CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional

DPPG-MMC

Doutorado em Modelagem Matemática e Computacional

MODELO DE FINANÇAS COMPORTAMENTAIS APLICADO AO PROCESSO DE DECISÃO NO MERCADO DE AÇÕES.

Projeto de Tese de Doutorado, submetido ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Modelagem Matemática e Computacional.

Aluno: Fischer Stefan Meira

Orientador: Prof. Dr. Allbens Atman Picardi Faria.

Outubro, 2017

Belo Horizonte - MG

Meira, Fischer Stefan
M514m Modelo de finanças comportamentais aplicado ao processo de decisão no mercado de ações / Fischer Stefan Meira. – 2017.
102 f.

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.
Orientador: Allbens Atman Picardi Faria.
Tese (doutorado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Finanças – Aspectos psicológicos – Teses. 2. Economia – Modelos matemáticos – Teses. 3. Complexidade computacional – Teses. 4. Redes de computadores – Teses. 5. Investimentos – Análise – Teses. I. Faria, Allbens Atman Picardi. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Título.

CDD 519.3

Elaboração da ficha catalográfica pela bibliotecária Jane Marangon Duarte, CRB 6º 1592 / Cefet/MG

Agradecimentos

O temor do Senhor é o princípio da sabedoria!

Provérbios 9:10 - Bíblia Sagrada

Agradeço:

Em primeiro lugar, ao bom Deus pela força, saúde e zelo dispensados a mim para conclusão de mais uma etapa de minha vida!

Ao meu orientador, Prof. Dr. Allbens Atman Picardi Faria, pelo compromisso, tempo, dedicação e competência na arte de ensinar.

A minha esposa, Gisele, pelo apoio nesta jornada acadêmica.

Aos professores do programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.

Aos nobres colegas do programa de pós-graduação que, sempre com muita boa vontade, compartilharam conhecimentos, tempo e preciosas discussões.

A minha família pela torcida!

Ao CEFET-MG e a Capes pelo apoio financeiro.

A secretária do PPGMMC por toda a atenção prestada.

Ao Departamento de Matemática e Estatística PUC-MG pelo apoio a mim dispensado, principalmente a Profa. MsC Maria de Lourdes Granha.

Ao professor Dr. Roberto M.N. Mendes pelas recomendações.

Dedico este trabalho aos meus filhos Allan e Heitor Stefan, pois mesmo sendo tão pequenos (7 e 5 anos), por tantas vezes abdicarem de minha presença em detrimento de meu estudo. Muito Obrigado!

Sumário

Agradecimentos i

RESUMO ix

1 Introdução 1

2 Conceitos Básicos 10

2.1 Econofísica . . . 10

2.2 Mercado Financeiro . . . 15

2.2.1 Ativos Financeiros . . . 16

2.2.2 Mercado Primário . . . 21

2.2.3 Mercado Secundário . . . 22

2.2.4 Índice de Ações . . . 23

2.3 Análise Técnica . . . 25

2.3.1 História . . . 25

2.3.2 Definição . . . 26

2.3.3 Fundamentalista versus Grafista - Analista . . . 28

2.3.4 *Momento e Linha de Tendência* . . . 32

2.3.5 Oscilação do Índice das Ações Sugere um *Random Walk* . . . 32

2.4 Probabilidade . . . 34

2.5 Sistemas Complexos . . . 38

2.5.1 Invariância de Escala e Universalidade . . . 40

2.5.2 Distribuição em Lei de Potência . . . 43

2.5.3 Definição de um Sistema Complexo . . . 44

2.6 Modelagem Baseada em Agentes . . . 45

3 Metodologia **48**

4 Resultados **61**

4.1 Análise do índice considerando apenas a vizinhança 61

4.2 Oscilação do Índice 62

4.3 Distribuição de Riqueza 63

4.3.1 Taxa de Retorno 67

5 Conclusão e Perspectivas **74**

Appendices 78

A Algoritmos **78**

A.1 Algoritmo 78

B Mecânica Estatística **80**

B.1 História 80

B.2 Definições e Conceitos 85

B.2.1 Ensemble Micro-canônico 85

Lista de Figuras

1.1 Rede Livre de Escala utilizada para conectar os investidores. 7

2.1 Sinal de tendência. 30
2.2 Tendências na oscilação contraria a teoria do RW 31
2.3 Momento: técnica utilizada para analisar tendência de preços. 33
2.4 *SKEWNESS* 37
2.5 *KURTOSIS:* Curva leptocurtica: $(\Bbbk > 3)$; Curva mesocurtica: $(\Bbbk = 3)$; Curva platicurtica: $(\Bbbk < 3)$ 38

3.1 Distribuição do número de links por nó. 49
3.2 Cálculo e Tendência do índice 54
3.3 Fluxograma: Decisão do Imitador. 56
3.4 Fluxograma: Decisão do Anti-imitador. 57
3.5 Fluxograma: Decisão do Anti-imitador - Caso: Manter. 58

4.1 Análise do índice na ausência de análise técnica. 62
4.2 Análise do Cenário *mixing* na SWN 63
4.3 Oscilação dos Índices 64
4.4 Estacionariedade 65
4.5 Lucro do sistema em função dos hubs - 99% 67
4.6 Lucro do sistema em função dos hubs - 50% 67
4.7 Lucro do sistema em função dos hubs - 1% 67
4.8 Taxa de Retorno - 99% - Caso-1 70
4.9 Taxa de Retorno X Distribuição de Riqueza - 5% - Caso-1 71
4.10 Taxa de Retorno X Distribuição de Riqueza 99% - Caso-2 72
4.11 Taxa de Retorno X Distribuição de Riqueza - 99% - Caso-3 73

5.1 Distribuição de Riqueza em Função do Hub 76
5.2 Riqueza Média em função do Comportamento Psicológico 77
5.3 Influência dos Investidores com 5 graus de Conexão 77

A.1 Algoritmo de Decisão 79

Resumo

Finanças Comportamentais se tornou um importante campo de estudo por, principalmente, considerar aspectos comportamentais dos investidores para explicar algumas características observadas no mercado financeiro. Econofísica, por sua vez, trouxe muitas ferramentas da Física-Estatística, especialmente da Mecânica Estatística, e se tornou uma abordagem interdisciplinar inovadora para descrever importantes características do mercado financeiro, considerando Finanças comportamentais. Neste trabalho consideramos um modelo de Finanças Comportamentais, baseado em agentes, que é capaz de reproduzir a maioria das características observadas no mercado de ações. Propomos uma extensão deste modelo considerando um novo algoritmo para guiar a decisão de investimento levando em consideração a análise técnica. Analisamos como as flutuações do índice do mercado são afetadas devido à introdução da tomada de decisão a partir da análise técnica. Estudamos como a distribuição de riquezas é afetada ao implementar um processo estocástico combinando duas estratégias propostas para a tomada de decisão: a primeira estratégia baseada no modelo comportamental e a segunda constituída de análise técnica, utilizando especificamente uma ferramenta denominada momentum. Analisamos diferentes janelas de tempo de uma série temporal para avaliar a tendência do índice para o próximo passo de tempo. Resultados interessantes de simulações mostram como a combinação destas duas estratégias influenciam a tomada de decisão dos investidores. Além disso, verificamos como a distribuição de riquezas é afetada em face da segunda estratégia, considerando os perfis psicológicos dos agentes. Observamos, também, a forte influência do *"hub"* da rede complexa implementada - Rede Livre de Escala -, para cada um dos perfis psicológicos que ele pode assumir. Concluimos que a anti-imitação é o melhor perfil psicológico, neste modele, para o investidor adotar, considerando a análise técnica, por que traz uma alta taxa de retorno em suas transações.

Palavras-Chave: Finança Comportamental, Modelo Baseado em Agentes, Redes Complexas, Sistema Complexo, Análise Técnica

Abstract

Behavioral Finance has become an important field of study mainly for taking into account behavioral aspects of the investors to explain some features observed in the Stock Market. On the other hand, Econophysics has brought many tools from the Statistical Physics, specially from Statistical Mechanics, and it has become an innovative interdisciplinary approach to describe several important features of the Financial Market, considering Behavioral Finance. In this work, we have considered a Behavioral Finance Model, an Agent-Based Model, which is able to reproduce the most features observed in the Stock Market. We have proposed an extension of this model considering a new algorithm to guide the decision of the investors, taking into account the Technical Analysis. We have analyzed how the fluctuations of the index are affected due to the introduction of the the Technical Analysis. We study how the wealth distribution is affected by setting a stochastic process to combine two different strategies for the decision-making: first strategy is based on the behavioral model; second scenario is built to apply the Technical Analysis, considering, specifically, a tool called Momentum. We have analyzed different time windows from a time series in order to estimate the tendency of the index at the next time step. Interesting results from simulations have shown how the combination of the both strategies influence the decision-making of the investors. Moreover, we realize how the wealth distribution is affected due to the second strategy, considering the psychological profile of the investors. We also observed the strong influence of the hub in the complex network - Scale Free Network -, considering each psychological profile that the hub can assume. We have concluded that the anti-imitation is the best psychological profile for an investor to adopt when considering the technical analysis which has brought a high return rate from trading.

Keywords: Behavioral Finance, Agent Based Models, Complex Networks, Complex Systems, Technical Analysis

Capítulo 1

Introdução

> *The scientist does not study nature because it is useful; he studies it because he delights in it, and he delights in it because it is beautiful. If nature were not beautiful, it would not be worth knowing, and if nature were not worth knowing, life would not be worth living.*
>
> **Henri Poincaré**

Considerando o contexto mundial no que se refere à economia, podemos perceber inúmeros esforços tanto do governo, junto ao seus respectivos bancos centrais, quanto do mercado financeiro como um todo, de tentar minimizar os impactos de bolhas e quedas bruscas (*crash*) nos índices financeiros [1–6]. Muitos pesquisadores da área de economia se propuseram a estudar o mercado numa tentativa de antever extremos [7–10]. Podemos perceber, claramente, que não obtiveram tanto sucesso, quando analisamos a queda nas bolsas em todo o mundo nos anos de 1929 [11], 1987 [12] e 2008 [13]. Esta última surpreendeu até o Japão, que possuía uma ecnomia estável. A saber, o índice da bolsa Nikkei 225 caiu, num único mês, mais de dez pontos (*October 2008—worst intra-day crash in 20 years* [14]).

Nos Estados Unidos, as taxas de juros começaram a subir e a casa própria atingiu um ponto de saturação. Federal Reserve (FED - Banco Central Americano) começou a aumentar as taxas em junho de 2004 e, em 2006, a taxa dos fundos federais atingiu $5,25\%$, onde permaneceu até agosto de 2007. Em 2004, a propriedade de imóveis nos EUA atingiu o pico de $69,2\%$, no início de 2006, os preços das casas começaram a cair. Agosto de 2007 os mercados financeiros não poderiam resolver a crise do Subprime mortgage company New Century Financial que havia feito empréstimos

da ordem de $U\$60$ bilhões levando a Subprime entrar com pedido de recuperação judicial.

Mais de 500 bancos faliram entre 2008 e 2015, em comparação com um total de 25 nos sete anos anteriores, de acordo com o Federal Reserve de Cleveland. A maioria eram pequenos bancos regionais, e todos foram adquiridos por outros bancos. Os maiores fracassos foram os bancos de investimento que atendiam investidores institucionais. Estes incluíam notavelmente Lehman Brothers e Bear Stearns. Lehman Brothers teve negado um resgate do governo faliu. O JP Morgan Chase comprou as ruínas do Bear Stearns. Quanto grandes bancos, incluindo JP Morgan Chase, Goldman Sachs, Bank of American e Morgan Stanley, todos eram, notoriamente, "grandes demais para falir". Eles pegaram o dinheiro do resgate, devolveram ao governo e emergiram maiores do que nunca após a recessão [15].

Além da crise imobiliária nos Estados Unidos e seu impacto no mercado financeiro, podemos listar as quedas nas bolsas asiáticas, principalmente a de Hong Kong (2010 e 2015) que não puderam ser previstas ou evitadas pelos especialistas em finanças. Houve, também, a recessão instaurada na Grécia, que começou no fim de 2009 e alcançou seu ápice entre os anos de 2012 e 2014. Certamente, fatores diversos contribuem para dificultar uma análise mais precisa no intuito de minimizar ou até mesmos evitar tais impactos no mercado financeiro. Um dos fatores mais intrigantes e complicados se encontra na tomada de decisão dos investidores, pois este traz consigo um comportamento psicológico que torna difícil modelar um sistema para previnir ou minimizar os efeitos de bolhas e *crash* no mercado global.

Pesquisadores começaram a levar em consideração tanto a influência psicológica dos investidores na tomada de decisões no mercado financeiro quanto a natureza das interações da sociedade, que são importantes parâmetros para o campo de estudo denominado Finança Comportamental [12, 16–18]. No intuito de cooperar e tentar entender padrões e tendências tanto no índice do mercado financeiro quanto na atuação de um indivíduo na sociedade, muitos ramos da ciência combinaram técnicas que pudessem sustentar observações e resultados advindos de simulações. Assim, a partir da década de 80 [19],

um ramo multidisciplinar da ciência tornou-se alvo de pesquisa mais profunda e rigorosa, conhecido como Econofísica.

Físicos, matemáticos e estatísticos [12, 19–24] tentam avaliar os dados do mercado de forma quantitativa desenvolvendo modelos que levam em consideração o comportamento psicológico dos investidores, que influencia na tomada de decisões [16, 25, 26], na análise de risco e no desenvolvimento de estratégias. Podemos perceber que estes fatores psicológicos estão diretamente ligados às oscilações no índice do mercado [16]. Em particular, ferramentas da mecânica estatística têm sido empregadas para extrair informações dos dados econômicos a fim de elucidar como aspectos comportamentais influenciam o mercado [12, 20, 23, 27–36].

Ao mesmo tempo em que observa-se o comportamento dos investidores, torna-se importantíssimo avaliar como eles interagem e como o mercado reage em face de tantas informações provenientes de mídias, relatórios e influência direta entre investidores [13, 37]. Estes investidores possuem características psicológicas de imitação, anti-imitação ou indiferença às informações recebidas. Este último perfil psicológico é chamado na literatura de *random trader*, ou seja, toma decisões de forma aleatória [38–40]. Ciências sociais têm tentado descrever vários fenômenos de interação entre grupos a fim de entender como se organizam e cooperam para o bem comum e como o comportamento de indivíduos influencia a sociedade como um todo [13]. É interessante compreender que em um sistema social não se tem um indivíduo controlador na sociedade, muito menos seguem, os indivíduos, um padrão específico; muito pelo contrário, atuam de forma autônoma e podem tomar decisões que, surpreendentemente, podem convergir para um padrão organizado como grupos, partidos, *etc*, consituindo-se um efeito manada que pode ser comparado a avalanches, por exemplo.

Estas características de autonomia e de tomada de decisão, que são intrínsecas a cada indivíduo, conferem a estes o nome de agentes [13, 35, 41]. Ainda, podemos observar que pequenas mudanças locais neste sistema (sociedade), como por exemplo um incentivo fiscal por parte do governo, pode gerar padrões que são completamente imprevisíveis

[20, 42–45]. Estas pequenas variações no sistema, que podem causar comportamento auto-organizado, que aparece espontaneamente, trazem à tona estudos realizados no começo do século *XX* [46–49] por físicos-estatísticos quando avaliavam e mensuravam o fato de que pequenas mudanças nas propriedades de um sistema introduziam abruptas variações no comportamento deste sistema causando avalanches, como acontece com a pilha de areia, por exemplo [12, 19, 20, 28, 35, 41].

Um dos experimentos mais conhecido na comunidade científica, envolvendo sistemas auto-organizados, é o modelo idealizado por uma pilha de areia. Grãos de areia são continuamente despejados sobre um substrato, que assumem um formato cônico. As inclinações do monte de areia variam e, percebe-se que, alguns grãos deslizam trazendo outros consigo até a base desta superfície cônica. Conforme o tempo passa, a quantidade de grãos que escorregam fica cada vez maior e alguns destes deslizamentos podem fazer com que toda a pilha desmorone. Assim, avalanches formam uma dinâmica própria do sistema que não se podia predizer, e nem ser entendida, a partir de estudos de cada grão inserido individualmente no sistema. Nestes termos, este experimento se tornou pedra angular para o entendimento de um sistema denominado de complexo. Avalanches são muito comuns em um sistema social complexo [12, 13, 35, 48].

Fenômenos desta natureza são percebidos no mercado financeiro quando avaliam-se as oscilações do índice. Estas oscilações são provocadas pela reação do mercado frente a atuação dos agentes financeiros. Podemos nos lembrar da alta disparada do dólar americano no ano de 2015 que fechou o ano em 30/12 no valor de $R\$3,94$, uma alta acumulada de 48% neste ano. Este efeito fez com que os papéis negociados na bolsa de Nova York abrissem em queda, o que levou os investidores a retirarem suas aplicações no mercado brasileiro. Este movimento de venda de ações provocou uma forte queda na Bolsa de Valores de São Paulo, forçando a bolsa a parar negociações por 30 minutos. Ou, seja, a alta do dólar serviu como um gatilho para o movimento dos investidores que se seguiu pela venda de ações, provocando um *crash* no índice Ibovespa. Avalanches são vistas no mercado quando o índice cai/sobe vertiginosamente gerando o tão chamado *crash/bubble* [12, 13, 48].

Estas avalanches podem ser percebidas em eventos como o pânico na venda de ações no mercado, espalhamento de doenças contagiosas, *etc*. Tanto o pânico quanto o espalhamento de doenças podem vir à tona por tomadas de decisão de cada investidor no mercado ou de cada indivíduo na sociedade, respectivamente. Este fenômeno chamado avalanche não são previstos a partir da ação particular de cada agente.

No mercado financeiro podemos analisar as interações entre os agentes como em uma sociedade, pois mercados financeiros são essencialmente um reflexo das ações dos investidores, comprando, vendendo ou mantendo suas ações [13, 23, 25, 35]. O preço tende a subir quando há movimento de compra no mercado e a declinar quando de venda, provocando, assim, uma oscilação no índice [50–54]. Os participantes do mercado consideram o volume das transações e as variações no preço como variáveis importantes que trazem informações para tomada de decisão. As informações são refletidas no preço. Além disso, quando é feita uma ordem de compra ou venda, causa uma componente determinística neste preço [50]. Este efeito remete ao mecanicismo e tem sido abordado, principalmente por ferramentas da física na tentativa de compreender o mercado como um sistema à luz da termodinâmica, dinâmica não-linear, *etc* [45, 50, 55–62]. Prever propriedades emergentes é praticamente impossível, sobretudo no mercado financeiro, considerando os detalhes do sistema e observando as regras de interações entre agentes.

A partir do século *XX*, desenvolveram-se conceitos e aplicações sobre: análise estatística de flutuações, transições de fase, geometria fractal, avalanches, etc.[46, 48, 49]. O primeiro cientista a estudar distribuição de renda foi Vilfredo Pareto: ele mostrou que a distribuição de renda segue uma distribuição em lei de potência, que ficou conhecida como: distribuição de Pareto. Benoit Mandelbrot, por sua vez, contribuiu sistemicamente no estudo de série temporais, utilizando-se de ferramentas da mecânica estatística que auxiliaram nos estudos das flutuações no índice do mercado financeiro. Isto fez dele o pioneiro no estudo de mercado financeiro através de princípios da física-estatística [47, 63–65]. A distribuição de riqueza chamava muito atenção, pois a interação entre os indivíduos era um fator importantíssimo na tomada de decisão no mercado financeiro.

A maneira como estes indivíduos se conectavam poderia ajudar no entendimento da distribuição de riquiza.

Particularmente, o avanço de sistemas computacionais foi um dos grandes responsáveis pelo estudo de séries temporais e reprodução de modelos baseados em agentes a partir da revolução dos tamanhos de *Hard-Disk/ Hard-Drive - (HD)* para armazenamento de dados e da quantidade de memória para executar programas. Nos últimos anos, com o desenvolvimento das redes complexas, um ramo multidisciplinar que integra computação, teoria de grafos, mecânica estatística, sociologia e economia [41, 66, 67], tornou-se possível elevar o poder de predição de crises, devido à diversificação de ferramentas empregadas para analisar os dados e fornecer uma grande quantidade de modelos computacionais que tornam possível estudar sistemas econômicos por meio de simulações [34, 68–70].

Para simular o mercado e as interações entre os seus agentes, usamos uma rede livre de escala. Redes sociais são livres de escala e seguem uma distribuição de conectividade em lei-de-potência [13, 67, 71–73].

A Rede de Mundo Pequeno (RMP) - *Small World Network*, por sua vez, apresenta por definição as seguintes características: 1) a distância média entre vértices é muito pequena quando comparada com o tamanho do grafo; 2) mesmo existindo algumas distâncias entre dois nós relativamente longa, o comprimento mais curto entre dois nós, $\langle l \rangle$, é conhecido como seis graus de separação[74–76]. Ou seja, saindo de um dado nó para conectar-se ao um segundo, seria necessário, em média, passar por cinco outros nós na rede. Esta característica ratificou o experimento do psicólogo Stanley Milgram que pode ser visto em [77]. Os resultados dos experimentos de Milgram mostraram que algumas cartas passaram por cinco pessoas antes de chegar ao destinatário, muito embora contestado pela comunidade científica da época [44, 78, 79]. Por outro lado, experimentos conduzidos pela Microsoft em 2008 mostraram que o grau médio de separação entre os usuários do aplicativo *NET Messenger Service* era de 6.6 pessoas [80]. Duncan J. Watts e Steven Strogatz mostraram que o comprimento médio do caminho

entre dois nós varia logaritmicamente (lentamente) com o crescimento do número, N, de nós na rede tal que $\langle l \rangle = \ln N$ [66, 72]. Esta característica também pode ser vista em redes livre de escala. Isto leva a afirmativa de que muitas redes livre de escala são também RMP [72, 76].

Assim, podemos representar nossa sociedade de investidores em um mercado financeiro, fazendo com que eles sejam conectados através desta rede, como pode ser visto na Figura 1.1. Esta figura foi gerada a partir do algoritmo que usa ligação preferencial (*preferetial attachment*) e traz consigo uma característica importante conhecida por coeficiente de aglomeração, por isso vemos nós altamente conectados e que possui uma chance maior que a média de ser conectados a um novo nó. Além disso, possui uma maior probabilidade de estar conectado a outro nó também altamente conectado, formando o que chamamos de cluster [13, 66, 67, 72]; Na Figura 1.1, os hubs estão representados pelos nós mais próximo do centro. Deste modo, quanto mais próximo do centro, maior é a quantidade de conexões que um nó possui.

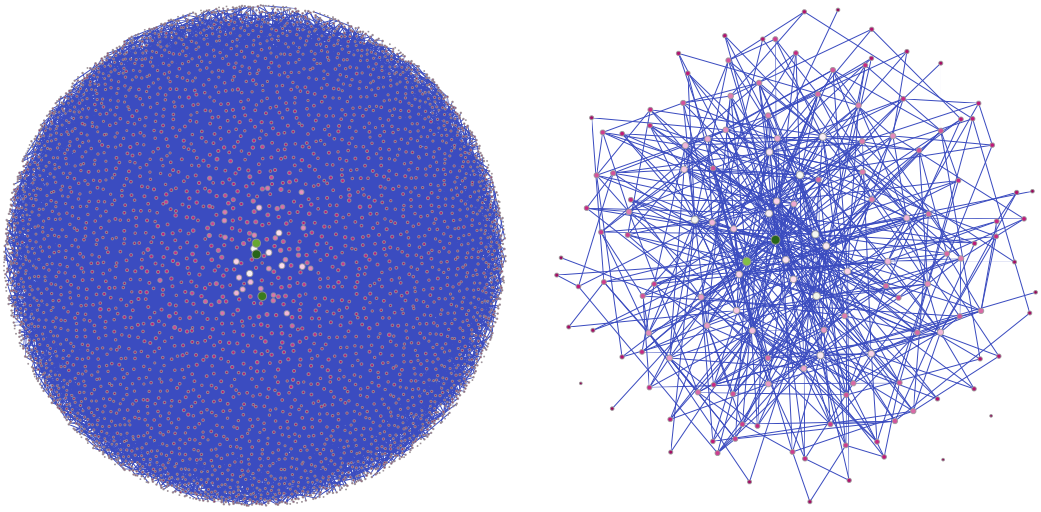


Figura 1.1: Rede Livre de Escala, representando como os investidores estão conectados no mercado financeiro. Esquerdo: todas as conexões entre os investidores; Direito: Apenas alguns poucos nós (menor densidade) permitindo observar o hub no centro da figura e nós sem ligações.

Neste trabalho, tentamos reproduzir algumas importantes características do mercado financeiro utilizando metodologias que envolvem diversas áreas de estudo. Trazemos à tona o campo da ciência conhecido como Econofísica para abarcar a modelagem implementada e analisada à luz de Ciências Sociais, Economia, Matemática, Física, Estatística e Computação. Estudamos as flutuações do índice do mercado (simulado) de ações, que são devidas à diversas interações entre os investidores. Implementamos os agentes com três perfis psicológicos: Imitação, Anti-Imitação e Random Trader. Construímos a rede de conexão entre os agentes baseada no algoritmo de Albert-Barabàsi [67]. Obtivemos nesse primeiro momento resultados mostrando que a topologia da rede influencia na dinâmica da oscilação do índice. Os resultados provenientes de simulações apresentavam uma boa aproximação de importantes características do mercado real [34].

A partir dos resultados anteriores começamos a avaliar tomadas de decisão no mercado em função da influência da vizinhança e da análise externa baseada na oscilação do índice. Os investidores balizam suas decisões de comprar, vender ou manter suas ações analisando o estado (comprar, vender, manter) de sua vizinhança e, ao mesmo tempo, usando uma análise de mercado baseada na análise técnica. Uma vez que a rede apresenta investidores altamente conectados (hubs) com diferentes perfis psicológicos, analisamos: a distribuição de riquezas baseada em cada perfil psicológico e a influência do hub neste sistema quando este varia seu comportamento psicológico. Conseguimos descrever e simular diferentes cenários aplicando técnicas como autômatos celulares e método de Monte Carlo. Avaliamos, estatisticamente, resultados de simulações computacionais.

Esta tese está organizada da seguinte forma: No próximo capítulo (2) apresentamos conceitos, definições e ferramentas empregadas neste estudo. Fazemos uma revisão bibliográfica sobre os seguintes assuntos: Mercado Financeiro (2.2), Análise Técnica (2.3), Sistemas Complexos, Mecânica Estatística e Modelagem Baseada em Agentes (2.5 e 2.6) . Estes conceitos são aplicados na construção e análise do modelo proposto. Nas seções seguintes, apresentamos a metodologia e as caracterizações das estratégias utilizadas para tomadas de decisão pelos investidores no mercado financeiro simulado. Finalmente, apresentamos nossos resultados, conclusões e as perspectivas futuras.

Capítulo 2

Conceitos Básicos

2.1 Econofísica

> *How long will researchers working in adjoining fields . . . abstain from expressing serious concern about the splendid isolation in which academic economics now finds itself?*
>
> **Wassily Leontief, 1982**

Definir o termo *Econofísica* já não é uma tarefa difícil, mas compreender seu campo de estudo na Ciência e o espectro de suas aplicações não são tarefas triviais. Esta é uma área da Ciência que agrega conhecimentos de Física-Estatística, Matemática, Estatística, Economia e Computação. Assim, apontar quando nasceu esta Ciência é um tanto quanto complicado e descrever como cada uma das áreas se relacionam é uma tarefa complexa. Estes fatores tornam este ramo da ciência inovador e um desafio para os cientistas.

Historicamente, não é fácil datar seu começo, principalmente quando se evidencia o fato de se compreender fenômenos Econômicos com ferramentas da Física, em geral. Numa entrevista dada ao Professor Kausik Gangopadhyay[1] em 16 de Maio de 2016, o Professor H. Eugene Stanley explica a arte de interpretar dados financeiros por meio de ferramentas da Física a fim de explicar/conjecturar fenômenos relacionados à economia, em particular o Mercado Financeiro. Segundo professor Stanley, pode-se inferir que há muitas décadas físicos têm se interessado por índices financeiros por causa de suas flutuações. Ainda, segundo ele, é dito que até mesmo Sir Isaac Newton havia se interessado por economia [81]. O fato é que flutuações no mercado financeiro começaram a ser estudadas tais

[1] *Associate Professor in the area of Economics at the Indian Institute of Management, Kozhikode.*

como moléculas de gás, movimento browniano, random walk *etc* [81]. Por volta de 1995, Professor H. Eugene Stanley disse em entrevista, antes citada:

> *So I decided to give a name to the synergism, like a revolutionary country has to have a name, you know! You need to have some name and this was a nice name, I thought.* [2]

O nome ao qual H.E. Stanley se refere é *Econonophysics* (Econofísica). Esta ciência é vista por este professor como um disciplina regular da área da física, no sentido que muitas coisas em física não tem uma teoria (segundo as palavras do Prof. Dr. H.E. Stanley), como por exemplo a descoberta da super-condutividade/alta-temperatura [81]. Assim, o termo Econofísica, foi introduzido pela primeira vez pelo proeminente físico em 1995 em uma conferência sobre Dinâmica de Sistemas Complexos (Kolkata City) e pela primeira vez o termo aparece impresso em seu artigo publicado em 1996 [30, 32]. Os Professores H. E. Stanley e R. N. Mantegna lançam o livro que tornou-se uma marco no estudo desta nova ciência: *An Introduction to Econophysics* [19]. Após este evento, as primeiras conferências sobre Econofísica foram organizadas: International Workshop on Econophysics, Budapest, 1997 and International Workshop on Econophysics and Statistical Finance, Palermo, 1998. No ano de 2005 iniciou-se o Econophysics Colloquium, em Camberra, que desde então acontece anualmente e está em sua $13^{\underline{a}}$ edição [3].

Em se tratando, ainda, do surgimento desta ciência tão interdisciplinar, Professor Joseph L. McCauley [28, 82] afirma que Econofísica começou, no sentido de se estudar dados financeiros, em 1958 com a descoberta de retornos Gaussianos do mercado de ações por M.F.M. Osborne e distribuições com caudas pesadas enfatizadas por Mandelbrot. Deve ser entendido que esta ciência não aplica, literalmente, leis da física para o comportamento humano, muito pelo contrário, Econofísica usa métodos matemáticos trabalhados em física-estatística para estudar propriedades estatísticas do sistema econômico que possui um grande número de agentes. Neste sentido, esta ciência é um ramo que aplica a metodologia da física estatística para construir teoria a partir do empirismo.

[2] Então, Eu decidi dar um nome ao sinergismo, como um país revolucionário tem que ter um nome, entende! Você precisa ter algum nome e este foi um bom nome, eu achei.

[3] "Econophysics Colloquium"2016 São Paulo, Brazil - Is the anti-imitation a good strategy in a complex network when combining a technical analysis and psychological behavior of the investors?; "Econophysics Colloquium"2015 Prague, Czech Republic - How the wealth distribution in complex network is affected by considering a technical analysis and psychological behavior combined? F.M. Stefan e A.P.F. Atman

Isto faz nascer um antagonismo quando se estuda fenômenos econômicos através da ciência econômica e através das ciências físicas. Na teoria neo-clássica da economia desenvolve-se modelos matemáticos-estatísticos a fim de predizer movimentos futuros. A grande questão é como estes dados têm sido validados, uma vez que não se consegue ter a real medida do mercado. Um dos mais citados professores de economia cujo livro foi e é um dos mais usados na academia, Professor Hal Varian, afirma [83] que a teoria neo-clássica da economia é baseada em dois princípios:

- Pessoas tentam escolher os melhores padrões de consumo que eles possam comprar - princípio da otimização.
- Preços se ajustam até que a quantidade de algum produto que esteja sendo demandada se torne igual à quantidade deste que esteja disponível - princípio do equilíbrio.

