



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DE ELABORAÇÃO DE CARDÁPIOS NUTRICIONAIS

RAFAELA PRISCILA CRUZ MOREIRA

Orientadora: Prof^ª Dr^ª. Elizabeth Fialho Wanner
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientadores: Prof. Dr. Flávio Vinícius Cruzeiro Martins e Prof. Dr. João Fernando Machry Sarubbi
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

BELO HORIZONTE
11 DE AGOSTO DE 2022

RAFAELA PRISCILA CRUZ MOREIRA

MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DE ELABORAÇÃO DE CARDÁPIOS NUTRICIONAIS

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional.

Linha de pesquisa: Sistemas Inteligentes.

Orientadora: Prof^a Dr^a. Elizabeth Fialho Wanner
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientadores: Prof. Dr. Flávio Vinícius Cruzeiro Martins
e Prof. Dr. João Fernando Machry Sarubbi
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL
BELO HORIZONTE
11 DE AGOSTO DE 2022

M838m Moreira, Rafaela Priscila Cruz
Modelagem matemática para o problema de elaboração de cardápios
nutricionais / Rafaela Priscila Cruz Moreira. – 2022.
137 f.

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Modelagem Matemática e Computacional.

Orientadora: Elizabeth Fialho Wanner.

Coorientadores: Flávio Vinícius Cruzeiro Martins e João Fernando Machry
Sarubbi.

Tese (doutorado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas
Gerais.

1. Cardápios – Modelos matemáticos – Teses. 2. Otimização matemática –
Teses. 3. Escolas públicas – Serviços de alimentação – Teses. I. Wanner,
Elizabeth Fialho. II. Martins, Flávio Vinícius. III. Sarubbi, João Fernando
Machry. IV. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.
III. Título.

CDD 519.3



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DE ELABORAÇÃO DE CARDÁPIOS NUTRICIONAIS.

Tese de Doutorado apresentada por **Rafaela Priscila Cruz Moreira**, em 31 de março de 2022, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof^a. Dr^a. Elizabeth Fialho Wanner

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Flávio Vinícius Cruzeiro Martins (Coorientador)

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. João Fernando Machry Sarubbi (Coorientador)

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. André Rodrigues da Cruz

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof^a. Dr^a. Helena Siqueira Vassimon

Universidade Paulista

Prof. Dr. Sérgio Ricardo de Souza

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Gustavo Campos Menezes

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

Prof^a. Dr^a. Elizabeth Fialho Wanner

Presidenta do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em
Modelagem Matemática e Computacional

Dedico esta tese, primeiramente, a Deus, pois sem Ele seria impossível chegar até aqui. A toda a minha família e amigos pela paciência e por entenderem a minha ausência. Aos meus professores pelo conhecimento compartilhado. À minha orientadora e aos meus coorientadores pela paciência infinita. Enfim, a cada um que contribuiu, direta ou indiretamente, para a conclusão dessa etapa.

Agradecimentos

Começo esse agradecimento com as seguintes frases de [McCraven e Rocha \(2017\)](#):

“- Se você quer mudar o mundo... encontre alguém que o ajude a remar.”

“- Ninguém consegue remar sozinho e só uma boa equipe pode nos ajudar a cumprir o nosso destino.”

Agradecer é uma forma de dizer para quem nos ajuda a remar o quanto elas são importantes nesse processo. E por isso, agradeço a todos que de alguma forma participaram destes longos anos do meu doutorado.

Agradeço a Deus, por cuidar de mim e me dar forças para chegar até aqui, pois não foi nada fácil.

Agradeço à minha mãe Ivânia, ao meu pai João, aos meus irmãos Mariana, Gabriel e Maria Eduarda e toda a minha família por acreditarem em mim e me apoiarem a todo o momento. Agradeço ao meu esposo Willian por me ajudar nos momentos mais difíceis.

Agradeço a minha tia Ana pelas “aulas de nutrição” e por sanar todas as minhas dúvidas relacionadas à alimentação escolar. Você foi essencial!!

Agradeço aos amigos da Igreja Pentecostal Salvando Vidas, em especial ao Pastores Jardel, Cláudia, Débora, Marly e Estela. Aos meus amigos Cintia, Tiago, Marcone, Sara, David e Rômulo pelas orações e apoio. Agradeço também a Isa que me acolheu como filha! Agradeço à minha amiga Flávia e ao Raphael por tudo que fizeram por mim nessa caminhada.

Agradeço à minha orientadora Elizabeth Wanner e aos meus coorientadores Flávio Cruzeiro e João Sarubbi pela paciência, incentivo, companheirismo, amizade e principalmente por não desistirem de mim e nem me deixarem desistir.

Agradeço aos colegas do LSI (Laboratório de Sistemas Inteligentes) e SORAI (Solutions in Operations Research and Artificial Intelligence), em especial a Karina, ao Jorge do Apoio, a todos do DECOM e do PPGMMC, por tudo que fizeram por mim.

Agradeço a todos os professores, funcionários e alunos do CEFET-MG pelo conhecimento compartilhado e amizade.

Agradeço às nutricionistas Ana Elise e Catarina da UFU-MG por todo o conhecimento compartilhado.

Agradeço aos meus amigos professores do UNIBH que estiveram na torcida para esse momento chegar.

Agradeço às agências de fomento FAPEMIG e CAPES, ao CEFET-MG e ASTON University pelo apoio financeiro.

“O Senhor é a minha força e o meu escudo; n’Ele o meu coração confia, e dele recebo ajuda. Meu coração exulta de alegria, e com o meu cântico lhe darei graças.” (Salmos 28:7)

Resumo

Esta tese aborda o Problema de Elaboração de Cardápios, apresentando dois modelos matemáticos para gerar cardápios escolares que atendam aos requisitos do Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE). As duas modelagens têm como função objetivo minimizar o custo total do cardápio. Na primeira modelagem, deseja-se gerar cardápios para 5 dias e tem-se as seguintes restrições: composição; cor; consistência; variedade; limites mínimos e máximos de: carboidratos, lipídeos e proteínas e limites máximos de sódio e gordura saturada. Na segunda modelagem, deseja-se criar cardápios para n dias e foram consideradas restrições relacionadas à: composição; variedade; limites nutricionais de nutrientes como: carboidratos, proteínas, lipídios, gordura saturada, sódio e açúcar adicionado; oferta mínima de: alimentos *in natura* ou minimamente processados, incluindo porções semanais de frutas, verduras e legumes; oferta mínima semanal de: vitamina A, alimentos com ferro heme e fontes de vitamina C quando há alimentos com ferro não-heme; limite máximo de: margarina, lácteos adoçados e produtos cárneos e por fim, combinação e rejeição de preparações. Os cardápios foram obtidos resolvendo os modelos matemáticos lineares propostos por meio de um pacote de software de programação matemática de alto desempenho (*IBM CPLEX Optimizer*). Os aspectos qualitativos dos cardápios obtidos foram avaliados por meio do IQ COSAN - Índice de Qualidade da Coordenação de Segurança Alimentar Nutricional. Os resultados mostraram que os cardápios, tanto da primeira modelagem, quanto da segunda estão adequados ao IQ COSAN e às recomendações do PNAE. Os custos foram adequados, tendo em conta o recurso financeiro disponibilizado para as escolas. Aspectos culturais do cardápio foram contabilizados por meio das comidas e preparações culinárias incluídas no programa. Os resultados mostraram que os cardápios gerados pelos modelos são viáveis e adequados quantitativa e qualitativamente para a elaboração de cardápio escolar. Esse estudo viabiliza e contribui para o cenário pandêmico de obesidade mundial, apresentando cardápios que introduzem hábitos alimentares saudáveis, bem como auxiliando o profissional responsável por elaborá-los.

Palavras-chave: Elaboração de Cardápios, Otimização, Modelagem Matemática, Alimentação Escolar.

Abstract

This thesis addresses the Menu Planning Problem, presenting mathematical models to generate school menus that attending the requirements of the National Food Program School (PNAE). The two models have the function of minimizing the total cost of the menu. In the first model, we want to generate menus for 5 days and we have the following constraints: composition; color; consistency; variety; the minimum and the maximum limits of: carbohydrates, lipids and proteins, the maximum limit of sodium and saturated fat. In the second model, we want to generate menus for n days and considered constraints related to: variety; the minimum and the maximum limits of: carbohydrates, proteins, lipids, sodium, saturated fat, and added sugar; minimum supply of: in natura or minimally processed foods, including weekly servings of fruits, greens and vegetables; weekly minimum offer of: vitamin A, foods with heme iron and sources of vitamin C when there are foods with non-heme iron; the maximum limit of: margarine, sweetened dairy products and meat derivatives products and finally, and combination and rejection of preparations. The menus were obtained by solving the linear mathematics models proposed through a mathematical programming software package performance (IBM CPLEX Optimizer). The qualitative aspects of the menus obtained were evaluated through the IQ COSAN - Safety Coordination Quality Index Nutritional Food. The results showed that the menus of both the first and second modeling are adequate to the IQ COSAN and to the recommendations of the PNAE. The costs were adequate, taking into account the financial resources made available to the schools. Cultural aspects of the menu were accounted for through the foods and culinary preparations included in the program. The results showed that the menus generated by the models are feasible and suitable both quantitatively and qualitatively for scholar menu planning. This study makes feasible and contributes to the pandemic scenario of obesity worldwide, presenting menus that introduce healthy eating habits, as well as helping the professional responsible for preparing them.

Keywords: Menu Planning, Optimization, Mathematical Modeling, School Food.

Lista de Figuras

Figura 1 – Porcentagem e número de crianças abaixo de 5 anos com atrofiamento, desnutrição aguda e sobrepeso, 2000 - 2020	17
Figura 2 – Prevalência de excesso de peso e obesidade de acordo com grupos de idade .	18
Figura 3 – As três formas da alimentação e suas consequências	38
Figura 4 – Pirâmide Alimentar.	40
Figura 5 – Doenças associadas à obesidade	41
Figura 6 – Estimativa mundial de atrofiamento, sobrepeso e desnutrição aguda	42
Figura 7 – Número (em milhões) de crianças menores de 5 anos afetadas por sobrepeso, por região - Anos 2000 a 2020	43
Figura 8 – Exemplo da parte que representa o centesimal, os minerais, as vitaminas e o colesterol da Tabela TACO	47
Figura 9 – Processo de Modelagem	53
Figura 10 – Estrutura do cardápio para a MR1	55
Figura 11 – Estrutura do cardápio para a MR2	63
Figura 12 – Processo de Construção do Cardápio	77
Figura 13 – Convergência para a solução ótima	79
Figura 14 – Valores de carboidratos, proteínas e lipídeos e os níveis mínimos e máximos dados pelos valores de referência do PNAE para o CM e o CE	85
Figura 15 – Valores de sódio e gordura saturada do CM e CE e os respectivos valores máximos do PNAE	86
Figura 16 – Valores de fibra e cálcio do CM e CE e o valor mínimo do PNAE	87
Figura 17 – Valores de vitamina A e vitamina C do CM e CE e os respectivos valores de PNAE e UL	88
Figura 18 – Valores de ferro e zinco do CM e CE e os respectivos valores do PNAE e UL .	89
Figura 19 – Valores de custo do CM e CE	90
Figura 20 – Convergência das soluções até o critério de parada	95
Figura 21 – Convergência das soluções até o critério de parada	101
Figura 22 – Número de soluções factíveis de acordo com a variação do gap	102
Figura 23 – Tempo para encontrar a solução de acordo com a variação do gap	102
Figura 24 – Custo das soluções de acordo com a variação do gap	103
Figura 25 – Soluções encontradas para as 4 variações consideradas no teste 3	104
Figura 26 – Convergência das soluções até 3%	105
Figura 27 – Soluções do ϵ -restrito	106
Figura 28 – Convergência das soluções até o critério de parada	107
Figura 29 – Valores de carboidratos, proteínas e lipídeos do cardápio e os níveis mínimos e máximos dados pelos valores de referência da FAO/OMS	109

Figura 30 – Valores de sódio, gordura saturada e açúcar adicionado do cardápio e os respectivos valores máximos do PNAE	110
Figura 31 – Valores de custo do cardápio	111
Figura 32 – Banco de Dados da MR1	125
Figura 33 – Banco de Dados da MR2	126
Figura 34 – Referência Nutricional - 70 % das necessidades nutricionais	131
Figura 35 – Referência Nutricional - 70 % das necessidades nutricionais	137

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Valores dos nutrientes em % e kcal relacionados à necessidade energética	46
Tabela 2 – Valores de referência para energia e macronutrientes	50
Tabela 3 – Modelo IQCOSAN 1 SEMANA	51
Tabela 4 – Quantidade de preparação culinária por tipo no banco de dados.	56
Tabela 5 – Quantidade de preparação culinária por tipo no banco de dados	64
Tabela 6 – Cardápio de 5 dias gerado pelo modelo	80
Tabela 7 – Valores nutricionais do cardápio gerado pelo modelo	81
Tabela 8 – Cardápio de 5 dias utilizado na escola	82
Tabela 9 – Valores nutricionais do cardápio utilizado na escola	83
Tabela 10 – Análise da qualidade do Cardápio gerado pela MR1	91
Tabela 11 – Análise da qualidade do Cardápio utilizado na escola	91
Tabela 12 – Definição de parâmetros para ingredientes	94
Tabela 13 – Definição de parâmetros para tipos de preparação	94
Tabela 14 – Definição de parâmetros para bases de preparação	94
Tabela 15 – Resultado do Teste 1	95
Tabela 16 – Cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1 - Semana 1	96
Tabela 17 – Cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1 - Semana 2	97
Tabela 18 – Cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1 - Semana 3	98
Tabela 19 – Cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1 - Semana 4	99
Tabela 20 – Valores Nutricionais do cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1	100
Tabela 21 – Resultado do Teste 2	101
Tabela 22 – Resultados com variação de janela de tempo e número máximo de repetições de tipos de preparação	103
Tabela 23 – Pareto do ϵ -restrito	105
Tabela 24 – Análise da qualidade do Cardápio gerado pela MR2	112

Lista de Abreviaturas e Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AG	Algoritmo Genético
AI	Adequate Intake
AICR	American Institute for Cancer Research
AQPC	Avaliação Qualitativa das Preparações do Cardápio
ATP	Adesina Trifosfato
BD-B	Base de Dados da Biodiversidade
BD-AIN	Base de Dados para Avaliação de Ingestão Alimentar
CAE	Conselhos de Alimentação Escolar
CC	Cardápio CPLEX
CE	Cardápio Escola
CFN	Conselho Federal de Nutricionistas
CGU	Controladoria Geral da União
CHO	Carboidratos
CME	Campanha da Merenda Escolar
CRN	Conselho Regional de Nutricionistas
DASH	<i>Dietary Approaches to Stop Hypertension</i>
DECOM	Departamento de Computação
DRI	<i>Dietary Reference Intakes</i>
EAR	<i>Estimated Average Requirement</i>
EJA	Educação de Jovens e Adultos
FAE	Fundação de Assistência ao Estudante
FAO	Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IQ COSAN	Índice de Qualidade da Coordenação de Segurança Alimentar e Nutricional
MDKP	<i>Multidimensional Knapsack Problem</i>
MDG	Malaysian Dietary Guidelines
MG	Minas Gerais
MPP	<i>Menu Planning Problem</i>
MR1	- Modelagem da Resolução nº 26/2013

MR2	- Modelagem da Resolução nº 06/2020
NEPA	Núcleo de Estudos e Pesquisas em Alimentação
NEVO	Nederlands Voedingsstoffenbestand
NND	Necessidades Nutricionais Diárias
NP	<i>Non-Deterministic Polynomial time</i>
NSGA	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm</i>
OMS	Organização Mundial de Saúde
OPAS	Organização Pan-Américas
PBT	Pivotamento de Blocos Truncados
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PM	Programação de Metas
PNAE	Programa Nacional de Alimentação Escolar
PNL	Programação Não-Linear
P_ϵ	ϵ -Restrito
P_λ	Soma Ponderada
RDA	<i>Recommended Dietary Allowance</i>
RNI	Recommended Nutrient Intake
TACO	Tabela Brasileira de Composição de Alimentos
TBCA	Tabela Brasileira de Composição de Alimentos
TCU	Tribunal de Contas da União
TS-MBFOA	Two Swim Modified Bacterial Foraging Optimization Algorithm
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
UL	<i>Tolerable Upper Intake Level</i>
WCRF	World Cancer Research Fund

Sumário

1 – Introdução	16
1.1 Objetivos	20
1.1.1 Objetivo Geral	20
1.1.2 Objetivos Específicos	20
1.2 Contribuições	21
1.3 Organização do trabalho	23
2 – Revisão da Literatura	24
2.1 Trabalhos Relacionados	24
2.2 Tabela Comparativa	32
2.3 Discussões	36
3 – Fundamentação Teórica	38
3.1 Alimentação	38
3.1.1 Alimentação Saudável	38
3.1.2 Alimentação Inadequada e Consequências	40
3.1.3 Alimentação Escolar	44
3.2 Nutrientes	44
3.2.1 Macronutrientes	44
3.2.2 Micronutrientes	45
3.3 Recomendações Nutricionais	45
3.3.1 Balanço Energético	46
3.4 Tabela de Composição de Alimentos	47
3.5 Programa de Alimentação Escolar (PNAE)	48
3.5.1 Diretrizes e Objetivos	49
3.5.1.1 Referências Nutricionais do PNAE	49
3.6 Análise Qualitativa	50
3.7 Problema do Planejamento de Cardápios	51
4 – Modelagem do Problema Proposto	53
4.1 Modelagem da Resolução 26/2013 - MR1	54
4.1.1 Especificação do Cardápio	54
4.1.2 Base de Dados	55
4.1.3 Modelo Matemático	56
4.2 Modelagem da Resolução 06/2020 - MR2	61
4.2.1 Especificação do Cardápio	62

4.2.2	Base de Dados	63
4.2.3	Modelo Matemático	64
5	– Resultados	77
5.1	Testes da Modelagem da Resolução 26/2013 - MR1	77
5.1.1	Definição de parâmetros	78
5.1.2	Teste	78
5.1.3	Análise Quantitativa do Cardápio gerado pela MR1 e do cardápio utilizado na Escola	83
5.1.4	Análise Qualitativa do Cardápio gerado pela MR1 e do cardápio utilizado na Escola	90
5.1.5	Discussões dos Resultados MR1	91
5.2	Testes da Modelagem da Resolução 06/2020 - MR2	92
5.2.1	Definição de parâmetros	92
5.2.2	Testes MR2	93
5.2.3	Análise Quantitativa do Cardápio gerado pela MR2	107
5.2.4	Análise Qualitativa do Cardápio gerado pela MR2	111
5.2.5	Discussões dos Resultados MR2	113
5.3	Discussão Geral	113
6	– Considerações Finais	115
6.1	Trabalhos futuros	116
	Referências	117
	 Apêndices	 124
	APÊNDICE A – Arcabouço do Banco de dados	125
A.1	Modelagem 1	125
A.2	Modelagem 2	126
	 Anexos	 127
	ANEXO A – Resolução 26/2013 - Diretrizes e objetivos do PNAE	128
A.1	Oferta da Alimentação nas Escolas	129
A.2	Tabela de Referência Nutricional	130
	 ANEXO B – Resolução 06/2020 - Diretrizes e objetivos do PNAE	 132
B.1	Dos Cardápios da Alimentação Escolar	133
B.2	Tabela de Referência Nutricional	136

1 Introdução

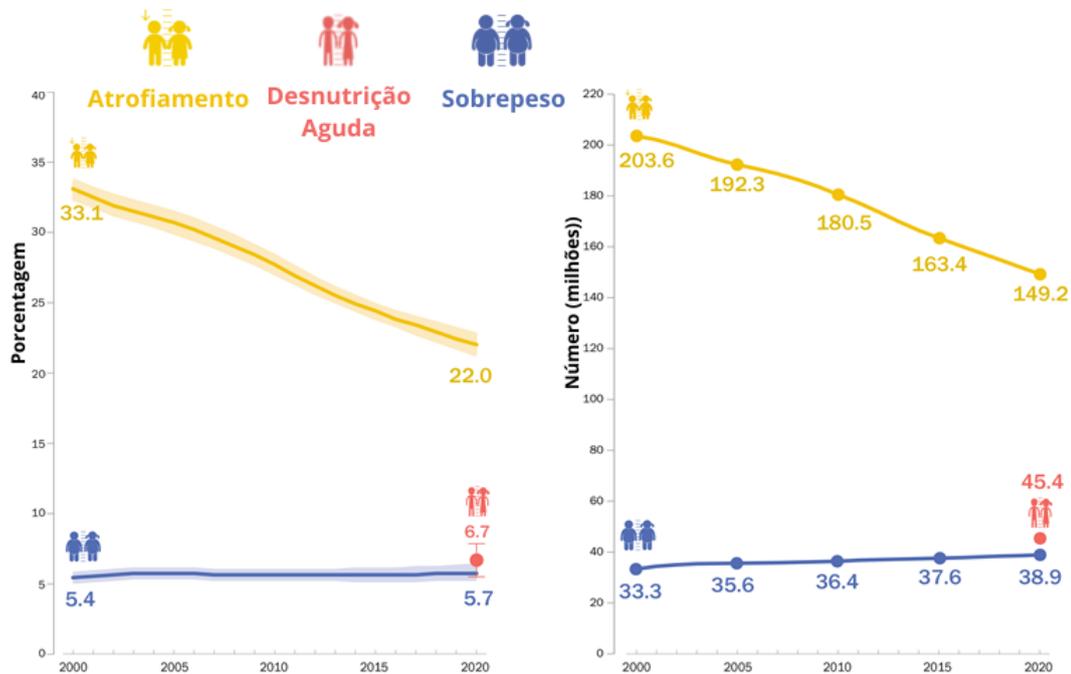
Preocupar-se com uma alimentação balanceada deveria ser prioridade da população. Uma alimentação inadequada é responsável pelo crescimento de diversos problemas de saúde nos seres humanos, sendo a obesidade um dos mais graves do mundo, segundo a Organização Mundial de Saúde - OMS (World Health Organization - WHO) (WHO, 2022).

O avanço tecnológico proporcionou muitas mudanças ao longo do tempo, inclusive na produção de alimentos. Uma dessas mudanças foi o aumento da acessibilidade aos alimentos industrializados e o acesso aos bens alimentares em maior quantidade com um custo relativamente baixo. Em contra partida, trouxe consigo mudanças nos padrões nutricionais da população e alterações na estrutura da dieta, estatura média e na composição corporal dos indivíduos. Muitos países sofrem com essa transição nutricional, aderindo a dietas ricas em açúcar e gordura (ARNAIZ, 2005). Um cenário que costumava ser de desnutrição agora se torna de sobrepeso e obesidade.

Uma pesquisa realizada por Ng et al. (2014) mostra que, de 1980 a 2013, a obesidade e o excesso de peso juntos aumentaram 27,5% entre adultos e 47,1% entre crianças. Apesar da obesidade e excesso de peso referirem ao acúmulo excessivo de gordura corporal, a obesidade tem maior quantidade desse excesso e maior impacto na saúde. Nenhum país teve uma redução significativa nas taxas de obesidade nos últimos 33 anos. A crescente prevalência de sobrepeso e obesidade em vários países tem sido descrita como uma pandemia global.

De acordo com Dobbs e Manyika (2015), cerca de 2,1 bilhões de pessoas no mundo sofrem de sobrepeso ou obesidade, o equivalente a aproximadamente 30% da população mundial e esse percentual pode aumentar para metade dos habitantes do mundo em 2030. Segundo a OMS (UNICEF; WHO; GROUP, 2021), em 2020, 38,9 milhões de crianças com menos de 5 anos são consideradas obesas em todo o mundo, um aumento de quase 6 milhões desde 2000 conforme a Figura 1.

Figura 1 – Porcentagem e número de crianças abaixo de 5 anos com atrofiamento, desnutrição aguda e sobrepeso, 2000 - 2020

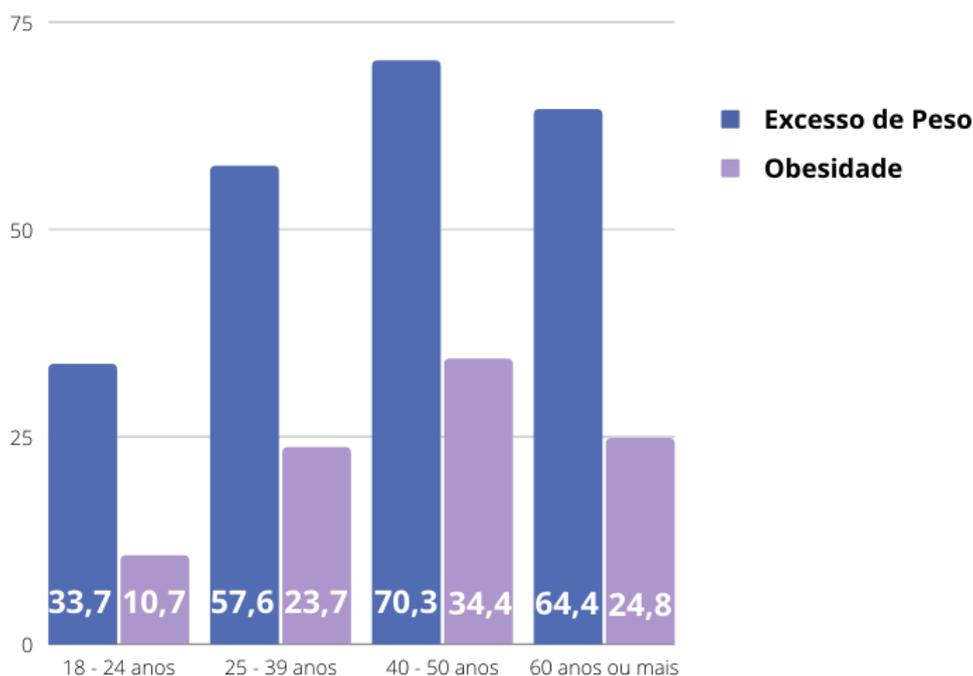


Fonte: Adaptada de UNICEF, WHO e Group (2021)

A pandemia da COVID-19 também contribuiu com aumentos no excesso de peso na infância, principalmente em locais onde as escolhas alimentares e a atividade física foram influenciadas de forma negativa pelas estratégias para diminuir o avanço da doença. O impacto sobre o excesso de peso pode persistir ao longo da vida das pessoas afetadas, com hábitos alimentares e de atividade física deficientes (moldados por restrições durante a COVID-19) que continuam durante a adolescência e a idade adulta. Importante ressaltar que os dados de 2020 foram uma estimativa, pois os mesmos não foram coletados devido às políticas de distanciamento físico por causa da COVID-19. Esses números podem ser bem maiores, em torno de 15% a mais (UNICEF; WHO; GROUP, 2021).

A estimativa para 2025 é que 2,3 bilhões de adultos estejam acima do peso no mundo, sendo 700 milhões considerados obesos (ABESO, 2022). Segundo o IBGE (IBGE, 2019), a Pesquisa Nacional de Saúde de 2019 mostrou que, nos últimos dezessete anos, no Brasil, a obesidade aumentou de 12,2% entre 2002 e 2003 para 26,8% em 2019. No mesmo período, o excesso de peso passou de 43,3% para 61,7%, o que equivale a quase dois terços da população brasileira. A Figura 2 mostra o aumento da prevalência de excesso de peso e obesidade à medida que a idade vai avançando, com exceção da faixa etária de 60 anos ou mais.

Figura 2 – Prevalência de excesso de peso e obesidade de acordo com grupos de idade



Fonte: Adaptada de (IBGE, 2019)

A principal causa desta pandemia de obesidade é o aumento no fornecimento de alimentos energéticos, com muitas calorias e alimentos industrializados altamente processados. Quando a comida é saborosa, barata e amplamente anunciada, facilita o consumo exagerado (UNICEF; WHO; GROUP, 2021). No Brasil, a comida ultraprocessada tem ganhado a mesa dos brasileiros principalmente das famílias com rendimento maior. Segundo uma pesquisa feita pelo IBGE, estas famílias adquiriram o dobro de alimentos ultraprocessados (24,7% do total de calorias nos lares) se comparado com as famílias com renda menor (12,5%) (IBGE, 2020).

Estabelecer padrões alimentares saudáveis é essencial para reduzir a obesidade e as doenças associadas à ela como: diabetes, câncer, transtorno depressivo, dentre outras. Tendo isso em mente, o governo brasileiro tratou a segurança alimentar como uma prioridade no Plano Plurianual 2016-2019 (BRASIL, 2015), que consiste em um conjunto de ações que visam garantir o direito de acesso permanente e regular à alimentação saudável, em quantidade suficiente, sem comprometer o acesso a outras necessidades essenciais. Com o objetivo de mudar esse cenário de sobrepeso e obesidade, o governo investiu na alimentação escolar por meio do Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE). O PNAE oferece não apenas alimentação escolar, mas também ações de educação alimentar e nutricional para alunos de todas as etapas da educação básica (creche, ensino fundamental, ensino médio e educação de jovens e adultos) matriculados em escolas públicas, filantrópicas e em entidades comunitárias conveniadas com poder público (BRASIL, 2022a).

Em um chamado à união da sociedade para acabar com o estigma relacionado à obesidade, a representante da Organização Pan-América da Saúde (OPAS), Socorro Gross, elencou ações para prevenir e controlar a obesidade. Uma dessas ações é fortalecer o PNAE (OPAS, 2022).

Segundo [Brasil \(2022a\)](#), a alimentação escolar é considerada um mecanismo eficiente para oferecer os nutrientes essenciais que, em algumas situações, são pouco disponíveis na alimentação diária, não proporcionando uma nutrição adequada. Estudantes, em geral, têm dificuldade de se concentrarem na escola por não terem uma dieta equilibrada. As refeições escolares fornecem acesso a vários alimentos nutritivos que promovem a saúde dos alunos. Para muitas crianças, a refeição escolar representam a única comida saudável recebida no dia. “Uma boa nutrição coloca as crianças no caminho da sobrevivência e do sucesso. Crianças bem nutridas crescem, se desenvolvem, aprendem, brincam, participam e contribuem - enquanto a desnutrição priva as crianças de todo o seu potencial, com consequências para as crianças, as nações e o mundo”(UNICEF; WHO; GROUP, 2021).

A edição do Guia Alimentar para a População Brasileira de 2014 ([BRASIL, 2014](#)) recomenda a alimentação adequada e saudável baseada no consumo de alimentos in natura ou minimamente processados, com limitação do consumo de alimentos processados e a evitação do consumo de alimentos ultraprocessados. Levando em consideração à necessidade constante de aperfeiçoamento das ações, a Resolução n^o 26/2013 ([BRASIL, 2013](#)), que dispõe sobre o atendimento da alimentação escolar aos alunos da educação básica no âmbito do PNAE, foi revogada. A resolução n^o 06/2020 ([BRASIL, 2020](#)) passou, então, a ser usada em 2021.

Alguns dos princípios básicos do PNAE para alimentação saudável que devem ser levados em consideração são: (i) faixa etária dos alunos; (ii) necessidades nutricionais diárias de acordo com a categoria da escola (creche à Educação de Jovens e Adultos); (iii) localização (urbana ou indígena); (iv) duração do período escolar (parcial ou integral); (v) tipo de refeições (café da manhã, colação, almoço, lanche e jantar) e (vi) variedade (por exemplo, não é recomendado repetir as mesmas preparações em um determinado período de tempo); ([BRASIL, 2022a](#)).

Seguir as recomendações do PNAE levando em consideração o recurso financeiro disponibilizado é uma tarefa difícil e muitas vezes inatingível. O número de combinações possíveis entre diversos grupos alimentares é elevado e, aliado às restrições impostas, podem tornar o problema insolúvel. O nutricionista precisa, além de atender essas exigências do PNAE para a elaboração dos cardápios, exercer outras funções de sua responsabilidade. O planejamento de cardápios exige muito tempo deste profissional. Para facilitar o trabalho, os cardápios são gerados uma única vez e as escolas adotam um ciclo de uma a quatro semanas para repetição dos cardápios.

Levando-se em conta o nível pré-escolar, este trabalho propõe modelos para o Problema de Planejamento de Cardápios (Menu Planning Problem - que neste trabalho será chamado de MPP) e considera os seguintes aspectos para as duas modelagens propostas:

- modelagem da Resolução n^o 26/2013 (MR1): reduzir custos e atender as necessidades nutricionais diárias dos alunos respeitando restrições de composição; variedade; cor; consistência; limites de: macronutrientes, gordura saturada e sódio.
- modelagem da Resolução n^o 06/2020 (MR2): reduzir custos e atender as necessidades

nutricionais diárias dos alunos respeitando restrições de composição; variedade; limites de: macronutrientes, gordura saturada, sódio, açúcar adicionado, margarina, produtos cárneos, laticínios adoçados; oferta de: ferro heme, vitamina C, vitamina A, verduras e legumes, frutas, alimentos in natura; combinações(preparações que devem ser servidas juntas) e rejeições(preparações que não devem ser servidas juntas) de preparações.

Durante o decorrer desta tese, duas resoluções normativas estavam em vigor. Assim, a presente tese propõe dois modelos matemáticos lineares que minimizam o custo do cardápio respeitando as restrições citadas em cada resolução. Em todos os casos, o *CPLEX Optimizer* (IBM, 2021) é usado para gerar as soluções para o problema.

Técnicas computacionais podem ser vistas como um mecanismo interessante para criar automaticamente planos de cardápios. Esse estudo não tem a intenção de substituir o profissional da área, mas facilitar o seu trabalho, contribuir para a redução do tempo de planejamento de cardápio e, o mais importante, colaborar na redução dos problemas de saúde que têm afetado toda a população.

