aterramento que se destacam são: Método das Diferenças Finitas (FDM), Método dos Momentos (MoM), Método dos Elementos Finitos (FEM) e Métodos sem Malha (MM) (OLIVEIRA, 2016; MACEDO, 2018; VIANA, 1998). Nas últimas décadas, o avanço tecnológico permitiu a popularização dos computadores e dos programas de simulações, principalmente os que utilizam o Método dos Elementos Finitos (FEM). Entretanto, todos os métodos possuem algumas limitações de aplicação, o que tem motivado pesquisas para identificar o tipo de técnica mais precisa e eficiente para determinados tipos de problemas.

Os Métodos sem Malha (*Meshless Methods* – MM) (LIU, 2003), que a partir da década de 1990 obtiveram grandes avanços, apresentam-se como alternativa a outros métodos numéricos tradicionais em determinados problemas devido a algumas de suas características peculiares (SAPUCAIA; PEREIRA, 2021). Dentre essas características, pode-se destacar a não necessidade de malhas e conectividade para descrever o domínio e gerar as funções de aproximações das variáveis. Portanto, a aplicação do MM é uma opção bastante atraente para a solução de problemas de geometrias complexas e não homogêneas, visto que não há nenhuma conexão ou relação entre os nós distribuídos sobre o domínio do problema, tornando flexível sua solução.

O MM é o método empregado neste trabalho, por meio do *Element-Free Galerkin Method* (EFGM) ou Método de Elementos Livres de Galerkin, que propõe um estudo sobre a modelagem tridimensional de sistemas de aterramentos elétricos por meio da aplicação do método sem malhas, a partir da técnica de injeção de corrente diretamente na haste de aterramento.

1.2 Contextualização e Motivação do Trabalho

A linha de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do CEFET-MG (PPGEL), objeto desta dissertação, é o Eletromagnetismo Aplicado (EA), que tem como objetivo principal a modelagem física e matemática de fenômenos e dispositivos eletromagnéticos por meio da teoria eletromagnética e a aplicação de métodos numéricos para solucionar problemas e projetar equipamentos eletromagnéticos. As principais técnicas utilizadas são os Métodos das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo, Método dos Elementos Finitos, Método dos Momentos e Métodos sem Malha. Este último foi eleito como objeto de estudo desta dissertação, que pretende dar continuidade aos desenvolvimentos realizados por Rafael Barroso de Macedo, Meshless IEFGM, aplicado a problemas de aterramento em baixa frequência excitado por corrente (MACEDO, 2018) e por Maísa Laila de

Fátima Oliveira, em um estudo de aterramentos elétricos em baixas frequências utilizando o método sem malhas (OLIVEIRA, 2016), aplicando o método de forma pioneira em problemas de aterramento tridimensional.

Como o método sem malha ainda é uma técnica relativamente nova quando comparada a outras aplicadas a problemas de eletromagnetismo. Existem ainda inúmeras aplicações a serem pesquisadas, desenvolvidas e testadas. A partir daí, deseja-se apresentar uma nova contribuição através da modelagem de um sistema de aterramento tridimensional, verificando as vantagens e limitações no uso do EFGM na avaliação do comportamento, visto que ainda há poucos trabalhos empregando esse método. Neste trabalho é utilizado o EFGM empregando o IMLS (Mínimos Quadrados Móveis Interpolantes) que permite que as funções de forma associadas ao método se tornem interpelantes. Desta forma, a técnica EFGM é chamada de IEFGM (*Interpolating Element-Free Galerkin Method* – Método de Elementos Livres de Galerkin Interpolantes).

1.3 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é a aplicação do método IEFGM na solução de problemas de aterramento em baixa frequência em uma modelagem tridimensional. Para isso, o sistema de aterramento é modelado por uma haste vertical inserida em solos com características homogêneas e heterogêneas, e as soluções numéricas para esses problemas são obtidas por meio da aplicação do método sem malha. Uma análise com um eletrodo horizontal enterrado em um solo homogêneo, conhecido como cabo contrapeso, também é realizada aplicando o mesmo método.

A fim de alcançar o objetivo geral, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- realizar uma revisão bibliográfica sobre o método numérico IEFGM;
- apresentar os principais métodos numéricos utilizados na solução de problemas de aterramento;

- estabelecer uma modelagem matemática para o sistema de aterramento tridimensional, quando solicitado por fenômenos em baixa frequência;

- aplicar a técnica de injeção de corrente diretamente no ponto de defeito na modelagem de sistemas de aterramento elétrico em baixa frequência;

- desenvolver código computacional na linguagem de programação MATLAB para a modelagem matemática do sistema de aterramento a partir do método sem malha IEFGM, considerando configurações com haste vertical enterrada em solos homogêneos e heterogêneos e cabo contrapeso enterrado em um solo homogêneo;

- validar a ferramenta computacional implementada por meio de comparações dos resultados obtidos com aqueles gerados pelo MoM e por abordagem analítica;

- verificar a viabilidade da aplicação do IEFGM para a análise do sistema de aterramento inserido em solos homogêneos e heterogêneos.

1.4 Metodologia

Este trabalho se inicia com uma revisão bibliográfica sobre sistemas de aterramentos, equações de Maxwell, equação de Laplace e os principais conceitos dos métodos numéricos. Após a revisão, é realizada a modelagem matemática em baixas frequências para a solução de problemas de aterramentos baseada na aplicação do método Meshless.

Na sequência do texto, é desenvolvida uma modelagem matemática de sistema de aterramento elétrico submetido a um curto-circuito, uma análise em baixa frequência baseada na solução da equação de Laplace. A partir dessas formulações, a ferramenta computacional elaborada em ambiente MATLAB implementa o modelo eletromagnético desenvolvido. A solução do problema é então obtida a partir da utilização da técnica sem malha denominada de IEFGM, amplamente utilizada em problemas de engenharia aplicada.

São apresentadas propostas com a modelagem em ferramenta computacional com configurações de sistema de aterramento composto de eletrodo vertical e enterrado em um solo homogêneo e heterogêneo com duas camadas e eletrodo horizontal, conhecido como cabo contrapeso, enterrado em um solo homogêneo, a fim de avaliar os principais resultados, tais como a resistência de aterramento e a distribuição de potencial ao nível do solo. A estratificação em camadas e o critério de visibilidade são considerados na modelagem. Os resultados obtidos são comparados com os gerados através do MoM e também da abordagem analítica.

1.5 Organização do Texto

Este trabalho está organizado em seis capítulos, incluindo este capítulo introdutório.

O Capítulo 2 apresenta os aspectos básicos relacionados ao comportamento de sistemas de aterramento em baixa frequência. Também é realizado um breve estudo sobre a modelagem eletromagnética dos sistemas de aterramento. Além disso, discorre sobre os métodos numéricos mais utilizados para a análise do comportamento dos sistemas de aterramentos elétricos.

O Capítulo 3 apresenta a fundamentação teórica dos Métodos Meshless e a modelagem matemática do IEFGM, descrevendo os aspectos do método aplicado ao problema de aterramento.

O Capítulo 4 descreve a modelagem eletromagnética do problema de aterramento em baixa frequência para sistemas compostos de haste vertical enterrada em solos homogêneos e heterogêneos e cabo contrapeso enterrado em um solo homogêneo.

O Capítulo 5 apresenta os resultados da modelagem implementada em ambiente MATLAB com as configurações propostas.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões, ressaltando as principais contribuições, as dificuldades encontradas e apresentando as propostas de continuidade do trabalho.

Capítulo 2

Aterramentos Elétricos

Este capítulo descreve os conceitos básicos e a modelagem eletromagnética dos sistemas de aterramentos elétricos. São definidos os parâmetros de impedância de aterramento, resistividade do solo, estratificação do solo, técnicas de melhoria de resistência de aterramento e configurações de aterramento. Além disso, são apresentados os métodos numéricos que tradicionalmente vêm sendo utilizados para análise do comportamento dos sistemas de aterramentos elétricos.

2.1 Introdução

Um aterramento elétrico consiste em uma ligação elétrica proposital de um sistema físico (elétrico eletrônico ou corpos metálicos). Esse sistema é constituído de três elementos básicos: terra, conexões elétricas e eletrodos. Existem diversas funções que o aterramento pode desempenhar no sistema. No entanto, as correspondentes aplicações estão sempre associadas a dois fatores fundamentais: o desempenho do sistema ao qual o aterramento está conectado e questões de segurança (seres vivos) e proteção de equipamentos (VISACRO FILHO, 2002).

O sistema de aterramento é um dos principais elementos da proteção dos sistemas elétricos de energia. Sua função fundamental é fornecer um caminho de baixa resistência para o fluxo de correntes de falta em direção ao solo e também garantir uma boa distribuição dos potenciais elétricos desenvolvidos ao nível do solo. O conhecimento preciso da resistência de aterramento é muito importante para o projeto de aterramento e permite determinar a elevação de potencial (RESENDE; ALÍPIO; OLIVEIRA, 2018).

Quando uma corrente elétrica é descarregada para o solo, ocorre uma elevação de potencial em torno do eletrodo de aterramento, sendo o GPR

(*Grounding Potential Rise*) o seu valor máximo. O valor dessa elevação de potencial e a distribuição de potenciais ao nível do solo são importantes para a determinação dos parâmetros relacionados com o nível de segurança do aterramento: tensão de passo, tensão de toque e tensão de transferência (OLIVEIRA, 2016).

Se uma pessoa estiver em pé em qualquer ponto dentro da região onde há essa distribuição de potencial, entre seus pés haverá uma diferença de potencial chamada de tensão de passo, conforme ilustrado na Figura 2.1, considerando os pés distanciados de um metro. A tensão de toque é definida como sendo a máxima diferença de potencial entre mãos e pés a que ficaria submetida uma pessoa em contato com uma parte metálica ligada ao aterramento, considerando uma distância de um metro da pessoa à estrutura, conforme ilustra a Figura 2.2 (OLIVEIRA, 2016).

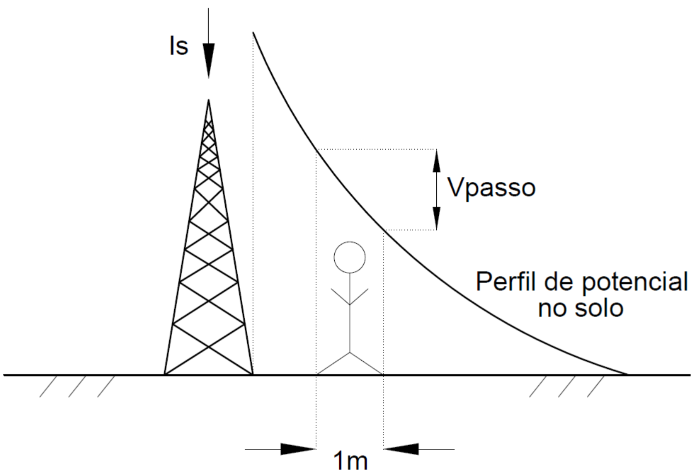


Figura 2.1 - Representação da tensão de passo
Fonte: Adaptada de Visacro Filho (2002).

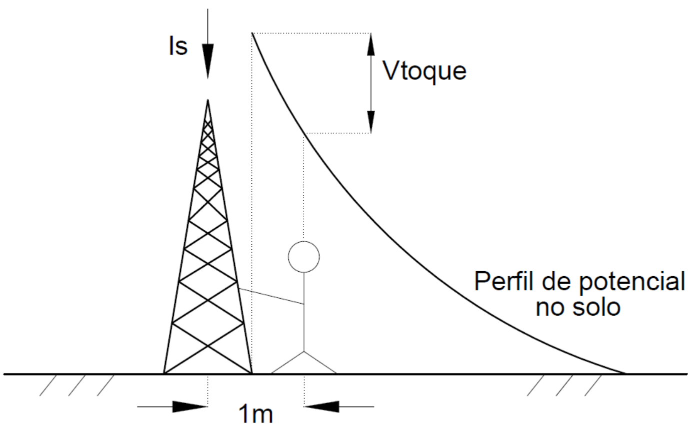


Figura 2.2 - Representação da tensão de toque
Fonte: Adaptada de Visacro Filho (2002).

Já a tensão de transferência, Figura 2.3, representa o potencial ao qual ficaria submetida uma pessoa posicionada no terra remoto (grande distância da malha) que tivesse contato com uma parte metálica eventualmente conectada aos eletrodos de aterramento, durante o fluxo de corrente (VISACRO FILHO, 2002).

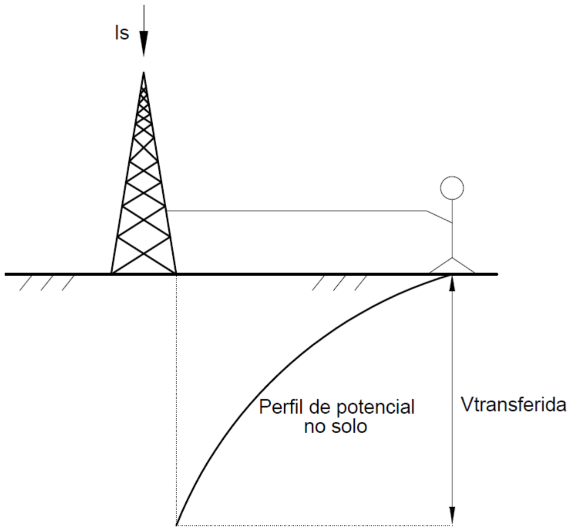


Figura 2.3 - Representação da tensão de transferência
Fonte: Adaptada de Visacro Filho (2002).

Em consequência, pode ocorrer a passagem da corrente elétrica pelos braços, troncos e pernas. A duração e a intensidade poderão provocar fibrilação cardíaca, queimaduras ou outras lesões graves no organismo. O objetivo mais amplo de um sistema de aterramento é assegurar uma equipotencialidade e afastar a possibilidade da ocorrência de uma tensão de passo, de toque ou de transferência, além de toda a proteção aos equipamentos. No projeto de aterramentos elétricos, define-se a configuração dos eletrodos de forma a encontrar patamares seguros para as tensões de passo e de toque, correspondendo ao critério principal de projeto, cuja função primária seja a segurança de seres vivos.

Na maioria das situações de projeto, o sistema de aterramento é dimensionado para atender a solicitações lentas, como correntes de curto-circuito, que possuem frequências baixas, sendo próximas da frequência fundamental dos sistemas de alimentação, usualmente de valor de 50 ou 60 Hz. Como o sistema de aterramento pode também estar sujeito a ocorrências associadas a fenômenos rápidos, ou seja, de alta frequência, é prática usual promover algumas mudanças, de modo a complementar o projeto de baixa frequência e garantir um bom desempenho também frente a fenômenos transitórios (VISACRO FILHO, 2002).

2.2 Cálculo da Impedância de Aterramento

O sistema de aterramento elétrico pode ser modelado eletromagneticamente por meio de uma impedância de aterramento. O conceito de impedância é amplamente utilizado; entretanto, sua definição original e suas limitações merecem uma atenção especial. Ela é originalmente definida no domínio da frequência para excitações com variação senoidal no tempo.

Para a análise do comportamento do sistema de aterramento, considera-se, geralmente, que a conexão à terra apresenta efeitos resistivo, indutivo e capacitivo (ALÍPIO, 2008). A impedância de aterramento pode ser conceituada como a oposição oferecida pelo solo à injeção de uma corrente elétrica no mesmo, através dos eletrodos, e se expressa quantitativamente por meio da relação entre a tensão aplicada ao aterramento e a corrente resultante (VISACRO FILHO, 2002).

Na análise de fenômenos de baixa frequência (50/60 Hz), caracterizados como fenômenos lentos, cujas frequências representativas têm valores reduzidos, os efeitos reativos são desprezados, como, por exemplo, as ocorrências de curtos-circuitos nos sistemas elétricos de potência. A Figura 2.4 mostra uma representação simplificada para sistemas de aterramento em baixa frequência. Em função do valor reduzido de frequência, a reatância longitudinal de natureza indutiva e a susceptância transversal de natureza capacitiva podem ser desprezadas, uma vez que são ambas proporcionais à frequência. Pode-se, também, desconsiderar a resistência longitudinal, visto que nessa faixa de frequência a queda de tensão ao longo do eletrodo decorrente do efeito pelicular é desprezível, reduzindo a uma condutância cujo inverso corresponde à resistência de aterramento.

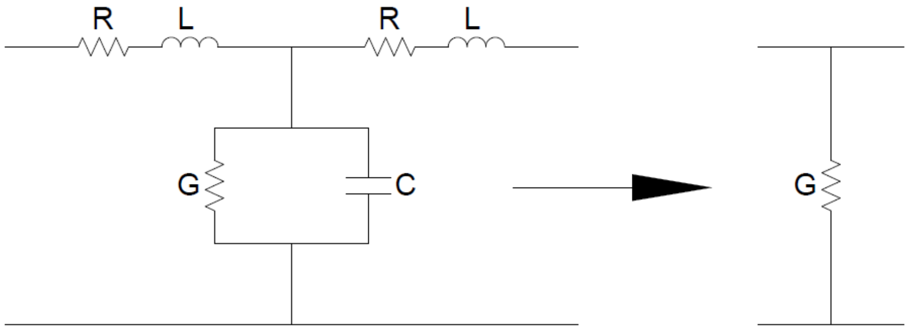


Figura 2.4 - Análise do aterramento elétrico para fenômenos em baixa frequência
Fonte: Adaptada de Visacro Filho (2002).

O valor da resistência de aterramento R_A pode ser quantificado pela relação entre a tensão V, que é o potencial adquirido pelo aterramento referido ao infinito, e a corrente resultante injetada I, sendo dada por:

$$R_A = \frac{V}{I}. \tag{2.1}$$

Entretanto, na investigação de fenômenos de alta frequência, como, por exemplo, as descargas atmosféricas, o aterramento é modelado eletromagneticamente por uma impedância, pois apresenta características capacitivas e indutivas. A Figura 2.5 ilustra um circuito equivalente que representa esses efeitos para uma pequena porção ou elemento de um eletrodo de um sistema de aterramento. A corrente transversal, que é dispersa para o solo, e a corrente longitudinal, que é transferida para o restante do eletrodo, são as duas componentes de corrente para este sistema (ALÍPIO, 2008).

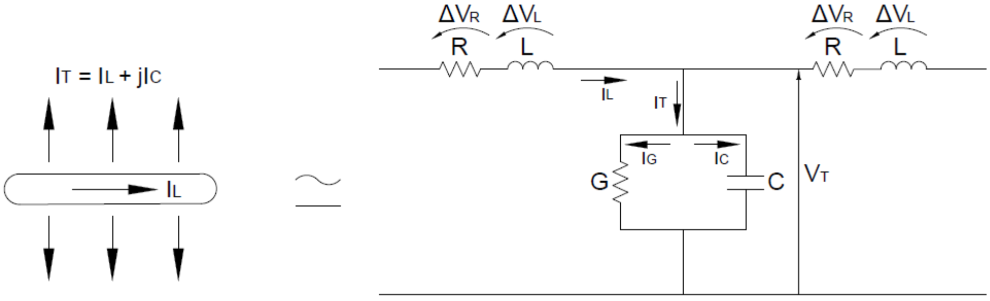


Figura 2.5 - Análise do aterramento elétrico para fenômenos em alta frequência
Fonte: Adaptada de Visacro Filho (2002).

Na Figura 2.5, uma resistência R e uma indutância L em série estão associadas às perdas internas e à geração de um campo magnético devido à passagem da corrente longitudinal. Ambos os parâmetros geram uma queda de tensão (ΔV_R e ΔV_L) ao longo do eletrodo. Os efeitos transversais associados a essa corrente de dispersão são modelados por meio de uma condutância G e uma capacitância C em paralelo. A corrente transversal está associada à dispersão para o solo de correntes condutiva e capacitiva. A razão entre essas duas correntes não depende da geometria do eletrodo, mas apenas da frequência característica do fenômeno solicitante e da condutividade e permissividade elétrica do solo (ALÍPIO, 2008).

No domínio da frequência, para cada frequência específica, uma impedância complexa no domínio da frequência deve ser precisamente determinada, como a solução do circuito equivalente de aterramento, sendo dada por:

$$Z(\omega) = \frac{V(\omega)}{I(\omega)}. \tag{2.2}$$

Na análise no domínio do tempo, o comportamento do aterramento frente a ondas de correntes impulsivas normalmente é determinado em termos da impedância impulsiva, Z_P. Essa impedância é definida como a razão entre os picos de tensão e de corrente no ponto de injeção, mesmo que os picos não sejam simultâneos. Geralmente, na maior parte dos casos, os picos não ocorrem simultaneamente. É um conceito bastante atrativo do ponto de vista prático, tendo em vista que a máxima sobretensão resultante no ponto de injeção pode ser determinada simplesmente pela multiplicação do valor do pico de corrente por Z_P. A impedância impulsiva, diferentemente do conceito original de impedância no domínio da frequência, depende da forma de onda do fenômeno solicitante, sobretudo do seu tempo de frente (ALÍPIO, 2008).

Para geometrias mais simples – por exemplo, um eletrodo hemisfério – é possível resolver analiticamente. Entretanto, para os casos de uma haste vertical ou cabo contrapeso de aterramentos inseridos em um solo estratificado, a equação se torna mais complexa de ser resolvida analiticamente, fazendo necessário o uso de métodos numéricos. Por isso, para os arranjos de aterramentos com geometrias mais complexas ou quando se deseja uma boa exatidão na determinação da distribuição de potenciais no nível do solo, devem ser empregadas técnicas numéricas como as descritas na seção 2.7.

2.3 Resistividade do Solo

A resistividade do solo é definida como a resistência elétrica medida entre as faces opostas de um cubo de dimensões unitárias preenchido com este solo, sendo sua unidade em $\Omega.\mathrm{m}$. Sua resistividade é elevada se comparada à dos condutores convencionais. Os principais parâmetros que influenciam o valor da resistividade do solo são: tipo de solo, umidade do solo, concentração e tipos de sais dissolvidos na água, compacidade do solo, granulometria do solo e estratificação do solo.

Quanto às propriedades físicas dos solos tipicamente encontrados no Brasil, eles apresentam em geral elevados valores de resistividade à frequência industrial, isto é, de 50 Hz ou 60 Hz. Esse comportamento dificulta a obtenção de baixos valores de impedância para os sistemas de aterramento e implica maiores tensões induzidas no solo.

Conforme a Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT NBR 7117, o solo possui características heterogêneas, de forma que o valor da sua resistividade varia de local para local em função do tipo, nível de umidade, profundidade das camadas, idade de formação geológica, temperatura, salinidade e outros fatores externos como contaminação e compactação (ABNT NBR 7117-1, 2020). A Tabela 2.1, a seguir, mostra valores típicos de resistividade de alguns tipos de solo:

Tabela 2.1 - Valores típicos de resistividade de alguns tipos de solo

Tipos de solo	**Faixa de resistividades (Ω.m)**
Água do mar	~ 0,3
Água de rio	~ 30
Água destilada	300
Alagadiço, limo, húmus, lama	< 150
Argila	300 – 5.000
Calcário	500 – 5.000
Areia	1.000 – 8.000
Granito e basalto fraturados	500 – 10.000
Granito e basalto íntegros	> 10.000

Fonte: ABNT NBR 7117-1 (2020).

Os tipos de solo não são claramente definidos. Portanto, não é possível atribuir um valor específico de resistividade a um tipo de solo. Contudo, é possível caracterizar faixas de valores para os diferentes tipos de solo, nas suas condições usuais de umidade, conforme mostrado na Tabela 2.1.

A quantidade de umidade modifica a resistividade do solo. Uma umidade maior, por exemplo, faz com que os sais presentes no solo se dissolvam, formando um meio eletrolítico favorável à passagem da corrente elétrica. Assim, um solo específico, com concentração diferente de umidade, apresenta uma grande variação na sua resistividade (KINDERMANN, 1995).

Já um solo mais compacto apresenta maior continuidade física, o que proporciona menor valor de resistividade. Um aumento da pressão sobre o solo ocasiona, geralmente, sua maior compacidade, reduzindo assim sua resistividade. É recomendada, após a instalação do aterramento elétrico, a espera de certo tempo para fazer a medição de sua resistência, devido à possibilidade de modificação de sua compacidade (VISACRO FILHO, 2002).

Com relação à granulometria do solo, deve-se considerar essa influência em dois aspectos: a capacidade de retenção de água nas camadas do solo e a continuidade física do solo. Em ambos os aspectos, há um aumento da resistividade devido à influência de uma granulometria, visto que há menor capacidade de retenção de água no solo, deixando-a fluir para camadas mais profundas ou evaporar. Há menor contato entre os grãos, resultando em menor continuidade elétrica (VISACRO FILHO, 2002).

2.4 Estratificação do Solo

A determinação da resistividade e da estratificação do solo é de fundamental importância para o cálculo das características de um sistema de aterramento, auxiliando no desenvolvimento de projetos, assim como na determinação de seus potenciais de passo e toque. O solo, geralmente, é constituído de várias camadas, cada uma apresentando certo valor de resistividade e uma espessura própria (ALÍPIO, 2018). O valor de resistividade do solo é determinado por meio de medições, cujos resultados recebem um tratamento matemático, de modo a se obter a estratificação do solo em camadas paralelas ou horizontais, de resistividades e de espessuras definidas, conforme ilustra a Figura 2.6:

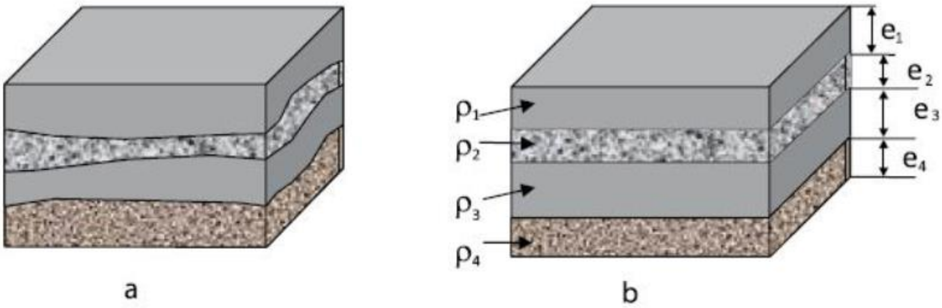


Figura 2.6 - Representação do solo real (a) e do solo estratificado (b)
Fonte: ABNT NBR 7117-1 (2020).

A medição de resistividade do solo é efetuada basicamente de duas formas: a medição por amostragem que é realizada em laboratório, ensaiando-se uma amostra coletada do solo no local cuja resistividade se deseja conhecer e pela imposição de determinados sinais eletromagnéticos em regiões limitadas do solo, através de eletrodos adequadamente posicionados nesse meio, e pela detecção dos potenciais estabelecidos nas imediações, é possível caracterizar a composição do solo na região, em termos de sua resistividade (VISACRO FILHO, 2002).