Estes dois princípios parecem ser de senso comum, mas sem afinidade com a ciência propriamente dita. Estes princípios têm sido postulados para descrever mercados, porém não possuem fundamento empírico. As leis matemáticas da natureza, leis físicas, permanecem as mesmas em qualquer escala de tempo que são observadas. A natureza não viola estas leis por estar pautadas no princípio da invariância local (tais como Mecânica Newtoniana e Mecânica Quântica). Assim, em física, não temos modelos de problemas necessariamente comportamentais. Muito pelo contrário, temos leis que não podem ser violadas intencionalmente: por exemplo violar a lei da gravidade numa tentativa de explicar algum fenômeno em queda livre. Logo, não podemos aplicar livremente modelos estatísticos-matemáticos para explicar o comportamento do mercado financeiro, uma vez que este supõe uma condição racional dos investidores [28].

Comportamento sócio-econômico não é necessariamente universal e pode variar de país para país e até mesmo de mercado para mercado. Podemos afirmar que não há qualquer princípio de invariância no comportamento socio-econômico que poderia sustentar a expectativa de uma lei universal (lei de movimento) para governar o mercado. O que podemos ter como expectativa, na melhor das hipóteses, em teoria econômica é um modelo que consiga agrupar e reproduzir características fundamentais de um mercado

específico (o qual está sendo analisado). Podemos descrever matematicamente o que aconteceu no passado, mas não há qualquer garantia que o futuro repetirá o passado. Modelos estatísticos têm sido usados para prever circunstâncias adversas, mas não conseguem prever extremos como colapso (companhias de seguros são bons exemplos desta manobra e de que eventos extremos têm levado companhias à falência). Sob condições normais, muitos investidores têm ganho dinheiro, mas quando o risco sai de sua forma iminente e torna-se real, muitos perdem grandes fortunas tal como aconteceu em recessões passadas: queda nas bolsas em todo o mundo nos anos de 1929, 1987 e 2008; o impacto imobiliário nos Estados Unidos e, mais recentemente, as quedas nas bolsas asiáticas, principalmente a de Hong Kong.

Para, então, compreender o papel da física aplicada ao mercado financeiro, fazemos o seguinte comentário: não se consegue entender fisicamente muitos fenômenos da natureza. No entanto, pode-se descrevê-los qualitativamente baseando-se em equações (modelos físico-matemáticos). Por exemplo, entende-se muito bem a formação e movimento de furacões e tornados, mesmo que não se consiga predizer quando e onde eles atingirão um certo lugar. Em economia, por outro lado, não sabemos quais ou que leis universais que governam mercados que poderiam ser usadas para explicar, mesmo qualitativamente, os fenômeno de crescimentos explosivos (*bubbles*), recessões, depressões e distribuições desiguais/desproporcionais de renda. Não é satisfatório usar modelos matemáticos atuais para explicar porque Argentina, Brasil, México e Rússia colapsaram financeiramente depois de seguir conselhos de uma economia neo-classicista [28]. É difícil criar uma regra para evitar tais eventos extremos. J. Doyne Farmer, pesquisador do Instituto Santa Fé, traz à tona esta discursão tentando explicar como a ciência Física tem se tornado uma ferramenta imprescindível na compreensão de fenômenos econômicos [55]. Assim, este ramo interdisciplinar da ciência, Econofísica, se mostra como uma ciência que tenta construir, através da análise de dados financeiros, uma teoria para explicar o mercado de um ponto de vista, pelo menos, qualitativo, assim como muitas teorias criadas através de análise e observações na ciência Física. Podemos afirmar categoricamente que minimizar efeitos extremos ou, quiçá, evitá-los tem sido um desafio para todos os cientistas envolvidos nesta tarefa.

Neste trabalho desenvolvemos um modelo onde tentamos explicar como o perfil psicológico de um agente no mercado pode cooperar para um ganho ou perda de seus investimentos. Ainda, sendo um investidor um hub do sistema, tentamos estudar seu impacto no mercado. Considerando a dinâmica complexa do Mercado Financeiro com seus diversos ativos e mecanismo para regular a liquidez do mercado, trazemos neste próximo capítulo noções de o que é e como funciona o mercado e seus índices financeiros.

2.2 Mercado Financeiro

O mercado financeiro é uma estrutura institucional organizada para criar e cambiar ativos financeiros [84]. De um modo geral, a literatura concorda que mercados financeiros são sistemas onde um grande número de investidores interagem entre si e reagem segundo informações externas a fim de determinar o melhor preço para um dado produto. Os produtos são os mais diversos como, animais, moeda, ações etc. e mesmo produtos derivados [19, 20, 34, 84–87]

A alocação de recursos econômicos é o resultado de muitas decisões particulares no mercado econômico. Em economia, podemos dividir o mercado de duas maneiras: 1) Mercado de produtos (produtos manufaturados); 2) Mercado de fatores de produção (trabalho e capital). O mercado financeiro é uma parte do segundo tipo de mercado, também chamado de mercado de ativos. As principais funções econômicas de um ativo financeiro são transferir fundos (exemplo: superávite) para aqueles que precisam de fundos para investimento (exemplo: empréstimo). Além desta capacidade de transferência de fundos, há também a capacidade de redistribuir os fundos entre aqueles que procuram papéis (ações, por exemplo) e aqueles que fornecem tais papéis, numa tentativa de minimizar o risco inerente associado ao fluxo de caixa gerado pela taxa de retorno. Assim, o mercado proporciona dois mundos se complementarem em interesses similares: de um lado, um empreendedor que tem algum projeto industrial, mas não tem suporte financeiro e, de outro, o que tem recursos financeiros e quer investir tais recursos, como por exemplo uma empresa que abre mercado lançando ações e os investdores que as compram. Ambos

compartilham tanto o risco quanto o lucro deste projeto industrial; seja em curto, médio ou longo prazo. Vale lembrar que um empreendedor é aquele que gerencia e assume os riscos de um negócio; logo pode ser revestido por um particular, uma empresa ou até mesmo o Estado. Os instrumentos de investimentos são usualmente ações e bonds, tipos de ativos que serão explicados posteriormente.

Mercado financeiro é o lugar onde os ativos financeiros são negociados, mas isto não significa que, necessariamente, tem de ser negociados neste lugar. Há algumas características intrínsecas ao Mercado Financeiro, tais quais suas funções econômicas, que mostram como o Mercado se relaciona com o sistema econômico. Três principais funções são descritas desta forma: 1) As interações entre compradores e vendedores determinam o preço do ativo negociado, isto significa que eles determinam o retorno requerido em um ativo financeiro; 2) Fornecer um mecanismo para um investidor vender seu ativo. Esta característica significa que o mercado oferece ao investidor liquidez, o que é um excelente atrativo quando, por circunstâncias diversas, o investidor é forçado a vender seus ativos ou simplesmente motivado (retorno inesperado na venda do ativo). Nesta segunda função econômica do mercado, podemos perceber que um dos fatores que diferenciam os mais diversos mercados financeiros é o grau de liquidez fornecido pelo mercado; 3) Reduzir o custo de transação. Tem-se no mercado o custo da busca, quais sejam: dinheiro despendido em anunciar a intenção de vender ou comprar um ativo e o tempo gasto para encontrar a contra-partida, ou seja alguém para comprar ou vender ativos de seu interesse. Associado ao custo de transação há ainda o custo de se conhecer o mérito de um investimento de um ativo financeiro, ou seja, conhecer a probabilidade esperada do fluxo de caixa gerado por tal ativo financeiro.

2.2.1 Ativos Financeiros

Dedicamos esta seção para conhecer sobre os produtos financeiros e ter uma visão geral de como são negociados no Mercado. Assim, mesmo para aqueles que não trabalham neste campo da ciência, poderão perceber e se familiarizar com alguns papéis que regem grandes negociações em nosso sistema econômico e refletem de uma forma complexa

na economia familiar, ou seja, na vida de cada cidadão. Numa forma sequencial, arrolaremos os principais produtos em finanças.

- Dinheiro: Depositar dinheiro em um banco é a forma mais simples de investimento. Embora ser real o poder de compra, pois a quantidade de dinheiro disponível pode comprar algo hoje, o depósito se apresenta como uma alternativa em se ter um poder maior de compra futura de tal forma que o retorno esperado possa comprar mais do que poderia hoje. A melhor figura deste tipo de depósito é a tão conhecida poupança. As taxas de juros aplicadas a este tipo de investimento são ínfimas quando comparadas a outros investimentos. O fato reside em que a instituição financeira que gere os fundos não tem garantia do tempo em que o dinheiro ficará disponível. Por outro lado, o risco é baixo para o investidor, considerando que as taxas são reguladas pelo Banco Central (no caso do Brasil). Ainda assim há riscos caracterizados pela variação nestas taxas de juros aplicadas ao investimentos e a inflação acumulada no prazo em que o recurso ficou investido. O valor montante a ser pago é dado por $M = C(1 + i)^T$, onde M representa o montante; C: capital principal; i: taxa anual, por exemplo; T: tempo calendário que pode ser adotado como todos os meses sendo de 30 dias. Assim, podemos ter juros capitalizados anualmente, semestralmente, mensalmente *etc*. Há de se considerar que, no Brasil, o cálculo da taxa de juros é feita pelo Banco Central do Brasil, regulamentado por legislação específica e observados os indexadores como *TR* e *Selic*, parâmetros de controle da taxa incidente sobre o capital. Em outros países existem serviços de referência para informar investidores de taxas padrões aplicadas diariamente. O mais popular destes serviços é o *Libor (London interbank offered rate)* publicado pela *British banker's association - BBA* todo os dias às 11:00h, horário de Londres. Uma outra fonte de cálculo é o Euribor da *EBF - European banking federation* que calcula especificamente para moedas em Euro (€).

- Ações: Podemos pensar que representam a menor fração de um capital(valor da empresa: passivo e patrimônio líquido). As ações são usadas para garantir a participação na propriedade de uma empresa. Em geral, empresas com mais de um

proprietário são divididas em ações que representam uma fração da propriedade da empresa. Acionistas são, de fato, co-proprietários e suas participações são designadas pelo tipo de ação adquirida. As ações se subdividem em comum (ordinárias) e preferenciais e outorgam ao detentor diferentes participações na empresa. Na literatura estão ratificadas estas categorias e características emanadas por cada um dos tipos descritos [20, 39, 85, 86]. Podemos afirmar que: ordinárias proporcionam participação nos resultados e conferem ao acionista o direito de voto em assembleias gerais; preferenciais garantem ao acionista a prioridade no recebimento de dividendos e, além disso, garantem precedência sobre as ordinárias em caso de liquidação do empresa. Vale lembrar que o caso comum de liquidação de uma empresa é a falência, onde um comitê é designado para tomar decisões e o valor das ações atingem patamares ínfimos. Após a empresa pagar todos os seus credores, o que sobra é então repassado nesta ordem: detentores de ações preferenciais e subsequentemente detentores de ações ordinárias (comuns) [20, 70, 85, 86].

Os resultados são repassados aos acionistas na forma de dividendos [4] que em geral são pagos em dinheiro. Mas o fato de uma companhia obter resultados positivos (lucros) não implica na obrigação de redistribuir tais lucros, pois nada a impede de reaplicar na melhoria dela própria, em setores diversos, ou mesmo na compra de outras companhias que agregariam ao patrimônio. Um movimento observado pelos acionistas é percebido nos valores destes dividendos, pois quando há um aumento implica diretamente na valorização da ação o que remete à valorização da empresa no mercado. Por outro lado, a diminuição no valor dos dividendos traz consigo uma queda no valor de mercado da empresa em questão. O retorno pago aos acionistas são provenientes de pagamentos de dividendos e variações no valor das ações. Importante saber que os dividendos podem ser pagos sob a forma de ações adicionais.

Eventos corporativos também modificam o preço da ação e são conhecidos como:

[4] Parte que cabe ao acionista quando a empresa obtém lucro.

Stock Split (desdobramento da ação): uma manobra utilizada para redividir uma ação em *n* ações com intuito de facilitar a compra/venda. Esta prática é muito utilizada quando o valor unitário da ação se torna muito caro. Assim, o objetivo é melhorar a liquidez no mercado e evitar cotações elevadas de uma única unidade. Por exemplo, imagine uma dada ação sendo cotada a $R\$200,00$ e que esta seja negociada na Bolsa em lotes de 10. Isto dificultaria atrair investidores para tal empresa por causa do montante a ser pago num única negociação, sendo que estaria comprando um único lote pelo valor de $R\$2000,00$. Não se podendo comprar uma única, desestimularia muitos investidores. Logo, é promovida o desdobramento desta ação em sublotes para se tornar o valor mais acessível. Por grupamentos (*inplit*) entende-se o inverso do desdobramento no intento de elevar o valor unitário da ação.

Legislações, tal como a Lei das SA (Sociedades Anônimas) 6404/76 e regulamentações específicas da Comissão de Valores Mobiliários (CVM) visam a proteger o direito do investidor, quando do agrupamento, pois nesta manobra a empresa deve assegurar ao investidor pelo menos uma única ação no caso de o valor unitário superar o valor do montante adquirido pelo investidor. Por exemplo, caso o investidor possua um lote de 10 ações pelo valor de valor de $R\$100,00$ e quando efetuado o grupamento se tiver uma razão de 20 para 1, onde cada grupo de 20 representará uma única ação. Isto implicará que o valor de cada ação que antes era de $R\$10,00$ agora passa a ser $R\$200,00$ o que extermina o investidor que tinha no mercado $R\$100,00$. Esta manobra é proibida, exceto se tal investidor do exemplo acima lhe for garantido pelo menos uma única ação, caso contrário o grupamento terá que ser numa razão inferior ou não efetuado.

- Bônus (*Bonds*): São títulos emitidos através do mercado financeiro por empresas e Governo (Federal, Estadual e Municipal) a fim de alavancar fundos para investimentos em projetos. Ao invés de tomar empréstimo em um banco, usa-se deste ativo financeiro a fim de garantir taxas de juros e fluxo de caixa fixos. Por ser o bônus títulos de crédito, eles podem ser negociados livremente no mercado financeiro.

O detentor deste documento de débito é chamado de credor do emissor dos bonds. Este credor (investidor) recebe um certificado que garante a ele a taxa de juros a ser aplicada , o valor principal do bond (valor de face) e o tempo para para descontar o documento e receber o valor de face (maturação). O acordo existente entre as partes, via contrato, ainda garante um fluxo de caixa (cupons), por exemplo mensal, ao credor, balisado pela taxa de juros aplicada ao empréstimo. Como o documento pode ser negociado no mercado financeiro, quem recebe o valor principal no tempo de maturação não é necessariamente quem originalmente adquiriu o certificado de crédito. Segundo a literatura [20], o preço deste documento de crédito depende da taxa atual de juros que pode variar desde a criação do título até o tempo de resgate do valor principal; uma fórmula para o cálculo do valor atual em função do valor principal é dada por:

$$B(t) = \frac{P}{(1 + y(t))^{T-t}} \approx Pe^{-y(t)(T-t)}$$

Vamos exemplificar uma operação para entender esta fórmula. Considere que a União (órgão do Governo Federal) decida lançar no mercado bonds com valor de face de $R\$100000,00$ com um tempo de 10 anos para ser resgatado (*maturity*), pagando uma taxa fixada em 10% ao semestre. Seriam, então, emitidos 20 cupons no valor de $R\$2000,00$ cada a ser pagos semestralmente, sendo que a última parcela será de $R\$102000,00$. Voltando à fórmula, B representa o valor atual do bond; y representa os juros acumulados na janela de tempo entre a compra hoje e o tempo, T para resgate.

Por causa da taxa fixa no período de tempo para o resgate, o valor deste título pode oscilar conforme se torne mais ou menos interessante no mercado financeiro. Isto pode acontecer se considerarmos que a taxa efetiva de juros no mercado suba para 12% ou decline para 7%. No caso de a taxa efetiva ser a mesma para investimento, não se tem estímulo para negociar com o Governo Federal. Por outro lado, caso a taxa efetiva de mercado para aplicação de recursos no mesmo formato (mesmo fluxo de caixa) seja maior, implicará prejuízo para quem já possua bond do Governo, pois o valor do papel sofrerá uma desvalorização para competir no mercado. Podemos resumir esta oscilação da seguinte forma: quando o nível da taxa de juros

do mercado supera a negociada através da operação de bonds, o papel sofre uma desvalorização, quando a taxa de mercado se torna menor, provoca uma valorização do papel negociado. O valor atual de um bond pode ser dado segundo o fluxo de caixa

$$B(t) = \sum_{i=1}^{N} \frac{P_i}{(1+y)^{T_i - t}} \approx \sum_{i=1}^{N} P_i e^{-y(T_i - t)}$$

onde P_i representa os pagamentos feitos pelo bond no tempo T_i [20, 85, 87].

- Comodites (*Commodity*): Em geral são bens e serviços gerados por produtores que negociam no mercado financeiro sua produção que é vendida em larga escala. Energia (óleo, eólica, gás natural,...).gado, cereal, açúcar, metais (ouro, alumínio,...),etc, são exemplo de bens negociados. Podemos ter serviços como banda-larga, telefonia,etc.

Os ativos negociados na Bolsa de Valores (Mercado Financeiro) perfazem dois momentos distintos quando, por exemplo, o emissor de títulos lança-os no mercado a procura de investidores. O mercado atua garantindo a liquidez de títulos através de legislação e regulamentos (internos) e captando investidores interessados em comprar papéis do Governo ou de empresas. Geralmente estas negociações são feitas tendo um banco de investimento como intermediário. Este método é designado pelo mercado primário. Por mercado secundário tem-se a renegociação destes títulos, onde um investidor compra e vende diretamente no balcão ou na Bolsa de Valores. A operação de compra de títulos já negociados geralmente é intermediada por corretoras que atuam no mercado de ações.

2.2.2 Mercado Primário

O Mercado Primário é um lugar onde novos ativos são lançados por empresas privadas, órgãos do Governo (Federal, Estadual e Municipal), tais como as Estatais, visando à captação de recursos. Uma das mais comuns negociações no mercado primário compreende o leilão (*auction*), método pelo qual o Governo contrata empreiteiras para desenvolver, produzir e administrar obras. Por exemplo, empresas vencedoras de um leilão contratadas

para administrar uma rodovia oferecendo obras de melhorias. Esta oferece o melhor preço ao Governo e cobra a menor taxa de pedágio nas rodovias por ela administrada. Outros exemplos abrigam bonds, ações e outros papéis negociados no mercado como derivativos. Todos estes mecanismos trazem aporte de recurso à companhia. No Brasil, em particular, existe uma autarquia do Governo Federal vinculada ao Ministério da Fazenda que tem como objetivo fiscalizar, normatizar, disciplinar e desenvolver o mercado de valores mobiliários [88]. Esta autarquia denomina-se Comissão de Valores Mobiliários (CVM), criada em 07/02/1976 a qual foi outorgada autoridade administrativa independente. Assim, qualquer entidade que queira abrir seu mercado, lançando ativos, será autorizada, fiscalizada e regulada pela CVM. Uma vez ocorrendo o lançamento inicial ao mercado, os ativos passam a ser negociadas no Mercado Secundário.

2.2.3 Mercado Secundário

O Mercado Secundário compreende as bolsas de valores e os mercados de balcão (mercados onde são negociados ativos, geralmente de empresas de menor porte que não são sujeitas aos procedimentos do Mercado Primário). Pode se confundir quando uma empresa lança um ativo no mercado primário e, ela própria readquire o ativo através deste mercado, por isso a distinção é feita pelo fato de o mercado secundário apenas exercer sua função de dar liquidez aos papéis. É o local onde os investidores negociam e transferem entre si os valores mobiliários emitidos pelas companhias. Nesse mercado ocorre apenas a transferência de propriedade e de recursos entre investidores. A companhia não tem participação. Portanto, o mercado secundário oferece liquidez aos títulos emitidos no mercado primário. Além da Bolsa de Valores, que é a mais conhecida, existe ainda um tipo específico de mercado secundário conhecido por *open market* que se responsabiliza por transacionar títulos públicos federais (títulos da dívida pública, por exemplo.). Este último é utilizado pelo Banco Central do Brasil a fim de regular a taxa de juros no mercado monetário, influenciando o valor da moeda praticados pelos bancos comerciais [86, 88]

2.2.4 Índice de Ações

Ìndices são indicadores gráficos que podem ajudar um *trader* (investidor) a determinar condições de compra ou venda super estimadas em mercados variados (sem tendência). Há diversos índices de diferentes segmentos do mercado que, claro, não flutuam da mesma forma, caso contrário, não faria sentido se ter vários índices. Vamos discutir sobre alguns importantes índice do mercado:

- Dow Jones Industrial Average (DJIA): o mais antigo, conhecido e que é frequentemente usado no mundo. Ele possui ações das 30 maiores e mais influentes empresas nos Estados Unidos. O cálculo era, originalmente, realizado somando os preços de cada unidade (*share*) das ações de cada empresa referente ao seu índice e dividia-se esta soma pelo número de empresas. Por isto, chamava-se o método de média (*average*). Esta metodologia foi criada em 1896 e todos os cálculos pertinentes ao índice era feito à mão [20, 38, 39]. O DJIA representa cerca de um quarto do valor de todo mercado de ações americano, isto implica que mesmo pequenas variações nos preços das ações fazem com que todo o mercado financeiro americano sinta o efeito, uma vez que ela abriga algumas das mais importantes e conhecidas empresas. Estes movimentos refletem as expectativas dos investidores de ganhos quando empresas arriscam em novas tecnologias, expandem para outros países seus produtos *etc*.

  Vale observar que quando pensamos em retorno total em investimento de ações, índices passam a não ser bons indicadores, pois não incluem pagamentos de dividendos realizados pelas ações. Preços históricos são ajustados por fusões ou subdivisões de empresas o que dificulta análise do índice do mercado de ações através desta metodologia.

- Standard & Poor's 500 Stock Index $(S\&P500)$: composto por 500 ações: as 500 maiores empresas americanas, tais como Apple, GM, Amazon, Ford *etc*. Em geral, o índice do $S\&P500$ representa um bom indicador do movimento no Mercado americano como um todo. O índice é calculado multiplicando-se o preço de cada

ação unitária pela quantidade de ações que integralizam 100% da empresa. Assim, cada ação é representada na proporção de sua capitalização total. Se o valor do mercado total de todas as 500 empresas pertencentes à $S\&P500$ cai, por exemplo, 10%, o valor do índice também cai à mesma taxa. As empresas compõe uma diversidade de setores da economia: energia, industria, tecnologia da informação, saúde, etc, [20, 39, 87, 89].

- Wilshire 5000 Equity: O indicador mais compreensivo que é conhecido como índice do mercado total. Ele representa o valor total, em bilhões de dólares, de todas ações comuns negociadas nos Estados Unidos, onde todas as empresas que gerem ações neste mercado estão alocadas como matriz. Isto facilita um acesso rápido aos dados de preços inclusos no Wilshire 5000. Este índice é totalmente diverso, incluindo ações de cada ramo industrial. Quando investidores conversam sobre o mercado como um todo trazem à tona o índice do $S\&P500$ e se referem muito menos ao índice do Wilshire, movidos pelo fato de as maiores empresas americanas estarem associadas ao Standard & Poor's 500 Stock Index [38, 87, 89].

- Nasdaq Composite Index: É uma bolsa de valores onde ações de tecnologias são negociadas. O índice representa um mercado de capitalização ponderada, ou seja, um fator multiplicativo para ativos mais valorizados, que é composto por todas as ações negociadas na Bolsa de valores da Nasdaq. Algumas empresas que não têm matrizes nos Estados Unidos são inclusas. Há, além de empresas de tecnologias, algumas do ramos financeiro, industrial, seguro, transporte, etc. A Nasdaq possui grandes e pequenas empresas (tal qual as Start Ups). A oscilação do índice indica, em particular, a performance das indústrias de tecnologia e as atitudes dos investidores em função das especulações no preço das ações [39, 84, 89]

- NYSE: Representa a média ideal, considerando que seu valor é baseado na capitalização de todos os ativos na Bolsa dos USA. As oscilações em seu índice são bem similares àquelas da DJIA e da $S\&P500$. Vale notar que as divergências entre as

tendências destes três índices servem como uma informação a mais para mudanças na estrutura técnica do mercado [87, 89, 90].

- Ibovespa: Segundo a Bolsa de Mercadoria e Futuros da Estado de São Paulo (BM & FBOVESPA), o índice é o resultado de uma carteira teórica de ativos. Ele funciona como indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações, o que significa exibir a valorização de um determinado grupo de papéis ao longo do tempo. O Ibovespa é um índice de retorno total: procura refletir o impacto que a distribuição de proventos por parte das companhias emissoras deses ativos teria no retorno do índice e não somente as variações nos preços do ativos integrantes do índice no tempo. O índice pode ser calculado através da seguinte fórmula [86]:

$$Indice_t = \frac{\text{Valor total da carteira}}{\text{Redutor}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Pi_t \times Qi_t}{\alpha}$$

,

onde:

  - Índice(t)=valor do índice no instante t;
  - $n =$ número total de ativos integrantes da carteira teórica do índice;
  - $Pi_t =$ último preço do ativo i no instante t;
  - $Qi_t =$ quantidade do ativo i na carteira teórica no instante t;
  - α = redutor utilizado para adequar o valor total da carteira ao valor de divulgação do índice.

2.3 Análise Técnica

2.3.1 História

Finanças têm sido estudadas sob a ótica de diversas disciplinas. Ciências Econômicas dedicam uma área para analisar o Mercado Financeiro, considerando os cenários políticos e economia global. No fim do século *XIX*,[39, 89, 91] iniciou-se uma análise do mercado financeiro em função de dados passados. Considerado o pai da Análise Técnica, Charles

H. Dow, estudou os dados do mercado a fim de criar um instrumento de medida de tendência em negócios, em particular no mercado de ações. Ele foi o fundador do serviço de notícias financeira - Dow-Jones Financial News Service, onde escrevia sua teoria, que lhe outorgou seu nome após sua morte em 1902.

Um dos principais mecanismo de análise era a média de preços no mercado de ações. Seu sucessor, William P. Hamilton, escrevia sobre o mercado de ações e trabalhou por 27 anos usando os princípios de Dow. Após compilar todos estes anos de trabalho, organizou os dados e formulou o que hoje é conhecido por Teoria de Dow. Vale observar que traços de análise técnica apareceram por volta do século *XVII* nos estudos de Joseph de la Vega's sobre o mercado holandês [92]. Na Ásia, o exemplo mais antigo estava em um método desenvolvido por Homma Munehisa,século *XVIII*, que envolvia técnicas de *candle sticks*.

Nos anos de 1920 e 1930, Richard W. Schabacker publicou alguns livros que continuaram os trabalhos de Dow e Hamilton sob os títulos *Stock Market Theory and Practice* e *Technical Market Analysis* e na década de 1940 se juntou ao seu cunhado Robert D. Edwards que terminou seu último livro em 1948. Neste ano, 1948, Edwards e John Magee publicaram *Technical Analysis of Stock Trends* que se torunou um de seus mais importante trabalhos. Mais interessante é que os fundamentos teóricos permanecem os mesmos em sua última edição (10^a *edição, 11/2012*).

2.3.2 Definição

Muitos autores definem análise técnica a partir de conhecimentos metodológicos adotados. No entanto, todos concordam que se trata, principalmente, de analisar dados a partir de gráficos e inferir tendências para uma tomada de decisão. Descrevemos algumas das definições de Análise Técnica segundo a literatura:

- Análise Técnica é o processo de analisar preços históricos de *security* no esforço de determinar prováveis preços futuros. [38].
- É uma disciplina de análise de *security* para se fazer previsão da direção de preços através do estudo de dados passados do mercado, primeiramente preço e volume

[93].

- Refere-se ao estudo da ação do próprio mercado. É a ciência de gravar, em geral em forma de gráficos, a história atual de transações(variações de preços, volume de transações, etc.) de ativos financeiros e, depois, deduzir destes gráficos a provável tendência futura [91].

- É o estudo da ação do mercado, primeiramente através do uso de gráficos a fim de prever tendência de preços futuros [89].

Um fator importante nesta metodologia é o fato de que o preço de um ativo financeiro representa um consenso: Significa o preço em que uma pessoa concorda em comprar e uma outra de vender. Antes deste fato há ainda uma variável que a análise técnica não consegue gerenciar e mensurar: o preço no qual alguém deseja comprar ou vender depende primeiramente de suas expectativas. Se o investidor espera que o preço do ativo vai subir, ele tenta comprar um pouco abaixo do preço atual; se o investidor espera que o preço do ativo vai cair, ele tenta vender um pouco acima do valor atual.

Estes simples movimentos desafiam os métodos de previsão funcionarem bem, pois a expectativa está relacionada com comportamento psicológico do investidor, [16], que não é facilmente quantificado, nem muito menos predizível. Por isso sabe-se que mercados financeiros são essencialmente um reflexo da ação de pessoas,[39, 91], pois pessoas podem e mudam de idéia e este comportamento afeta na tendência dos preços fazendo-os desviar, inesperadamente, de seu curso, outrora antecipado pela análise técnica.

A ciência de analisar tecnicamente o movimento passado do mercado trabalha no sentido de examinar o que os investidores temem ou pensam sobre o desenvolvimento do mercado, o que está intrinsecamente ligado ao aspecto psicológico do investidor. Deste modo, empregam análise gráfica de diversas variáveis, numa tentativa de identificar padrões de preço e tendência no mercado financeiro. A técnica de se analisar dados financeiros era, antigamente, denominada grafista (*chartist*): arte de extrair informações através de análise gráfica; atualmente, os praticantes desta técnica são chamados de

analista de mercado e/ou analista financeiro. Algumas das ferramentas empregadas são: transformações de preço e volume (razão entre eles, por exemplo), oscilação do índice, médias móveis, regressões, correlações de preços inter/intra mercado *etc* [38, 91].

Assim, esta disciplina não traz consigo um previsão absoluta, o que cria uma forte resistência entre os fundamentalistas. Veremos na próxima seção como a análise técnica e a análise fundamentalista trabalham em sentido diverso para explicar o movimento do mercado e traçar uma tendência futura.

2.3.3 Fundamentalista versus Grafista - Analista

Segundo os estudiosos em finanças, conhecidos por analistas fundamentalistas, o mercado é composto de racionalidade e o movimento do preço é, na verdade, um *random walk* (RW). Esta teoria afirma que a variação de preço é independente de séries temporais, ou seja, que o histórico de preços não é uma fonte confiável como indicador de direção de preço futuro. O economista Eugene Fama [94] formulou a Hipótese do Mercado Eficiente (HME), o que basicamente significa que os preços passados não podem ser usados para prever preços futuros e que os preços movem-se aleatoriamente em torno do seu valor intrínseco de mercado.

A HME advoga que se os preços rapidamente refletem todas informações relevantes, então nenhum método conseguiria prever a tendência do mercado [94, 95]. A forma "fraca"da HME se baseia na tese de que os participantes do mercados têm completa informação contida nos movimentos de preços passados, possivelmente de onde se desenvolveu o raciocínio da teoria do RW no mercado financeiro [39, 89, 91].