Os resultados mostram que usar uma ferramenta automatizada para gerar cardápios oferece uma grande contribuição para melhorar o processo do planejamento. As necessidades nutricionais e outras diretrizes de uma alimentação saudável são sempre respeitadas. Convém ressaltar que, de um modo geral, os cardápios praticados nas escolas nem sempre conseguem atender todas as exigências do PNAE (BIANCHINI et al., 2020).

1.1 Objetivos

Nesta seção, serão apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos do estudo.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é contribuir para a elaboração de cardápios nutricionais escolares, apresentando soluções otimizadas de forma a atender as diretrizes e requisitos estabelecidos pelo PNAE. Além disso, este trabalho propõe modelos matemáticos e utiliza técnicas de otimização para encontrar o melhor cardápio que satisfaça os requisitos obrigatórios e desejáveis.

1.1.2 Objetivos Específicos

Para que o objetivo geral seja atendido, alguns objetivos específicos são estabelecidos:

- I - Fazer um levantamento dos dados e informações necessárias para gerar um cardápio nutricional.
- II - Estudar as Resoluções nº 26/2013 e nº 06/2020 para entender todos os requisitos para elaborar um cardápio escolar conforme o PNAE.

- III - Avaliar as restrições essenciais.
- IV - Modelar matematicamente o problema de acordo com cada resolução.
- V - Realizar experimentos e avaliar os resultados obtidos com o emprego de técnicas de otimização.
- VI - Identificar melhorias nos cardápios gerados.

1.2 Contribuições

Algumas das principais contribuições desta tese são:

- Dois modelos de programação linear para o Problema de Cardápios Nutricionais baseados nas resoluções do PNAE. O primeiro modelo é baseado na Resolução 26/2013 (BRASIL, 2013) que estava em vigor no início dos estudos deste trabalho. O segundo é baseado na nova Resolução 06/2020 (BRASIL, 2020) que entrou em vigor na data da sua publicação. Porém as entidades executoras tiveram até início de 2021 para se adequarem à mesma. Mas, devido à pandemia, as escolas estavam fechadas e a alimentação escolar não estava sendo ofertada conforme o habitual. Logo, as escolas irão de fato utilizar essa nova resolução após o retorno das aulas que acontece em fevereiro de 2022. Essa nova resolução trouxe algumas mudanças para a elaboração de cardápios que serão explicadas ao longo desta tese.
- A construção das bases de dados que constam várias preparações com seus respectivos valores nutricionais que geralmente são utilizadas nas escolas do sudeste do Brasil. Essas bases serão disponibilizadas e poderão contribuir para trabalhos futuros relacionados ao tema.

Durante este trabalho, alguns trabalhos em conferências internacionais e em revistas foram publicados. Além dos trabalhos publicados, outros trabalhos foram submetidos e estão em processo de revisão. Apesar das formulações desta tese explorarem abordagens exatas, técnicas de computação evolutiva foram utilizadas em alguns dos trabalhos publicados para entender o comportamento da solução utilizando essa técnica. Sendo que, tais artigos utilizaram as diretrizes da Resolução 26/2013 que estava em vigor na época.

- **GECCO'2017** (*The Genetic and Evolutionary Computation Conference*)

Título: The Menu Planning Problem: A Multiobjective Approach for Brazilian Schools Context.

Qualis: Conferência Qualis A1 na Ciência da Computação.

- **RECHS 2017 (Revista Eletrônica de Comunicação, Informação & Inovação em Saúde)**

Título: CardNutri: Um software de planejamento de cardápios nutricionais semanais para alimentação escolar aplicando inteligência artificial.

Qualis: Periódico Qualis B2 na Interdisciplinar.

- **EVOAPPLICATIONS 2018 (European Conference on the Applications of Evolutionary Computation)**

Título: CardNutri: A Software of Weekly Menus Nutritional Elaboration for Scholar Feeding Applying Evolutionary Computation.

Qualis: Periódico Qualis B1 na Interdisciplinar e Conferência Qualis B1 na Ciência da Computação.

- **CEC 2018 (IEEE Congress on Evolutionary Computation) Título:** An Evolutionary Mono-Objective Approach for Solving The Menu Planning Problem

Qualis: Conferência Qualis A1 na Ciência da Computação.

Outros:

- **EAS 2018(EAS Postgraduate Research Student Conference)**

Título: A Mathematical Model to Menu Planning Problem

Artigos submetidos:

- **BJN 2021 (British Journal of Nutrition)**

Título: Automatic menu planning is feasible: a proof of concept for preschool children in Brazil.

Qualis: Periódico Qualis A1

- **IEEE 2022 (IEEE World Congress on Computational Intelligence)**

Título: A Multi-objective Approach for the Menu Planning Problem

Reconhecimentos:

- **Certificado de excelente trabalho estudantil apresentado no EvoStar 2018**
- **Certificado de Registro de Programa de Computador no Instituto Nacional de Propriedade Industrial - INPI**

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado em capítulos, incluindo o presente. O **Capítulo 2** contém um portfólio dos principais estudos relacionados ao tema, descrevendo seus resultados e suas contribuições. No **Capítulo 3** são apresentados alguns dos principais conceitos necessários que fundamentam o desenvolvimento deste trabalho. O **Capítulo 4** apresenta os modelos matemáticos propostos para o planejamento de cardápios conforme o PNAE. O **Capítulo 5** mostra os resultados obtidos com o estudo e suas discussões. Por fim, no **Capítulo 6** são apresentadas as conclusões, bem como as perspectivas de trabalhos futuros.

2 Revisão da Literatura

O Problema de Planejamento de Cardápios (*Menu Planning Problem*) é uma versão do Problema Clássico da Dieta (BALINTFY, 1964) combinando objetivos nutricionais e econômicos com requisitos pré-definidos. Este problema pretende encontrar a melhor combinação de itens que atenda aos objetivos e requisitos desejados.

Estudos na área de planejamento de cardápios mostram diferentes maneiras de gerar os cardápios de forma a atender às necessidades dos usuários e as restrições, sejam elas nutricionais, estruturais ou preferenciais.

A ideia de criar cardápios com baixo custo e alto valor nutritivo tem sido estudada há muitos anos. Em 1936, Carpenter e Stiebeling (1936) propuseram dietas para a adequação à renda familiar. Eles sabiam que uma boa dieta dependia não somente da quantidade de dinheiro que custa, mas também do seu valor nutricional. Sendo assim, eles descreveram quatro dietas conforme a quantidade de pessoas na família e a renda. Foram elas: i) dieta liberal que tinha uma variedade maior de alimentos e que conseqüentemente podia custar mais caro, ii) dieta adequada a um custo moderado, que se diferenciava da liberal por ter uma oferta menor de vegetais, frutas, ovos e carnes, iii) dieta adequada a um custo mínimo, que tinha uma quantidade maior de leite e cereais, mas apenas o suficiente de legumes, frutas, ovos e carnes e iv) dieta restrita para uso emergencial, que tinha uma oferta limitada de alimentos. Para montar essas dietas, eles escolheram os alimentos de acordo com o grupo alimentar que eles pertenciam. A partir dessa ideia, surgiram diversas abordagens para tratar o problema. A seguir, alguns trabalhos são descritos conforme a abordagem utilizada.

2.1 Trabalhos Relacionados

Os primeiros trabalhos utilizaram a abordagem de Tentativa e Erro que é uma estratégia que consiste em enumerar todas as combinações possíveis e testá-las verificando se a solução é melhor que alguma encontrada anteriormente (NORVIG; RUSSELL, 2014). Os trabalhos que utilizaram essa abordagem são descritos a seguir:

Stigler (1945) trouxe uma contribuição ao introduzir requisitos nutricionais no MPP. Em seu estudo, que teve apenas interesse teórico, o autor sugeriu um método de solução baseado na técnica de tentativa e erro, trocando um alimento por outro desde que esse oferecesse maior valor nutricional. O objetivo era obter o custo mínimo para dietas com quantidades adequadas de calorias, proteínas, minerais e vitaminas.

Noah et al. (2004) desenvolveram um sistema Web, *DietPal*, para criar dietas saudáveis para pacientes. O sistema calculava automaticamente os nutrientes e calorias ingeridas por cada paciente e sugeria dietas através do método Tentativa e Erro trocando itens do mesmo grupo alimentar. As dietas tinham que respeitar as restrições e exigências alimentícias de cada paciente,

mas o sistema não permitia a escolha de alimentos de preferência do paciente.

As técnicas de otimização têm sido bem-sucedidas para resolver problemas em diversas áreas. Muitos pesquisadores tem aprofundado seus estudos com relação ao MPP e aplicado diversas técnicas dentro da otimização para gerar dietas e cardápios saudáveis.

Otimização ou programação matemática é o estudo de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função por meio da escolha de valores de variáveis (reais ou inteiros) dentro de um conjunto viável. Dentre as técnicas de otimização estão: a Programação Linear (PL) que consiste em otimizar uma função-objetivo sujeita a restrições lineares por meio de variáveis reais; a Programação Linear Inteira (PLI) em que as variáveis do problema pertencem ao conjunto dos números inteiros e a função-objetivo e restrições são lineares; a Programação Linear Inteira Mista (PLIM) em que as variáveis do problema pertencem ao conjunto dos números inteiros e reais e ; a função-objetivo e restrições são lineares. Programação de Metas (PM) que considera objetivos distintos e usa a ideia de distância mínima do melhor valor desejado e Técnicas Evolutivas que fazem parte de uma área bioinspirada que emprega o princípio de seleção natural com a preservação de características genéticas em gerações sucessivas. Mais detalhes sobre essas técnicas podem ser encontrados em [Goldberg, Goldberg e Luna \(2015\)](#), [Hreţcanu e Hreţcanu \(2010\)](#) e [Lee et al. \(1972\)](#).

Os trabalhos que utilizaram técnicas de otimização são descritos a seguir:

[Smith \(1959\)](#) ampliou o modelo proposto por [Stigler \(1945\)](#) e usou o método de Programação Linear - PL para resolver o problema da dieta. O autor desenvolveu três modelos para minimizar o custo e aumentar a palatabilidade levando em consideração o gosto e hábitos dos consumidores. O primeiro modelo era composto por 12 restrições de níveis nutricionais e 73 alimentos, mas gerou combinações incompatíveis e mais caras que as apresentadas por [Stigler \(1945\)](#). No segundo, o autor acrescentou restrições e mais itens. A dieta obtida foi mais palatável, porém as refeições ficaram muito caras. Por fim, no terceiro modelo, o autor aumentou ainda mais a quantidade de restrições e itens. As refeições geradas foram mais nutritivas e mais baratas que o real, porém alguns itens apresentaram um custo alto.

Em 1947 Dantzig [Dantzig \(1963\)](#) desenvolveu o método simplex para resolver problemas de PL. Para avaliar a eficácia da técnica, ele usou o modelo e os dados de [Stigler \(1945\)](#). O objetivo era minimizar o custo e respeitar restrições de níveis nutricionais de 9 nutrientes. A técnica mostrou-se eficiente pois conseguiu gerar uma solução em pouco tempo usando um computador. [Bassi \(1976\)](#) também fez modificações no modelo proposto por [Stigler \(1945\)](#). Seu objetivo era minimizar o custo e atender as necessidades nutricionais considerando 16 nutrientes. A dieta ficou mais cara do que a apresentada por [Stigler \(1945\)](#), mas o autor acredita que é devido ao aumento de preço dos alimentos e a inclusão de requisitos nutricionais.

[Foytik \(1981\)](#) avaliou a aceitação de cardápios produzidos através da PL e comparou-os com os sugeridos pelo *Thrifty Food Plan*. Para isso, 60 voluntários da Universidade da Califórnia participaram da pesquisa. Restrições de níveis nutricionais e limites de quantidade de alimentos foram consideradas no modelo. Como resultado, os cardápios gerados pelo método foram mais

nutritivos e baratos em comparação com os sugeridos pelo *Thrifty Food Plan*. Mas alguns participantes disseram que havia pouca variedade de frutas e legumes, além de excesso de açúcar e farinha de milho.

[Silberberg \(1985\)](#) apresentou um modelo para gerar refeições nutritivas e baratas e comparar com alimentos consumidos por cinco grupos familiares conforme a renda, através de Programação Linear. Os resultados mostraram que as refeições produzidas utilizando o modelo proposto eram menos dispendiosas e mais nutritivas do que as consumidas por eles. Porém, as refeições consumidas pelos participantes excederam os valores de nutrientes recomendados.

[Colavita e D'orsi \(1990\)](#) usaram PL para gerar refeições nutritivas para o público infantil considerando o gosto das crianças. Foram geradas refeições de café da manhã, almoço, lanche e jantar com os itens preferidos delas. Foi realizada uma comparação do cardápio de uma criança com uma dieta hipoenergética com o cardápio gerado pelo método. O objetivo era maximizar a preferência da criança e ao mesmo tempo atender às necessidades nutricionais dela. O método conseguiu gerar um cardápio que suprisse a maioria dos nutrientes, mas o ferro e gorduras saturadas ficaram abaixo do recomendado.

[Fletcher, Soden e Zinober \(1994\)](#) descreveram um modelo matemático usando PL que fornece dietas clinicamente apropriadas e aconselhamento dietético para pacientes renais. O paciente deve informar uma dieta real e o modelo visa buscar uma solução que minimiza as mudanças nas quantidades dos alimentos escolhidos, através do desvio relacionado do custo de uma nova dieta com a descrita pelo usuário, representando um dia real.

[Hreţcanu e Hreţcanu \(2010\)](#) também usaram a PL para encontrar uma combinação ideal de alimentos que satisfaçam às necessidades nutricionais das pessoas. O objetivo foi atender uma quantidade mínima de energia, respeitando os limites mínimos e máximos de 11 nutrientes. O método conseguiu encontrar uma solução que atendesse ao objetivo proposto e respeitasse as restrições.

[Dooren et al. \(2015\)](#) mostraram em seu trabalho um modelo que combina preço baixo, baixo impacto climático e alto valor nutricional em uma dieta aplicando PL. Para os testes, foram utilizados os 206 alimentos mais consumidos por homens e mulheres de 31 a 50 anos. Os dados nutricionais foram retirados do banco de dados de nutrientes holandês (Nederlands Voedingsstoffenbestand - NEVO), que contém os macro e micronutrientes dos alimentos utilizados no estudo e as porções da tabela do Centro de Nutrição "*Weights and Measures*". O modelo restringiu 33 nutrientes para cumprir os requisitos dietéticos holandeses. Para cada nutriente, houve um limite inferior e superior para homens e mulheres. Eles usaram o Optimeal ([BLONK, 2022](#)) para gerar a solução e encontraram uma dieta com 63 alimentos populares de baixo custo, baixo impacto climático e ricos em nutrientes.

[Alaini, Rajikan e Elias \(2019\)](#) apresentaram um cardápio saudável e equilibrado com custo mínimo de acordo com as necessidades individuais que poderiam ajudar a prevenir o câncer usando PL. O estudo envolvendo 100 adultos de uma universidade na Malásia levou em consideração restrições de palatabilidade e orientações dietéticas para prevenção do câncer pelo

WCRF/AICR (World Cancer Research Fund/ American Institute for Cancer Research) 2007 (FUND; RESEARCH, 2007), MDG (Malayian Dietary Guidelines) 2010 (FOOD; MALAYSIA, 2010) e RNI (Recommended Nutrient Intake) 2017 (FOOD; MALAYSIA, 2017).

Baki et al. (2019) propuseram um modelo de PL para o problema da dieta do aluno para determinar o custo mínimo que satisfaça os nutrientes diários recomendados. Eles usaram a função Solver que vem com o software Microsoft Excel e fizeram uma pesquisa para coletar as preferências dos alunos para café da manhã, almoço e jantar e consideraram seis nutrientes (proteína, carboidrato, cálcio, fósforo e vitamina C). A dieta foi gerada para cada aluno de acordo com suas preferências e o solver calculou 100 dietas. O mais barato foi RM 7,90. Tendo em conta o gosto dos alunos, foi difícil cumprir todas as recomendações nutricionais com baixo custo.

Ibrahim, Arunasalan e Mohamed (2020) fizeram um estudo analisando cardápios do McDonald's aplicando PL. O objetivo foi minimizar o custo da alimentação, considerando café da manhã, almoço e jantar e as quantidades recomendadas de energia, carboidratos, proteínas, gorduras, sal, açúcar com base no RNI Malásia 2017 (FOOD; MALAYSIA, 2017). Os preços foram baseados no site do McDonald's Malásia (MALAYSIA, 2020). Foi utilizado o Microsoft Excel Solver para determinar o cardápio diário mais barato contendo a dieta ideal e o cardápio diário mais saudável (menos gordura, açúcar e sal) e foram adicionadas as restrições de palatabilidade e limitação do número de acompanhamentos. O preço do cardápio palatável mais barato é RM 21,69 por dia. O preço do cardápio do McDonald's mais "saudável" é de RM 42,99 por dia.

Basyuk et al. (2020) propuseram um cardápio nutricionalmente balanceado e de menor custo, por meio de Otimização Linear, para consumidores de restaurantes com idade entre 18 e 29 anos e que tinham coeficiente de atividade física (valor utilizado para estimar a necessidade energética) igual a 1,4. O modelo considerou carboidratos, proteínas e gordura nas refeições café da manhã, almoço e jantar. Para os testes, utilizaram dados de um restaurante ucraniano e um georgiano e através dos resultados foi possível reduzir o custo dos cardápios em até 20% sem afetar o valor nutricional.

Balintfy (1964) usou a Programação Linear Inteira - PLI com o objetivo de encontrar combinações de itens de cardápios com custo mínimo, satisfazendo requisitos como cor, variedade e consistência por uma sequência de dias. Ele propôs um planejamento de cardápios assistido por computador e considerou nove nutrientes com foco nas seguintes refeições: jantar e ceia(última refeição). Com o modelo proposto, ele conseguiu reduzir 30% do custo do cardápio de um hospital e atender todos os níveis de nutrientes, diferentemente do cardápio usado.

Leung, Wanitprapha e Quinn (1995) também usaram a PLI para otimização de receitas de uma família de quatro pessoas. O objetivo foi minimizar o custo ou minimizar o tempo total de cozimento (tempo de preparação, espera, cozimento atento e desatento). Os cardápios tinham que respeitar as restrições recomendadas semanais de 11 nutrientes, limites inferiores e superiores de energia, limite de gordura (menor ou igual a 30% do consumo de energia), variedade, 3 refeições diárias (café da manhã, almoço e jantar), composição das refeições, quantidade de tipo

de refeição, consumo de uma xícara de bebida por dia. Com os resultados, eles perceberam que refeições baratas gastavam mais tempo para cozinhar e as mais caras menos tempo.

[Cruz et al. \(2013\)](#) modelaram o problema da dieta em creches através de PLI e resolveram de forma multiobjetivo. Desta maneira, a solução do problema multiobjetivo de PLI se resume na resolução de vários problemas mono-objetivo. Para a solução, foi utilizado o método Soma Ponderada Convexa das funções objetivo. A solução do problema leva em consideração o café da manhã, almoço e lanche da tarde. Os objetivos considerados foram: minimizar os custos e maximizar os níveis de proteínas, vitaminas A e C, ferro e cálcio. Foram analisados 37 alimentos, no qual cada um pertence a um grupo: pão, leite, fruta, arroz, feijão, carne, guarnição e hortaliça, com porções de 25 g ou 25 ml. As soluções precisavam atender, no mínimo, 70% das necessidades nutricionais diárias e foram encontradas 18 soluções eficientes.

[Sufahani e Ismail \(2013\)](#) propuseram um modelo matemático baseado em PLI para planejar dietas que minimizassem o custo e atendessem às necessidades nutricionais de estudantes do ensino secundário na Malásia. Restrições de níveis nutricionais, composição e variedade foram consideradas. Os resultados mostraram que as refeições escolhidas foram nutritivas e o custo é menor que o fornecido pelo governo. Depois, [Sufahani e Ismail \(2014\)](#) fizeram uma modificação na restrição de variedade, sendo possível servir determinado alimento duas vezes por dia. [Sufahani e Ismail \(2015\)](#) incluíram o “*Delete-Reshuffle Algorithm*” para deletar as variáveis que já foram selecionadas e reordenar as outras de acordo com o tipo de refeição (café da manhã, chá da manhã, almoço, chá da tarde, jantar e ceia).

[Spak et al. \(2017\)](#) apresentaram um modelo matemático de PLI para gerar refeições para universitários e o resolveram com o otimizador Lingo. O objetivo foi minimizar o custo e atender às preferências dos estudantes e às referências nutricionais. Os resultados mostraram que as refeições servidas nos restaurantes universitários não eram adequadas, diferentemente do cardápio obtido pela ferramenta que conseguiu atender aos requisitos nutricionais.

[Armstrong e Sinha \(1974\)](#) usaram Programação Linear Inteira Mista - PLIM para gerar cardápios com porções de tamanhos variados com o objetivo de minimizar o custo e atender às restrições de níveis nutricionais e de composição. Os resultados mostraram que os custos tiveram pouco decréscimo em relação às refeições de tamanhos fixos. Para cardápios mais complexos algumas melhorias seriam necessárias.

[Sklan e Dariel \(1993\)](#) usaram PLIM para gerar dietas com custo mínimo atendendo requisitos nutricionais e preservando práticas alimentares. Restrições como limite de quantidade de alimento e níveis nutricionais de 14 nutrientes foram consideradas. Isso permitiu projetar um programa de formulação de dieta flexível e prático que pode ser usado em situações clínicas e institucionais.

[Valdez-Pena e Martinez-Alfaro \(2003\)](#) também usaram PLIM para trocar as dietas de pacientes conforme a preferência dele. O paciente podia substituir um ingrediente por outro do mesmo grupo de forma que as necessidades nutricionais fossem mantidas. Requisitos de limites de energia, distribuição da energia e composição foram considerados, também foi permitido uma

tolerância de erro dos nutrientes. Os resultados mostraram que soluções foram encontradas em um período curto de tempo, porém ocorreram itens incompatíveis, as porções foram pequenas e percebeu-se a necessidade de incluir outras restrições.

Schaynová (2017) apresentou um modelo linear para um consultor nutricional computadorizado. O cliente informava ao consultor as receitas preferidas e alguns dados pessoais e o consultor analisava os itens alimentares. Usando informações como peso, altura e índice de massa corporal, o modelo determinava os valores nutricionais e calculava uma dieta para o cliente levando em consideração a preferência dele e respeitando os hábitos alimentares. Ele apresentava a dieta e a comparava com o consumo do cliente. Restrições de quantidade recomendada, mínima e máxima de alimentos e receitas, níveis nutricionais de 31 nutrientes, composição, recomendações de energia proveniente de cada refeição foram avaliadas. Porém o modelo não conseguiu gerar uma dieta para a semana toda de forma que respeite todos esses nutrientes. Então para que o modelo fosse usado, algumas atribuições precisaram ser reduzidas.

McCann-Rugg, White e Endres (1983) usaram a Programação de Metas - PM para gerar dietas para diabéticos. Eles priorizaram mais as preferências dos pacientes e as necessidades nutricionais individuais em relação ao menor custo. Uma comparação com dietas calculadas manualmente mostrou que esse método exigia menos tempo para gerar as dietas e na maioria das dietas os nutrientes foram atendidos, o que não ocorreu na dieta calculada manualmente. No entanto, os resultados também mostraram que alguns nutrientes não atingiram os valores recomendados, mas essa deficiência não ultrapassou 10%.

Anderson e Earle (1983) apresentaram um modelo de PL que minimizava o custo de dois alimentos, respeitando restrições de níveis de energia, limite de cálcio e de proteína. Depois apresentaram um modelo usando PM que substituiu a função objetivo de custo pela minimização do desvio total do nível de requisitos específicos de nutrientes. Com isso, eles fizeram uma comparação dos dois métodos e os resultados mostraram que o segundo modelo apresentou uma melhoria acentuada no equilíbrio dos nutrientes, posto que no primeiro modelo as quantidades de alguns nutrientes foram excessivas. Posteriormente, Romero e Rehman (1984) propuseram uma extensão do modelo apresentado por Anderson e Earle (1983) com a introdução de pesos nas variáveis.

Pasic et al. (2012) desenvolveram um modelo usando a PM para atender às necessidades nutricionais diárias de homens e mulheres sujeito ao orçamento familiar disponível. Os objetivos foram a minimização do custo e dos desvios das necessidades de macronutrientes e micronutrientes. Os resultados mostraram que alguns nutrientes foram insuficientes e outros excessivos.

Iwuji e Agwu (2017) apresentaram um modelo que minimizava os desvios nutricionais considerando 10 nutrientes através de Programação de Metas Ponderada. O DASH (*Dietary Approaches to Stop Hypertension*) objetiva prevenir ou reduzir a pressão sanguínea, pleitear baixo custo, além de alimentos com baixo teor de sódio, gordura saturada, gordura total, colesterol e ricos em potássio, magnésio, cálcio e fibra. Os resultados mostraram que o método conseguiu minimizar os desvios dos níveis de ingestão tolerável de nutrientes.

Dhoruri, Lestari e Ratnasari (2017) propuseram um cardápio para pacientes com Diabetes Mellitus, condição causada principalmente por hábitos alimentares pouco saudáveis. Para isso, criaram um cardápio aplicando Programação por Metas e análise de sensibilidade do modelo. Os objetivos eram atender à quantidade de calorias, proteínas, gorduras e carboidratos através da minimização do desvio nesses nutrientes e da minimização do custo. Os dados utilizados foram obtidos de um hospital. A refeição foi dividida em: café da manhã, lanche da manhã, almoço, lanche da tarde e jantar. Os valores de referência de carboidratos, proteínas e gorduras foram obtidos do RNI. O software utilizado foi o LINGO para obtenção do cardápio e, como resultado, o solucionador do modelo encontrou uma solução ótima que apresentou variação zero nas funções objetivo dos nutrientes a um custo aplicável ao país em que a pesquisa foi realizada.

Alguns dos trabalhos que serão apresentados a seguir abordam problemas com dois ou mais objetivos simultâneos, sujeitos a um conjunto de restrições, a fim de encontrar uma fronteira eficiente (fronteira de Pareto) com soluções não dominadas. Essas são soluções viáveis, cujas avaliações de objetivos estão nesta fronteira, para as quais um aumento no valor de um critério acarreta na degradação de outro. Assim, a fronteira de Pareto aponta o *trade-off*, grau de conflito, entre os objetivos (GALLENTI, 1997).

Gaál, Vassányi e Kozmann (2005) desenvolveram um sistema conhecido como *MenuGene* para gerar cardápios automatizados com o intuito de prevenir doenças vasculares. Esse gerador usou Algoritmos Genéticos (AG) para preparar cardápios semanais para usuários da Web. A preferência do usuário e algumas informações básicas tinham que ser previamente informadas. O objetivo foi maximizar a classificação de acordo com a quantidade de nutrientes considerando restrições de níveis nutricionais de carboidratos, proteínas e gorduras, harmonia e variedade. Os resultados mostraram que o método foi capaz de gerar cardápios que satisfizeram as restrições nutricionais.

Kahraman e Seven (2005) desenvolveram um programa usando AG para resolver o problema da dieta biobjetivo gerando uma refeição diária saudável conforme as preferências do usuário e características pessoais. O objetivo foi apresentar para o usuário combinações de pratos que satisfizessem às necessidades nutricionais, minimizando o custo e maximizando a preferência do usuário através de uma classificação dos pratos. O método Soma Ponderada foi aplicado para agregar os dois objetivos.

Kaldirim e Kose (2006) apresentaram uma modificação do trabalho proposto por Kahraman e Seven (2005), aplicando o Algoritmo Genético Multiobjetivo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA-II) e incluindo limites máximos e mínimos para os nutrientes. Seljak (2006) também aplicou o NSGA-II com o intuito de elaborar cardápios semanais desde o café da manhã até o jantar para pacientes de hospital. O objetivo foi minimizar custos e atender às necessidades nutricionais. Para isso quatro funções objetivo foram consideradas: minimizar o custo e o número de possibilidades de padrão estético e maximizar a funcionalidade e a sazonalidade, atentando para o sabor, consistência, cor, temperatura, forma e método de preparo, além de respeitar restrições de limites superiores e inferiores de energia, macronutrientes, sódio, fibra, gordura

saturada, açúcar e o tamanho da porção. Como resultado, o algoritmo conseguiu atingir os objetivos e respeitar as restrições estabelecidas.

Raygoza, Galaviz e Orozco (2007) apresentaram uma ferramenta, *Pladiet*, para calcular dietas individuais com todos os requisitos nutricionais estabelecidos por um profissional através de um AG. O objetivo foi maximizar a variedade e respeitar os requisitos de calorias e a composição das refeições. Os resultados mostraram que foi possível gerar dietas para 28 dias em segundos e que as dietas foram mais satisfatórias que o método manual.

Seljak (2009) expandiu sua proposta inicial apresentada em Seljak (2006) e acrescentou restrições ao problema. Alterou a quantidade de dias que antes era equivalente a uma semana para n dias e calculou a complexidade de tempo do algoritmo. O método foi aplicado para elaborar cardápios para crianças, pacientes e trabalhadores e superou o método manual em tempo e qualidade.

Gomes (2012) propôs uma ferramenta chamada *Pró-dieta* para prescrever cardápios e formular dietas de modo a atender às necessidades nutricionais, a variedade de cores e pratos, combinação de sabores e textura. Para isso, ele utilizou o AG. O objetivo foi minimizar o erro calórico (diferença da quantidade de calorias necessária e a quantidade de calorias gerada pelo cardápio), respeitando restrições de cor e textura. Os resultados mostraram que a metodologia proposta conseguiu encontrar cardápios e dietas em poucos segundos, respeitando todos os requisitos estabelecidos.

Moreira (2016) aplicou um AG com Soma Ponderada (P_λ) e ϵ -Restrito (P_ϵ) para gerar cardápios escolares semanais. Os objetivos foram minimizar o custo e o erro nutricional de 9 nutrientes. As restrições consideradas foram de cor, consistência, variedade, limite de custo financeiro e limite de erro nutricional. Uma comparação entre os dois métodos foi realizada e os resultados mostraram que a Soma Ponderada foi melhor para o problema. Outro ponto avaliado foi a influência dos tipos de operadores de mutação (M) e cruzamento (C) considerando dois tipos: simples (S) e diferenciado (D). Dadas quatro configurações de operadores: MSCS, MDCC, MSCD, MDCCS, com os resultados foi possível observar que a configuração MDCCS foi a melhor combinação para o problema.

Hernandez-Ocana et al. (2018) projetaram um modelo matemático que satisfaz às necessidades nutricionais dos indivíduos, aplicando as “Leis da Nutrição”: qualidade, quantidade, harmonia e adequação. Consideraram as refeições: café da manhã, lanche da manhã, almoço, lanche da tarde e jantar. O cardápio foi criado para pessoas de 18 a 60 anos, levando em consideração a taxa metabólica basal de acordo com o sexo. O modelo teve como objetivo minimizar a diferença entre o número de calorias necessárias para um indivíduo e o número de calorias fornecidas pelo cardápio. Eles aplicaram o Algoritmo de Otimização de Forrageamento Bacteriana Modificado por Duas Nadadas (TS-MBFOA). Para os testes, foram elaborados cardápios para 15 usuários, sendo que para 4 desses, os cardápios respeitaram todas as restrições de limites de nutrientes impostas enquanto os demais tiveram uma flexibilização de $\pm 10\%$ nos valores.

Balintfy (1975) desenvolveu o sistema CAMP de programação de múltipla escolha de múltiplos estágios usando a técnica Pivotamento de Blocos Truncados. O objetivo foi encontrar combinações de itens de cardápios para reduzir o custo com alimentação de programas institucionais por meio de um planejamento assistido por computador e esses itens deveriam respeitar requisitos nutricionais, estruturais, compatibilidade e variedade. Os cardápios fornecidos pelo sistema não foram apenas de baixo custo, mas também balanceados nutricionalmente.

Um novo modelo foi proposto por **Balintfy et al. (1978)** para gerar cardápios que considerassem a preferência alimentar usando Programação Não-Linear. O objetivo foi minimizar a incompatibilidade de itens e restrições como níveis nutricionais e composição foram consideradas. Os resultados mostraram que o planejamento de almoço escolar para vinte dias foi resolvido em poucos segundos.

2.2 Tabela Comparativa

Uma tabela comparativa é exposta com o intuito de destacar as diferenças dos trabalhos apresentados. Considere:

- NND - Necessidades Nutricionais Diárias.
- A coluna TU apresenta a técnica utilizada que pode ser:
 - PL - Programação Linear;
 - TE - Tentativa e Erro;
 - PBT- Pivotamento de Blocos Truncados;
 - PLI - Programação Linear Inteira;
 - PLIM - Programação Linear Inteira Mista;
 - PM - Programação de Metas;
 - AG - Algoritmos Genéticos;
 - PNL - Programação Não-Linear.
- A coluna AV, apresenta o alvo que pode ser: Coletivo (C) ou Individual (I).
- As colunas IP (Informações Pessoais), PU (Preferência do Usuário), VR (Variedade), CR (COR), CS (Consistência) são preenchida com S (Sim) ou N (Não) para indicar se o trabalho utiliza ou não essas características.