Se a amostra do solo coletada não representar as características predominantes do solo, o método por amostragem não apresenta resultados precisos. Mesmo no caso de se ter muitas amostras, ainda assim não se pode garantir que tais amostras configurem com fidelidade a composição do solo, devido à propriedade de anisotropia do meio. Tais inconvenientes fazem com que, diretamente em condições de campo, seja mais empregada a medição local de resistividade.

Entre os métodos citados na ABNT NBR 7117 para a estratificação do solo, destaca-se o de Wenner. Neste arranjo, os eletrodos são igualmente espaçados, como mostra a Figura 2.7.

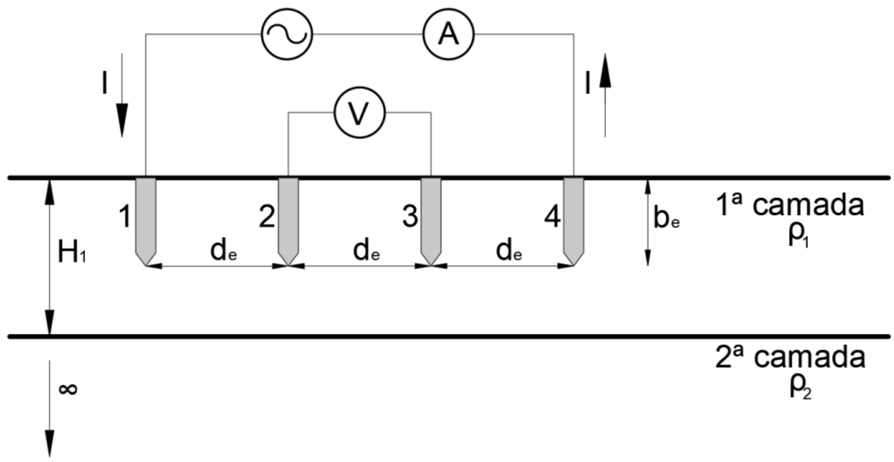


Figura 2.7 - Configuração do método de Wenner

Fonte: Adaptada da ABNT NBR 7117-1 (2020).

Os eletrodos 1 e 4 são de corrente. A tensão é medida entre os eletrodos 2 e 3 do arranjo. Sendo d_e a distância entre eletrodos adjacentes e b_e a profundidade de cravação destes, a resistividade é dada pela Equação 2.1:

$$\rho(d_e) = \rho_1 \left[1 + 4\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{k^n}{\sqrt{1+\left(\frac{2nH_1}{d_e}\right)^2}} - \frac{k^n}{\sqrt{4+\left(\frac{2nH_1}{d_e}\right)^2}} \right] \right] \tag{2.3}$$

onde:

- k é o coeficiente de reflexão;
- ρ_1 é a resistividade da primeira camada [$\Omega.\mathrm{m}$];
- ρ_2 é a resistividade da segunda camada [$\Omega.\mathrm{m}$];
- H_1 é a profundidade da primeira camada [m].

2.5 Técnicas de Melhoria de Resistência de Aterramento

O desempenho de um sistema de aterramento elétrico está diretamente relacionado à sua resistência, para casos em baixas frequências, e à sua impedância, para casos em altas frequências. Os principais fatores que influenciam no valor da resistência de um aterramento são a resistividade do solo nas adjacências dos eletrodos e a geometria dos eletrodos (dimensão e forma). Se não for obtido um valor desejado na medição de resistência de um aterramento, após sua instalação, são adotadas algumas soluções com o objetivo de reduzir o valor dessa resistência. Essas técnicas atuam, basicamente, modificando a resistividade do solo nas proximidades dos eletrodos, alterando a disposição ou quantidade dos eletrodos, ou, ainda, fazendo a aplicação dessas possibilidades simultaneamente (VISACRO FILHO, 2002).

Para conseguir reduzir a resistência de aterramento com o aumento do número de eletrodos em paralelo, é importante observar que os eletrodos devem estar suficientemente afastados para minimizar os efeitos da resistência mútua. Outra técnica utilizada é o aprofundamento dos eletrodos, que consiste em aumentar a profundidade atingida pela haste vertical aumentando seu comprimento, sendo mais eficiente quando se tem camadas mais profundas de baixa resistividade.

Quando há um aumento da área de seção reta do eletrodo, é observada também uma diminuição da resistência de aterramento. Todavia, na maioria das vezes, o que ocorre é o dimensionamento da seção do eletrodo levando em consideração as questões de resistência mecânica ou em função da sua capacidade de condução de corrente, pois a variação no valor da resistência de aterramento pela modificação da área da seção reta é pequena.

O tratamento químico ou físico do solo é também outro meio de se obter uma menor resistência de aterramento. Enquanto o tratamento químico consiste na adição de um produto químico de baixa resistividade, e com algumas características especiais, na terra circunvizinha ao sistema de aterramento, indicada para aterramentos com pequenas dimensões devido ao custo envolvido, o tratamento físico consiste em envolver o eletrodo de aterramento com algum material com valor reduzido de resistividade, ampliando sua superfície de contato com a terra adjacente.

2.6 Configurações de Aterramento

As hastes verticais, os cabos contrapesos e as malhas de aterramento são as configurações mais comuns de um sistema de aterramento elétrico. A área disponível da instalação e a função a ser desempenhada são os fatores preponderantes para a escolha da configuração, assim como todo o custo envolvido.

Nos sistemas de aterramento de neutros de transformadores da rede de distribuição de energia elétrica, em aterramentos residenciais, prediais e de sistemas de telecomunicações, as hastes dispostas verticalmente são predominantemente utilizadas, constituindo uma das formas mais simples e mais empregadas como meio de conexão do sistema elétrico à terra (MACEDO, 2018). As empresas de energia elétrica costumam utilizar sistemas de aterramento com até três hastes verticais alinhadas, sendo o espaçamento entre elas o próprio comprimento da haste.

O arranjo de cabos contrapeso é a configuração mais utilizada para a realização dos aterramentos voltados às linhas de transmissão. O elemento condutor é instalado na horizontal, sendo constituído de cobre ou aço galvanizado. Esse comprimento é dimensionado com o objetivo de minimizar as sobretensões geradas pelas descargas atmosféricas. Estima-se que 70% dos desligamentos não programados das linhas de transmissão são causados pela incidência de descargas atmosféricas. A principal forma de diminuir o número de desligamentos é reduzir a impedância de aterramento (BARRETO, 2016).

As malhas de aterramento são utilizadas em aterramentos de subestações e usinas de energia elétrica. O projeto do sistema de aterramento de uma subestação é realizado para a condição de falta para terra e envolve o dimensionamento do condutor da malha para suportar os esforços térmicos decorrentes da circulação de correntes de curto-circuito, e o estabelecimento de uma geometria de malha adequada para o controle dos potenciais de passo e toque, causados pelo processo de dissipação da malha para o solo de parte ou de toda a corrente de falta (ABNT NBR 15751, 2013).

2.7 Métodos Numéricos

Problemas de engenharia podem ser resolvidos através de diferentes metodologias. Quando se trata de arranjos de aterramentos com geometria complexa, sendo necessário obter soluções com maior grau de exatidão, devem ser utilizados métodos numéricos, uma vez que soluções analíticas sem aproximações não são possíveis. Esses correspondem a um conjunto de ferramentas adotadas para se determinar de forma aproximada as soluções numéricas de problemas descritos por equações matemáticas. A solução por métodos numéricos proporciona uma série de pontos positivos que colaboram para uma melhor compreensão dos fenômenos com um bom balanceamento entre tempo, custo e qualidade. Nesta seção é apresentada uma breve descrição dos principais métodos numéricos utilizados na solução dos problemas de aterramento elétricos.

Os métodos numéricos podem ser do tipo integral ou diferencial, sendo classificados de acordo com as características das equações que modelam o problema a ser resolvido. Dentre os métodos diferenciais empregados na modelagem de sistemas de aterramentos, destaca-se o método dos elementos finitos. Na classe dos métodos integrais, destaca-se o método dos momentos (MoM).

O FEM é um método numérico para resolver problemas de engenharia modelados por meio de equações diferenciais e vem sendo aplicado em diferentes áreas, tais como: estrutural, térmica e eletromagnética (LIMA, 2016). O método consiste em dividir o sistema em subsistemas de geometria simples, por exemplo, triângulos e/ou retângulos em duas dimensões, ou em subsistemas com geometrias mais complexas, como tetraedros ou hexaedros em três dimensões, os quais são chamados de elementos finitos. No entanto, a acurácia da solução gerada pelo FEM depende da qualidade da malha, que está ligada ao formato dos seus elementos. A geração de malhas de boa qualidade é uma questão já resolvida em duas dimensões, sendo que, em três dimensões, essa questão ainda está em aberto, necessitando de intervenção humana na maior parte dos casos (LIMA, 2016).

O FDM é um método numérico para resolver equações diferenciais na aproximação de derivadas por diferenças finitas, sendo, portanto, um método de discretização. O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) foi baseado no FDM, sendo a diferença de ambos o acréscimo do incremento temporal.

O FDTD consiste em resolver numericamente as equações diferenciais de Maxwell que descrevem a propagação, a transmissão e o espalhamento das ondas eletromagnéticas em um meio qualquer, e que, na maioria dos casos, estão submetidos a condições de contorno. A aplicação do método permite a representação fiel dos elementos a partir de sua geometria, além de considerar as características físicas do meio através de seus parâmetros, tais como resistividade elétrica (p), permeabilidade magnética (μ) e permissividade elétrica (ε) do meio (MELO, 2017).

O método sem malha (MM) é um método numérico desenvolvido para eliminar a necessidade de geração de malhas, trabalhando apenas com um conjunto de nós distribuídos pelo domínio do problema sem uma conectividade pré-definida entre eles, sendo também utilizado para a solução de problemas de valor de contorno (LIMA, 2016). É também utilizado para resolver problemas modelados por meio de equações diferenciais.

A aplicação do MoM em problemas de aterramentos elétricos é realizada discretizando a malha de aterramento em diversos elementos e a interação entre eles é determinada por meio de equações integrais obtidas a partir das equações de Maxwell. As vantagens de se utilizar o MoM residem no fato de que essa técnica é adequada para tratar problemas abertos e é de fácil aplicação em geometrias simples, como é o caso das configurações típicas de aterramento. A aproximação utilizada nessa aplicação tem validade confirmada para o domínio das solicitações de baixa frequência. Nessas condições, os efeitos capacitivos e indutivos podem ser desprezados e o solo pode ser considerado como um meio simplesmente condutivo (OLIVEIRA, 2016).

De outro lado, ao se utilizar esse método, há uma dificuldade em se considerar meios heterogêneos, como é o caso de solos reais em que os eletrodos estão inseridos. Já o FEM possui uma grande vantagem na modelagem de sistemas de aterramento, visto que possui uma facilidade em tratar o solo onde o aterramento está inserido como sendo um meio heterogêneo. Como desvantagens, destacam-se o tamanho do domínio do problema – que, dependendo da dimensão do arranjo de aterramento analisado, pode implicar um alto custo computacional, uma vez que o método requer a geração de uma malha – e a necessidade do método de delimitar o domínio de problemas abertos. É o caso dos sistemas de aterramento, que podem ter impacto na solução caso não sejam realizados de forma adequada (MACEDO, 2018).

Técnicas baseadas em malha têm sido tradicionalmente usadas para abordagens numéricas de equações diferenciais parciais. No entanto, a geração de malha apropriada é difícil, uma tarefa demorada para resolver vários problemas complexos na engenharia, especialmente aqueles com descontinuidades, com limites móveis ou com deformações severas. Por isso, nas três últimas décadas, um esforço considerável foi gasto no desenvolvimento de Métodos sem Malha. O objetivo principal deste tipo de abordagem é eliminar a estrutura da malha e aproximar a solução usando apenas uma nuvem de nós espalhados por toda a região de interesse. Esses nós não estão conectados a cada outro, e não há uma relação pré-definida entre eles. Como resultado de vários estudos de pesquisa, muitos MMs têm sido propostos, com destaque para o Método Galerkin Livre de Elemento (EFGM). Esse método já foi aplicado com sucesso para modelar uma ampla gama de problemas em várias áreas diferentes (VIANA, 1998; RESENDE; COPPOLI; AFONSO, 2015).

Os métodos sem malha possuem um histórico recente e têm sido utilizados de forma eficaz no tratamento de muitos problemas complexos. Os trabalhos de Maísa Laila de Fátima Oliveira (2016) e Rafael Barroso de Macedo (2018) são referências recentes no assunto, ao tratarem modelagem eletromagnética de aterramentos elétricos em baixa frequência. Neste trabalho, é utilizada uma abordagem diferencial para a modelagem de sistemas de aterramentos elétricos em baixa frequência aplicando o MM quando submetidos a certos fenômenos (por exemplo, correntes de curto-circuito). É importante destacar que a metodologia proposta também permite realizar a análise de problemas de aterramento considerando solos com características homogêneas e heterogêneas sem incremento dos requisitos computacionais.

2.8 Considerações Finais

Este capítulo descreveu os conceitos básicos e a modelagem eletromagnética dos sistemas de aterramentos elétricos, bem como as principais metodologias empregadas em sua análise.

Foram apresentadas as principais técnicas numéricas (MoM, FDM, FEM e MM) para o cálculo de grandezas e resolução de problemas de aterramentos elétricos, cada uma delas apresentando suas vantagens e também alguma limitação específica. Dentro desse grupo, destaca-se o Método Meshless, que é a técnica escolhida para a avaliação dos problemas de aterramento elétrico tridimensional em baixa frequência, investigados neste trabalho.

Capítulo 3

Método Meshless

O Capítulo 3 descreve a fundamentação teórica do Método Meshless, que dispensa a geração de uma malha de elementos e emprega a função janela para gerar os domínios de influência, com a finalidade de auxiliar a construção das funções de forma. São apresentados o EFGM, mostrando a passagem do problema do domínio contínuo para o domínio discreto, a construção da função de forma empregando o *Moving Least Square* (MLS) e o *Interpolation Moving Least Square* (IMLS), a Função Janela e o Critério da Visibilidade.

3.1 Introdução

Os métodos sem malha foram criados no ano de 1977, com a introdução do método Hidrodinâmica de Partículas (*Smoothed Particle Hydrodynamics*, SPH) (MONAGHAN; GINGOLD, 1977) que foi inicialmente desenvolvido como um método probabilístico para simulação de problemas de astrofísica. Mais tarde, foi modificado e sua variante determinística foi aplicada na solução de problemas de mecânica de sólidos e de fluidos (MONAGHAN, 1992). Outros métodos sem malha foram desenvolvidos, dentre os quais: o Método de Elemento Difuso (*Diffuse Element Method*, DEM) (NAYROLES; TOUZOT; VILLON, 1992), o Método de Partícula com Núcleo Reproduzido (*Reproducing Kernel Particle Method*, RKPM) (LIU, 1995), o método de pontos finitos (*Finite Point Method*, FPM) (OÑATE, 1996), o Método de Petrov-Galerkin Local Sem Malha (*Meshless Local Petrov-Galerkin*, MLPG) (ATLURI; ZHU, 1998), Método de Galerkin sem Elemento (*Element-Free Galerkin Method)* (BELYTSCHKO; LU; GU, 1994) e o Método de Interpolação Radial de Pontos (*Radial Point Interpolation Method* – RPIM) (WANG; LIU, 2003). Todos esses métodos compartilham da característica de não necessitar de uma malha predefinida, ao menos na interpolação da variável de campo (LIU, 2003).

Os métodos MM não necessitam de malha e sim de uma distribuição de nós sem conectividade espalhados no domínio de interesse, juntamente com as condições de fronteira e as equações diferenciais que regem o problema em análise. Essa distribuição de nós sobre o domínio em conjunto com processo de construção das funções de forma e a definição dos domínios de influência e teste de cada nó caracterizam cada método específico (OLIVEIRA, 2016).

A Figura 3.1 mostra uma distribuição de nós sobre um domínio de duas dimensões $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ e fronteira correspondente, onde cada nó é um ponto $\mathbf{x_I} = (x, y), I = 1, 2, \ldots, N$, onde N é o número de nós distribuídos no domínio (VIANA, 1998).

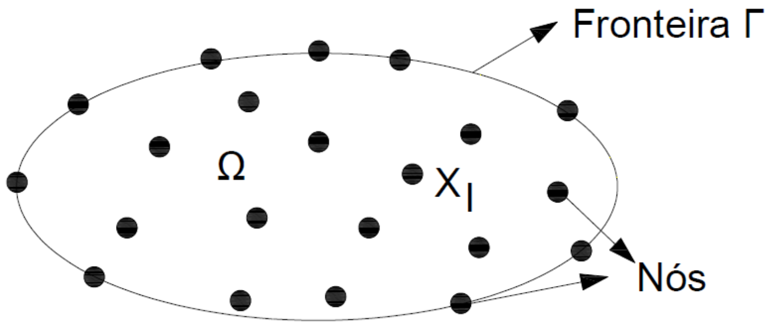


Figura 3.1 - Distribuição de nós espalhados sobre um domínio 2D

Fonte: Adaptada de Viana (1998).

A cada nó I é associada uma função de forma Φ_I que possui uma região de atuação chamada de domínio de influência, conforme ilustram as Figuras 3.2 e 3.3. Essas regiões podem ter qualquer formato e devem ser sobrepostas de forma a garantir uma cobertura completa do domínio do problema.

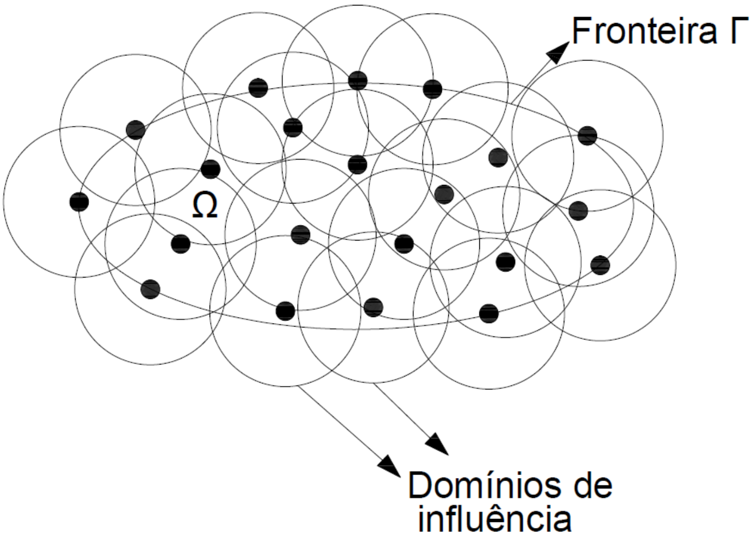


Figura 3.2 - Domínios de influência circulares

Fonte: Adaptada de Viana (1998).

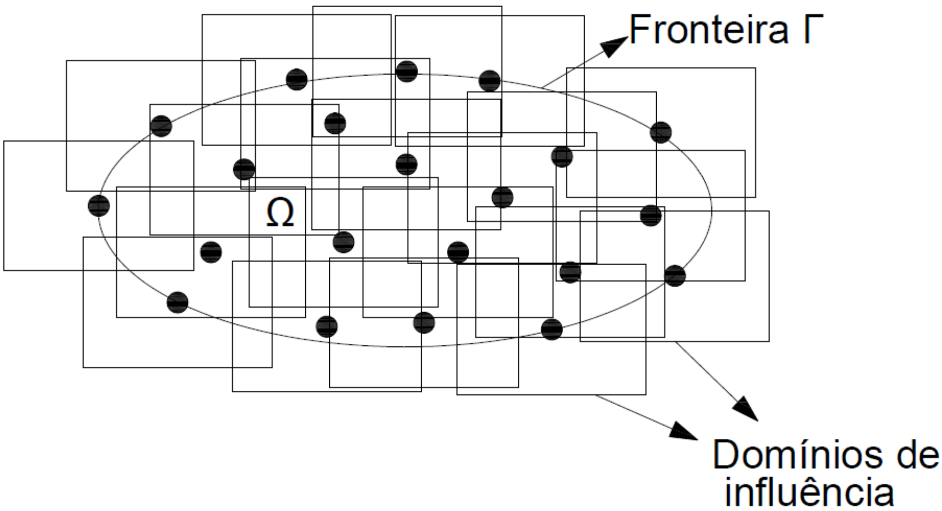


Figura 3.3 - Domínios de influência retangulares

Fonte: Adaptada de Viana (1998).

3.2 Método Element-Free-Galerkin (EFGM)

3.2.1 Introdução ao EFGM

O método Element-Free-Galerkin EFGM tem sido aplicado nas diversas áreas da engenharia e foi proposto por Belytschko em 1994 (BELYTSCHKO; LU; GU, 1994; BELYTSCHKO; DOLBOW, 1998). Inicialmente, foi utilizado para a solução de problemas de mecânica. Posteriormente, o método teve sua aplicação estendida para outras áreas da engenharia tais como: propagação de onda (LU; BELYTSCHKO; TABBARA, 1995), acústica (SULEAU; DERAEMAEKER; BOUILLARD, 2000; BOUILLARD; SULEAU, 1998), fluxo de fluidos (SINGH, 2004); modelagem de dispositivos eletromagnéticos (COPPOLI, 2010) e de análise do espalhamento eletromagnético (LOPES, 2019). Os trabalhos de Maísa Laila de Fátima Oliveira (2016) e de Rafael Barroso de Macedo (2018) utilizaram o método para tratarem de modelagem eletromagnética de aterramentos elétricos em baixa frequência.

Por ser muito simples, extremamente robusto e com uma boa taxa de convergência, o EFGM tem sido um dos mais utilizados dentre os métodos sem malha disponíveis na literatura. O seu processo de integração não depende da distribuição de nós; contudo, exige a utilização de uma grade de fundo para realizar a integração numérica (MACEDO, 2018). A discretização do espaço e a construção das funções de forma são realizadas utilizando-se o MLS (LANCASTER; SALKAUSKAS, 1981). As funções de forma são usadas como base para a construção de um subespaço de dimensão finita e a forma fraca do método de Galerkin é utilizada para o desenvolvimento do sistema discreto de equações lineares. Para a obtenção da solução desse sistema, são necessárias células de integração distribuídas pelo domínio do problema para a realização da integração numérica.

3.2.2 Função Janela

As diferentes formulações para os métodos sem malha são caracterizadas principalmente pela maneira como é introduzida a função janela, chamada também de função de peso. Por meio da função janela, o valor da função de forma do nó I em um dado ponto x do domínio do problema é determinado em função da distância deste ponto ao nó. Assim, a função janela $W_I(\mathbf{x})$ é definida de forma a possuir suporte compacto, ou seja, a região do seu domínio onde a função possui um valor diferente de zero é limitada:

$$W_I(\mathbf{x}) = \begin{cases} W_I(\mathbf{x_I} - \mathbf{x}) \neq 0, \textit{ se } 0 \leq r \leq 1 \\ W_I(\mathbf{x_I} - \mathbf{x}) = 0, \textit{ se } r > 1 \end{cases} \quad \forall \quad x_I \in \bar{\Omega}, \quad I = 1, 2, 3, \ldots, N, \tag{3.1}$$

$$r = \frac{|\mathbf{x_I} - \mathbf{x}|}{d}, \tag{3.2}$$

onde d é tamanho do suporte da função, também denominado de raio do suporte ou domínio de influência, considerando como origem do domínio de influência um ponto no espaço tridimensional $\mathbf{x} = (x, y, z) \in \Omega$, que é a região do seu domínio onde a função é diferente de zero.

$$d = \gamma d_n, \tag{3.3}$$

em que γ é uma constante para o ajuste do tamanho do domínio de influência que, em geral, varia entre 1,5 e 4, e d_n é a distância nodal que depende da distribuição dos nós considerada na análise (LIU, 2003). A seguir, são mostrados alguns tipos de funções que podem ser empregadas como funções janelas:

- Função gaussiana

$$W(r) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2} & \textit{para } r \leq 1, \\ 0 & \textit{para } r > 1, \end{cases} \tag{3.4}$$

- Spline cúbica

$$W(r) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4r^2 + 4r^3 & \text{para } r \leq \frac{1}{2}, \\ \frac{4}{3} - 4r + 4r^2 - \frac{4}{3}r^3 & \text{para } \frac{1}{2} < r \leq 1, \\ 0 & \textit{para } r > 1, \end{cases} \tag{3.5}$$

- Spline quadrática

$$W(r) = \begin{cases} 1 - 6r^2 + 8r^3 - 3r^4 & \textit{para } r \leq 1, \\ 0 & \textit{para } r > 1. \end{cases} \tag{3.6}$$

Existem dois “movimentos” associados à função janela: a translação e a dilatação. A translação permite o deslocamento da função. A dilatação é utilizada para refinamento e está associada ao tamanho do suporte da função janela ou raio do suporte (VIANA, 1998).

3.2.3 Método de Galerkin

EFGM é um dos métodos sem malha mais populares e tem mostrado ser confiável para diferentes classes de problemas eletromagnéticos. Este método acopla o mínimo quadrado móvel (MLS) com uma forma fraca discreta de Galerkin para determinação do problema de valor de contorno (PVC). Ou seja, o Método de Galerkin é utilizado para passar as funções do problema do domínio contínuo para o domínio discreto. Esse procedimento é necessário, pois as funções que satisfazem a forma fraca da equação de Laplace pertencem ao espaço $V(\overline{\Omega})$, que é um espaço linear de funções cuja dimensão é infinita. Esta última característica torna difícil a busca por uma solução para a forma fraca do problema. O Método de Galerkin é então utilizado para construir uma solução aproximada em um espaço de dimensão finita $V^h(\overline{\Omega})$ de todas as combinações lineares do tipo:

$$T_h = \sum_{I=1}^{N} \alpha_I a_I , \tag{3.7}$$

onde α_I, com $I = 1, 2, 3, \ldots, N$ são funções de forma que pertencem ao espaço $V^h(\overline{\Omega})$ e a_I são constantes. Uma das características das funções de forma que pertencem a esse espaço é que elas são iguais a zero nas fronteiras do domínio do problema.

Assim, sendo o potencial elétrico a grandeza de interesse e representado por funções pertencentes ao espaço $V^h(\overline{\Omega})$, a partir da combinação linear de funções de forma Φ_I por meio de coeficientes, V_I é construir uma aproximação em um espaço de dimensão finita $V^h(\overline{\Omega})$ (MACEDO, 2018):

$$V^h = \sum_{J=1}^{N} \Phi_I V_I , \tag{3.8}$$

O método de Galerkin, proposto em 1915, pertence a uma classe conhecida como Método dos Resíduos Ponderados, que são utilizados para a construção da forma fraca do PVC. Encontrar a forma fraca é uma tarefa relativamente difícil, uma vez que as classes de funções admissíveis pertencem a uma região de espaço infinito e linear. Este método procura a solução por meio do resíduo ponderado da equação diferencial, através de funções testes T_h como funções de peso (RIBEIRO, 2017).