Por outro lado, a teoria da análise técnica afirma ser o mercado irracional, considerando o comportamento psicológico do investidor como uma importante variável quando analisa-se o movimento do índice de preços. Há três premissas nas quais a abordagem da análise técnica está baseada [38, 39, 91]:

- Ação (movimento) do mercado desconta tudo: Analistas acreditam que qualquer

evento que possa afetar o mercado (politicamente e/ou psicologicamente) está, na verdade, refletido na oscilação do ídice daquele mercado. Logo, a análise do movimento dos preços é o pré-requisito fundamental para inferir um movimento posterior. Partindo do pressuposto de que o fundamento da economia e a base da previsão estão na oferta/demanda: se oferta é maior que a demanda, o preço deve cair, mas se a demanda é maior que a oferta o preço deve subir, os analistas invertem esta teoria para chegar à conclusão de que se os preços estão subindo por qualquer que seja a razão, então a demanda tem de superar a oferta; por outro lado, se os preços caem, a oferta tem de superar a demanda.

- Preços movem sob tendências: Um corolário para esta premissa traz à tona a Primeira Lei de Newton, pois afirma que: o preço em movimento continuará na mesma direção até que sofra uma reversão. Este é o caráter que instiga os analistas a estudarem gráficos, pois além de encontrar tendências, procuram sinais de reversibilidades [12]. A Figura 2.1 ilustra bem esta situação, pois é notório a tendência da evolução positiva do índice (de A para B; C para E). Além disso podemos notar os pontos de reversibilidades em A e D.

- ”História se repete”: Certos de que as tendências analisadas nos gráficos trazem consigo muito do psicológico do investidor, observações foram feitas por cerca de 100 anos de dados [38, 39] e conclui-se que o futuro repete o passado. Os analistas perceberam que investidores, coletivamente, repetem o comportamento dos investidores que os precederam. Para exemplificar: Muitos investidores que não compraram ações da Microsoft®, entre os anos de 2008 e 2012, começaram a perceber a recuperação da empresa e a valorização das ações, observe a Figura 2.2.

  Série histórica das ações da Microsoft®, disponibilizada pela NASDAQ, mostra que em Dezembro/1999 estas valiam 39.264 e sofreram repentina queda atigindo 14.589 em Dezembro/2000. Muitos investidores e especialistas de mercado financeiro pensaram: "Se esta ação chegar a U$50.00 outra vez, eu vou comprar"; "A tecnologia desta empresa vai revolucionar o mercado, logo suas ações vão se

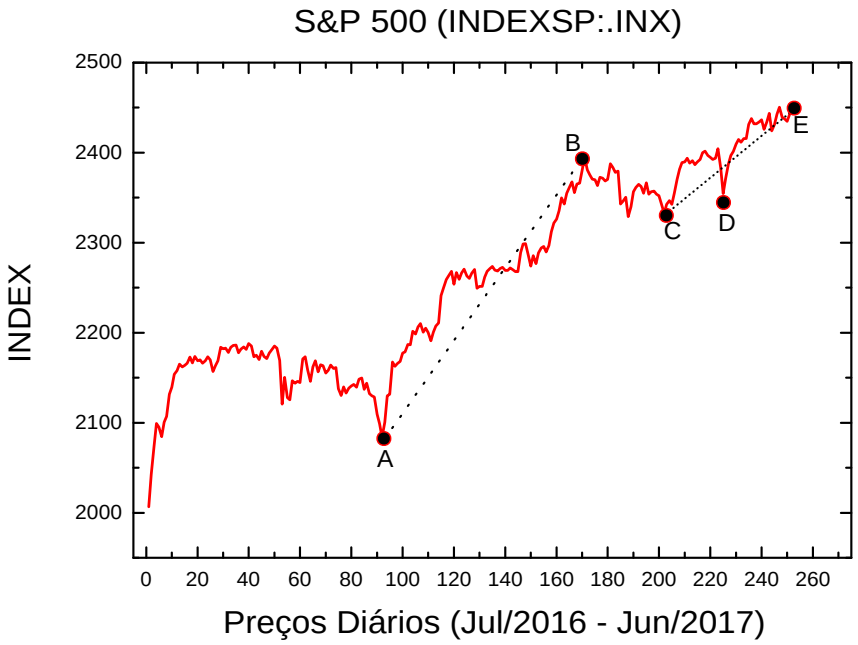


Figura 2.1: Análise mostra que há uma tendência de persistir uma variação positiva na oscilação do índice do mercado. O mercado apresenta tendência em aumentar o valor do ativo analisado. Dados retirados de https://finance.yahoo.com/quote/ % 5EGSPC/history?p=^ GSPC. Gráfico e marcações feitos pelo autor.

supervalorizar". Alguns apostaram nesta tese e compraram ações, mas o índice das ações da MSFT se manteve num mesmo patamar. Como premeditado à quase uma década, a partir de 2009 (onde aconteceu mais uma vez um forte queda) as ações começaram a valorizar e este movimento ascendente atravessou quase uma década, fechando Agosto/2017 aos 74.770. Estes são exemplos de sentimento do investidor que se repete frequentemente. Analistas acreditam que estes comportamentos psicológicos podem ser percebidos e/ou estudados nos gráficos de tendências de preço.

Apesar de, atualmente, muitos investidores flutuarem de uma metodologia para outra, as duas metodologias guardam não só diferentes pontos de vista, mas visões completamente opostas sobre o Mercado Financeiro. Os fundamentalistas examinam relatórios de auditores, extratos de ganhos e perdas, balanço das empresas, contratos referentes às ações, analisam dados gerenciais tal como a habilidade e capacidade de a empresa competir no mercado e acompanham notícias sobre a Bolsa de Valores cuidadosamente.

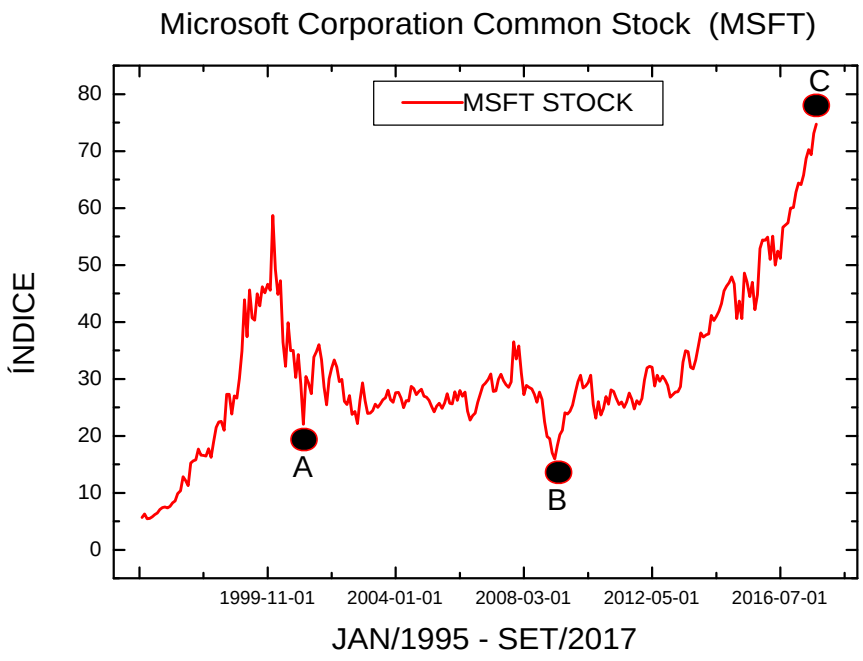


Figura 2.2: Dados: https://finance.yahoo.com/quote/MSFT/history?p=MSFT. Gráficos e Pontos destacados pelo autor. Oscilação do índice contraria o fato de o movimento do índice ser aleatório. Os pontos A (14.589 em Dez/2000) e B (13.049 em Fev/2009) mostram as piores quedas no índice da MSFT. O ponto C apresenta o valor em Set/2017 que atingiu 74.770 em Ago/2017. Percebe-se, claramente, uma forte recuperação da empresa entre os anos de 2009 e 2017. Nota-se a partir do ponto B a forte tendência se subida do índice

Todos esses fenômenos, juntos, estão diretamente ligados à força da economia que se resume na oferta e demanda, fazendo o preço subir ou descer. Determinam, então, o valor intrínseco do mercado que é realmente válido baseado na oferta e demanda. Se este valor está abaixo do preço atual, então o mercado está supervalorizado e deve ser vendido. Por outro lado, se este valor intrínsico está acima do preço atual do mercado, então este está subvalorizado e, portanto, deve ser comprado. Os analistas técnicos, por sua vez, afirmam ser possível extrair da oscilação do índice financeiro todas informações possíveis para se avaliar a tendência do mercado, o que depreende uma rigorosa análise técnica destes índices.

Ambas metodologias tentam resolver o mesmo problema: prever tendência de preço no mercado financeiro. O fato é que os fundamentalista procuram saber a causa do movimento do mercado, enquanto os analistas focam no efeito do movimento do mercado. Enquanto divergem sobre o fato de o mercado ser ou não racional, cada qual traz consigo suas premissas. Veremos algumas técnicas empregadas pelos analistas financeiros para se

avaliar o mercado e delinear uma tendência dos preços.

2.3.4 *Momento e Linha de Tendência*

Muitos são os métodos utilizados para interpretar gráficos financeiros, mas trazemos neste trabalho os que diretamente influenciam na metodologia utilizada para simular o mercado financeiro e analisar seus resultados.

- *Average Directional Index*: Na verdade não indica a direção da tendência e sim "a força da tendência". Seu cálculo avalia tendência de acréscimo/decréscimo no dia anterior e no presente dia e avalia através de um sinal a força da tendência no próximo dia. O índice varia entre 0 e 100, sendo que menor que 20 é traduzido como fraco e maior que 40 como forte. Considera-se extremamente forte leituras acima de 50 [96].

- *Trend Line*: uma linha inclinada descrita por pelo menos dois picos descendentes ou passando por dois ascendentes [89].

- *Momentum*: Uma taxa de variação de preços. Neste caso adotamos o método descrito por J.J. Murphy [39, 40]. Murphy explica que esta técnica mede a velocidade da variação de preços considerando dois níveis, ver Figura 2.3. Esta técnica estabelece uma medida que continuamente toma a diferença por um intervalo fixo de tempo. Podemos comparar este cálculo com derivadas discretas no tempo, onde o intervalo Δt pode ser lido como passos fixo de tempo. Assim, para construir uma linha de tempo de 5 dias, toma-se a diferença de preço de 5 dias atrás e o preço mais recente. A técnica de momentum está melhor exemplificada na seção de metodologia, onde analisamos as inclinações das diferenças dos índices para tomada de decisão.

2.3.5 Oscilação do Índice das Ações Sugere um *Random Walk*

Podemos até inferir que exista uma certa aleatoriedade no mercado financeiro, mas afirmar que o movimento dos preços são completamente aleatórios é algo difícil de se

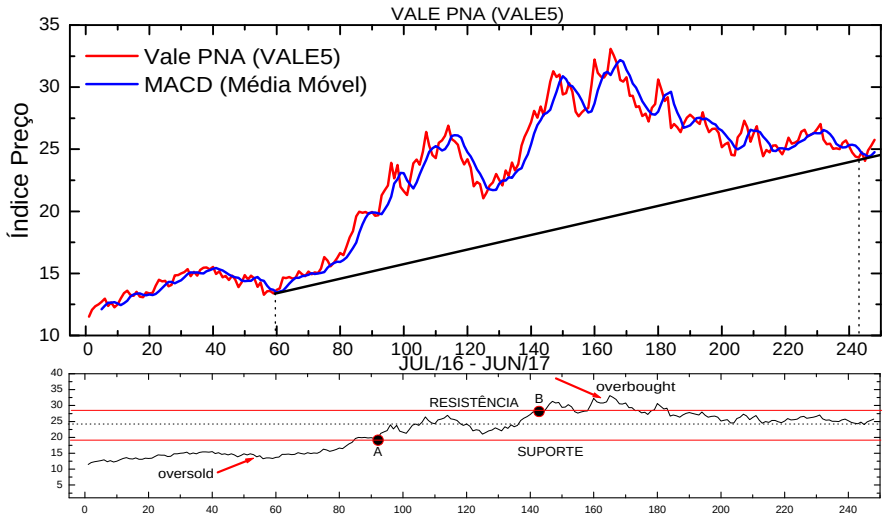


Figura 2.3: Análise mostra como se calcula a tendência do índice, avaliando a inclinação dada pela diferença entre os preços do extremo da janela de tempo indicada.

sustentar. O fato de não se encontrar padrões/tendências numa série temporal de preços não deve ser uma premissa para se inferir que o mercado se move, segundo um *random walk*. Por outro lado, não se faz necessário testes sofisticados estatísticos para se mostrar que os padrões de variação de preços não seguem um *random walk*, observe a Figura 2.2.

Neste sentido, utilizamos método estabelecido por Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) [97] e o metodo Augmented Dickey Fuller (ADF) para estudar a estacionariedade de uma flutuação. Para o KPSS estabelecmos como Hipótese nula (H_o): Série é estacionária; H_1 : Série não-estacionária. Assim se *p-value* < 0.05 (nível de significância), então a série é não estacionária. Para o teste de ADF, consideramos o oposto, ou sej: H_o: Série é não-estacionária. Na seção Resultados 4, veremos a aplicação destes métodos para os casos em questão.

A questão trazida por J.J. Murphy [39] é esta: "Como os *random walkers* explicariam a persistência na tendência de preços? - Como a tendência mostrada na Figura 2.2, após o ponto B. Com certeza, um seguidor da teoria de que o mercado move-se aleatoriamente teria muita dificuldade de convecer um investidor de que o preço das ações MSFT não tendem a subir! Se os preços são independentes, significa que o que aconteceu ontem

ou semana passada não tem nenhum impacto no que pode acontecer hoje ou amanhã e prevalece a eficiência do mercado, então não teria algum sentido aplicar técnicas de previsão para o mercado. Isto porque, segundo a HME, todas as informações disponíveis estariam nas oscilações e ao alcance de todos. Apesar de a HME afirmar que todas as informações estão já disponíveis, o que se assemelha com a afirmação da abordagem técnica (Análise Técnica) de que o movimento do mercado desconta tudo, diverge do ponto de vista da análise técnica que afirma que estas informações são conhecidas muito depois de o mercado ter absorvido todas as informações. Um paralelo excelente se faz com o resultado de um eletrocardiograma que para leigos as variações aproximam de um RW, mas, para um médico especialista, pequenos picos fazem muito sentido e não são, de fato, um RW.

Diversos métodos estatísticos têm sido aplicados no intuito de analisar séries temporais financeiras para tomada de decisão. Como se percebe não é tão trivial o fato de se inferir que todos os agentes possuam a mesma informação e que todos os dados estejam disponíveis ao mesmo tempo para todos. Muito pelo contrário, a partir de estudos aprofundados destas séries, teorias advindas do estudo de probabilidade e taxa de retorno têm se intensificado para que se consiga fazer alguma predição futura a partir de dados passados. Nesta próxima seção, dedicamos uma revisão dos momentos estatísticos e suas aplicações no estudo de distribuição de retorno. Consideramos uma breve revisão sobre difinições de probabilidade e momentos estatísticos para facilitar como estas teorias se aplicam ao estudos de séries financeiras.

2.4 Probabilidade

Começamos esta seção trazendo à tona os conceitos e definições de variáveis aleatórias, probabilidade e momentos estatístico no intuito de que o leitor compreenda as medidas de momentos estatísticos que são discutidas sobre resultados de simulações de nosso modelo.

Uma variável aleatória $\mathcal{X}$ é uma função definida em um espaço Θ tal que, $\forall\ \mathbf{x} \in \mathcal{R}$, o conjunto $\{\mathbf{w} \in \Theta;\ \mathcal{X}(\mathbf{w}) \leq \mathbf{x}\}$ é um evento. A função $\mathcal{F}$ é uma função de distribuição cumulativa - Função Densidade de Probabilidade (FDP) tal que $\mathcal{F} : \mathcal{R} \rightarrow$

$[0, 1]$. Definimos, assim $\mathcal{F}(\mathcal{X}) = P(\mathcal{X} \leq \mathbf{x})$, a probabilidade de um evento $\{\mathbf{w} \in \Theta; \mathcal{X}(\mathbf{w}) \leq \mathbf{x}\}$ em que $\mathbf{f}_{\mathcal{X}}$ é conhecida por função densidade de probabilidade da variável aleatória $\mathcal{X}$, onde

$$\mathcal{F}_{\mathcal{X}} = \int_{-\infty}^{\mathbf{x}} \mathbf{f}_{\mathcal{X}(u)} du.$$

Considerando $\mathcal{X}$ uma variável aleatória absolutamente contínua e $\mathbf{f}$ uma função integrável não negativa, podemos definir $\mathbf{f}$ como uma função densidade de probabilidade, onde

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(x)\, dx = 1.$$

O valor médio de uma variável aleatória é chamada de primeiro momento:

$$m_1(\mathcal{X}) = \mu = \langle \mathcal{X} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx, \text{ com } \mathcal{X} \text{ absolutamente contínuo.}$$

De forma geral, podemos definir como n-ésimo momento de uma variável aleatória:

$$m_n(\mathcal{X}) = \langle \mathcal{X}^n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x)\, dx,$$

O segundo momento $(n = 2)$ é conhecido como variância e definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
m_2(\mathcal{X}) = \sigma^2(\mathcal{X}) &= \langle (\mathcal{X} - \langle \mathcal{X} \rangle)^2 \rangle \\
&= \langle \mathcal{X}^2 - 2\mathcal{X}\langle \mathcal{X} \rangle + \langle \mathcal{X} \rangle^2 \rangle \\
&= \langle \mathcal{X}^2 \rangle - 2\langle \mathcal{X}\langle \mathcal{X} \rangle \rangle + \langle \langle \mathcal{X} \rangle^2 \rangle \\
&= \langle \mathcal{X}^2 \rangle - 2\langle \mathcal{X} \rangle \langle \langle \mathcal{X} \rangle \rangle + \langle \mathcal{X} \rangle^2 \\
&= \langle \mathcal{X}^2 \rangle - 2\langle \mathcal{X} \rangle \langle \mathcal{X} \rangle + \langle \mathcal{X} \rangle^2 \\
&= \langle \mathcal{X}^2 \rangle - 2\langle \mathcal{X} \rangle^2 + \langle \mathcal{X} \rangle^2 \\
&= \langle \mathcal{X}^2 \rangle - 2\langle \mathcal{X} \rangle^2 + \langle \mathcal{X} \rangle^2, \text{ escrevendo } \mu = \langle \mathcal{X} \rangle, \text{temos:} \\
&= \langle \mathcal{X}^2 \rangle - \mu^2
\end{aligned}$$

Definimos desvio padrão como sendo a raiz quadrada da variância, denotada por: $\sigma(\mathcal{X}) = \sqrt{\langle \mathcal{X}^2 \rangle - \mu^2}$.

A distribuição normal ou Gaussiana é conhecida como a mais importante distribuição de probabilidade absolutamente contínua. Esta distribuição é utilizada para implementação do modelo estocástico para tomada de decisão e, assim, arbitrar parâmetros para o desvio

da média, variando, então, a probabilidade de se tomar uma decisão em detrimento de outra.

A partir do Teorema do Limite Central (TLC), cuja prova pode ser vista em [98–100],

Teorema 1 (TLC)**.** *Seja* $(\mathcal{X}_i)$ *uma sequência de variáveis aleatórias identicamente distribuídas com média* μ *e desvio padrão* σ*; se a soma dos n termos é dada por* $S_n = \mathcal{X}_1 + \mathcal{X}_2 + \mathcal{X}_3 + ... + \mathcal{X}_n$*, então*

$$\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \longrightarrow \mathcal{N}(0,1)$$

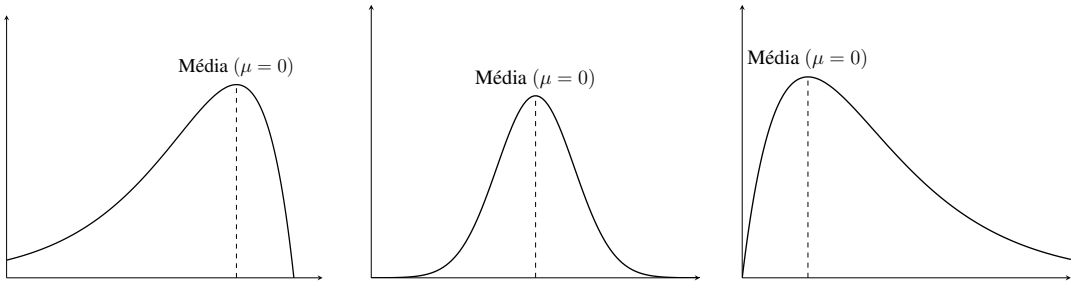
podemos afirmar que a soma das n variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid), com média μ e desvio padrão σ converge para uma distribuição normal cujos parâmetros são: $\mu = 0$ e $\sigma = 1$.

Na natureza observamos que fenômenos aleatórios podem ser interpretados como soma de muitas variáveis aleatória independentes que, consequentemente, devem ser normalmente distribuídas, segundo o TLC. Temos alguns importantes coeficientes que analisam as curvas apresentadas nestas distribuições de probabilidade conhecidas como *skewness* e *kurtosis*. Estes dois coeficientes quantificam os desvios da normalidade. Podemos defini-los da seguinte forma:

- *Skewness* - ou coeficiente de assimetria: Termo usado para medir o grau de desvio ou afastamento do eixo de simetria (em torno de sua média) de uma distribuição de probabilidade. Este grau pode ser positivo ou negativo. *Skewness* positivo indica uma distribuição com uma cauda assimétrica ao longo dos valores acima da média; *skewness* negativo indica uma distribuição com uma cauda assimétrica ao longo dos valores abaixo da média. Este coeficiente é conhecido como terceiro momento normalizado pelo cubo do desvio padrão. O cálculo é dado por:

$$\mathbb{S}(\mathcal{X}) = \frac{m_3(\mathcal{X})}{\sigma^3} = \frac{\langle(\mathcal{X} - \langle\mathcal{X}\rangle)^3\rangle}{\sigma^3} = \frac{\langle\mathcal{X}^3\rangle - 3\mu\sigma^2 - \mu^3}{\sigma^3} = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}}$$

A Figura 2.4 mostra a representação gráfica das medidas do terceiro momento.



(a) *skewness* negativo (b) *skewness* nulo (c) *skewness* positivo

Figura 2.4: *SKEWNESS*

- *Kurtosis* - Curtose: Mede o grau de achatamento de uma distribuição de dados, e pode ser definida como a medida do quarto momento normalizado pelo quadrado da variância. O valor resultante desta medida está relacionada diretamente com as caudas da distribuição. A curtose de uma distribuição normal é conhecida como mesocurtica cujo valor é 3. Distribuição que apresenta curtose menor que 3 é conhecida como platicurtica. Por outro lado, curtose com valor maior que 3 é conhecida como leptocurtica. Podemos inferir que a curtose mede a probabilidade de que a ocorrência de um evento extremo em relação à distribuição considerada. Este valor é chamado de excesso de curtose cujo cálculo é dado por:

$$\mathbb{K}(\mathcal{X}) = \frac{m_4(\mathcal{X})}{\sigma^4} = \frac{\langle(\mathcal{X} - \langle\mathcal{X}\rangle)^4\rangle}{\sigma^4} = \frac{\langle\mathcal{X}^4\rangle - 4\mu\langle\mathcal{X}^3\rangle + 6\mu^2\sigma^2 + 3\mu^4}{\sigma^4} = \frac{m_4}{(m_2)^2}$$

Podemos medir o excesso de curtose ($\Bbbk$) da seguinte forma:

$$\Bbbk = \frac{m_4}{(m_2)^2} - 3$$

A Figura 2.5 mostra a representação gráfica das medidas do excesso de curtose.

O excesso de curtose é um importante coeficiente quando se examina séries de retorno de uma ação. Quanto maior este coeficiente, maior será a probabilidade de que retornos futuros serão extremamente grandes ou pequenos. Assim, quando este coeficiente ($\Bbbk$) é positivo significa que a distribuição possui caudas pesadas e menor risco de resultados extremos.

A tabela 2.1 resume estes coeficientes e suas aplicações diretas no estudo de ativos financeiros.

Aplicação dos Momentos Estatísticos					
Símbolo	Nome	Momento	Interpretação	Característica	Preferência
μ	Média	Primeiro	Retorno Esperado	Ponto médio (área)	Maior valor-momento
σ^2	Variância	Segundo	Volatilidade	Medida da dispersão	Requer menor valor
$\mathbb{S}$	Skewness	Terceiro	Medida de retorno	Medida de simetria	Positivo
$\Bbbk$	Curtose (excesso)	Quarto	Probabilidade de retorno	Cauda pesada	leptocurtica

Tabela 2.1: A tabela mostra a aplicação dos momentos estatísticos na interpretação de dados financeiros

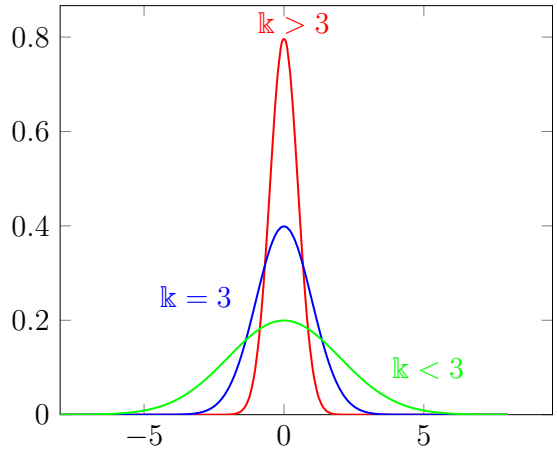


Figura 2.5: *KURTOSIS:* Curva leptocurtica: $(\Bbbk > 3)$; Curva mesocurtica: $(\Bbbk = 3)$; Curva platicurtica: $(\Bbbk < 3)$

2.5 Sistemas Complexos

> *Nature exhibits not simply a higher degree but an altogether different level of complexity. The number of distinct scales of length of natural patterns is for all practical purposes infinite.*
>
> **Benoit B. Mandelbrot**

Segundo um dos mais renomados institutos de pesquisa em Sistemas Complexos, Instituto Santa Fé - USA, não se tem uma definição única para descrever o que é um sistema complexo. Não há ainda uma ciência unificada sobre o tema, pelo contrário, há várias ciências que estudam complexidade em um sistema com diferentes noções sobre o que realmente é [35]. Numa tentativa de entender melhor o fenômeno complexidade, o

físico Seth Lloyd designou três parâmetros para se discutir o assunto, tentando responder às perguntas sobre como medir a complexidade de um processo ou objeto: o quão difícil é descrevê-lo, o quão difícil é criar tal fenômeno e o quão difícil é medir seu grau de organização [35, 101].

Numa tentativa de se entender e definir sistemas complexos, tentou-se medir o tamanho do sistema: o que resultou em não achar uma relação estrita entre o tamanho e o grau de complexidade. Por exemplo, quando se compara o grau de complexidade do ser humano em função do número de pares de nucleotídeos ao grau de complexidade de uma ameba em função da mesma variável: a quantidade de nucleotídeos desta é, pelo menos, 225 vezes maior que a quantidade em um ser humano que possui cerca de três bilhões de pares de nucleotídeos, como explica a professora Melanie Mitchell do Instituto Santa Fé [35]; Entropia de Shannon foi proposta como uma forma de medir o grau de desordem no envio de mensagem da fonte ao receptor [102]. Infelizmente, precisaria de que o sistema ou objeto pudesse ser descrito sob a forma de mensagens, como se pudesse observar o fenômeno simplesmente aplicando teoria da informação. Mais uma vez, Mitchell e Lloyd argumentam que as entidades mais complexas (como o cérebro humano) não são as mais ordenadas ou as mais aleatórias, mas algo entre estes extremos, o que torna inviável medir um sistema complexo aplicando a teoria de Shannon [35, 101]; Dimensão Fractal: Muitos cientistas tentam usar esta teoria para medir a complexidade de um sistema por um fractal apresentar propriedade de auto-similaridade. Conforme a escala varia, aumenta-se o nível de detalhe de um objeto. A dimensão fractal, de certo modo, quantifica a riqueza de detalhes em função da escala. Entretanto, segundo Lloyd, esta medida está longe de ser o tipo de complexidade que se gostaria de medir [35, 101].

Antes de chegarmos para uma definição mais aceita na comunidade científica sobre sistema complexo que é descrita por Nino Boccara [44], descreveremos sobre temas importantes para o entendimento sobre complexidade. Passaremos por Invariância de Escala, Universalide e Distribuição em Lei de Potência. Na subseção seguinte trazemos a definição descrita por Nino Boccara.

2.5.1 Invariância de Escala e Universalidade

Nas últimas décadas tornou-se uma tendência nas mais diversas áreas, tais como biologia, medicina, computação *etc*., aplicações da física estatística no intuito de modelar e entender fenômenos intrínsecos à estas diversas áreas que apresentam comportamentos de ordem, desordem e transição de fase entre estes comportamentos, como por exemplo formação espontânea de uma linguagem comum ou a emergência de consenso sobre um determinado assunto [103, 104]. Isto despertou nos físicos um crescente estudo interdisciplinar no intuito de descrever, mensurar e analisar microscopicamente "partículas" (agentes: em particular fenômenos sociais). Neste caso, o comportamento de um indivíduo é estudado na tentativa de entender sua correlação com efeitos extremos na sociedade. A tentativa de entender regularidades em grande-escala (efeito coletivo das interações entre indivíduos) não é uma tarefa fácil.

Podemos inferir que ordem em dinâmica social é percebida como consenso ou uniformidade, enquanto desordem presume-se ser um tipo de fragmentação de conceitos ou não concordância (desacordo social). Interessante pensar como interações sociais entre indivíduos (agentes) criam ordem a partir de uma desordem inicial.

O objetivo principal da abordagem física-estatística aplicada à dinâmica sociais é entender esta transição de fase. Em sistemas físicos onde se estuda moléculas e átomos é relativamente fácil, pois o comportamento destes é bem conhecido: Os fenômenos macroscópicos não se devem a comportamento complexo de cada partícula, mas são resultantes de efeitos coletivos [105, 106]. Neste quesito se encontra o grande desafio dos físicos: exatamente oposto aos átomos e moléculas é o comportamento de cada indivíduo em um sistema, pois este traz consigo um parâmetro que não se consegue quantificar: comportamento psicológico. Ou seja, mesmo que se conheça um indivíduo em um sistema social, somos capazes de prever o efeito coletivo resultante da atuação deste indivíduo neste sistema?

Detalhar o comportamento de cada indivíduo é por si só complexo, pois comportamento traz consigo subjetividade o que aumenta o grau de complexidade deste sistema. Até

o presente, não se conhece a natureza desta dinâmica (comportamento) e nem como resultam suas interações com outros indivíduos [107, 108]. Neste sentido, para os físico dois difíceis problemas, pelo menos, devem ser avaliados: (1) definir modelos microscópicos que considerem tal sensibilidade psicológica; (2) inferir, a partir de modelos microscópicos, uma teoria para uma dinâmica macroscópica de tais modelos [35, 101, 103, 104, 109].

No entanto, as ferramentas da física-estatística ajudam na maioria das situações nestas difíceis tarefas acima descritas. Propriedades qualitativas, e até mesmo algumas quantitativas, de fenômenos de larga-escala não dependem de detalhes microscópicos dos processos. Apenas características como simetria, dimensionalidade e leis de conservação são relevantes para o comportamento global. Neste sentido, os conceitos de (1) Universalidade: processos com comportamento diferentes numa escala microscópica apresentam quantitativamente mesmo comportamento próximos de seus pontos críticos.