Trabalho	TU	Objetivo Trabalho	Funções Objetivo	Restrições	AV	IP	PU	VR	CR	CS
Carpenter 1936	-	Criar cardápios com baixo custo e alto valor nutritivo	-	-	C	N	N	S	N	N
Stigler 1945	TE	Criar dieta com custo mínimo e obter as quantidades adequadas de calorias, proteínas, minerais e vitaminas.	-	-	C	N	N	N	N	N
Smith 1959	PL	Desenvolver 3 modelos para minimizar o custo e aumentar a palatabilidade	Minimizar custo	Níveis nutricionais (12), limites de alimentos	I	N	S	S	N	N
Dantzig 1963	PL	Criar dieta com custo mínimo e que atendam as NND	Minimizar custo	Níveis nutricionais (9)	C	N	N	N	N	N
Balintfy 1964	PLI	Criar cardápios que satisfaçam as NND com um custo mínimo	Minimizar custo	Níveis nutricionais (9), composição	C	N	N	S	S	S
Armstrong 1974	PLIM	Gerar cardápios com porções de tamanhos variados com menor custo e atender as NND	Minimizar custo	Níveis nutricionais (10), composição	C	N	N	N	N	N
Balintfy 1975	PBT	Criar cardápios com custo mínimo e que atendam as NND	Minimizar custo	Nutricionais, estruturais, compatibilidade e variedade	C	N	N	S	S	S
Bassi 1976	PL	Criar dietas que minimizem o custo e atendam as NND	Minimizar custo	Níveis nutricionais (16)	C	N	N	N	N	N
Balintfy 1978	PNL	Criar cardápios que aumente a compatibilidade de itens e que atendam as NND	Minimizar a incompatibilidade de itens	Níveis nutricionais e composição	C	N	S	S	N	N
Foytic 1981	PL	Criar cardápios mais nutritivos e baratos	Minimizar custo	Níveis nutricionais (12), limite de alimento	I	S	S	S	N	N
Rugg 1983	PM	Criar dietas que satisfaçam as NND e a preferência do usuário	Nível de calorias, proteínas, gordura, ferro, vitamina C, B6, B12, E, cálcio, magnésio, zinco, alimentos preferidos, limite de leite, carne, fruta, vegetais e pães	-	I	S	S	N	N	N
Anderson 1983	PM	Criar cardápios que satisfaçam as NND	Minimizar o desvio total dos nutrientes	Níveis de energia, cálcio e proteína	C	N	N	N	N	N
Silberberg 1985	PL	Gerar refeições nutritivas e baratas	Minimizar custo	Níveis de nutrientes (18)	C	N	N	N	N	N
Colavita 1990	PL	Gerar dietas nutritivas de acordo com a preferência do usuário	Maximizar preferência	Níveis mínimos e máximos de nutrientes (7), limites de quantidade de alimento	I	S	S	N	N	N

Sklan 1993	PLIM	Gerar cardápios com custo mínimo e que respeitem as NND	Minimizar custo	Níveis nutricionais(14) e limite de quantidade de alimento	C	N	N	N	N	N
Fletcher 1994	PL	Criar refeições para pacientes	Minimizar quantidade do alimento escolhido	Níveis nutricionais (7), proporções de polinsaturados para gordura, energia derivada dos nutrientes, limite de quantidade de alimentos	I	S	S	N	N	N
Leung 1995	PLI	Otimizar receitas	Minimizar custo ou tempo de cozimento	Níveis nutricionais (11), limites de energia e gordura, variedade, tipos de refeições, composição, quantidade de tipos por semana, quantidade de bebida diária	C	N	N	S	N	N
Valdez 2003	PLIM	Criar dietas que satisfaçam as NND e considerem a preferência do usuário	Maximizar a preferência do usuário	Distribuição da fonte de energia, composição, limites superiores e inferiores de energia	I	S	S	N	N	N
Noah 2004	TE	Desenvolver um sistema Web para criar cardápios saudáveis	-	-	I	S	N	N	N	N
Gaal 2005	AG	Criar cardápios semanais que atendam as NND e preferência do usuário	Maximizar classificação de acordo com a quantidade de nutrientes e a harmonia	Níveis nutricionais de carboidratos, proteínas e gorduras, variedade	I	S	S	S	S	S
Kahraman 2005	AG P_A	Criar dietas que satisfaçam as NND com baixo custo	Minimizar custo e maximizar a classificação	Níveis nutricionais, composição	I	S	S	N	N	N
Seljak 2006	NSGA II	Criar cardápios que satisfaçam as NND com baixo custo	Maximizar a funcionalidade e a sazonalidade, minimizar custo e o número de possibilidades de padrão estético	Limites inferiores e superiores dos macronutrientes, porção, energia, sódio, fibra, açúcar, gordura saturada	I	S	S	S	S	S
Kaldirim 2006	NSGA II	Criar dietas que satisfaçam as NND com baixo custo	Minimizar custo e maximizar a classificação	Níveis nutricionais, composição	I	S	S	N	N	N
Raygoza 2007	AG	Criar dietas individuais respeitando os requisitos nutricionais	Maximizar a variedade	Calorias, composição	I	S	S	S	N	N
Hretcanu 2010	PL	Gerar dietas que respeitem a quantidade mínima de energia estabelecida e atendam as NND	Minimizar quantidade de calorias	Níveis nutricionais (11)	I	N	N	N	N	N
Pasic 2012	PM	Criar dietas que satisfaçam as NND e minimize custo	Minimizar o desvio das necessidades de macronutrientes e micronutrientes e minimizar custo	Limite de consumo de frutas e legumes, níveis de energia	C	N	N	N	N	N
Gomes 2012	AG	Prescrever cardápios e formular dietas atendendo as NND	Minimizar o erro calórico	Cor, textura	I	S	N	S	S	S

Cruz 2013	PLI	Planejar dietas que minimizem o custo e maximize os níveis de proteínas, vitamina A e C, ferro e cálcio	Minimizar custo e maximizar níveis nutricionais(5)	Níveis nutricionais (18), variedade	C	N	N	S	N	N
Sufahani 2013	PLI	Planejar dietas que minimizem o custo e atendam as NND	Minimizar custo	Níveis nutricionais (11), variedade, composição	C	N	N	S	N	N
Dooren 2015	PL	Criar dieta que minimize o custo o impacto climático e atenda as NND	Minimizar custo e impacto climático	Níveis nutricionais (33)	C	N	N	N	N	N
Moreira 2016	AG P_λ P_ϵ	Criar cardápios que satisfaçam as NND com baixo custo	Minimizar custo e erro nutricional	Cor, consistência, variedade, limite de custo e erro nutricional	C	N	N	S	S	S
Spak 2017	PLI	Gerar cardápio para restaurantes universitários que minimize o custo e atenda as NND	Minimizar custo	Níveis nutricionais(14), variedade	C	N	S	S	N	N
Schaynorá 2017	PLIM	Gerar cardápios semanais que suprem as NND, respeitando as preferências do cliente	-	Níveis nutricionais (31), limite e recomendação da quantidade de alimentos e receitas, composição, proporções nutricionais, recomendações de energia vinda de cada refeição, tamanhos de pacotes	I	S	S	S	N	N
Iwuji 2017	PM	Criar dietas com baixo custo e que atendam as NND	Minimizar o desvio no nível de nutrientes (10)	Níveis nutricionais (9) custo	I	N	N	N	N	N
Dhoruri 2017	PM	Gerar cardápio que minimize o custo e atenda as NND	Minimizar os desvios nutricionais(4)	Níveis nutricionais(4), custo	C	N	N	N	N	N
Ocana 2018	TS-MBFOA	Gerar cardápio que atenda as NND	Minimizar a diferença da caloria	Limite inferior e superior de: caloria, proteínas, carboidratos e lipídeos, limite de energia em cada refeição	C	S	N	N	N	N
Alaini 2019	PL	Criar cardápios com baixo custo e que atendam as NND para prevenir o câncer	Minimizar o custo	Níveis nutricionais (29), palatabilidade	I	N	N	N	N	N
Baki 2019	PL	Criar dieta com baixo custo e que atendam as NND.	Minimizar o custo	Níveis nutricionais (6)	I	N	S	N	N	N
Ibrahim 2020	PL	Criar cardápios com baixo custo e que atendam as NND.	Minimizar o custo ou total de gordura, açúcar e sal	Níveis nutricionais (6) palatabilidade limite do número de acompanhamento	C	N	N	N	N	N
Basyuk 2020	PL	Criar cardápios com baixo custo e que atendam as NND.	Minimizar o custo	Níveis nutricionais (5)	C	N	N	N	N	N

2.3 Discussões

Diante dos trabalhos apresentados foi possível observar a complexidade do problema quando se inclui muitos requisitos. Embora resultados satisfatórios foram encontrados, o problema não é trivial. A literatura é extensa e mostra que o problema de elaboração de dietas e cardápios tem sido estudado desde 1936 e trabalhos recentes apontam que ainda há muito a se estudar.

A maioria dos trabalhos teve como objetivo reduzir custos e atender às necessidades nutricionais das pessoas. Uns optaram por usar apenas um objetivo enquanto outros por usar dois ou mais. As restrições também foram diversas e se aplicaram conforme o cenário. Independente desse cenário, também foi possível observar que a otimização tem sido muito usada em várias áreas, inclusive na nutrição.

Dentro da otimização, várias abordagens tem sido utilizadas. A escolha da melhor abordagem é difícil, pois tudo depende do quão complexo é o problema. Alguns casos podem ser resolvidos com métodos exatos, enquanto outros, a melhor opção é usar heurísticas ou métodos evolutivos.

É importante destacar as diferenças entre a abordagem proposta e as demais disponíveis na literatura. Tratando-se de otimização, todos os trabalhos apresentados desejavam otimizar os cardápios ou dietas, mas somente os trabalhos de [Carpenter e Stiebeling \(1936\)](#), [Stigler \(1945\)](#) e [Noah et al. \(2004\)](#) não usaram nenhuma técnica de otimização.

A maioria dos trabalhos destacaram somente os custos e os níveis nutricionais. Porém existem outros fatores que influenciam numa alimentação saudável, como a variedade, cor e consistência. Os trabalhos [Carpenter e Stiebeling \(1936\)](#), [Smith \(1959\)](#), [Balintfy et al. \(1978\)](#), [Foytik \(1981\)](#), [Leung, Wanitprapha e Quinn \(1995\)](#), [Raygoza, Galaviz e Orozco \(2007\)](#), [Sufahani e Ismail \(2013\)](#), [Schaynová \(2017\)](#) [Spak et al. \(2017\)](#) e [Ibrahim, Arunasalan e Mohamed \(2020\)](#) avaliaram apenas a variedade. [Balintfy \(1964\)](#), [Gaál, Vassányi e Kozmann \(2005\)](#), [Seljak \(2006\)](#) e [Gomes \(2012\)](#) consideraram além da variedade, a cor e consistência. Na modelagem MR1 desse trabalho, esses aspectos também são considerados.

Os trabalhos [Foytik \(1981\)](#), [McCann-Rugg, White e Endres \(1983\)](#), [Colavita e D'orsi \(1990\)](#), [Fletcher, Soden e Zinober \(1994\)](#), [Valdez-Pena e Martinez-Alfaro \(2003\)](#), [Noah et al. \(2004\)](#), [Gaál, Vassányi e Kozmann \(2005\)](#), [Kahraman e Seven \(2005\)](#), [Kaldirim e Kose \(2006\)](#), [\(SELJAK, 2006\)](#), [Raygoza, Galaviz e Orozco \(2007\)](#), [Hreţcanu e Hreţcanu \(2010\)](#), [Gomes \(2012\)](#), [Schaynová \(2017\)](#), [Iwuji e Agwu \(2017\)](#), [Baki et al. \(2019\)](#), [Alaini, Rajikan e Elias \(2019\)](#) apresentaram propostas para fornecer dietas individuais e alguns consideraram a preferência do usuário e necessitavam de informações pessoais como idade, altura, peso, sexo, atividades físicas que a pessoa faz, dentre outras. O trabalho apresentado nesta tese, por sua vez, deseja criar cardápios coletivos para alunos da educação básica sem a necessidade de informações pessoais.

Os trabalhos que consideraram a coletividade foram: [Carpenter e Stiebeling \(1936\)](#), [Stigler \(1945\)](#), [Smith \(1959\)](#), [Dantzig \(1963\)](#), [Balintfy \(1964\)](#), [Armstrong e Sinha \(1974\)](#), [Balintfy \(1975\)](#), [Bassi \(1976\)](#), [Balintfy et al. \(1978\)](#), [Anderson e Earle \(1983\)](#), [Romero e Rehman \(1984\)](#), [Silberberg \(1985\)](#), [Sklan e Dariel \(1993\)](#), [Leung, Wanitprapha e Quinn \(1995\)](#), [Zhang e Roush](#)

(2002) e Pasic et al. (2012), mas somente os trabalhos de Balintfy et al. (1978), Cruz et al. (2013), Sufahani e Ismail (2013), Sufahani e Ismail (2014), Sufahani e Ismail (2015), Dooren et al. (2015) e Spak et al. (2017) focaram o público escolar.

O estudo realizado por Moreira (2016) levou em conta o erro nutricional total, calculando a diferença entre o total de nutrientes (macro e micronutrientes) e os valores de referência pré-definidos. No modelo MR1 desse trabalho o objetivo é direcionar os macronutrientes para um intervalo preestabelecido. A ideia por trás disso é evitar a estimativa inferior ou superior de um ou mais nutrientes quando eles são combinados em uma função nutricional. Além disso, visando os macronutrientes em um intervalo, espera-se alcançar um nível alvo de micronutrientes correspondente. Assim será apresentado um modelo matemático com o objetivo de minimizar o custo, com restrições de composição, cor, consistência, variedade, limite de sódio e gordura saturada e limites mínimos e máximos de macronutrientes. O *CPLEX Optimizer* será utilizado para encontrar a melhor solução dados esses requisitos e compará-la com um cardápio utilizado em uma escola.

Em 2020, a resolução que diz sobre o PNAE e suas diretrizes sofreu uma revogação. Logo um novo modelo (MR2) é proposto para atender às exigências estabelecidas nessa nova resolução.

3 Fundamentação Teórica

Neste capítulo, será apresentado um arcabouço de conceitos relevantes para o bom entendimento do processo de planejamento de cardápios, bem como o que o PNAE diz sobre esse planejamento. A [Seção 3.1](#) fala sobre alimentação; A [Seção 3.2](#) explica sobre os nutrientes e suas importâncias; A [Seção 3.3](#) expõe sobre as recomendações nutricionais; A [Seção 3.4](#) apresenta as tabelas de composições utilizadas; A [Seção 3.5](#) analisa o PNAE, seus objetivos e diretrizes; A [Seção 3.6](#) descreve uma ferramenta para análise qualitativa de cardápio e por fim a [Seção 3.7](#) define o problema de planejamento de cardápios.

3.1 Alimentação

De acordo com [Gava \(1977\)](#), os alimentos fornecem ao corpo a energia e todo o material para a formação e manutenção dos tecidos e funcionamento dos órgãos. À vista disso, a alimentação exerce um papel essencial durante o ciclo de vida de um ser humano. Porém, muitas pessoas têm se alimentado de forma inadequada, causando sérios danos à saúde. Então, para que o corpo funcione corretamente, a alimentação precisa ser equilibrada. A [Figura 3](#) mostra três formas de alimentação e as consequências decorrentes de cada uma delas.

Figura 3 – As três formas da alimentação e suas consequências



Fonte: Próprio autor

3.1.1 Alimentação Saudável

Em concordância com [Brasil \(2009\)](#), uma alimentação saudável é a que supre as necessidades do organismo. A ingestão dos nutrientes não pode ser nem abaixo nem acima do exigido pelo corpo, devendo ser equilibrada. A alimentação dos seres humanos não supre apenas

as necessidades orgânicas de nutrientes, mas envolve outros fatores como valores culturais, sociais, afetivos e sensoriais. O cheiro, a cor, a textura e o sabor também são importante para a promoção da saúde. Uma alimentação para ser saudável deve ser:

- **Variada:** inclui alimentos pertencentes a diversos grupos alimentares para obter todos os nutrientes necessários.
- **Equilibrada:** consome cada tipo de nutriente de forma adequada (mais frutas do que gorduras).
- **Suficiente:** fornece quantidades que atendam e respeitam as necessidades individuais do ser humano.
- **Acessível:** baseia-se em alimentos *in natura*, produzidos e comercializados conforme a região (acessibilidade física), que são mais baratos que alimentos industrializados (acessibilidade financeira).
- **Colorida:** as cores estimulam o consumo de alimentos saudáveis e contribuem para a prevenção de doenças e para o bom funcionamento do intestino. Quanto mais colorida a alimentação, mais adequada é em termos de nutrientes.
- **Segura:** respeita as regras de higiene, manuseio e armazenagem para que os alimentos não sejam contaminados e apresentem riscos para a saúde.

A Pirâmide Alimentar (Figura 4) orienta como ter uma alimentação saudável. Ela é dividida em níveis que representam os grupos alimentares. Os alimentos no topo da pirâmide devem ser consumidos em menor quantidade e os da base devem ser consumidos em maior quantidade. As atividades físicas também devem ser inseridas na rotina.

Figura 4 – Pirâmide Alimentar.



Fonte: (CORPO, 2018)

3.1.2 Alimentação Inadequada e Consequências

O crescimento econômico e a industrialização dos alimentos causaram um impacto significativo na saúde e no estado nutricional da população por meio de mudanças nos padrões alimentares. Essas mudanças estimularam a diminuição das atividades físicas e o aumento de doenças crônicas associadas à alimentação e ao sedentarismo como: obesidade, diabetes, doenças cardiovasculares, hipertensão, acidente vascular cerebral e alguns tipos de câncer (WHO, 2003). Cada vez mais as pessoas tem optado por alimentos ultraprocessados com pouca densidade de nutrientes e alto teor de açúcar e gordura (FAO; OPS, 2017).

Conforme Dobbs e Manyika (2015), a obesidade é considerada um dos principais problemas econômicos mundiais. Dos gastos com saúde em todo o mundo, de 2% a 7% são para prevenir e tratar a obesidade e outras doenças relacionadas. Mais de 2,1 bilhões de pessoas, quase 30% da população global, sofrem com sobrepeso ou obesidade. A obesidade é responsável por cerca de 5% de todas as mortes no mundo. Se nenhuma medida for tomada, até 2030 quase metade da população adulta do mundo sofrerá com sobrepeso ou obesidade. A Figura 5 mostra as várias doenças que podem estar associadas à obesidade.

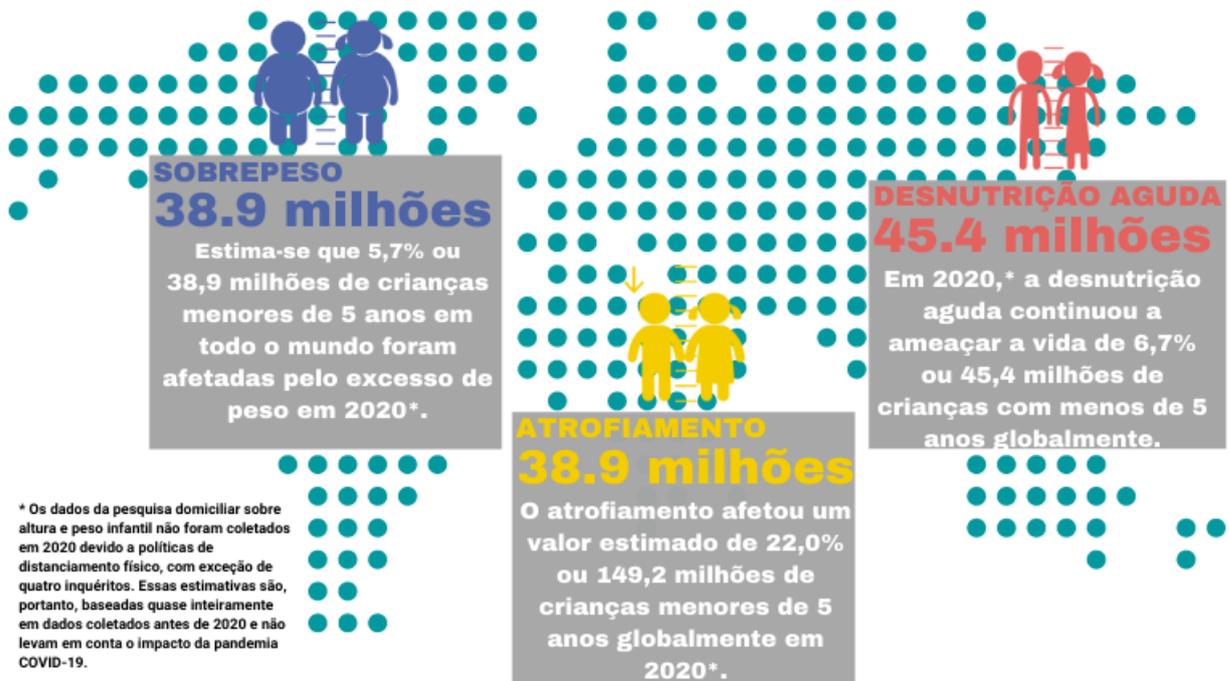
Figura 5 – Doenças associadas à obesidade



Fonte: Adaptada de Unifesp (2021)

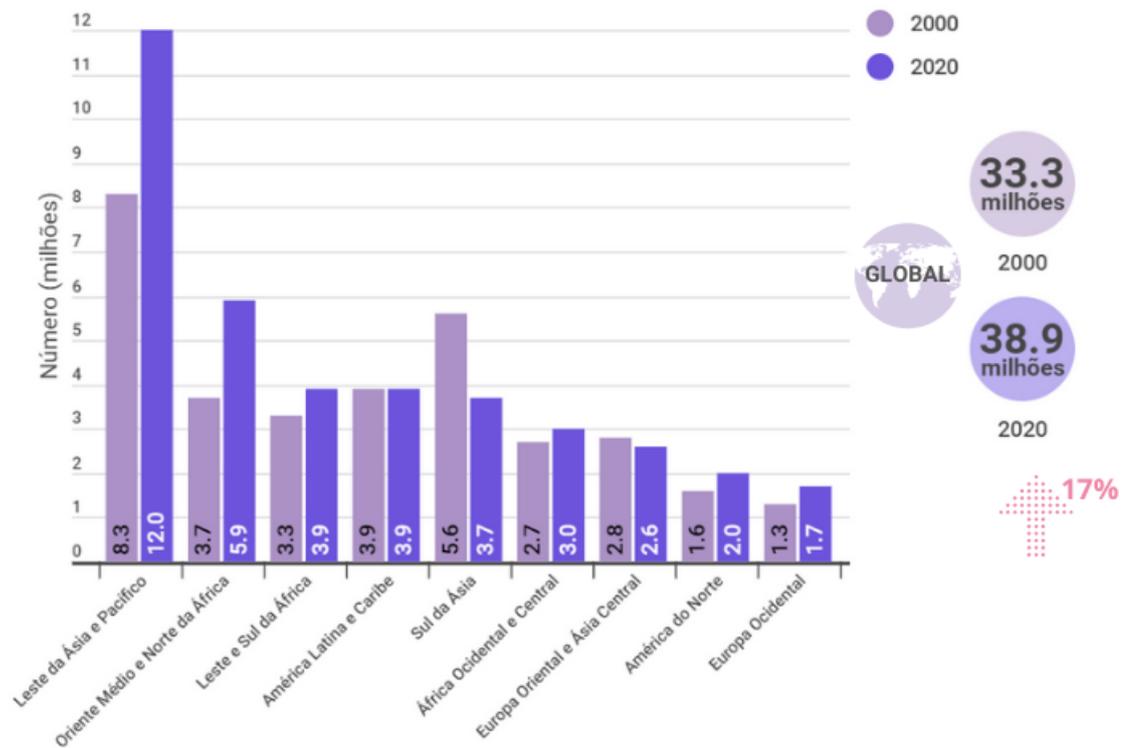
A UNICEF, WHO e World Bank Group todo ano fazem uma pesquisa da estimativa da desnutrição aguda, atrofiamento e sobrepeso da população global. Essa pesquisa mostra que a população infantil mundial tem sofrido com problemas associados à alimentação inadequada. Em todo o mundo, aproximadamente, 149,2 milhões de crianças menores de 5 anos de idade estão abaixo da estatura referente à idade, 38,9 milhões estão com sobrepeso e 45,4 milhões estão com desnutrição aguda (Figura 6). A Figura 7 mostra um comparativo dos anos 2000 e 2020 do número de crianças menores de 5 anos afetadas por sobrepeso por região. Pode-se perceber que, globalmente, esse número aumentou mais de 6 milhões (17%) se comparado ao ano 2000, um fator preocupante para o governo e população no geral (UNICEF; WHO; GROUP, 2021).

Figura 6 – Estimativa mundial de atrofiamento, sobrepeso e desnutrição aguda



Fonte: Adaptada de UNICEF, WHO e Group (2021)

Figura 7 – Número (em milhões) de crianças menores de 5 anos afetadas por sobrepeso, por região - Anos 2000 a 2020



Fonte: Adaptada de UNICEF, WHO e Group (2021)

3.1.3 Alimentação Escolar

Com o intuito de reduzir os problemas causados pela alimentação inadequada, muitos países têm investido em ações voltadas ao público infantil, pois é na infância que os hábitos alimentares são formados (MASCARENHAS; SANTOS, 2006). No Brasil, o governo tem ampliado ações intersetoriais sobre saúde e nutrição utilizando a escola como promotora de educação nutricional, através do Programa Nacional de Educação Alimentar (PNAE) (BRASIL, 2022a).

O Art. 1º da Resolução nº 26/2013 (BRASIL, 2013) define: “A alimentação escolar é direito dos alunos da educação básica pública e dever do Estado e será promovida e incentivada com vista ao atendimento das diretrizes estabelecidas nesta Resolução”.

Segundo Mascarenhas e Santos (2006) a alimentação escolar permite introduzir novos hábitos alimentares, bem como ofertar uma alimentação equilibrada aos alunos, principalmente os de baixa renda que, muitas das vezes, só se alimentam na escola. Para minimizar os riscos à saúde e proporcionar um desenvolvimento satisfatório, a alimentação escolar se faz importante, oferecendo alimentos em quantidade e qualidade suficientes para atender às necessidades nutricionais dos alunos e evitar danos no futuro.

As crianças em idade escolar devem receber uma alimentação saudável, pois esta beneficia os níveis de saúde, de crescimento e de desenvolvimento intelectual. Essa alimentação atua de forma direta no nível educacional e reduz os distúrbios alimentares e transtornos de aprendizagem provocados pela deficiência nutricional (BARBOSA, 2004).

3.2 Nutrientes

Os nutrientes são componentes dos alimentos que colaboram para o equilíbrio e a conservação do organismo por meio de várias funções. A energia, embora não seja um nutriente, também colabora nesse processo. Os nutrientes são classificados em macronutrientes e micronutrientes de acordo com a quantidade que são necessários ao organismo (MAHAN; ESCOTT-STUMP et al., 2004). A seguir, os nutrientes utilizados no trabalho são listados, bem como algumas de suas funcionalidades, de acordo com Cozzolino (2005).

3.2.1 Macronutrientes

Para assegurar uma alimentação saudável, os macronutrientes devem ser ingeridos em maior quantidade.

- Carboidratos (CHO): fornecem a maior parte da energia necessária para a manutenção do corpo.
- Proteínas (PTN): também contribuem como fonte de energia. São responsáveis pelo crescimento e manutenção do organismo, formam e conservam os músculos, cabelos, pele

e ossos.

- Lipídeos (LIP): conhecidos como gorduras, têm uma taxa maior de energia e são responsáveis pelas estruturas de membranas e isolamentos térmicos.

3.2.2 Micronutrientes

Diferentemente dos macronutrientes, os micronutrientes devem ser ingeridos em pequenas quantidades.

- Fibras (FIB): são importantes para a manutenção das funções gastrointestinais.
- Gorduras Saturadas (SFAT): atuam na produção de hormônios sexuais e no processo de armazenamento das vitaminas A, D, E e K nas células e manutenção das membranas celulares.
- Vitaminas (VIT): regulam as funções celulares, são necessárias para as reações energéticas e auxiliam nas funções imunológicas.
- Minerais: necessários para o crescimento, reprodução e manutenção do equilíbrio, envolvidos na contração muscular e transmissão dos impulsos nervosos.
 - Cálcio (CA): importante para a manutenção e o crescimento dos ossos e dentes e participa do processo de contração dos músculos.
 - Ferro (FE): importante na formação das células vermelhas do sangue, prevenindo a anemia. Pode ser categorizado em ferro-heme e ferro não-heme. O ferro-heme está presente em alimentos de origem animal e é mais fácil de ser absorvido. Por outro lado, o ferro não-heme está presente também em cereais e outros vegetais, e tem menor absorção.
 - Sódio (NA): necessário para o equilíbrio hídrico, transmissão de impulsos nervosos e contração muscular.
 - Magnésio (MG): estabiliza a estrutura de Adenosina Trifosfato (ATP) no músculo e em outros tecidos moles.
 - Zinco (ZN): atua na síntese das proteínas e junto com o cobre no papel antioxidante e nas cicatrizações, melhora a imunidade, o olfato e o paladar.

3.3 Recomendações Nutricionais

Segundo [Brasil \(2001\)](#), Ingestões Dietética de Referência (*Dietary Reference Intakes - DRI's*) são valores de referência de ingestão de nutrientes empregados para planejar e avaliar dietas para pessoas aparentemente saudáveis. Elas abrangem as recomendações de ingestão e os limites superiores. As DRI's são divididas em quatro grupos:

1. **Necessidade Média Estimada (*Estimated Average Requirement - EAR*):** valor de ingestão diária de um nutriente com o intuito de suprir as necessidades nutricionais de 50% dos indivíduos de um determinado grupo.
2. **Ingestão Dietética Recomendada (*Recommended Dietary Allowance - RDA*):** nível de ingestão diária suficiente para atender as necessidades nutricionais de 97% a 98% dos indivíduos.
3. **Ingestão Adequada (*Adequate Intake - AI*):** utilizada quando não há dados suficientes para a determinação da RDA, é considerado um valor estimado.
4. **Limite Superior Tolerável de Ingestão (*Tolerable Upper Intake Level - UL*):** valor mais alto de ingestão diária de nutriente de forma que não oferece nenhum risco à saúde.

3.3.1 Balanço Energético

Segundo [Thompson \(1998\)](#), a quantidade de energia consumida precisa ser igual a quantidade de energia dispensada. Para que ocorra esse balanço energético uma porcentagem da energia precisa vir de nutrientes específicos como carboidratos, proteínas, lipídeos e gorduras saturadas. Para cada nutriente existe uma quantidade em relação a essa energia. A [Tabela 1](#) mostra a porcentagem dessa relação estabelecida pela FAO/OMS ([BRASIL, 2020](#)) e o valor de kcal por grama dos carboidratos, proteínas, lipídeos e gordura saturada. Porém, para carboidratos, o PNAE utiliza o limite superior como 65% e para gordura 7% na Resolução n^o 06/2020 ([BRASIL, 2020](#)).

Tabela 1 – Valores dos nutrientes em % e kcal relacionados à necessidade energética

Nutrientes	% FAO/OMS	kcal por grama
Carboidratos	55 - 75	4
Proteínas	10 - 15	4
Lipídeos	15 - 30	9
Gordura Saturada	10	9

O cálculo dos valores absolutos, em gramas, para cada macronutriente e gordura saturada é dado pela [Equação \(1\)](#):

$$v_{nut} = e \times p_{nut} / k_{nut}, \quad (1)$$

sendo

- p_{nut} : o valor da porcentagem do nutriente,
- e : o valor de energia da referência, em kcal,
- k_{nut} : o valor de energia, em kcal, de cada nutriente e
- v_{nut} : o valor absoluto, em gramas, de cada nutriente.

3.4 Tabela de Composição de Alimentos

As tabelas de composição de alimentos visam alcançar a segurança alimentar e nutricional fornecendo informações sobre a composição dos alimentos. Essas informações são essenciais para a educação alimentar, bem como a avaliação da ingestão dos nutrientes (NEPA, 2011).

Neste trabalho, as tabelas utilizadas como referências serão: Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TACO) (NEPA, 2011), Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TBCA) (FORC, 2018) e rótulos nutricionais de alguns alimentos.

A TACO encontra-se na 3ª edição com dados de 597 alimentos. A TACO tem como objetivo fornecer dados dos principais alimentos consumidos no país. A tabela é subdividida em 3 partes: a primeira, representa centesimal, minerais, vitaminas e colesterol (Figura 8); a segunda, os ácidos graxos; e a terceira, os aminoácidos. A composição é de 100 gramas de parte comestível e os alimentos são agrupados em 15 grupos alimentares (NEPA, 2011).