3.2.4 Método dos Mínimos Quadrados Móveis (MLS)

Na formulação do EFGM, um conjunto de N nós é espalhado sobre o domínio do problema. Cada nó I, considerando um problema em três dimensões e coordenadas cartesianas, é um ponto $\mathbf{x}_I = (x, y, z) \in \Omega$ para o qual existe uma função de forma, $\Phi_I(\mathbf{x})$, associada. Logo, a função desconhecida $V(\mathbf{x})$ pode ser aproximada por:

$$V(\mathbf{x}) \approx V^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^{N} \Phi_I(\mathbf{x}) \upsilon(\mathbf{x}_i) = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}) \upsilon, \tag{3.9}$$

em que $\upsilon(\mathbf{x}_i)$ é o coeficiente desconhecido do nó I.

Para o método MLS, a aproximação de $V(\mathbf{x})$ em um ponto $\mathbf{x}$ é realizada empregando uma base polinomial e um conjunto de coeficientes. Conforme a equação (3.10), m é a ordem da base, $\mathbf{a}(\mathbf{x}) = \{a_1(\mathbf{x}),\ a_2(\mathbf{x}), \ldots, a_m(\mathbf{x})\}$ são coeficientes a serem determinados e que dependem da posição espacial $\mathbf{x} = (x,\ y,\ z)$ e $\mathbf{p}^{\mathbf{T}}(\mathbf{x}_I) = \{1\ x\ y\ z\}$ é uma base polinomial completa, neste caso de três dimensões.

$$V^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} p_i(\mathbf{x}_I) a_i(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^{\mathbf{T}}(\mathbf{x}_I) \mathbf{a}(\mathbf{x}) \, . \tag{3.10}$$

O MLS associa cada erro residual à função janela $W(r)$ de tal forma que a soma dos quadrados dos resíduos é dada por:

$$\xi = \sum_{I=1}^{M} W(r) \left[V(\mathbf{x}_I) - V^h(\mathbf{x}_I, \mathbf{x}) \right]^2 \ , \tag{3.11}$$

em que $r = \frac{|\mathbf{x_I} - \mathbf{x}|}{d}$ é a distância euclidiana e M é a quantidade de nós envolvidos na aproximação local.

Substituindo a Equação (3.10) na Equação (3.11), obtém-se:

$$\xi = \sum_{I=1}^{M} W(r)\left[V(\mathbf{x_I}) - \mathbf{p}^T(\mathbf{x_I})\mathbf{a}(\mathbf{x})\right]^2 . \tag{3.12}$$

Idealmente, deseja-se que o erro residual seja zero. Na aproximação MLS, minimiza-se o funcional ξ, de forma a resultar na melhor aproximação possível:

$$\frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{a}(\mathbf{x})} = 0 . \tag{3.13}$$

A minimização da Equação (3.13) conduz à seguinte equação:

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x_I},\mathbf{x})\mathbf{B_I}(\mathbf{x_I},\mathbf{x})\upsilon , \tag{3.14}$$

onde:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x_I},\mathbf{x}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{x_I})\mathbf{W}(r)\mathbf{P}(\mathbf{x_I}), \tag{3.15}$$

$$\mathbf{B_I}(\mathbf{x_I},\mathbf{x}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{x_I})\mathbf{W}(r) , \tag{3.16}$$

$$\upsilon = \left[\upsilon(\mathbf{x_1}), \upsilon(\mathbf{x_2}), \ldots, \upsilon(\mathbf{x_M})\right]^T , \tag{3.17}$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{x_I}) = \begin{bmatrix} p_1(\mathbf{x_I}) & \cdots & p_m(\mathbf{x_I}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(\mathbf{x_M}) & \cdots & p_m(\mathbf{x_M}) \end{bmatrix}. \tag{3.18}$$

$\mathbf{W}_i$ é uma matriz diagonal composta das funções de peso:

$$\mathbf{W}(r) = \begin{bmatrix} W(r_1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & W(r_M) \end{bmatrix}. \tag{3.19}$$

Substituindo (3.14) em (3.9), a aproximação local pode ser definida como:

$$V^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^{M} \mathbf{p}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}_I,\mathbf{x})\mathbf{B}_I(\mathbf{x}_I,\mathbf{x})\mathbf{v}_I = \sum_{I=1}^{M} \Phi_I(\mathbf{x})\upsilon_I, \tag{3.20}$$

onde o vetor das funções de forma $\Phi(\mathbf{x})$ é dado por:

$$\Phi_I(\mathbf{x}) = \left[\mathbf{p}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}_I,\mathbf{x})\mathbf{B}_I(\mathbf{x}_I,\mathbf{x})\right], \tag{3.21}$$

$$\Phi_I(\mathbf{x})_{,i} = \left[\mathbf{p}^T\right]_{,i}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_I + \mathbf{p}^T\left[\mathbf{A}^{-1}\right]_{,i}\mathbf{B}_I + \mathbf{p}^T\mathbf{A}^{-1}\left[\mathbf{B}_I\right]_{,i}, \tag{3.22}$$

em que o subscrito i indica a derivada espacial.

O EFGM é um método sem malha que utiliza a aproximação por MLS para a construção da função de forma. Esse método foi originalmente desenvolvido por matemáticos com o objetivo de realizar a regressão de dados e o ajuste de superfícies (OLIVEIRA, 2016). O EFGM emprega o MLS e é construído a partir de uma função janela de suporte compacto, uma base polinomial e um conjunto de coeficientes. Na aplicação do MLS são utilizados diferentes tipos de função janela, entretanto, as funções mais comuns são: função gaussiana, Spline cúbica e Spline quadrática (VIANA, 1998). O método de Galerkin é utilizado no desenvolvimento do sistema discreto de equações (COPPOLI, 2010). Embora o EFGM apresente boa convergência de taxas, facilidade de criação da discretização e independência de integração na forma fraca, o MLS oferece forma funções que não satisfazem a propriedade delta de Kronecher. Assim, técnicas adicionais são necessárias para cumprir condições de contorno diretamente e para tratar como descontinuidades de material devido à propriedade de não interpolação da aproximação. É possível superar essas restrições fazendo uma adaptação no MLS, para que as funções de forma satisfaçam a Propriedade delta de Kronecher. Este procedimento é conhecido como Método MLS interpolante (IMLS) (MACEDO, 2018) e é realizado usando uma singular função de janela (RESENDE, COPPOLI; AFONSO; GONÇALVES, 2011).

3.2.5 Método dos Mínimos Quadrados Móveis Interpolantes (IMLS)

O Método dos Mínimos Quadrados Móveis Interpolantes é uma adaptação do MLS que satisfaz a propriedade do delta de Kronecker. A função janela com singularidade $W_I(r)$ do IMLS se torna infinita no nó avaliado, garantindo que a função de forma no nó possua valor igual a um. À medida que os pontos se afastam do nó indicado, a função se aproxima de zero rapidamente. No caso do IMLS, foram utilizadas funções, tal como apresenta a Equação (3.23). É possível verificar que à medida que r aumenta, a função peso $W_I(x) = \dfrac{1}{r^{2n} + \delta^n}$ tende para zero assintoticamente nessa equação.

$$W_I(x) = \frac{1}{r^{2n} + \delta}, \tag{3.23}$$

$$r = \frac{|x_I - x|}{d}, \tag{3.24}$$

onde n é um número inteiro positivo para ajustar a precisão dos resultados e δ consiste em um número inteiro real positivo pequeno, na ordem de 10^{-10}, para evitar a singularidade da função.

Uma característica importante relacionada a esse último tipo de função de janela utilizado no IMLS é o modo como ela age sobre a esparsidade da matriz. Ainda que possua um comportamento assintótico, as funções de forma associadas a elas possuem suporte compacto, uma vez que os domínios de influência de cada nó são limitados, garantindo a esparsidade do sistema final (COPPOLI, 2010).

O comportamento de uma função janela do IMLS $W_I(x)$ em uma dimensão, com $n = 5$, $d = 0{,}3$, $\delta = 10^{-10}$ e $x_I = 3$, conforme Equação (3.23), é apresentado na Figura 3.4. Observa-se que a função possui um valor muito grande, tendendo a infinito, nos pontos próximos do ponto indicado, o que força a função de forma a atender a propriedade do delta de Kronecker. Já nos pontos não pertencentes ao domínio de influência do nó analisado, o valor da função tende a zero. Além disso, para efeito de comparação, uma função janela do tipo spline cúbica, comumente utilizada no MLS, também é representada. Observa-se que, no ponto observado, a função spline cúbica possui um valor limitado, enquanto a função singular tende ao infinito. Essa característica da função utilizada pelo IMLS possibilita que a função de forma atenda a propriedade do delta de Kronecker. Ambas as funções tendem a zero em pontos localizados fora do domínio de influência do nó. Neste trabalho é utilizado o EFGM empregando o IMLS – que, por isso, é chamado de IEFGM.

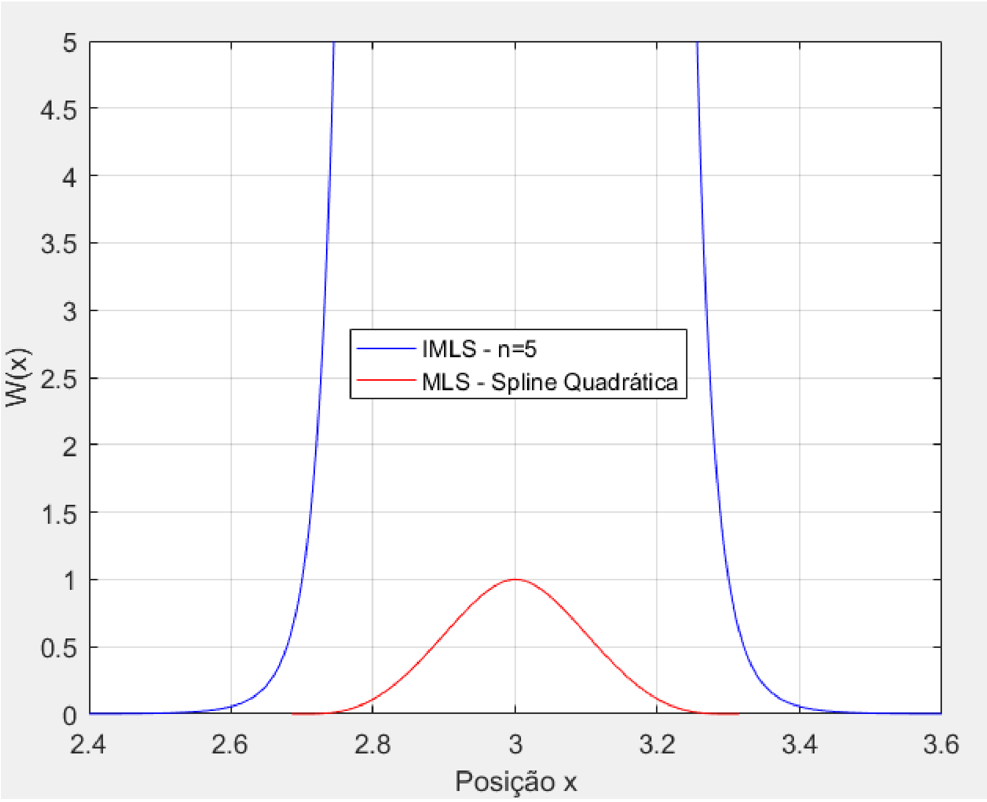


Figura 3.4 - Comparação entre as funções janela do IMLS e MLS

Fonte: Própria do autor.

3.2.6 Critério da Visibilidade

O critério da visibilidade é utilizado para tratamento de descontinuidades quando ocorre mudança entre meios materiais diferentes, visto que essa descontinuidade pode apresentar erros na função de aproximação (VIANA, 1998). Na aplicação desse método, considera-se que os pontos distribuídos ao longo da fronteira entre dois meios distintos deverão exercer influência sobre os dois lados dessa interface. Já aqueles nós cujo subdomínio possui interseção com a interface entre os dois meios, conforme Figura 3.5, terão o seu subdomínio truncado. Assim, permanecem dentro desse subdomínio apenas os pontos localizados na região do material na qual o nó está inserido (COPPOLI, 2010).

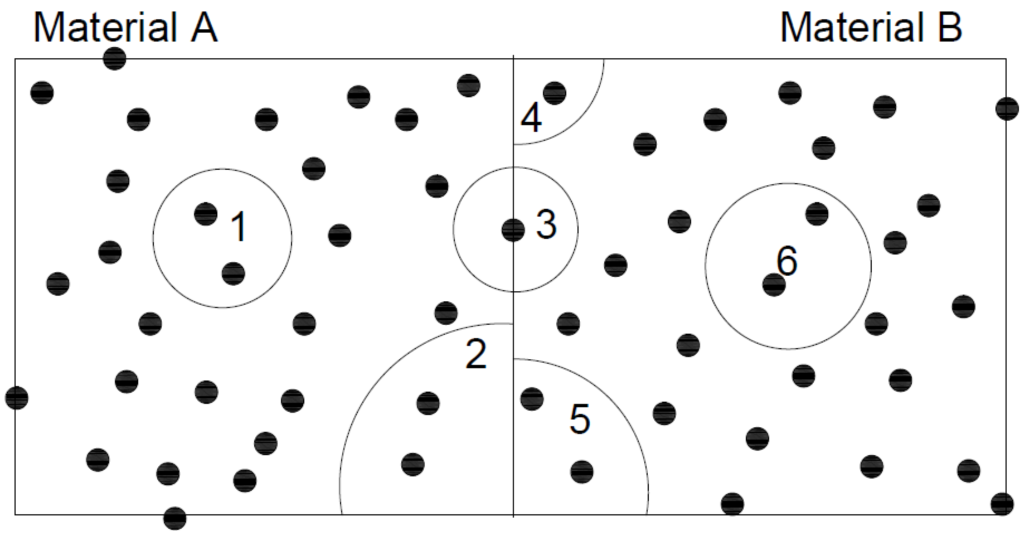


Figura 3.5 - Representação dos domínios de influência dos nós após a aplicação do Critério de Visibilidade.

Fonte: Adaptada de Viana (1998).

Os nós 1 e 2 exercem influência do domínio representado pela circunferência referente ao material A. O nó 3 sofre influência nos dois materiais, portanto, deve ser contabilizado para os dois meios. Já os nós 4, 5 e 6 pertencentes ao material B exercem influência apenas neste meio.

Portanto, o critério da visibilidade introduz descontinuidades na função janela quando o suporte da função ultrapassa a interface entre os dois meios. Os pontos localizados fora da região truncada não são incluídos no domínio de influência do nó. Dessa forma, força-se que a função janela seja nula nos nós que são excluídos do domínio de influência, introduzindo, assim, descontinuidades na função janela e, consequentemente, na função de forma (VIANA, 1998).

3.3 Considerações Finais

Este capítulo descreveu todo o referencial teórico do Método Meshless, mostrando suas características e sua peculiaridade principal de não possuir uma malha. Para o desenvolvimento do problema de aterramento elétrico em estudo, observou-se que a implementação do IEFGM requer várias etapas, que vão desde a obtenção da forma fraca discretizada do PVC a partir do Método de Galerkin, à criação da função de forma a partir do IMLS, e, por fim, a aplicação do critério da visibilidade.

Capítulo 4

Modelagem de Problemas de Aterramento 3D em Baixa Frequência

O Capítulo 4 descreve a modelagem eletromagnética do problema de aterramento em baixa frequência para sistemas de aterramento compostos de haste vertical inserida em solos homogêneos e heterogêneos e de cabo contrapeso inserido em solo homogêneo. São apresentadas a descrição do problema, a simplificação da geometria do problema e a definição das fronteiras, a modelagem matemática por meio da equação de Laplace, o Método dos Resíduos Ponderados (MRP), a proposta para imposição da condição de Dirichlet na superfície de fronteira para solos homogêneos e heterogêneos e a aplicação do Método IEFGM.

4.1 Descrição do Problema

Inicialmente, o problema de aterramento elétrico em estudo neste trabalho é composto de uma haste de aterramento com comprimento L_H, raio R_H, condutividade elétrica σ_H, inserida verticalmente em um solo homogêneo com permissividade elétrica ε, permeabilidade magnética μ e condutividade elétrica σ_S.

O domínio do problema é constituído pelo volume tridimensional do solo, composto de um cubo Ω_3 e das superfícies que o limitam, S_D (superfície que limita o domínio do problema na região do solo constituída de um cubo de aresta a) e S_{SA} (superfície solo ar formada pelo quadrado de lado a). A haste é submetida a uma corrente de curto-circuito I_S. O domínio de simulação é truncado de maneira a assumir a forma de um cubo, conforme Figura 4.1.

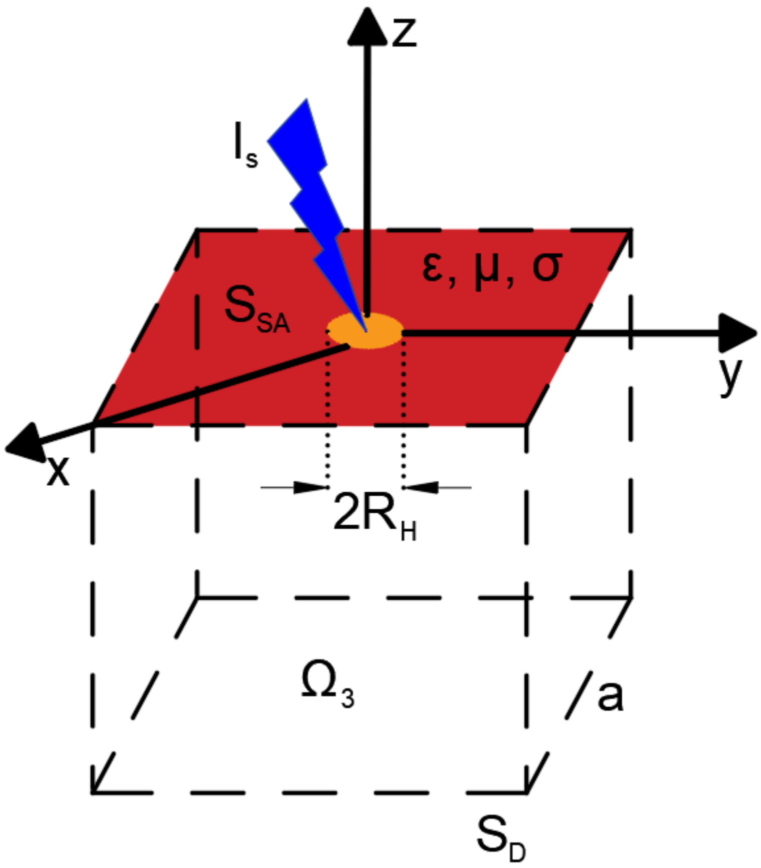


Figura 4.1 - Sistema de aterramento constituído de uma haste vertical.

Fonte: Própria do autor.

Após a realização da pesquisa bibliográfica, verificou-se que alguns trabalhos (MACEDO, 2018; TUMA, 2005; SILVA, 2006) solucionam esse mesmo tipo de problema por meio da injeção de corrente diretamente no ponto de defeito. Esse procedimento torna a solução mais realística, pois a corrente de surto I_S é uma informação comumente disponível. Deste modo, a resistência de aterramento do sistema R_A pode ser obtida aplicando diretamente a lei de Ohm, a partir da razão entre a tensão calculada na haste V_H e a corrente injetada no topo da haste I_S, sem a necessidade de derivar a variável desconhecida na solução do problema – no caso, o potencial elétrico (MACEDO, 2018).

A aplicação do MM na análise de problemas de aterramentos por meio da técnica de injeção de corrente é uma proposta de continuidade do trabalho de Rafael Barroso de Macedo (2018), sendo uma proposta inovadora com relação ao domínio do problema, que neste trabalho é tridimensional (3D). É válido destacar que de acordo com a pesquisa bibliográfica realizada, há apenas mais dois trabalhos que utilizam o MM na análise de aterramentos elétricos e ambos considerando a modelagem bidimensional (2D) (MACEDO, 2018, OLIVEIRA, 2016). Ademais, no modelo proposto por Oliveira (2016), é utilizada a técnica de imposição de um potencial no ponto de defeito para análise do problema de aterramento. A Figura 4.2 mostra como é o modelo do sistema de aterramento alimentado em tensão e em corrente.

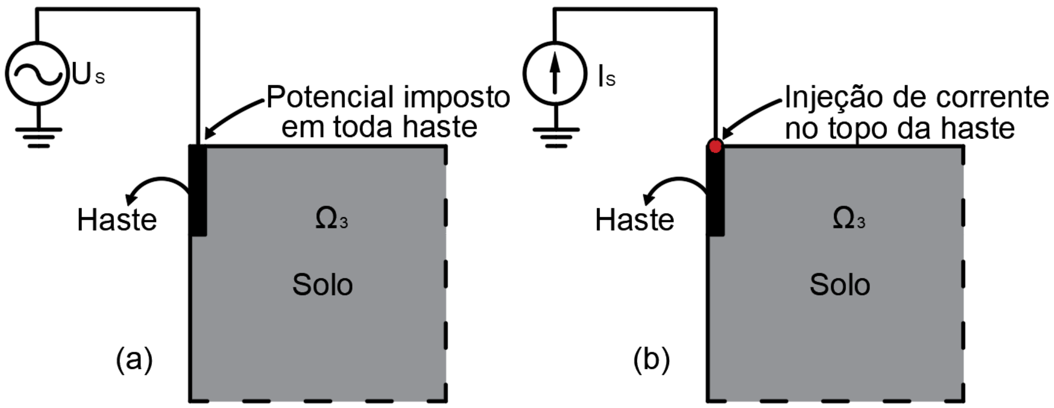


Figura 4.2 - Modelo de sistema de aterramento alimentado em tensão (a) e em corrente (b)
Fonte: Própria do autor.

Para a obtenção do valor de resistência de aterramento na modelagem de sistema de aterramento alimentado por uma fonte de tensão, é necessário calcular a corrente que dispersa para o solo. Primeiramente, deve-se encontrar a distribuição do potencial elétrico em todo o domínio do problema, e, então, escolher uma equipotencial para o cálculo do campo elétrico. A partir da equipotencial escolhida, calcula-se a derivada do potencial elétrico ao longo dessa superfície equipotencial e obtém-se o valor da densidade de corrente. Posteriormente, por meio da integração numérica da densidade de corrente na superfície dessa mesma equipotencial, é possível encontrar o valor da corrente. Assim, a resistência de aterramento é obtida da razão entre a tensão aplicada na haste e a corrente calculada.

Portanto, foi realizado uma simplificação na implementação do problema eliminando algumas etapas e atingindo um ganho de precisão no resultado final. Deste modo, a técnica de injeção de corrente no ponto de defeito foi escolhida para a modelagem dos sistemas de aterramento deste trabalho. A mesma técnica utilizada na modelagem de sistemas de aterramento composto de uma haste vertical será estendida para o cabo contrapeso.

4.2 Simplificação da Geometria do Problema e a Definição das Fronteiras

A Figura 4.3 mostra uma análise geral do problema em três dimensões, utilizando as coordenadas cartesianas.

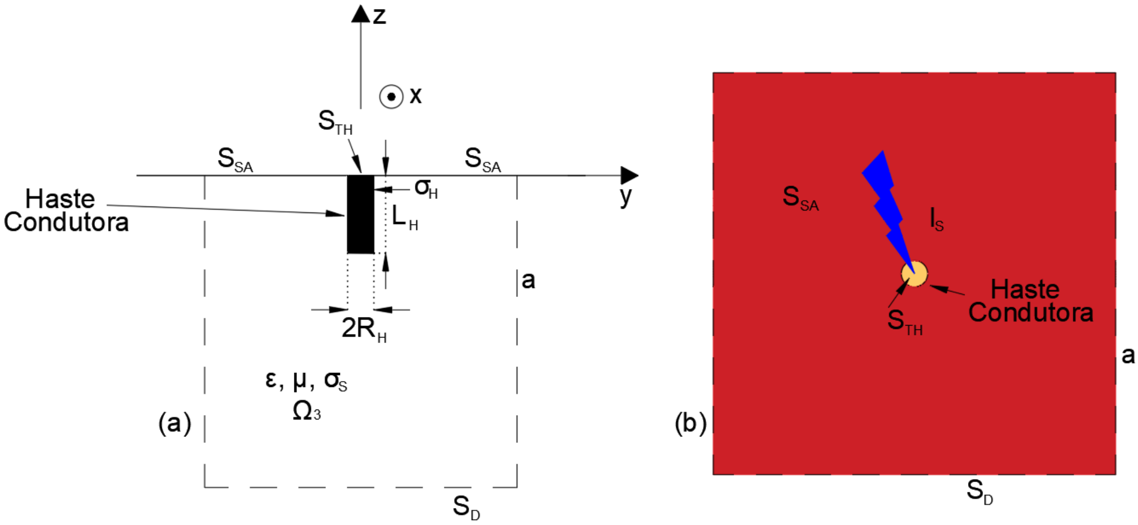


Figura 4.3 - Sistema de aterramento 3D: análise geral (a) e vista superior (b)
Fonte: Própria do autor.

O problema 3D é formado pelas regiões limitadas pelas fronteiras de superfície fechada $S = S_{SA} \cup S_D \cup S_{TH}$. A fronteira S_{TH} de diâmetro $2R_H$ corresponde à superfície que representa o topo da haste condutora de aterramento, onde a corrente de falta é injetada. A fronteira S_D corresponde à superfície que limita o domínio do problema na região do solo no formato de um cubo de aresta ‘a’. A fronteira S_{SA} corresponde à região que representa o limite do domínio do problema na interface solo ar, cujo lado do quadrado também é ‘a’ (RESENDE, 2020).

A partir da Figura 4.3, é possível verificar que existe simetria na geometria do problema. Então, o domínio 3D do problema pode ser simplificado, conforme Figura 4.4, sendo formado pelo domínio Ω_3 limitado pelas fronteiras de superfície fechada $S = S_{XZ} \cup S_{TH} \cup S_{LH} \cup S_{SA} \cup S_{YZ} \cup S_D$. A fronteira S_{XZ} corresponde à superfície que limita o domínio do problema na região do solo sobre o plano xz. A fronteira S_{TH} de raio R_H corresponde à região que representa o topo da haste condutora de aterramento. A fronteira S_{LH} de comprimento L_H corresponde à região que representa superfície lateral da haste condutora de aterramento. A fronteira S_{SA} corresponde à região que limita o domínio do problema na interface solo ar sobre o plano xy. A fronteira S_{YZ} corresponde à superfície que limita o domínio do problema na região do solo sobre o plano yz. A fronteira S_D corresponde à região que limita o domínio do problema na região do solo no formato de um quarto do cubo, sendo a' a nova aresta com um valor igual a metade de a, com o novo domínio a ser analisado de um quarto do anterior. S_D corresponde à superfície onde a condição de Dirichlet é aplicada.