Todos sistemas pertencentes a uma classe de universalidade possui o mesmo expoente crítico tornando-os praticamente idênticos próximo do ponto crítico [109, 110]. Logo, estes sistemas podem não ser diferentes numa escala macroscópica, ou seja: um mesmo modelo matemático pode descrever estes diferentes sistemas; (2) Invariância de Escala: flutuações que ocorrem próximo a um ponto crítico (transição de fase) em todos as possíveis escalas de comprimento e tempo - significa que um objeto pode ter as mesmas propriedades estatística, logo parece ser o mesmo em diferentes escalas de observação.

Conceitos de escala torna possível estudar eventos extremos (pânico, avalanches, *crash* no mercado financeiro *etc*.) através de uma pesquisa apropriadamente aplicada no intuito de, pelo menos, medir qualitativamente tais fenômenos. Professor H. E. Stanley afirma [31]:

> Física estatística tem determinado que sistemas físicos que consistem de um grande número de partículas interagindo obedecem leis que são independente dos detalhes microscópicos. Este progresso foi principalmente devido ao desenvolvimento da teoria de escala. Considerando que sistemas econômicos também consistem de um grande número de unidades se interagindo, é plausível que teoria de escala pode ser aplicada a economia.

Assim, uma inferência crucial sobre sistema complexo é que efeitos de dependências entre agentes não podem ser completamente entendidos e/ou representados por abordagens matemática-estatísticas tradicionais. Por exemplo: pesquisadores usam a distribuição normal para analisar diferentes sistemas (biológicos, sociais, econômicos *etc*.) inferindo que qualquer sistema possuindo um número suficiente de indivíduos independentes satisfaria o teorema 1 (TLC) e poderia, matematicamente, ser descrito pela distribuição normal. O que limita esta metodologia matemática reside no fato de ser este aplicado apenas onde há uma separação de comportamentos entre escalas micro e macro. Interações entre as partes que causam comportamentos através destas escalas violam esta metodologia matemática.

Um exemplo destes fenômenos que apresentam complexidade é largamente conhecido na literatura: pássaros voando em diferentes direções;- poderíamos descrever o comportamento de cada um deles independentemente dos outros. Contudo, quando um bando voa na mesma direção, não se pode entender o comportamento do movimento deste bando simplesmente avaliando o movimento médio do grupo. Se quisermos entender o movimento do bando, descrevendo o movimento de cada pássaro, esta tarefa seria muito difícil por causa de tantas informações. Por outro lado, a simples média traria pouquíssimas informações. Por isso, entender este comportamento, que é complexo, se torna mais acurada quando descrevemos seu comportamento através de escalas [44, 111, 112]. Considerar o comportamento de um sistema complexo, nos remete ao estudo da escala do sistema no qual o comportamento de particular interesse (movimento do bando, por exemplo) acontece.

O estudo de universalidade nos ajuda a identificar classes de sistemas cujos comportamentos podem ser descritos do mesmo modo e analisados por um modelo matemático comum a estes comportamentos. Este estudo é generalizado pela aplicação da teoria da informação de múltipla-escala no estudo científico de sistemas complexos [104, 109]. O ponto enfático desta aproximação é a demarcação entre sistemas que são descritos por métodos tradicionais estatísticos e aqueles que demandam métodos de sistemas complexos - dependências no sistema traz á tona comportamento de escala. [35, 104, 109].

Um dos fenômenos mais intrigantes no comportamento dos agentes do mercado é o pânico. Interpretado como um comportamento emergente, interações entre diversos agentes trazem à tona dinâmica de larga-escala (comportamento social coletivo) sem necessidade de forças externas, gerando padrões de comportamento do próprio sistema. Evidências empíricas sugerem que eventos externos - notícias, por exemplo - não são as únicas fontes para pânico no mercado [12, 17, 19, 27, 45, 113–115].

Nitidamente percebemos uma conexão entre dinâmica social e o mercado financeiro. O fato de o mercado ser composto por agentes interagindo e o comportamento de cada agente estar intrinsecamente ligado às flutuações no mercado financeiro, faz-se necessário um estudo criterioso com o objetivo de se entender fenômenos extremos no mercado. Estudos diversos mostram que histogramas de variações de preços para qualquer tipo de ação aproximam-se de uma lei-de-potência [27, 114, 116–118].

2.5.2 Distribuição em Lei de Potência

Estudo de leis-de-potência tem, nas últimas décadas, crescido rapidamente, principalmente em computação que traz consigo espalhamento de informações em rede. Uma extensa literatura [66, 67, 71, 73, 119–121] tem dedicado ao desafio de compreender fenômenos sociais, redes sociais, *wide world network*, redes livre de escala, redes de mundo pequeno, etc. Em particular, flutuações no mercado financeiro que despertaram o interesse da comunidade científica gerando contribuições com um enorme número de artigos e livros [12, 19, 20, 28–31, 64, 82, 114, 116].

A mecânica estatística fornece ferramentas para que se consiga, pelo menos, qualificar estas flutuações. Assim, muitos físicos têm se debruçado nesta área a fim de analisar séries temporais de maneira mais contundente. Noções de escala e universalidade ajudam a analisar e/ou compreender as flutuações numa série temporal, por exemplo. Leis de potência, $\mathcal{N}(\ell) \sim \ell^{\gamma}$, surgem no estudo e análise onde se considera comportamentos que existem através de escalas. O valor medido de seu expoente pode caracterizar um sistema como pertencente a uma classe de universalidade [27, 64, 106].

De certa forma, podemos associar esta medida característica,γ, à quantidade de detalhes em diferentes escalas. Podemos dizer que a dimensão fractal de um sistema quantifica como o nível de detalhes varia como uma função do quanto estamos ampliando o objeto. Mandelbrot assim escreve:

> Eu concebi e desenvolvi uma nova geometria da natureza e implementei seu uso em diversas áreas. Esta nova geometria descreve muitos dos padrões irregulares e fragmentados em nossa volta, e resulta em uma teoria completamente desenvolvida, identificando-se uma família de curvas, eu chamo de fractal [64].

Técnicas para encontrar a dimensão fractal de um objeto e suas aplicações podem ser encontradas em [41, 48, 64, 122, 123] e, também, na dissertação de mestrado [70].

2.5.3 Definição de um Sistema Complexo

Assim, passando por estes conceitos acima apresentados, chegamos para um conceito amplamente aceito e citado por vários cientistas. Segundo Nino Boccara, autor do livro *Modeling Complex Systems,* $2^{\underline{a}}$ *edition* [44]: de uma forma geral, podemos enunciar que um sistema complexo é constituído de muitos agentes que se interagem, não tendo um controlador central, onde cada agente toma uma decisão independente, podendo levar o sistema para um caos ou para um sistema auto-organizado. Estes comportamentos são impredizíveis a partir do comportamento de cada agente. Os efeitos extremos desta coletividade são chamado propriedades emergentes, ou seja, um comportamento que emerge da dinâmica do sistema que não se podia prever.

Em resumo, temos [44]:

- Consistem de um grande número de agentes se interagindo;
- Ausência de um controlador central;
- Exibem características emergentes, isto é, um comportamento coletivo de auto-organização que é difícil de antecipar, considerando o conhecimento prévio do comportamento dos agentes;

- Comportamento emergente não resulta da existência de um controlador central.

Apesar de se ter muitas outras medidas de complexidade, todas elas contém algo comum sobre noção de complexidade, mas possui limitações práticas e teóricas [35] e estão, ainda, longe de caracterizar sistemas do mundo real. No entanto, todas estas metodologias de medida de complexidade concordam com a definição, proposta por Boccara, de sistemas complexo.

2.6 Modelagem Baseada em Agentes

Pesquisadores do setor econômico (economistas) estudam o mercado financeiro basicamente usando dois tipos de abordagem baseados em conceitos fundamentalistas - seguem a premissa da HME. O primeiro tipo é econometria: modelos estatísticos que são construídos para analisar dados passados, considerando dados financeiros de empresas. O fato é que estes modelos não conseguem lidar com mudanças extremas na economia. O segundo tipo considera um modelo estocástico, baseado em equações diferenciais. Porém este modelo não consegue avaliar tempos de crises como os acontecidos em 2008 e, recentemente, em 2016. Modelos estatísticos, como os aplicados em econometria, abordam risco e retorno relativos ao movimento do mercado. No entanto, não se tem nestes modelos uma variável que abrigue informações de comportamento psicológico que afeta o sistema como um todo [53, 55, 56, 61, 124, 125].

Modelo Baseado em Agentes (*Agent Based Modeling - ABM*) consistem de uma técnica de agentes (indivíduos) e regras que designam como estes indivíduos se relacionam. Sistemas computacionais têm sido aplicados com êxito para analisar a evolução destes sistemas num dado intervalo de tempo. Além disso, observa-se que mesmo um modelo simples, regras simples de interações, pode exibir padrões de comportamentos complexos [126, 127]. Basicamente, ABM, é uma técnica computacional que simula um número de pessoas (agentes) tomando decisões, os quais interagem entre si através de regras pré-determinadas. A comunidade científica tem dedicado inúmeros estudos em diversas áreas da ciência (Ciências Sociais, Economia, Endemias, Neurociência, Tecnologia da Informação*etc*.) a fim de entender fenômenos da natureza, interações sociais, fluxo

de informações, bolhas e *crash* no mercado financeiro, espalhamento de doenças *etc*. [21, 42, 43, 45, 108, 124, 128–132].

Através de execução de programas, tais como autômatos celulares, rotinas podem ser implementadas para considerar comportamentos dos agentes e regras a serem seguidas. Deste modo, tornam-se mais fáceis indentificar as interações dos agentes e observar o comportamento do sistema em passos discretos de tempo. Simulações baseadas em agentes podem lidar muito melhor com comportamentos não-lineares. Modelos convencionais, como os modelos estatísticos aplicados em econometria, baseados em sistemas de equações diferenciais apresentam dificuldades em descrever descontinuidades. Segundo Eric Bonabeau, os benefícios de um ABM em relação às técnicas convencionais podem ser vistos como [108]: 1) apresenta condição de reproduzir fenômenos emergentes; 2) fornece uma descrição natural de um sistema (todas as variáreis em questão); 3) flexibilidade de parametrizar. Ou seja, frente aos modelos baseados em equações diferenciais, por exemplo, consegue-se estudar parâmetros, alterar a quantidade de agentes e/ou suas regras de interações e observar efeitos extremos resultantes das interações entre os indivíduos.

Autômatos Celulares (CA's) são idealizações matemáticas de sistemas físicos onde espaço e tempo são discretos e quantidades físicas são tomadas em um conjunto finito de valores discretos. O estado de um autômato celular é completamente especificado pelos valores das variáveis em cada sítio. Um autômato se desenvolve em passos de tempo discretos, com os valores da variável em um sítio sendo afetado pelos valores das variáveis em sua vizinhança no passo de tempo anterior. As variáveis em cada sítio são atualizadas simultaneamente, ou seja, de modo síncrono considerando os valores das variáveis em sua vizinhança no passo de tempo precedente e o conjunto de regras locais [33, 70]. Essas regras podem ser determinísticas ou probabilísticas.

Ao se estudar finança comportamental, não se pode partir dos pressupostos de que as pessoas têm perfeito acesso às informações, adaptam de forma instantânea e racionalmente às novas situações, maximizando suas habilidades de decisão. Pessoas

comuns frequentemente agem impulsivamente, receosamente e sobre pressão; o que cria uma não-linearidade para o sistema e insere um alto grau de complexidade cujos modelos que sugerem estado de equilíbrio não conseguem tratar. Modelos baseado em agentes apresentam um método para modelar o mercado financeiro, considerando os aspectos psicológicos dos investidores e tratando o sistema como um sistema complexo [34, 37, 68, 69, 133]. O modelo de mercado financeiro criado por Blake LeBaron, por exemplo, fornece uma explicação plausível para bolhas e quedas (*crashes*) [21, 131].

Há três tipos de agentes no modelo de mercado financeiro descrito em nosso estudo: *Random-Trader*: investidores que agem no mercado aleatoriamente; Imitadores: investidores que seguem a decisão da maioria; Anti-Imitadores: investidores que seguem a decisão da minoria. Em suas decisões, os investidores podem manter suas ações. Investidores decidem comprar ou vender suas ações, considerando o movimento do mercado e seus perfis psicológicos na tomada de decisão. São investidores que arriscam comprando ações esperando que seu valor aumente, ou vendendo suas ações esperando uma queda no valor desta ação no mercado. O maior desafio desta abordagem/modelagem está no fato de especificar como os agentes se comportarão, em particular, como escolher regras que eles usarão para tomada de decisão.

Assim, uma tentativa de modelar todos os detalhes de um problema real pode conduzir para resultados de simulação onde não se consegue saber qual variável influencia outra. Sugere-se, no modelo que propomos nesta tese, introduzir, passo-a-passo, um grau de complexidade para se conseguir extrair informações úteis, através de simulação, que norteiem as tomadas de decisão e a influencia na dinâmica do mercado. Tentamos dissecar o sistema, percebendo suas propriedades fundamentais e interações microscópicas, de tal forma que a dinâmica simulada imite o comportamento emergente do sistema real.

Atualmente, diversos estudos e aplicações sobre modelos baseado em agentes nos dão uma noção de como a ciência tem se desenvolvido no sentido de tentar entender fenômenos complexos tais como epidemiologia, controle de tráfego, terremotos, economia que são estudados como sistemas complexos [17, 35, 48, 49, 128, 131, 134–139].

Capítulo 3

Metodologia

No estudo que desenvolvemos nesta tese, implementamos uma Rede Complexa (rede livre de escala), um autômato celular de tal forma que os agentes pudessem atualizar seus estados de forma síncrona, impomos perfis psicológicos para os agentes e decidimos criar três grupos de agentes assumindo, a priori, os estados de comprar, manter e vender (C,M,V) suas ações. Utilizando resultados de nosso trabalho já publicado [1] [34], decidimos por utilizar exclusivamente as interações destes agentes conectados por uma rede livre de escala.

No caso da rede complexa, consideramos o algoritmo de Albert-Baràbasi [67, 73] para construir uma rede livre de escala (RLE). Pois queríamos uma rede com distribuição de links por nós em Lei de Potência, no intuito de obter links altamente conectados e outros com poucas conexões, assim aproximaria de um melhor efeito real de relações com vizinhanças e demonstraríamos o efeito do *hub* sobre o sistema. Basicamente, o código considera uma preferência para anexar novos links de tal modo que quanto maior o número de links, maior a probabilidade de um novo nó se anexar à este. Geramos, assim, uma RLE com N nós e $8N$ links, cuja distribuição do número de links por nó segue uma lei de potência, $\mathcal{N}(\ell) \sim \ell^{\gamma}$ [34]. A medida do expoente, $\gamma \sim -2.5$, concorda com a literatura acima citada.

Podemos perceber que a rede confiável de investidores, RLE que conecta os investidores

[1] Stefan, F. M., and A. P. F. Atman. "Is there any connection between the network morphology and the fluctuations of the stock market index?."Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 419 (2015): 630-641.

de uma forma bi-direcionada, apresenta uma distribuição em lei de potência, explicando o grau de conectividade entre os investidores e consequentemente os hubs deste sistema. Neste estudo, o hub possui 351 links seguido por outros hubs que possuem menos que 130 links, conforme Figura 3.1. Este comportamento é característico da distribuição em lei-de-potência.

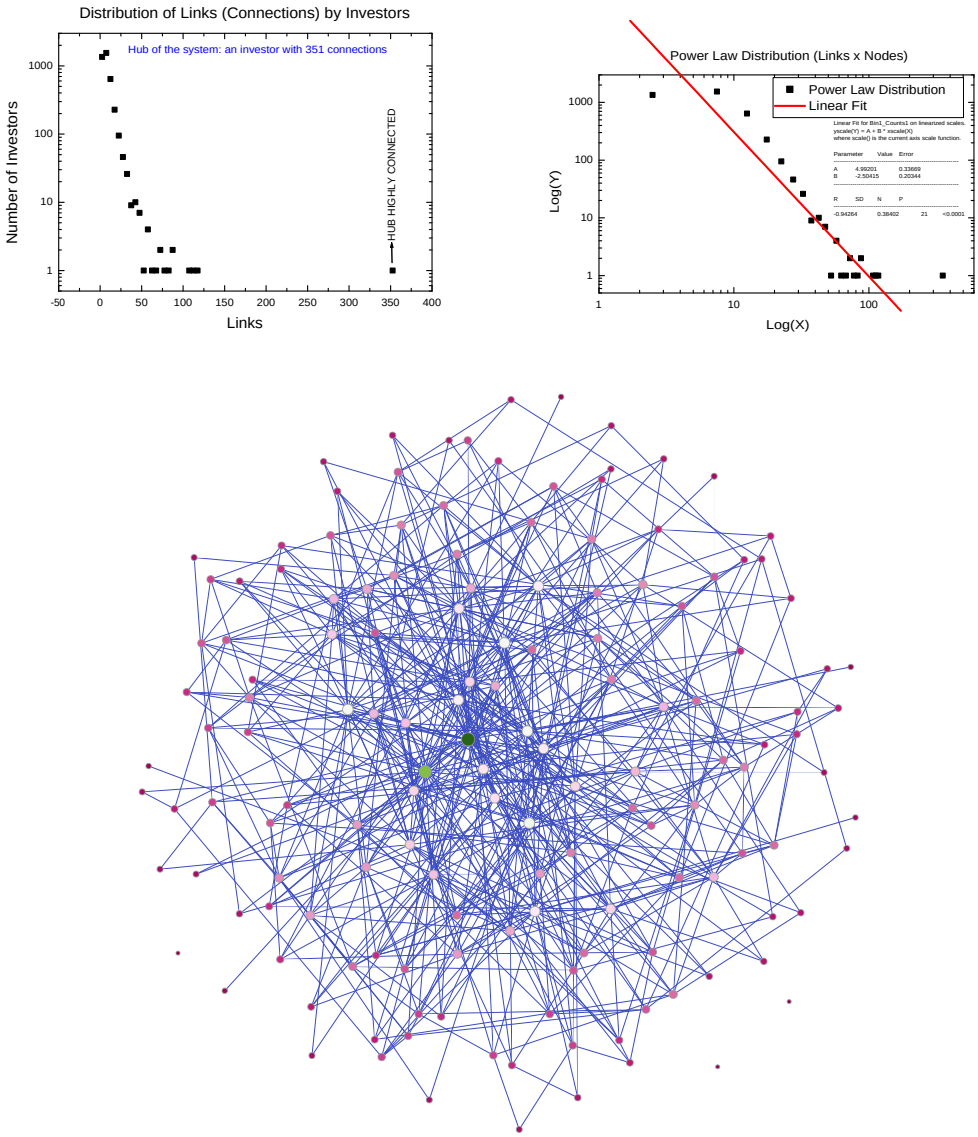


Figura 3.1: Esquerdo: O gráfico mostra que o hub mais conectado do sistema possui 351 links, seguido por um outro que possui 116. Direito: Ajuste linear da curva em lei de potência, onde verificamos $\gamma \sim 2.5$ que concorda com expoente característico da rede livre de escala. Embaixo: A figura mostra apenas poucos nós (baixa densidade) onde os hubs podem ser vistos a partir do centro da figura. Quanto mais longe do centro, menos conectado está o nó.

Um estudo complementar foi realizado considerando cada perfil psicológico, sem

influência da análise técnica, onde os investidores estavam conectados numa RLE. A Figura 4.1, na seção Resultados 4, mostra como a oscilação do índice responde a cada um destes perfis. Ainda, podemos notar como os "teimosos" (os investidores que não estão conectados a nenhum outro investidor, portanto não mudam seus estados) influenciam o sistema até que seu diheiro ou quantidade de ações acabem. Após o passo temporal - 100 - eles não conseguem mais influenciar o sistema. Podemos, também, observar os padrões do índice relativo a cada perfil comportamental. Interessante perceber o caso que chamamos de *mixing* (o sistema apresenta os perfis comportamentais de imitação, anti-imitação e *random-trader* igualmente divididos entre o número de agentes): o índice parece absorver todos os três diferentes padrões em seu comportamento [34].

Esta morfologia de rede, RLE, aplicada a um cenário específico dos investidores pôde reproduzir algumas importantes interações entre os investidores, conforme mostra a Figura 4.2 (ver seção Resultados 4), e nos ajudou a estudar como estas interações influenciavam a oscilação do índice do mercado financeiro, que se aproximavam muito das observadas em mercados reais.

Estendemos o estudo anterior implementando estratégias de decisão dos agentes considerando ao mesmo tempo sua vizinhança e a oscilação do índice do mercado. Introduzimos uma metodologia da Análise Técnica (AT) conhecida por *Momentum* (MOM) [38–40, 89]. Todos os investidores mantém seus perfis psicológicos e variam seus estados (Comprar,Manter,Vender) segundo a aplicação destas duas estratégias. Particularmente, analisamos o comportamento do hub (nó altamente conectado) quando este assumir cada um dos três diferentes perfis psicológicos. Além disso, analisaremos o impacto no sistema proveniente da atuação deste Hub. Estudamos a dinâmica do sistema fazendo com que no passo de tempo inicial a configuração do sistema com informações sobre quantidades de dinheiro, ações e estado estejam já em estado estacionário. Explicaremos adiante como construímos esta configuração.

Desenvolvemos um novo algoritmo que executa uma rotina fazendo com que cada investidor olhe em sua vizinhança e tome sua decisão de comprar, vender ou manter

baseado em seu perfil comportamental. Dependendo de seu perfil, o investidor compra, vende ou mantém suas ações no próximo passo de tempo. Os comportamentos são imputados para cada nó (investidor) na rede aleatoriamente. Distribuímos os perfis na proporção de $1/3$, ou seja: um terço da rede recebe o perfil de imitação outro terço o perfil de anti-imitação e, por fim, o de *random-trader*.

Executamos o mesmo procedimento para o estado dos investidores: $1/3$ da rede recebe o estado de comprar, $1/3$ da rede recebe o estado de vender e o restante o estado de manter. Todos os estados são distribuídos aleatoriamente na rede.

Assim, cada investidor tem seu perfil e seu estado próprios. Considerando que estamos utilizando uma rede livre de escala que exibe uma distribuição (número de links por nó) em Lei-de-Potência, sabemos que há alguns nós sem links e outros altamente conectados. Neste caso, os investidores que não estão conectados agirão no mercado como "teimosos", ou seja, repetindo sua açãoaté que seus recursos acabem ou, no caso de dinheiro, este não seja suficiente para comprar ações.

A execução do código se dá da seguinte forma: Executamos apenas a primeira estratégia - avaliar a rede confiável de investidores - Cada investidor analisa a tomada de decisão de sua vizinhança no passo de tempo anterior, ou seja com os investidores aos quais estão conectados a fim de construir uma série temporal com 100 passos. Assim os investidores decidem por comprar, vender ou manter suas ações conforme o comportamento da vizinhança e considerando o perfil psicológico de cada investidor. O índice experimenta uma flutuação devido à dinâmica do sistema. Fazemos isto para se obter um vetor de índices, pois utlizaremos os 11 últimos valores para aplicar a segunda estratégia de análise. Assim, a partir de 101^{o} passo de tempo, executamos o código considerando também a análise técnica. A técnica que utilizamos é conhecida na literatura como momentum e representaremos por $M_i(t)$ [39, 40]. Este processo consiste em calcular a diferença entre o valor $I(t-1)$ e o valor $I(t-1-\tau)$, onde τ é um dado intervalo de tempo. Calcularemos a variação de preço para cada intervalo de tempo específico (podendo o intervalo ser interpretado como horas, minutos, ticks, etc).

Portanto, após o 100^{o} passo, todos os investidores, exceto os que agem como random traders, vão considerar as estratégias: 1) análise da vizinhança (rede confiável de investidores); 2) análise técnica (momentum). Os investidores consultam suas vizinhanças e depois analisam a tendência do índice dada através das probalidades que foram calculadas com base na tabela 3.2. Este processo, analisando as duas estratégias, é executado até que a flutução do índice atinja um estado estacionário. Verificamos este estado avaliando a flutuação do índice que tende a um Random Walk quando tendemos o número de passos a um valor maior que 150000, usando método DFA (*Detrend Fluctuations Analysis*) e os métodos utilizados em econometria *KPSS* e *ADF* cujos resultados estão na Figura 4.4. Além disso, vericamos, comparando com modelo de Ising, que as configurações de estado não sofrem altas volatilidades, configurando um estado estacionário. A seguir, capturamos a configuração do sistema neste estado estacionário, quais sejam: quantidade de dinheiro e ações (*stocks*), número de links e o estado de cada investidor. Neste momento, o código reinicia tendo como condição inicial esta nova configuração e um vetor com os últimos 100 valores do índice. O código passa a avaliar as duas estratégias já a partir do primeiro passo de tempo até o passo de tempo $t = 150000$. Para se avaliar as variações de preços, aplicamos as seguintes equações para o cálculo do momentum, segundo metodologia aplicada pelo Prof. Andre Rapisarda que referencia técnica descrita por J.J. Murphy como mais usada como janelas de tempos (*time-lag*) [39, 40]:

$$\begin{aligned} M_1(t) &= I(t-1) - I(t-2) \\ M_2(t) &= I(t-2) - I(t-6) \\ M_3(t) &= I(t-6) - I(t-11) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Onde M_i, t e I significam Momentum, Tempo, e Índice, respectivamente.

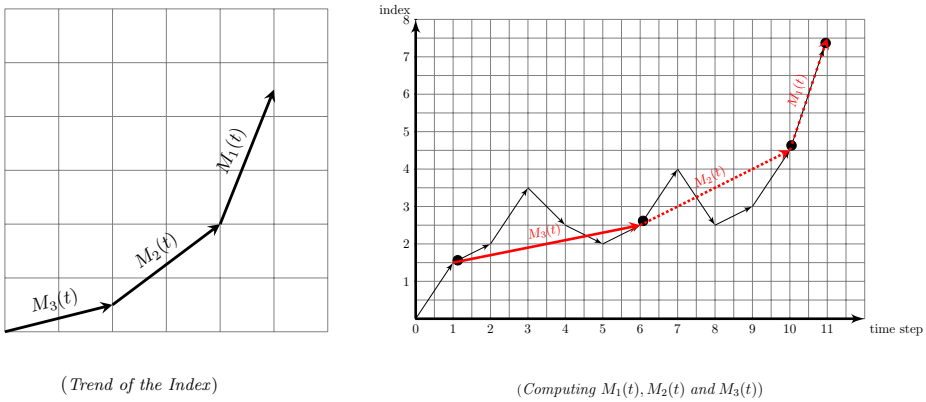
Em nosso modelo, este processo (MOM), usado na segunda estratégia, consiste em calcular as diferenças entre os valores do índice nas três diferentes janelas: $\Delta = 1$, $\Delta = 4$ e $\Delta = 5$. Temos, assim, três diferentes medidas em um dado intervalo de negociação (dias como passos de tempo, por exemplo). Da equação 3.1, calculamos $M_i(t), (i = 1, 2, 3)$ que podem assumir valores positivos ou negativos e serão interpretados como uma ten-

dência de o índice subir ou descer, respectivamente. Consequentemente, os investidores esperam um aumento do índice quando $M_i(t) > 0$, por outro lado, um decréscimo quando $M_i(t) < 0$.

Logo, este novo algoritmo calcula derivadas locais em diferentes janelas. Podemos ver que teremos três inclinações, conforme equações 3.1: 1) janela de 1 passo de tempo; 2) janela de 4 passos de tempo; 3) janela de 5 passos de tempo.

Como podemos ter $M_i(t)$ positivo ou negativo, precisamos de pensar sobre o grau de inclinação: quão positivo ou negativo ele se apresenta. O valor da diferença obtido para cada janela proposta, será usada para implementar um peso probabilístico no processo de comprar, manter ou vender ações como mostra a Tabela 3.2. Esta tabela exibe vários padrões que dependem do grau de inclinação (aumentando ou diminuindo). As probabilidades que estão sendo aplicadas ao processo são pesos heurísticos baseados na combinação das três inclinações que serão interpretadas como tendências do índice.

Vamos avaliar o seguinte caso: se o grau de inclinação aumenta conforme tomamos as diferenças do índice para as janelas $\Delta = 5, \Delta = 4$ e $\Delta = 1$ conforme as equações 3.1, isto significa que $M_1 > M_2 > M_3 > 0$, e, consequentemente, a inclinação está aumentando rapidamente, considerando que todas as diferenças são positivas, observe a Figura 3.2. Podemos, então, inferir que o preço da ação está se elevando. Este cenário é traduzido como incentivo para os investidores comprarem ações, uma vez que há uma maior probabilidade de que o preço das ações aumentarão no próximo passo de tempo. Neste cenário aplicamos um peso probabilístico de $1; 0; 0$ para comprar, manter e vender, respectivamente (embora este exemplo é uma decisão determinística, significando que todos os investidores comprarão ações). Observe a segunda linha da tabela 3.2. Baseado nesta tabela, obtemos as probabilidades para comprar, manter ou vender ações.
Portanto, os agentes, à exceção dos random-traders, começam a agir no sistema observando as duas estratégias ao mesmo tempo, conforme o Algorítmo-1 na Figura A.1. Vale trazer à tona que os investidores que não possuem links só executam a segunda estratégia (MOM).



(*Trend of the Index*) (*Computing* $M_1(t), M_2(t)$ *and* $M_3(t)$)

Figura 3.2: Esquerda: Tendência do índice onde $M_1(t) > M_2(t) > M_3(t) > 0$ para os quais foram aplicadas as probabilidades na 2^a linha da Tabela 3.1; Direito: Figura mostra como os valores de $M_1(t)$, $M_2(t)$ e $M_3(t)$ são calculados.

O investidor sempre decidirá se seguirá a informação da vizinhança (estratégia-1) ou da análise técnica (estratégia-2). A fim de estudar a dinâmica do sistema, implementamos um gerador de números pseudo-aleatórios, com distribuição gaussiana, para aplicar uma probabilidade de seguir uma tomada de decisão em detrimento de outra. Consideraremos diferentes probabilidades, quais sejam: $1.0\%, 5.0\%, 30.0\%, 50\%, 70.0\%, 95.0\%$ e 99.0% para seguir a decisão observada pela tendência do índice (MOM). Neste ponto do código, cada investidor decidirá se seguirá a tendência, conforme a probabilidade associada, ou sua vizinhança. Estudaremos a dinâmica do sistema para cada peso probabilístico descrito acima. Assim teremos uma variação de 1.0% a 99.0% de chance para se escolher a análise técnica (estratégia-2) em detrimento da vizinhança (estratégia-1).

Sabendo que o perfil psicológico do investidor influencia diretamente em sua decisão, cada investidor ao analisar a tendência do índice (estratégia-2) receberá desta uma informação para comprar, manter ou vender suas ações. Logo, se o perfil é de imitação o investidor responderá neste sentido, conforme a informação recebida desta análise. Caso tenha o perfil de anti-initação, este investidor fará o oposto do que lhe é informado pela análise. Explicaremos, adiante, como faremos quando a informação for manter e o perfil do investidor é anti-imitar, pois teremos que decidir o contrário de manter. Assim sendo, cada investidor estará diante de duas informações: uma advinda da primeira estratégia (vizinhança) e outra obtida da segunda estratégia (MOM).