Figura 8 – Exemplo da parte que representa o centesimal, os minerais, as vitaminas e o colesterol da Tabela TACO

Tabela 1. Composição de alimentos por 100 gramas de parte comestível: Centesimal, minerais, vitaminas e colesterol

Número do Alimento	Descrição dos alimentos	Umidade (%)	Energia		Proteína (g)	Lípidos (g)	Colesterol (mg)	Carboidrato (g)	Fibra Alimentar (g)	Cinzas (g)	Cálcio (mg)	Magnésio (mg)
			(kcal)	(kJ)								
Cereais e derivados												
1	Arroz, integral, cozido	70,1	124	517	2,6	1,0	NA	25,8	2,7	0,5	5	59
2	Arroz, integral, cru	12,2	360	1505	7,3	1,9	NA	77,5	4,8	1,2	8	110
3	Arroz, tipo 1, cozido	69,1	128	537	2,5	0,2	NA	28,1	1,6	0,1	4	2
4	Arroz, tipo 1, cru	13,2	358	1497	7,2	0,3	NA	78,8	1,6	0,5	4	30
5	Arroz, tipo 2, cozido	68,7	130	544	2,6	0,4	NA	28,2	1,1	0,1	3	6
6	Arroz, tipo 2, cru	13,2	358	1498	7,2	0,3	NA	78,9	1,7	0,4	5	29
7	Aveia, flocos, crua	9,1	394	1648	13,9	8,5	NA	66,6	9,1	1,8	48	119
8	Biscoito, doce, maisena	3,2	443	1853	8,1	12,0	NA	75,2	2,1	1,5	54	37
9	Biscoito, doce, recheado com chocolate	2,2	472	1974	6,4	19,6	Tr	70,5	3,0	1,3	27	48
10	Biscoito, doce, recheado com morango	2,7	471	1971	5,7	19,6	Tr	71,0	1,5	1,0	36	27
11	Biscoito, doce, wafer, recheado de chocolate	1,2	502	2102	5,6	24,7	Tr	67,5	1,8	1,1	23	48
12	Biscoito, doce, wafer, recheado de morango	1,2	513	2148	4,5	26,4	1	67,4	0,8	0,6	14	19
13	Biscoito, salgado, cream cracker	4,1	432	1806	10,1	14,4	NA	68,7	2,5	2,7	20	40
14	Bolo, mistura para	1,0	419	1752	6,2	6,1	Tr	84,7	1,7	2,0	59	28
15	Bolo, pronto, aipim	34,1	324	1355	4,4	12,7	73	47,9	0,7	0,8	85	10
16	Bolo, pronto, chocolate	19,3	410	1715	6,2	18,5	77	54,7	1,4	1,3	75	28
17	Bolo, pronto, coco	29,3	333	1395	5,7	11,3	63	52,3	1,1	1,4	57	16
18	Bolo, pronto, milho	36,7	311	1303	4,8	12,4	82	45,1	0,7	1,0	83	10
19	Canjica, branca, crua	13,6	358	1496	7,2	1,0	NA	78,1	5,5	0,2	2	12
20	Canjica, com leite integral	72,5	112	471	2,4	1,2	1	23,6	1,2	0,3	43	6
21	Cereais, milho, flocos, com sal	9,3	370	1546	7,3	1,6	NA	80,8	5,3	1,0	2	20
22	Cereais, milho, flocos, sem sal	11,2	363	1520	6,9	1,2	NA	80,4	1,8	0,3	2	17
23	Cereais, mingau, milho, infantil	4,7	394	1650	6,4	1,1	NA	87,3	3,2	0,5	219	16
24	Cereais, mistura para vitamina, trigo, cevada e aveia	4,4	381	1595	8,9	2,1	NA	81,6	5,0	3,0	584	72
25	Cereal matinal, milho	5,5	365	1529	7,2	1,0	NA	83,8	4,1	2,5	143	11
26	Cereal matinal, milho, açúcar	4,3	377	1576	4,7	0,7	NA	88,8	2,1	1,5	56	8
27	Creme de arroz, pó	7,3	386	1615	7,0	1,2	NA	83,9	1,1	0,5	7	51
28	Creme de milho, pó	5,7	333	1393	4,8	1,6	NA	86,1	3,7	1,7	323	30
29	Curau, milho verde	81,6	78	328	2,4	1,6	5	13,9	0,5	0,5	53	16
30	Curau, milho verde, mistura para	3,9	402	1683	2,2	13,4	NA	79,8	2,5	0,7	31	9
31	Farinha, de arroz, enriquecida	12,7	363	1519	1,3	0,3	NA	85,5	0,6	0,2	1	4

Fonte: NEPA (2011)

A TBCA (FORC, 2018), por sua vez, apresenta duas bases de dados: i) Base de Dados da Biodiversidade (BD-B): analíticos originais relativos a alimentos da biodiversidade brasileira e alimentos regionais e ii) Base de Dados para Avaliação de Ingestão Alimentar (BD-AIN): conteúdo de componentes dos alimentos mais consumidos no Brasil. A TBCA está na 7ª versão com mais de 1200 alimentos na BD-B e 1900 na BD-AIN.

3.5 Programa de Alimentação Escolar (PNAE)

O Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE), também conhecido como Merenda Escolar, tem como objetivo oferecer alimentação escolar de forma a suprir, parcialmente, as necessidades nutricionais dos estudantes de todas as etapas da educação básica pública. A educação básica é dividida em creches, pré-escola, escolas indígenas e quilombolas, ensino fundamental e médio, educação de jovens e adultos, ensino integral, programa de fomento às escolas de ensino médio em tempo integral e alunos que frequentam o Atendimento Educacional Especializado no contraturno. O PNAE também oferece ações de educação alimentar e nutricional através de projetos que enfatizam assuntos como obesidade e alimentação saudável (BRASIL, 2022a).

O PNAE teve início na década de 40, com uma proposta apresentada pelo Instituto de Nutrição de oferecer alimentação escolar. Porém, por falta de recursos financeiros, não foi aprovado. Contudo, na década de 50, um programa de merenda escolar foi estruturado em âmbito nacional e com o passar dos anos muitas mudanças foram propostas, até que em 1988, com a Constituição Federal (BRASIL, 1988), foi assegurado o direito à alimentação escolar. Atualmente, ele é considerado um dos maiores programas na área de alimentação escolar no mundo (BRASIL, 2022a).

Conforme Brasil (2022a), os valores financeiros repassados para os estados, municípios e escolas federais são de caráter suplementar e diferenciados conforme a etapa e modalidade de ensino. Com o intuito de estimular o desenvolvimento econômico e sustentável das comunidades, 30% do valor repassado pelo PNAE deve ser investido na compra de produtos da Agricultura Familiar. Isso se regulamentou através da Lei nº 11.947, de 16/6/2009 (BRASIL, 2009).

O governo federal é quem repassa esses valores, tendo como base o Censo Escolar do ano antecedente. Os responsáveis pelo acompanhamento e fiscalização do programa são a sociedade, através de Conselhos de Alimentação Escolar (CAE), Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), Tribunal de Contas da União, Controladoria Geral da União (CGU) e Ministério Público. A assistência financeira em caráter complementar, normatização, coordenação, acompanhamento, monitoramento e fiscalização da execução do programa bem como a avaliação da sua efetividade e eficácia são responsabilidades do FNDE.

Para que os repasses sejam efetivados, o cardápio escolar deve ser elaborado por nutricionista, respeitando os hábitos alimentares, atendendo os percentuais mínimos das necessidades nutricionais específicas estabelecidas na Resolução nº 26/2013. Essa resolução dispõe sobre o atendimento da alimentação escolar aos alunos da educação básica no âmbito do Programa Nacional de Alimentação Escolar - PNAE (BRASIL, 2013) que em 2020, teve uma mudança significativa.

3.5.1 Diretrizes e Objetivos

As diretrizes e os objetivos do programa são regulamentadas através da Resolução nº 26/2013 (BRASIL, 2013), que em 2020 foi revogada pela Resolução nº 06/2020 (BRASIL, 2020). Detalhes das resoluções podem ser vistos nos Anexos A e B.

De um modo geral, o programa deve:

- Oferecer uma alimentação saudável e adequada;
- Incluir a educação alimentar e nutricional no processo de ensino;
- Atender todos os alunos da educação básica;
- Apoiar o desenvolvimento sustentável;
- Garantir a segurança alimentar e nutricional dos alunos e
- Permitir a participação da comunidade no controle social.

Os cardápios da alimentação escolar devem:

- Respeitar as referências nutricionais, os hábitos alimentares, a cultura alimentar, sazonalidade e diversificação agrícola;
- Suprir uma porcentagem mínima das necessidades nutricionais dos alunos conforme o período de permanência na escola e a etapa escolar;
- Oferecer uma quantidade mínima de frutas, legumes e verduras por semana;
- Respeitar limites de macronutrientes, sódio, açúcares e gorduras;
- Ofertar porção diferenciada conforme a faixa etária dos alunos;
- Limitar ou proibir a oferta de determinados alimentos.

3.5.1.1 Referências Nutricionais do PNAE

As referências nutricionais utilizadas no PNAE podem ser encontradas nas resoluções. A Tabela 2 mostra os valores de energia e macronutrientes equivalentes a 70% das necessidades nutricionais para a categoria utilizada neste trabalho: pré-escola da Resolução nº 06/2020.

Tabela 2 – Valores de referência para energia e macronutrientes

70% das necessidades nutricionais					
Categoria	Idade	Energia (Kcal)	Carboidratos(g)	Proteínas(g)	Lipídeos(g)
			55% a 65%	10% a 15%	15% a 30%
Pré-escola	4 - 5 anos	945	130 a 154	24 a 35	16 a 32

Fonte: Adaptada de (BRASIL, 2020)

3.6 Análise Qualitativa

Em concordância com Brasil (2022b), os instrumentos de análise de cardápio validam a qualidade tanto do cardápio, quanto do planejamento adotado. Uma avaliação para ser adequada, requer a utilização de indicadores que permitam uma análise da qualidade geral do cardápio.

Ante o exposto, para analisar de forma qualitativa os cardápios elaborados para alimentação escolar, o PNAE recomenda o uso da ferramenta Índice de Qualidade da Coordenação de Segurança Alimentar e Nutricional - IQ COSAN.

O IQ COSAN tem como objetivo padronizar as análises dos cardápios no âmbito do PNAE. Para que nutricionistas, equipes técnicas do PNAE e demais interessados certifiquem se os cardápios estão ou não atendendo às diretrizes do PNAE e aos pilares de uma alimentação adequada e saudável (BRASIL, 2022b).

O IQ COSAN funciona por meio de atribuição de pontos (0 a 95), considerando os seguintes aspectos:

- Presença diária de: cereais e tubérculos, feijão, leguminosas e hortaliças, frutas frescas, leite e derivados e carnes e ovos, alimentos classificados como restrito pela atual resolução do programa, alimentos e preparações doces;
- Presença semanal de: alimentos regionais, alimentos da sociobiodiversidade, diversidade/variedade do cardápio ou número de alimentos oferecidos por semana, alimentos definidos como proibidos pela legislação vigente.

A Tabela 3 mostra o IQCOSAN para uma semana. A presença dos seis grupos de alimentos apresentados anteriormente e a ausência de alimentos restritos e doces pontua positivamente (+2 pontos), alimentos regionais e da sociobiodiversidade (+2,5 pontos), a diversidade do cardápio (+10 pontos). Por outro lado, se o cardápio tiver a presença de alimentos classificados como proibidos, pontua negativamente (-10 pontos). A frequência é contabilizada para presença, no caso de ausência de alimentos restritos e doces, essa frequência fica zerada. Ao final da avaliação desses aspectos, a ferramenta soma a pontuação de cada semana e calcula as médias semanais. A pontuação do IQ COSAN varia entre 0 e 95 pontos e classifica os cardápios em:

- Inadequado (0 a 45,9 pontos);

- Precisa de melhorias (46 a 75,9 pontos) e
- Adequado (76 a 95 pontos).

Tabela 3 – Modelo IQCOSAN 1 SEMANA

Índice de Qualidade de Cardápios COSAN										Observações
COMPONENTES SEMANA 1										
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO DIÁRIA	Ref	Seg	Ter	Qua	Quin	Sex	Result	Freq		
Presença de alimentos do grupo dos cereais e tubérculos	2	2	2	2	2	2	10	5		
Presença de alimentos do grupo dos feijões	2	2	2	2	2	2	10	5		
Presença de alimentos do grupo dos legumes e verduras	2	2	2	2	2	2	10	5		
Presença de frutas in natura	2	2	2	2	2	2	10	5		
Presença de alimentos do grupo leite e derivados	2	2	2	2	2	2	10	5		
Presença de alimentos do grupo das carnes e ovos	2	2	2	2	2	2	10	5		
Ausência de alimentos restritos	2	2	2	2	2	2	10	0		
Ausência de alimentos e preparações doces	2	2	2	2	2	2	10	0		
PONTUAÇÃO							80			
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO SEMANAL							Result	Ref		
Oferta de alimentos regionais?							2,5	2,5		
Oferta de alimentos da sociobiodiversidade?							2,5	2,5		
Diversidade do cardápio							10	10		
Oferta de alimentos proibidos							0	-10		
PONTUAÇÃO FINAL DA SEMANA							95			
CLASSIFICAÇÃO FINAL										
Inadequado							0-45,9			
Precisa de melhorias							46-75,9			
Adequado							76-95			

3.7 Problema do Planejamento de Cardápios

Um planejamento visa encontrar uma série de ações para atingir um objetivo desejado e atender a um conjunto de restrições necessárias. O planejamento é uma tarefa que tem sido usada em diversas áreas como logística, educação, saúde, administração, dentre outras. Deseja-se então, encontrar um conjunto viável de ações que alcancem um ou mais objetivos (FOX, 1994).

Desde a década de 30, pesquisadores buscam diferentes estratégias para automatizar o planejamento. A tecnologia de planejamento automatizado pode ser útil em aplicações que vão desde a exploração espacial até a manufatura automatizada (NAU, 2007). Essa tecnologia pode ser usada no planejamento de cardápios, posto que é uma tarefa difícil de ser executada manualmente.

Balintfy (1975) define cardápio como sendo uma lista de itens particionados de acordo com uma estrutura de refeição para um ou mais dias. O item de cardápio é uma porção bem definida de ingredientes de acordo com uma receita que especifica a quantidade necessária de cada um.

O planejamento de cardápios é um processo de decisão em que se determina qual item deve ocorrer em cada refeição e em qual dia. De acordo com Balintfy (1964), o MPP tem como objetivo encontrar a melhor combinação de itens que atenda a requisitos específicos para uma sequência de dias. Os objetivos gerais do MPP são obter refeições equilibradas e econômicas, satisfazendo, simultaneamente, um conjunto de requisitos.

Um nutricionista consegue lidar com a complexidade do MPP, mas atender às necessidades de diversos grupos, controlar custos e qualidade em tempo hábil, se torna um trabalho desgastante e complexo. Assim, utilizar a tecnologia e alguns métodos computacionais podem auxiliar no planejamento de cardápios.

Segundo [Balintfy \(1964\)](#), o MPP pode ser considerado como uma nova versão do Problema Clássico da Dieta, proposto por [Stigler \(1945\)](#), que associa requisitos com objetivos nutricionais e econômicos. Os objetivos podem ser diversos, desde minimizar o custo ou maximizar alguma medida de satisfação de um determinado público, ou pode ter mais de um objetivo. Sendo assim, ele pode ser formulado como um problema mono-objetivo ou multiobjetivo por meio de várias abordagens.

O Problema da Dieta deseja minimizar o custo e atender restrições de calorias, proteínas, cálcio, ferro, vitaminas: A, B1, B2, B3 e C. Considere as seguintes definições:

- n : quantidade máxima de alimentos,
- m : quantidade máxima de nutrientes,
- c_j : o custo do j -ésimo alimento,
- x_j : a quantidade do j -ésimo alimento,
- a_{ij} : o valor do nutriente i do alimento j e
- b_i : o valor mínimo ou máximo recomendado para cada nutriente i .

A [Equação \(2\)](#) mostra o modelo do Problema da Dieta proposto por [Stigler \(1945\)](#):

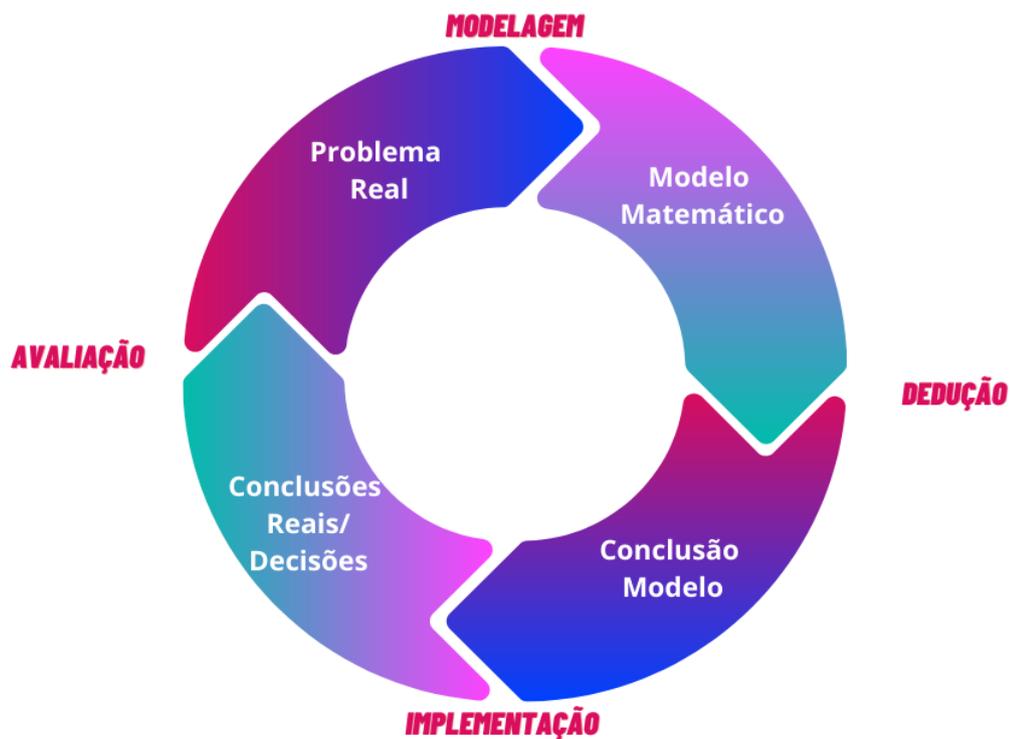
$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{sujeito a:} & \\ & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \text{ou} > b_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{2}$$

Matematicamente, o MPP pode ser reduzido a um problema da mochila multidimensional (MDKP) proposto por [Kellerer, Pferschy e Pisinger \(2013\)](#) com muitas restrições e objetivos. Dado um conjunto de alimentos com diferentes valores e volumes, o MDKP almeja encontrar a combinação de alimentos que melhor se encaixa em uma mochila de volumes fixos. Os valores são definidos subjetivamente quanto ao custo, qualidade dos alimentos e outros parâmetros como cor, consistência, sabor, forma e método de preparação. Os volumes são estabelecidos de acordo com recomendações e diretrizes alimentícias ([GAREY; JOHNSON, 1979](#)).

4 Modelagem do Problema Proposto

A modelagem matemática é uma representação de um problema real em que os modelos procuram interpretar as principais características de um objeto real. Geralmente, na formulação de um modelo matemático algumas simplificações do problema real precisam ser consideradas. Entretanto, ele deve ser detalhado suficientemente para que os elementos principais do problema sejam captados, mas também simples o suficiente para que possa ser resolvido por meio de métodos e computadores. O modelo é válido se a solução do modelo for coerente com o contexto original (ARENALLES et al., 2017). Um processo simplificado de modelagem é representado pela Figura 9.

Figura 9 – Processo de Modelagem



Fonte: Adaptada de (ARENALLES et al., 2017).

Conforme Arenales et al. (2017), primeiramente, define-se o problema. Na fase de modelagem, formula-o definindo as variáveis e as relações matemáticas que o descrevem. Na fase de dedução, aplica-se técnicas matemáticas e tecnologia para resolver o modelo, obtendo algumas sugestões de conclusões. A seguir, na fase de interpretação, verifica se as conclusões obtidas são significativas para inferir conclusões ou decisões reais. E por fim, na fase de avaliação, apura se essas conclusões são adequadas e se preciso, o processo é repetido.

De acordo com Bronson e Naadimuthu (1997), a modelagem de um problema de otimização é composto por variáveis de decisão, função-objetivo e restrições:

- **Variáveis de decisão:** incógnitas a serem determinadas.
- **Função-objetivo:** função escrita em termos das variáveis de decisão que deve ser maximizada ou minimizada (o que deseja alcançar).
- **Restrições:** conjunto de equações e/ou inequações que limitam as escolhas das variáveis de decisão em valores viáveis (o que o problema deve obedecer).

Em 2013, foram estabelecidas normas para a execução técnica, administrativa e financeira do PNAE. Essas normas foram descritas na Resolução 26/2013 que dispõe sobre o atendimento da alimentação escolar aos alunos da educação básica no âmbito do PNAE (BRASIL, 2013). Este trabalho utilizou essa resolução para modelar o MPP. Porém, em 2020, essa resolução foi revogada pela Resolução 06/2020 que alterou e acrescentou diversas diretrizes para a elaboração dos cardápios (BRASIL, 2020). Como essa transição ocorreu durante os estudos desta tese, optou-se por apresentar as duas modelagens do MPP propostas neste trabalho:

- MR1 - modelagem da Resolução n^o 26/2013 (BRASIL, 2013) (Seção 4.1)
- MR2 - modelagem da Resolução n^o 06/2020 (BRASIL, 2020) (Seção 4.2)

4.1 Modelagem da Resolução 26/2013 - MR1

A Resolução 26/2013 dispõe sobre o atendimento da alimentação escolar aos alunos da educação básica no âmbito do PNAE. Nela pode-se encontrar as diretrizes e objetivos do programa, as ações de educação alimentar e nutricional, como a alimentação deve ser ofertada nas escolas e como deve ser feita a aquisição dos gêneros alimentícios.

Nesta seção, serão apresentados: i) a especificação do cardápio desejado, ii) a base de dados e iii) o modelo matemático conforme as diretrizes da referida resolução.

4.1.1 Especificação do Cardápio

O cardápio proposto é composto por 5 dias, por representar uma semana escolar e em cada dia existe uma lista de refeições compostas por preparações. Essas refeições são representadas por siglas em inglês: (i) café da manhã (BF), (ii) colação (MS), (iii) almoço (LC) e (iv) lanche da tarde (AS). Ao todo, são ofertadas obrigatoriamente 11 tipos diferentes de preparações e em um dia aleatório da semana é ofertada uma sobremesa.

A estrutura do cardápio foi criada com base na estrutura de uma escola da cidade de Uberaba em Minas Gerais. A estrutura de composição definida oferece um pão ou outro cereal (BC_1) e um laticínio (DP) no café da manhã, na colação é ofertada uma fruta (FT). O lanche da tarde é composto de um pão ou cereal (BC_2) e um laticínio ou suco (DJ). O almoço é composto por arroz (RC), feijão (BE), entrada (EN), principal (MD), guarnição (SD), suco (JC) e em um dia

sobremesa (DS). O tipo de preparação EN pode ser sopas e saladas cruas (legumes ou verduras). A guarnição (SD) é composta de legumes e verduras processados, macarrão, purês e farofas.

A Figura 10 representa a composição diária do cardápio. Para cada dia, existem refeições que são compostas por preparações de tipos específicos.

Figura 10 – Estrutura do cardápio para a MR1

	CARDÁPIO	
<hr style="border-top: 3px double #000;"/>		
CAFÉ DA MANHÃ (BF)		
PÃO/CEREAL (BC1)		
LATICÍNIOS (DP)		
<hr/>		
COLAÇÃO (MS)		
FRUTA (FT)		
<hr/>		
ALMOÇO (LC)		
ARROZ (RC)	GUARNIÇÃO (SD)	
FEIJÃO (BE)	SUCO (JC)	
ENTRADA (EN)	SOBREMESA (DS) *	
PRINCIPAL (MD)		
<hr/>		
LANCHE DA TARDE (AS)		
PÃO/CEREAL (BC2)		
[LATICÍNIOS (DP) / SUCO (JC)] (DJ) * opcional		

Fonte: Próprio autor

4.1.2 Base de Dados

A construção do banco de dados foi baseada na Cartilha de Cardápio Escolar do Governo de Minas Gerais. A base de dados é composta de 140 preparações e cada preparação contém um conjunto de alimentos e uma quantidade *per capita* correspondente. A referência nutricional também pode ser encontrada na base de dados.

Para cada alimento, os seguintes dados são armazenados: um código identificador, nome, tipo de alimento (bebidas; nozes e sementes; leguminosas e derivados; carnes e derivados; verduras, legumes e derivados; frutas e derivados; produtos açucarados; aromatizantes, gorduras e óleos; outros alimentos processados; miscelânea; cereais e derivados; ovos e derivados; leites e derivados; alimentos preparados e peixes e frutos do mar), valores nutricionais (carboidratos, energia, proteínas, lipídios, sódio, gordura saturada, vitamina C, vitamina A, fibra, magnésio, cálcio, zinco e ferro). O preço dos alimentos foi retirado da tabela de preços da CONAB adotada pela Agricultura Familiar (BRASIL, 2017) do estabelecimento comercial VIPFACIL (VIPFÁCIL,

2018). Os valores nutricionais foram retirados da Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TACO) (NEPA, 2011) e as informações nutricionais retiradas dos alimentos rotulados.

Para as preparações tem-se: código identificador, tipo (arroz, feijão, principal, entrada, guarnição, suco e sobremesa), consistência e cor.

A definição da cor foi feita conforme a cor predominante ou mais próxima da preparação pronta. Por exemplo, Café com leite -> marrom. Para essa modelagem sete cores foram utilizadas: amarelo, branco, vermelho, roxo, laranja, verde e marrom. A consistência foi definida como Líquida/Pastosa e Semisólida/Sólida. A Tabela 4 mostra como as preparações foram classificadas na base de dados. O modelo lógico do banco de dados, bem como o link do Github para acesso, encontram-se no Apêndice A.

Tabela 4 – Quantidade de preparação culinária por tipo no banco de dados.

Tipo	Quantidade
Arroz	6
Entrada	27
Feijão	5
Frutas	12
Guarnição	19
Laticínios	14
Pão/Cereais	13
Principal	26
Sobremesa	9
Suco	9

4.1.3 Modelo Matemático

Deseja-se minimizar a função-objetivo que representa o custo, respeitando as seguintes restrições: composição, cor, consistência, variedade, limite mínimo e máximo de macronutrientes, limite máximo de sódio, limite máximo de gordura saturada. Para esse modelo, os seguintes conjuntos foram definidos:

D : conjunto de dias

$$D = \{d | d = 1, 2, \dots, dmax\}, \text{ sendo } dmax \text{ o número máximo de dias};$$

P : conjunto de preparações

$$P = \{p | p = 1, \dots, pmax\}, \text{ sendo } pmax \text{ o número máximo de preparações};$$

T : conjunto de tipos de preparações

$$T = \{t | t = \text{Arroz (RC)}, \text{Entrada (EN)}, \text{Feijão (BE)}, \text{Fruta (FT)}, \text{Guarnição (SD)}, \\ \text{Laticínios (Leite ou Derivados)}(DP), \text{Laticínios (Leite ou Derivados)}(DP) \cup \text{Suco (JC)} (DJ), \\ \text{Pão ou Cereal 1}(BC_1), \text{Pão ou Cereal 2}(BC_2), \text{Principal (MD)}, \text{Sobremesa (DS)} \text{ e Suco (JC)}\};$$

N : conjunto dos macronutrientes das preparações

$$N = \{n | n = \text{Carboidratos (CHO)}, \text{Lipídeos (LIP)} \text{ e } \text{Proteínas (PTN)}\};$$

A: conjunto de consistência das preparações

$$A = \{a | a = \text{Líquido ou Pastoso (LP), Semissólido ou Sólido (SS)}\};$$

C: conjunto de cores das preparações

$$C = \{c | c = \text{Amarelo (YE), Branco (WH), Laranja (OR), Marrom (BN), Roxo (PR), Verde (GN) e Vermelho (RD)}\};$$

Além dos conjuntos descritos, define-se a seguinte variável de decisão:

$$x_{ptd} = \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ é incluída no tipo } t \text{ no dia } d \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Essa variável atribui valores para a inclusão ou não de uma determinada preparação, de um tipo específico, em um determinado dia. Por exemplo, se no dia 4 é incluída a preparação “Arroz à grega” do tipo Arroz (RC), essa variável recebe valor 1.

Os parâmetros a seguir são necessários para a modelagem proposta:

$$w_{pt} = \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ pertence ao tipo } t \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$y_{pc} = \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ tem a cor } c \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$z_{pa} = \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ tem a consistência } a \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

As preparações do conjunto P são classificadas em tipos do conjunto T , tem uma cor predominante do conjunto C e uma consistência do conjunto A . Assim, os parâmetros w_{pt} , y_{pc} , z_{pa} verificam se uma determinada preparação pertence a um determinado tipo, a uma determinada cor e a uma determinada consistência, respectivamente.

Os demais parâmetros também são necessários:

c_p : custo da preparação p ;

d_{max} : número máximo de dias;

e : valor de energia da referência em kcal;

k_n : quilocalorias (kcal) por grama de cada macronutriente n ;

k_{SFAT} : quilocalorias (kcal) por grama de gordura saturada;

max_n : porcentagem máxima diária de cada macronutriente n ;

$maxNA$: limite máximo diário de sódio em miligramas;

$maxSFAT$: porcentagem máxima diária de gordura saturada;

min_n : porcentagem mínima diária de cada macronutriente n ;

$pmax$: número máximo de preparações;

v_{pn} : valor, em gramas, de cada macronutriente n na preparação p ;

vNA_p : valor, em miligramas, de sódio na preparação p ;

$vSFAT_p$: valor, em gramas, de gordura saturada na preparação p .

Os parâmetros que representam porcentagens são importantes para a realização do cálculo do valor absoluto em gramas. Tal cálculo encontra-se na [Equação \(1\)](#) do [Capítulo 3](#).

A função-objetivo visa minimizar o custo total do cardápio. Ela calcula a soma dos custos diários das preparações que pertencem aos tipos estabelecidos ([Equação \(3\)](#)).

$$\text{Min } f(x) = \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{\substack{p \in P \\ |w_{pt}|=1}} c_p \cdot x_{ptd} \quad (3)$$

O princípio do PNAE é promover uma alimentação saudável e adequada de acordo com a idade dos alunos, dentre outras características. Diante disso, algumas restrições são adotadas, nesta modelagem, para que esse princípio seja atendido: (i) composição, (ii) cor, (iii) consistência, (iv) variedade, (v) limite mínimo e máximo de macronutrientes, (vi) limite máximo de sódio e (vii) limite máximo de gordura saturada.

As restrições do problema são descritas a seguir:

1. **Composição:** O cardápio deve conter uma e somente uma preparação de cada tipo em cada dia.

$$C_{composicao} : \sum_{\substack{p \in P \\ |w_{pt}|=1}} x_{ptd} = 1 \quad \forall d \in D \\ \forall t \in T \quad (4)$$

Essa restrição faz-se necessária para garantir que todos os tipos sejam ofertados uma única vez no dia, permitindo uma variedade na oferta conforme: art 2, inciso I e §9º; art 16. Por exemplo, em cada dia deve ter uma preparação do tipo laticínio (vitamina de abacate) no café da manhã.