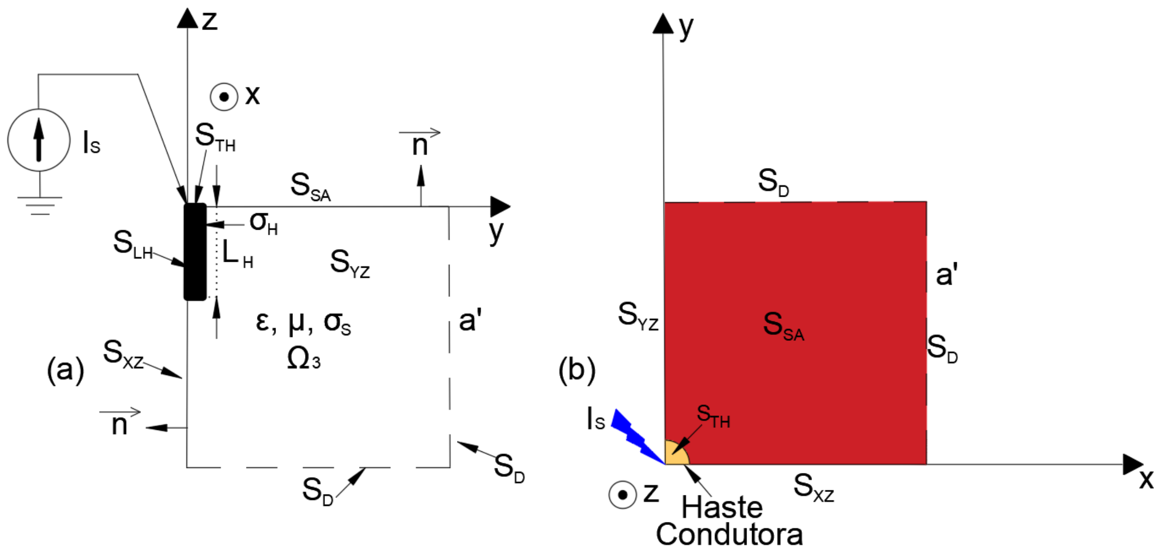


Figura 4.4 - Sistema de aterramento 3D: análise simplificada (a) e vista superior (b)

Fonte: Própria do autor.

4.3 Modelagem Matemática do Problema – Equação de Laplace

A modelagem matemática do sistema de aterramento emprega equações diferenciais para descrever o comportamento físico do problema. Assim, a distribuição de potencial elétrico em todo o domínio é determinada a partir da solução da equação de Laplace, considerando a injeção de uma corrente de curto-circuito I_S. Uma vez determinado o potencial elétrico V_H na haste de aterramento, o cálculo da resistência de aterramento R_A é realizado da seguinte forma:

$$R_A = \frac{V_H}{I_S}. \tag{4.1}$$

O problema tridimensional associado à dissipação da corrente estacionária no solo pode, assim, ser modelado a partir das equações (SADIKU, 2004):

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0\,, \tag{4.2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0\,, \tag{4.3}$$

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}\,, \tag{4.4}$$

onde:

$\mathbf{E}$ - é o vetor intensidade de campo elétrico (V/m);
$\mathbf{J}$ - é o vetor densidade de corrente de condução (A/m²).

A Equação de Maxwell (4.2), Lei de Faraday, indica que o campo elétrico é irrotacional para o regime estacionário. Assim, deve existir um potencial elétrico escalar V, tal que:

$$\mathbf{E} = -\nabla V\,. \tag{4.5}$$

Ao substituir (4.5) em (4.4) e (4.2), obtém-se o seguinte problema de contorno para solo homogêneo, onde a condutividade elétrica σ é constante (OLIVEIRA, 2016):

$$\nabla.(-\sigma\nabla V) = 0 \text{ em } \Omega_3\,, \tag{4.6}$$

o problema é sujeito às seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{n}} = 0 \text{ em } S_N\,, \tag{4.7}$$

$$V = V_D \quad \text{em } S_D\,, \tag{4.8}$$

e são atribuídas as seguintes definições:

$$V = V_H \quad \text{em } S_{TH}\,, \tag{4.9}$$

$$I = I_S \quad \text{em } S_{TH}\,, \tag{4.10}$$

$S_N = S_{XZ} \cup S_{SA} \cup S_{YZ}$ corresponde às superfícies onde é aplicada a condição homogênea de Neumann, ou seja, a derivada do potencial V na direção normal é conhecida e igual a zero. S_D corresponde à superfície, onde a condição de Dirichlet é aplicada, $V = V_D$. S_{LH} representa a superfície lateral ao longo da haste de aterramento, onde o valor do potencial V_H é determinado na solução do problema. A injeção de corrente I_S é feita no topo da haste. Já Ω_3 representa o domínio tridimensional do problema e $\mathbf{n}$ é o vetor unitário normal externo, conforme ilustra a Figura 4.4.

Para a modelagem eletromagnética do problema, é utilizada uma abordagem diferencial, a equação diferencial (4.6) rege o fenômeno e corresponde à equação de Laplace, sujeita às condições de contorno de Neumann homogênea (4.7) e de Dirichlet (4.8).

A equação de Laplace é bastante abrangente. Quando aplicada a qualquer local onde a densidade volumétrica de carga é zero, ela determina que toda configuração imaginável de eletrodos ou condutores produz um campo para o qual o laplaciano é igual a zero, uma vez que nos condutores as cargas são depositadas na superfície e a densidade volumétrica será igual a zero, satisfazendo-a. A equação de Laplace permite a determinação da função potencial, sendo necessárias algumas informações, de forma que ela deve ser avaliada e sujeita às condições de fronteira pertinentes ao problema sob estudo.

4.4 Solução do Problema de aterramento de uma haste vertical pelo IEFGM

A modelagem matemática que representa fenômenos físicos práticos resulta, na grande maioria dos casos, em equações diferenciais que não possuem solução analítica. Assim, torna-se necessária a obtenção da solução numérica, de forma que a resposta obtida esteja mais próxima possível da solução real. Dentre as metodologias mais aplicadas para a redução da complexidade na solução de equações diferenciais e para adaptá-los para a solução numérica, destaca-se o Método dos Resíduos Ponderados (MRP). A equação diferencial, que representa o problema físico, juntamente com as condições de contorno pertinentes, constitui a forma forte do problema (OLIVEIRA, 2016). Após a aplicação do MRP, obtém-se, então, a sua forma fraca.

Para a análise do sistema de aterramento em estudo, foi adotado o sistema de coordenadas cartesianas. Então, a Equação (4.6) pode ser reescrita como:

$$\sigma\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)=0 \text{ em } \Omega_3, \tag{4.11}$$

Após a aplicação do MRP, obtém-se a forma fraca do problema. Assim, utilizando T como função de ponderação, tem-se:

$$\int_{\Omega 3}\left[\sigma\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)\right] T\, d\Omega=0 \text{ em } \Omega_3, \tag{4.12}$$

em que $d\Omega$ representa o diferencial de volume, que é igual a $dxdydz$.

Aplicando a 2ª identidade de Green na equação (4.12), obtém-se:

$$\begin{aligned}&\sigma\int_{\Omega 3}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial z}\right)dxdydz\\&-\oint_{s} T\sigma\left(\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial z}\right)\mathbf{n}dS=0\end{aligned}, \tag{4.13}$$

onde $S= S_{XZ}\cup S_{TH}\cup S_{LH}\cup S_{SA}\cup S_{YZ}\cup S_{D}$ é toda a fronteira superficial do problema, sendo que S_{LH} representa a área lateral ao longo da haste e S_{TH} o topo do eletrodo.

Na segunda parcela da equação (4.13), a integral que envolve derivadas na direção normal na superfície S_N não precisa ser realizada, devido às condições homogêneas de Neumann. Sobre a superfície de fronteira S_D, o valor do potencial $V = V_D$ é conhecido e pode ser imposto diretamente no sistema linear, e uma vez que a função de forma tem valor igual a zero em toda a fronteira do domínio do problema, essa integral também não precisa ser calculada, o que é aplicável também à fronteira S_{LH}. Ademais, devido ao fato de a análise ser realizada em baixa frequência e da haste ser considerada como condutor quase perfeito, o valor do potencial V na fronteira S_{LH} ao longo do eletrodo é constante e igual a V_H, e determinado na solução. Resta, assim, a parcela sobre o topo do eletrodo S_{TH}. Então, a segunda parcela da equação (4.13) pode ser reescrita conforme a seguir:

$$\int_{S_{TH}} T\sigma\left(\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial z}\right)\mathbf{n}dS_{TH} = \int_{S_{TH}} T\sigma\nabla V\cdot\mathbf{n}dS_{TH}\,. \tag{4.14}$$

Substituindo a equação (4.5) na segunda integral da equação (4.14), tem-se que:

$$\int_{S_{TH}} T\sigma\nabla V\cdot\mathbf{n}dS_{TH} = \int_{S_{TH}} T\sigma\left(-\mathbf{E}\right)\cdot\mathbf{n}dS_{TH} = -\int_{S_{TH}} T\,\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}dS_{TH}\,. \tag{4.15}$$

Assim, a forma fraca do problema pode ser rescrita como:

$$\sigma\int_{\Omega 3}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial z}\right)dxdydz+\int_{S_{TH}} T\,\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}dS_{TH}=0\,. \tag{4.16}$$

Utilizando a forma discretizada da função de teste T e da variável desconhecida V, conforme definido em (3.7) e (3.8) e considerando $\alpha_I = \Phi_I$ e $a_I = 1$, tem-se o seguinte sistema linear:

$$\left[K\right]\left[V\right]=\left[F\right], \tag{4.17}$$

onde

$$K_{ij}=\sigma\int_{\Omega 3}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial z}\right)dxdydz\,, \tag{4.18}$$

$$F_j = -\int_{S_{TH}} \Phi_j\,\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}dS_{TH}\,. \tag{4.19}$$

A solução do sistema linear da Equação (4.17) proporciona como resultado a distribuição de potencial em todos os nós do problema, inclusive dos nós colocados sobre a haste de aterramento. Os elementos da matriz são calculados solucionando a integral numericamente utilizando a Quadratura Gaussiana, a qual é aplicada a uma estrutura auxiliar de células retangulares sobre o domínio do problema.

Como o ponto de injeção da corrente I_S é em um único nó, conforme ilustrado na Figura 4.5, onde existe uma única função de forma de valor igual a um, a 2ª integral da equação (4.16) pode ser simplificada para:

$$F_j = -\int_{S_{TH}} \Phi_j \, \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS_{TH} = -I \quad . \tag{4.20}$$

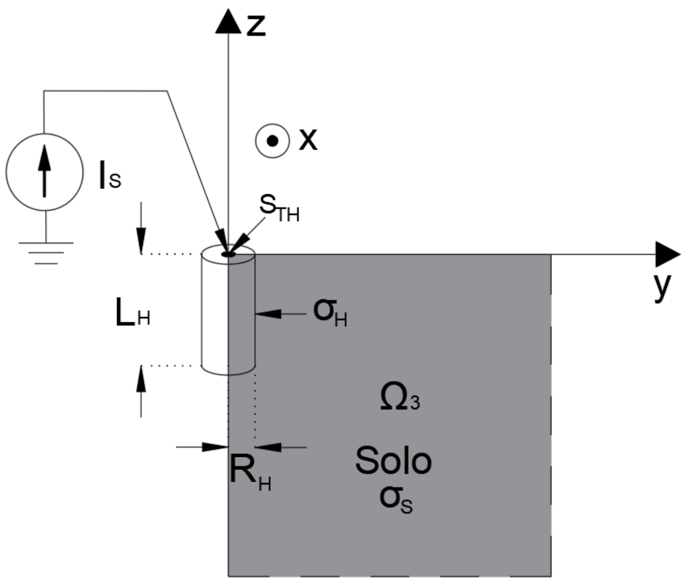


Figura 4.5 - Sistema de aterramento 3D: representação do ponto de injeção de corrente
Fonte: Própria do autor.

A corrente é injetada no centro do eletrodo, conforme ilustrado na Figura 4.5, como a modelagem do problema foi simplificada a uma nova geometria em que um quarto da haste de aterramento é considerado na análise. Assim, a equação (4.20) se reduz a:

$$F_j = -\int_{S_{TH}} \Phi_j \, \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS_{TH} = -\frac{I_S}{4}. \tag{4.21}$$

4.5 Incorporação das Condições de Contorno Essenciais para Haste Vertical

O problema de aterramento composto de uma haste enterrada no solo pode ser modelado pelas equações (4.6) a (4.10), conforme mostrado na seção 4.3. Então, a equação de Laplace (4.6), que é uma equação diferencial e rege o problema, está sujeita às condições de contorno de Dirichlet nas superfícies de fronteira S_D, de Neumann homogênea nas fronteiras S_N e à condição de Neumann não homogênea devido à injeção de corrente na superfície S_{TH}, conforme Figura 4.6, onde são incluídos os nós para a aplicação do IEFGM.

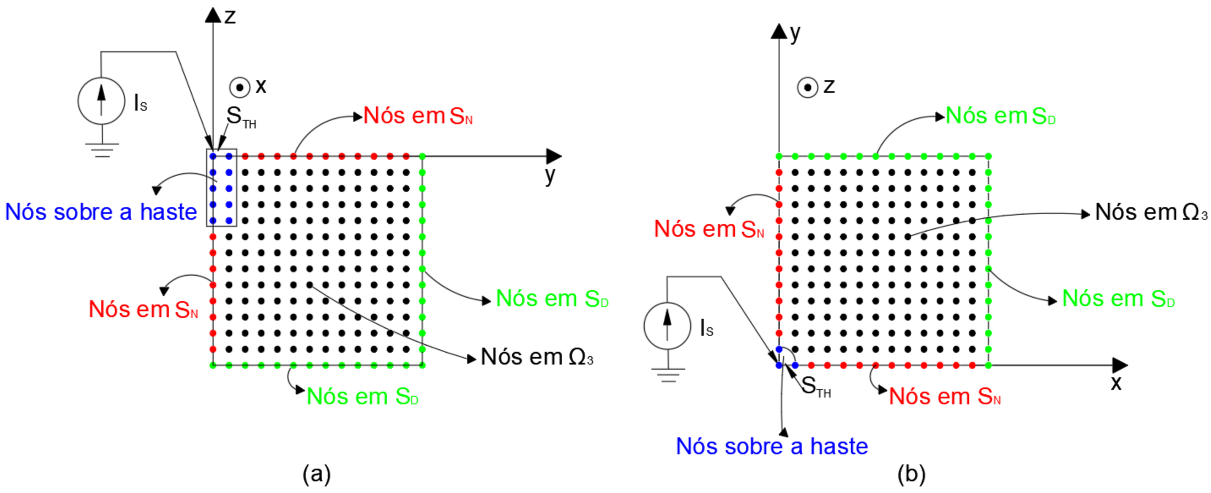


Figura 4.6 - Imposição das condições de contorno: vista lateral (a) e vista superior (b)

Fonte: Própria do autor.

Nas superfícies de fronteira S_N, são impostas as condições de contorno de Neumann homogênea. A derivada do potencial na direção normal é nula, então não é necessário nenhum processo adicional para a imposição dessas condições de contorno. Já a imposição das condições de contorno de Dirichlet nas superfícies de fronteira S_D é descrita a seguir nas seções 4.5.1 e 4.5.2, respectivamente.

Impor uma condição de contorno apropriada nas superfícies de fronteira S_D é extremamente necessário sob o ponto de vista do custo computacional, visto que na solução de problemas abertos utilizando métodos diferenciais como o IEFGM, é necessário truncar a região de análise do problema por uma fronteira de forma a limitar o tamanho do domínio computacional. Essa ação impacta diretamente na precisão e no tempo de solução do problema.

No caso do problema de aterramento deste trabalho, a modelagem analítica acarretaria colocar S_D no infinito, onde o valor de V_D é realmente zero. Entretanto, como essa solução é impossível computacionalmente, S_D é trazida para uma região próxima ao eletrodo, mas longe o suficiente para que ainda possa assumir $V_D = 0$.

Assim, com o objetivo de melhorar a precisão da solução, reduzindo a perda de precisão nos resultados, sem elevar o custo computacional, a metodologia para aproximação do potencial V_D nas superfícies de fronteira S_D proposta em Macedo (2018), e descrita nas Seções 4.5.1 e 4.5.2, é aplicada considerando solos homogêneos e heterogêneos.

4.5.1 Valor da Condição de Contorno Essencial na Superfície S_D para Solos Homogêneos

A aproximação do potencial V_D na superfície de fronteira S_D para os problemas de aterramento considerando solos homogêneos é realizada a partir do potencial gerado em um ponto no espaço devido a uma corrente pontual, ao invés de se impor um valor igual a zero. A equação que expressa o potencial em um dado ponto em relação ao infinito devido a uma corrente pontual é dada por:

$$V_D = \frac{\rho I}{2\pi D}, \tag{4.22}$$

em que ρ é a resistividade do solo uniforme, I é a corrente que dispersa pelo aterramento e D é a distância do ponto ao sistema de aterramento.

Quando se consideram pontos distantes do sistema de aterramento, essa aproximação é válida, pois as equipotenciais podem ser assumidas como aproximadamente hemisféricas, independentemente da geometria do arranjo de aterramento (OLIVEIRA, 2016).

Como para o problema sob estudo a superfície de fronteira S_D é uma casca cúbica, os valores de D, e consequentemente V_D, são diferentes para cada ponto desta superfície.

4.5.2 Valor da Condição de Contorno Essencial na Superfície S_D para Solos Heterogêneos

A aproximação do potencial V_D na superfície de fronteira S_D para os problemas de aterramento considerando solos heterogêneos é realizada a partir da mesma análise do trabalho de Rafael Barroso de Macedo (2018), visto que os resultados de simulação deste trabalho, mostrados no Capítulo 5, serão comparados com as análises por MoM realizadas na pesquisa de Macedo.

O método das imagens é utilizado como proposta para inclusão do valor de V_D nas superfícies de fronteira S_D, juntamente com a metodologia de aproximação da haste por uma fonte pontual de corrente em um solo de duas camadas horizontais. Na abordagem proposta por Raggi (2009), é aplicada uma adaptação da abordagem para solução de problemas de aterramento considerando solos com postos por mais de uma camada. Raggi, em sua análise, considera quatro situações distintas para a posição relativa da fonte de corrente $P_0(x_0, y_0, z_0)$, e do ponto $P(x, y, z)$, em que se deseja calcular o valor do potencial. Como a diretriz do trabalho é realizar a comparação com os resultados desenvolvidos por Rafael Barroso de Macedo, será considerada a situação em que a fonte de corrente P_0 e o ponto P estão situados na primeira camada do solo, visto que foi a melhor aproximação para o potencial V_D nas superfícies de fronteira S_D, conforme apresentado na Figura 4.7.

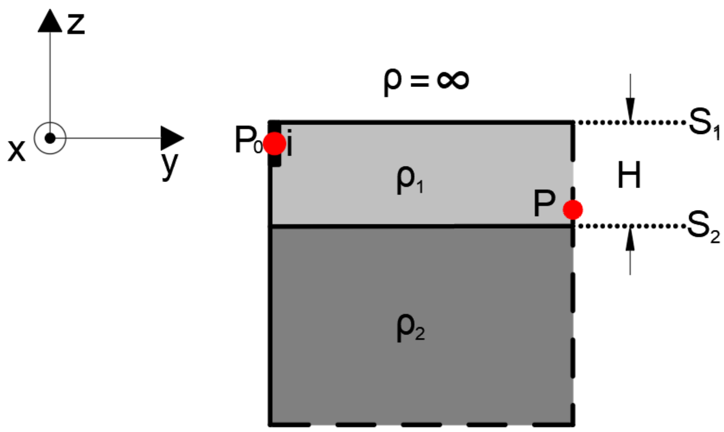


Figura 4.7 - Fonte e objeto localizados na primeira camada de um solo com duas camadas
Fonte: Adaptada de Raggi (2009).

Supõe-se o caso de uma fonte pontual de corrente, localizada no ponto $P_0(x_0, y_0, z_0)$, em um solo de duas camadas (ρ_1 e ρ_2), sendo H a altura da camada superior, conforme ilustrado na Figura 4.7. Considerando-se a resistividade do ar tendendo ao infinito, tem-se reflexão perfeita na interface do ar com a primeira camada do solo, em S_1. Assim, o sistema anterior pode ser substituído pelo sistema equivalente da Figura 4.8, em que a reflexão em S_1 é representada por uma segunda fonte de corrente i, em P'_0, equidistante de P_0 em relação ao plano S_1.

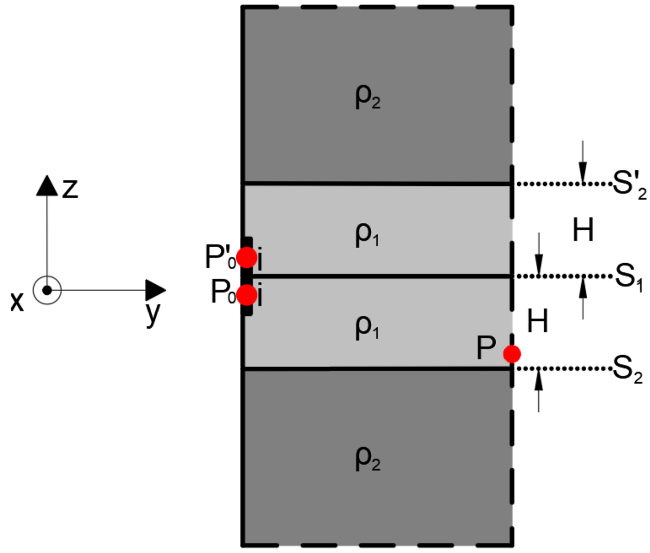


Figura 4.8 - Fonte e objeto localizados na primeira camada de um solo com duas camadas
Fonte: Adaptada de Raggi (2009).

$$V_D = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{1}{\sqrt{r_{xy}^2+(z-z_0)^2}}+\dfrac{1}{\sqrt{r_{xy}^2+(z+z_0)^2}}\\ +\sum_{n=1}^{\infty}k^n\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{\sqrt{r_{xy}^2+(z-2nH+z_0)^2}}+\\ \dfrac{1}{\sqrt{r_{xy}^2+(z-2nH-z_0)^2}}+\\ \dfrac{1}{\sqrt{r_{xy}^2+(z+2nH+z_0)^2}}+\\ \dfrac{1}{\sqrt{r_{xy}^2+(z+2nH-z_0)^2}}\end{array}\right]\end{array}\right\}. \tag{4.23}$$

Considerando-se as sucessivas reflexões nos planos S_2 e S'_2, devido às ondas irradiadas a partir de P_0 e P'_0, tem-se uma série infinita de imagens. Assim, o potencial V_D nas superfícies de fronteira S_D, em um ponto genérico P, em relação ao infinito devido a uma fonte de corrente pontual é dado pela equação (4.23), em que ρ_1 é a resistividade da primeira camada, I é a corrente que dispersa pelo aterramento e $r_{xy} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$. Além disso, n é o número de imagens consideradas e *k* é o fator de reflexão dado por:

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \tag{4.24}$$

Também neste caso, como para o problema sob estudo a superfície de fronteira S_D é uma casca cúbica, os valores de V_D, são diferentes para cada ponto desta superfície.

4.6 Parâmetros do IEFGM

Os parâmetros pertencentes ao método IEFGM, tais como: Distribuição de Nós, Número de Nós (NN), Distribuição de Pontos de Integração, Número de pontos de Integração (NPI), Relação entre NPI e NN (RGN) e o tamanho do domínio de influência ajustado pela constante γ conforme Equação (3.3) determinam o custo computacional requerido e a precisão dos resultados obtidos. Assim, com a finalidade de encontrar resultados precisos, deve-se analisar o impacto da variação dos valores desses parâmetros na solução do problema de aterramento.

Para que o IEFGM produza uma boa aproximação para o potencial elétrico em todo o domínio do problema, é importante que o NN seja suficientemente grande para descrever adequadamente a sua variação. A Figura 4.9 ilustra como é realizada, neste trabalho, a distribuição uniforme de nós sobre o domínio do problema de aterramento de uma haste vertical. A definição do número de nós é feita em função do espaçamento entre os nós que são ajustados em função do raio do eletrodo R_H e da constante α. Desta forma, é possível avaliar hastes de aterramento de diferentes diâmetros e garantir uma distribuição de nós uniforme e padrão para todos os casos estudados. Não são inseridos nós no interior da haste, somente em seu contorno, conforme ilustrado na Figura 4.9(b), já que se trata de um material bom condutor. Como são meios diferentes, a condutividade dos nós na haste e no solo tem valores de diferentes, permitindo a aplicação do critério da visibilidade.

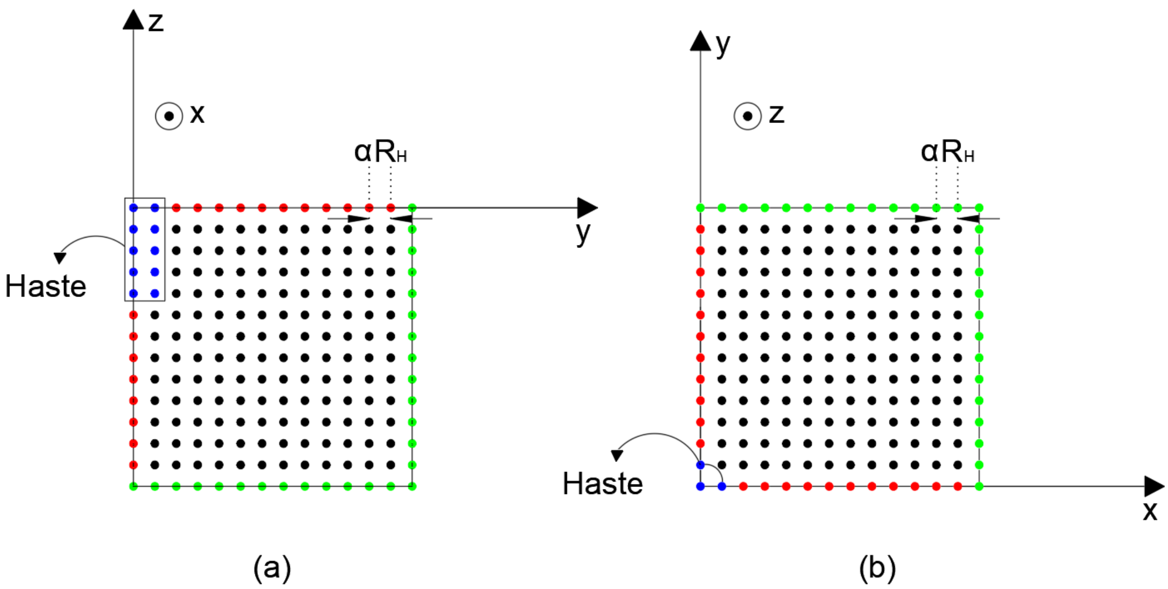


Figura 4.9 - Distribuição de nós uniforme no domínio do problema para haste vertical: vista lateral (a) e vista superior (b)

Fonte: Própria do autor.