Tendência do Índice					
LINHA	$M_1(t) > M_5(t)$	$M_5(t) > M_{10}(t)$	$M_1(t) > 0$	$M_5(t) > 0$	$M_{10}(t) > 0$
A	0	0	1	1	1
B	1	1	1	1	1
C	0	1	1	1	1
D	1	0	1	1	1
E	0	1	1	1	0
F	1	0	1	0	1
G	1	1	1	1	0
H	1	1	0	0	0
I	1	1	1	0	0
J	0	1	0	1	0
K	1	0	1	0	0
L	0	0	0	0	1
M	0	1	0	1	1
N	1	0	0	0	0
O	1	0	0	0	1
P	0	0	0	0	0
Q	0	0	0	1	1
R	0	1	0	0	0

Tabela 3.1: O cabeçalho da tabela: $M_1(t)$, $M_2(t)$ e $M_3(t)$ são os momentos que foram calculados pela as equações 3.1. As linhas são preenchidas com o valor booleano (1:true; 0:false) que são utilizados para construção da tabela de probabilidades 3.2.

	Caso-1			Caso-2			Caso-3		
LINHA	P(COMPRAR)	P(MANTER)	P(VENDER)	P(COMPRAR)	P(MANTER)	P(VENDER)	P(COMPRAR)	P(MANTER)	P(VENDER)
P_A	0.8	0.1	0.1	0.1	0.1	0.8	0.6	0.3	0.1
P_B	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.7	0.3	0.0
P_C	0.8	0.1	0.1	0.1	0.1	0.8	0.6	0.3	0.1
P_D	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.7	0.3	0.0
P_E	0.6	0.2	0.2	0.2	0.2	0.6	0.4	0.4	0.2
P_F	0.6	0.2	0.2	0.2	0.2	0.6	0.4	0.4	0.2
P_G	0.6	0.2	0.2	0.2	0.2	0.6	0.4	0.4	0.2
P_H	0.1	0.1	0.8	0.8	0.1	0.1	0.1	0.3	0.6
P_I	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.7	0.3	0.0
P_J	0.2	0.2	0.6	0.6	0.2	0.2	0.2	0.4	0.4
P_K	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.7	0.3	0.0
P_L	0.2	0.2	0.6	0.6	0.2	0.2	0.2	0.4	0.4
P_M	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7
P_N	0.1	0.1	0.8	0.8	0.1	0.1	0.1	0.3	0.6
P_O	0.2	0.2	0.6	0.6	0.2	0.2	0.2	0.4	0.4
P_P	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7
P_Q	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7
P_R	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.7
SUM	Σ8.2	Σ1.6	Σ8.2	Σ8.2	Σ1.6	Σ8.2	Σ6.0	Σ6.0	Σ6.0

Tabela 3.2: O cabeçalho da tabela: Caso-1 - Segue a tendência do índice subindo ou descendo; Caso-2 - Inverte-se a tendência do índice para tomada de decisão; Caso-3 - Equilibramos o sistema, fazendo com que a soma das probabilidades para cada estado seja a mesma. P(COMPRAR), P(MANTER) e P(VENDER) mostram os pesos probabilísticos - P - dado para tomada de decisão de comprar, manter ou vender.

Para melhor entendermos esta dinâmica formulamos a seguinte situação: considere um cenário onde um investidor tenha um perfil de imitação. Este investidor tomará a decisão de agir no mercado da seguinte maneira: ele analisa sua vizinhança (estratégia-1) e analisa a oscilação do índice (estratégia-2). Se ele recebe de ambas as estratégias a mesma tomada-de-decisão, ele simplesmente seguirá esta decisão. Se estas estratégias

mostram diferentes tomada-de-decisão, executa-se um processo estocástico para decidir qual delas será seguida. Por exemplo: estratégia-1(vizinhança) resulta em comprar ações; estratégia-2 (AT) resulta em vender ações, assim o investidor terá uma probabilidade associada, segundo a tabela 3.2, para ser influenciado pela estratégia-2.

Digamos, por exemplo, que um investidor tem um perfil de imitação e possua 20 conexões (20 links). O código mostra para ele quantos de sua vizinhança estão comprando, vendendo ou mantendo: se comprar=12, vender=7 e manter=1, este investidor recebe a mensagem da vizinhança para comprar (estratégia-1), pois é influenciado pela ação da maioria. Por outro lado, se a decisão da (AT) é para comprar também (estratégia-2), ele decidirá por comprar no próximo passo de tempo. Mas se a AT informa que ele deve manter ou vender, este investidor terá uma probabilidade associada ao processo para seguir a análise técnica. Ainda, o processo para se obter a informação da AT é baseada na oscilação do índice, usando a técnica de Momentum. Para decidir entre seguir a vizinhança ou a análise técnica, usaremos um processo estocástico com distribuição gaussiana. Observe o fluxograma 3.3

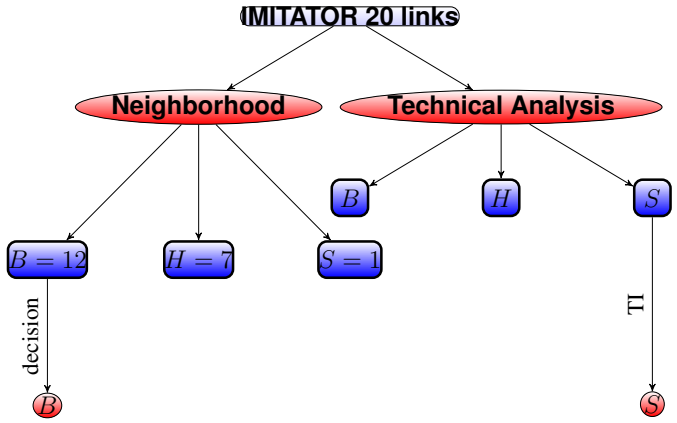


Figura 3.3: Fluxograma mostra o investidor imitador e como ele determina sua decisão baseada em duas estratégias. Neste caso, como exemplo, a maioria em sua vizinhança está comprando. A notação t.i. denota tendência do índice.

Como está sendo considerado o perfil do investidor, analisamos um caso interessante: considere que o investidor tenha o perfil de anti-imitação, possua 20 conexões em um cenário tal que: comprar=2, vender=12 e manter=6. Logo, o investidor vai vender, pois segue a minoria, consultando sua vizinhança [34]. Em relação à AT, este investidor, sempre tomará uma decisão contrária proveniente da estratégia-2. Quando se obtém da

estratégia-2 a opção de manter, aplicamos mais uma vez o processo de Monte Carlo para sortear entre vender ou comprar (50% de chance), conforme mostramos no Algorítmo-2 A.1. Se a AT passa uma decisão para comprar, o anti-imitador decide por vender; se a decisão é para vender, ele decide por comprar. Observe o fluxograma 3.4

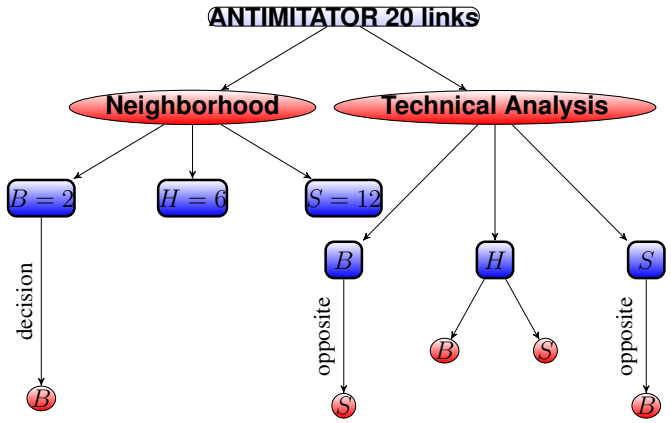


Figura 3.4: Fluxograma mostra o investidor anti-imitador e como ele determina sua decisão baseada em duas estratégias. Neste caso, como exemplo, a minoria em sua vizinhança está comprando.

Consideramos um caso, em particular, quando o investidor é anti-imitador e a decisão da estratégia-1 for manter. Se da estratégia-2 for comprar, será executado um porcesso de Monte Carlo para decidir a ação do investidor entre manter ou vender. Caso a estratégia-2 for vender, o investidor decidirá entre manter ou comprar. E se da estratégia-2 for manter, então o investidor decidirá por comprar ou vender. Observe o fluxograma 3.5

A atualização do índice é dada da seguinte forma: O índice é inicializado como 100, e recebe o balanço entre as quantidade de ações compradas e vendidas. Se a quantidade de ações que foram compradas excede a que foram vendidas, o balanço é positivo e o índice aumenta seu valor. Por outro lado, se a quantidade de ações que foram vendidas excede a que foram compradas, o balanço é negativo e o índice diminui seu valor. Normalizamos o valor obtido para o índice dividindo pelo tamanho N do sistema.
Estudamos o sistema considerando o Caso-1, ver Tabela 3.2. Analisamos os resultados obtidos para entendermos tanto a distribuição de renda entre os investidores quanto a taxa de retorno. Consideramos o comportamento psicológico dos investidores e estudamos a influência do hub no sistema, fazendo com que ele variasse seu comportamento. Observe as Figuras 4.8 e 5.1 na seção 4.

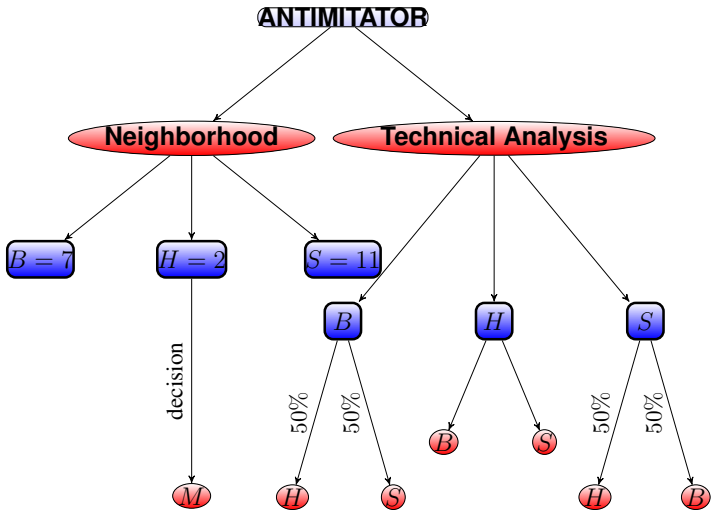


Figura 3.5: Fluxograma mostra o investidor anti-imitador e como ele determina sua decisão baseada em duas estratégias. Neste caso, como exemplo, a minoria em sua vizinhança está mantendor. Sendo assim, quando da AT vier a opção de comprar, ele decidirá entre manter ou vender. Por outro lado, se a opção da AT é vender, o investidor decidirá entre manter ou comprar.

Para cada uma das probabilidades imputadas ao sistema neste processo estocástico, executamos o algoritmo com o hub fixo como imitador. Em seguida, calculamos o valor médio da distribuição de riqueza de todos os imitadores no sistema. Fizemos o mesmo processo para o hub fixo como *random-trader* e o mesmo processo para o hub fixo como anti-imitador. Assim, pudemos avaliar a distribuição de riqueza que pode ser vista na Figura 5.2 na seção de conclusão deste trabalho.

Quando notamos que o anti-imitador obteve maior rentabilidade (analisando a distribuição de riqueza e a taxa de retorno) comparado com os investidores com comportamento diverso deste e, ainda, o imitador obteve prejuízo, decidimos inverter as probabilidades, admitas no Caso-1, entre os imitadores e anti-imitadores. Onde havia maior probabilidade para comprar, invertemos para vender: observe a linha P_A da tabela 3.2, por exemplo. Nesta linha vimos 0.8, 0.1 e 0.1 para comprar, manter e vender respectivamente no Caso-1. Já no Caso-2, invertemos para 0.1, 0.1 e 0.8 para comprar, manter e vender, respectivamente. A expectativa era de o sistema inverter o resultado obtido aplicando o Caso-1

Assim, usando os valores do Caso-2 da Tabela 3.2 esperamos que os imitadores passassem a lucrar e os anti-imitadores tivessem prejuízos. As Figuras 4.8 e 5.1 na seção 4 mostram o que esperávamos para este Caso-2, ainda que este resultado não seja tão forte

(discrepante) quanto os vistos no Caso-1.

Uma vez que a tabela 3.1 apresenta 18 possibilidades de combinações entre os momentos, temos que na tabela 3.2 a somatória das probabilidades em cada linha perfaz 1.0, o que resulta, somando-se as colunas, em 18.0. Observando os somatórios apresentados no Caso-1, vemos 8.2 para a coluna-comprar, 1.6 para coluna-manter e 8.2 para a coluna-vender. O mesmo somatório se verifica no Caso-2. Decidimos, então, analisar mais um caso onde deixamos que a somatória resultasse em 6.0 em cada uma das colunas: comprar, manter e vender. Denominamos este caso de Caso-3 3.2. Mais uma vez, obtivemos estatisticamente os mesmos resultados analisados para o Caso-1. Assim, resolvemos inverter as probabilidades vistas no Caso-3, criando o Caso-4, exatamente como fizemos com o Caso-2 em relação ao Caso-1. Os resultados vistos na Figura 5.1 na seção 4, exibem o que esperávamos.

Na realidade, hubs têm mais influência que os outros nós. Nesse sentido, queremos verificar se nós com poucos links conseguem influenciar o sistema em relação à distribuição de riqueza. Para isto Decidimos, para efeito de análise, confrontar o resultado apresentado na Figura 5.2 na seção 4.

Escolhemos os investidores com baixo grau de conectividade. Analisamos os que tinham 5 links de conexão. Assim, obtivemos 300 investidores cujos perfis comportamental serão alterados para análise da evolução da distribuição de riqueza associada ao sistema. Fizemos com que, destes 300 investidores, os que eram imitadores se tornassem anti-imitadores e os que eram anti-imitadores, se tornassem imitadores. Analisamos o sistema seguindo o Caso-1 da Tabela 3.2 e passando para o sistema as probabilidades de se seguir a análise técnica, conforme já discutido. Ou seja, o mesmo experimento que fizemos para o hub do sistema, fizemos agora para os investidores que possuem 5 links. Analisamos três condições, fixando o hub como: 1) Hub - imitador; 2) Hub - anti-imitador; 3) Hub - Random-Trader. A Figura 5.3, na seção 4 exibe os resultados desta análise.

Analisamos então a distribuição de riqueza do grupo de investidores relativa a cada perfil

psicológico adotado. Ainda, observamos a evolução do sistema para cada probabilidade associada para seguir a análise técnica. Em particular, observamos o papel do hub no sistema, simulando todos os cenários tendo o hub como imitador, em seguida simulamos outra vez todos os mesmos cenários tendo o hub como anti-imitador e, por fim, como *random-trader*. Estudamos como a distribuição de riqueza evoluiu para cada diferente perfil psicológico do hub. Para se avaliar a taxa de retorno, atualizamos o índice (o preço da ação) para cada compra/venda realizada em cada passa de tempo. Construímos, assim, o histograma destas variações para cada perfil psicológico.

Os Resultados de todos os casos considerados serão discutidos na próxima seção. Na seção seguinte, descrevemos a conclusão deste estudo sugerindo, segundo os resultados obtidos de simulações, que o perfil de anti-imitação apresenta uma taxa de retorno positiva, gerando um processo lucrativo na distribuição de riqueza. Mostramos a seguir, que este resultado está diretamente associado com o fato de considerar a análise técnica em detrimento da vizinhança.

Capítulo 4

Resultados

Apresentamos neste capítulo resultados detalhados para cada cenário considerado. Primeiro, mostramos os resultados das oscilações do índice para o caso puro (cenário composto completamente por um único perfil psicológico) e o caso denominado mixing. Mostramos uma análise da série temporal do índice das ações, considerando os três casos da Tabela 3.2. Em seguida, vamos considerar alguns cenários para as duas estratégias combinadas, estratégia-1 e estratégia-2. Discutimos a distribuição de riqueza dos investidores e a taxa de retorno que estão estritamente relacionadas com hub do sistema. Mostramos como a influência do hub, em função de cada perfil psicológico contribui para distinguir e considerar a atuação de cada investidor segundo seu perfil psicológico no sistema.

4.1 Análise do índice considerando apenas a vizinhança

Estudamos em [34] um específico cenário (mixing): constituído pelos três perfis psicológicos, ($1/3$ de imitadores, $1/3$ de anti-imitadores e $1/3$ de *random trader*). Resultados foram obtidos através de um processo estático onde todos os investidores mantinham seus perfis psicológicos e contavam com sua vizinhança para tomada de decisão. Na Figura 4.1, vemos a oscilação do índice para para cenários com todos os investidores adotando mesmo perfil psicológico e um cenário que chamamos de mixing.

A Figura 4.2 exibe as diferentes conformações das ações dos agentes em específicos passos de tempos. Ainda, podemos notar, no painel superior esquerdo, como os investidores estão distribuídos na rede em função de seus perfis psicológicos. A oscilação do índice é analisada aplicando a técnica de DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*). Mostramos que

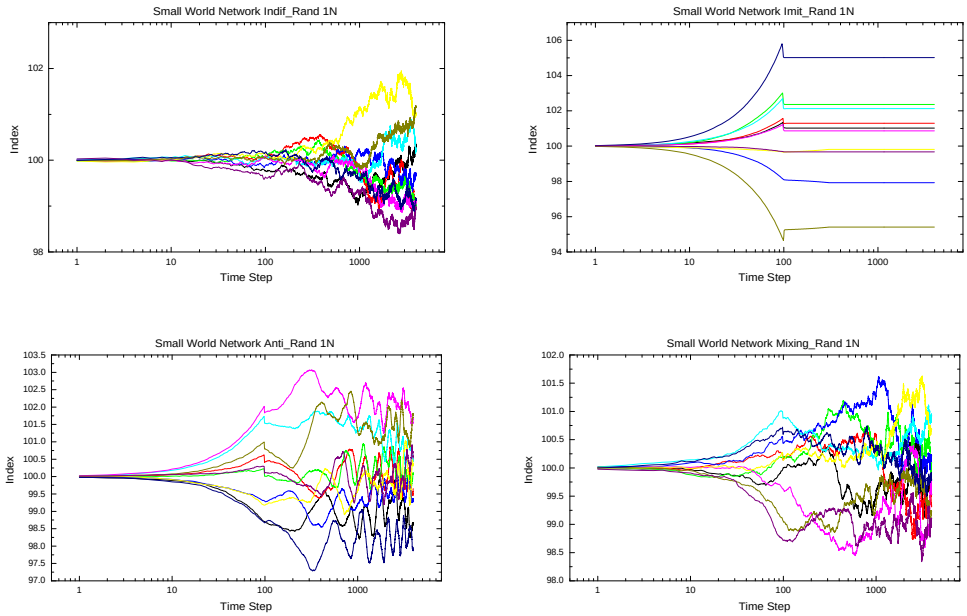


Figura 4.1: As figuras mostram resultados do estudo da RLP com N links distribuídos em uma lei de potência. Mostramos resultados para quatro cenários distintos quando não se aplica análise técnica: Random-Traders – Topo-esquerda; Imitadores – topo direita; Anti-imitadores – base-esquerda; Mixing – base direita. Figura retirada de [34]

a morfologia de rede utilizada para conectar os investidores juntamente com o cenário mixing pôde reproduzir algumas interações importantes entre os investidores que se aproximavam de interações observadas no mercado real, indicando que esta morfologia de rede pode determinar o comportamento da oscilação do mercado de ações.

4.2 Oscilação do Índice

Mostramos alguns resultados para os casos descritos na Tabela 3.2. Na Figura 4.3, podemos verificar que o Expoente de Hurst (EH) para o Case-2 é $EH_{99\%} = 0.4375 \pm 0.001$ e $EH_{70\%} = 0.4342 \pm 0.002$, onde considerou-se um probabilidade de 99% e 70% para seguir a análise técnica (estratégia-2), respectivamente. Isto significa que não há tendências nestas oscilações, aproximando-se da hipótese do mercado eficiente. Os casos, Case-1 e Case-3, apresentam duas inclinações para o EH que serão explorados futuramente com uma outra metodologia para analisar as frequências e seus papéis nos cenários estudados. Ainda utilizamos os métodos *KPSS* e *ADF* para verificar a estacionariedade da flutuação no Caso-2 (70%) de probabilidade para seguir a análise técnica, conforme resultados apresentados na Figura 4.4. Os dois testes mostram a

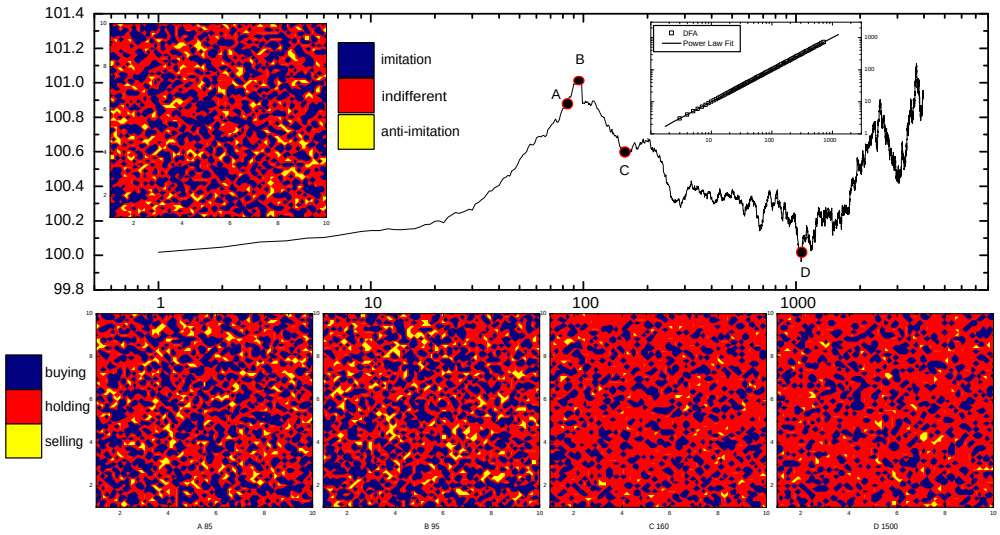


Figura 4.2: Figura extraída de [34, 70]. Análise detalhada do modelo para o cenário mixing em uma RMP. A figura mostra os estados do sistema em quatro diferentes momentos, como está indicado no painel principal pelas letra A,B,C e D. Para cada ponto exibimos nos painéis inferiores os estados de cada investidor na rede. A figura mostra, também, o perfil comportamental dos investidores na subfigura do painel superior. Ainda o expoente de Hurst medido no estado estacionário – subfigura superior. Tem-se $H = 0.60 \pm 0.01$ para esta amostra.

estacionariedade da flutuação o que implica em convergência, logo predições podem ser aplicadas à esta série temporal baseado em dados passados.

4.3 Distribuição de Riqueza

Esta seção apresenta resultados considerando diferentes probabilidades para tomada de decisão baseada na análise técnica. Observando a Figura 4.5, podemos perceber como o sistema responde de modo diferente para cada tipo de comportamento psicológico quando os investidores baseiam suas decisões em relação à análise técnica. Este impacto na tomada de decisão dos investidores está diretamente ligado com o fato de se permitir uma chance de 99% para escolher a análise técnica, preterindo o estudo de suas vizinhança. Os painéis à esquerda, meio e direita mostram os casos em que o hub do sistema age como imitador, *random-trader* e anti-imitador, respectivamente.

O modelo desesenvolvido neste estudo apresenta três gráficos, Figura 4.5, que estatis-

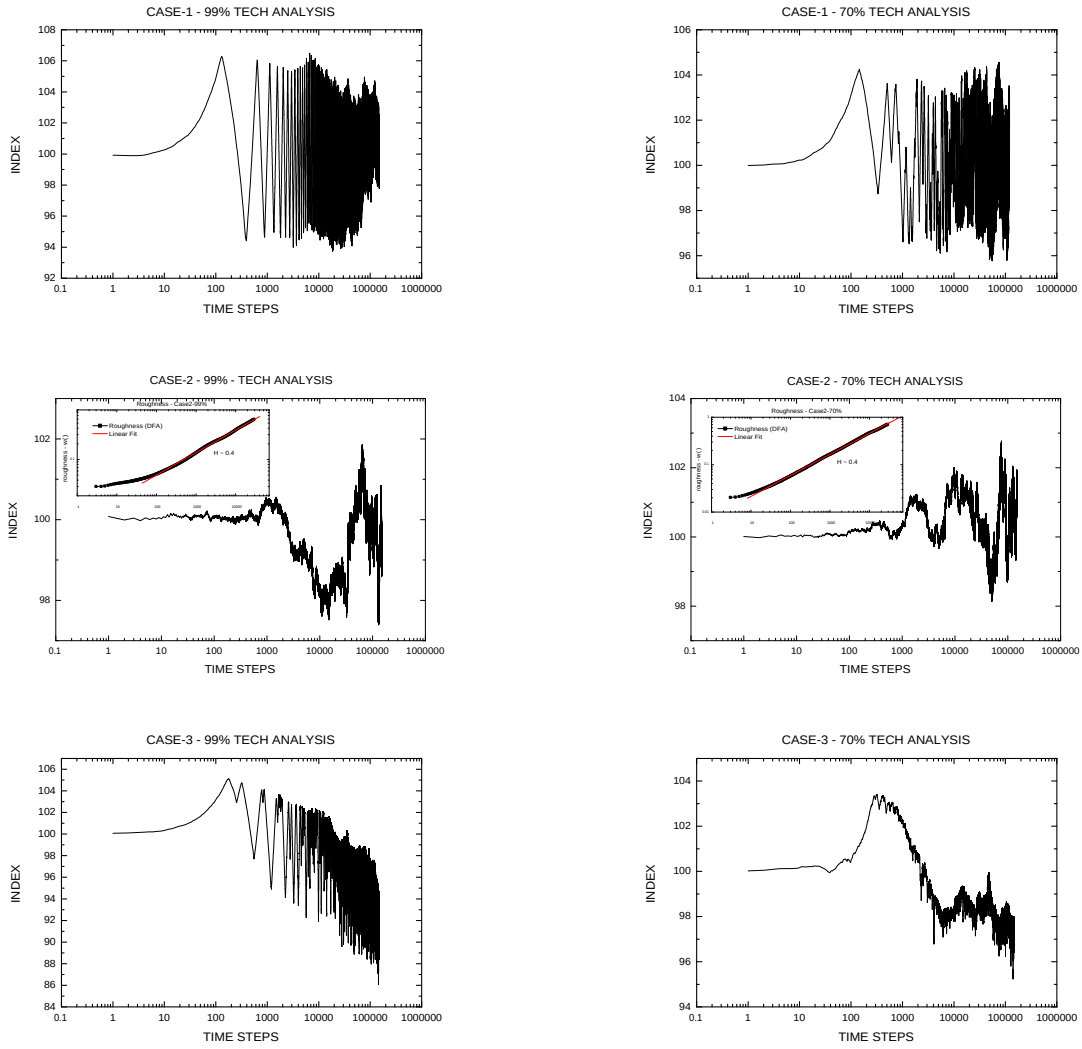


Figura 4.3: Os gráficos mostram as oscilações do índice dependendo das probabilidades associadas para seguir a análise técnica e os casos específicos da Tabela 3.2. Verificamos a característica estocástica do modelo, reproduzindo um comportamento característico do índice do mercado de ações quantificado pelo EH. Esquerdo: 99% - Case-2 ($H_{99\%} = 0.4375 \pm 0.001$); Direito: 70% - Case-2 ($H_{70\%} = 0.4342 \pm 0.002$).

.

ticamente apresentam os mesmos resultados. Além disso, percebemos que o perfil de anti-imitação é a melhor estratégia adotada para tomada de decisão nestes cenários, quando comparamos com as Figuras 4.6 e 4.7. Os dados estatísticos mostram a riqueza para dos investidores para cada perfil psicológico em função do hub. Usamos um ajuste gaussiano para mostrar que a riqueza relativa a cada perfil se concentra em torno da média $(\overline{X})$: $\overline{X}_{\text{anti}} = 31878.00 \pm 23.35$ $R^2 = 0.99345$; $\overline{X}_{\text{random}} = 19937.00 \pm 16.44$ $R^2 = 0.99562$; $\overline{X}_{\text{imit}} = 7886.00 \pm 11.41$ $R^2 = 0.98123$. Estes resultados têm sido ratificados quando estudamos a taxa de retorno, ver Figura 4.8.

KPSS Statistic: 0.1675917980834172	KPSS Statistic: 0.05895991083831793 regression = 'ct' - próximo determinístico
p-value: 0.1	p-value: 0.1
num lags: 27	num lags: 26
Critial Values:	Critial Values:
10% : 0.347	10% : 0.119
5% : 0.463	5% : 0.146
2.5% : 0.574	2.5% : 0.176
1% : 0.739	1% : 0.216
Result: The series is stationary	Result: The series is stationary

Results of Dickey-Fuller Test (ADF):	
Test Statistic	-387.968684
p-value	0.001000
#Lags Used	0.000000
Number of Observations Used	149999.000000
Critical Value (1%)	-3.430394
Critical Value (5%)	-2.861559
Critical Value (10%)	-2.566780
P-value < 0.05 - Rejects the null hipothesis (Non Stationary)	
dtype: float64	

Figura 4.4: Testamos através dos métodos *KPSS* e *ADF* a estacionariedade das flutuações no Case-2 ($H_{70\%}$). Figura gerada através do código em Python, utilizando ferramentas do pacote Statsmodels.

Observando a Figura 4.6, podemos perceber que os investidores com perfil de anti-imitação têm um melhor retorno que os outros investidores com demais perfis. Claro que, comparando com o cenário anterior visto na Figura 4.5, o retorno não é tão vantajoso quanto o primeiro cenário analisado. Observe agora os resultados da Figura 4.7: esta Figura mostra que a distribuição de riqueza dos investidores é a mesma para todos, independentemente dos perfis psicológicos. Não importa se o hub do sistema varie seu perfil psicológico: a resposta do sistema é, estatisticamente, a mesma. Ou seja, adotando a probabilidade de 1% para tomada de decisão baseada na análise técnica, vemos que, praticamente, o hub não influencia o sistema.

Simulações provenientes de vários cenários com diferentes probabilidades associadas à tomada de decisão baseada na análise técnica sugerem que para probabilidades maiores que 50%, todos os investidores cujo perfil é de anti-imitação começam a obter um retorno não só positivo, mas também mais lucrativo conforme aumentamos o grau da

probabilidade de se basear a tomada de decisão na análise técnica. Assim, quando simulamos o cenário com uma probabilidade de 99% para seguir a análise técnica, vimos que não só o hub do sistema com o perfil de anti-imitador, mas, tamanhos, todos os outros investidores anti-imitadores lucraram no mercado, enquanto todos os imitadores obtiveram muito prejuízo. As Figuras 4.5, 4.8 e 5.2 ratificam estes resultados e mostram que a riqueza produzida depende, não somente de se optar pela análise técnica, mas também de se adotar o perfil de anti-imitação. Podemos ver prontamente através das simulações que todos os anti-imitadores lucraram muito, comparando com seus recursos iniciais. Há de se notar que não somente o hub do sistema, mas todos os anti-imitadores neste sistema. Este é um resultado que, até onde sabemos, não havia sido quantificado antes. O fato de combinar análise técnica com a rede de investidores, considerando o perfil psicológico de cada investidor para tomada de decisão, levou a um resultado favorecendo o perfil de anti-imitação. Ao mesmo tempo, observa-se a importância de analisar tecnicamente as oscilções do índice financeiro optando por este em detrimento da ação dos investidores em suas vizinhanças.

Podemos ver, na Figura 5.2, como o sistema inteiro apresenta uma variação na distribuição da riqueza conforme variamos a probabilidade de se aplicar a análise técnica de 1% a 99%. A Figura 5.2 sugere que o perfil de anti-imitação, considerando a técnica de momentum, favorece o investidor com este perfil, fazendo com que seu ganho seja praticamente 50% do valor inicialmente investido.