2. **Cor:** Uma dieta equilibrada e rica em nutrientes é composta de refeições coloridas. Considera-se sete cores predominantes das preparações: (i) YE, (ii) RD, (iii) GN, (iv) BN, (v) WH, (vi) PR, e (vii) OR. Como as cores influenciam na oferta de variedade de nutrientes, o cardápio pode ter no máximo 2 cores iguais para os seguintes tipos de

preparações: (i) MD, (ii) EN, (iii) SD, (iv) FT, and (v) JC. Por exemplo, é permitido ter duas preparações de cor verde no mesmo dia: uma entrada (alface) e uma fruta (abacate).

$$C_{cor} : \sum_{\substack{t \in T \\ |t=\{MD,EN,SD,FT,JC\}}} \sum_{\substack{p \in P \\ |w_{pt}=1}} y_{pc} \cdot x_{ptd} \leq 2 \quad \forall d \in D \\ \forall c \in C \quad (5)$$

3. **Consistência:** A textura transmite confiança na qualidade e aceitabilidade da preparação. A consistência é classificada em: (i) LP (líquido/pastoso) e (ii) SS (semi-sólido/sólido). Essa restrição garante que não haja mais de uma preparação classificada como LP para os seguintes tipos de preparações: (i) BE, (ii) MD, (iii) EN, e (iv) SD. Por exemplo, não permite servir uma preparação LP do tipo BE (feijão batido) e ao mesmo tempo uma preparação LP do tipo SD (creme de milho) na mesma refeição no mesmo dia.

$$C_{consistencia} : \sum_{\substack{t \in T \\ |t=\{BE,MD,EN,SD\}}} \sum_{\substack{p \in P \\ |w_{pt}=1}} z_{pa} \cdot x_{ptd} \leq 1 \quad \forall d \in D \\ a=LP \quad (6)$$

4. **Limites mínimos e máximos de macronutrientes:** A FAO/WHO (WHO, 2003) estabelece limites mínimos e máximos diários de macronutrientes em relação à necessidade de energia (art 14 §2^o). Os valores de macronutrientes devem estar dentro do intervalo estabelecido, CHO (55% -75%), PTN (10% -15%) e LIP (15% -30%). A explicação do cálculo do valor em gramas pode ser vista na Subseção 3.3.1 do Capítulo 3. Por exemplo, em cada dia, a soma de carboidratos presentes nas preparações ofertadas não pode ser menor que 154,4 gramas.

$$C_{minMax_n} : e \cdot \frac{min_n}{k_n} \leq \sum_{t \in T} \sum_{\substack{p \in P \\ |w_{p,t}=1}} v_{pn} \cdot x_{ptd} \leq e \cdot \frac{maxN_n}{k_n} \quad \forall d \in D \\ \forall n \in N \quad (7)$$

5. **Limite máximo de Sódio:** O PNAE estabelece limite máximo diário de sódio de acordo com a modalidade de estudo (art 16, inciso VII). Por exemplo, em cada dia, a soma de sódio presente nas preparações ofertadas não pode ser maior que 1400 miligramas.

$$C_{NA} : \sum_{t \in T} \sum_{\substack{p \in P \\ |w_{pt}=1}} vNA_p \cdot x_{ptd} \leq maxNA \quad \forall d \in D \quad (8)$$

6. **Limite máximo de Gordura Saturada:** O PNAE estabelece um limite máximo de gordura saturada em relação à necessidade energética (art 16, inciso III). O valor de gordura saturada deve ser de no máximo 10% em relação à energia. A explicação do cálculo do valor em

gramas pode ser vista na [Subseção 3.3.1](#) do [Capítulo 3](#). Por exemplo, em cada dia, a soma de gordura saturada presente nas preparações ofertadas não pode ser maior que 7,5 gramas.

$$C_{SFAT} : \sum_{t \in T} \sum_{\substack{p \in P \\ |w_{pt}=1}} vSFAT_p \cdot x_{ptd} \leq e \cdot \frac{maxSFAT}{kSFTA} \quad \forall d \in D \quad (9)$$

7. **Variedade:** A variedade de alimentos é indispensável para fornecer os nutrientes vitais. Para garantir que as refeições sejam variadas, restringe-se o número de preparações repetidas no mesmo dia e em dias diferentes.

a) Mesmo dia: algumas preparações podem estar presentes em mais de um tipo e para que haja variedade, restringe-se a quantidade que elas podem ser ofertadas no mesmo dia.

i. A preparação que pertence aos tipos BC_1 , que representa os pães/cereais do café da manhã, e BC_2 , que representa os pães/cereais do lanche da tarde, só pode ser ofertada uma vez por dia. Por exemplo, a preparação do tipo pão/cereal (biscoito cream cracker) só pode ser ofertada uma vez no dia. Se ofertada no café da manhã, então não pode ser ofertada no café da tarde e vice-versa no mesmo dia.

$$C_{mdia1} : x_{pt'd} + x_{pt''d} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \forall d \in D \\ \forall t', t'' \in T | t'=BC_1, t''=BC_2 \\ \forall p \in P | w_{pt'}=1, w_{pt''}=1 \end{array} \quad (10)$$

ii. A preparação que pertence aos tipos DP e DJ só pode ser ofertada uma vez por dia. Por exemplo, uma preparação que pertence a dois tipos DP e DJ (leite caramelizado) só pode ser ofertada uma vez no dia. Se ofertada segunda-feira no café da manhã não pode ser ofertada na mesma segunda-feira no lanche da tarde.

$$C_{mdia2} : x_{pt'd} + x_{pt''d} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \forall d \in D \\ \forall t', t'' \in T | t'=DP, t''=DJ \\ \forall p \in P | w_{pt'}=1, w_{pt''}=1 \end{array} \quad (11)$$

b) Dias diferentes: algumas preparações podem ser ofertadas uma única vez na semana enquanto outras podem ser ofertadas mais vezes.

i. Uma oferta: a mesma preparação do tipo (i) MD e (ii) EN, (iii) SD, e (iv) FT pode ser ofertada apenas uma vez por semana. Por exemplo, se a preparação do tipo FT (banana) for servida na segunda-feira não pode ser servida outro dia da mesma semana.

$$C_{ddia1} : \sum_{d \in D} x_{ptd} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \forall t \in T, t \in \{MD, EN, SD, FT\} \\ \forall p \in P | w_{pt}=1 \end{array} \quad (12)$$

ii. Duas ofertas: a mesma preparação do tipo (i) BC_1 , (ii) DP (iii) RC, (v) BE, (vi) JC, (vii) BC_2 e (viii) DJ pode ser ofertada apenas duas vezes por semana. Por

exemplo, a preparação do tipo RC (arroz à grega) pode ser servida na terça-feira e na quinta-feira na mesma semana ou em dois dias seguidos.

$$C_{ddia2} : \sum_{d \in D} x_{ptd} \leq 2 \quad \begin{array}{l} \forall t \in T, t \notin \{MD, EN, SD, FT\} \\ \forall p \in P | w_{pt}=1 \end{array} \quad (13)$$

- iii. Sobremesa: é ofertada uma única vez na semana. O parágrafo único do art. 16 permite ofertar sobremesa 2 vezes na semana, mas decidiu-se limitar a uma vez devido ao custo e por representar melhor a realidade das escolas. Por exemplo, a preparação do tipo DS (salada de frutas) pode ser servida em um dia aleatório da semana.

$$C_{ddia3} : \sum_{d \in D} x_{ptd} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \forall t \in T, t = \{DS\} \\ \forall p \in P | w_{pt}=1 \end{array} \quad (14)$$

Na MR1, o MPP é formulado por meio de Programação Linear Inteira (PLI) usando apenas uma função-objetivo que é minimizar o custo de um cardápio de cinco dias, respeitando algumas restrições dadas pelos aspectos qualitativos e quantitativos. O problema mono-objetivo pode ser formulado como:

$$\begin{array}{l} \text{Minimize } f(x) = \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{\substack{p \in P \\ w_{pt}=1}} c_p \cdot x_{ptd} \\ \text{sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} C_{composicao} \\ C_{cor} \\ C_{consistencia} \\ C_{minMax_n} \\ C_{NA} \\ C_{SFAT} \\ C_{mdia1} \\ C_{mdia2} \\ C_{ddia1} \\ C_{ddia2} \\ C_{ddia3} \\ x_{ptd} \in \{0,1\} p = 1, \dots, pmax, t = 1, \dots, 12, d = 1, \dots, dmax \end{array} \right. \end{array} \quad (15)$$

4.2 Modelagem da Resolução 06/2020 - MR2

A Resolução 06/2020, também dispõe sobre o atendimento da alimentação escolar aos alunos da educação básica no âmbito do PNAE e revoga a Resolução 26/2013. Nesta seção, serão apresentados: i) a especificação do cardápio desejado para a MR2, ii) a base de dados e iii) o modelo matemático.

4.2.1 Especificação do Cardápio

O cardápio proposto para essa modelagem é composto pelas seguintes refeições (também representadas por listas com siglas em inglês): (i) café da manhã (BF), (ii) almoço (LC), (iii) lanche da tarde (AS) e (iv) jantar (DN). O objetivo é criar um cardápio para n dias com tipos diferentes de preparações por dia. A oferta diária pode variar de 5 a 11 preparações.

A estrutura do cardápio foi criada com base nas estruturas geralmente utilizadas na maioria das escolas brasileiras, principalmente das que dispõem de pouco recurso financeiro, ofertando muitas das vezes no almoço ou jantar uma única preparação.

A estrutura de composição definida oferece no café da manhã: pão ou outro cereal (BC) e uma das opções: laticínios, suco ou fruta (DJF). O lanche da tarde é composto de uma fruta (FT). O almoço e o jantar podem oferecer: preparação principal (MD), entrada (EN) arroz (RC) e feijão (BE). Essa oferta pode acontecer das seguintes formas: (i) apenas uma preparação principal; (ii) preparação principal e uma entrada; (iii) preparação principal, acompanhamento (arroz, feijão) e uma entrada; (iv) preparação principal, acompanhamento (arroz) e entrada; (v) preparação principal, acompanhamento (feijão) e uma entrada; (vi) preparação principal e acompanhamento (arroz); (vii) preparação principal e acompanhamento (feijão) e (viii) preparação principal, acompanhamento (arroz e feijão). Essas opções estão relacionadas a combinações culturais para determinados tipos de preparações principais. Por exemplo, servir “Risoto Marinheiro” como preparação principal, deve ser acompanhada apenas de uma entrada, “Galinhada” deve ser servida sozinha, “Carne moída” deve ter arroz e feijão. A [Figura 11](#) representa a composição diária do cardápio. Para cada dia, existem refeições que são compostas de preparações.

Figura 11 – Estrutura do cardápio para a MR2



CARDÁPIO	
CAFÉ DA MANHÃ (BF)	
PÃO/CEREAL (BC)	
[LATICÍNIOS (DP)/ SUCO (JC) / FRUTA (FT)] (DJF)	
ALMOÇO (LC)/JANTAR (DN)	
PRINCIPAL (MD)	
ARROZ (RC) *	
FEIJÃO (BE) *	
ENTRADA (EN) *	
LANCHE DA TARDE (AS)	
FRUTA (FT)	

* opcional

Fonte: Próprio autor

4.2.2 Base de Dados

A construção do banco de dados foi baseada em cartilhas e manuais de escolas do sudeste do Brasil: Cartilha de Cardápio Escolar do Governo de Minas Gerais, Cartilha do Estado do Rio de Janeiro, Preparação Educacional e Fichas Técnicas de Cardápio Escolar de Uberaba - Minas Gerais.

A base de dados é composta de 225 preparações e cada preparação contém um conjunto de alimentos e uma quantidade *per capita* correspondente. Para cada alimento, os seguintes dados são armazenados: código identificador, nome, tipo de alimento (bebidas; nozes e sementes; leguminosas e derivados; carnes e derivados; verduras, legumes e derivados; frutas e derivados; produtos açucarados; aromatizantes, gorduras e óleos; outros alimentos processados; miscelânea; cereais e derivados; ovos e derivados; leites e derivados; alimentos preparados e peixes e frutos do mar), valores nutricionais (carboidratos, energia, proteínas, lipídios, sódio, gordura saturada, vitamina C, vitamina A e açúcar adicionado), se é minimamente processado, se é legume, se é verdura, se é fruta e se é fonte de vitamina C. O preço dos alimentos foi retirado do Painel de Preços - 2021 (ECONOMIA, 2021), que são valores adotados pelo governo e os valores nutricionais foram retirados da Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TACO) (NEPA, 2011), da Tabela Brasileira de Composição de Alimentos da Universidade de São Paulo (TBCA-USP) (FORC, 2018) e informações nutricionais dos alimentos rotulados.

Para as preparações tem-se: código identificador, tipo (arroz, feijão, principal, entrada,

fruta, laticínio, pão/cereal e suco), cor, consistência, se tem ferro heme, se é fonte de vitamina C e a referência de preço. A [Tabela 5](#) mostra os tipos das preparações e a quantidade de preparações em cada tipo.

Tabela 5 – Quantidade de preparação culinária por tipo no banco de dados

Tipo	Quantidade
Arroz	11
Entrada	57
Feijão	5
Frutas	11
Laticínios	17
Pão/Cereais	23
Preparação Principal	99
Suco	2

Foram criadas relações na base de dados com as preparações que podem ser servidas sozinhas, as que devem ter arroz e/ou feijão como acompanhamento, as que permitem entrada, preparações que combinam e que devem ser servidas juntas e as que não combinam também.

4.2.3 Modelo Matemático

Deseja-se minimizar a função-objetivo que representa o custo do cardápio. O cardápio deve respeitar as seguintes restrições: composição, presença de ferro heme, mínimo de ferro heme por semana, presença de vitamina A, mínimo de vitamina A por semana, oferta mínima de verduras, legumes e frutas, oferta mínima de alimentos *in natura* e minimamente processados, limite de oferta de margarina, presença de preparação principal, limite mínimo e máximo de nutrientes, suplemento de ferro não heme, limite de lácteos adoçados, limite de produtos cárneos, variedade, combinação e rejeição de preparações. Para essa modelagem, considere os seguintes conjuntos:

D: conjunto de dias

$$D = \{d | d = 1, 2, \dots, dmax\}, \text{ sendo } dmax \text{ o número máximo de dias};$$

I: conjunto de ingredientes

$$I = \{i | i = 1, \dots, imax\} \text{ sendo } imax \text{ o número máximo de ingredientes};$$

N: conjunto dos nutrientes das preparações

$$N = \{n | n = \text{Açúcar Adicionado (ADS), Carboidratos (CHO), Gordura Saturada (SFAT), Lipídeos (LIP), Proteínas (PTN), Sódio (NA), Vitamina A (VITA), Vitamina C (VITC)}\};$$

P: conjunto de preparações

$$P = \{p | p = 1, \dots, pmax\} \text{ sendo } pmax \text{ o número máximo de preparações};$$

R: conjunto de refeições

$$R = \{r | r = \text{Café da manhã (BF), Almoço (LC), Lanche da Tarde (AS), Jantar(DN)}\};$$

SD: subconjunto de preparações servidas como acompanhamento

$$SD = \{sd | sd = \text{Arroz (RC), Feijão (BE)}\};$$

SP: subconjunto de preparações do mesmo tipo

$$SP = \{sd | sd \subseteq P\};$$

T: conjunto de tipos de preparações

$$T = \{t | t = \text{Acompanhamento (SD), Entrada (EN), Fruta (FT), Laticínios (DP), Laticínio} \cup \text{Suco} \cup \text{Fruta (DJF)}, \text{Pão ou Cereal (BC) e Principal (MD)}\};$$

O seguinte conjunto de variáveis de decisão foi definido:

$$vMD_{pd} = \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ está incluída no dia } d \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$vGV_d = \begin{cases} 1 & \text{se houver legume e verdura no dia } d \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$vVitA_d = \begin{cases} 1 & \text{se houver vitamina A no dia } d \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$vHI_d = \begin{cases} 1 & \text{se houver ferro heme no dia } d \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$$x_{prd} = \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ está incluída na refeição } r \text{ no dia } d \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

Alguns parâmetros são necessários para o modelo e estão descritos abaixo:

$$\begin{aligned}
ac_p &= \begin{cases} 0.5 & \text{se a preparação } p \text{ do tipo MD deve ter um acompanhamento SD} \\ 1 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
b_{tr} &= \begin{cases} 1 & \text{se o tipo } t \text{ pertence à refeição } r \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
c_{Pp'p''} &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p' \text{ precisa da preparação } p'' \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
da_p &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ é líquido lácteo com aditivo ou adoçado} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
g_p &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ tem verduras e legumes} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
hi_p &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ tem ferro heme} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
ma_p &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ tem margarina} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
mdA_p &= \begin{cases} 0.5 & \text{se a preparação } p \text{ do tipo MD pode ser servida com uma entrada} \\ 1 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
r_{Pp'p''} &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p' \text{ rejeita a preparação } p'' \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
vitA_p &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ tem vitamina A} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
vitC_p &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ tem vitamina C} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
w_{pt} &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ pertence ao tipo } t \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \\
y_{ip} &= \begin{cases} 1 & \text{se a preparação } p \text{ contém o ingrediente } i \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}
\end{aligned}$$

Parâmetros adicionais também foram definidos:

c_p : custo da preparação p ,

d_{max} : número máximo de dias,

d_w : número de dias em cada semana,

gvf_p : soma, em gramas, de: verduras, legumes e frutas da preparação p ,

i_{max} : número máximo de ingredientes,

$maxP_p$: número máximo de repetições da preparação p em um número predefinido de dias consecutivos,

$maxSP_{sp}$: número máximo de repetições para um subconjunto de preparações sp em um número predefinido de dias consecutivos,

$maxI_i$: número máximo de repetições do ingrediente i no mesmo dia,

$maxtwI_i$: número máximo de repetições do ingrediente i em um número predefinido de dias consecutivos,

$maxMD_p$ número máximo de vezes que a preparação p é considerada no dia,

$maxN_n$: limite máximo diário de cada nutriente n ,

$minN_n$: limite mínimo diário para cada nutriente n ,

nf_p : número de alimentos *in natura* ou minimamente processados na preparação p ,

nw : número de semanas,

$pmax$: número máximo de preparações,

twP_p : número de dias consecutivos em que a preparação p não pode ser oferecida mais de $maxP_p$ vezes (janela de tempo),

$twMD_p$: número de dias consecutivos em que a preparação p do tipo MD não pode ser oferecida mais de $maxMD_p$ vezes (janela de tempo),

twI_i : número de dias consecutivos em que o ingrediente i não pode ser oferecido mais de $maxI_i$ vezes (janela de tempo),

$twSP_{sp}$: número de dias consecutivos em que o subconjunto de preparação sp não pode ser oferecido mais de $maxSP_{sp}$ vezes (janela de tempo),

u : número de dias considerados no mês,

v_{pn} : valor, em gramas, de cada nutriente n na preparação p ,

z_1 : quantidade mínima, em gramas, de verduras, legumes e frutas que deve ser oferecida,

z_2 : número de vezes que verduras e legumes devem ser oferecidos,

z_3 : número de vezes que o ferro heme deve ser oferecido,

z_4 : número de vezes que a vitamina A deve ser oferecida,

z_5 : número de vezes por mês que produtos cárneos devem ser oferecidos,

z_6 : número de vezes por mês que líquidos lácteos adoçados podem ser oferecidos,

z_7 : número de vezes por semana que a margarina pode ser oferecida,

z_8 : número mínimo de vezes que alimento *in natura* e minimamente processado deve ser oferecido.

A função-objetivo visa minimizar o custo total do cardápio e é dada pela Equação (16):

$$\text{Min } f(x) = \sum_{d \in D} \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} c_p \cdot x_{prd}. \quad (16)$$

As restrições do problema são baseadas na Resolução 06/2020 (BRASIL, 2020), na estrutura usada nas escolas e na definição de alimentação saudável. Essas restrições são descritas abaixo:

1. **Composição:** a restrição de composição garante que a estrutura estabelecida na Figura 11 seja atendida. A composição é dividida em 6 grupos de restrições em que estabelecem de forma flexível a estrutura. Essa restrição garante também, através dos parâmetros w_{pt} e b_{tr} que, por exemplo, servir arroz no café da manhã ou servir biscoito no almoço não aconteça.

a) **Preparações obrigatórias:** diariamente o cardápio deve, obrigatoriamente, conter uma preparação do tipo BC e DJF no café da manhã; uma preparação do tipo FT no lanche da tarde e uma preparação do tipo MD no almoço ou jantar. Por exemplo, na sexta-feira será ofertado um pão com carne e um leite caramelizado no café da manhã, uma banana e uma galinhada no almoço.

$$C_{composicao} : \begin{array}{l} \sum_{p \in P} x_{prd} = 1 \\ | w_{pt}=1, b_{tr}=1 \end{array} \quad \forall t \in T \mid t = \{BC, DJF, FT, MD\} \quad \begin{array}{l} \forall d \in D \\ \forall r \in R \end{array} \quad (17)$$

b) **Acompanhamento da Preparação Principal:** existem preparações do tipo MD que devem ou não ser acompanhadas de alguma preparação do tipo SD, podendo acontecer das seguintes formas: i) preparação principal sem acompanhamento, ii) preparação principal com arroz, iii) preparação principal com feijão e i) preparação principal com arroz e feijão. Para garantir essas possibilidades, tem-se o parâmetro ac_p que assume o valor 0,5 quando uma preparação p do tipo MD deve ser acompanhada de alguma preparação do tipo SD. Por exemplo, feijoada deve ter somente um acompanhamento do tipo RC pertencente a SD (arroz simples), arroz com carne deve ter somente um acompanhamento do tipo BE pertencente a SD (feijão simples). Se ac_p assume valor 1, então a preparação MD não pode ter nenhum acompanhamento SD. Por exemplo, sopa de legumes.

- Arroz

$$C_{composicaoRC} : \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t \in T \\ | t=\{MD\}, \\ w_{pt}=1, b_{tr}=1}} ac_p \cdot x_{prd} + \sum_{p \in P} \sum_{\substack{sd \in SD \\ | sd=\{RC\}, \\ w_{pt}=1, b_{tr}=1}} ac_p \cdot x_{prd} = 1 \quad \forall r \in R \mid r=\{LC, DN\} \quad \forall d \in D$$
(18)

- Feijão:

$$C_{composicaoBE} : \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t \in T \\ | t=\{MD\}, \\ w_{pt}=1, b_{tr}=1}} ac_p \cdot x_{prd} + \sum_{p \in P} \sum_{\substack{sd \in SD \\ | sd=\{BE\}, \\ w_{pt}=1, b_{tr}=1}} ac_p \cdot x_{prd} = 1 \quad \forall r \in R \mid r=\{LC, DN\} \quad \forall d \in D$$
(19)

- c) **Entrada:** uma preparação do tipo EN pode ser oferecida no máximo uma vez ao dia em cada refeição LC e DN. Existem preparações do tipo MD que podem ou não ser acompanhadas de uma preparação do tipo EN. Para garantir que uma preparação que não pode ter entrada, seja servida sem a entrada, usa-se o parâmetro $mdA_p = 1$ e quando uma preparação do tipo MD permitir ser servida com entrada, mdA_p assume valor 0,5.

- Entrada: garante que a entrada será servida no máximo uma vez na refeição. Por exemplo, no almoço da segunda-feira será ofertada uma salada de alface.

$$C_{composicaoEN} : \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t \in T \\ | t=\{EN\}, \\ w_{pt}=1, b_{tr}=1}} x_{prd} \leq 1 \quad \forall r \in R \mid r=\{LC, DN\} \quad \forall d \in D$$
(20)

- Preparação Principal e Entrada: a desigualdade na equação permite deixar livre a escolha de ter entrada ou não. Por exemplo, “Risoto Marinheiro” pode ser servido com ou sem entrada. Mas “Sopa de legumes com carne” não pode ser servida com entrada.

$$C_{composicaoMD+EN} : \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t' \in T \\ | t'=\{MD\}, \\ w_{pt'}=1, b_{t'r}=1}} mdA_p \cdot x_{prd} + \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t'' \in T \\ | t''=\{EN\}, \\ w_{pt''}=1, b_{t''r}=1}} mdA_p \cdot x_{prd} \leq 1 \quad \forall r \in R \mid r=\{LC, DN\} \quad \forall d \in D$$
(21)

2. **Presença diária de Preparação Principal:** essa restrição verifica a presença diária de uma preparação do tipo MD ativando a variável vMD_{pd} . Se a mesma preparação aparece

no almoço e também no jantar, ela é contada apenas uma vez. Por exemplo, na terça-feira é ofertada carne desfiada no almoço e no jantar.

$$C_{presencaMD} : x_{pr'd} + x_{pr''d} - 2vMD_{pd} \leq 0 \quad \begin{array}{l} \forall d \in D \\ \forall t \in T \mid t=\{MD\} \\ \forall p \in P \mid w_{pt}=1 \\ \forall r',r'' \in R \mid r'=\{LC\},r''=\{DN\},b_{tr'}=1,b_{tr''}=1 \end{array} \quad (22)$$

3. **Limites mínimos e máximos de nutrientes:** os cardápios devem ser planejados para atender, em média, as necessidades nutricionais estabelecidas (art 18, inciso VI). Esses valores podem ser vistos nos Anexos na [Figura 35](#). Para as refeições da alimentação dos estudantes com mais de três anos de idade, recomenda-se:

- 7% (sete por cento) da energia total proveniente de açúcar simples adicionado (art 19, inciso I).
- 15 a 30% (quinze a trinta por cento) da energia total proveniente de gorduras totais (art 19, inciso II).
- 7% (sete por cento) da energia total proveniente de gordura saturada (art 19, inciso III).
- no máximo 1.400 mg (mil e quatrocentos miligramas) de sódio ou 3,5 gramas de sal per capita, em período integral, quando ofertadas três ou mais refeições (art 19, inciso VI).

Por exemplo, em cada dia, a soma total de sódio das preparações tem que ser menor que 1400 mg.

$$C_{minMaxN} : \min N_n \leq \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} v_{pn} \cdot x_{prd} \leq \max N_n \quad \forall n \in N \mid n=\{CHO,LIP,PTN,NA,SFAT,AC\} \quad \forall d \in D \quad (23)$$

4. **Frutas *in natura*, legumes e verduras:** em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período integral, os cardápios devem ofertar, obrigatoriamente, no mínimo 520g/estudantes/semana de frutas *in natura*, legumes e verduras, assim distribuídos:

- frutas *in natura*, no mínimo, quatro dias por semana;
- legumes e verduras, no mínimo, cinco dias por semana (art 18, § 2º)

A oferta mínima de fruta já é atendida pela restrição de composição do lanche da tarde. Caso a estrutura sofra mudanças, essa restrição deve ser incluída.

a) **Oferta mínima de verduras, legumes e frutas:** essa restrição verifica se a quantidade em gramas z_1 de verduras, legumes e frutas por semana está sendo atendida. Por

exemplo, na semana são ofertados 5 frutas (banana, abacate, goiaba, melão e melancia), 5 verduras/legumes (salada de beterraba, salada de alface, salada de agrião, batata doce refogada e cenoura cozida), a soma em gramas desses itens deve ser maior que 520 gramas.

$$C_{minGVF} : \sum_{d=1}^{ds} \sum_{r \in R} \left(\sum_{p \in P} \sum_{\substack{t \in T \\ | t=\{FT\}, \\ w_{pt}=1, \\ b_{tr}=1}} g^v f_p \cdot x_{prd+(j-1)ds} + \sum_{\substack{p \in P \\ | g_p=1}} g^v f_p \cdot x_{prd+(j-1)ds} \right) \geq z_1 \forall j=1, \dots, nw \quad (24)$$

b) **Verduras e legumes:** verduras e legumes devem ser oferecidos z_2 dias por semana.

i. **Presença de Verduras e Legumes:** essa restrição verifica a presença diária de verduras e legumes. A variável vGV_d terá valor 1 quando houver verduras e legumes no dia. Por exemplo, se na segunda-feira for ofertada uma salada de couve, então a variável será ativada.

$$C_{presencaGV} : \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} g_p \cdot x_{prd} - vGV_d \geq 0 \quad \forall d \in D \quad (25)$$

ii. **Oferta mínima de verdura e legumes:** essa restrição garante a oferta mínima semanal. A quantidade de dias desejada é representada por z_2 . Por exemplo, em 5 dias da semana deve ofertar verduras e legumes, seja no almoço ou no jantar.

$$C_{minGV} : \sum_{d=1}^{ds} vGV_{d+(j-1)ds} \geq z_2 \quad \forall j = 1, \dots, nw \quad (26)$$

5. **Ferro Heme:** é obrigatória a inclusão de alimentos fonte de ferro heme no mínimo 4 (quatro) dias por semana (art 18, § 4º).

a) **Presença de Ferro Heme:** essa restrição verifica a presença diária de ferro heme. Para isso, a variável vHI_d assume valor 1 quando houver ferro heme no dia. Por exemplo, se na terça-feira for ofertada uma carne de panela (carne tem ferro-heme), então a variável é ativada.

$$C_{presencaHI} : \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} hi_p \cdot x_{prd} - vHI_d \geq 0 \quad \forall d \in D \quad (27)$$

- b) **Oferta mínima de Ferro Heme:** essa restrição garante a oferta mínima semanal. A quantidade de dias desejada é representada por z_3 . Por exemplo, em 4 dias da semana deve ter oferta de ferro-heme.

$$C_{minHI} : \sum_{d=1}^{ds} vHI_{d+(j-1)ds} \geq z_3 \quad \forall j = 1, \dots, nw \quad (28)$$

6. **Suplemento de Ferro Não-Heme:** alimentos fontes de ferro não-heme devem ser acompanhados de facilitadores de absorção como alimentos fonte de vitamina C (art 18, § 4º). Por exemplo, se na quarta-feira for ofertada uma preparação MD que não seja fonte de ferro-heme (almôndega de soja) deve ser acompanhada de alimentos fonte de vitamina C (salada de brócolis).

$$C_{naoHIVitC} : \sum_{\substack{p \in P \\ | vitC_p=1}} x_{prd} + \sum_{\substack{p' \in P \\ | hi_{p'}=1}} x_{p'rd} \geq 1 \quad \forall r \in R, r=\{LC, DN\} \quad \forall d \in D \quad (29)$$

7. **Vitamina A:** é obrigatória a inclusão de alimentos fonte de vitamina A pelo menos 3 (três) dias por semana (art 18, § 5º).

- a) **Presença de Vitamina A:** essa restrição verifica a presença diária de vitamina A. A variável $vitA_d$ assume valor 1 quando houver vitamina A no dia. Por exemplo, se na segunda-feira for ofertada uma preparação que contenha vitamina A (filé de tilápia ao molho), então a variável é ativada.

$$C_{presencaVitA} : \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} vitA_p \cdot x_{prd} - vVitA_d \geq 0 \quad \forall d \in D \quad (30)$$

- b) **Oferta mínima de Vitamina A:** essa restrição garante a oferta mínima semanal. A quantidade de dias desejada é representada por z_4 . Por exemplo, em 3 dias da semana deve ter oferta de vitamina A.

$$C_{minVitA} : \sum_{d=1}^{ds} vVitA_{d+(j-1)ds} \geq z_4 \quad \forall j = 1, \dots, nw \quad (31)$$

8. **Produtos cárneos:** obrigatoriamente, a oferta de produtos cárneos deve ser limitada a, no máximo, duas vezes por mês em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período integral (art 18, § 6º, inciso I). Essa quantidade é representada por z_5 e essa restrição utiliza o parâmetro u para determinar a quantidade de dias considerada no mês. Isso se faz necessário para determinar quantas vezes a restrição vai acontecer, devido ao fato de se permitir gerar cardápios para n dias. Exemplo, se considerar $dmax = 20$ e $u =$

20, logo nesse intervalo, a restrição ocorre uma vez, se $dmax = 60$ e $u = 20$, a restrição ocorre 3 vezes. Considere $df = j \times u$:

$$C_{meatDeriv} : \sum_{d=u \times (j-1)+1}^{df} \sum_{\substack{r \in R \\ | r=\{LC, DN\}}} \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t \in T \\ | t=\{MD\}, \\ w_{pt}=1}} x_{prd} \leq z_5 \quad j = 1, \dots, \left\lceil \frac{dmax}{u} \right\rceil \quad (32)$$

9. **Laticínios Adoçados:** líquidos lácteos com aditivos ou adoçados devem ser limitados a, no máximo, duas vezes por mês em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período integral (art 18, § 6º, inciso III). Essa quantidade é representada por z_6 e é verificada em preparações do tipo DP na refeição BF. Por exemplo, leite achocolatado pode ser ofertado na terça-feira da semana 1 e na quinta-feira da semana 3.

Considere $df = j \times u$:

$$C_{dairy} : \sum_{d=u \times (j-1)+1}^{df} \sum_{\substack{r \in R \\ | r=\{BF\}}} \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t \in T \\ | t=\{DP\}, \\ w_{pt}=1}} da_p \cdot x_{prd} \leq z_6 \quad j = 1, \dots, \left\lceil \frac{dmax}{u} \right\rceil \quad (33)$$

10. **Limite de oferta de margarina:** a margarina deve ser oferecida, no máximo, uma vez por semana em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período integral (art 18, § 6º, inciso VII). Essa quantidade é representada por z_7 . Por exemplo, só pode ofertar uma preparação que tenha margarina (pão com margarina) na quarta-feira.

$$C_{marg} : \sum_{d=1}^{ds} \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} ma_p \cdot x_{pr(d+(j-1)ds)} \leq z_7 \quad \forall j = 1, \dots, nw \quad (34)$$

11. **Oferta mínima de alimentos *in natura* ou minimamente processados:** recomenda-se que os cardápios do PNAE ofereçam diferentes alimentos por semana, de acordo com o número de refeições ofertadas:

- Mínimo de 23 alimentos *in natura* ou minimamente processados por semana, para cardápios que forneçam 3 ou mais refeições/dia ou atendem a 70% das necessidades nutricionais diárias (art 19, § 1º, inciso III). Essa quantidade é representada por z_8 .

$$C_{minNF} : \sum_{d=1}^{ds} \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} nf_p \cdot x_{pr(d+(j-1)ds)} \geq z_8 \quad \forall j = 1, \dots, nw \quad (35)$$

Algumas restrições que não estão claramente especificadas no PNAE foram adicionadas. Essas restrições estão relacionadas aos hábitos alimentares saudáveis, como o uso de alimentos variados.