A distribuição de pontos de integração é outro parâmetro importante para o método IEFGM. A quadratura Gaussiana é um método de integração, em que os pontos, também chamados de pontos de Gauss, correspondem ao local onde é realizada a integração numérica e são gerados com o auxílio de um arranjo de células de integração. A Figura 4.10 apresenta um exemplo de malha de fundo utilizada no processo de integração numérica com um conjunto de 2 x 2 pontos de Gauss para cada célula do problema da haste vertical. Ressalta-se que o tamanho das células, assim como a quantidade de pontos de Gauss por célula são parâmetros que podem ser alterados. Neste trabalho, as células de integração coincidem com o espaçamento entre os nós. Esta é uma medida para manter RGN constante em todo o domínio do problema.

A Razão Gauss Nós (RGN) é dada pela razão entre o número de pontos de integração, NPI, e o número de nós, NN, sendo outro parâmetro muito importante para a convergência do método. De acordo com Liu (2003), para problemas 2D, essa razão deve ser maior que 67%, para que a precisão dos resultados seja mantida. Essa regra é um requisito necessário, mas para alguns casos não é garantia de ser suficiente. Portanto, para cada problema, é necessário realizar uma análise da RGN.

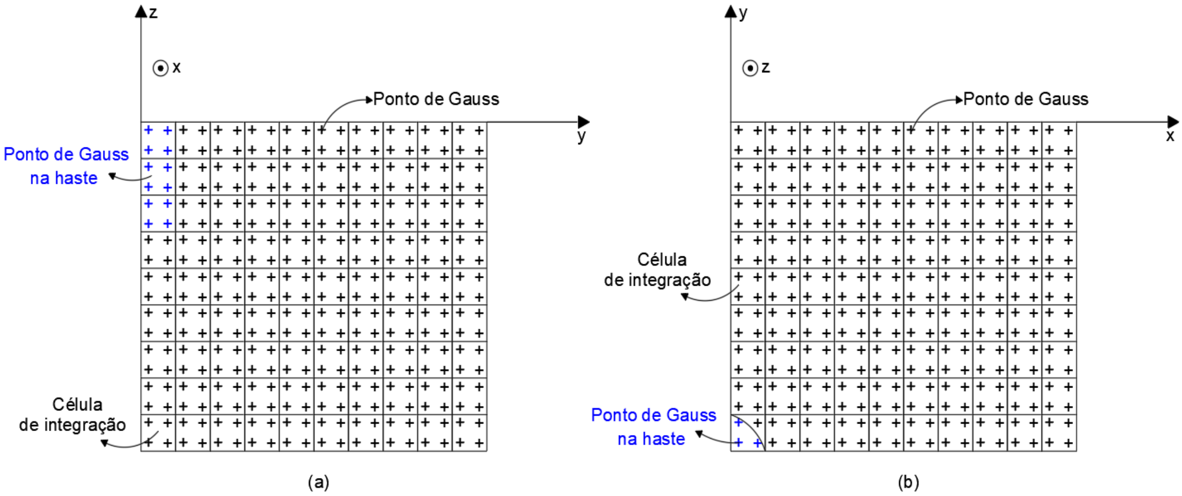


Figura 4.10 - Distribuição de pontos de Gauss na haste vertical: vista lateral (a) e vista superior (b)

Fonte: Própria do autor.

Os pontos de Gauss em azul na Figura 4.10(a) estão dentro da haste e têm valor de condutividade diferente daqueles que se encontram no solo, permitindo, assim, que o critério de visibilidade seja bem aplicado.

O tamanho do domínio de influência dos nós se relaciona diretamente com a precisão e a eficiência do método sem malha. Esse parâmetro indica a quantidade de nós envolvida na determinação da solução aproximada ao redor de um determinado nó. O domínio de influência deve variar entre 1,5 a 4 vezes a distância entre os nós (VIANA, 1998), dada pela equação (3.3). A avaliação desse parâmetro representa uma etapa importante na busca por resultados precisos e bom desempenho computacional. Quanto maior o tamanho do domínio de influência, maior o custo computacional requerido.

4.7 Solução do Problema de Aterramento de um Cabo Contrapeso pelo IEFGM

O sistema de aterramento de uma torre de linha de transmissão de energia elétrica deve cumprir as obrigações técnicas e normativas, além de proteger pessoas e equipamentos contra descargas, surtos elétricos, potenciais de toque e passo. O cabo contrapeso é o tipo de configuração mais utilizado para a realização dos aterramentos voltados às linhas de transmissão do sistema elétrico de potência. Usualmente, são utilizados condutores de comprimento de aproximadamente 80 m e raio de aproximadamente 1 cm instalados na horizontal a pouca profundidade em um solo com a máxima compactação possível (JUNIOR, 2012).

Assim, o problema de aterramento elétrico em estudo nesta seção é composto por um eletrodo horizontal inserido em um solo homogêneo com permissividade elétrica ε, permeabilidade magnética μ e condutividade elétrica σ_S. O cabo contrapeso possui um comprimento T_C, raio R_C, condutividade elétrica σ_C e está enterrado a uma profundidade P_C conforme Figura 4.12.

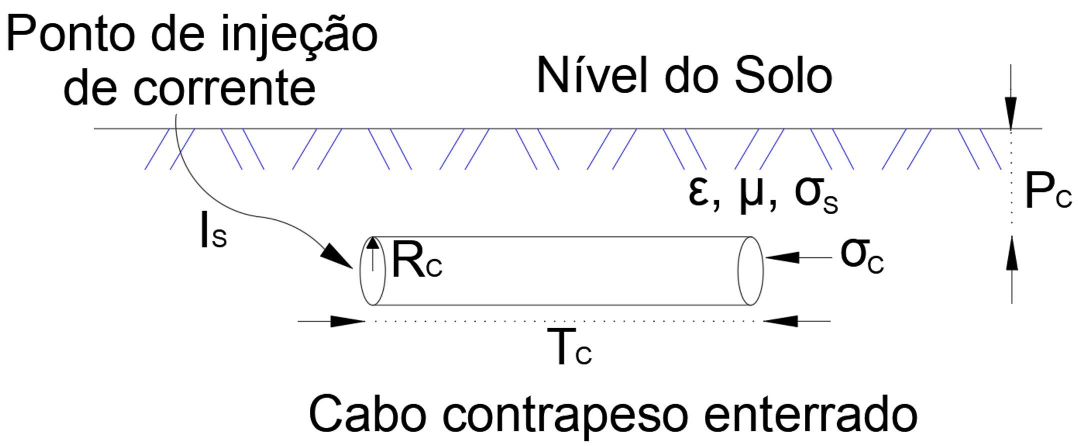
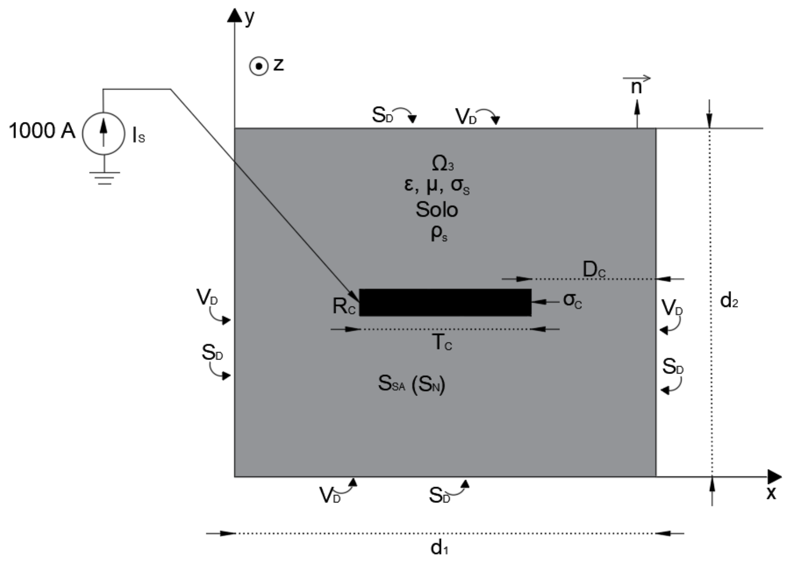
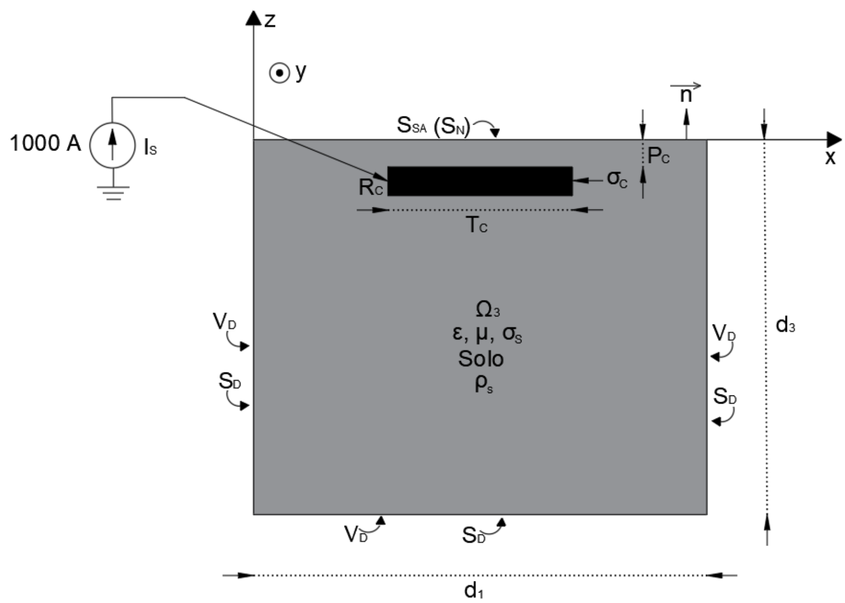


Figura 4.11 – Sistema de aterramento composto por um cabo contrapeso.
Fonte: Própria do autor.

O domínio computacional considerando técnicas numéricas diferenciais para o problema de um sistema de aterramento composto por um cabo contrapeso é extremamente grande, uma vez que deve ser considerado todo o comprimento do cabo e uma região em seu torno limitada por uma fronteira suficientemente distante deste onde seja possível assumir potencial igual a zero. Toda essa demanda computacional pode inviabilizar a solução numérica. Assim, neste trabalho é apresentado um estudo inicial onde são propostas uma modelagem matemática e uma configuração de distribuição de nós que torna a solução viável computacionalmente.



(a)



(b)

Figura 4.12 – Injeção de corrente no cabo contrapeso: vista superior (a) e vista de frente (b)

Fonte: Própria do autor.

O domínio do problema é tridimensional e constituído por um volume de solo no formato de um paralelepípedo, Ω_3, e as superfícies que o limitam, S_D (superfície que limita o domínio do problema na região do solo com resistividade ρ_S constituída de um paralelepípedo com dimensões d_1, d_2 e d_3) e S_{SA} (superfície solo ar formada pelo retângulo de lados d_1 e d_2). O cabo contrapeso é submetido a uma corrente de curto-circuito I_S injetada em uma de suas extremidades. A aproximação do potencial V_D na superfície de fronteira S_D para o problema considerando solo homogêneo é calculando considerando a distância D_C. Assim, domínio de simulação é truncado de maneira a assumir a forma de um paralelepípedo, conforme vistas da Figura 4.12.

Para reduzir o domínio computacional do problema poderia ser considerada uma simetria ao longo do eixo y. Porém essa simplificação não foi adotada tendo em vista que tornaria a solução semelhante àquela proposta para a haste vertical, requerendo ainda um grande esforço computacional. Ademais, a não consideração da simetria permite que a solução proposta possa ser facilmente estendida para outras configurações de aterramento que não possuem simetria, como por exemplo, malhas de aterramento.

Para a análise do sistema de aterramento com cabo contrapeso foi também adotado o sistema de coordenadas cartesianas e realizada a mesma modelagem matemática para obter a forma fraca do problema utilizada para a haste vertical. Então, a Equação (4.13) pode ser reescrita como:

$$\sigma \int_{\Omega 3} \left(\nabla T \cdot \nabla V \right) dxdydz = \sigma \int_{\Omega 3} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dxdydz = 0 . \qquad (4.25)$$

Neste caso a integral na fronteira do problema não está presente, pois: (1) o ponto de injeção da corrente de surto não toca a fronteira, (2) as funções de teste do IEFGM são iguais a zero na fronteira S_D do problema onde é imposto, diretamente no sistema linear, um valor $V = V_D$ para o potencial elétrico e (3) na fronteira S_N além das funções de teste do IEFGM serem iguais a zero deve ser imposta a condição de Neumann homogênea $\left(\partial V / \partial \mathbf{n} = 0 \right)$.

A grade de distribuição de pontos de Gauss proposta foi projetada para que exista um ponto no centro do conjunto de nós ao longo do centro do cabo. Ou seja, o cabo é posicionado no centro de um conjunto de células de integração e um número ímpar de pontos de integração por células é utilizado. Conforme ilustrado nas Figuras 4.13 e 4.14, o ponto de injeção da corrente I_S é em o ponto de Gauss (em azul) no centro do cabo (nós em amarelo), mais próximo da superfície da extremidade onde a corrente é injetada e com valor de condutividade elétrica é σ_S, permitindo a aplicação do critério da visibilidade. Esse ponto é chamado do ponto de injeção PI. Os nós do cabo contrapeso são círculos indicados em amarelo.

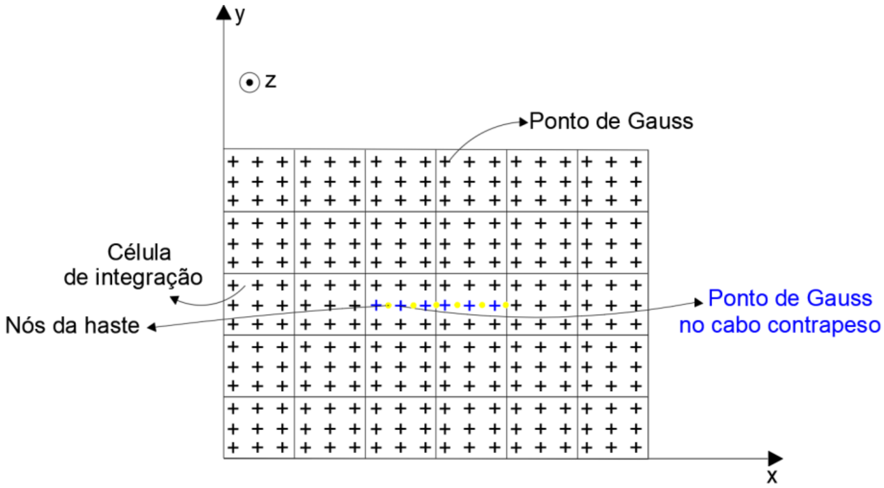


Figura 4.13 - Distribuição de pontos de Gauss no cabo contrapeso: corte com vista de cima

Fonte: Própria do autor.

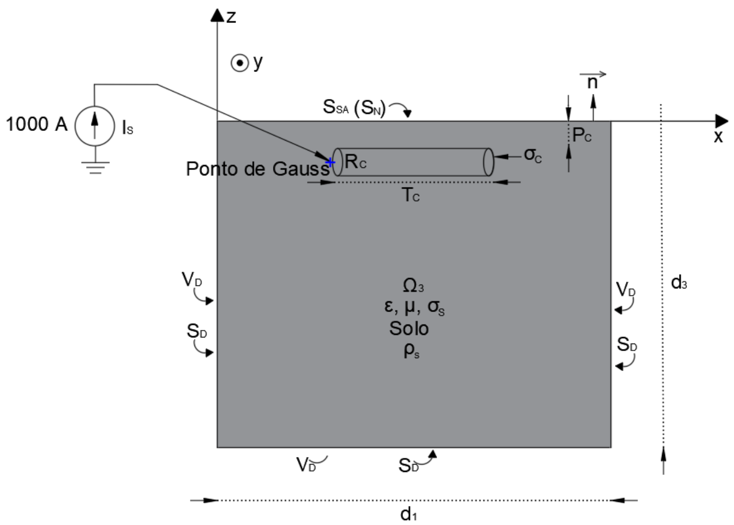


Figura 4.14 – Representação do ponto de injeção de corrente no ponto de Gauss mais próximo do cabo contrapeso

Fonte: Própria do autor.

Uma vez que a corrente I_S no PI é conhecida $\nabla V = -E = -J/\sigma = -I_S \Big/ \left(\pi R_C^2 \sigma\right)$, também é. onde existe uma única função de forma de valor igual a um. Assim, a Equação (4.25) pode ser reescrita como:

$$\sigma \int_{\Omega 3-PI} \left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial z} \right) dxdydz + \sigma \int_{PI} \left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} \right) dxdydz = 0 \,. \quad (4.26)$$

As derivadas em relação a y e z na 2ª integral de (4.26) não existem, pois, na superfície de um meio bom condutor só existe campo elétrico na direção normal, que neste caso é a direção –x. Então a Equação (4.26) pode ser reduzida a:

$$\sigma \int_{\Omega 3-PI} \left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial z} \right) dxdydz + \int_{PI} \frac{\partial T}{\partial x}\frac{I_S}{\pi R_C^2} dxdydz = 0 \,. \quad (4.27)$$

Utilizando a forma discretizada da função de teste T e da variável desconhecida V, conforme definido em (3.7) e (3.8) e considerando $\alpha_I = \Phi_I$ e $a_I = 1$, tem-se o seguinte sistema linear:

$$\left[K\right]\left[V\right] = \left[F\right], \quad (4.28)$$

onde

$$K_{ij} = \sigma \int_{\Omega 3-PI} \left(\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial z} \right) dxdydz \,, \quad (4.29)$$

$$F_j = -\int_{PI} \frac{\partial T}{\partial x}\frac{I_S}{\pi R_C^2} dxdydz \,. \quad (4.30)$$

Todos os nós cujo domínio de influência abrange o ponto de Gauss em que foi injetado a corrente, um valor correspondente é introduzido na posição referente a esses nós na matriz F.

A Figura 4.15 ilustra como é realizada a distribuição uniforme de nós sobre o domínio do problema do cabo horizontal. A definição do número de nós é feita em função do espaçamento entre os nós que são ajustados em função do tamanho do cabo contrapeso T_C e do número de divisões do cabo horizontal n_C. Como essa proposta não emprega como referência para o espaçamento entre os nós o raio do cabo, como foi feito para a haste vertical, ela permite reduzir significativamente o custo computacional.

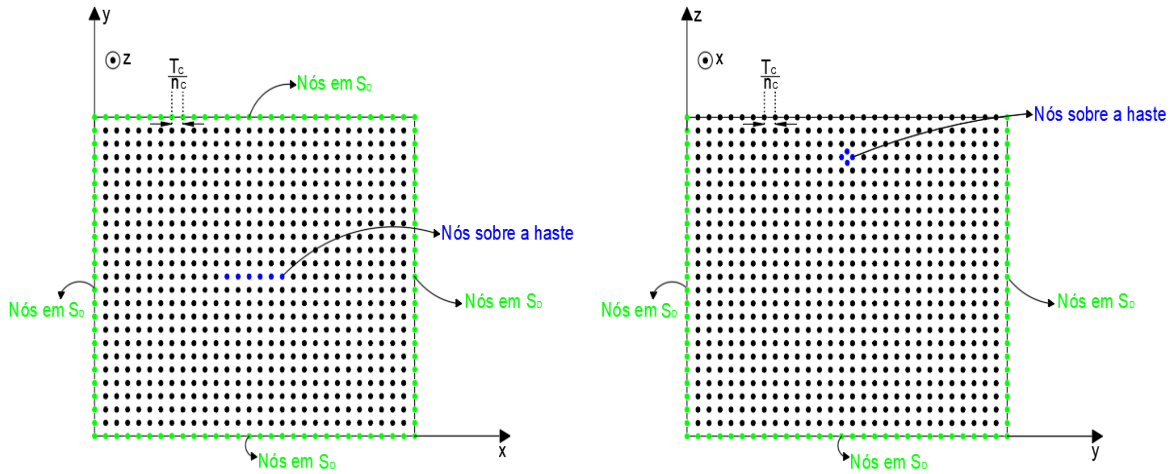


Figura 4.15 – Distribuição de nós uniforme no domínio do problema para cabo contrapeso: vista superior (a) e vista lateral (b)

Fonte: Própria do autor.

Após a implementação da modelagem matemática mostrada nesta seção em ambiente MATLAB, os resultados foram comparados com uma abordagem analítica em que a resistência de aterramento R_A de um condutor enterrado horizontalmente no solo é dada pela seguinte expressão (KINDERMANN, 1995):

$$R_A = \frac{\rho_a}{2\pi T_C}\left[\ln\left(\frac{2T_C^{\,2}}{R_C P_C}\right) - 2 + \frac{2P_C}{T_C} - \left(\frac{P_C}{T_C}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{P_C}{T_C}\right)^4\right]. \qquad (4.31)$$

onde:

ρ_a - é a resistividade aparente do solo (Ω.m);

T_C - é o comprimento do cabo contrapeso (m);

R_C - é o raio do cabo contrapeso (m);

P_C - é a profundidade de aterramento do cabo contrapeso (m).

4.8 Considerações Finais

Neste capítulo, foram apresentados aspectos particulares referentes à análise do sistema de aterramento elétrico utilizando o método IEFGM. A modelagem matemática do problema de aterramento elétrico para as configurações de haste vertical e cabo contrapeso em estudo foi toda descrita para a sua implementação no próximo capítulo, que mostra os resultados da modelagem eletromagnética do problema de aterramento em baixa frequência.

Capítulo 5

Resultados da Modelagem de Problemas de Aterramento 3D em Baixa Frequência

Este capítulo apresenta os resultados da modelagem eletromagnética do problema de aterramento em baixa frequência para sistemas de aterramento compostos de haste vertical inserida em solos homogêneos e heterogêneos e de cabo horizontal inserido em solo homogêneo. A distribuição de potencial ao nível do solo e a resistência de aterramento para cada uma das configurações propostas, obtidas a partir da aplicação do IEFGM, são mostradas neste capítulo.

Toda a fundamentação teórica apresentada foi implementada no ambiente MATLAB para simulação do problema de aterramento elétrico. Todas as simulações foram realizadas em um notebook A515-51G-70PU, Intel Core i7, 20GB (GeForce 940MX com 2GB) – Acer.

Para a comparação dos resultados obtidos a partir do IEFGM para os estudos de caso com haste vertical, são utilizados resultados do Software comercial SEGround desenvolvido pela NSA Consultoria e Informática Ltda., cujo método implementado é o MoM. Os resultados foram retirados da dissertação de Macedo (2018). Já para os estudos de caso com cabo contrapeso, os resultados são comparados com aqueles obtidos a partir de uma aproximação analítica (KINDERMANN, 1995).

5.1 Descrição dos Problemas Sob Análise

Com o objetivo de avaliar o método desenvolvido utilizando IEFGM em aplicações envolvendo sistemas de aterramento, o problema sobre análise neste trabalho é investigado considerando diversas simulações com situações específicas, tratadas por meio de diferentes estudos de caso. Assim, inicialmente, foi realizada a validação do problema e uma análise paramétrica com o objetivo de escolher a melhor configuração para a haste de aterramento vertical em termos de precisão e custo computacional. Foi, então, escolhida uma configuração hipotética de aterramento composta de uma haste de comprimento L_H de 1 m, inserida em solo homogêneo com resistividade ρ_S de 1 Ω.m e submetida a uma corrente de falta I_S injetada na extremidade superior da haste igual a 1000 A. Essa configuração foi definida na análise paramétrica para validação. Foi realizada a análise do erro percentual médio, do erro percentual relativo e do tempo de simulação para definição dos melhores valores dos parâmetros do IEFGM.

Os primeiros estudos de caso em solo homogêneo foram realizados com a configuração definida na análise paramétrica. Então, são realizadas várias simulações a fim de obter a distribuição de potencial elétrico V e a resistência de aterramento R_A, a partir da aplicação do IEFGM para cada caso analisado, variando o raio da haste R_H de 0,1 m a 0,0127 m.

Utilizando uma configuração semelhante definida na análise paramétrica, os estudos de caso da segunda análise consideram uma haste de aterramento de comprimento L_H de 1 m ou uma haste profunda com comprimento L_H de 2,5 m, ambas com raio de R_H 0,05 m, inserida em um solo estratificado de duas camadas horizontais de alturas, 2 m e 4 m, respectivamente, com resistividades diferentes. A análise de sistemas de aterramento com hastes profundas tem como objetivo principal aumentar o comprimento, permitindo que a haste atravesse a interface das camadas do solo heterogêneo, reduzindo o valor da resistência de aterramento. São realizadas algumas análises dos problemas de aterramento variando os valores das resistividades e o tamanho da haste de aterramento. Além disso, os valores do potencial elétrico V e da resistência de aterramento R_A são calculados a partir da aplicação do IEFGM, para cada caso analisado, e comparados com os resultados obtidos pelo MoM.

O último estudo de caso proposto é a análise de sistema de aterramento constituído de um cabo de aterramento horizontal enterrado no solo. Esta proposta tem como objetivo inserir um cabo de aterramento a uma profundidade que permita fazer análises do potencial elétrico e da resistência de aterramento considerando solo homogêneo. Os resultados são comparados com aqueles obtidos a partir de uma aproximação analítica (KINDERMANN, 1995).

A partir de todas essas análises, foi possível obter os potenciais ao nível do solo e a resistência de aterramento para diferentes valores de resistividade do solo e de raio da haste de aterramento, demonstrando a viabilidade do uso do IEFGM para esse tipo de aplicação.

5.2 Erro

Para a avaliação da consistência dos resultados obtidos a partir do modelo desenvolvido utilizando o IEFGM, é realizada uma comparação entre esses resultados com aqueles obtidos a partir da modelagem baseada no MoM para haste vertical e na análise teórica para haste horizontal ou cabo contrapeso. Nessa avaliação são considerados o erro percentual médio e o erro percentual relativo, a partir das seguintes definições de erro, respectivamente:

$$E_{med} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\left| S_i^{MoM} - S_i^{IEFGM} \right|}{S_i^{MoM}}}{n} .100\% \ , \qquad (5.1)$$

$$E_r = \frac{\left| S_i^{MoM} - S_i^{IEFGM} \right|}{S_i^{MoM}} .100\% \qquad (5.2)$$

$$E_{med} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\left| S_i^{AA} - S_i^{IEFGM} \right|}{S_i^{AA}}}{n} .100\% \qquad (5.3)$$

$$E_r = \frac{\left| S_i^{AA} - S_i^{IEFGM} \right|}{S_i^{AA}} .100\% \qquad (5.4)$$

em que S^{MoM} corresponde à solução obtida pelo MoM, S^{AA} corresponde à solução obtida pela aproximação analítica e, S^{IEFGM}, à solução obtida pelo IEFGM e n o número de pontos onde a solução é avaliada.