Analisando as Figuras 4.5, 4.6 e 4.7, percebemos que para probabilidades menores que 50% a distribuição de riqueza dos investidores (em função de seus perfis psicológicos) apresentam, estatisticamente, o mesmo ganho. Por outro lado, quando aumentamos a probabilidade para valores acima de 50%, uma contudente diferença entre a distribuição de riquezas de cada um dos diferentes perfis psicológicos pode ser observada 5.2. Os resultados provenientes das simulações com os *random-traders* confirmam exatamente os resultados já descritos na literatura [20, 40, 131]. Assim, isto traz robustez para nosso modelo.

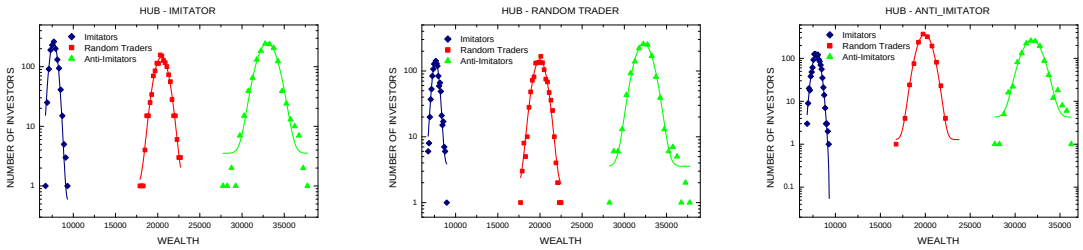


Figura 4.5: Lucro do sistema em função dos hubs - 99%. Esquerdo: Hub - Imitador; Centro: Hub - Random Trader; Direito: Hub - Anti-imitador. Para todos os três cenários, podemos ver que os anti-imitadores possuem uma performance marcante no mercado. Os resultados para todo o sistema são: $\overline{X}_{\text{anti}} = 31878.00 \pm 23.35$ $R^2 = 0.99345$; $\overline{X}_{\text{random}} = 19937.00 \pm 16.44$ $R^2 = 0.99562$; $\overline{X}_{\text{imit}} = 7886.00 \pm 11.41$ $R^2 = 0.98123$

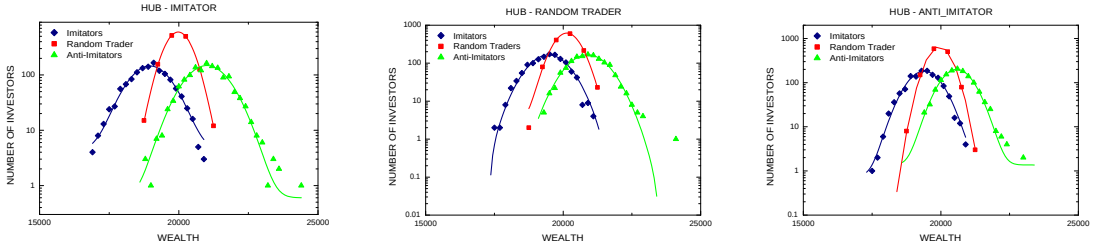


Figura 4.6: Lucro do sistema em função dos hubs - 50%. Esquerdo: Hub - Imitador; Centro: Hub - Random Trader; Direito: Hub - Anti-imitador. Embora seus lucros estão concentrados em torno de 20000.00, podemos ver que a estratégia de anti-imitação possui uma melhor performance do que os outros perfis psicológicos. Os resultados para todo o sistema são: $\overline{X}_{\text{anti}} = 20577.95.00 \pm 6.64$ $R^2 = 0.99738$; $\overline{X}_{\text{random}} = 20134.00 \pm 5.49$ $R^2 = 0.99967$; $\overline{X}_{\text{imit}} = 18963.00 \pm 20.64$ $R^2 = 0.98197$

4.3.1 Taxa de Retorno

Esta seção apresenta resultados sobre a distribuição da taxa de retorno. Apresentamos resultados envolvendos os casos descritos na tabela 3.2. Construímos uma distribuição densidade de probabilidade calculando o valor da ação para cada transação realizada pelos investidores. Executamos o algoritmo-1 e algoritmo-2, ver Figura A.1, para acumular todas as operações realizadas neste mercado de ações artificial pelos investidores. Na Figura 4.8, podemos ver uma assimetria da taxa de retorno em função do comportamento

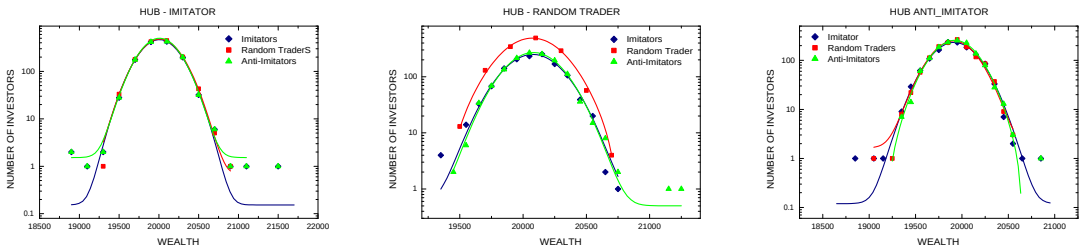


Figura 4.7: Lucro do sistema em função dos hubs - 1%. Left: Hub - Imitador; Centro: Hub - Random Trader; Direito: Hub - Anti-imitador. Todos eles apresentam, estatisticamente, os mesmos resultados. Logo, a escolha de um específico perfil psicológico não tem nenhum sobre o mercado de ações. Os resultados para todo o sistema são: $\overline{X}_{\text{anti}} = 20081.95.00 \pm 2.50$ $R^2 = 0.9981$; $\overline{X}_{\text{random}} = 20073.00 \pm 7.16$ $R^2 = 0.99644$; $\overline{X}_{\text{imit}} = 20077.00 \pm 5.17$ $R^2 = 0.99325$

psicológico dos investidor, representada pelos respectivos histogramas.

No topo da Figura 4.8 à esquerda, vemos que o anti-imitador possui uma melhor taxa de retorno do que os outros investidores com perfis diferentes. Na mesma Figura 4.8, vemos que o perfil de imitador apresenta o pior caso, pois a taxa de retorno é negativa. Como era de se esperar, podemos notar que os investidores que agem como *random-trader* apresentam uma distribuição gaussiana da taxa de retorno. O resultado mais contundente é a distribuição assimétrica entre os os investidores imitadores e anti-imitadores. No intuito de comparar com o cenário onde executamos o processo com uma probabilidade de 5% para seguir a análise técnica, geramos os histogramas que podem ser vistos na Figura 4.9. Notamos que há uma simetria em torno da média para os três perfis psicológico. O curva gaussiana que usamos para fitar esta distribuição sugere que não há predominância de um perfil sobre o outro em relação ao ganho, como vimos na Figura 4.8.

A fim de verificar a robustez destes resultados, construímos um outro algoritmo para avaliar a tomada de decisão dos investidores. Ao invés de comparar duas diferentes opiniões - estratégia-1 e estratégia-2 - incluímos ambas em um único índice. Por exemplo: se a vizinhança de um dado investidor é composta de 10 agentes, sendo 6 comprando (valor: +1), 3 mantendo (valor: 0) e 1 vendendo (valor: -1), o peso da rede confiável para o índice será $(6 + 0 - 1)/10 = 0.5$. Supondo que da análise técnica seja indicado uma conjunto de probabilidades de $(0.8, 0.1, 0.1)$ para comprar, vender e manter, respectivamente. Assim desta análise resultaria uma contribuição com $0.8 - 0.1 = 0.7$ para o índice, totalizando o valor de 1.2. Então, este investidor comprará ações, pois o resultado deste índice foi maior que um. Por outro lado, se o resultado fosse menor que -1, o investidor venderia suas ações. Se o valor deste índice resultasse entre -1 e 1, o investidor venderia/compraria com uma probabilidade igual ao módulo do índice, ou manteria suas ações, caso contrário. No lado direito da Figura 4.8, apresentamos os resultados da taxa de retorno desta simulação nos mesmos perfis psicológicos estudados antes. Estatisticamente, vemos os mesmos resultados que tínhamos obtido anteriormente.

Esta assimetria pode ser explicada da seguinte forma: quando o resultado da análise

técnica é comprar, todos os investidores imitadores seguem esta decisão, o que os faz gastar o dinheiro deles numa alta precificação do mercado. Como a quantidade de dinheiro é limitada, eles mantém suas ações quando não possuem dinheiro suficiente para comprar mais ações. Por outro lado, os anti-imitadores venderão suas ações por um alto preço. Como a ação fica mais cara ou mais barata, a quantidade de ações não acaba na mesma taxa que o dinheiro dos imitadores. Assim, os imitadores vão possuir poucas ações a um preço alto e os anti-imitadores terão muito dinheiro em função das ações que foram vendidas. O mesmo mecanismo acontece quando a tendência do índice é decrescer e a análise técnica informa que é para vender. Logo, os imitadores venderão e os anti-imitadores comprarão ações a um preço menor do que eles tinham pago antes. Depois de um período de negociação, conseguimos resultados de simulações mostrando esta taxa de retorno assimétrica que depende no comportamento psicológico dos investidores.

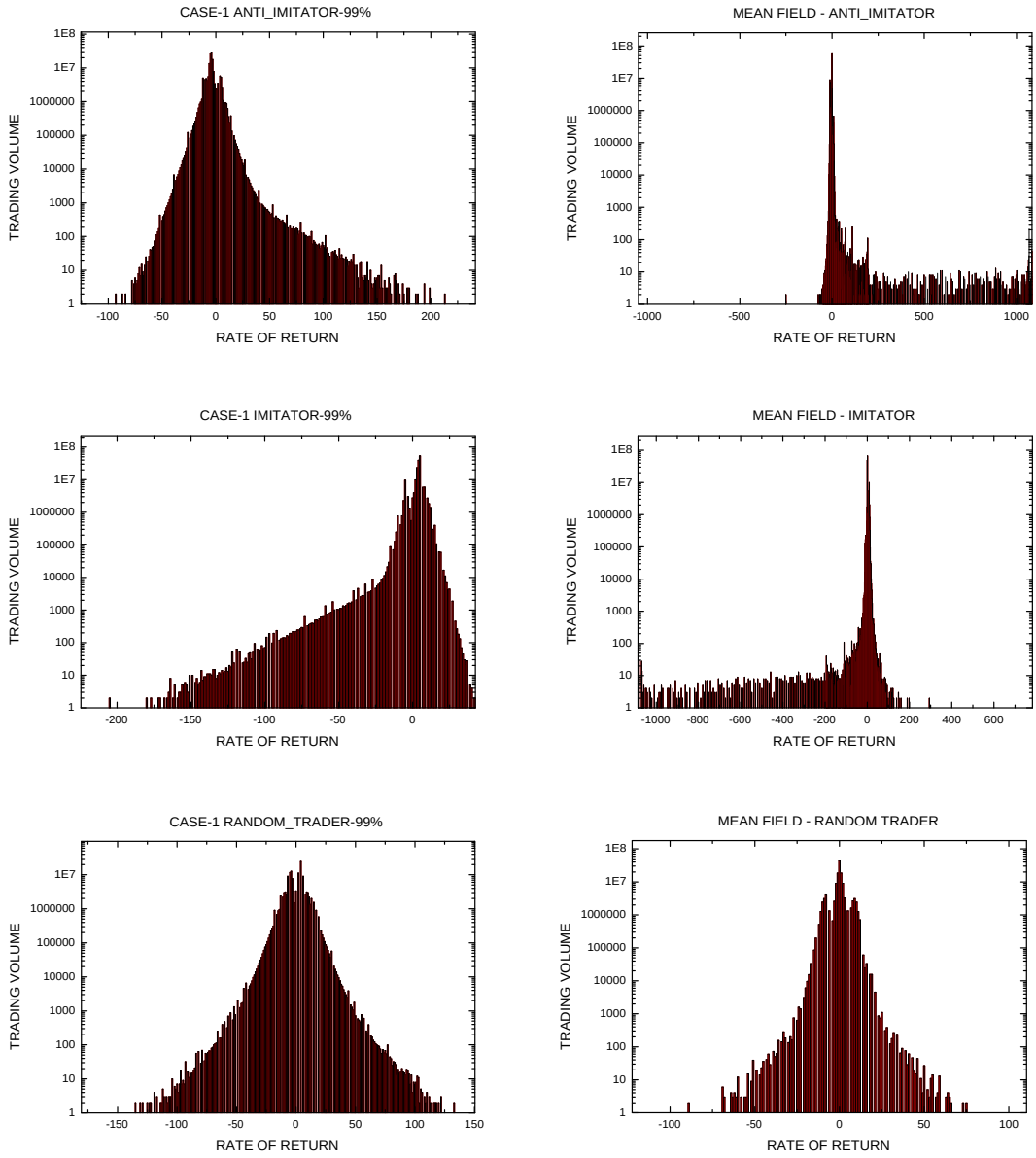


Figura 4.8: Lado esquerdo: Aplicando o Caso-1 da tabela 3.2 e uma probabilidade de 99% para seguir a análise técnica - Topo → investidores anti-imitador cujo retorno positivo está concentrado no lado direito; Meio → investidores imitador cujo retorno negativo está concentrado no lado esquerdo; Base → investidores random-trades cujo retorno é simétrico em torno da origem. Lado Direito: As figuras mostram, estatisticamente, os mesmos resultados visto no lado direito, quando aplicamos uma segunda técnica para calcular a tomada de decisão.

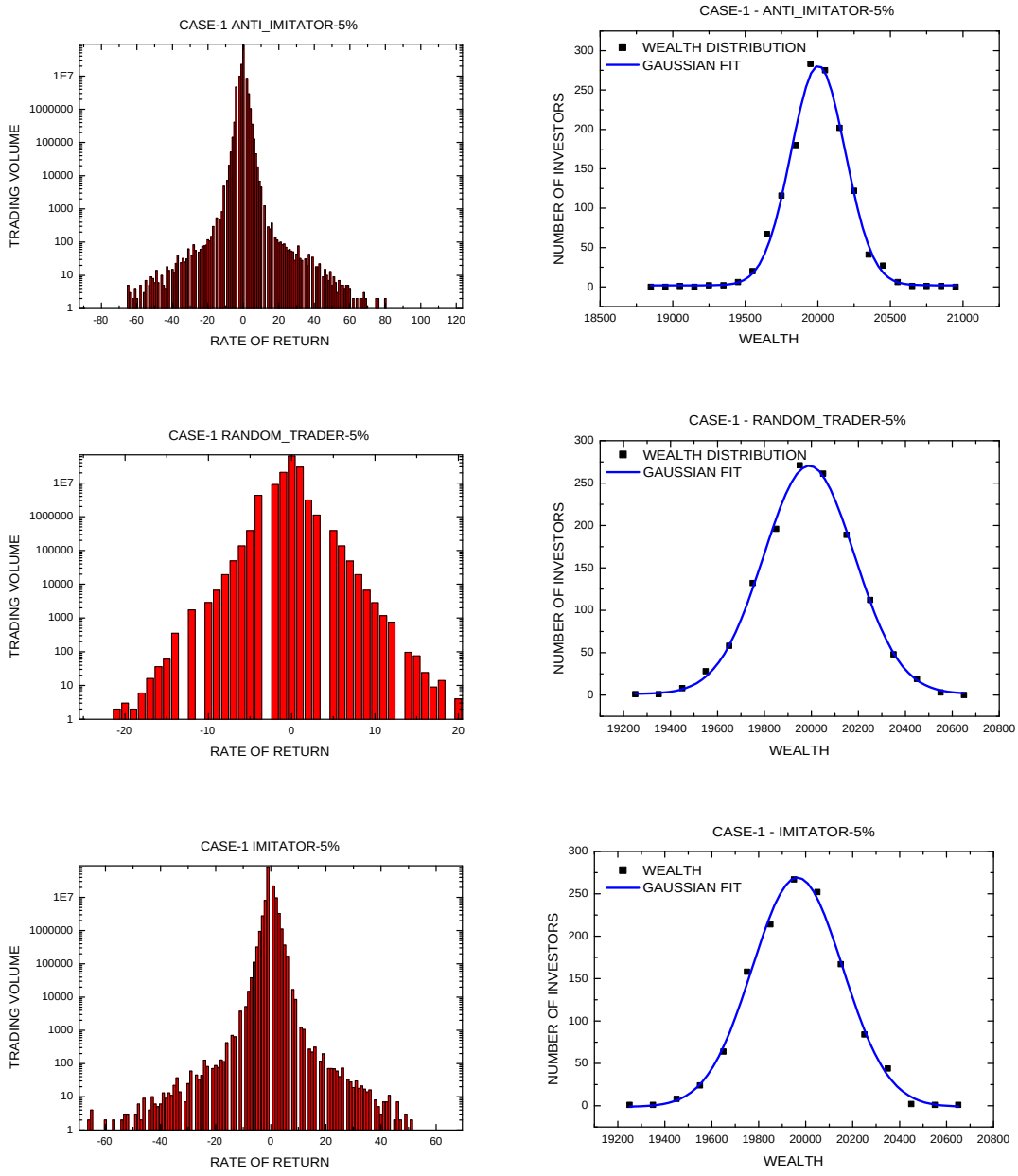


Figura 4.9: As figuras mostram os resultados quando aplicamos o Caso-1 da Tabela 3.2 e uma probabilidade de 5% para seguir a análise técnica. Lado esquerdo - Taxa de Retorno: topo → anti-imitador; meio → random-traders; base → imitador. Lado Direito - Distribuição de Riqueza: topo → anti-imitador; meio → random-traders; base → imitador.

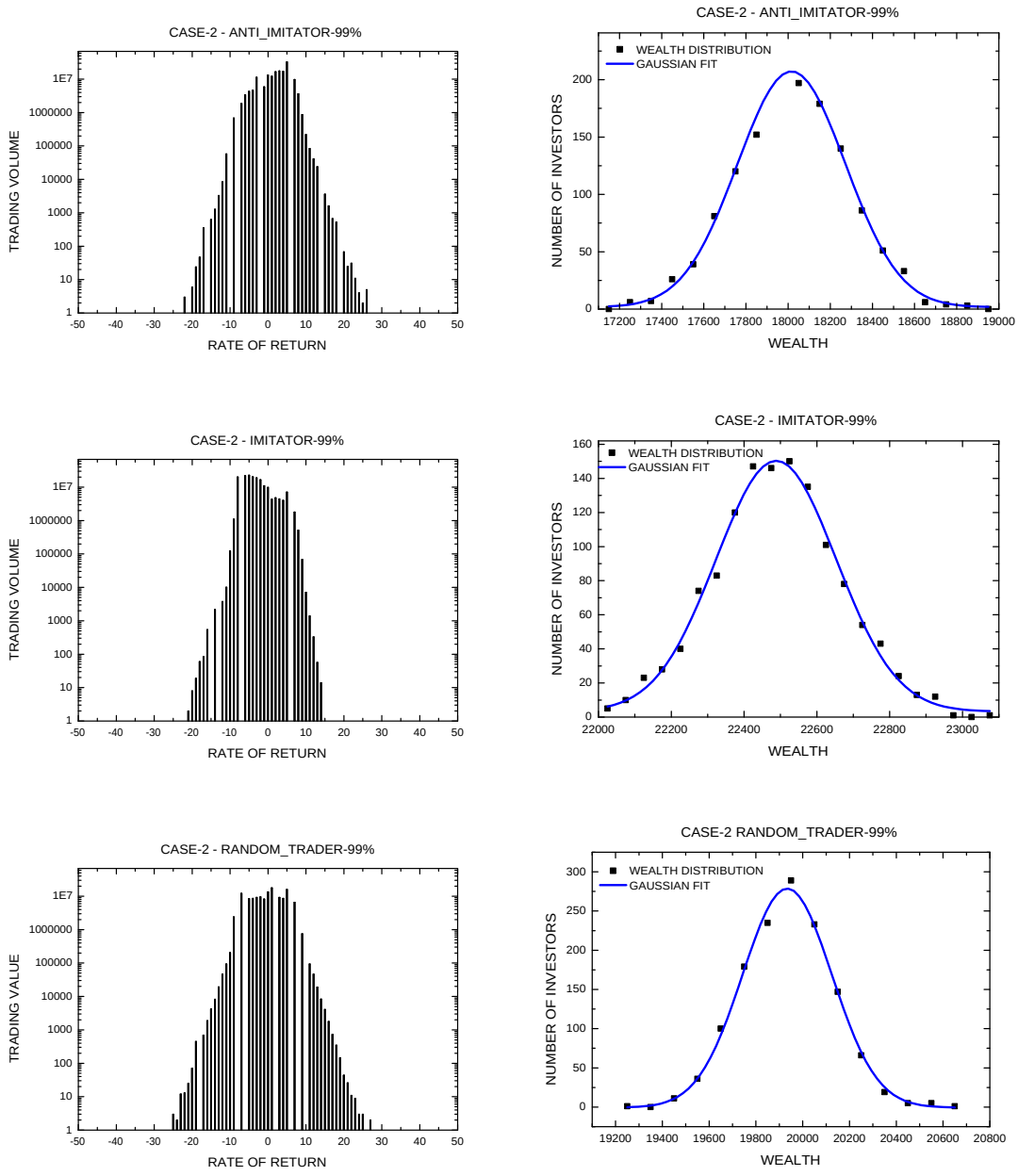


Figura 4.10: As figuras mostram os resultados quando aplicamos o Caso-2 da Tabela 3.2 e uma probabilidade de 99% para seguir a análise técnica. Lado esquerdo - Taxa de Retorno: topo → anti-imitador; meio → random-traders; base → imitador. Lado Direito - Distribuição de Riqueza: topo → anti-imitador; meio → random-traders; base → imitador.

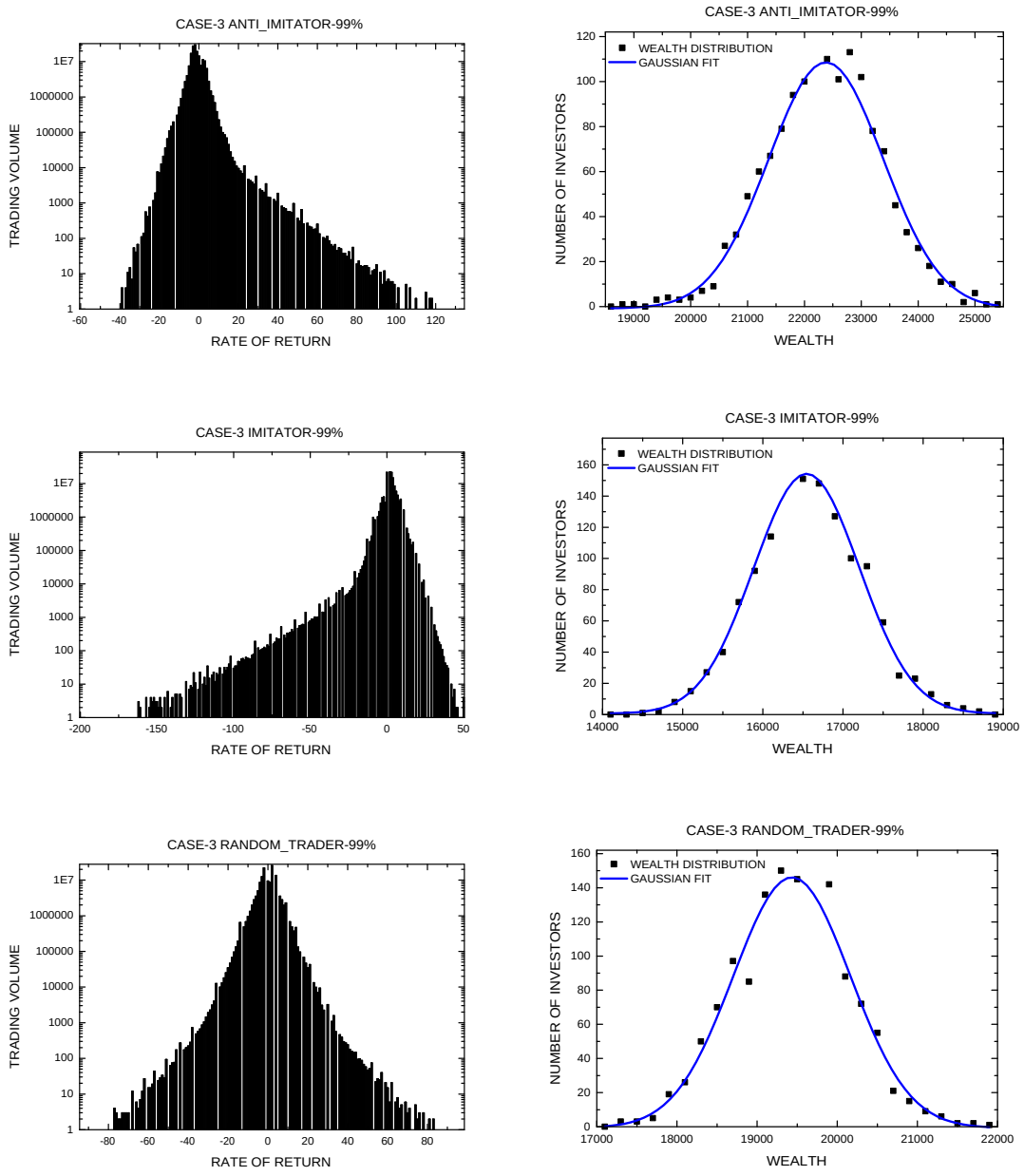


Figura 4.11: As figuras mostram os resultados quando aplicamos o Caso-3 da Tabela 3.2 e uma probabilidade de 99% para seguir a análise técnica. Lado esquerdo - Taxa de Retorno: topo → anti-imitador; meio → random-traders; base → imitador. Lado Direito - Distribuição de Riqueza: topo → anti-imitador; meio → random-traders; base → imitador.

Capítulo 5

Conclusão e Perspectivas

Sabendo que a morfologia da rede influencia a oscilação do índice do mercado de ações [34], mostramos que esta rede complexa exibe investidores altamente conectados no mercado e que o hub, em particular, pode inflenciar todo o sistema. Ainda, mostramos que o lucro neste mercado simulado advém do fato de se tomar decisão de comprar, manter ou vender ações baseado na análise técnica e que o perfil psicológico de anti-imitação é fator preponderante nestas decisões.

Neste sentido, estendemos um modelo de finança comportamental no mercado de ações a fim de estudar a distribuição de riqueza entre os investidores. Desenvolvemos, assim, um algoritmo para realizar uma análise técnica. Combinando duas diferentes técnicas que são vizinhança confiável com seus perfis psicológicos, ver artigo [34], e a técnica de Momentum onde estudamos a oscilação do índice do mercado simulado de ação, considerando diferentes janelas de tempo. Este sistema sugere que quando se toma valores probabilísticos acima de 50% para tomada de dicisão baseado na técnica de momentum permite se conseguir obter retornos lucrativos adotando o perfil de anti-imitação.

Os resultados das simulações mostram como o perfil comportamental dos investidores associado a tomada de decisão baseada na (AT) podem produzir uma taxa de retorno assimétrica. Neste sentido, vimos que os investidores cujo perfil era de anti-imitação obtiveram um retorno positivo, enquanto os imitadores obtiveram um retorno negativo. Nas Figuras 5.1 e 5.2, podemos perceber como o anti-imitador aprimorou seus ganhos ao longo do período de investimento. Os resultados referentes aos *random-traders*, confirmam os já descritos na literatura [20, 40], tornando nosso modelo robusto.

Perspectivas: precisamos desenvolver um profundo estudo sobre os pesos probabilísticos passados ao sistema, pois testamos heuristicamente valores indicativos da tendência relativa à inclinação calculada na equação 3.1. O uso de algoritmos genético aplicado em uma aprendizagem de máquina (*Machine Learning*) seria um teste para tentar bons parâmetros. Além disso, consideramos aplicar outras técnicas pertinentes a análise técnica juntamente com a de momentum. Queremos criar uma interação entre os agentes de tal modo que comprem ou vendem suas ações uns dos outros, ao invés de comprar direto do balcão, e não somente uma única ação, mas um volume. O intuito é de se desenvolver aversão ao risco e um livro de oferta para que tenhamos uma visão ainda mais realista do mercado.

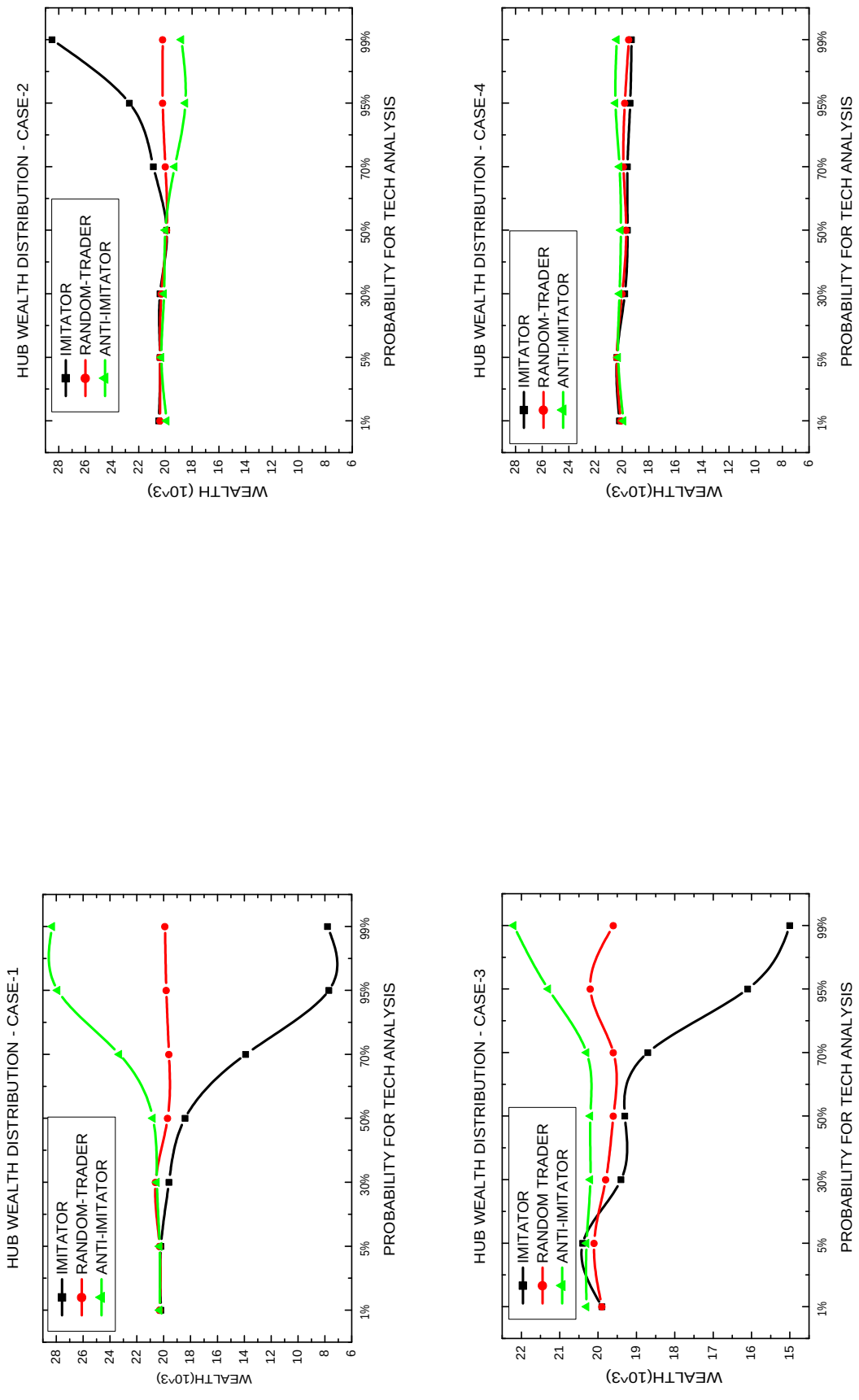


Figura 5.1: Os gráficos mostram a riqueza do hub do sistema em função da probabilidade adotada para seguir a estratégia da análise técnica para cada perfil psicológico estudado. Esquerdo-Acima: Caso-1; Direito-Acima: Caso-2; Esquerdo-Abaixo: Caso-3; Direito-Abaixo: Caso-4

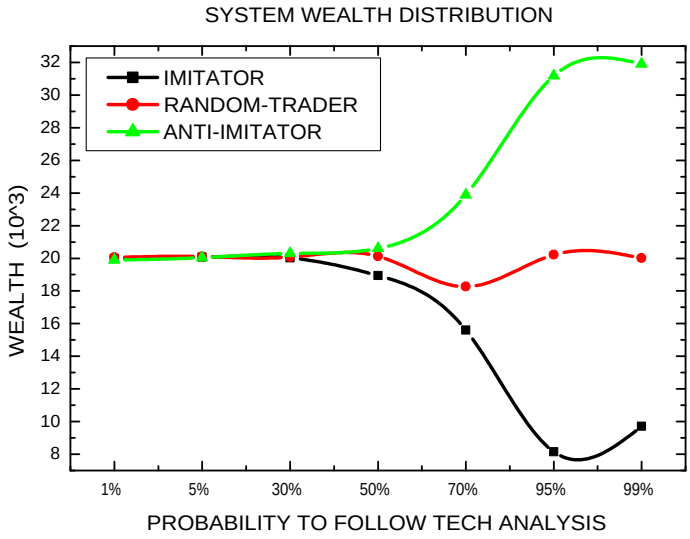


Figura 5.2: O gráfico mostra a riqueza média para cada tipo de comportamento psicológico em função da probabilidade adotada para seguir a estratégia da análise técnica. Estudo feito para o Caso-1 da Tabela 3.2.