12. **Variedade:** para que haja uma maior variedade, neste trabalho, optou-se por utilizar cinco formas diferentes que serão apresentadas a seguir:

a) **Preparação Principal:** a mesma preparação do tipo MD pode ser ofertada $maxMD_p$ vezes em um período de $twMD_p$ dias. Neste caso, se $maxMD_p = 1$, ela pode ocorrer no almoço e no jantar, pois é contado uma vez por dia conforme a restrição que ativa a variável vMD_{pd} . Por exemplo, carne moída com batatas pode ser ofertada no dia 1 e no dia 4 em um período de 5 dias.

$$C_{varMDday} : \sum_{d=j}^{twMD_p+d-1} vMD_{pd} \leq maxMD_p \quad \begin{matrix} \forall p \in P \\ \forall r \in R \mid r=\{LC, DN\} \\ \forall t \in T \mid t=\{MD\}, w_{pt}=1, b_{tr}=1 \\ j=1, \dots, dmax-twP_p+1 \end{matrix} \quad (36)$$

b) **Outros tipos de preparações:** a mesma preparação do tipo t , exceto MD deve ser oferecida no máximo $maxP_p$ vezes a cada twP_p dias. Por exemplo, biscoito maizena pode ser ofertado 3 vezes em um período de 5 dias.

$$C_{vartypeday} : \sum_{d=j}^{twP_p+d-1} x_{prd} \leq maxP_p \quad \begin{matrix} \forall p \in P \\ \forall r \in R \\ \forall t \in T \mid t \neq \{MD\}, w_{pt}=1, b_{tr}=1 \\ j=1, \dots, dmax-twP_p+1 \end{matrix} \quad (37)$$

c) **Lista de preparações de mesma base:** as preparações da mesma base sp devem ser oferecidas, no máximo, $maxSP_{sp}$ vezes a cada $twSP_{sp}$ dias. Por exemplo, bolos podem ser ofertados 2 vezes em um período de 5 dias.

$$C_{vartypetw} : \sum_{d=j}^{twSP_{sp}+d-1} \sum_{r \in R} x_{(sp)rd} \leq maxSP_{sp} \quad \begin{matrix} \forall sp \in SP \\ j=1, \dots, dmax-twSP_{sp}+1 \end{matrix} \quad (38)$$

d) **Ingredientes no mesmo dia:** o mesmo ingrediente não pode aparecer mais do que um certo número de vezes ($maxI_i$) durante o dia. Por exemplo, banana só pode ser ofertada uma vez no dia.

$$C_{variday} : \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t \in T \\ | y_{ip}=1, \\ w_{pt}=1, b_{tr}=1}} x_{prd} \leq maxI_i \quad \begin{matrix} \forall d \in D \\ \forall i \in I \end{matrix} \quad (39)$$

e) **Ingredientes na janela de tempo:** o mesmo ingrediente pode ser oferecido $maxtwI_i$ vezes na janela de tempo twI_i . Por exemplo, maçã só pode ser ofertada 2 vezes em

um período de 5 dias.

$$C_{varitw} : \sum_{d=j}^{twI_i+d-1} \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} \sum_{\substack{t \in T \\ | y_{ip}=1, \\ w_{pt}=1, b_{tr}=1}} x_{prd} \leq \max twI_i \quad \forall i \in I \quad j=1, \dots, d_{\max}-twI_i+1 \quad (40)$$

13. **Combinação de Preparações:** cada sociedade estabelece práticas que consolidam suas tradições e na alimentação isso não é diferente. Algumas preparações devem ser oferecidas em conjunto com outras específicas. Essa restrição vai garantir que quando uma determinada preparação for escolhida, a outra também será. Por exemplo, feijoada deve ser servida com couve e farofa.

$$C_{combPrep} : x_{p'rd} - x_{p''rd} \leq 0 \quad \forall (p', p'') \in P \times P \mid \begin{matrix} \forall d \in D \\ \forall r \in R \\ c_{p'p''}=1 \end{matrix} \quad (41)$$

14. **Rejeição de Preparações:** da mesma forma que tem as preparações que devem ser servidas juntas, tem as que não devem. Essa restrição garante que quando uma determinada preparação for escolhida, a outra não será. Por exemplo, quando servir macarrão não deve servir farofa.

$$C_{rejecPrep} : x_{p'rd} + x_{p''rd} \leq 1 \quad \forall (p', p'') \in P \times P \mid \begin{matrix} \forall d \in D \\ \forall r \in R \\ r_{p'p''}=1 \end{matrix} \quad (42)$$

Assim como na MR1, nesta modelagem, o MPP é formulado por meio de Programação

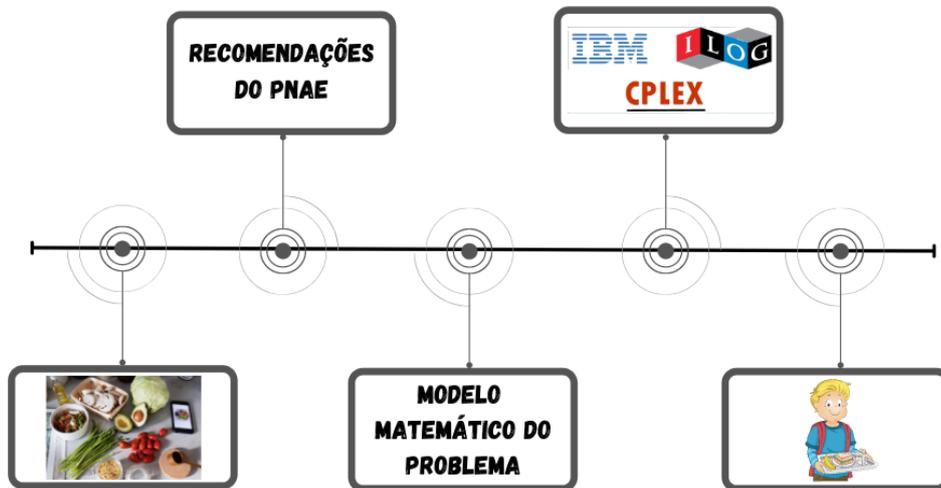
Linear Inteira (PLI). O problema mono-objetivo pode ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize } & f(x) = \sum_{d \in D} \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} c_p \cdot x_{prd} \\
 \text{sujeito a: } & \left\{ \begin{array}{l}
 C_{composicao} \\
 C_{composicaoRC} \\
 C_{composicaoBE} \\
 C_{composicaoEN} \\
 C_{composicaoMD+EN} \\
 C_{presencaHI} \\
 C_{minHI} \\
 C_{presencaVitA} \\
 C_{minVitA} \\
 C_{presencaGV} \\
 C_{minGV} \\
 C_{presencaMD} \\
 C_{minGVF} \\
 C_{minNF} \\
 C_{marg} \\
 C_{minMaxN} \\
 C_{naoHIVitC} \\
 C_{dairy} \\
 C_{meatDeriv} \\
 C_{varMDday} \\
 C_{vartypeday} \\
 C_{vartypetw} \\
 C_{variday} \\
 C_{varitw} \\
 C_{combPrep} \\
 C_{rejecPrep} \\
 x_{prd}, vMD_{pd}, vGV_d, vVitA_d, vHI_d, \in \{0,1\} p = 1, \dots, pmax, t = 1, \dots, 7, d = 1, \dots, dmax
 \end{array} \right.
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

5 Resultados

Este capítulo apresenta e discute os resultados dos experimentos planejados. Foram realizados diversos testes para as duas modelagens propostas. A [Figura 12](#) mostra o processo de construção do cardápio: dada uma base de dados com ingredientes e preparações, aplica-se as recomendações do PNAE através de um modelo matemático, utiliza-se o CPLEX como resolvidor e obtém-se um cardápio. Todos os resultados estão disponíveis em <https://github.com/PNAE-Rafaela/Resultados>

Figura 12 – Processo de Construção do Cardápio



Fonte: Próprio autor

Com os testes, deseja-se responder às seguintes questões de pesquisa:

1. Qual a influência do banco de dados na solução final?
2. Qual o impacto da estrutura definida na solução final?
3. Qual é o impacto de incluir certas restrições na formulação do problema?

5.1 Testes da Modelagem da Resolução 26/2013 - MR1

Os testes foram realizados em uma máquina com CPU Intel (R) Core(TM) i7-6500U @ 2,50 GHz 2,60 GHz, 8 GB de memória e SSD de 380 GB, linguagem de programação Java, plataforma de desenvolvimento Netbeans, gerenciador de banco de dados Postgresql, sistema operacional Windows, resolvidor para programação linear *IBM CPLEX Optimizer 12.8* edição acadêmica (IBM, 2021).

Primeiramente, criou-se a base de dados do problema e definiu-se a modelagem conforme a Seção 4.1. A seguir, o *CPLEX Optimizer* é utilizado para gerar o cardápio. Espera-se encontrar o melhor cardápio dada a base de dados composta de 140 preparações explicada na Subseção 4.1.2.

No intuito de avaliar o cardápio gerado pelo modelo é realizada uma análise quantitativa em que analisa-se os valores nutricionais e os preços diários conforme a referência desejada, comparando-o com um cardápio aplicado em uma escola de tempo integral. Uma outra análise, denominada qualitativa, é realizada para avaliar as preparações que compõem o cardápio gerado pelo modelo. O objetivo dessa análise é verificar a qualidade do cardápio. Vale ressaltar que os critérios dessa análise não são considerados no modelo, porém essa análise permite identificar possíveis restrições adicionais para o modelo.

Nesta etapa do trabalho, deseja-se testar o modelo criado e verificar se ele atende aos requisitos estabelecidos.

5.1.1 Definição de parâmetros

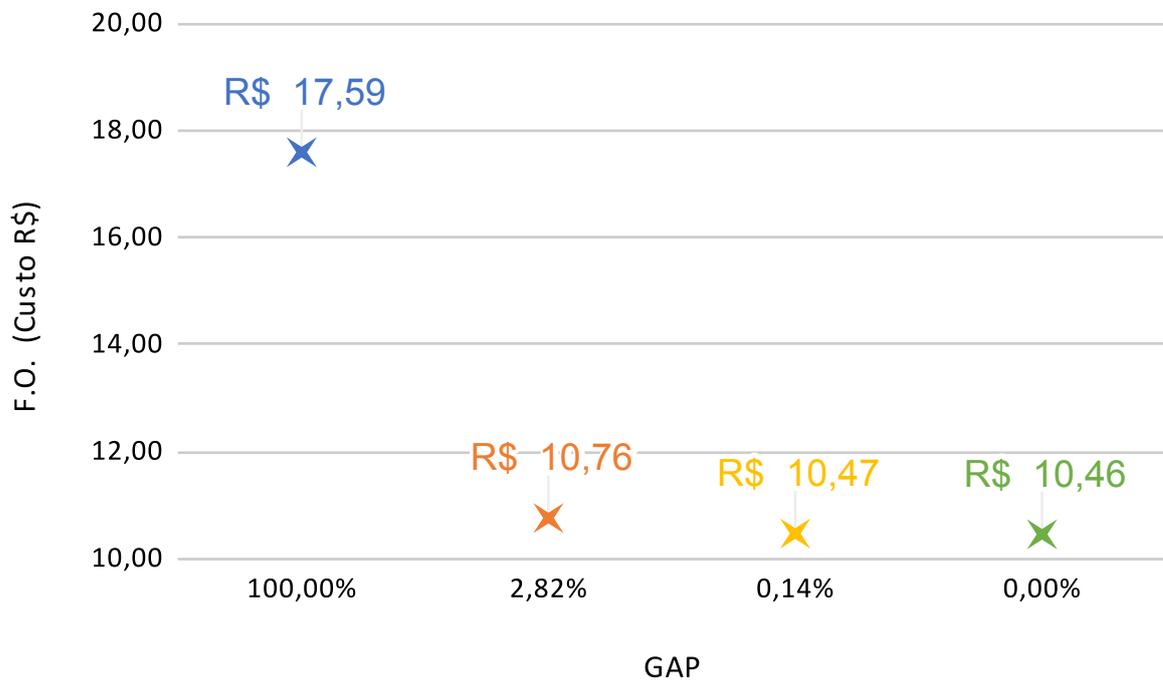
A escolha dos parâmetros foi realizada de acordo com a Resolução 26/2013 (BRASIL, 2013) e para alunos da pré-escola. Os parâmetros para os testes foram:

- Base de dados: 140 preparações
- Número máximo de dias do cardápio: $dmax = 5$;
- Energia: $e = 950$;
- Kcal por grama de CHO e PTN: 4;
- Kcal por grama de LIP e SFAT: 9;
- Máximo de sódio: $maxNA = 1400$;
- Máximo de gordura saturada: $maxSFAT = 10,5600$;
- Mínimo e máximo de carboidratos: $min_{cho} = 130,6250 - max_{cho} = 178,1250$;
- Mínimo e máximo de proteínas: $min_{ptn} = 23,7500 - max_{ptn} = 35,6250$;
- Mínimo e máximo de lipídeos: $min_{lip} = 15,8333 - max_{lip} = 31,6667$.

5.1.2 Teste

A Figura 13 mostra a evolução do algoritmo utilizado pelo CPLEX até encontrar a solução ótima, que é a solução com melhor valor de função-objetivo possível. No eixo x do gráfico, tem-se o valor de GAP que representa a diferença relativa entre o valor de objetivo da solução de melhor número inteiro encontrada até o momento e o melhor valor de função-objetivo que pode ser obtido. Da primeira solução encontrada até a ótima, foram reduzidos aproximadamente R\$ 7,1400 de custo.

Figura 13 – Convergência para a solução ótima



Fonte: Próprio autor

O cardápio elaborado pelo modelo e seus valores nutricionais são apresentados, respectivamente, na [Tabela 6](#) e na [Tabela 7](#). Com o modelo proposto, foi possível encontrar a solução ótima (R\$10,4555) em 20 segundos. O cardápio apresentado na [Tabela 8](#) e na [Tabela 9](#) é um cardápio utilizado em uma escola em Minas Gerais na cidade de Uberaba. Nas próximas seções serão apresentadas uma análise quantitativa e uma análise qualitativa desses dois cardápios.

Tabela 6 – Cardápio de 5 dias gerado pelo modelo

Refeição	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Café da manhã	Bolo Nutritivo (BN)(SS)	Biscoito Cream Cracker (YE)(SS)	Biscoito Cream Cracker (YE)(SS)	Bolo de Cenoura (OR)(SS)	Bolo Nutritivo (BN)(SS)
	Leite Caramelado (BN)(LP)	Leite Caramelado (BN)(LP)	Café com Leite (BN)(LP)	Leite Achocolatado (BN)(LP)	Leite Achocolatado (BN)(LP)
Almoco	Arroz com Brócolis (WH)(SS)	Arroz Simples (WH)(SS)	Arroz Simples (WH)(SS)	Arroz Colorido (PR)(SS)	Arroz Colorido (PR)(SS)
	Feijão Preto Simples (BN)(SS)	Feijão Preto Simples (BN)(SS)	Feijão Carioca Batido (BN)(LP)	Feijão Carioca Simples (BN)(SS)	Feijão Carioca Simples (BN)(SS)
	Salada de Cenoura (OR)(SS)	Salada de Repolho (GN)(SS)	Beterraba com Acelga (PR)(SS)	Salada de Couve-flor com Chuchu (GN)(SS)	Beterraba com Cenoura (PR)(SS)
	Batata Doce Refogada (YE)(SS)	Chuchu Refogado (GN)(SS)	Abóbora Cabotiá Refogada (OR)(SS)	Batata Rústica (YE)(SS)	Abobrinha Refogada (GN)(SS)
	Carne moída com Cará (BN)(SS)	Peixe à Milanesa (YE)(SS)	Frango Colorido (OR)(SS)	Almôndegas ao Molho (RD)(SS)	Carne Bovina em pedaços com batata (BN)(SS)
	Suco Natural de limão (WH)(LP)	Suco Concentrado de Uva (PR)(LP)	Suco Natural de limão (WH)(LP)	Suco Concentrado de Caju (YE)(LP)	Suco Natural de Laranja (YE)(LP)
					Banana Caramelizada (YE)(SS)
Colacao	Mamão (OR)(SS)	Abacaxi (YE)(SS)	Laranja (YE)(SS)	Melancia (RD)(SS)	Banana (YE)(SS)
Lanche	Bolo de Banana (YE)(SS)	Biscoito Maisena (YE)(SS)	Bolo de Cenoura (OR)(SS)	Bolo de Banana (YE)(SS)	Biscoito Maisena (YE)(SS)
	Suco Natural de Abacaxi (YE)(LP)	Suco Concentrado de Caju (YE)(LP)	Suco Concentrado de Uva (PR)(LP)	Suco Natural de Abacaxi (YE)(LP)	Suco Natural de Laranja (YE)(LP)
Custo Total: R\$ 10,4555					

Tabela 7 – Valores nutricionais do cardápio gerado pelo modelo

Soma Nutrientes	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
CA	240,7157	185,1234	304,9035	301,9246	365,2618
CHO	168,5771	140,1185	138,4109	164,5526	166,2002
ENERGIA	928,1527	840,9491	859,4416	977,9501	955,7313
FE	3,7579	3,3954	4,3052	4,8882	4,8625
FIB	12,5763	9,1861	12,4885	12,1108	16,8433
LIP	20,8641	21,5336	26,6168	26,2869	24,4750
MG	148,7035	127,1628	149,5349	155,6170	173,3118
NA	986,2561	1104,7453	1286,5487	1246,3804	793,8950
PTN	23,7883	26,0247	24,4793	24,3057	24,5690
SFAT	4,8612	5,8580	7,1127	6,5996	6,7655
VITA	47,1429	16,7200	39,7330	110,9149	88,1543
VITC	183,1532	91,0000	123,1914	116,9535	173,0194
ZN	3,9417	2,6426	3,1619	3,9922	3,9465
Custo (R\$)	2,0171	1,7744	2,2137	2,2347	2,2156

Tabela 8 – Cardápio de 5 dias utilizado na escola

Refeição	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Café da manhã	Biscoito Maisena (YE)(SS)	Biscoito Cream Cracker com Requeijão (YE)(SS)	Biscoito Maisena com Requeijão (YE)(SS)	Mingau de Maisena (YE)(LP)	Rosquinha de Coco (BN)(SS)
	Leite com Farinha Láctea (WH)(LP)	Vitamina de Banana e aveia (WH)(LP)	Leite Achocolatado (BN)(LP)	Banana (WH)(SS)	Vitamina de Banana, maçã, mamão (OR)(LP)
Colacao	Melancia (RD)(SS)	Abacate (GN)(SS)	Maçã (RD)(SS)	Abacaxi (YE)(SS)	Mamão (OR)(SS)
	Arroz Simples(WH)(SS)	Arroz Simples (WH)(SS)	Arroz Simples (WH)(SS)	Arroz Simples (WH)(SS)	Arroz Simples (WH)(SS)
Almoço	Feijão Carioca Simples (BN)(SS)	Feijoadinha (BN)(SS)	Feijão Carioca Simples (BN)(SS)	Feijão Carioca Simples (BN)(SS)	Feijão Carioca Simples (BN)(SS)
	Salada de Pepino com Tomate (RD)(SS)	Salada de Couve (GN)(SS)	Salada de Acelga com Alface (GN)(SS)	Salada de Chicória (GN)(SS)	Beterraba com Acelga (PR)(SS)
	Batata Rústica (YE)(SS)	Farofa de Cenoura (YE)(SS)	Cenoura com Vagem (OR)(SS)	Couve-flor Gratinada (WH)(SS)	Legumes Sauté (Batata e Brócolis) (YE)(SS)
	Estrogonofe de Frango (RD)(SS)	Suco Natural de Abacaxi (YE)(LP)	Filé de Tilápia assado com batata inglesa (YE)(SS)	Vaca Atolada (YE)(LP)	Coxa de frango ao molho (RD)(SS)
Lanche	Suco Concentrado de Caju(YE)(LP)	Pudim de Baunilha (WH)(LP)	Suco Concentrado de Goiaba (RD)(LP)	Suco Concentrado de Maracujá (YE)(LP)	Suco Natural de Laranja (YE)(LP)
	Torta de Carne moída, legumes com requeijão (OR)(SS)	Rosquinha de Coco (BN)(SS)	Salada de Frutas (OR)(SS)	Bolo de Chocolate (BN)(SS)	Sopa de Macarrão com Frango e Legumes (RD)(SS)
	Suco Natural de Laranja (YE)(LP)	Iogurte de Morango (RD)(LP)	Queijo em cubos (WH)(SS)	Iogurte de Morango (RD)(LP)	
Custo Total R\$ 18.4036					

Tabela 9 – Valores nutricionais do cardápio utilizado na escola

	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5
CA	471,7165	688,6525	726,4312	744,0459	404,5423
CHO	147,8255	150,8369	116,6628	173,2903	132,3413
ENERGIA	877,6988	1024,3662	782,1146	1071,4216	882,3719
FE	6,8028	4,6818	4,8456	5,407	5,633
FIB	12,8089	20,3337	12,9298	15,5897	13,8626
LIP	18,0173	34,3401	22,5772	29,2367	22,7196
MG	186,4577	186,2044	167,5049	195,5818	189,3577
NA	1697,647	1385,5721	1535,0164	1535,1536	1580,7453
PTN	34,2676	34,4776	31,5981	35,0842	41,0868
SFAT	8,6318	14,812	12,2968	15,952	9,696
VITA	8,6318	13,6520	12,2968	14,7920	9,6960
VITC	114,9863	58,1724	57,6648	69,3943	169,036
ZN	5,2152	4,5842	4,3973	5,7491	6,7308
CUSTO(R\$)	3,2983	4,0236	3,1321	4,6949	3,2547

5.1.3 Análise Quantitativa do Cardápio gerado pela MR1 e do cardápio utilizado na Escola

Para avaliar quantitativamente esses dois cardápios, aplica-se a Ingestão Dietética de Referência (DRI's) (BRASIL, 2001), recomendações da FAO/OMS e do PNAE da seguinte maneira: Limite Superior Tolerável de Ingestão (UL) e valor referência do PNAE para ferro, zinco, vitamina A e vitamina C; valor máximo definido pelo PNAE para sódio e gordura saturada; valores de referência do PNAE para cálcio e fibra e valores mínimos e máximos definidos pela FAO/OMS para carboidratos, proteínas e lipídeos. As DRI's são estimativas diárias e, como nesse caso os cardápios são gerados para 70% das necessidades nutricionais, as estimativas são convertidas de acordo com essa porcentagem.

Para simplificar, siglas serão utilizadas para referenciar os cardápios: CM, para o cardápio gerado pelo modelo e CE para o cardápio da escola.

A Figura 14 mostra os valores diários dos macronutrientes e os níveis mínimos e máximos dados pelos valores de referência do PNAE. Na Figura 14(a) tem-se os valores de carboidratos, em gramas, para cinco dias do CM e do CE, com os respectivos limites mínimos (130,6250 g) e máximos (178,1250 g). Na Figura 14(b) tem-se os valores de proteínas, em gramas, para cinco dias do CM e do CE, com os respectivos limites mínimos (23,7500 g) e máximos (35,6250 g). Na Figura 14(c) tem-se os valores de lipídeos, em gramas, para cinco dias do CM e do CE, com os respectivos limites mínimos (15,8333 g) e máximos (31,6667 g). Vale mencionar que MIN-70% e MAX-70% correspondem aos valores mínimos e máximos de 70% das necessidades nutricionais referentes à faixa etária definida. Analisando os gráficos é possível perceber que o CM está adequado à recomendação para carboidratos, proteínas e lipídeos, durante todos os

cinco dias. O CE planejado por um nutricionista, está abaixo da recomendação mínima para carboidratos e excede o máximo de proteínas e lipídeos, em um dos cinco dias.

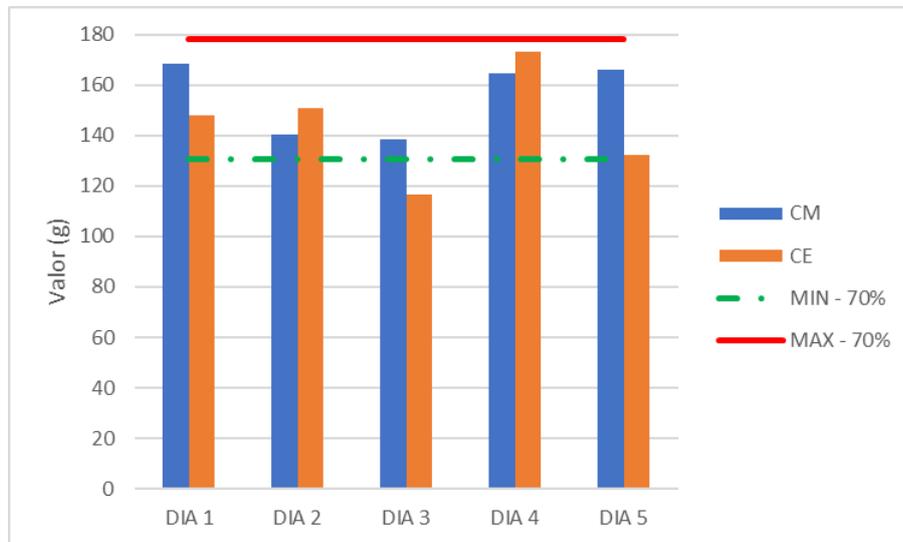
A [Figura 15](#) ilustra os valores de sódio e gordura saturada com o valor máximo permitido para esses nutrientes. Na [Figura 15\(a\)](#) tem-se os valores de sódio, em miligramas, para cinco dias do CM e do CE, com o respectivo limite máximo (1400 mg). Na [Figura 15\(b\)](#) tem-se os valores de gordura saturada, em gramas, para cinco dias do CM e do CE, com o respectivo limite máximo (10,5600 g). O CM está adequado ao sódio e à gordura saturada em todos os dias, enquanto o CE ultrapassa a recomendação máxima em quatro dos cinco dias para sódio e em três dos cinco dias para gordura saturada.

A [Figura 16](#) mostra os valores diários dos micronutrientes fibra e cálcio e o valor de referência do PNAE. Na [Figura 16\(a\)](#) tem-se os valores de fibra, em gramas, para cinco dias do CM e do CE, com o respectivo valor de referência do PNAE (17,50 g). Na [Figura 16\(b\)](#) tem-se os valores de cálcio, em gramas, para cinco dias do CM e do CE, com o respectivo valor de referência do PNAE (560 g). A [Figura 17](#) e a [Figura 18](#) apresentam os valores diários dos micronutrientes vitamina A, vitamina C, ferro e zinco, além dos valores UL e referência do PNAE. Na [Figura 17\(a\)](#) tem-se os valores de vitamina A, em microgramas, para cinco dias do CM e do CE, com o respectivo valor de referência do PNAE (280 μg) e UL (630 μg). Na [Figura 17\(b\)](#) tem-se os valores de vitamina C, em miligramas, para cinco dias do CM e do CE, com o respectivo valor de referência do PNAE (19 mg) e UL (455 mg). Na [Figura 18\(a\)](#) tem-se os valores de ferro, em miligramas, para cinco dias do CM e do CE, com o respectivo valor de referência do PNAE (2,87 mg) e UL (28 mg). Na [Figura 18\(b\)](#) tem-se os valores de zinco, em miligramas, para cinco dias do CM e do CE, com o respectivo valor de referência do PNAE (2,8 mg) e UL (8,4 mg).

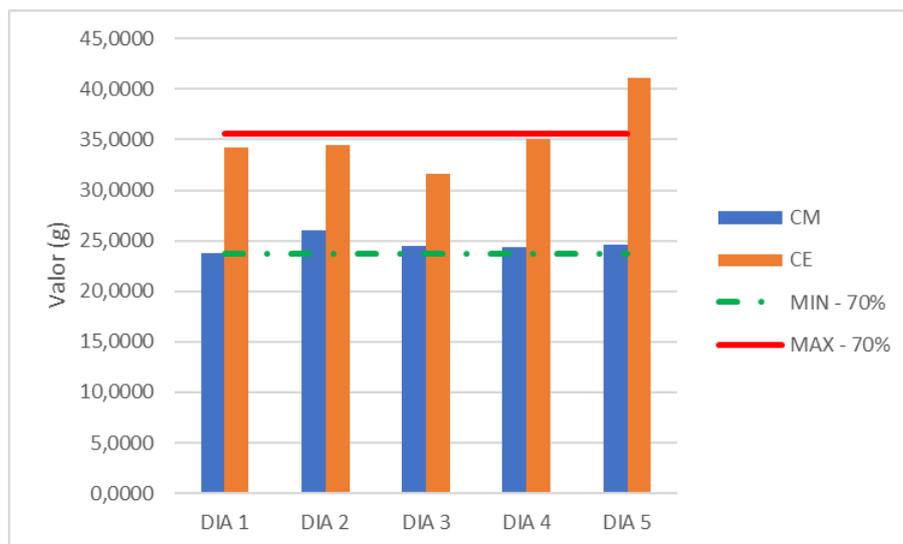
Para os micronutrientes, ambos os cardápios estão adequados às recomendações para ferro e vitamina C. O CM não consegue atingir a recomendação de cálcio em todos os cinco dias, enquanto o CE falha apenas em dois dias. Para o zinco, o CE está adequado à recomendação do PNAE em todos os dias, enquanto que o CM falha em um dia. Para fibra, o CE está adequado à recomendação do PNAE em apenas um dia, enquanto o CM não alcança a recomendação em nenhum dia. Para vitamina A, tanto o CM quanto o CE não atingem o valor recomendado. Vale ressaltar que o modelo não usou restrições para micronutrientes, uma vez que o objetivo era avaliar se seria possível atender às recomendações nutricionais dos micronutrientes sem restringi-los.

A [Figura 19](#) mostra os valores dos custos diários do CM e CE. Para o custo, ambos os cardápios tiveram custo abaixo de R\$ 5,00, um valor consiveralmente baixo dada a quantidade de alimentos e refeições ofertados. Mas é possível perceber também que o custo do CM é quase metade do custo do CE, sendo um fator muito interessante, dado que se aproxima mais do valor repassado para as escolas.

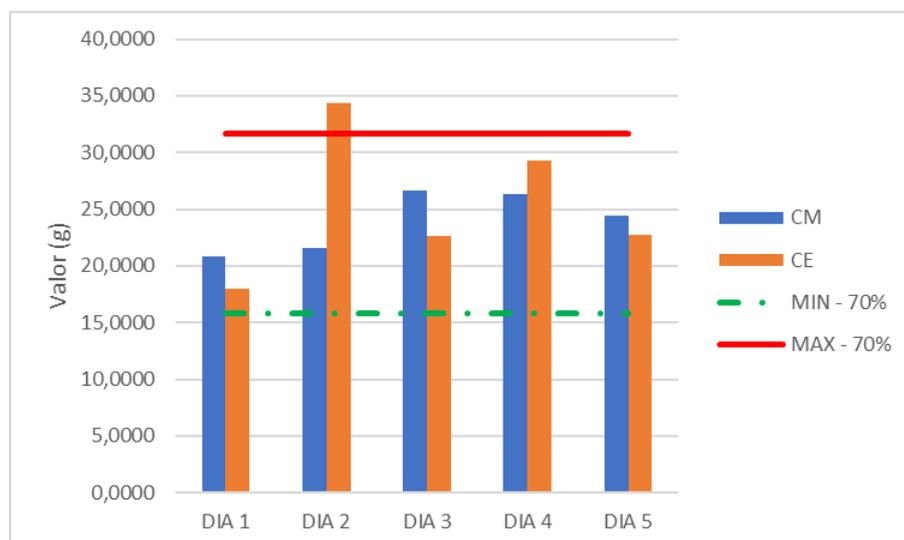
Figura 14 – Valores de carboidratos, proteínas e lipídeos e os níveis mínimos e máximos dados pelos valores de referência do PNAE para o CM e o CE



(a) CHO

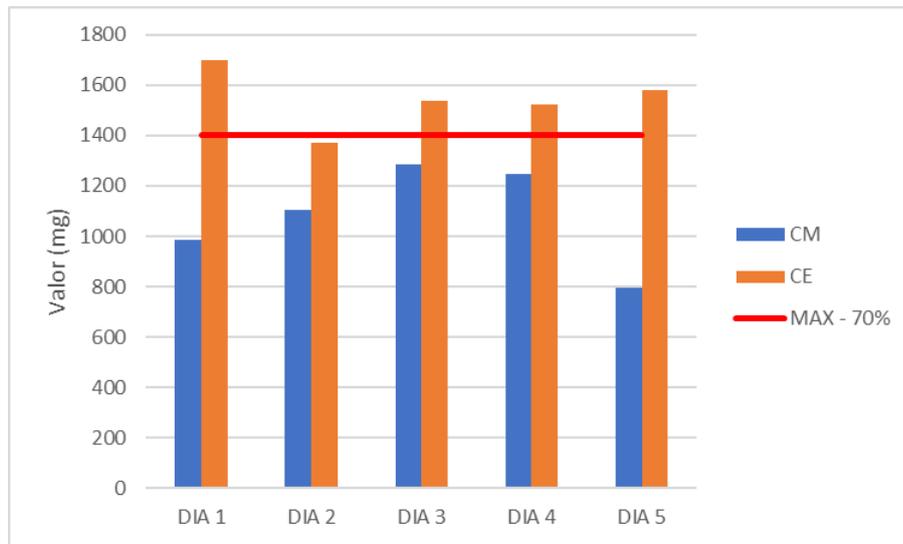


(b) PTN

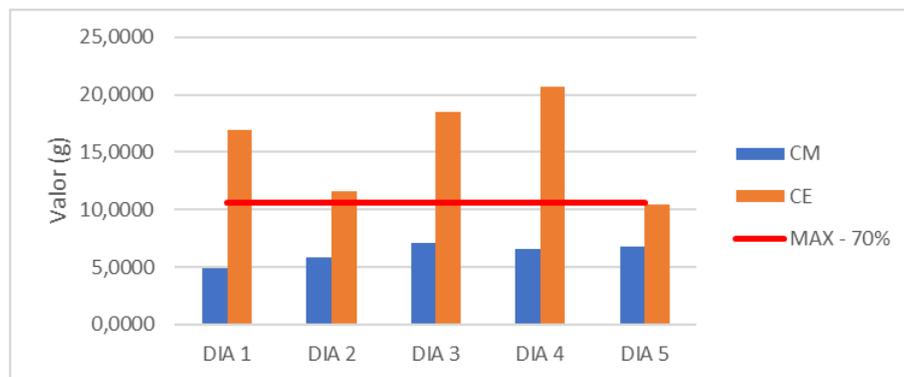


(c) LIP

Figura 15 – Valores de sódio e gordura saturada do CM e CE e os respectivos valores máximos do PNAE