5.3 Análise Paramétrica para o Problema da Haste Vertical

O sistema de aterramento considerado para validar a modelagem proposta neste trabalho é composto de uma haste de aterramento vertical de comprimento L_H de 1 m, raio R_H de 0,1 m, condutividade elétrica σ_H = 5.7 x 10^7 S/m (cobre), inserida em solo homogêneo com resistividade ρ_S de 1 Ω.m, submetida a uma corrente de falta I_S injetada na extremidade superior da haste igual a 1000 A. Eletrodos verticais são um dos meios mais simples e comumente usados de terminação de aterramento de sistemas elétricos.

Com o objetivo de reduzir o custo computacional, o domínio foi truncado em um cubo com aresta de 6 m, conforme ilustrado na Figura 5.1, onde as equipotenciais para pontos distantes do aterramento já podem ser assumidas como hemisféricas. Foi utilizada uma grade retangular uniforme para distribuição dos nós e também dos pontos de Gauss para o processo de integração, conforme ilustrado nas Figuras 5.2 e 5.3. Esse tipo de grade pode ser diretamente aplicado em problemas de haste vertical com outras configurações geométricas, assim como também para o problema do cabo contrapeso.

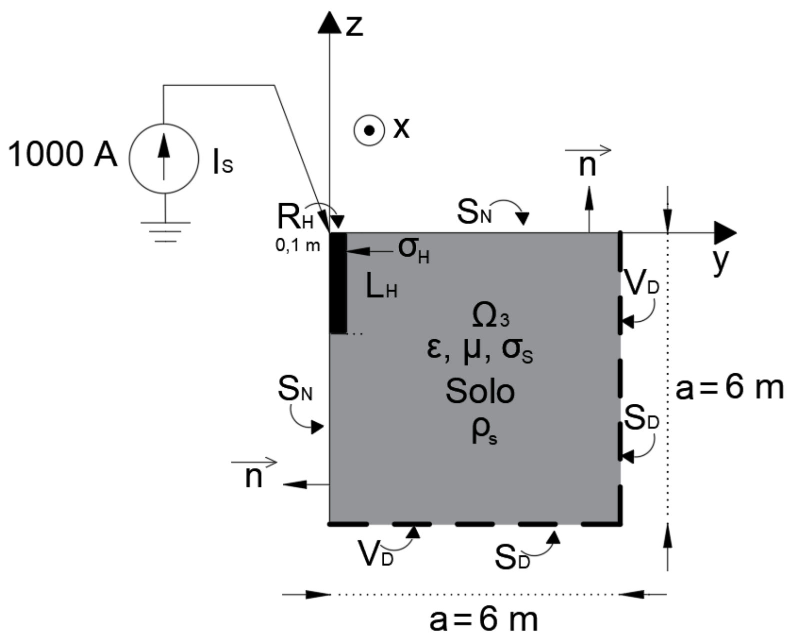


Figura 5.1 - Sistema de aterramento 3D inserido em solo homogêneo

Fonte: Própria do autor.

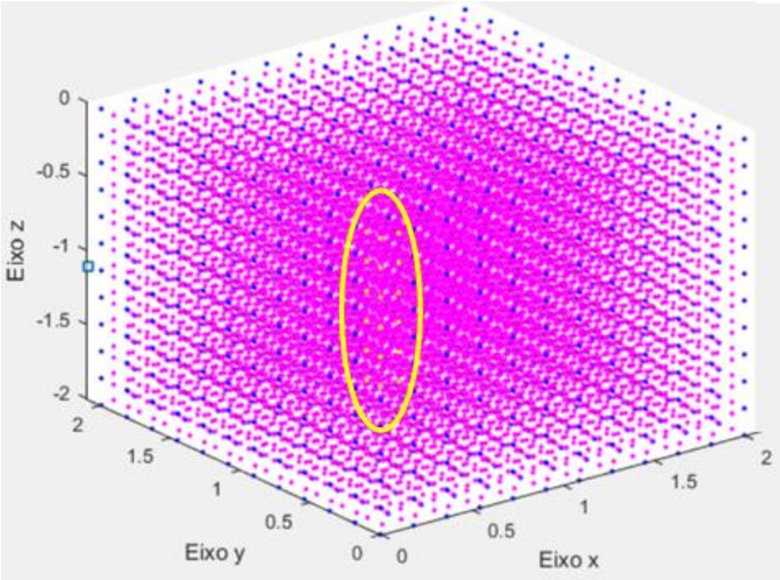


Figura 5.2 - Sistema de aterramento 3D com haste vertical em ambiente MATLAB, nós (azul e amarelo na haste) e pontos de Gauss (rosa)

Fonte: Própria do autor.

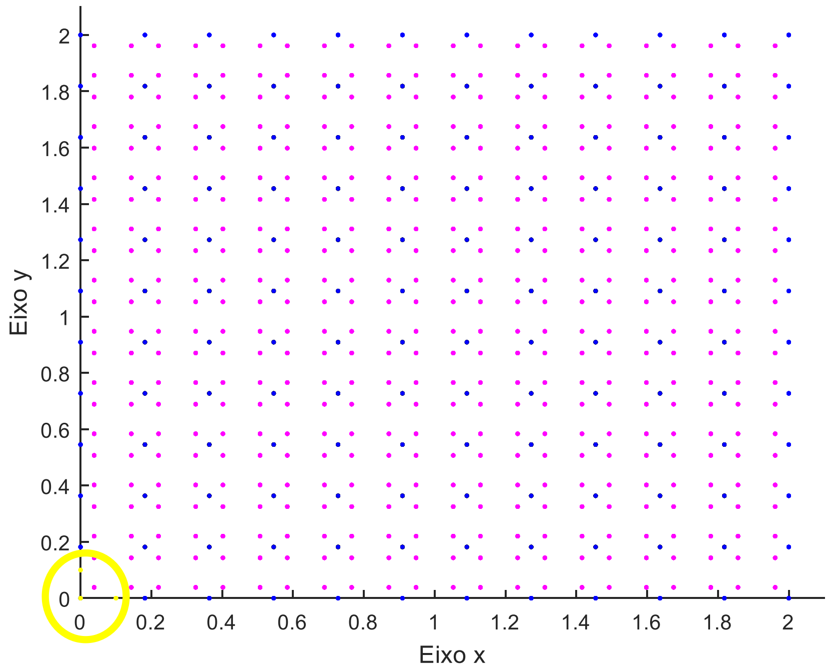


Figura 5.3 - Sistema de aterramento 3D com haste vertical em ambiente MATLAB com vista superior dos nós (azul e amarelo na haste) e pontos de Gauss (rosa).

Fonte: Própria do autor.

Um aspecto importante, que deve ser avaliado cuidadosamente quando métodos numéricos são usados para resolver este tipo de problema, é como o raio do eletrodo é introduzido na modelagem matemática. A modelagem correta deste parâmetro é indispensável para garantir a precisão dos resultados. Neste trabalho, a haste vertical é computacionalmente descrita por nós introduzidos no domínio do problema, conforme ilustrado nas Figuras 5.2 e 5.3. Os nós representando a haste são, então, posicionados sob as coordenadas do raio da haste e de seu centro, respectivamente. O espaçamento entre os nós que representam a haste ao longo de seu comprimento é igual ao raio da haste e o espaçamento dos demais nós no domínio do problema é definido como sendo um multiplo inteiro, α, do raio da haste. Assim, o ajuste do número de nós utilizados é dependente do ajuste do valor de α. Neste trabalho, cada célula da grade de integração foi definida igual e coincidente com o espaçamento entre os nós. Assim, também o ajuste do número de pontos de integração é função do valor de α além do número de pontos por célula.

Foi utilizada uma grade retangular uniforme para distribuição dos nós (azul) e também dos pontos de Gauss (rosa) para o processo de integração, conforme ilustrado nas Figuras 5.2 e 5.3. Esse tipo de grade pode ser diretamente aplicado em problemas de haste vertical com outras configurações geométricas, assim como também para o problema do cabo contrapeso. Nesta figura, em amarelo, estão representados os nós que definem a haste e observa-se na imagem que há um ponto de Gauss dentro do domínio da haste de aterramento, permitindo assim a aplicação do critério da visibilidade.

O número de pontos de integração, NPI, o número de pontos de integração por célula, PG, o número de nós, NN, a Razão Gauss Nós, RGN, o tempo de simulação, o valor da constante α e do tamanho do domínio de influência ajustado pela constante γ, utilizados na análise paramétrica, são apresentados na Tabela 5.1. Essa análise tem como objetivo verificar a resposta do IEFGM para diferentes condições de ajuste e validar a modelagem matemática desenvolvida para o problema sob análise. A análise paramétrica foi realizada considerando somente solos homogêneos, porém seus resultados foram utilizados para o cálculo da resistência de aterramento em solos homogêneos com a variação do raio e também para o cálculo da resistência de aterramento em solos heterogêneos com a variação da resistividade das camadas e do tamanho da haste de aterramento.

Tabela 5.1 - Parâmetros para a análise paramétrica

Estudos de Caso	R_H (m)	NN	NPI	RGN	Tempo (s)	α	PG	γ
Caso 1					388,85			1,5
Caso 2					857,63			2
Caso 3		10.662	74.088	6,95	1.270,20		2x2	2,5
Caso 4					2.029,15			3
Caso 5					3.219,73			3,5
Caso 6					4.845,21	3		4
Caso 7					981,91			1,5
Caso 8					2.077,08			2
Caso 9		10.662	250.047	23,45	5.970,05		3x3	2,5
Caso 10					9.348,85			3
Caso 11					13.224,22			3,5
Caso 12	0,1				19.524,31			4
Caso 13					4.403,30			1,5
Caso 14					9.489,08			2
Caso 15		32.780	238.328	7,27	13.858,27		2x2	2,5
Caso 16					25.334,61			3
Caso 17					49.295,21			3,5
Caso 18					54.206,76	2		4
Caso 19					5.079,19			1,5
Caso 20					15.094,41			2
Caso 21		32.780	804.357	24,54	27.461,08		3x3	2,5
Caso 22					68.799,50			3
Caso 23					128.436,71			3,5
Caso 24					191.260,55			4

Fonte: Própria do autor.

Para o problema da haste vertical sob estudo, a superfície de fronteira S_D é uma casca cúbica. Assim, os valores de V_D são diferentes para cada ponto desta superfície, uma vez que a distância desta à haste é variável (de 6 m, aresta do cubo, até 10,39 m, diagonal principal do cubo). Para esta análise, o valor de potencial V_D imposto na superfície de fronteira variou de 15,31 V a 26,53 V, calculado por meio da aproximação apresentada na Seção 4.5.1.

Tabela 5.2 - Resultados da análise paramétrica

Estudos de Caso	R_H (m)	V_D (V)	V_H (V) IEFGM	R_A (Ω) IEFGM	R_A (Ω) MOM	E_r (R_A)	E_{med} (V)
Caso 1	0,1	15,31 - 26,53	401,39	0,4014	0,3966	1,21%	0,69%
Caso 2			401,06	0,4011		1,12%	0,66%
Caso 3			400,50	0,4005		0,98%	0,63%
Caso 4			399,45	0,3994		0,72%	0,61%
Caso 5			397,86	0,3979		0,32%	0,60%
Caso 6			395,76	0,3958		0,21%	0,59%
Caso 7			355,57	0,3556		10,35%	0,85%
Caso 8			355,45	0,3555		10,37%	0,85%
Caso 9			355,44	0,3554		10,38%	0,85%
Caso 10			355,31	0,3553		10,41%	0,85%
Caso 11			355,18	0,3552		10,44%	0,85%
Caso 12			355,08	0,3551		10,47%	0,85%
Caso 13			389,67	0,3897		1,75%	0,60%
Caso 14			389,71	0,3897		1,74%	0,59%
Caso 15			389,73	0,3897		1,73%	0,58%
Caso 16			389,66	0,3897		1,75%	0,57%
Caso 17			389,55	0,3895		1,78%	0,55%
Caso 18			389,39	0,3894		1,82%	0,54%
Caso 19			407,08	0,4071		2,64%	0,81%
Caso 20			407,32	0,407		2,70%	0,82%
Caso 21			407,45	0,407		2,74%	0,82%
Caso 22			407,42	0,407		2,73%	0,82%
Caso 23			407,36	0,407		2,71%	0,82%
Caso 24			407,28	0,407		2,69%	0,82%

Fonte: Própria do autor.

Os valores de V_D utilizados e os valores da tensão V_H na haste de aterramento e da resistência de aterramento R_A obtidos para diferentes condições estudadas são apresentados na Tabela 5.2, juntamente com os resultados obtidos usando MoM, assim como o erro percentual médio (E_{med}) da distribuição de potencial e o erro percentual relativo (E_r) da resistência de aterramento.

O estudo de caso 1 foi escolhido para análise em solos homogêneos, devido à sua boa precisão com um menor tempo de processamento. Para essa configuração, observa-se na Figura 5.3 que os gráficos de distribuição de potencial elétrico obtidos pelo IEFGM e do MoM são muito próximos. A diferença entre os potenciais pode ser quantificada em termos do erro calculado a partir da Equação 5.1, que fornece um valor erro médio de 0,69% para os valores de potencial elétrico no nível do solo e um erro relativo de 0,69% com relação à resistência de aterramento. Para a simulação, NN foi de 10.662 e NPI de 74.088, conduzindo a uma RGN de 6,95.

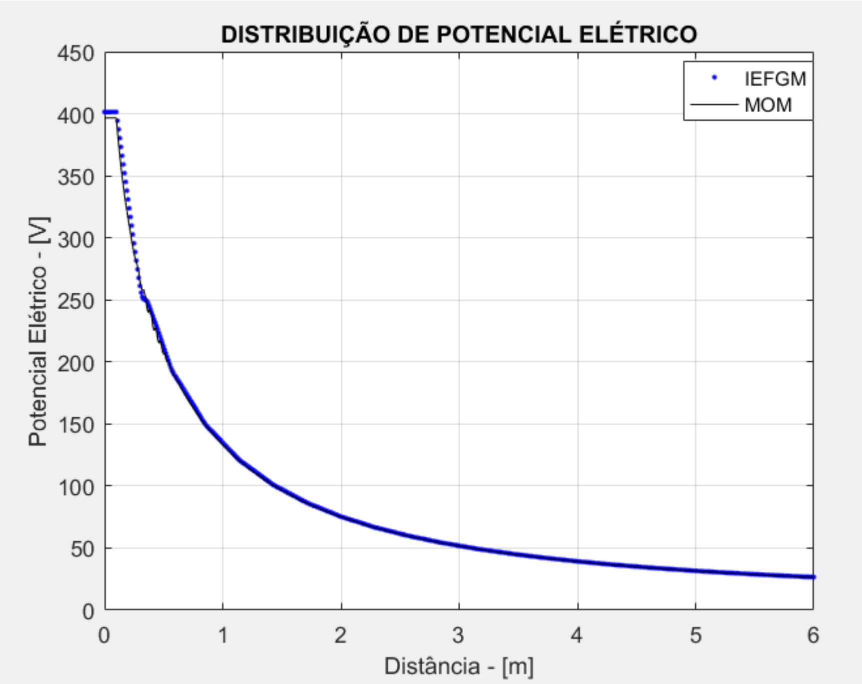


Figura 5.4 - Distribuição de potencial elétrico no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para R_H = 0,1 m

Fonte: Própria do autor.

Para todos os casos analisados, o erro percentual médio (E_{med}) da distribuição de potencial foi inferior a 1%. O erro percentual relativo (E_r) da resistência de aterramento nas análises utilizando a malha 2x2 de pontos de Gauss utilizada em cada célula de integração foi inferior a 2%, enquanto para a malha 3x3, o erro percentual relativo (E_r) chegou à faixa de 10%, que pode ser explicada pela malha de gauss utilizada, demonstrando a sensibilidade do método ao número de pontos de gauss em relação ao número de nós. Observa-se, também, que quanto menor o valor da constante α, maior é o número de nós utilizado, e, consequentemente, maior é o custo computacional. O tamanho do domínio de influência ajustado pela constante γ também impacta diretamente no custo computacional.

5.4 Estudo de Caso – Haste Vertical em Solo Homogêneo

Para o estudo de caso com solo homogêneo, foi considerada a mesma configuração de sistema de aterramento da análise paramétrica, submetida a uma corrente de falta I_S injetada na extremidade superior da haste igual a 1000 A. A fim de obter os valores da distribuição de potencial elétrico V e da resistência de aterramento R_A, várias simulações foram realizadas com a variação do raio da haste R_H de 0,0127 m a 0,1 m. Os valores de NPI, NN, RGN, α γ utilizados e o tempo de simulação demandado são apresentados na Tabela 5.3. Observa-se que o valor de RGN para todos os casos foram maiores que 6,95, conforme necessário para manter a precisão dos resultados de acordo com Liu (2003).

Tabela 5.3 - Parâmetros para análise de R_H em solo homogêneo

Estudos de Caso	R_H (m)	NN	NPI	RGN	Tempo (s)	α	PG	γ
Caso 1	0,1	10.662	74.088	6,95	388,85	3	2x2	1,5
Caso 2	0,09	13.841	97.336	7,03	596,61			
Caso 3	0,08	17.592	125.000	7,11	921,44			
Caso 4	0,07	27.019	195.112	7,22	2.173,67			
Caso 5	0,06	39.325	287.496	7,31	4.557,92			
Caso 6	0,05	74.114	551.368	7,44	16.960,29			
Caso 7	0,04	140.641	1.061.208	7,55	75.922,35			
Caso 8	0,0127	157.557	1.191.016	7,56	83.570,58			

Fonte: Própria do autor.

Os valores de V_D utilizados e os valores de V_H na haste de aterramento e da resistência de aterramento R_A obtidos para diferentes valores de raio R_H da haste são apresentados na Tabela 5.4 juntamente com os resultados obtidos usando MoM. Como pode ser observado na Tabela 5.4, os valores da resistência de aterramento obtidos a partir da aplicação dos métodos MM e MoM, respectivamente, aproximam-se e demonstram a validade da formulação proposta. Ao comparar os valores da resistência de aterramento calculada a partir de cada método, é possível verificar uma boa concordância entre os métodos, caracterizada por um desvio inferior a 2,05%.

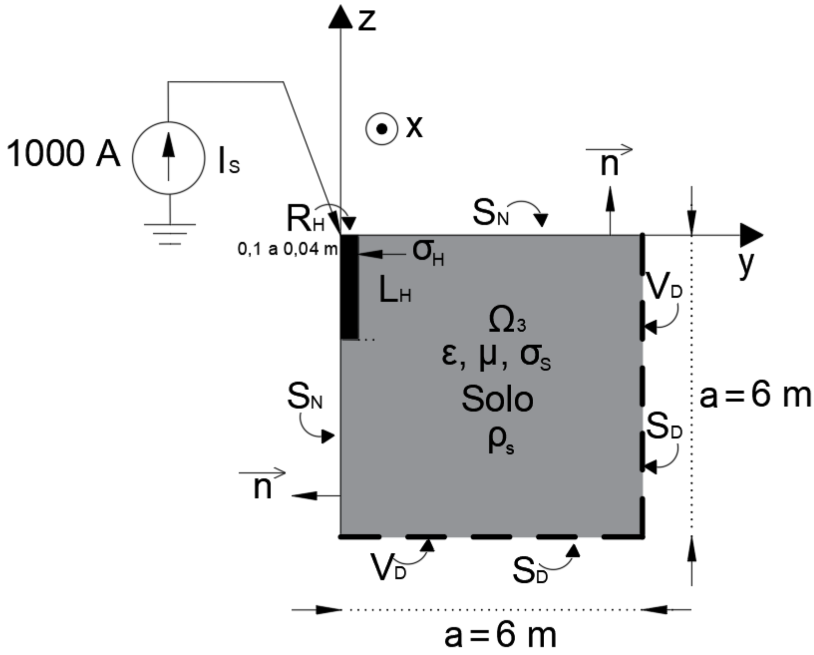
Tabela 5.4 - Resultados para haste inserida em solo homogêneo para diferentes valores de R_H

Estudos de Caso	R_H (m)	V_D (V)	V_H (V) IEFGM	R_A (Ω) IEFGM	R_A (Ω) MOM	$E_r\left(R_A\right)$
Caso 1	0,1	15,31 - 26,53	401,39	0,4014	0,3966	1,21%
Caso 2	0,09	15,31 - 26,53	422,50	0,4225	0,4140	2,05%
Caso 3	0,08	15,31 - 26,53	440,10	0,4401	0,4340	1,41%
Caso 4	0,07	15,31 - 26,53	463,90	0,4639	0,4560	1,73%
Caso 5	0,06	15,31 - 26,53	485,75	0,4857	0,4820	0,78%
Caso 6	0,05	15,31 - 26,53	516,48	0,5165	0,5130	0,68%
Caso 7	0,04	15,31 - 26,53	550,22	0,5502	0,5510	0,14%
Caso 8	0,0127	45,93 - 79,59	742,08	0,7421	0,7420	0,01%

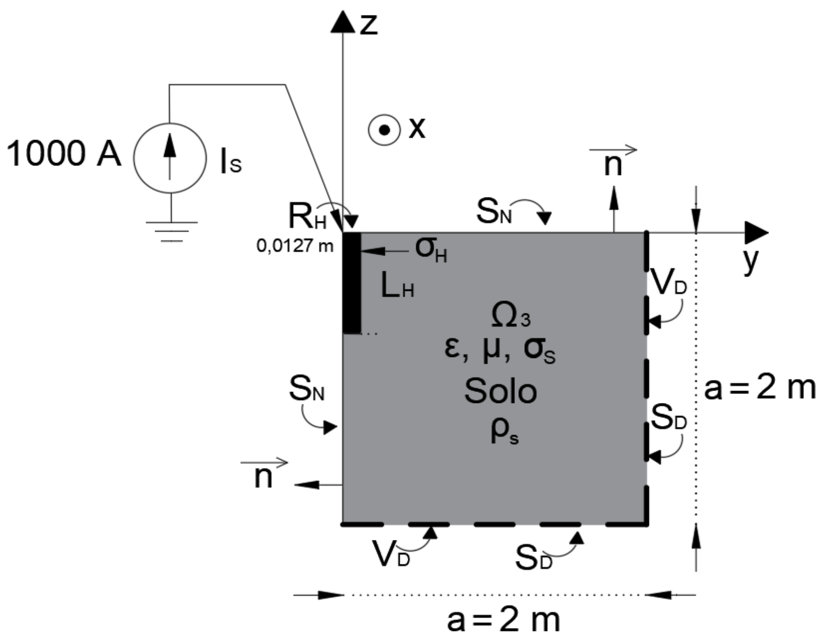
Fonte: Própria do autor.

Como os valores de NN e NPI são definidos de acordo com o raio da haste, raios menores requerem um custo computacional maior. Assim, para tornar a análise computacionalmente viável, o domínio de simulação foi truncado de acordo com a Figura 5.5(a) para todos os casos, exceto para o caso 8 com raio da haste igual a 0,0127 m, que apresentou o custo computacional bastante elevado (NN = 3.944.405 e NPI = 30.959.144) para a = 6 m, o que inviabilizou a análise de configurações de hastes com valores de raios inferiores a esse. Assim, o domínio dessa configuração foi reduzido e o valor V_D foi calculado na superfície S_D considerando uma distância menor, conforme a Figura 5.4(b), reduzindo o custo computacional (NN = 157.557 e NPI = 1.191.016). Mesmo nesta condição de domínio reduzido, ainda foi obtido um valor baixo de erro, igual a 0,01%, para a resistência de aterramento. Ao analisar a

Tabela 5.4, é possível verificar também que à medida que o raio da haste diminui, tem-se a elevação no valor da resistência de aterramento. Os resultados gráficos qualitativos para o estudo de caso 1 são apresentados nas Figuras 5.6 e 5.7.



(a)



(b)

Figura 5.5 - Sistema de aterramento 3D: distância de Dirichlet variando de 6 m a 10,39 m (a) distância de Dirichlet variando de 2 m a 3,46 m (b)

Fonte: Própria do autor.

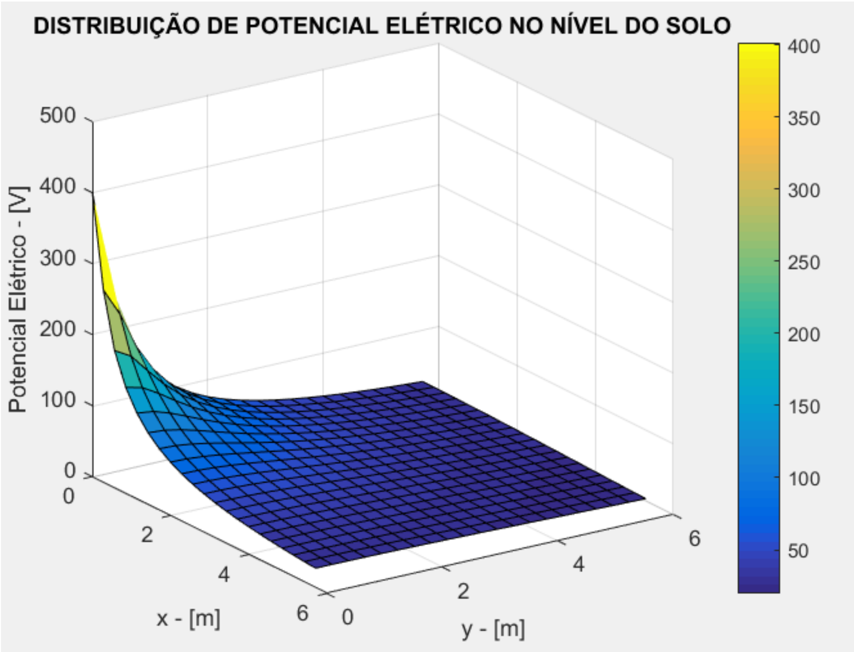


Figura 5.6 - Distribuição de potencial elétrico no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para R_H = 0,1 m

Fonte: Própria do autor.