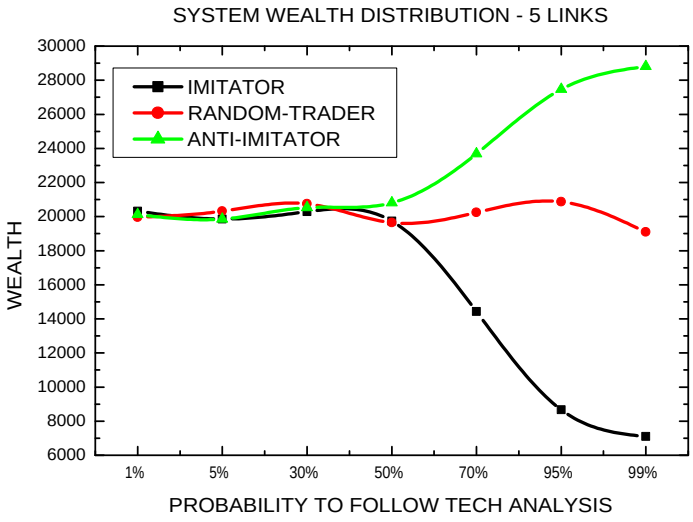


Figura 5.3: O gráfico mostra a riqueza do sistema inteiro como função da probabilidade adotada para seguir a estratégia da análise técnica para cada perfil psicológico dos investidores. Aplicamos o Caso-1 da Tabela 3.2. Cada um dos perfis mostram o valor médio do sistema quando o Hub foi escolhido para ser anti-imitador, imitador e random-trader.

Apêndice A

Algoritmos

A.1 Algoritmo

O Algoritmo-1, da figura A.1, mostra como iniciamos o processo de verificar qual é o estado da vizinhança confiável de cada investidor. Isto significa que sabemos o que cada um dos investidores fizeram no último passo de tempo (comprar, manter, vender). Ao mesmo tempo, faz com que cada investidor tome uma decisão sobre qual destes três estados ele vai estar no próximo passo de tempo. Ainda, o código faz com que cada investidor analise a oscilação o índice, calculado suas inclinações nas janelas de tempo especificadas. O Algoritmo-2, da Figura A.1, mostra como o processo estocástico é inicializado e funciona a fim de decidir se o investidor seguirá ou a informação da vizinhança ou a informação da análise técnica.

Algorithm 1: Strategy's results, all the investors who are linked look at their neighborhood. At the same time, all the investors perform a technical analysis and the value of the index is updated.

Result: $a \leftarrow$ follow neighborhood or $b \leftarrow$ follow MOM
Data: $N = 63 \times 63$
begin
  for $t = 0$ **to** $t = 150000$ **do**
    for $i = 0$ **to** $i = N$ **do**
      $Setavaluefromneighborhood(vec, max, min, i)$
      $UpdateInvestor(Investidor[i], max, min)$
      $a \leftarrow$ $ActionInvestor[i](buy, hold, sell)$
      $b \leftarrow a$
      if $Investor \nleftarrow Random$ **then**
        $TechAnalysis(Indices, t, buy, hold, sell)$
        $UpdateInvestor(Investor[i], buy, hold, sell)$
        $b \leftarrow ActionInvestor[i]$
        $Decision(i, a, b)$
      end
      else
        $Investor[i] \leftarrow a$
      end
      $aux =$ $aux + (1.0 - actionofInvestor)$
    end
    $aux \leftarrow aux/N$
    $INDEX \leftarrow INDEX + aux \times 1.0$
  end
  $INDEX \leftarrow 100$
end
return *aorb*

Algorithm 2: Decision-make strategy, this algorithm takes the choices from the trust neighborhood and the technical analysis and perform a stochstic process to decide which one the invesor will follow.

Result: $a \leftarrow followneighborhood$ **or** $b \leftarrow followMOM$
; **Data**: $Decision \leftarrow a$ **or** $b, \mu = 0, \sigma = 1$
; **begin**
  for $i = 0$ **to** $i = N$ **do**
    $y = generateGaussianNoise(\mu, \sigma)$
    if $(y < \mu - \sigma)$ **or** $(y > \mu + \sigma)$ **then**
      if $a! = b$ **and** $InvestorImitator$ **then**
        $Investor[i] \leftarrow b$
      end
      else
        $Investor[i] \leftarrow a$
      end
      if $a == b$ **and** $InvestorImitator$ **then**
        $Investor[i] \leftarrow a$
      end
      if $a! = b$ **and** $InvestorAnti - imitator$ **then**
        if $(a \leftarrow hold)$ **and** $(b \leftarrow buy)$ **then**
          $sortMontecarlo$
          $Investor[i] \leftarrow hold$ **or** $sell(50\%)$
        end
        else if $(a \leftarrow hold)$ **and** $(b \leftarrow sell)$ **then**
          $sortMonteCarlo$
          $Investor[i] \leftarrow hold$ **or** $sell(50\%)$
        end
        else if $(a \leftarrow buy)$ **and** $(b \leftarrow hold)$ **or** $(a \leftarrow sell)$ **and** $(b \leftarrow hold)$ **then**
          $sortMonteCarlo$
          $Investor[i] \leftarrow buy$ **or** $sell(50\%)$
        end
        else if $(a \leftarrow buy)$ **and** $(b \leftarrow sell)$ **then**
          $Investor[i] \leftarrow buy$
        end
        else if $(a \leftarrow sell)$ **and** $(b \leftarrow buy)$ **then**
          $Investor[i] \leftarrow sell$
        end
      end
      else if $a == b$ **and** $InvestorAnti - imitator$ **then**
        if $a \leftarrow buy$ **then**
          $Investor[i] \leftarrow sell$
        end
        else if $a \leftarrow hold$ **then**
          $sortMontecarlo$
          $Investor[i] \leftarrow buy$ **or** $sell(50\%)$
        end
        else
          $a \leftarrow sell$
        end
        $Investor[i] \leftarrow buy$
      end
    end
    else
      $Investor[i] \leftarrow a$
    end
  end
end
return a **or** b;

Figura A.1: Esquerdo: O algoritmo mostra os resultados da estratégias. Todos os investidores que possuem links analisam sua vizinhança e realizam a análise técnica. Os que não possuem links, somente a análise técnica. O valor do índice é atualizado instantaneamente. Direito: Estratégia da tomada de decisão. Este código toma as as informações de ambas vizinhança e análise técnica. Realiza-se um processo estocástico para decidir qual deles o investidor vai seguir.

Apêndice B

Mecânica Estatística

B.1 História

Dedicamos esta seção para uma visão sobre o surgimento desta ciência, sobre o histórico dos pais - cientistas/pensadores da Física-Estatística e de como esta ciência se tornou uma das mais importantes a partir do século $\mathcal{XX}$. De volta aos meados do século $\mathcal{XIX}$, encontramos três dos mais renomados cientistas: James Clerk Maxwell (1831 - 1879), Ludwig Eduard Boltzmann (1844 - 1906) e Josiah Willard Gibbs (1839 - 1903).

> *"Ludwig Boltzmann, who spent much of his life studying statistical mechanics, died in 1906 by his own hand. Paul Ehrenfest, carrying on the work, died similarly in 1933. Now it is our turn to study statistical mechanics."*
> *David Goodstein*

Maxwell nasceu em 13 de junho de 1831 - Edinburgh-Scotland. Ele se tornou um dos mais renomados cientistas de sua época e influentes em várias áreas da ciência. Com seu profundo interesse nos trabalhos de Sir Isaac Newton, já demonstrava sua inclinação para ciências matemáticas. Conhecido por ser brilhante: *He was one of those who took more delight in the contemplation of truth than in the praise of having discovered it. (PLAYFAIR'S Memoirs of Dr. Hutton).* Ao descrever a biografia de James Clerk Maxwell, os professores Lewis Campbell e William Garnett, [140], apontam como carro-chefe das contribuições de Clerk Maxwell as seguintes áreas:

- Experimentos em Visões Coloridas e Ótica;
- Sólidos Elásticos;
- Geometria Pura;
- Anéis de Saturno;
- Campos de Força de Faraday-Investigações em Eletricidade;
- Física Molecular.

Dezenas de artigos foram publicados nos mais prestigiosos jornais tais como: Journal of the Chemical Society, Quarterly Journal of Mathematics, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, etc. que segundo professor Campbell [140] a simples enumeração dos artigos de James Clerk Maxwell ocuparia várias páginas de seu liro.

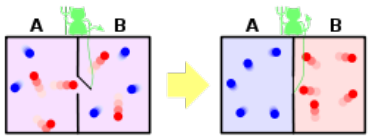
Assim como somente a contagem dos artigos de Maxwell ocuparia muitas páginas, muito mais páginas ocuparia em descrever seus feitos na ciência e resultados obtidos, cujos muitos deles foram compartilhados com nada menos que o cientista Michael Faraday (1791-1867). Contudo, gostaria de me ater no último item das áreas por Clerk Maxwell trabalhadas: Física Molecular.

Clerk Maxwell tinha muito interesse nos estudos de Rudolf Julius Emanuel Clausius (1822-1888). Clausius foi um físico alemão, apesar de ter nascido em Koszalin-Polônia. Este cientista se tornou um dos precursores no estudo de calor o que lhe rendeu o titulo de um dos fundadores da ciência da termodinâmica. A saber, em 1850 , Clausius foi o primeiro a descrever as ideias básicas da Segunda Lei da Termodinâmica e, em 1865, descreveu o conceito de Entropia (nome cunhado por ele mesmo) [141]. Maxwell mostrou seu desenvolvimento nesta área ao publicar seu artigo *"Illustrations in the dynamical theory of gases" (1860)* onde trouxe à tona sua mais famosa lei: Lei da distribuição de velocidade moleculares. Esta lei estava assentada nos princípios elementares de probabilidade que foi inspirada pela lei Gaussiana da distribuição de erros aleatórios.

Considerando a teoria cinética dos gases, Clausis tratou todas as moléculas de um gás particular à mesma temperatura se movendo com mesma velocidade. Maxwell mostrou que, mesmo se todas as molecular iniciassem com mesma velocidade, as colisões mútuas entre as moléculas aumentaria a velocidade de algumas e diminuiria de outras até que o comprimento (módulo) das velocidades fossem distribuídas conforme a Lei de Erros. Uma das mais importantes propriedades dos gases é uma consequência da teoria cinética na qual afirma que quando dois grupo de moléculas estão em equilíbrio, estando separadas somente por um diafragma que pode transmitir os impactos das partículas, a energia cinética média das moléculas devem ser a mesma em cada grupo. Este resultado foi mostrado por Maxwell que ainda, identificando a energia cinética das moléculas com o calor do gás, pois para a condição de equilíbrio os gases devem estar na mesma temperatura. Sabe-se ainda que o calor específico varia com o inverso da massa de uma molécula.

A pressão de um gás é proporcional ao volume unitário de um gás. Considerando que a energia cinética média das moléculas é a mesma para cada gás na mesma temperatura, é direto afirmar que volumes iguais de dois gases à mesma pressão e temperatura contém o mesmo número de moléculas. Da lei de Gay-Lussac, volumes equivalentes apresentam apresentam essas relações proporcionais: a densidade de um gás à temperatura e pressão padrões é proporcional à massa de uma molécula. As investigações de Maxwell na Teoria Cinética de Gases levaram-no à conclusão de que este resultado é de grande valor quando aplicado à teoria de energia: o princípio da dissipação da energia, às vezes chamada de Segunda Lei da Termodinâmica, afirma que é impossível através de um material inanimado obter trabalho às custa de calor, resfriando um corpo para uma temperatura abaixo da temperatura do corpo mais frio na vizinhança.

Um outro feito em seus estudos sobre a teoria cinética dos gases ficou conhecido como o demônio de Maxwell. Conforme postulado por ele, um quantidade de gás à mesma temperatura e pressão é dividida em duas parções, A e B, com um partição cheia de armadilhas (pequenas portas que abrem e fecham sem gasto de energia). Cada armadilha é vigiada por um demônio cujos olhos são capazes de ver as moléculas e conseguem estimar suas velocidades, ainda, suas mãos são ágeis suficientes para abrir e fechar as armadilhas em tempo de permitir ou não a passagem de uma específica molécula que está se aproximando da partição. Esta operação depende única e exclusivamente da diferença de velocidades das partículas na mesma massa de gás. A regra é simples: o demônio abre a porta se a velocidade da partícula está acima da média, mas a mantém fechada se quando a molécula se aproxima está com velocidade abaixo da média no sentido de B para A. Quando no sentido de A para B, se a velocidade da partícula está acima da média a porta é mantida fechada e, se estiver abaixo da média, a porta se abre. Assim, todas as moléculas que se movem devagar estarão, gradualmente, cerradas no compartimento A, enquanto as que se movem rápido estarão cerradas no compartimento B. Isto fará com que a temperatura em B seja aumentada e em A diminuída sem qualquer perda de energia ou qualquer trabalho sendo feito por um agente externo. Agora, um motor movido à calor pode ser implementado usando B como fonte de calor e A como fonte de condensador, realizando trabalho às custas da parte do calor de A até que a temperatura entre A e B atinja o equilíbrio. Contudo, o trabalho destes "demônios" pode ser utilizado e o processo repetido até que a quantidade total de calor do gás seja convertida em trabalho.



Neste cenário de estudo sobre teoria cinética dos gases, aparece Boltzmann. Entre 1868-1871, ele generalizou a lei de distribuição de Maxwell para gases poli-atômico e, ainda, considerando a presença de forças externas. Destes estudos nasceu o famoso fator de Boltzmann: $e^{(-\beta\varepsilon)}$. Neste fator, o total de energia de uma molécula é representada por ε. Boltzmann foi o primeiro a mostrar como lidar com um conjunto de moléculas. A maior dificuldade encontrada na teoria dos gases é a relação entre os calores específicos dos gases à pressão e volume constantes. Assim, Boltzmann mostra que se cada molécula possui n graus de liberdade, a razão entre a energia cinética de translação e total de energia cinética do sistema devem ser igual a razão entre 3 e n.

Segundo o autor da biografia de Boltzmann [142, 143], para entender é necessário notar duas descrições relatadas no começo do famoso livro de Broda, Ludwig Boltzmann: Homem, Físico, Filósofo. 1) Na visão de J. Bronowski, Ludwig Boltzmann é louvado nas seguintes palavras: *"And yet one man, at the critical turn of the century, stood up for the reality of atoms on fundamental grounds of theory. He was Ludwig Boltzmann, at whose memorial I pay homage. Boltzmann was irascible, extraordinary, difficult man, an early follower of Darwin, quarrelsome and delightful, and everything that a human being should be."* 2) Paul Feyerabend escreve: *"In his realization of the hypothetical character*

of all our knowledge, Boltzmann was far ahead of his time and perhaps even our time [1]."

Ludwig Eduard Boltzmann nasceu em 20 de Fevereiro de 1844 em Landstrasse, distrito de Vienna. Ele teve suas primeiras aulas através de um professor particular na casa de sus pais. Em 1863, entrou para a Universidade de Vienna para estudar Física e recebeu o grau de Doutor em 1866. Aos 25 anos de idade se tornou Professor de Física-Matemática na Universidade de Graz. Em 1873, Boltzmann retornou para Universidade de Vienna como professor de matemática. Se casou em 1877. Ludwig Boltzmann passou 14 anos em Graz e desenvolveu neste período suas ideias sobre conceitos estatísticos na natureza. Em 1878, ele se tornou chefe da faculdade, 1885 membro do Imperial Academy of Sciences. Depois da morte de seu professor, Josef Stefan (1835-1893), Boltzmann se tornou seu sucessor na Universidade de Vienna.

Nos últimos anos de sua vida, Ludwig Boltzmann estava muito mal, com a visão comprometida, ao ponto de contratar alguém para ler para ele, sofria ainda de ataque de asma, dores fortes no peito e cabeça. Contudo, continuou dedicando sua vida à pesquisa científica. Tragicamente, enquanto estava de férias em Duino perto de Trieste, Boltzmann se suicidou. Além de todas as doenças com as quais convivia, sofria de depressão, que provavelmente atenuou após enfrentar muita resistência de outros pesquisadores [142]. Em 05 de Setembro de 1906 morre um dos maiores pensadores de todos os tempos. A cidade de Vienna demonstrou seu orgulho por este ilustre cidadão e cientista deixando registrada a seguinte frase: *"The city of Vienna and its people are proud of the man of genius who lived here, and they have endeavored to find a burial place worthy of him"* [2]. No Cemitério Central em Vienna estava seu sepulcro cuja lápide ostenta sua imagem esculpida em pedra e a equação que define uma das maiores conquistas científicas de Boltzmann: $S = k \log w$.

Dos feitos de Boltzmann, vale lembrar a que a generalização da distribuição de Maxwell, que ficou conhecida como distribuição de Maxwell-Boltzmann, é estacionária em ralação às colisões das moléculas. Uma outra conquista veio em 1872 quando de seu Teorema H (H-Theorem) que fornece uma base molecular para tendência natural de sistemas físicos se aproximarem e permanecer em um estado de equilíbrio. Este teorema estabeleceu uma conexão entre a abordagem microscópica (Mecânica Estatística) e a abordagem fenomenológica (Termodinâmica) muito mais elucidativa que antes apresentada. Além disso, uma outra técnica para se calcular a entropia de um sistema físico de uma perspectiva totalmente microscópica nasceu deste teorema. Como um corolário do Teorema-H, Boltzmann mostrou que a distribuição de Maxwell-Boltzmann é a única distribuição que permanece invariante sob colisões moleculares. Ainda, em 1876, trouxe à tona sua famosa equação de transporte que Chapman e Enskog (1916-1917) provou ser uma ferramenta extremamente poderosa para investigar propriedades de sistemas em estados fora do equilíbrio.

Termodinâmica, uma ciência que nasceu de mentes brilhantes. Mais uma vez o fim do século XIX foi presenteado com o nascimento de Josiah Willard Gibbs (1839-1903). Gibbs considerava Rudolf Clausis o pai da Mecânica-Estatística [144]. Por outro lado, foi

[1] Tradução a cargo do leitor para se evitar perda de generalidade do texto original.
[2] Tradução a cargo do leitor para se evitar perda de generalidade do texto original.

considerado por nada menos que Albert Einstein como: *"the greatest mind in American history."* (maior mente da história Americana). Willard Gibbs nasceu em 11 de Fevereiro de 1839, New Haven - Connecticut - USA. Formou em 1858 na Universidade de Yale onde conquistou o grau de Doutor em 1863. Físico-Matemático, trabalhou conjuntamente no desenvolvimento da Mecânica-Estatística e deu luz à Química-Física como ciência. Gibbs também é conhecido como o pai da Análise Vetorial em matemática. Assim, seus estudos sobre vetores se tornaram amplamente aplicados à Ciência Física.

Uma das maiores contribuições de Gibbs foi a introdução do conceito de energia livre que, hoje, é conhecido universalmente como: energia livre de Gibbs. Este conceito relaciona a tendência de um sistema físico ou químico para espontaneamente baixar sua energia e aumentar seu grau de desordem, também chamado de entropia. A equação desenvolvida por Gibbs permite que seja calculada a mudança da energia livre no processo químico, por exemplo, e analisar o quão rápido isto vai acontecer. Estes estudos promoveram um impacto significante nos aspectos teóricos e experimentais dessas ciências físicas e químicas.

No início do século XX, J. Willard Gibbs publica sua última contribuição para ciência que se torna imortalizada devido aos conteúdos por este abordados. Sob o título: *The Elementary Principles of Statistical Mechanics - 1902*, seu livro definiu os fundamentos deste novo ramo da Física que, cunhado por Gibbs, passou a se chamar Mecânica-Estatística. Infelizmente, seus achados não foram considerados automaticamente, pois eram complexo demais suas demonstrações matemática para muitos cientistas e, para os matemáticos, científico demais. Contudo, em 1901 Gibbs recebeu a Medalha Copley da Sociedade Real Britâncica (Copley Medal of the British Royal Society) que era a mais prestigiosa honra, internacional, da ciência que um cientista poderia receber. A saber, foi o início do Prêmio Nobel.

Assim, podemos resumir o nascimento da Ciência Mecânica Estatística da seguinte forma: Rudolf Clausius iniciou estudos neste sentido e chamado pai desta ciência por Gibbs; James Clerk Maxwell: Desenvolvimento da Teoria Cinética dos Gases e enunciou seu teorema conhecido como Distribuição de Maxwell que levou ao desenvolvimento de fenômenos eletrodinâmicos; Ludwig Boltzmann, este de fato foi quem contribui de forma contundente para o estudo de sistemas microscópicos e análise de estados macro. Além de generalizar o teorema de Maxwell que se tornou: Distribuição de Maxwell-Boltzmann, trouxe o conceito de seu Teorema-H que delineou o estudo do fenômeno de Transporte. Por fim, Josiah Willard Gibbs, que conjuntamente com os estudos de Maxwell e Boltzmann cunhou esta nova ciência Física, tornando a tão chamada Física Moderna e obteve como principal descoberta a regra de fases que elucidou cabalmente o entendimento dos diagramas de fase. Vale trazer à memória que o século XX, em relação à Física-Estatística, tornou-se comparável à época do Iluminismo. A partir dos meados do século XX, com base na Física-Estatística, surge uma nova perspectiva de estudo e análise de sistemas físicos: Teoria do Caos e Fractais que se relacionam ao nascimento dos estudos de Leis de Escala e Universalidade, a partir da década de 60 (1960). Logo, os estudos e abordagem à respeito de transição de fase e região de criticalidade se tornaram ainda mais contundentes. Ainda, associados ao estudo da Mecânica-Estatística, surgiram estudos sobre expoentes críticos (*Hurst Exponents*) e Sistemas Complexos.

B.2 Definições e Conceitos

Mecânica-Estatística pode ser definida como a arte de compreender as leis em sistemas microscópicos e aplicá-las na descrição da Natureza numa escala macroscópica.

B.2.1 Ensemble Micro-canônico

[3]

Considere um sistema físico composto de N partículas idênticas cerradas em um espaço de volume V. Vamos pensar em uma escala onde N fosse suficientemente grande (por exemplo de ordem 10^{23}). No limite termodinâmico, podemos dizer quando $N \to \infty, V \to \infty$, as propriedades extensiva do sistema se tornam proporcionais ao tamanho do sistema (proporcional a V ou a N) [105, 144–146], enquanto outras propriedades são referidas como intensivas. Podemos distinguir e entender estes dois diferentes tipos de propriedades da seguinte forma: considere um diamante e algumas variáveis pertinentes à este material. Sejam as variáveis tais como a dureza, a massa e o volume. Imaginem, agora, que este diamante fosse cortado (fragmentado) seguidas vezes. Claramente percebemos que seu volume e massa são proporcionais ao tamanho reduzido do material, mas a dureza deste matéria permanece constante, mesmo que esse seja reduzido a um tamanho, digamos, 10^{23} menor que o original. Aproveitando esta ordem de tamanho podemos estudar um sistema em sua forma micro no intuito de analisar alguns parâmetros. Ainda, podemos afirmar que a densidade do diamante, por exemplo, se torna uma importante variável para ser estudada para todas propriedades físicas do sistema.

De acordo com a Mecânica Quântica, as energias de uma única partícula, ε_i, são discretas e depende essencialmente do volume V para o qual elas estão confinadas. Logo, os possíveis valores para a energia, E, total são também discretas. As equações B.1 e B.2 definem, respectivamente, a quantidade total de energia do sistema e o número total de partículas neste sistema.

$$E = \sum_{i=1} n_i \varepsilon_i \tag{B.1}$$

$$N = \sum_{i=1} n_i \tag{B.2}$$

A equação B.1 não é válida quando considerarmos um valor suficientemente grande para V, pois E pode ser considerado como uma variável contínua. Veremos estas

[3] Ensemble: Pode ser definido como um conjunto cujos elementos são sistemas de partículas que servem para descrever um único sistema dado. Podemos, ainda, dizer que consiste em um número grande de réplicas do micro-estado do sistema sob a mesma condição macroscópica ou possuindo o mesmo macro-estado.

condição mais adiante.

O estado macro que pode ser analisado como função de N, V e E tal que à nível molecular há um grande números de diferentes maneiras na qual o estado macro de um dado sistema pode ser observado. Sistemas sem interações moleculares apresentarão, também, diversas maneira nas quais uma particular energia ε_i pode ser escolhida no intuito de tornar o total de energia igual a E. Considerando, para tanto, que o total de energia consiste da simples soma das energias de cada partícula que compõe o sistema. Assim, podemos afirmar que haverá um grande número de diferentes modos para o qual o total de energia do sistema pode ser distribuída entre as N partículas que constitui o dado sistema.

Cada uma destas diferentes maneiras representa um micro-estado de um dado sistema. Da mecânica quântica, cada um destes micro-estados pode ter uma particular solução aplicando a equação de Schrodinger correspondente ao auto-valor do Hamiltoniano. É plausível afirmar que para um dado macro-estado do sistema há uma número enorme de micro-estados correspondente à este macro-estado (quando nenhuma outra restrição é dita) e que em qualquer tempo t o sistema é igualmente provável de estar em qualquer um dos micro-estados [144–146]. Esta característica é a espinha dorsal do formalismo estatístico aplicado à esta mecânica, no qual exibe seu postulado: "equal a priori probabilities" para todos os micro-estados que formam um dado macro-estado.

Podemos, agora, afirmar de uma maneira mais concisa e simples que o estudo desta ciência, mecânica-estatística, traz consigo a possibilidade de tratar todos os estados da mesma forma. Precisamente: para um sistema isolado e em equilíbrio, todos os micro-estados são igualmente provável. Há de se notar que todos os micro-estados possuem a mesma energia E, a despeito de restrições que são impostas quando de pequenas pertubações no sistema que podem tornar este micro-estados serem ou não acessíveis.

Considere o número de estado de energia dado por:

$$\Omega(N, V, E)$$

e dois sistemas, A e B que estão em equilíbrio separadamente. Sejam $\Omega_A(N, V, E)$ e $\Omega_B(N, V, E)$ o número de possíveis micro-estados associados respectivamente a A e B. Agora trazendo os dois sistemas, A e B, para um contato termal, possibilitando trocas de energia entre eles e fazendo com que o número de partícula N e o volume V de ambos sistemas permaneçam constantes, isto permitiria que as únicas variáveis fossem E_A e E_B.

Assumimos que

$$E^\star = E_A + E_B = \text{constante}. \tag{B.3}$$

A composição do sistema $A^\star$ é igualmente provável para estar em qualquer um dos micro-

estados denotado por:

$$\Omega_A(N,V,E)_A\Omega_B(N,V,E)_B = \Omega_A(N,V,E)_A\Omega_B(E^\star - E_A) = \Omega^\star(E^\star, E_A) \quad \text{(B.4)}$$

As trocas de energia acontecerão, a fim de trazer os subsistemas A e B para um equilíbrio, considerando que o valor de E_A provoque um valor máximo para $\Omega^\star(E^\star, E_A)$ [144, 145]. Sejam $\bar{E_A}$ e $\bar{E_B}$ as energias em equilíbrio respectivas às energias E_A e E_B. A fim de maximizarmos $\Omega^\star$, escrevemos a equação diferencial:

$$\left(\frac{\partial\Omega_A(N,V,E)_A}{\partial E_A}\right)\Omega_B(\bar{E_B}) + \Omega_A\bar{E_A}\left(\frac{\partial\Omega_A(N,V,E)_A}{\partial E_A}\right)\frac{\partial E_B}{E_A}\frac{\partial E_B}{\partial E_A} = 0$$
$$(E_A \to \bar{E_A}, E_B \to \bar{E_B}) \quad \text{(B.5)}$$

Por fim, podemos escrever a probabilidade, p, que o sistema com uma energia fixa, E, esteja em um dado estado $|n\rangle$ como

$$p(n) = \frac{1}{\Omega(E)} \quad \text{(B.6)}$$

1. Entropia

> *"My greatest concern was what to call it. I thought of calling it "information," but the word was overly used, so I decided to call it "uncertainty." When I discussed it with John von Neumann, he had a better idea. Von Neumann told me, "You should call it entropy, for two reasons. In the first place your uncertainty function has been used in statistical mechanics under that name, so it already has a name. In the second place, and more important, nobody knows what entropy really is, so in a debate you will always have the advantage." Claude Elwood Shannon* [146–148]

A palavra entropia, do grego $\varepsilon\nu + \tau\rho\pi\eta$ (in=dentro + tropê=transformação, foi criada por Rudolf Clausius em seu trabalho publicado em 1868 que foi a pedra angular no estudo de termodinâmica. Segundo Clausius, a entropia de um sistema fechado não pode decrescer, que se refere, em termos gerais, à Segunda Lei da Termodinâmica. Entropia é uma medida física de desordem. Todo processo de conversão de energia produz entropia. Esta produção de entropia está ligada a emissão de calor e partículas [106, 149].

O conceito de entropia foi, de fato, esclarecido por Ludwig Boltzmann. Seus estudos sobre teoria mecânica do calor relacionada à probabilidade colaborou para que obtivesse êxito no entendimento de entropia. Boltzmann reescreveu a termodinâmica em termos de micro-estados de energia da matéria. Neste sentido, a entropia reflete o número de diferentes maneiras, $\Omega(n)$, que micro-estados podem ser

combinados para formar um macro-estado particular. Quanto maior o número de micro-estados para um dado macro-estado, maior a entropia. A função de entropia, representada pela letra S está bem definida para estados de equilíbrio, onde:

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

Resolvendo esta equação obtemos:

$$S_b - S_a \geq \int_a^b \frac{dQ}{T} \tag{B.7}$$

Da inequação B.7, define-se uma transformação irreversível, considerando a desigualdade, enquanto da igualdade define-se uma transformação reversível. Segundo Boltzmann, é muito improvável que água, espontaneamente, se separará em dois estados: uma porção quente e outra fria. Embora não é impossível!