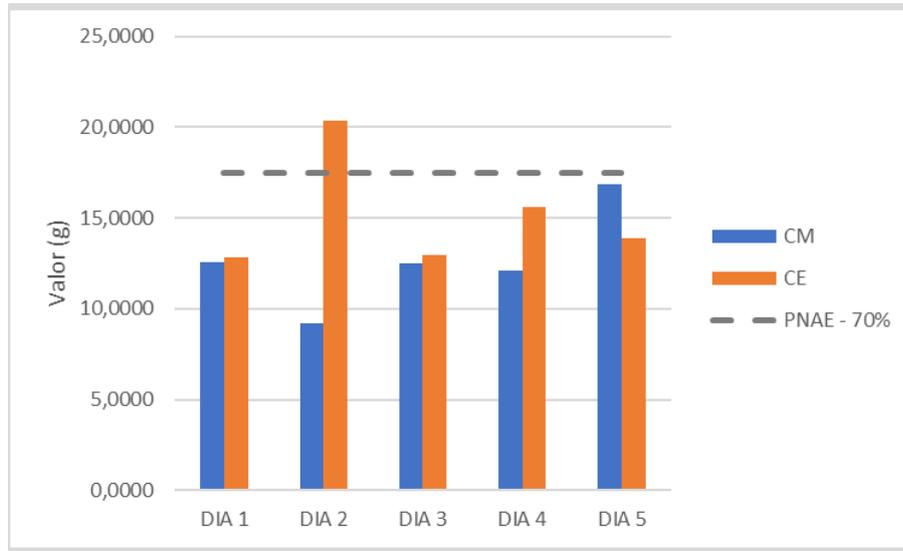


(a) NA

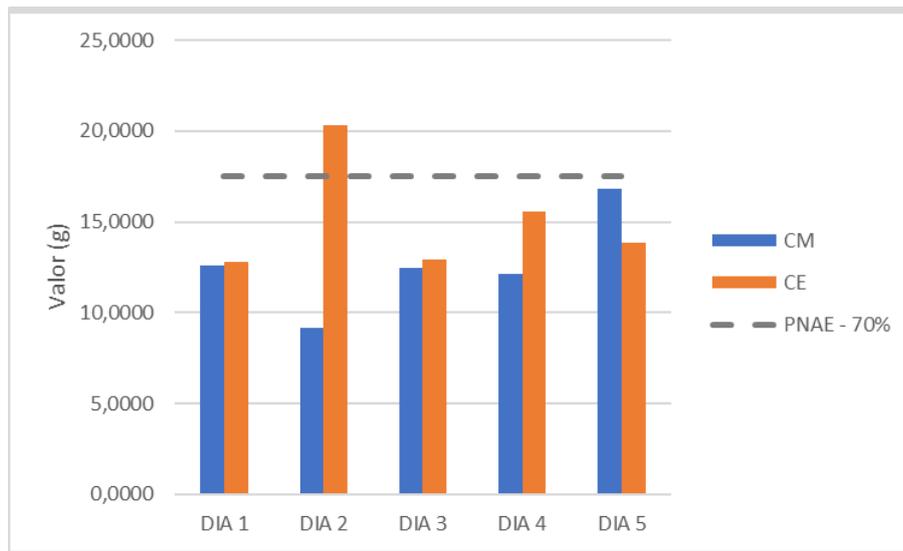


(b) SFAT

Figura 16 – Valores de fibra e cálcio do CM e CE e o valor mínimo do PNAE

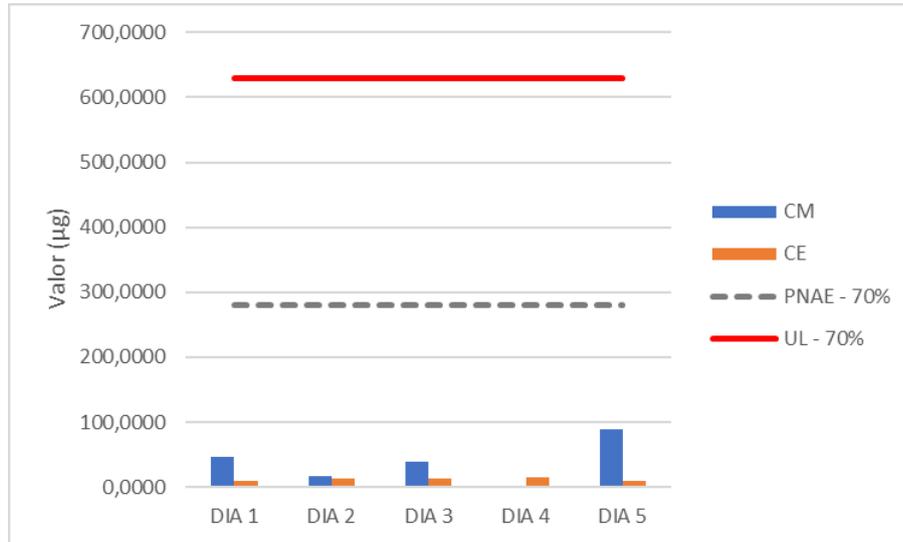


(a) FIB

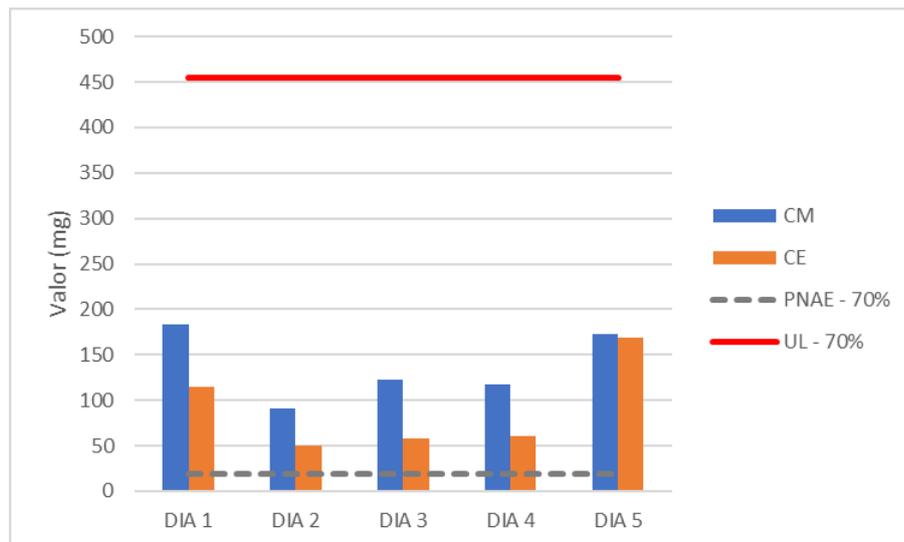


(b) CA

Figura 17 – Valores de vitamina A e vitamina C do CM e CE e os respectivos valores de PNAE e UL

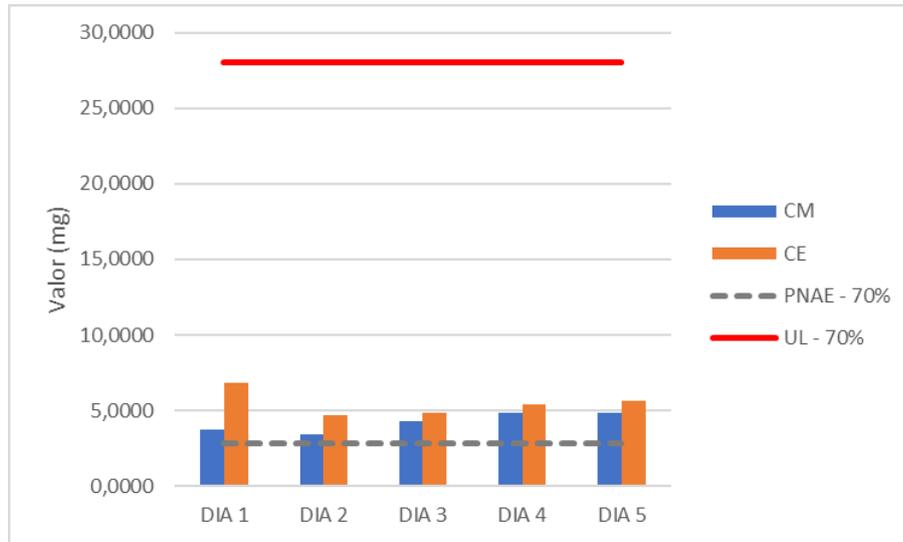


(a) VIT A

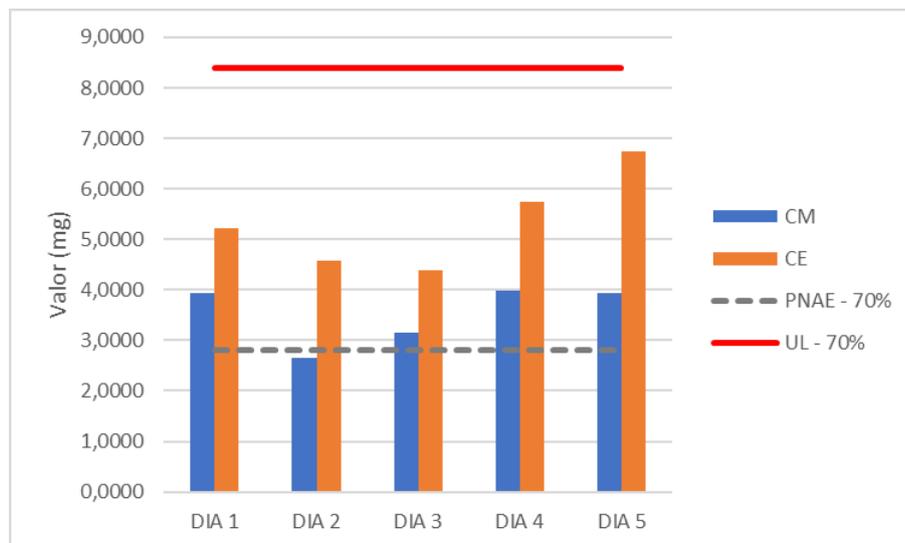


(b) VIT C

Figura 18 – Valores de ferro e zinco do CM e CE e os respectivos valores do PNAE e UL

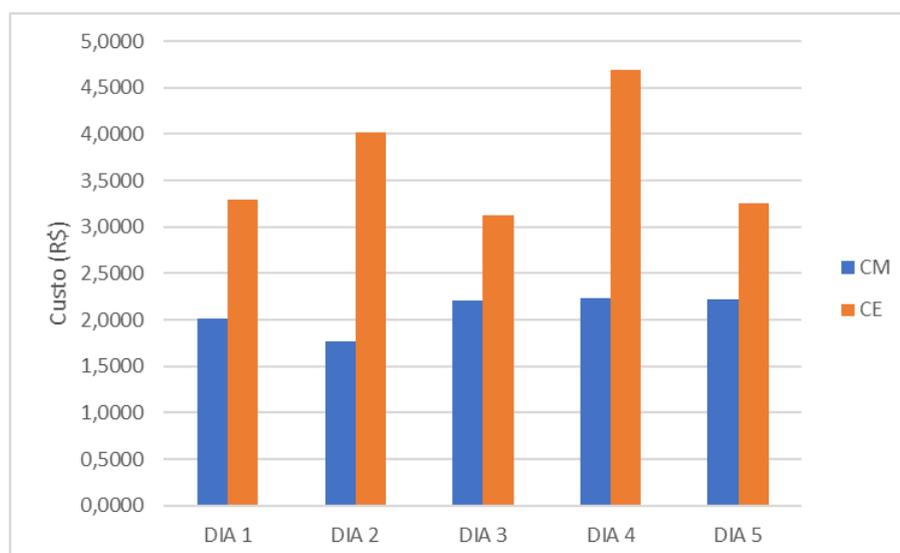


(a) FE



(b) ZN

Figura 19 – Valores de custo do CM e CE



5.1.4 Análise Qualitativa do Cardápio gerado pela MR1 e do cardápio utilizado na Escola

A análise qualitativa é baseada no IQ COSAN (BRASIL, 2022b) apresentado na Seção 3.6. Essa análise é feita de uma forma indireta, pois os critérios utilizados nela não são modelados e otimizados pelo modelo, por não serem especificados pelo PNAE. No entanto, é possível incluir na modelagem quaisquer critérios que se fizerem necessários.

A Tabela 10 mostra a análise realizada para o CM e a Tabela 11 para o CE. Tanto o CM quanto o CE, ofertaram, diariamente, alimentos dos grupos: cereais e tubérculos, feijões, legumes e verduras, frutas in natura, leites e derivados, carnes e ovos. A ausência de alimentos restritos no CE ocorreu em apenas um dia, já no CM em dois dias. Tanto o CM quanto o CE não ofertaram alimentos proibidos e doces. Quanto à oferta de alimentos regionais e alimentos da sociobiodiversidade, os dois cardápios ofertaram alimentos regionais, mas somente o CE ofertou alimentos da sociobiodiversidade. Quanto à diversidade alimentar semanal, ambos ofertaram uma quantidade de alimentos superior a 25 que representa o valor mínimo (definido nessa análise) para os cardápios que ofertam 3 refeições por dia ou atendam a 70% das necessidades nutricionais dos escolares. Após o cálculo da média semanal, ambos foram classificados como “ADEQUADO”: pontuação CM = 86,5 e CE = 87.

Tabela 10 – Análise da qualidade do Cardápio gerado pela MR1

Índice de Qualidade de Cardápios COSAN									
COMPONENTES SEMANA 1									
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO DIÁRIA	Ref	Seg	Ter	Qua	Quin	Sex	Result	Freq	
Presença de alimentos do grupo dos cereais e tubérculos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo dos feijões	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo dos legumes e verduras	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de frutas in natura	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo leite e derivados	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo das carnes e ovos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Ausência de alimentos restritos	2	0	2	0	2	0	4	3	
Ausência de alimentos e preparações doces	2	2	2	2	2	2	10	0	
PONTUAÇÃO							74		
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO SEMANAL							Result	Ref	
Oferta de alimentos regionais?							2,5	2,5	
Oferta de alimentos da sociobiodiversidade?							0	2,5	
Diversidade do cardápio	1 ref/dia ou	2 refs/dia ou	3 refs/dia ou				10	10	
	20% NND*	30% NND*	70% NND*						
							32		
Oferta de alimentos proibidos							0	-10	
PONTUAÇÃO FINAL DA SEMANA							86,5		

Tabela 11 – Análise da qualidade do Cardápio utilizado na escola

Índice de Qualidade de Cardápios COSAN									
COMPONENTES SEMANA 1									
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO DIÁRIA	Ref	Seg	Ter	Qua	Quin	Sex	Result	Freq	Observações
Presença de alimentos do grupo dos cereais e tubérculos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo dos feijões	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo dos legumes e verduras	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de frutas in natura	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo leite e derivados	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo das carnes e ovos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Ausência de alimentos restritos	2	0	0	0	0	2	2	4	
Ausência de alimentos e preparações doces	2	2	2	2	2	2	10	0	
PONTUAÇÃO							72		
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO SEMANAL							Result	Ref	
Oferta de alimentos regionais?							2,5	2,5	
Oferta de alimentos da sociobiodiversidade?							2,5	2,5	
Diversidade do cardápio	1 ref/dia ou	2 refs/dia ou	3 refs/dia ou				10	10	
	20% NND*	30% NND*	70% NND*						
							38		
Oferta de alimentos proibidos							0	-10	
PONTUAÇÃO FINAL DA SEMANA							87		

5.1.5 Discussões dos Resultados MR1

Esta modelagem cria um cardápio escolar de cinco dias para o nível pré-escolar automaticamente, de forma rápida e diversificada. O modelo tem como objetivo a minimização do custo financeiro e, ao mesmo tempo, atender aos requisitos estabelecidos pelo PNAE como composição, variedade, cor, consistência, limites mínimos e máximos de carboidratos, proteínas e lipídeos, limites máximos de sódio e gordura saturada. Usando um pacote de software de programação matemática de alto desempenho, o CPLEX, o cardápio ideal, aquele que atende a todas as recomendações, para 5 dias é obtido em apenas 20 segundos. Esse cardápio não apenas tem o menor custo financeiro, mas também atende a todos os requisitos pré-definidos.

A inclusão de restrições apenas dos macronutrientes, gordura saturada e sódio, não garantem a recomendação dos micronutrientes apresentados. Mesmo assim a maioria desses

nutrientes conseguiram atender às recomendações estabelecidas. Contudo, requisitos adicionais podem ser acrescentados na formulação do problema. Embora tenha sido feita uma análise qualitativa, o modelo não inclui nenhuma das determinações apresentadas nela. Mas essa análise se faz importante para que restrições relevantes sejam estudadas e adicionadas ao modelo.

Este modelo tem algumas vantagens quando comparado com outros na literatura. A viabilidade e a otimalidade, aspectos essenciais nos problemas de otimização em geral, são atingidos. Uma comparação qualitativa e quantitativa entre o cardápio obtido e um cardápio escolar planejado por um nutricionista é realizada indicando que a abordagem proposta pode ser eficientemente utilizada para auxiliar os nutricionistas na tarefa de elaboração do cardápio.

5.2 Testes da Modelagem da Resolução 06/2020 - MR2

Os testes foram realizados em uma máquina virtual com CPU Intel Broadwell 24 núcleos e 128 GB de memória na plataforma Google Cloud ([GOOGLE, 2022](#)), linguagem de programação Python, plataforma de desenvolvimento Visual Studio Code, gerenciador de banco de dados Postgresql, sistema operacional Linux, resolvedor para programação liner *IBM CPLEX Optimizer 20.1.0* edição acadêmica ([IBM, 2021](#)).

Primeiramente, foi realizada uma nova modelagem da base de dados para atender às novas restrições, além de incluir novas preparações à essa base. Detalhes podem ser vistos na [Seção 4.2](#). A seguir, o *CPLEX Optimizer* é utilizado para gerar o cardápio. Espera-se encontrar o melhor cardápio dada a base de dados composta de 225 preparações explicada na [Subseção 4.2.2](#).

5.2.1 Definição de parâmetros

A escolha dos parâmetros foi realizada de acordo com a Resolução 06/2020 ([BRASIL, 2020](#)) e para alunos da pré-escola. Os parâmetros gerais para os testes foram:

- Número máximo de preparações: $p_{max} = 225$
- Número máximo de dias do cardápio: $d_{max} = 20$;
- Número máximo de ingredientes: $i_{max} = 603$;
- Energia: $e = 945$;
- Kcal por grama de CHO e PTN: 4;
- Kcal por grama de LIP e SFAT: 9;
- Máximo de sódio: $max_{na} = 1400$;
- Máximo de gordura saturada: $max_{s_{fat}} = 7,35$;
- Máximo de açúcar adicionado: $max_{ads} = 7,35$;

- Mínimo e máximo de carboidratos: $min_{cho} = 130 - max_{cho} = 154$;
- Mínimo e máximo de proteínas: $min_{ptn} = 24 - max_{ptn} = 35$;
- Mínimo e máximo de lipídeos: $min_{lip} = 16 - max_{lip} = 32$;
- Número de dias na semana: $dw = 5$;
- Número de semanas: $nw = 4$;
- Número de dias considerados no mês: $u = 20$;
- Quantidade mínima, em gramas, de verduras, legumes e frutas: $z_1 = 520$;
- Quantidade mínima de dias para oferta de legumes e verduras: $z_2 = 5$;
- Quantidade mínima de dias para oferta de ferro heme: $z_3 = 4$;
- Quantidade mínima de dias para oferta de vitamina A: $z_4 = 3$;
- Quantidade máxima de vezes no mês para oferta de produtos cárneos: $z_5 = 2$;
- Quantidade máxima de vezes no mês para oferta de líquidos lácteos adoçados: $z_6 = 2$;
- Quantidade máxima de vezes na semana para oferta de margarina: $z_7 = 1$;
- Quantidade mínima para oferta de alimento in natura ou minimamente processado: $z_8 = 23$;

5.2.2 Testes MR2

Vários testes foram realizados com a modelagem em questão e alguns deles serão apresentados a seguir. Esse modelo requer alto recurso computacional para chegar à solução ótima. Desta forma, optou-se por usar como critério de parada o GAP (valor de diferença relativo). Para os testes 1 e 2, foram adotados como critério de parada variações nos valores de GAP até 3,5%. O GAP foi variado em 40%, 35%, 30%, 25%, 20%, 15%, 10%, 5% e 3,5%. Com o teste 3 pretende-se entender o comportamento das soluções quando há variação na janela de tempo e no número máximo de repetições da restrição de variedade do tipo de preparação.

O modelo proposto é flexível, sendo facilmente adaptável para gerar cardápios com outras preferências ou restrições. Assim, pode-se desejar minimizar o limite de determinados nutrientes. No teste 4, pretende-se entender o comportamento do modelo quando outras mudanças são feitas. Por exemplo, a função-objetivo considerada foi minimizar o sódio. Vale a pena notar que isso pode ser feito para qualquer outro nutriente. Outro teste realizado foi tornar o problema multiobjetivo através do método ϵ -restrito, minimizando sódio e limitando o custo (Teste 5).

1. Teste 1: Neste teste, deseja-se encontrar a melhor solução utilizando todas as restrições do modelo apresentadas na [Subseção 4.2.3](#). A [Tabela 12](#) mostra o valores definidos para

os parâmetros de variedade de ingrediente, a [Tabela 13](#) apresenta os valores definidos para os parâmetros de variedade de tipos de preparações e a [Tabela 14](#) exibe os valores definidos para os parâmetros de variedade de bases de preparações. Todos esses valores foram definidos empiricamente.

Tabela 12 – Definição de parâmetros para ingredientes

Alimentos Restritos	$maxI_i$	$maxtwI_i$	twI_i
Banana	1	2	5
Abóbora	1	2	5
Beterraba	1	2	5
Brócolis	1	2	5
Cenoura	1	2	5
Repolho	1	2	5

Tabela 13 – Definição de parâmetros para tipos de preparação

Tipos Restritos	$maxtwP_p$	twP_p
Fruta	1	4
Entrada	1	4
Pão/Cereal	1	3
Laticínios	1	3
Suco	1	3
	$maxtwMD_p$	$twMD_p$
Principal	1	5

Tabela 14 – Definição de parâmetros para bases de preparação

Bases Restritas	$maxtwSP_{sp}$	$twSP_{sp}$
Almôndega	1	5
Biscoito	2	5
Bolo	2	5
Farofa	2	5
Frango	3	5
Macarrão	2	5
Ovo	1	5
Pão	2	5
Torta	2	5

A [Tabela 15](#) apresenta o resultado com a variação do critério de parada, apontando o GAP retornado, quantas soluções factíveis encontradas no processo, o tempo gasto para chegar à melhor solução no gap estabelecido e o valor de função-objetivo. A [Figura 20](#) mostra a convergência do algoritmo utilizado pelo CPLEX para o critério de parada 3,5% em que foram encontradas 90 soluções factíveis para o problema.

Tabela 15 – Resultado do Teste 1

Tolerância de GAP	GAP Retornado	Número de soluções	Tempo (segundos)	Função-Objetivo
40,00%	31,41%	7	2,49	52,0144
35,00%	31,41%	7	2,59	52,0144
30,00%	25,01%	9	4,99	47,5729
25,00%	23,32%	9	5,16	47,5729
20,00%	19,82%	10	13,22	45,0270
15,00%	12,44%	11	21,54	42,4406
10,00%	8,96%	12	33,29	40,8294
5,00%	5,00%	46	3826,00	39,8645
3,50%	3,50%	90	11114,07	39,2082

Figura 20 – Convergência das soluções até o critério de parada

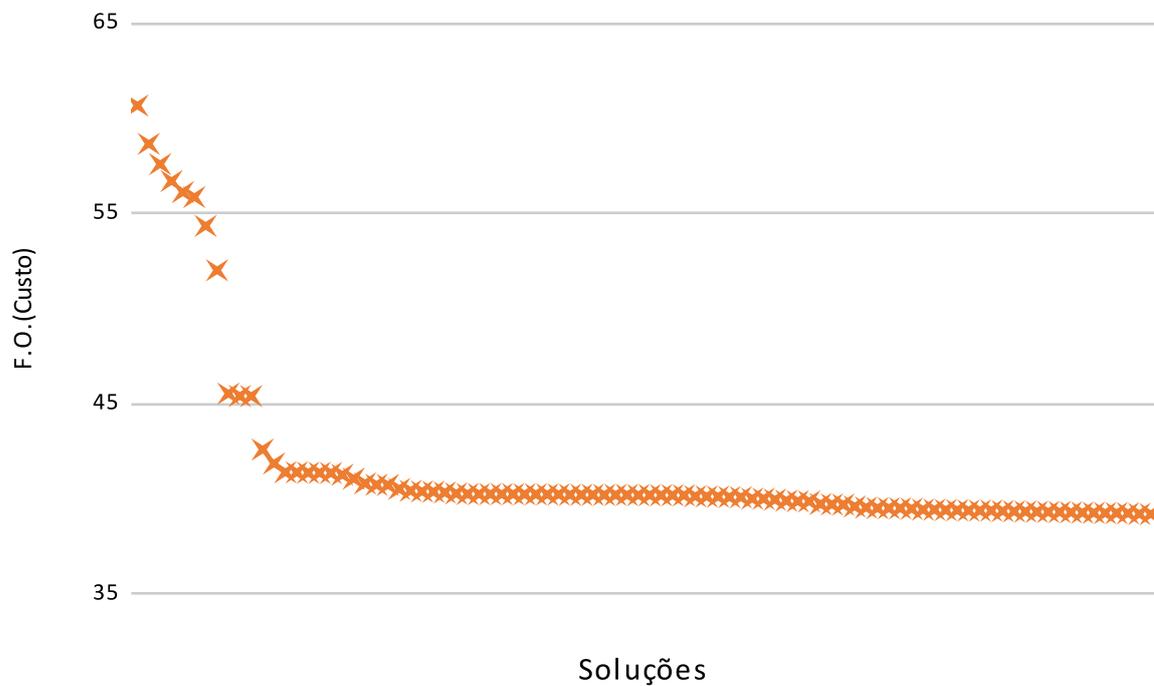


Tabela 16 – Cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1 - Semana 1

Refeição	Semana 1			
	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia
Café da Manhã	Bolo Nutritivo (Marrom) (SS)	Goiaba Vermelha (Vermelho) (SS)	Caqui (Vermelho) (SS)	Bolo de Cenoura (Laranja) (SS)
	Suco Natural de Abacaxi (Amarelo) (LP)	Biscoito Maisena (Amarelo) (SS)	Pão de Forma com Margarina (Amarelo) (SS)	Mexerica (Laranja) (SS)
Almoço	Macarrão Oriental (Vermelho) (SS)	Macarrão ao Molho de Sardinha (Vermelho) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS)
			Salada de Beterraba (Roxo) (SS)	Arroz com Brócolis e Frango (Branco) (SS)
Lanche da tarde	Mamão (Laranja) (SS)	Banana (Amarelo) (SS)	Laranja (Amarelo) (SS)	Mamão (Laranja) (SS)
Jantar	Arroz com Linguica e Brócolis (Branco) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS)
	Feijão Fradinho (Marrom) (SS)	Torta de carne moída com legumes (abobrinha, tomate e milho) com queijo (Marrom) (SS)	Farofa de Feijão (Marrom) (SS)	Cuscuz com Sardinha (Amarelo) (SS)
		Feijão Fradinho (Marrom) (SS)		Tutu de Feijão Carioca (Marrom) (LP)
				Arroz Simples (Branco) (SS)
				Mandioca Cozida (Amarelo) (SS)

Tabela 17 – Cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1 - Semana 2

Refeição	Semana 2				
	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Café da Manhã	Maçã (Vermelho) (SS) Bolo Nutritivo (Marrom) (SS)	Biscoito Maisena (Amarelo) (SS) Caqui (Vermelho) (SS)	Laranja (Amarelo) (SS) Pão de Forma com Margarina (Amarelo) (SS) Arroz Simples (Branco) (SS) Salada de Beterraba (Roxo) (SS)	Bolo de Cenoura (Laranja) (SS) Mexerica (Laranja) (SS)	Biscoito Maisena (Amarelo) (SS) Maçã (Vermelho) (SS) Arroz Simples (Branco) (SS) Mandioca Cozida (Amarelo) (SS) Filé de frango grelhado (Marrom) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS) Banana (Amarelo) (SS)
Almoço	Macarrão Oriental (Vermelho) (SS)	Macarrão ao Molho de Sardinha (Vermelho) (SS)	Frango em cubos refogado (Marrom) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS) Melancia (Vermelho) (SS)	Arroz com Brócolis e Frango (Branco) (SS)	
Lanche da Tarde	Banana (Amarelo) (SS)	Goiaba Vermelha (Vermelho) (SS) Arroz Simples (Branco) (SS) Torta de carne moída com legumes (abobrinha, tomate e milho) com queijo (Marrom) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)		Mamão (Laranja) (SS)	
Jantar	Arroz com molho de carne e hortaliças (Vermelho) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)		Arroz Simples (Branco) (SS) Farofa de Feijão (Marrom) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS) Cuscuz com Sardinha (Amarelo) (SS)	Tutu de Feijão Carioca (Marrom) (LP) Arroz Simples (Branco) (SS)

Tabela 18 – Cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1 - Semana 3

Semana 3					
Refeição	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Café da Manhã	Bolo Nutritivo (Marrom) (SS) Suco Natural de Abacaxi (Amarelo) (LP)	Laranja (Amarelo) (SS) Pão de Forma com Margarina (Amarelo) (SS)	Biscoito Maisena (Amarelo) (SS) Mamão (Laranja) (SS)	Bolo de Cenoura (Laranja) (SS) Caqui (Vermelho) (SS)	Goiaba Vermelha (Vermelho) (SS) Biscoito Cream Cracker (Amarelo) (SS)
Almoço	Macarrão Oriental (Vermelho) (SS)	Macarrão ao Molho de Sardinha (Vermelho) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS) Salada de Beterraba (Roxo) (SS) Frango em cubos refogado (Marrom) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)	Arroz com Brócolis e Frango (Branco) (SS)	Tutu de Feijão Carioca (Marrom) (LP) Arroz Simples (Branco) (SS) Salada de Acelga (Verde) (SS)
Lanche da Tarde	Goiaba Vermelha (Vermelho) (SS)	Melancia (Vermelho) (SS) Arroz Simples (Branco) (SS) Torta de carne moída com legumes (abobrinha, tomate e milho) com queijo (Marrom) (SS) Farofa de Beterraba (Roxo) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)	Mexerica (Laranja) (SS)	Banana (Amarelo) (SS)	Maçã (Vermelho) (SS)
Jantar	Arroz com molho de carne e hortaliças (Vermelho) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)		Arroz Simples (Branco) (SS) Farofa de Feijão (Marrom) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS) Cuscuz com Sardinha (Amarelo) (SS)	Tutu de Feijão Carioca (Marrom) (LP) Arroz Simples (Branco) (SS)

Tabela 19 – Cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1 - Semana 4

Semana 4					
Refeição	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Café da Manhã	Bolo Nutritivo (Marrom) (SS) Laranja (Amarelo) (SS)	Suco Natural de Abacaxi (Amarelo) (LP) Pão de Forma com Margarina (Amarelo) (SS)	Biscoito Maisena (Amarelo) (SS) Abacaxi (Amarelo) (SS)	Goiaba Vermelha (Vermelho) (SS) Bolo de Cenoura (Laranja) (SS)	Biscoito Cream Cracker (Amarelo) (SS) Laranja (Amarelo) (SS)
	Arroz Simples (Branco) (SS) Mandioca Cozida (Amarelo) (SS) Frango com milho (Amarelo) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)	Macarrão Oriental (Vermelho) (SS)	Macarrão ao Molho de Sardinha (Vermelho) (SS)	Arroz com Brócolis e Frango (Branco) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS) Salada de Beterraba (Roxo) (SS) Frango em cubos refogado (Marrom) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)
Lanche da Tarde	Melancia (Vermelho) (SS)	Mexerica (Laranja) (SS)	Mamão (Laranja) (SS) Arroz Simples (Branco) (SS) Torta de carne moída com legumes (abobrinha, tomate e milho) com queijo (Marrom) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)	Banana (Amarelo) (SS)	Melancia (Vermelho) (SS)
Jantar	Arroz com molho de carne e hortaliças (Vermelho) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)	Arroz com Linguica e Brócolis (Branco) (SS) Farofa de Beterraba (Roxo) (SS) Feijão Fradinho (Marrom) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS) Cuscuz com Sardinha (Amarelo) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS) Farofa de Feijão (Marrom) (SS)	Arroz Simples (Branco) (SS) Farofa de Feijão (Marrom) (SS)
Custo Total: R\$ 39,21					

Tabela 20 – Valores Nutricionais do cardápio de 20 dias gerado pelo modelo com os parâmetros do Teste 1

Semana 1					
Nutrientes	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Carboidratos (g)	131,87	132,41	141,65	132,99	131,94
Proteína (g)	24,7	24,5	29,41	24,88	29,23
Lipídeos (g)	17,27	16,08	18,38	17,1	20,44
Gordura Saturada (g)	3,05	4,52	3,32	3,29	4,37
Acucar Adicionado (g)	0,0	4,03	0,0	0,0	0,2
Sódio (mg)	616,24	800,4	897,33	552,5	1015,08
Vit C (mg)	152,16	54,5	49,48	196,95	103,36
Vit A (mcg)	591,73	104,14	33,87	1153,34	84,49
Custo	R\$ 1.84	R\$ 1.73	R\$ 2.18	R\$ 1.65	R\$ 2.28
Verduras/Legumes/Frutas (g):	973				
Semana 2					
Nutrientes	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Carboidratos (g)	132,62	130,15	138,01	132,69	131,57
Proteína (g)	24,51	24,15	29,75	24,58	27,64
Lipídeos (g)	16,48	16,09	18,35	17,15	19,69
Gordura Saturada (g)	3,06	4,52	3,32	3,29	4,25
Acucar Adicionado (g)	0,0	4,03	0,0	0,0	4,03
Sódio (mg)	494,49	801,32	896,41	553,15	887,18
Vit C (mg)	46,75	58,3	40,42	226,45	16,92
Vit A (mcg)	585,6	84,7	84,19	1173,81	36,29
Custo	R\$ 2.0	R\$ 1.86	R\$ 2.03	R\$ 1.73	R\$ 2.11
Verduras/Legumes/Frutas (g):	813				
Semana 3					
Nutrientes	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Carboidratos (g)	136,29	130,22	152,67	133,0	133,08
Proteína (g)	25,91	25,41	29,46	24,08	26,18
Lipídeos (g)	16,77	16,94	18,55	16,96	16,26
Gordura Saturada (g)	3,08	3,86	4,12	3,29	3,87
Acucar Adicionado (g)	0,0	0,0	4,03	0,0	0,2
Sódio (mg)	496,15	851,81	859,33	550,68	732,19
Vit C (mg)	138,13	44,16	207,2	46,69	42,03
Vit A (mcg)	588,65	123,56	90,48	1122,46	46,52
Custo	R\$ 2.12	R\$ 1.77	R\$ 2.21	R\$ 1.64	R\$ 2.5
Verduras/Legumes/Frutas (g):	913				
Semana 4					
Nutrientes	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
Carboidratos (g)	130,56	130,66	130,22	130,74	142,71
Proteína (g)	28,12	24,03	24,38	24,42	29,9
Lipídeos (g)	19,14	16,06	16,0	17,13	19,0
Gordura Saturada (g)	3,7	2,41	4,5	3,31	4,24
Acucar Adicionado (g)	0,0	0,0	4,03	0,0	0,2
Sódio (mg)	626,12	687,15	801,06	549,77	981,53
Vit C (mg)	53,11	281,38	70,18	70,52	40,42
Vit A (mcg)	218,93	525,62	129,85	1148,11	70,83
Custo	R\$ 2.0	R\$ 2.01	R\$ 1.9	R\$ 1.58	R\$ 2.06
Verduras/Legumes/Frutas (g):	991				

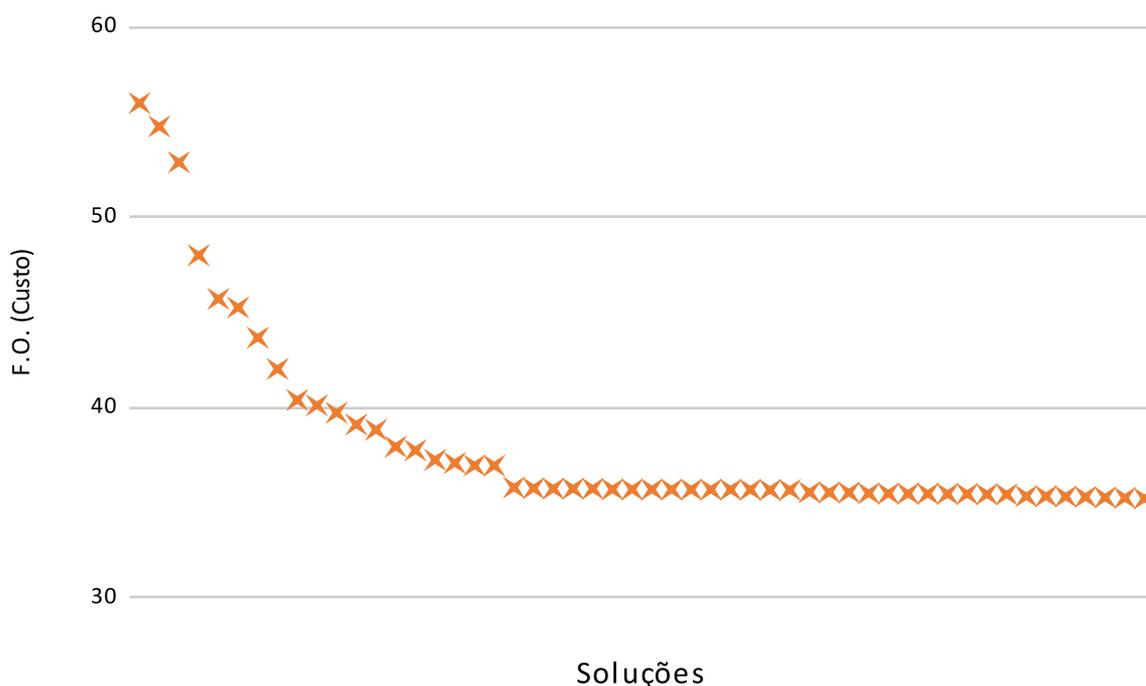
2. Teste 2: Para esse teste deseja-se encontrar a melhor solução utilizando todas as restrições do modelo apresentadas na [Subseção 4.2.3](#), exceto a de variedade de ingrediente diária e na janela de tempo e variedade de bases de preparações ([Equação \(38\)](#), [Equação \(39\)](#), [Equação \(40\)](#)), combinação ([Equação \(41\)](#)) e rejeição ([Equação \(42\)](#)).