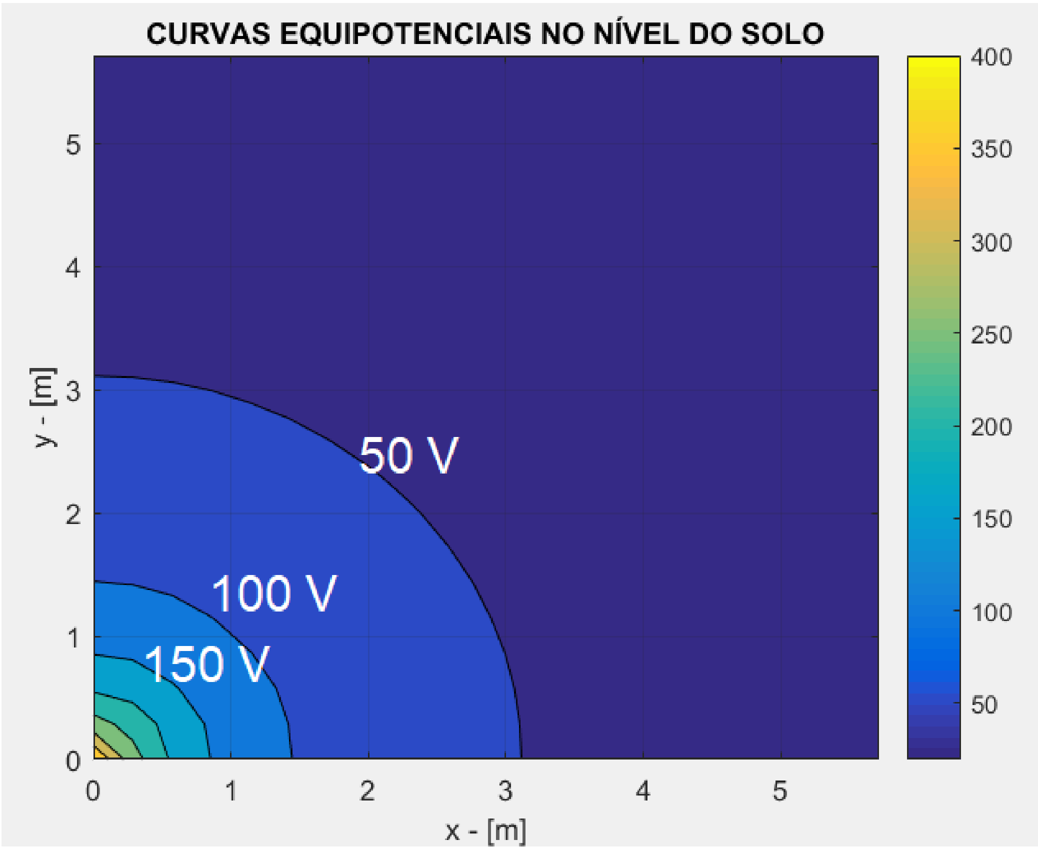


Figura 5.7 - Curvas de equipotenciais no solo espaçadas de 50 V para R_H = 0,1 m

Fonte: Própria do autor.

5.5 Estudo de Caso – Haste Vertical em Solo Heterogêneo de Duas Camadas

O solo possui algumas características devido à sua própria formação geológica ao longo dos anos, tendo várias camadas com resistividades diferentes. Portanto, a sua modelagem em camadas estratificadas é de extrema importância para o cálculo dos parâmetros de um sistema de aterramento, sendo essencial para contribuir com o desenvolvimento de estudos, projetos e determinação dos potenciais ao nível do solo.

Utilizando o IEFGM, as análises realizadas para sistemas de aterramento inseridos em solos homogêneos também foram estendidas para solos heterogêneos. Nesta seção, são investigados aspectos relativos à aplicação do IEFGM ao problema de aterramento elétrico inserido em um solo heterogêneo estratificado em duas camadas para haste de 1 m de comprimento e também de 2,5 m de comprimento do tipo profunda.

Com o objetivo de analisar a dispersão da corrente de falta no solo heterogêneo, foi realizada a análise de problemas de aterramento variando os valores das resistividades ρ_1 e ρ_2 e espessuras H_1 e H_2 das camadas horizontais do solo estratificado, conforme casos apresentados na Tabela 5.5. Uma corrente de falta I_S igual a 1000 A novamente foi injetada na extremidade superior da haste. Os valores de NPI, NN, RGN, α e γ utilizados são apresentados na Tabela 5.6. Os valores da RGN para todos os casos foram maiores que 7,44, mantendo a precisão dos resultados, conforme estabelecido em Liu (2003). Os valores de V_D utilizados e os valores de V_H na haste de aterramento e da resistência de aterramento R_A obtidos para os diferentes estudos de caso são apresentados na Tabela 5.7, juntamente com os resultados obtidos utilizando o MoM.

Tabela 5.5 - Estudos de caso para haste inserida em solo heterogêneo

Estudos de Caso	R_H (m)	L_H (m)	1ª Camada ρ_1 (Ω.m)	2ª Camada ρ_2 (Ω.m)	H_1 (m)	H_2 (m)
Caso 1	0,05	1	1000	100	2	8
Caso 2			1000	100	2	4
Caso 3			100	1000	2	4
Caso 4		2,5	1000	100	2	4
Caso 5			100	1000	2	4

Fonte: Própria do autor.

Tabela 5.6 - Parâmetros para análise da haste inserida em solo heterogêneo

Estudos de caso	NN	NPI	RGN	Tempo (s)	α	PG	γ
Caso 1	314.458	2.406.104	7,65	766.040,26	3	2x2	1,5
Caso 2	74.114	551.368	7,44	17.625,17			
Caso 3	74.114	551.368	7,44	18.036,60			
Caso 4	74.148	551.368	7,44	17.845,38			
Caso 5	74.148	551.368	7,44	17.743,83			

Fonte: Própria do autor.

Tabela 5.7 - Resultados para haste inserida em solo heterogêneo

Estudos de Caso	V_D (V)	V_H (kV) IEFGM1 T_C	R_A (Ω) IEFGM1	R_A (Ω) MOM	$E_r\ (R_A)$
Caso 1	5,46 - 9,46	67,76	67,76	65,36	3,68%
Caso 2	1,89 - 3,28	555,85	555,85	462,06	20,30%
Caso 3	7,33 - 12,70	66,93	66,93	65,36	2,40%
Caso 4	1,96 - 3,40	65,31	65,31	65,67	0,55%
Caso 5	7,33 - 12,70	49,05	49,05	48,00	2,19%

Fonte: Própria do autor.

Primeiramente, a simulação do caso 1 foi realizada considerando um domínio truncado em um cubo com aresta de 10 m, conforme Figura 5.8, impondo as mesmas condições de contorno utilizadas por Macedo (2018). Para esta análise, o valor de potencial V_D imposto na superfície de fronteira variou de 5,46 kV (17,32 m) a 9,46 kV (10 m). Entretanto, a simulação apresentou um alto custo computacional

(NN = 314.458 e NPI = 2.406.104), com um tempo de simulação de 766.040,26 segundos, equivalente a quase nove dias, porém com uma boa precisão no resultado com um desvio de 3,68%, conforme Tabela 5.7. Para reduzir o custo computacional foi necessária a redução do domínio do problema para um cubo com aresta de 6 m, conforme Figura 5.9. Foi utilizado o valor de V_D para a distância 6 m disponível em Macedo (2018) e feita uma aproximação do valor de potencial V_D para os outros pontos, em função da distância na superfície de fronteira S_D, que é uma casca cúbica. Assim, os valores de V_D são diferentes para cada ponto dessa superfície.

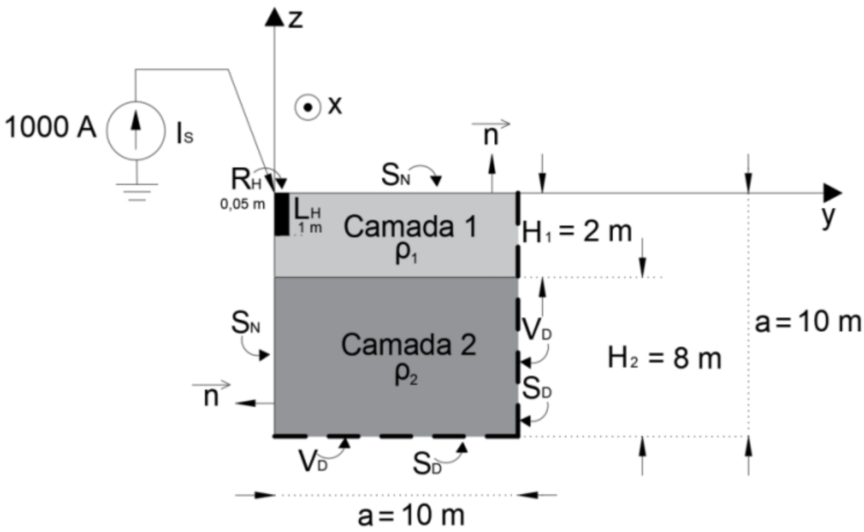
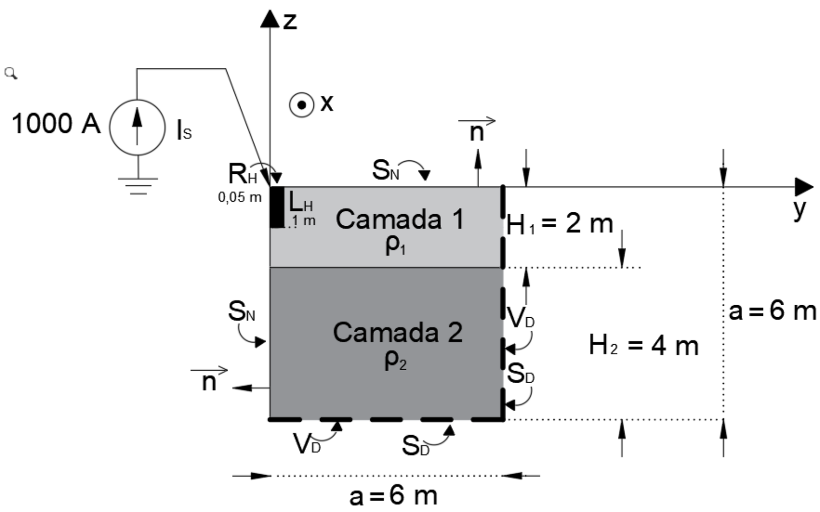
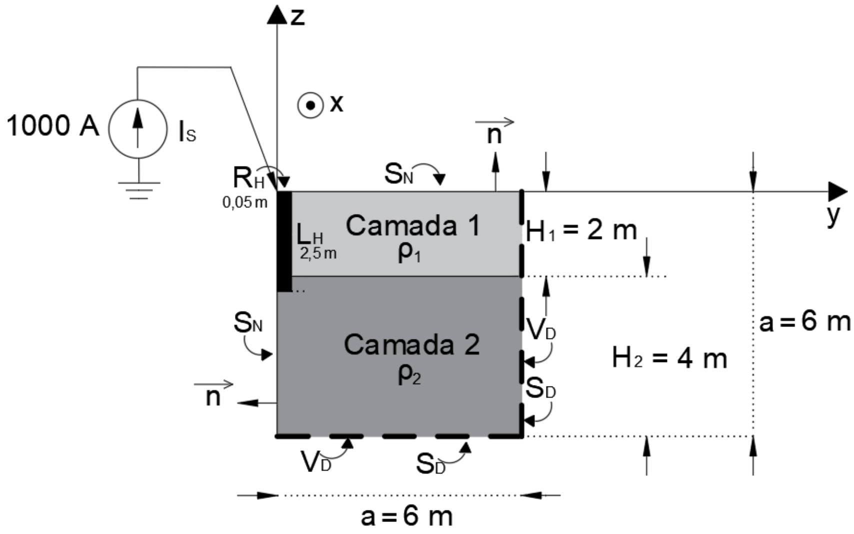


Figura 5.8 - Sistema de aterramento 3D composto de uma haste inserida em um solo heterogêneo
Fonte: Própria do autor.



(a)



(b)

Figura 5.9 - Sistema de aterramento 3D composto de uma haste inserida em um solo heterogêneo com haste de 1 m (a) e haste de 2,5 m (b)

Fonte: Própria do autor.

Como pode ser observado na Tabela 5.7, os valores da resistência de aterramento obtidos nos estudos de caso a partir da aplicação dos métodos IEFGM1 e MoM, respectivamente, aproximam-se, o que demonstra a exatidão do método proposto. Ao comparar os valores da resistência de aterramento calculada a partir de cada método para os casos 3, 4 e 5, é possível verificar uma boa concordância entre os métodos, caracterizada por um desvio inferior a 2,40%.

Ao analisar os resultados obtidos a partir do IEFGM1 para o estudo de caso 2 da Tabela 5.7, verifica-se que o valor de R_A é igual a 555,85 Ω. Ao inverter os valores de resistividade, percebe-se uma grande redução da resistência de aterramento, que pode ser explicado pelo baixo valor de resistividade da 1ª camada do estudo de caso 3. Ao realizar o prolongamento da haste de aterramento, que era de 1 m comprimento para hastes profundas com comprimento L_H igual a 2,5 m, foi possível obter uma redução significativa no valor de R_A para os casos analisados.

Verifica-se que para o estudo de caso 4 da Tabela 5.7, que representa uma haste do tipo profunda inserida em um solo estratificado, a resistência de aterramento obtida a partir do IEFGM1 apresenta o valor de 65,31 Ω. Já o valor de

R_A calculado para o estudo de caso 2 na mesma Tabela 5.7 é de 555,85 Ω, percebe-se uma redução significativa no valor da resistência de aterramento após realizar o prolongamento da haste. Essa redução no valor de R_A ocorre devido a dois fatores: o aumento do comprimento da haste de aterramento e a penetração do eletrodo na segunda camada de solo, que possui valor de resistividade inferior ao da primeira camada.

No gráfico da Figura 5.10, na sequência, observa-se um baixo decaimento da curva. O estudo de caso 3 possui uma distribuição de potencial suave, em que as tensões de passo são menores perto da haste, devido a uma resistividade menor de primeira camada ao ser comparada com o estudo de caso 2.

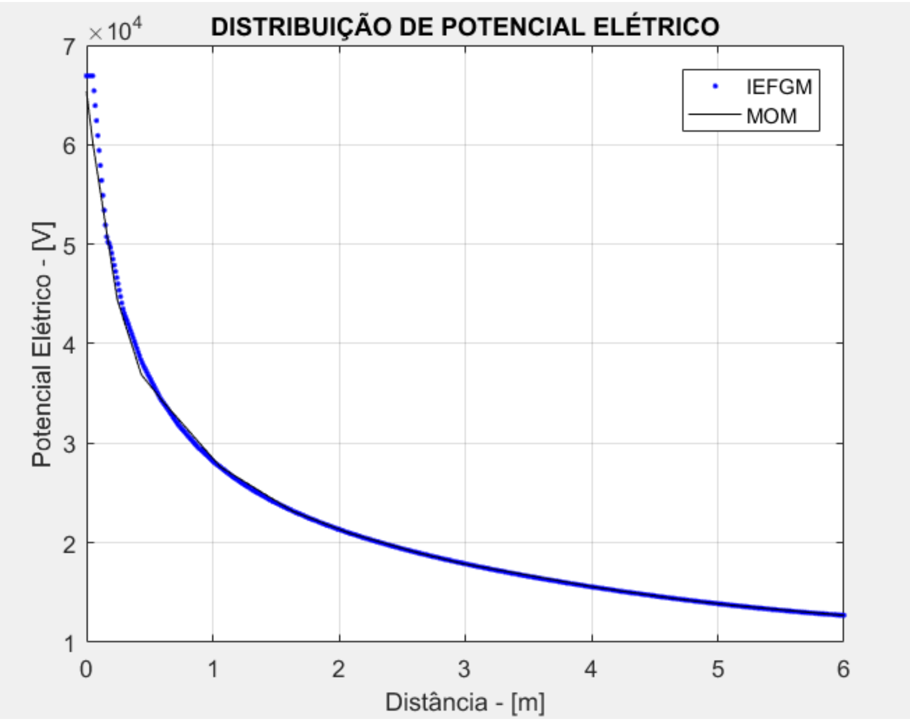


Figura 5.10 - Distribuição de potencial elétrico no nível do solo calculado a partir do IEFGM e do MoM para o estudo de caso 3

Fonte: Própria do autor.

Portanto, é possível notar que a variação da resistividade do solo provoca a alteração da dispersão de corrente por ele, o que reflete no decaimento da curva de distribuição de potencial ao nível do solo.

Foram realizadas duas formas para o cálculo de potencial V_D na superfície S_D onde é imposta a condição de Dirichlet. Os resultados obtidos (IEFGM1) na

Tabela 5.7 foram considerando a distância de 6 m, conforme valor disponível em Macedo (2018), e para valores de distância diferentes de 6 m foi utilizada uma regra de três considerando a relação inversamente proporcional à distância. A Tabela 5.8 mostra outra simulação realizada para cálculo da resistência de aterramento R_A utilizando a aproximação da Seção 4.5.2 para cálculo de potencial V_D na superfície S_D. Os valores de V_H na haste de aterramento e da resistência de aterramento R_A obtidos para os estudos de caso 2, 3, 4 e 5 na segunda simulação (IEFGM2) são apresentados novamente na Tabela 5.8, juntamente com os resultados obtidos utilizando o MoM e os resultados obtidos na primeira simulação (IEFGM1) mostrados na Tabela 5.7.

Como pode ser observado, os valores da resistência de aterramento obtidos nos estudos de caso a partir da segunda simulação (IEFGM2) e MoM, respectivamente, dado por $E_{r1}(R_A)$, aproximam-se nos estudos de caso 3 e 4, o que demonstra uma excelente exatidão do método IEFGM. Ao comparar os valores da resistência de aterramento obtidos através das duas simulações com a aplicação do método IEFGM, dado por $E_{r2}(R_A)$, observa-se que nos estudos de caso 2, 3 e 4 é possível verificar uma boa concordância, caracterizada por um desvio inferior a 3,45%. Os desvios superiores a 10% podem ser explicados através da sensibilidade do Método Meshless IEFGM, da necessidade de melhor discretização e de aumento do domínio de influência para melhorar a qualidade da malha ou da imposição das condições na superfície de contorno.

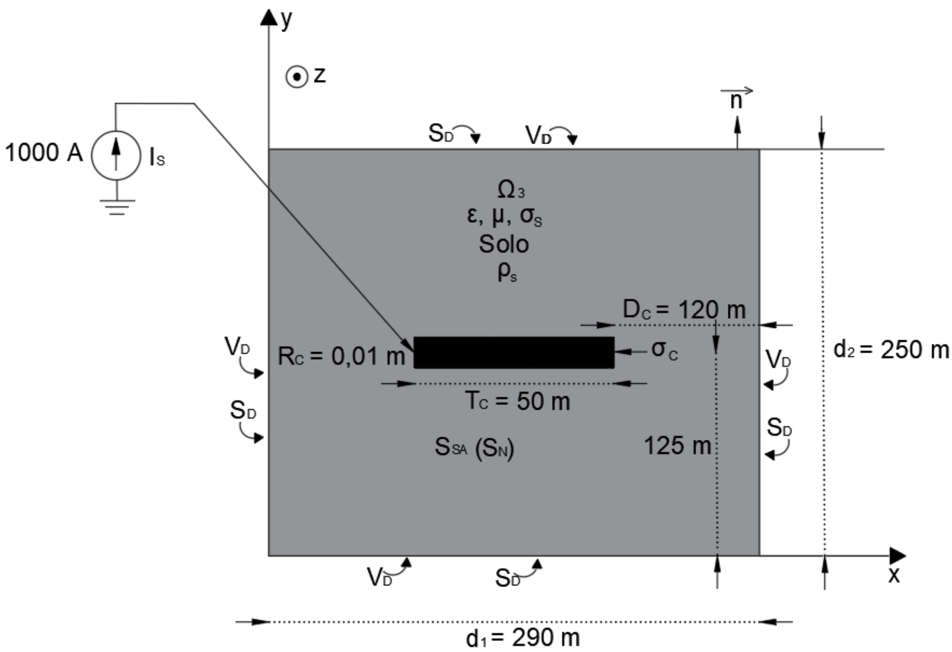
Tabela 5.8 - Resultados para haste inserida em solo heterogêneo

Estudos de Caso	V_H (kV) IEFGM	R_A (Ω) IEFGM2	R_A (Ω) IEFGM1	R_A (Ω) MOM	$E_{r1}(R_A)$	$E_{r2}(R_A)$
Caso 2	555,98	555,98	555,85	462,06	20,33%	0,02%
Caso 3	67,32	67,32	66,93	65,36	3,01%	0,59%
Caso 4	63,06	63,06	65,31	65,67	3,91%	3,45%
Caso 5	54,41	54,41	49,05	48,00	13,35%	10,92%

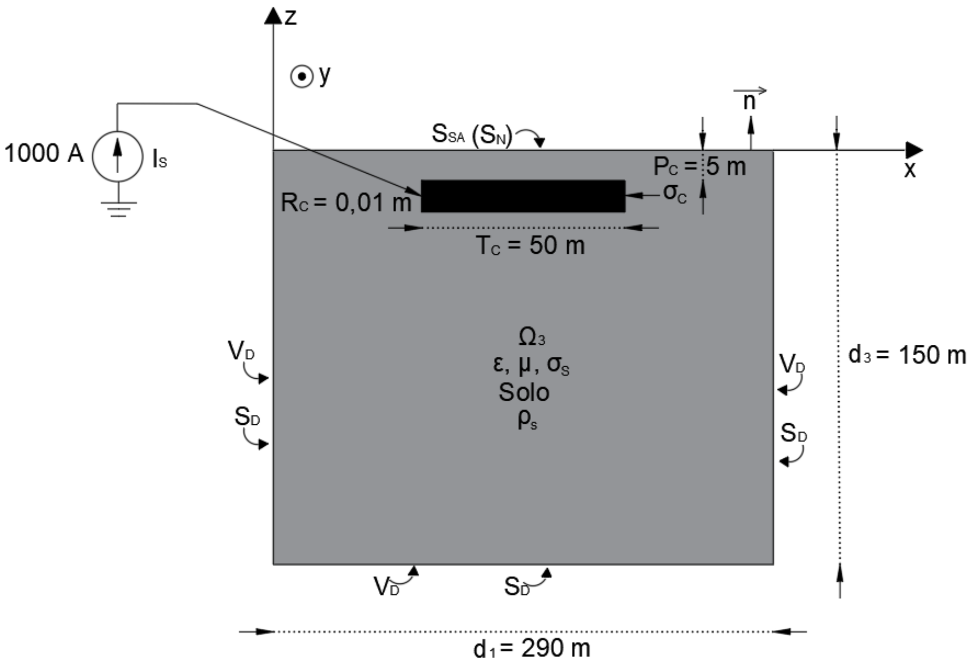
Fonte: Própria do autor.

5.6 Estudo de Caso – Cabo Contrapeso em Solo Homogêneo

Eletrodos horizontais, também chamados de cabo contrapeso, são os meios mais usados para aterramentos de linhas de transmissão, o que justifica a importância do estudo deste tipo de problema. Assim, o sistema investigado neste trabalho é ilustrado na Figura 5.11 e é composto de um eletrodo horizontal de comprimento T_C de 50 m, raio R_C de 0,01 m, condutividade elétrica σ_C = 5.7 x 10^7 S/m (cobre), inserido em solo homogêneo com resistividade ρ_S de 1 Ω.m em uma profundidade P_C de 5 m, submetido a uma corrente de falta I_S injetada na extremidade lateral do eletrodo igual a 1000 A. A fim de obter os valores da distribuição de potencial elétrico V e da resistência de aterramento R_A, foram realizadas simulações variando os valores de NPI, NN, RGN e γ e assim foi obtida uma melhor configuração para comparação com a abordagem analítica, conforme ilustrado na Figura 5.11 e apresentado na Tabela 5.8. Com o objetivo de reduzir o custo computacional, o domínio foi truncado em um paralelepípedo com um comprimento de $d_1 = 290$ m, com uma largura de $d_2 = 250$ m e com uma profundidade de $d_3 = 150$ m.



(a)



(b)

Figura 5.11 - Sistema de aterramento 3D composto de um cabo contrapeso inserido em um solo homogêneo: vista superior (a) e vista lateral (b)

Fonte: Própria do autor.

Tabela 5.9 - Resultados para cabo contrapeso inserido em solo homogêneo.

V_D (V)	V_H (V) IEFGM	R_A (Ω) IEFGM	R_A (Ω) AA	E_r (R_A)	NN	NPI	RGN	Tempo (s)	PG	γ
1,326	27,01	0,0270	0,0309	12,54%	11.025	254.474	23,08	8.672,12	3x3	3

Fonte: Própria do autor.

Neste trabalho, o eletrodo horizontal é computacionalmente descrito por nós introduzidos no domínio do problema conforme ilustram as Figuras 5.12, 5.13 e 5.14. Foi utilizada uma grade retangular uniforme para distribuição dos nós (azul) e também dos pontos de Gauss (rosa) para o processo de integração. Nestas figuras em amarelo estão representados os nós que definem a haste e observa-se na imagem que há vários pontos de Gauss (rosa) dentro do domínio do cabo contrapeso, de forma que o critério da visibilidade possa ser aplicado. O número de divisões ao longo do comprimento do cabo, n_C, define o espaçamento entre os nós no cabo que é o mesmo em todo o domínio do problema. No cabo são distribuídos 4 conjuntos de nós para definirem o seu raio, conforme Figura 5.14. As distâncias d_1,

d_2 e d_3 são múltiplos inteiros de espaçamento entre os nós. O espaçamento entre os nós também é utilizado como célula de integração onde são distribuídos 3x3x3 de pontos de Gauss. A adoção e um número ímpar de pontos de Gauss dentro de cada célula de integração tem o propósito de fazer com que exista uma linha de pontos de integração no interior do cabo, conforme Figura 5.14. Todas essas escolhas permitem tratar o problema com uma demanda computacional menor e garantem uma uniformidade entre a distribuição e nós e pontos de integração.

Como na solução proposta para o cabo contrapeso o espaço entre os nós é maior, comparado com a solução proposta para a haste vertical, o valor de γ para os nós do cabo é igual ao dobro do valor de γ para os demais nós do domínio que é igual a 3. Essa média visa garantir a conexão entre os nós do cabo.