Considerando, então, um sistema isolado temos que $dQ = 0$. Vê-se claramente de B.7 que teremos para um sistema isolado $S_b \geq S_a$. Nesta condição, ou seja, para qualquer transformação em um sistema fechado a entropia no estado final sempre será maior que a entropia no estado inicial. Isto implica que a entropia tende a crescer, chegando ao seu valor máximo no estado final. Considerando a expansão de um gás ideal com estados inicial e final em um sistema isolado, podemos perceber que a transformação é irreversível:

$$\Delta S = S_f - S_i = nR\ln(\frac{V_f}{V_i})$$

, logo $\Delta S > 0$, pois $V_f > V_i$. Assim, é praticamente impossível o gás voltar ao seu estado comprimido.

2. Termodinâmica

Um sistema que etá isolado de qualquer influência externa está contida em paredes adiabáticas. Quando essas paredes não são adiabáticas, são conhecidas por diatérmicas e separam dois sistemas que possuirão, então, um contato termal. Essas paredes permitem que o calor seja transmitido entre sistemas. No tocante a um sistema isolado, dizemos que atinge um estado de equilíbrio quando nenhuma mudança neste sistema é mais observado após um longo período de tempo; podemos afirmar que o sistema relaxou. Com essas ideias em mente vamos discutir as seguintes Leis da Termodinâmica:

- Lei Zero: Se dois sistemas estão em equilíbrio com um terceiro, então todos estão em equilíbrio. Ou, seja, equilíbrio é uma propriedade transitiva.

- Primeira Lei da Termodinâmica: A quantidade de trabalho que é requerido para mudar de estado, um sistema isolado, independe de como o trabalho será realizado. Esta lei elucida o princípio da conservação de energia e que há, de fato, muitas maneiras de mudar a energia do sistema. Podemos entender que há uma função de estado do sistema, $E(P, V)$, que representa energia. Poderíamos realizar uma quantidade W de trabalho em um sistema isolado, como por exemplo: balançando o sistema, rotacionando, ou até mesmo inserindo um fio e um resistor dentro do sistema com uma corrente passando através dele. Indiferentemente do método, a variação de energia sempre vai ser percebida como $\Delta E = W$. Ainda, a interpretação desta lei traz o princípio de que a energia não pode ser criada ou destruída, apenas transformada. A energia se mantém constante se transformando, por exemplo: de calor para trabalho, de potencial químico para luz, etc.

  Para sistemas que não estejam isolados, esta variação de energia não é igual ao trabalho realizado. Neste caso temos que

  $$\Delta E = Q + W$$

  onde Q significa a quantidade de energia que é transferia para o sistema que não contabilizada pelo trabalho realizado. Essa quantidade Q aparece devida à diferença de temperatura e a chamamos de calor [144–146]. Temos que ter o cuidado de não afirmar que calor é um tipo de energia. Este é simplesmente um processo de transferência de energia. Não podemos dividir a energia $E(P, V)$ do sistema em calor e trabalho. Muito menos podemos escrever: $E = Q + W$, pois nem Q nem W são funções de estado.

  Segunda Lei da Termodinâmica:

  > *The law that entropy always increases holds, I think, the supreme position among the laws of nature. . . . if your theory is found to be against the second law of thermodynamics, I can give you no hope; there is nothing for it but to collapse in deepest humiliation. Sir Arthur Eddington, 1929* [149]

  Segundo William Thomson (Lord Kelvin), É impossível, por meio de uma matéria inanimada, conseguir algum efeito mecânico refrigerando a matéria à uma temperatura abaixo da temperatura mais fria de qualquer objeto em sua vizinhança. Ainda, Não existe qualquer processo cujo único efeito é extrair calor de uma fonte quente e convertê-la inteiramente em trabalho. Equivalentemente, Clausius afirma que não há nenhum processo possível cujo único efeito é transferir calor de um corpo mais frio para um mais quente. Assim, podemos entender quando Max Planck diz que não existe uma máquina cujo movimento é perpétuo [145, 149].

  Por isso, é inadmissível que se pregue a possibilidade de extrair energia do meio ambiente sem que qualquer outra coisa no meio seja alterada. Como as Leis (I e II) da Termodinâmica permanecem incontestáveis, afirmamos que esta maquina nunca existiu, não existe e, muito provavelmente jamais existirá.

Este é o princípio de que não existe comida de graça (*No Free Lunch*. A recusa da Mãe Natureza de dar aos seus filhos tal alimento (de graça) é nada mais, nada menos, do que a junção da Primeira e Segunda Leis da Termodinâmica. Esta condição esclarece o laço entre energia e entropia que, de tamanha é sua importância, são às vezes chamadas de "constituição do universo" [149].

- Terceira Lei da Termodinâmica: Esta é também conhecida por Postulado de Nernst. A terceira lei forne uma escala absoluta para a entropia. Matematicamente temos,

$$\lim_{T\to 0} S(T) = 0$$

Sabemos da definição de Boltzmann que, quando $T = 0$, a entropia é simplesmente o logaritmo natural da degeneracidade do estado do sistema. A consequência imediata da terceira lei é que as capacidades térmica devem decrescer conforme $T \to 0$. Temos que:

$$S(b) - S(a) = \int_a^b \frac{C_v}{T}\, dT$$

Se a entropia à temperatura zero é finita, então a integral acima deve convergir. Vale notar que esta lei não se aplica para a mecânica clássica quando um sistema obtivesse um número muito grande de estados fundamentais (por exemplo, estudo de gases ideais clássicos). Por outro lado, pensando em mecânica quântica, não ocorrem um tal grande número de estados degenerados. Como não é escopo deste trabalho, fica a cargo do leitor pensar sobre variações no hamiltoniano que poderiam gerar um grande número de estados, porém a aplicação da terceira lei da termodinâmica seria uma consequência dos problemas de auto-valores de grandes matrizes.

Após esta breve explanação sobre os conceitos da termodinâmica, podemos perceber que a segunda lei da termodinâmica leva à uma propriedade, entropia, que permite tratar a segunda lei quantitativamente relativo aos processos. Trazendo à tona a equação B.6, esta distribuição de probabilidade é conhecida como *ensemble* micro-canônico. A quantidade de estados, $\Omega(E)$, é imensa, tal que pensar em uma quantidade fixa para avaliar algum fenômeno chega a ser algo sem sentido. Por exemplo: suponha que tenhamos $N \sim 10^{23}$ partículas, cada uma destas pode assumir um único dois dois estados quânticos - spin voltado pra cima; spin voltado pra baixo. Assim, o número total de micro-estados do sistema é de $\Omega(E) = 2^{10^{23}}$. Não é difícil considerar que um número desta ordem não tem um significado físico de fato. Vale pensar em $2^{10^{23}}$ como uma distância em escala: efetivamente é a mesma distância quer seja medido em escala micro ou anos-luz [145].

A entropia, segundo Boltzmann, pode ser definida como:

$$S(E) = k_B \log \Omega(E) \tag{B.8}$$

onde k_B é uma constante fundamental, conhecida como a constante de Boltzmann. Sua dimensão é medida em Joules por Kelvin cujo valor é dado por:

$$k_B \approx 1.381 \times 10^{-23} JK^{-1} \tag{B.9}$$

O logaritmo é natural (base neperiana). Tomamos o logaritmo para redimensionar o número de estados que é da ordem $\Omega \sim e^N$. Assim a entropia é meramente proporcional ao número de partículas no sistema, $S \sim N$. Ainda, possui como consequência que a entropia é uma quantidade aditiva: consideramos dois sistemas sem interações entre eles com energias E_1 e E_2, respectivamente. O número total de estados de ambos sistemas é $\Omega(E1, E2) = \Omega_1(E1)\Omega_2(E2)$, enquanto a entropia para ambos os sistemas é $S(E_1, E_2) = S1(E_1) + S_2(E_2)$.

Da equação B.5, podemos escrever:

$$\left(\frac{\partial \Omega_A(N, V, E)_A}{\partial E_A}\right) = \left(\frac{\partial \Omega_A(N, V, E)_A}{\partial E_A}\right)$$

considerando $\frac{\partial E_B}{\partial E_A} = -1$ da equação B.3. Logo, a condição de equilíbrio dos sistemas A e B se reduz à igualdade dos parâmetros β_A e β_B, respectivamente, onde β é definido por [144, 145]:

$$\beta \equiv \left(\frac{\partial \ln \Omega(N, V, E)}{\partial E}\right)_{N,V,E\to\bar{E}} \tag{B.10}$$

Assim, dois sistemas, quando trazidos para um contato térmico que permite troca de energia entre eles, atingem o equilíbrio não existindo mais trocas de energia entre eles. Este equilíbrio térmico acontece quando os parâmetros β_A e β_B se equivalem. Podemos inferir que o parâmetro β da equação B.10 está relacionada à temperatura termodinâmica, T, de um dado sistema. Para determinar esta relação recorremos a equação

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right) = \left(\frac{1}{\partial T}\right) \tag{B.11}$$

onde S representa a entropia do sistema. Das equações B.10 e B.11, concluímos que há, de fato, uma forte relação entre a quantidade termodinâmica, S, e a quantidade estatística Ω. Para qualquer sistema físico, podemos escrever:

$$\frac{\Delta S}{\Delta \ln \Omega} = \frac{1}{\beta T} = \text{constante} \tag{B.12}$$

Boltzmann foi o primeiro a estabelecer esta correspondência, Termodinâmica - Mecânica Estatística. Ainda argumentou que, uma vez que estas abordagens possuem um caráter

fundamental, a constante na equação B.12 dever ser uma constante universal. Plank foi o primeiro a escrever, explicitamente a relação $S = k \ln \Omega$ que determina o valor absoluto da entropia de um dado sistema físico em função do número total de micro-estados em conformidade com o dado macro-estado. Assim a equação B.8 é de importância fundamental em física, pois fornece uma ponte entre estado microscópico e macroscópico.

Referências Bibliográficas

[1] Tobias Adrian and Hyun Song Shin. Liquidity and financial cycles. 2008.

[2] Jan Klingelhöfer and Rongrong Sun. Macroprudential Policy, Central Banks and Financial Stability: Evidence from China. Technical Report 79033, University Library of Munich, Germany, Feb 2017.

[3] Lawrence H Summers. International financial crises: causes, prevention, and cures. *The American Economic Review*, 90(2):1–16, 2000.

[4] Domenico Lombardi and Pierre L. Siklos. Benchmarking macroprudential policies: An initial assessment. Technical Report 2016-60, Centre for Applied Macroeconomic Analysis, Crawford School of Public Policy, The Australian National University, Sep 2016.

[5] Alícia Tabata and Benjamin Miranda Tabak. Testes do conteúdo informacional das decisões de política monetária. 2004.

[6] Henrique de Campos Meirelles. Atuação do banco central frente à crise global. `http://www.bcb.gov.br/?APRES20081106a`, 2008.

[7] Didier Sornette, Anders Johansen, and Jean-Philippe Bouchaud. Stock market crashes, precursors and replicas. *Journal de Physique I*, 6(1):167–175, 1996.

[8] James A Feigenbaum and Peter GO Freund. Discrete scale invariance in stock markets before crashes. *International Journal of Modern Physics B*, 10(27):3737–3745, 1996.

[9] Nicolas Vandewalle, Marcel Ausloos, Ph Boveroux, and A Minguet. How the financial crash of october 1997 could have been predicted. *The European Physical Journal B-Condensed matter and Complex Systems*, 4(2):139–141, 1998.

[10] Laurent Laloux, Marc Potters, Rama Cont, J-P Aguilar, and J-P Bouchaud. Are financial crashes predictable? *EPL (Europhysics Letters)*, 45(1):1, 1999.

[11] Eugene N. White. The stock market boom and crash of 1929 revisited. *The Journal of Economic Perspectives*, 4(2):67–83, 1990.

[12] Didier Sornette. *Why Stock Markets Crash - Critical Events in Complex Financial Systems*. Princeton University Press, 2003.

[13] Philip Ball. *Why society is a complex matter meeting twenty-first century challenges with a new kind of science*. Springer, Berlin New York, 2012.

[14] The Guardian. Japan suffers biggest single-day stock drop for 20 years. https://www.theguardian.com/business/2008/oct/10/japan-markets-creditcrunch.

[15] The crises, the fall out, the change. https://www.clevelandfed.org/newsroom-and-events/multimedia-storytelling/recession-retrospective.aspx, 2017.

[16] Amos Tversky and Daniel Kahneman. The framing of decisions and the psychology of choice. *Science*, 211:453–458, jan 1981.

[17] A. Kirman. *Complex Economics: Individual and Collective Rationality*. Routledge, 2010.

[18] G. Tedeschi, G. Iori, and M. Gallegati. The role of communication and imitation in limit order markets. *European Physical Journal B*, 71(4):489–497, 2009.

[19] Rosario N. Mantegna and H. Eugene Stanley. *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge University Press, 0 edition, nov 1999.

[20] Jean-Philippe Bouchaud and Marc Potters. *Theory of financial risk and derivative pricing*. Cambridge Univ. Press, 2. ed edition, 2003.

[21] Blake le Baron. *IN: Handbook of Computational Economics. L. Tesfatsion and K. Judd eds.*, chapter Agent-based Computational Finance, pages 1187–1232. North-Holland, 2006.

[22] Blake le Baron. Chaos and nonlinear forecastability in economics and finance. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London (A)*, 348:397–404, 1994.

[23] N. F. Johnson, P. Jefferies, and P. M. Hui. *Financial Market Complexity: What Physics Can Tell Us About Market Behaviour*. Oxford University Press, 2003.

[24] Johannes Voit and Robert W Lourie. The statistical mechanics of financial markets. *Physics today*, 55(8):080000–52, 2002.

[25] Mark McDonald, Omer Suleman, Stacy Williams, Sam Howison, and Neil F. Johnson. Impact of unexpected events, shocking news and rumours on foreign exchange market dynamics. *Phys. Rev. E*, 77:046110, 2008.

[26] D.O. Cajueiro. Enforcing social behavior in an ising model with complex neighborhoods. *Physica. A*, 390:1695–1703, 2011.

[27] Y. Malevergne *, V. Pisarenko, and D. Sornette. Empirical distributions of stock returns: between the stretched exponential and the power law? *Quantitative Finance*, 5(4):379–401, 2005.

[28] Joseph L. McCauley. *Dynamics of Markets: Econophysics and Finance*. Cambridge University Press, 2004.

[29] Anatoly B. Schmidt. *Quantitative Finance for Physicists: An Introduction (Academic Press Advanced Finance)*. Academic Press, dec 2004.

[30] H.E. Stanley, V. Afanasyev, L.A.N. Amaral, S.V. Buldyrev, A.L. Goldberger, S. Havlin, H. Leschhorn, P. Maass, R.N. Mantegna, C.-K. Peng, P.A. Prince, M.A. Salinger, M.H.R. Stanley, and G.M. Viswanathan. Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from {DNA} and physiology to econophysics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 224(1–2):302 – 321, 1996. Dynamics of Complex Systems.

[31] H STANLEY, L AMARAL, P Gopikrishnan, P IVANOV, T Keitt, and V Plerou. Scale invariance and universality: organizing principles in complex systems. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 281:60–68, 2000.

[32] Victor M. Yakovenko. *Econophysics, Statistical Mechanics Approach to*, pages 247–273. Springer New York, New York, NY, 2011.

[33] Stephen Wolfram. Statistical mechanics of cellular automata. *Reviews of Modern Physics*, 55(3/4), jul 1983.

[34] F. M. Stefan and A. P. F. Atman. Is there any connection between the network morphology and the fluctuations of the stock market index? *PHYSICA A-Statistical Mechanics and its Applications*, 419:630–641, 2015.

[35] Melanie Mitchell. *Complexity: A Guided Tour*. Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA, 2009.

[36] R. Cont. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2):223–236, 2001.

[37] L. Bakker, W. Hare, and H. Khosravi. A social network model of investment behaviour in the stock market. *Physica A*, 389:1223–1229, 2009.

[38] Steven Achelis. *Technical Analysis from A to Z.* McGraw-Hill, 4a edition, 2000.

[39] John J. Murphy and John J. Murphy. *Technical analysis of the financial markets*. New York Institute of Finance, Fishkill, N.Y., 1999.

[40] Alessio Emanuele Biondo, Alessandro Pluchino, Andrea Rapisarda, and Dirk Helbing. Are Random Trading Strategies More Successful than Technical Ones? *PLoS one*, 8(7):e68344–, jul 2013.

[41] Nino. Boccara. *Modeling Complex Systems*. Springer, 2004.

[42] Ling Feng, Baowen Li, Boris Podobnik, Tobias Preis, and H. Eugene Stanley. Linking agent-based models and stochastic models of financial markets. 109(22):8388–8393, 2012.

[43] Estimation of an agent-based model of investor sentiment formation in financial markets. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36(8):1284 – 1302, 2012.

[44] Nino Boccara. *Modeling complex systems*. Springer Science & Business Media, 2010.

[45] T. Lux and M. Marchesi. Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market. *Nature*, 397:498–500, 1999.

[46] Benoit B. Mandelbrot. Self-affine fractals and fractal dimension. *Physica Scripta*, 32:257–260, 1985.

[47] Benoit B Mandelbrot. A multifractal walk down wall street. *Scientific American*, 280(2):70–73, 1999.

[48] P. Bak. *How nature works: the science of self-organized criticality*. Copernicus Series. Copernicus, 1996.

[49] D.L. Turcotte. Self-organized criticality. *Report on Progress in Physics*, 62(10):1377–1429, 1999.

[50] J. Doyne Farmer and N. Zamani. Mechanical vs. informational components of price impact. *The European Physical Journal B*, 55(2):189–200, Jan 2007.

[51] Bradford Cornell. What moves stock prices: Another look. *The Journal of Portfolio Management*, 39(3):32–38, 2013.

[52] David M Cutler, James M Poterba, and Lawrence H Summers. What moves stock prices? *The Journal of Portfolio Management*, 15(3):4–12, 1989.

[53] Szabolcs Mike and J Doyne Farmer. An empirical behavioral model of price formation. *arXiv preprint physics/0509194*, 2005.

[54] Per Bak, Maya Paczuski, and Martin Shubik. Price variations in a stock market with many agents. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 246(3-4):430–453, 1997.

[55] J. Doyne Farmer, E. Smith, and M. Shubik. Economics: The next physical science? *ArXiv Physics e-prints*, jun 2005.

[56] Fabrizio Lillo and J Doyne Farmer. The long memory of the efficient market. *Studies in nonlinear dynamics & econometrics*, 8(3), 2004.

[57] Fabrizio Lillo and Rosario N Mantegna. Power-law relaxation in a complex system: Omori law after a financial market crash. *Physical Review E*, 68(1):016119, 2003.

[58] Vasiliki Plerou, Parameswaran Gopikrishnan, Xavier Gabaix, and H Eugene Stanley. Quantifying stock-price response to demand fluctuations. *Physical Review E*, 66(2):027104, 2002.

[59] Marc Potters and Jean-Philippe Bouchaud. More statistical properties of order books and price impact. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 324(1):133–140, 2003.

[60] Jean-Philippe Bouchaud, Julien Kockelkoren, and Marc Potters. Random walks, liquidity molasses and critical response in financial markets. *Quantitative finance*, 6(02):115–123, 2006.

[61] Marcus G Daniels, J Doyne Farmer, László Gillemot, Giulia Iori, and Eric Smith. Quantitative model of price diffusion and market friction based on trading as a mechanistic random process. *Physical review letters*, 90(10):108102, 2003.

[62] Eugene F Fama. The behavior of stock-market prices. *The journal of Business*, 38(1):34–105, 1965.

[63] Benoit Mandelbrot. The variation of certain speculative prices. *The journal of business*, 36(4):394–419, 1963.

[64] Benoit B. MANDELBROT. *THE FRACTAL GEOMETRY of NATURE*. W. H. Freeman, New York, 1982.

[65] Benoit Mandelbrot and Richard L Hudson. *The Misbehavior of Markets: A fractal view of financial turbulence*. Basic books, 2007.

[66] M. E. J. Newman, S. H. Strogatz, and D. J. Watts. Random graphs with arbitrary degree distribution and their applications. *Physical Review E*, 64:026118, 2001.

[67] Réka Albert and Albert-Lászlo Barabàsi. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, 74:47–97, jan 2002.

[68] Yi-ming Wei et al. The cellular automaton model of investment behavior in the stock market. *Physica A*, 325:507–516, sep 2003.

[69] Ying Fan et al. The effect of investor psychology on the complexity of stock market: An analysis based on cellular automaton model. *Computers & Industrial Engineering*, 56:63–69, 2009.

[70] F.M. Stefan. Influência da morfologia da rede de investidores no modelo comportamental para o mercado de ações. Master's thesis, August 2013.

[71] F. C. Santos and J. M. Pacheco. Scale-free networks provide a unifying framework for the emergence of cooperation. *Phys. Rev. Lett.*, 95:098104, Aug 2005.

[72] M. E. J. Newman. Models of the small world. *Journal of Statistical Physics*, 101(3/4):819–841, apr 2000.

[73] Albert-Lászò Barabàsi and Réka Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286:509–512, oct 1999.

[74] Guido Caldarelli. *Large scale structure and dynamics of complex networks: from information technology to finance and natural science*, volume 2. World Scientific, 2007.

[75] David Easley and Jon Kleinberg. Networks, crowds, and markets. *Cambridge Univ Press*, 6(1):1–6, 2010.

[76] Reuven Cohen and Shlomo Havlin. *Complex networks: structure, robustness and function*. Cambridge university press, 2010.

[77] Jeffrey Travers and Stanley Milgram. The small world problem. *Phychology Today*, 1:61–67, 1967.

[78] Elizabeth DeVita–Raebu. If osama's only 6 degrees away, why can't we find him? *DISCOVER Magazine*, February 2008.

[79] Sebastian Schnettler. A structured overview of 50 years of small-world research. *Social Networks*, 31(3):165–178, 2009.

[80] Eric Horvitz and Jure Leskovec. Planetary-scale views on an instant-messaging network. *Redmond-USA: Microsoft Research Technical Report*, 2007.

[81] Kausik Gangopadhyay. Interview with eugene h. stanley. *IIM Kozhikode Society & Management Review*, 2(2):73–78, 2013.

[82] Joseph L. McCauley. *Dynamics of Markets: The New Financial Economics*. Cambridge University Press, 2 edition, 2009.

[83] H.R. Varian. *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*. Norton, 2011.

[84] Nasdaq. `http://www.nasdaq.com/investing/glossary/`.

[85] Fabozzi Frank J., Modigliani Frank P., and Jones Frank. *Foundations of Financial Markets and Institutions*. Pearson Education (US), 4a edition, 2009.

[86] BM&FBOVESPA. Educacional cursos. `http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/educacional/cursos/cursos.aspx?idioma=pt-br`, 2013.

[87] Investopedia. `http://www.investopedia.com/articles/`.

[88] Comissão de Valores Mobiliários CVM. `http://www.cvm.gov.br`.

[89] M.J. Pring. *Technical Analysis Explained: The Successful Investor's Guide to Spotting Investment Trends and Turning Points*. McGraw-Hill Education, 2002.

[90] NYSE. `https://www.nyse.com/index`.

[91] Robert Davis Edwards and John. Magee. *Technical analysis of stock trends / by Robert D. Edwards and John Magee*. J. Magee Springfield, Mass, [5th ed.]. edition, 1969.

[92] Jose L. Cardoso. Confusion de confusiones: ethics and options on seventeenth-century stock exchange markets. *Financial History Review*, 9(1):109–123, 2002.

[93] Charles Kirkpatrick and Julie Dahlquist. *Technical Analysis: The Complete Resource for Financial Market Technicians*. FT Press, first edition, 2006.

[94] Eugene F. Fama. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2):383–417, 1970.

[95] Jandik T. Clarke, J. and G. Mandelker. *The efficient markets hypothesis-Expert Financial Planning: Advice from Industry Leaders*. 2001.

[96] J. Welles Wilder. *New Concepts in Technical Trading Systems*. Trend Research; Pristine Condition Like New edition, 1978.

[97] Denis Kwiatkowski, Peter CB Phillips, Peter Schmidt, and Yongcheol Shin. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of econometrics*, 54(1-3):159–178, 1992.

[98] William Feller. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, volume 1. Wiley, January 1968.

[99] R. Durrett. *Probability: Theory and Examples*. Duxbury, 2011.

[100] R.M. Dudley. *Real Analysis and Probability*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics. Cambridge University Press, 2002.

[101] Seth Lloyd. Measures of complexity: a nonexhaustive list. *IEEE Control Systems Magazine*, 21(4):7–8, 2001.

[102] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *SIGMOBILE Mob. Comput. Commun. Rev.*, 5(1):3–55, jan 2001.

[103] M. Buchanan. *The social atom: Why the rich get richer, cheaters get caught, and your neighbor usually looks like you*. Bloomsbury, 2007.

[104] Yaneer Bar-Yam. *Dynamics Of Complex Systems (Studies in Nonlinearity)*. Westview Press, jul 2003.

[105] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Statistical Physics*. Number v. 5. Elsevier Science, 2013.

[106] Mehran Kardar. *Statistical Physics of Particles*. Cambridge University Press, 1 edition, 2007.

[107] Martin J Pring. *Investment psychology explained: Classic strategies to beat the markets*. John Wiley & Sons, 1995.

[108] Eric Bonabeau. Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(suppl 3):7280–7287, 2002.

[109] Yaneer Bar-Yam. From big data to important information. *arXiv:1604.00976 [physics.soc-ph]*, April 2016.

[110] Sven Lübeck. Universal scaling behavior of non-equilibrium phase transitions. *International Journal of Modern Physics B*, 18(31n32):3977–4118, 2004.

[111] Yaneer Bar-Yam. Why Complexity is Different. March 2017.

[112] John Toner and Yuhai Tu. Long-range order in a two-dimensional dynamical XY model: How birds fly together. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4326–4329, Dec 1995.

[113] D. Sornette. Endogenous versus exogenous origins of crises. Dec 2004.

[114] Thomas Lux. The socio-economic dynamics of speculative markets: interacting agents, chaos, and the fat tails of return distributions. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 33(2):143 – 165, 1998.

[115] T. Lux. *Applications of statistical physics in finance and economics*. 2009.

[116] Thomas Lux. *Emergent Statistical Wealth Distributions in Simple Monetary Exchange Models: A Critical Review*, pages 51–60. Springer Milan, 2005.

[117] Parameswaran Gopikrishnan, Vasiliki Plerou, Luís A. Nunes Amaral, Martin Meyer, and H. Eugene Stanley. Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices. *Phys. Rev. E*, 60:5305–5316, Nov 1999.

[118] Yanhui Liu, Parameswaran Gopikrishnan, Cizeau, Meyer, Peng, and H. Eugene Stanley. Statistical properties of the volatility of price fluctuations. *Phys. Rev. E*, 60:1390–1400, Aug 1999.

[119] D. J. Watts and S. H. Strogatz. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393:440, 1998.

[120] Alan Kirman, Jernej Copic, and Matthew Jackson. Identifying community structures from network data via maximum likelihood methods. *The B.E. Journal of Theoretical Economics*, 9(1):Article 30, 2009.

[121] M. E. J. Newman. Models of the small world. *Journal of Statistical Physics*, 101(3):819–841, 2000.

[122] H.O. Peitgen. *Chaos and Fractals*. Springer London, 2004.

[123] B.J. West. *Fractal Physiology and Chaos in Medicine*. Studies of nonlinear phenomena in life sciences. World Scientific Publishing Company, 2013.

[124] J. Doyne Farmer1 and Duncan Foley. The economy needs agent-based modelling. *Nature*, 460:685–686, 2009.

[125] G. Iori, M. G. Daniels, J. D. Farmer, L. Gillemot, S. Krishnamurthy, and E. Smith. An analysis of price impact function in order-driven markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 324(1-2):146–151, Jun 2003.

[126] John Von Neumann and Oskar Morgenstern. *Theory of games and economic behavior*. Princeton university press, 2007.

[127] Martin Gardner. Mathematical games: The fantastic combinations of john conway's new solitaire game "life". *Scientific American*, 223(4):120–123, 1970.

[128] Tanya Araújo and Francisco Louçã. Modeling a multi-agents system as a network. *International Journal of Agent Technologies and Systems*, 1:17–29, 2009.

[129] Damien Challet, Matteo Marsili, and Yi-Cheng Zhang. *Minority Games: Interacting agents in financial markets*. Oxford University Press, 2004.

[130] N. F. Johnson, D. Lamper, P. Jefferies, M. L. Hart, and S. Howison. Application of multi-agent games to the prediction of financial time series. *Physica A*, 299:222, 2001.

[131] B. LeBaron. Agent-based computational finance: Suggested readings and early research. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24(5-7):679–702, 2000.

[132] Dirk Helbing. Agent-based modeling. In *Social self-organization*, pages 25–70. Springer, 2012.

[133] A. P. F. Atman and Bruna Amin Goncalves. Influence of the investor's behavior on the complexity of the stock market. *Brazilian Journal of Physics*, 42:137–145, 2012.

[134] S.G. Abaimov, D.L. Turcotte, R. Shcherbakov, and J.B. Rundle. Recurrence and interoccurrence behavior of self-organized complex phenomena. 14(4):455–464, 2007.

[135] J. Von Neumann. Theory of self-reproducing automata. 1966.

[136] Stephen Wolfram. Universality and complexity in cellular automata. *Physica D*, pages 1–35, 1984.

[137] Stephen Wolfram. *Theory and Applications of Cellular Automata*. World Scientific, 1986.

[138] S. N. Dorogovtsev, A. V. Goltsev, and J. F. F. Mendes. Critical phenomena in complex networks. *Review Modern Physics*, 80:1275, 2008.

[139] Blake le Baron and Ryuichi Yamamoto. The impact of imitation on long-memory in an order driven market. *Eastern Economic Journal*, 34:504–517, 2008.

[140] Lewis Campbell and William Garnett. *The Life of James Clerk Maxwell: With a Selection from his Correspondence and Occasional Writings and a Sketch of his Contributions to Science*. Cambridge Library Collection - Physical Sciences. Cambridge University Press, 2010.

[141] D. S. L. Cardwell. *From Watt to Clausius: the rise of thermodynamics in the early industrial age, [by] D. S. L. Cardwell*. Heinemann Educational London, 1971.

[142] Ali Eftekhari. Ludwig boltzmann (1844 – 1906). 2003.

[143] Ali Eftekhari. Ludwig boltzmann (1844 – 1906), January 2003. This is a complete personal biography of Ludwig Boltzmann and his philosophical works!

[144] R.K. Pathria and P.D. Beale. *Statistical Mechanics*. Elsevier Science, 1996.

[145] Kerson Huang. *Introduction to statistical physics*. CRC press, 2009.

[146] Constantino Tsallis et al. *Introduction to nonextensive statistical mechanics*, volume 34. Springer, 2009.

[147] Myron Tribus and Edward C McIrvine. Energy and information. *Scientific American*, 225:179–188, 1971.

[148] Dénes Petz. Entropy, von neumann and the von neumann entropy. *arXiv preprint math-ph/0102013*, 2001.

[149] Reiner Kümmel. *The second law of economics: energy, entropy, and the origins of wealth*. Springer Science & Business Media, 2011.