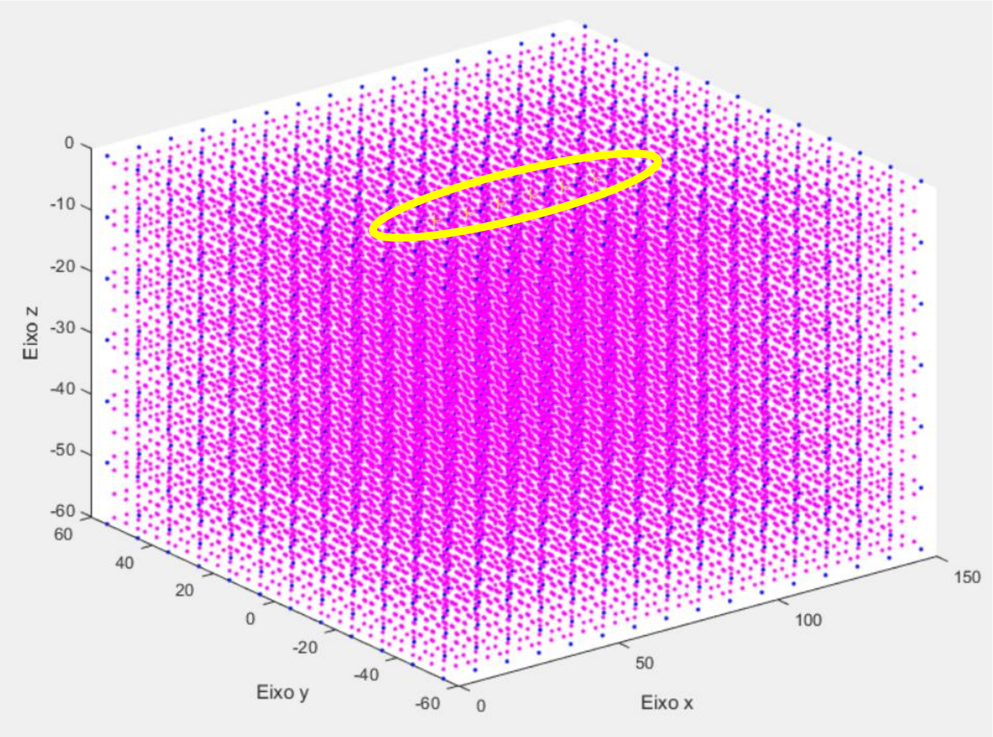


Figura 5.12 - Sistema de aterramento 3D com cabo contrapeso em ambiente MATLAB.

Fonte: Própria do autor.

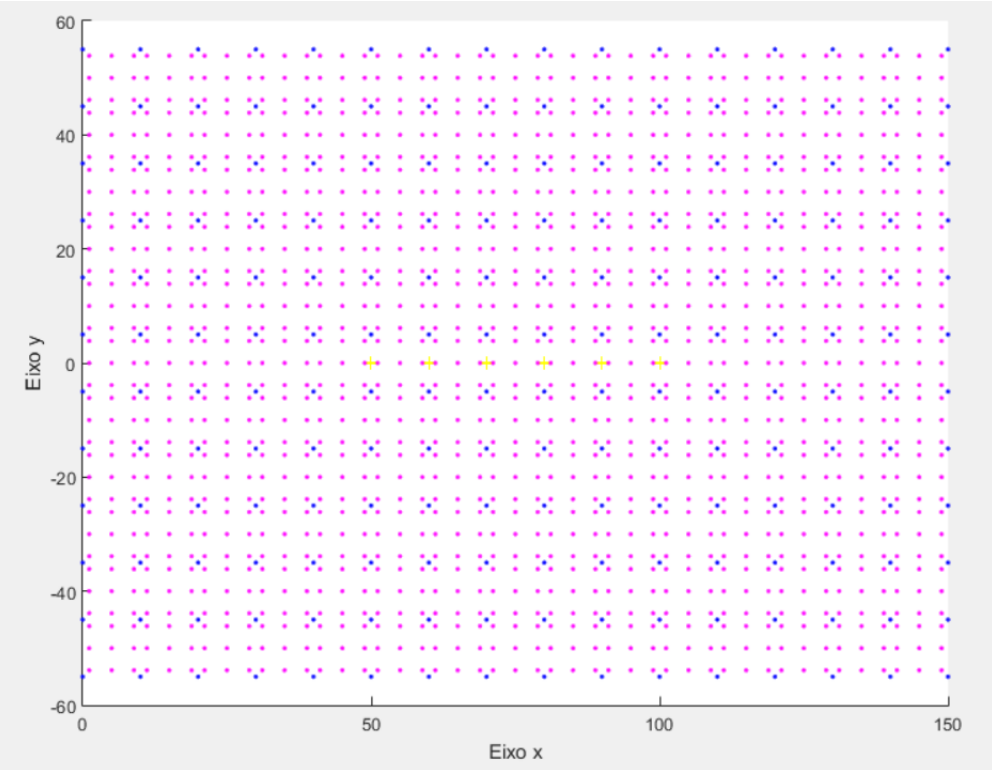


Figura 5.13 - Sistema de aterramento 3D com cabo contrapeso em ambiente MATLAB com vista superior dos nós e das células com os pontos de Gauss

Fonte: Própria do autor.

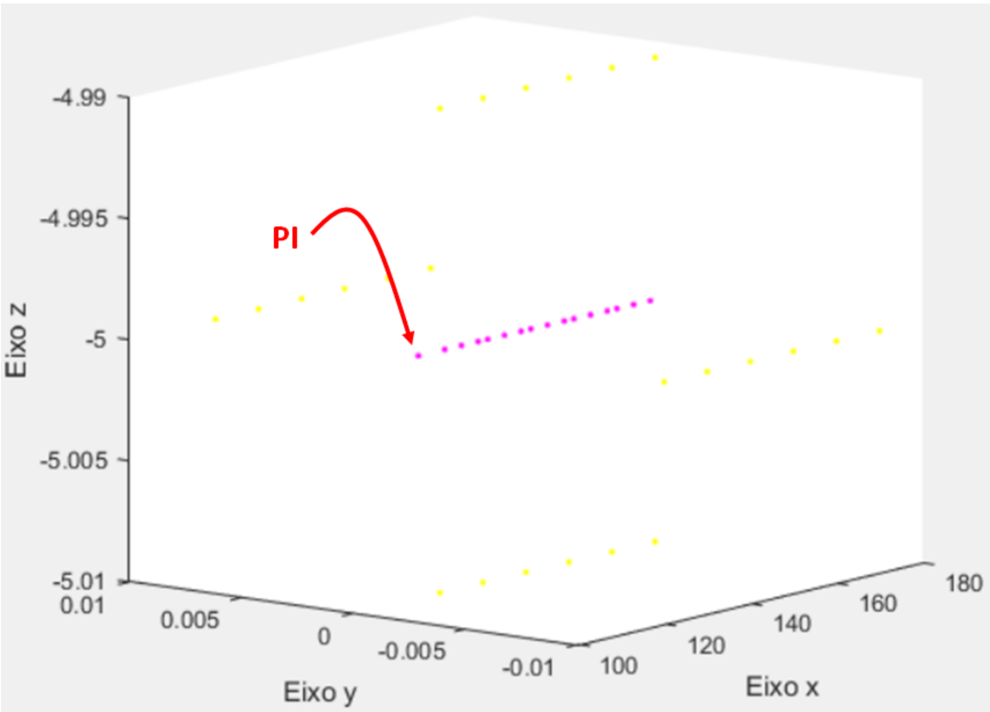


Figura 5.14 - Cabo contrapeso em ambiente MATLAB com vista dos nós e pontos de Gauss

Fonte: Própria do autor.

O cabo contrapeso investigado neste trabalho possui um comprimento de 50 m com os nós espalhados em cinco divisões, sendo seis conjuntos de quatro nós espaçados de 10 m, totalizando 24 nós, conforme Figura 5.14. Os valores de V_D utilizados em toda superfície S_D foram os mesmos e calculados a partir da aproximação utilizada na seção 4.5.1, uma fonte de corrente pontual, utilizando a distância média de 120 m. Para que fosse possível atribuir uma tensão de 0 V na superfície de S_D, seria necessário aumentar essa distância à borda do eletrodo horizontal para no mínimo cinco vezes seu tamanho, o que acarretaria em alto custo computacional para a solução do problema.

O valor constante de $V_H \approx 27\text{V}$ no cabo e o valor da resistência de aterramento $R_A = V_H / I_S$ obtidos na aplicação do IEFGM são apresentados na Tabela 5.8 juntamente com o resultado de resistência de aterramento obtido da abordagem analítica. Os valores da resistência de aterramento obtidos a partir da aplicação do método IEFGM e da abordagem analítica, respectivamente, apresentaram um desvio de 12,54%. Esse desvio se deve aos seguintes fatores: (1) tamanho reduzido do domínio utilizado e valor de V_D atribuído na fronteira do problema, (2) solução de referência se trata de uma aproximação analítica e (3) discretização suave utilizada (número de nós reduzido).

Os gráficos de resultados qualitativos para o problema sob investigação são apresentados nas Figuras 5.15 e 5.16. Observa-se que o perfil de potencial na superfície do solo imediatamente sob o cabo é praticamente constante e vai diminuindo até chegar ao valor constante imposto na superfície de fronteira. A Figura 5.16 ilustra a distribuição de potencial em um plano zy para a posição x = 0. Como pode ser observado o potencial é mais intenso na região próxima ao cabo contrapeso.

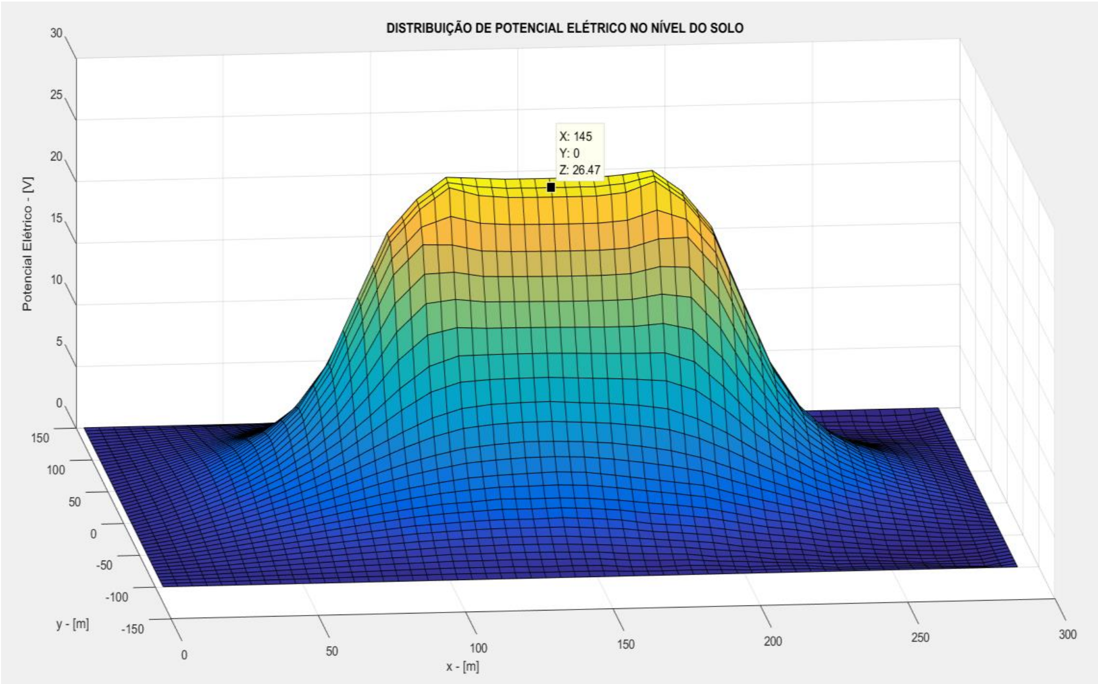


Figura 5.15 - Distribuição de potencial elétrico no nível do solo

Fonte: Própria do autor.

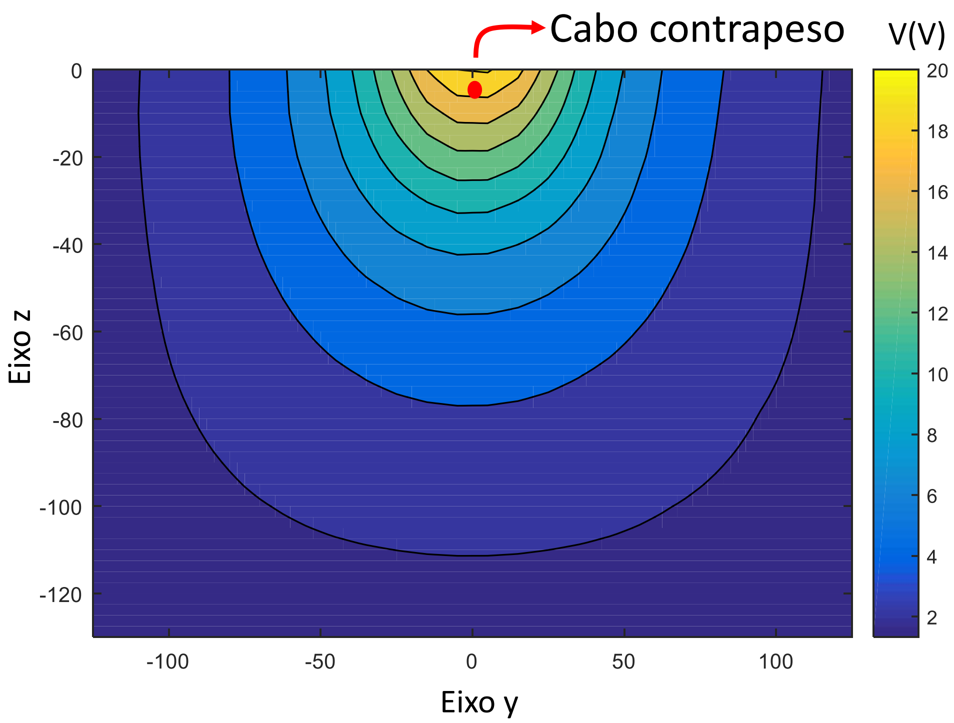


Figura 5.16 - Curvas de equipotenciais no solo

Fonte: Própria do autor.

5.7 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados os resultados de distribuição de potencial e da resistência de aterramento obtidos a partir da aplicação do IEFGM para sistemas de aterramento compostos de haste vertical inserida em solos homogêneos e heterogêneos e de cabo horizontal inserida em solo homogêneo. Os resultados para a haste vertical foram comparados com aqueles obtidos utilizando o MoM e para o cabo horizontal a comparação empregou uma aproximação analítica. Em todos os casos foi alcançada uma boa concordância entre as soluções.

Foi apresentada a análise de uma haste de aterramento inserida em um solo estratificado em duas camadas. Pela análise do custo computacional, é possível afirmar que o tempo de processamento para análise de problemas de aterramento em solos como uma ou duas camadas é o mesmo, desde que seja considerado o mesmo valor de raio da haste nas análises. Observa-se que a demanda computacional para o caso 6 da análise em solo homogêneo se aproxima do tempo requerido para os estudos de caso com o mesmo raio e mesmo tamanho de domínio para solo heterogêneo. Portanto, é válido afirmar sobre a viabilidade do uso do IEFGM para esse tipo de aplicação, visto que a metodologia proposta é capaz de avaliar com precisão problemas de aterramento elétrico em solos com uma ou mais camadas sem incremento dos requisitos computacionais.

Foi apresentada a análise de um cabo contrapeso inserido em um solo homogêneo. Pela análise do custo computacional, é possível afirmar que o tempo de processamento foi de aproximadamente duas horas e 30 minutos. Observa-se que a demanda computacional foi relativamente baixa ao ser comparada com o problema da haste vertical, visto que se trata um domínio maior. O objetivo dessa análise é expandir a técnica para problemas de malha de aterramento, permitindo também a injeção de corrente em qualquer ponto do sistema.

Capítulo 6

Conclusão

6.1 Introdução

Esta dissertação teve como principal ponto de investigação a aplicação do método IEFGM em problemas de aterramento em baixa frequência em uma modelagem tridimensional. Essa técnica sem malha tem se mostrado bastante apropriada para lidar com geometrias complexas e não homogêneas, com o desenvolvimento de diversas pesquisas ao longo desses últimos anos. As grandezas analisadas se referem à distribuição de potencial elétrico no nível do solo e da resistência de aterramento para diferentes configurações propostas. Esses parâmetros foram utilizados para avaliar a precisão do modelo desenvolvido.

A finalidade deste último capítulo é oferecer uma síntese de todo o desenvolvimento apresentado nos capítulos anteriores. São então apresentadas as principais contribuições do trabalho assim como questões pendentes ou pertinentes para futuras investigações.

Inicialmente, para a contextualização do tema da dissertação foi realizada uma abordagem objetiva sobre os sistemas de aterramento e as principais técnicas numéricas para solução de problemas. Particularmente, foi realizado um estudo minucioso sobre o Método Meshless, explorando a sua aplicação em problemas de aterramento. Destaca-se que essa proposta foi desafiadora, uma vez que existem poucos trabalhos na literatura abordando o assunto.

A escolha do tema aterramento foi realizada devido à sua relevância no desempenho dos sistemas elétricos, com o propósito de promover a máxima confiabilidade, assegurando a continuidade, a qualidade e a economicidade no fornecimento de energia elétrica. Assim, o Capítulo 2 apresentou um estudo das principais características e parâmetros relacionados com aterramentos, dentre os quais se destacam a resistência de aterramento e a distribuição de potenciais no solo. Foram apresentadas as características de tensão de toque, de passo e de transferência, a fim de garantir um bom desempenho do sistema elétrico e proporcionar segurança aos seres vivos.

No Capítulo 3 foi apresentada uma fundamentação teórica sobre os métodos sem malha. Devido à sua robustez, simplicidade e precisão, o método IEFGM foi escolhido para ser utilizado no trabalho. Deve ser destacado que o uso do IMLS permite facilitar a imposição das condições de contorno essenciais no EFGM. A aplicação da técnica sem malha em sistemas de aterramento é uma ferramenta promissora, pois não há a necessidade da geração de malhas como no FEM, possibilitando maior flexibilidade para tratar de problemas de geometrias complexas. Já em contrapartida, o MM possui uma complexidade envolvida na construção das funções de forma.

No Capítulo 4 foi realizada a modelagem dos problemas de aterramento em baixa frequência, por meio da formulação diferencial para o problema de aterramento elétrico tridimensional composto de uma haste vertical, com simplificações devido à simetria da geometria do problema, estendendo-se para a aplicação com o cabo contrapeso.

O Capítulo 5 apresentou os resultados obtidos em todos os casos investigados do problema de aterramento em baixa frequência para sistemas de aterramento compostos de haste vertical inserida em solos homogêneos e heterogêneos e de cabo horizontal inserido em solo homogêneo. Todos os resultados obtidos demonstram a validade, precisão e possibilidade de extensão para análise de problemas mais complexos da modelagem proposta.

Verificou-se que os MM, em especial o IEFGM, possuem um grande potencial de aplicação para problemas de aterramento. No entanto, investigações e desenvolvimentos relativos à sua implementação ainda são necessários de forma a torná-lo mais competitivo frente aos métodos tradicionais.

6.2 Principais Contribuições

Julga-se que as principais contribuições deste trabalho foram:

- Aplicação inédita do método EFGM em modelagem de sistemas de aterramento tridimensional;

- Avaliação da viabilidade da utilização de métodos sem malha para aplicações envolvendo sistemas de aterramento a partir do desenvolvimento de um modelo matemático e computacional baseado no IEFGM para uma configuração de aterramento composta de um cabo contrapeso inserido em solo homogêneo;

- Demonstração da viabilidade, bem como das potencialidades, do IEFGM para aplicações envolvendo sistemas de aterramento tridimensional inseridos em solos homogêneos e heterogêneos.

6.3 Propostas de Continuidade

Os resultados apresentados neste trabalho demonstraram a potencialidade da utilização do IEFGM em aplicações relacionadas com sistemas de aterramento modelados tridimensionalmente. No entanto, existem muitas questões que merecem ser exploradas e aprofundadas, tais como:

- implementação do código computacional desenvolvido, utilizando outra linguagem de programação que resulte em menor demanda computacional;

- implementação de uma distribuição de nós não uniforme no domínio do problema que resulte em uma menor demanda computacional;

- modelagem do IEFGM para ser aplicado a outras configurações de aterramento, tais como malhas de aterramento;

- modelagem eletromagnética do problema através da equação de onda para aplicação de problemas de aterramento em alta frequência.

Referências

ALÍPIO, R. S. **Modelagem Eletromagnética de Aterramentos Elétricos nos Domínios do Tempo e da Frequência**. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 7117-1 – Parâmetros do solo para projetos de aterramento elétrico.** Parte 1: Medição de resistividade e modelagem geoelétrica. Brasil: ABNT, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 15751 - Sistemas de aterramento de subestações - Requisitos**. Brasil: ABNT, 2013.

ATLURI, S. N.; ZHU, T. A new meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics. **Computational Mechanics**, v. 22, n. 2, p. 117-127, Jan 1998.

BARRETO, A. V. **Vulnerabilidade de Linhas de Transmissão a Desligamentos por Decargas Atmosféricas:** uma proposta de classificação como suporte para o planejamento. 150f. Dissertação (Mestrado em Planejamento Energético) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

BELYTSCHKO, T.; DOLBOW, J. An introduction to programming the meshless Element free Galerkin Method. **Archives of Computational Methods in Engineering,** v. 5, p. 207-241, Jun. 1998.

BELYTSCHKO, T.; LU, Y. Y.; GU, L. Element-free Galerkin methods. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 37, p. 229-256, 1994.

BOUILLARD, P.; SULEAU, S. Element-free Galerkin solutions for Helmholtz problems: formulation and numerical assessment of the pollution effect. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,** v. 162, n. 1-4, p. 317-335, Oct. 1998.

COPPOLI, E. H. D. R. **Modelagem de Dispositivos Eletromagnéticos Através de Métodos sem Malha**. 2011. 136 f. Tese (Doutorado em Modelagem computacional) - Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis, 2011.

JÚNIOR, J. S. S. **Sistema de Aterramento com Cabo Contrapeso representando por Linhas de Transmissão implementado em MATLAB com Circuitos em Cascata de PI**. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista, Belo Horizonte, 2012.

KINDERMANN, G. **Aterramento Elétrico**. Porto Alegre: Sagra, 1995.

LANCASTER, P.; SALKAUSKAS, K. Surfaces generated by moving least squares methods. **Mathematics of Computation**, v. 37, n. 155, p. 141-155, Jul. 1981.

LIMA, N. Z. **Métodos sem Malha Aplicados ao Eletromagnetismo:** Formas Fracas Enfraquecidas e Funções de Forma Vetoriais. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

LIU, W. K. Reproducing kernel particle methods for structural dynamics. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 38, n. 10, p. 1655-1679, May 1995.

LIU, G. R. Mesh free methods: moving beyond the finit element method. **Applied Mecanic Reviews**, v. 56, n. 2, p. B17-B18, 2003.

LOPES, L. B. **Análise do Espalhamento Eletromagnético Bidimensional Utilizando o Método IEFG e PML Uniaxial**. 2019. 90f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do CEFET-MG; Universidade Federal de São João Del Rei, Belo Horizonte, 2019.

LU, Y. Y.; BELYTSCHKO, T.; TABBARA. M. Element - free Galerkin method for wave propagation and dynamic fractures. **Computer Methods in Applied Mechanics ans Engineering,** v. 126, n. 1-2, p. 131-153, Sep. 1995.

MACEDO, R. B. **Meshlees IEFGM Aplicado a Problemas de Aterramento Elétrico em Baixa Frequência Excitado por Corrente**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.

MELO, V. A. S. E. **Resposta de Linhas de Transmissão e Aterramentos Elétricos frente a Descargas Atmosféricas**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

MONAGHAN, J. J. Smoothed particle hydrodynamics. **Annual Review of Astronomy**, v. 30, p. 543-574, 1992.

MONAGHAN, R. A.; GINGOLD, J. J. Smoothed particle hydrodynamics - Theory and application to non-spherical stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical**, v.181, n.3., p. 375-389, Dec. 1977.

NAYROLES, B.; TOUZOT, G.; VILLON, P. Generalizing the finite element method: **Diffuse Approximation and Diffuse Elements**, v. 10, n. 5, p. 307-318, , Sep 1992.

NOGUEIRA, R. L. S. **Análise de sistemas de aterramento sob solicitações impulsivas:** otimização e critérios de segurança em aterramentos de estruturas de linhas de transmissão. 2006. 156f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2006.

OLIVEIRA, M. L. F. **Estudo de aterramentos elétricos em baixas frequências utilizando o método sem malha**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

OÑATE, E. A Finite point method in computational mechanics. Applications to convective transport and fluid flow. **International journal for numerical methods in engineering,** v. 39, n. 22, p. 3839-3866, nov. 1996.

RAGGI, L. M. R. **Projeto de Malhas de Aterramento:** contribuição ao cômputo da estratificação do solo. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro de Pesquisas e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

RESENDE, U. D. C. **Modelagem matemática diferencial para cálculo da impedância harmônica em um problema de aterramento composto de uma haste vertical**. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2020.

RESENDE, U. C.; ALÍPIO, R.; OLIVEIRA, M. L. F. Proposals for Inclusion of the Electrode Radius in Grounding Systems Analysis Using Interpolating Element-Free Galerkin Method. **IEEE Transactions on Magnetics**, n. 99, p. 1-4, 2018.

RESENDE, U. C.; COPPOLI, E. H. R.; AFONSO, M. M. A Meshless Approach Using EFG Interpolating Moving Least-Squares Method in 2-D Electromagnetic Scattering Analysis. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 51, n. 3, p. 1-4, 2015.

RESENDE, U. C.; COPPOLI, E. H. R.; AFONSO, M. M.; GONÇALVES, S. T. M. Analysis of element free galerkin interloping moving least square method in an electrostatic problem. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 51, n. 3, p. 1-4, 2014.

RIBEIRO, G. C. **Uso de Métodos sem Malha para Avaliação de Campos Eletromagnéticos – Gerados por Linhas de Transmissão Trifásicas Aéreas**. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

SADIKU, M. N. **Elementos do Eletromagnetismo**. 3. ed. São Paulo: Bookman, 2004.

SAPUCAIA, V. W.; PEREIRA, A. M. B. Aplicação de Métodos Sem Malha na simulação de escavação de túneis. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 2, p. 19398-19411, jan. 2021.

SILVA, V. C. **Método de elementos finistos aplicado à solução de problemas de aterramento elétrico**. Tese (Professora Livre Docente) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

SINGH, I. V. Application of meshless EFG method in fluid flow problems. **Sãdhanã**, v. 29, n. 3, p. 285-296, May 2004.

SULEAU, S.; DERAEMAEKER, A.; BOUILLARD, P. Dispersion and pollution of meshless solutions for the Helmholtz equations. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,** v. 190, n. 5-7, p. 639-657, Nov. 2000.

TUMA, E. T. **Proposta de um novo modelo para análise dos comportamentos transitório e estacionário de sistemas de aterramento, usando-se o método FDTD**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, 2005.

VIANA, S. A. **Estudo de métodos sem malha na resolução de problemas ao Eletromagnetismo**. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1998.

VISACRO FILHO, S. **Aterramentos Elétricos**. São Paulo: Artliber, 2002.

WANG, J. G.; LIU, G. R. A point interpolation meshless method based on radial. **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** v. 54, n. 11, p. 1623-1648, 2002.