A [Tabela 21](#) apresenta o resultado com a variação do critério de parada, apontando o GAP retornado, quantas soluções factíveis encontradas no processo, o tempo gasto para chegar à solução no gap estabelecido e o valor de função-objetivo. A [Figura 21](#) mostra a convergência do algoritmo utilizado pelo CPLEX para o critério de parada 3,5% em que foram encontradas 52 soluções factíveis para o problema.

Tabela 21 – Resultado do Teste 2

Tolerância de GAP	GAP Retornado	Número de soluções	Tempo (segundos)	Função-Objetivo
40,00%	37,88%	3	1,64	52,8785
35,00%	24,69%	4	4,2	43,9002
30,00%	24,69%	4	4,42	43,9002
25,00%	24,69%	4	4,41	43,9002
20,00%	10,74%	5	17,29	37,6385
15,00%	14,27%	7	18,39	39,0708
10,00%	8,83%	14	33,27	36,8081
5,00%	5,00%	33	325,96	35,5501
3,50%	3,50%	52	9589,56	35,2217

Figura 21 – Convergência das soluções até o critério de parada



A Figura 22, Figura 23 e Figura 24 mostram uma comparação entre os resultados do Teste 1 com o Teste 2 em relação ao número de soluções factíveis encontradas para cada valor de gap definido, o tempo gasto para se atingir o gap e o custo das soluções encontradas quando se atinge o gap, respectivamente.

Figura 22 – Número de soluções factíveis de acordo com a variação do gap

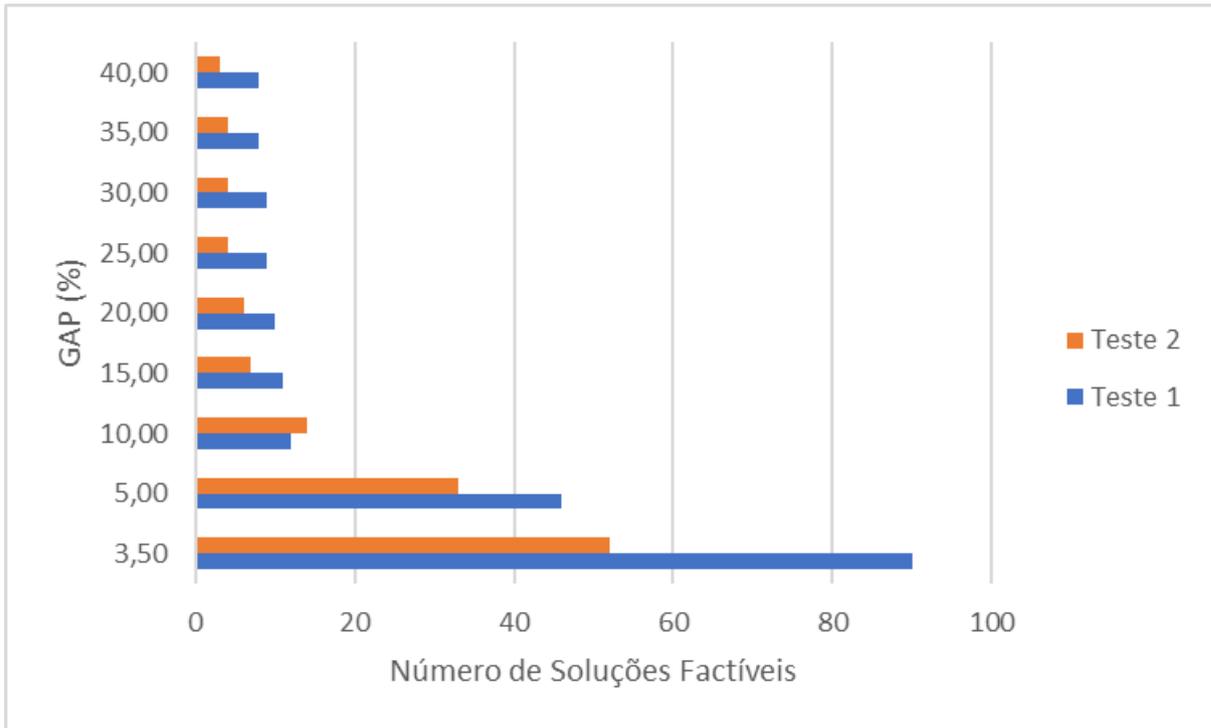


Figura 23 – Tempo para encontrar a solução de acordo com a variação do gap

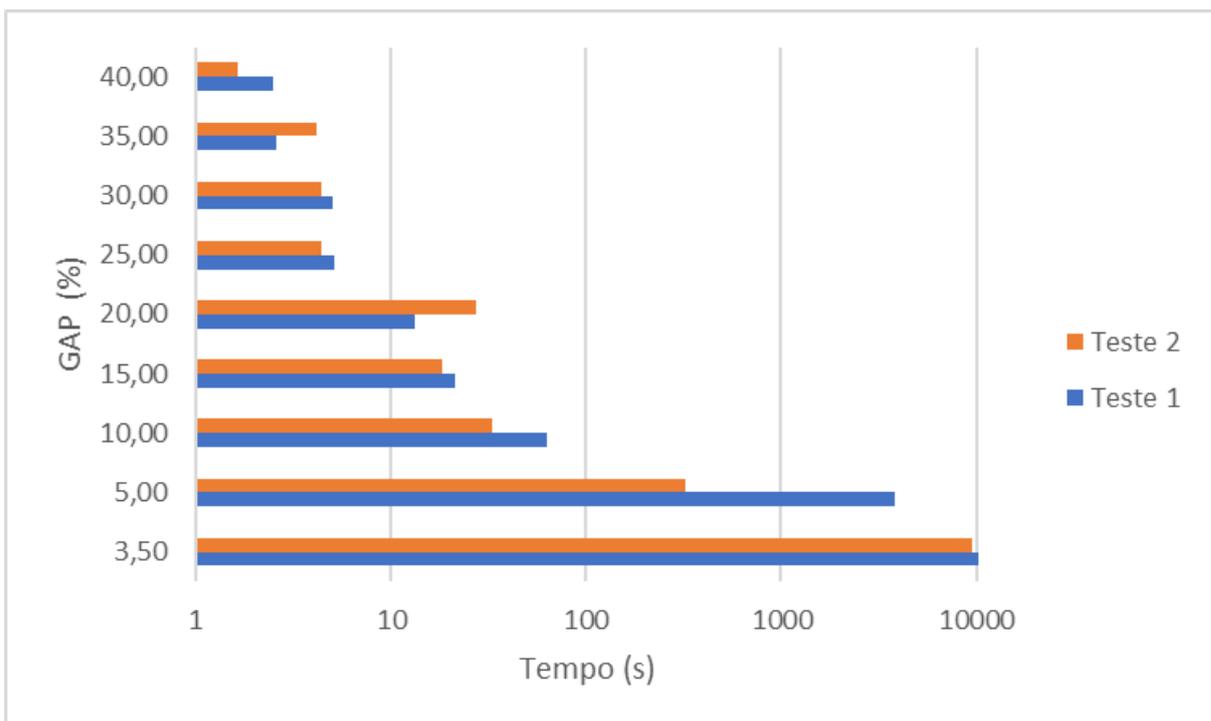
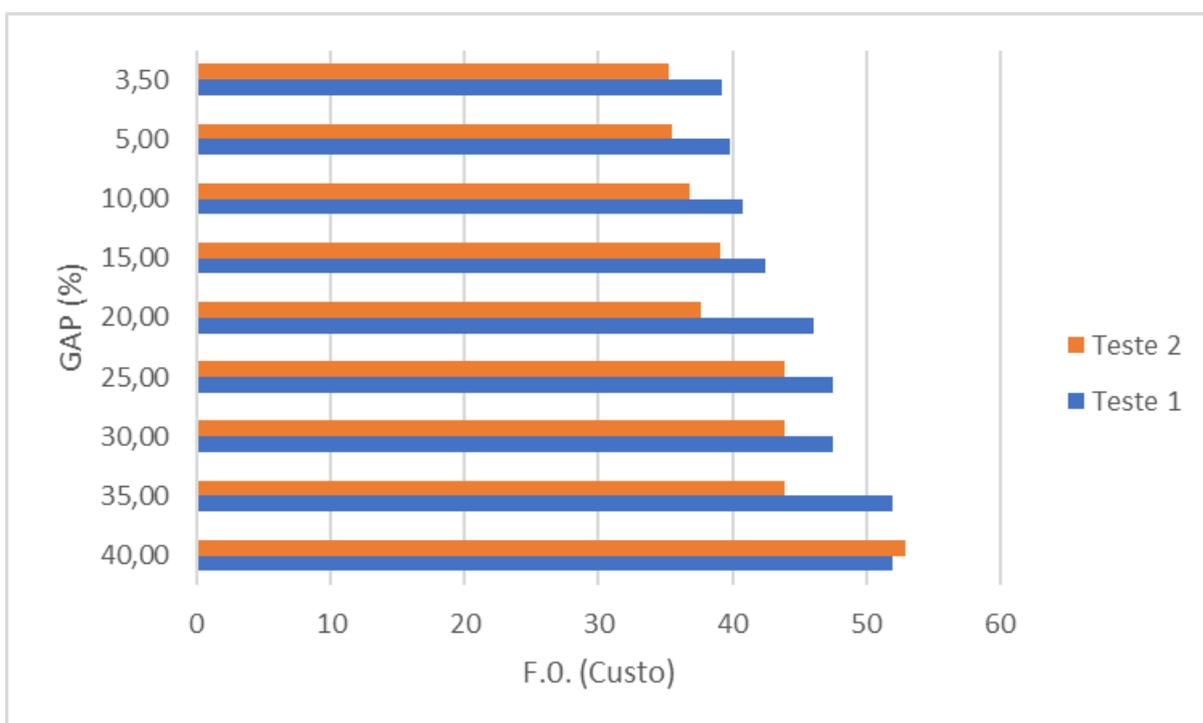


Figura 24 – Custo das soluções de acordo com a variação do gap



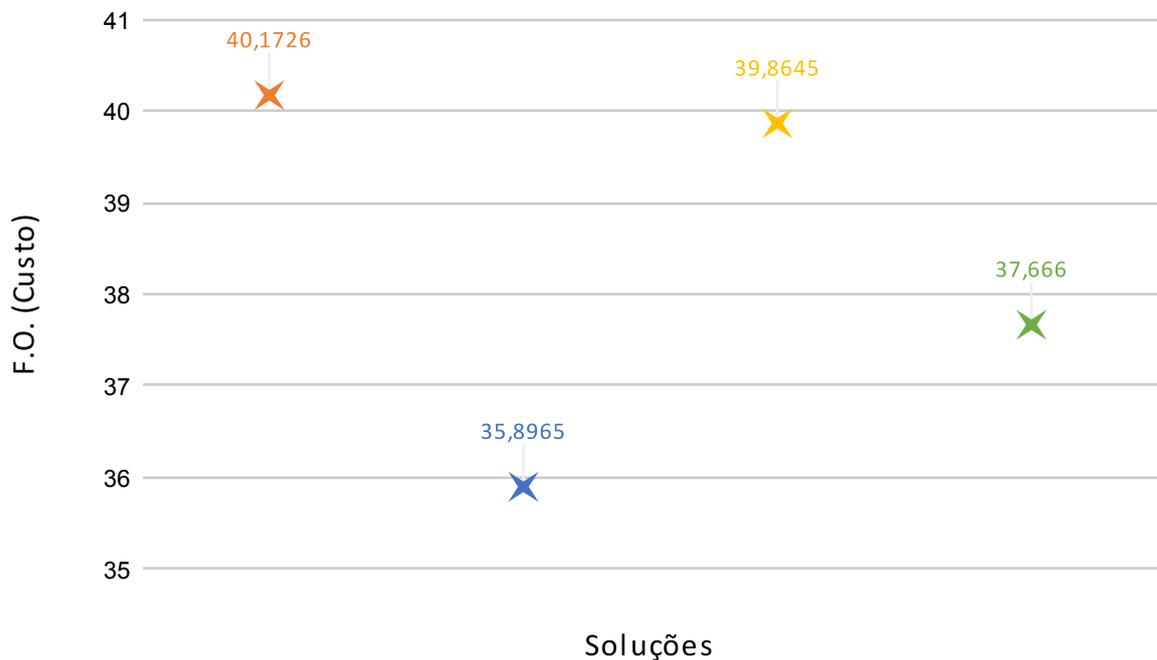
3. Teste 3: Neste teste, deseja-se encontrar a melhor solução utilizando todas as restrições do modelo apresentadas na [Subseção 4.2.3](#), variando a janela de tempo e o número máximo de repetição da restrição de variedade de tipo de preparação.

A [Tabela 22](#) apresenta o resultado com a variação da janela de tempo e quantidade máxima de repetição, apontando o valor de função-objetivo e o tempo gasto para encontrar a solução. O GAP utilizado foi 5%. Considere o primeiro valor sendo a janela de tempo: $twP_p/twMD_p$ e o segundo valor a quantidade máxima de repetição: $maxtwP_p/maxtwMD_p$. A [Figura 25](#) mostra as soluções encontradas para as variações estabelecidas na [Tabela 22](#).

Tabela 22 – Resultados com variação de janela de tempo e número máximo de repetições de tipos de preparação

	Variação	1	2	3	4
Tipo de Preparação	Principal	5 - 1	5 - 2	3 - 1	5 - 1
	Fruta	5 - 1	5 - 2	3 - 1	4 - 1
	Pão/Cereal	5 - 1	5 - 2	3 - 1	3 - 1
	Entrada	5 - 1	5 - 2	3 - 1	4 - 1
	Laticínios	5 - 1	5 - 2	3 - 1	3 - 1
	Suco	5 - 1	5 - 2	3 - 1	3 - 1
	F.O	40,17	35,90	37,67	39,86
	Tempo	366,99	842,47	986,82	3853,66

Figura 25 – Soluções encontradas para as 4 variações consideradas no teste 3

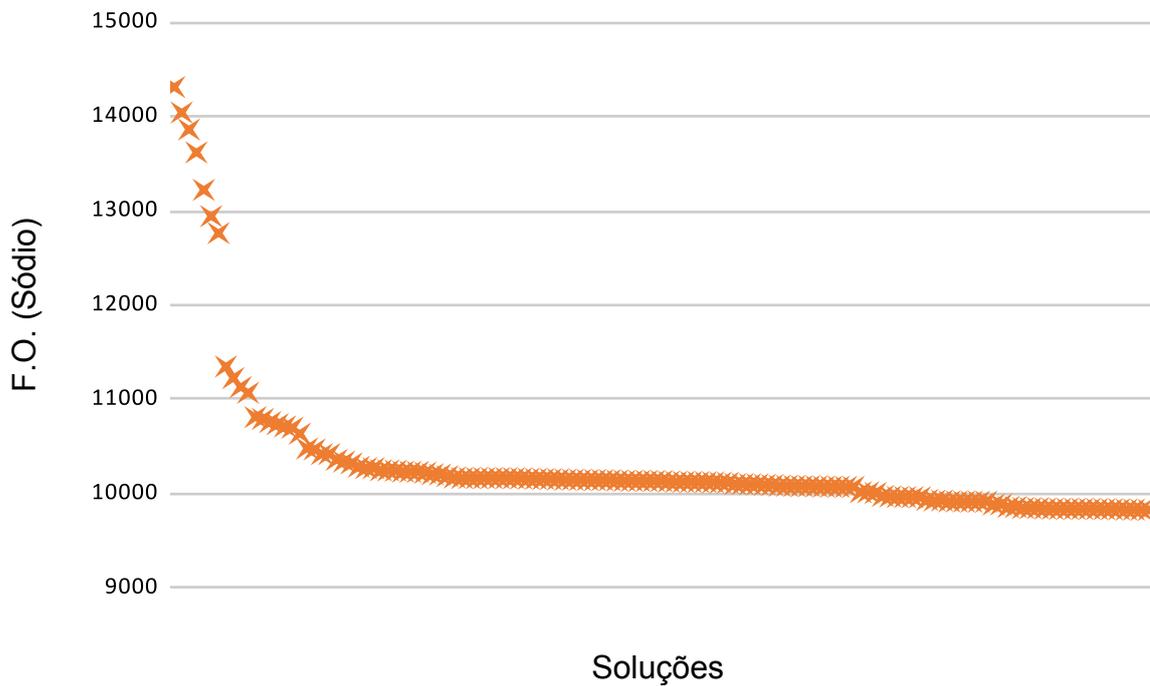


4. Teste 4: Neste teste, pretende-se entender o comportamento do modelo quando a função-objetivo é minimizar o sódio total do cardápio, respeitando as mesmas restrições. A função calcula a soma de sódio diário e é dada pela [Equação \(44\)](#):

$$\text{Min } f(x) = \sum_{d \in D} \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} na_p \cdot x_{prd}. \quad (44)$$

A [Figura 26](#) mostra a curva de convergência das soluções até a chegada ao critério de parada 3%. A solução foi obtida com gap de 3%, valor de função-objetivo = 9828,7392, custo R\$ 56,56, tempo = 15710,74 segundos. Foram encontradas 134 soluções factíveis para o modelo.

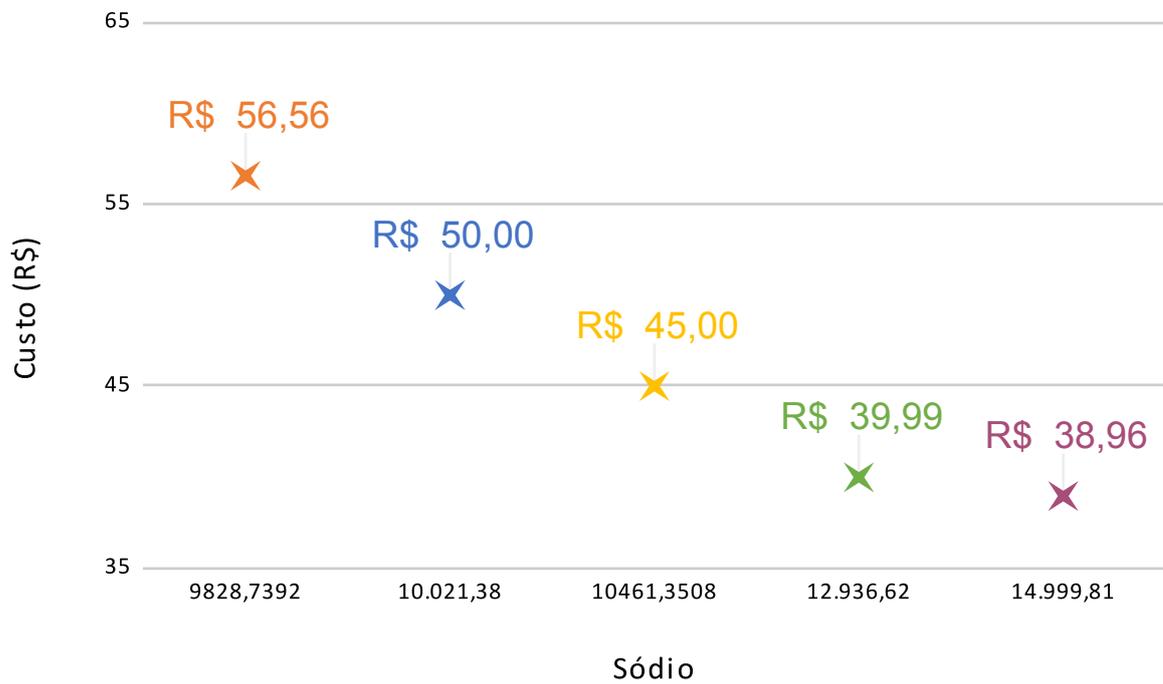
Figura 26 – Convergência das soluções até 3%



5. Teste 5: Conhecendo os extremos de um problema multiobjetivo com gap de 3% (Extremo 1: R\$ 38,96 - 14.999,8100 NA, Extremo 2: R\$ 56,56 - 9828,7392 NA), é empregado o método ϵ -restrito (somas ponderadas): minimizando o sódio e limitando o custo total. Variações de R\$ 5,00 no limite de custo total foram feitas para montagem do Pareto com uma tolerância de GAP de 5%. Porém, o modelo encontrou dificuldades para encontrar solução com critério de parada = 5%, então para completar o pareto, usou-se gap = 20 para o limite de custo = R\$ 40,00. A Tabela 23 mostra o valor do custo, do sódio e o gap utilizado para encontrar as soluções. Um detalhe importante é que ao usar essa abordagem, foi necessário incluir o extremo de custo como uma solução inicial para que a busca ficasse mais fácil, dado que sem ele, o CPLEX estava com dificuldades de encontrar ao menos uma solução.

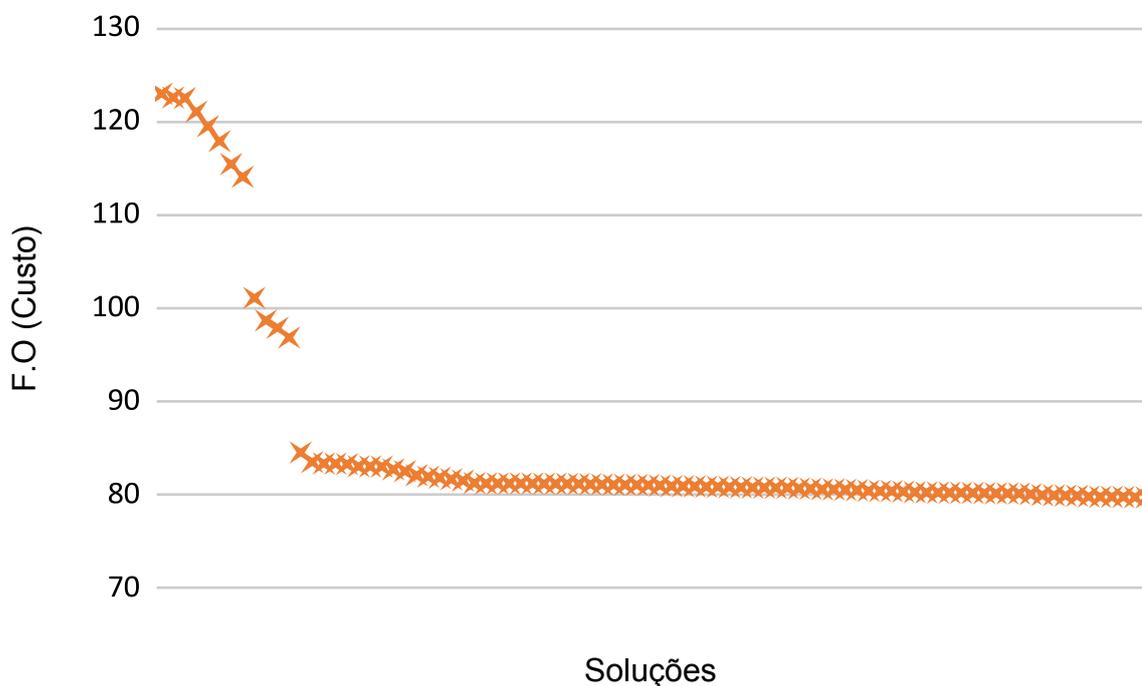
Tabela 23 – Pareto do ϵ -restrito

Custo	Total Sódio	GAP (%)
56,56	9828,7392	3
50,00	10.021,3805	5
45,00	10461,3508	5
39,99	12.936,6246	20
38,96	14.999,8100	3

Figura 27 – Soluções do ϵ -restrito

6. Teste 6: Neste teste, pretende-se ver o comportamento da solução com 40 dias. Foi utilizado como critério de parada $\text{gap} = 5\%$. Como resultado, utilizando os parâmetros do Teste 1, o custo do cardápio para 40 dias foi de R\$ 79,7573, tempo = 22196,53 segundos e 86 soluções factíveis encontradas. A [Figura 28](#) mostra a curva de convergência das soluções até o critério de parada.

Figura 28 – Convergência das soluções até o critério de parada



5.2.3 Análise Quantitativa do Cardápio gerado pela MR2

A análise quantitativa foi realizada para o cardápio gerado pela MR2 com parâmetros do Teste 1 e GAP 3,5%. Com a nova resolução, não se faz necessário avaliar os micronutrientes para a categoria pré-escola. Logo, serão apresentados valores de carboidratos, proteínas, lipídeos, sódio, gordura saturada e açúcar adicionado.

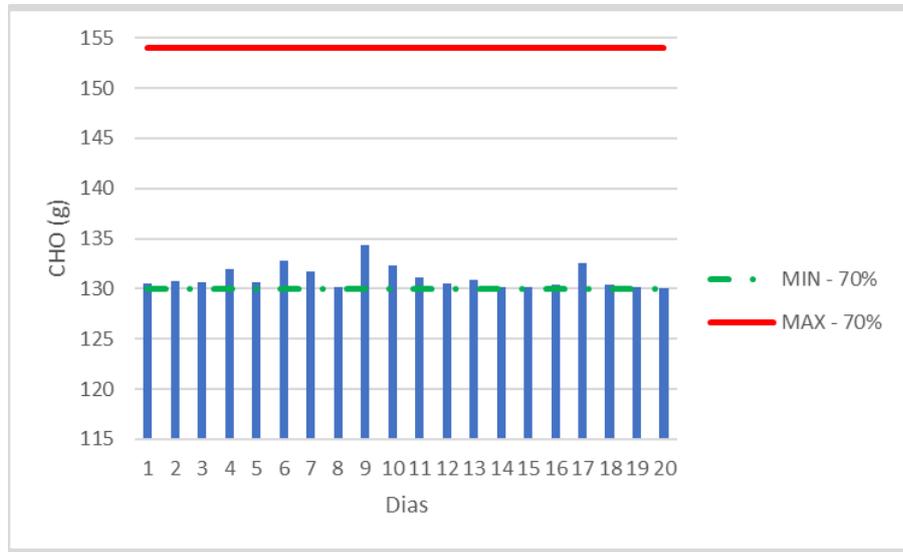
A [Figura 29](#) mostra os valores diários dos macronutrientes e os níveis mínimos e máximos dados pelos valores de referência do PNAE. Na [Figura 29\(a\)](#) tem-se os valores de carboidratos, em gramas, para vinte dias do cardápio, com os respectivos limites mínimos (130 g) e máximos (154 g). Na [Figura 29\(b\)](#) tem-se os valores de proteínas, em gramas, para vinte dias do cardápio, com os respectivos limites mínimos (24 g) e máximos (35 g). Na [Figura 29\(c\)](#) tem-se os valores de lipídeos, em gramas, para vinte dias do cardápio, com os respectivos limites mínimos (16 g) e máximos (32 g). Vale mencionar que MIN-70% e MAX-70% correspondem aos valores mínimos e máximos de 70% das necessidades nutricionais referentes à faixa etária definida. Analisando os gráficos é possível perceber que o cardápio está adequado à recomendação para carboidratos, proteínas e lipídeos, durante todos os vinte dias.

A [Figura 30](#) ilustra os valores de sódio, gordura saturada e açúcar adicionado com o valor máximo permitido para esses nutrientes. Na [Figura 30\(a\)](#) tem-se os valores de sódio, em miligramas, para vinte dias do cardápio, com o respectivo limite máximo (1400 mg). Na [Figura 30\(b\)](#) tem-se os valores de gordura saturada, em gramas, para vinte dias do cardápio, com

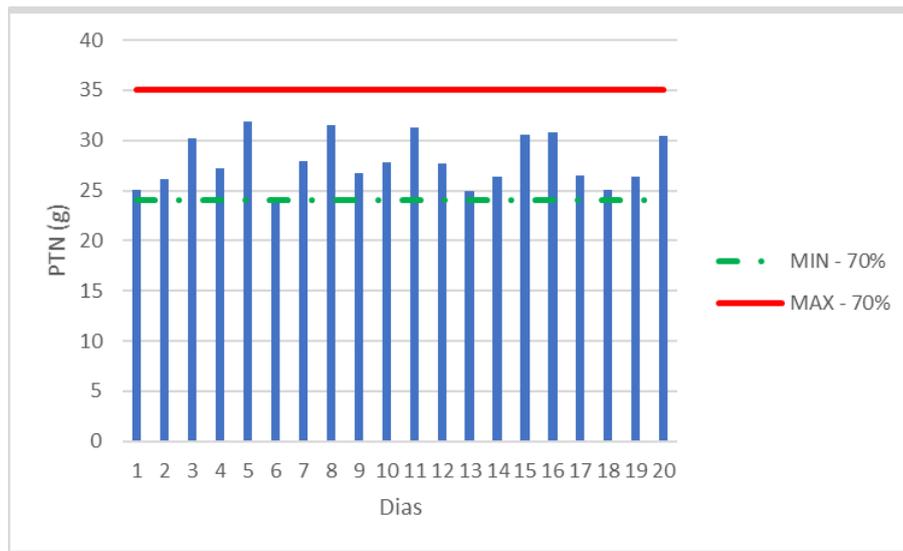
o respectivo limite máximo (7,35 g). Na [Figura 30\(c\)](#) tem-se os valores de açúcar adicionado, em gramas, para vinte dias do cardápio, com o respectivo limite máximo (7,35 g). O cardápio está adequado ao sódio, à gordura saturada e ao açúcar adicionado em todos os dias.

A [Figura 31](#) mostra os valores dos custos diários do cardápio. Através do gráfico, observa-se que o cardápio tem custo diário abaixo de R\$ 2,50 para ofertar quatro refeições.

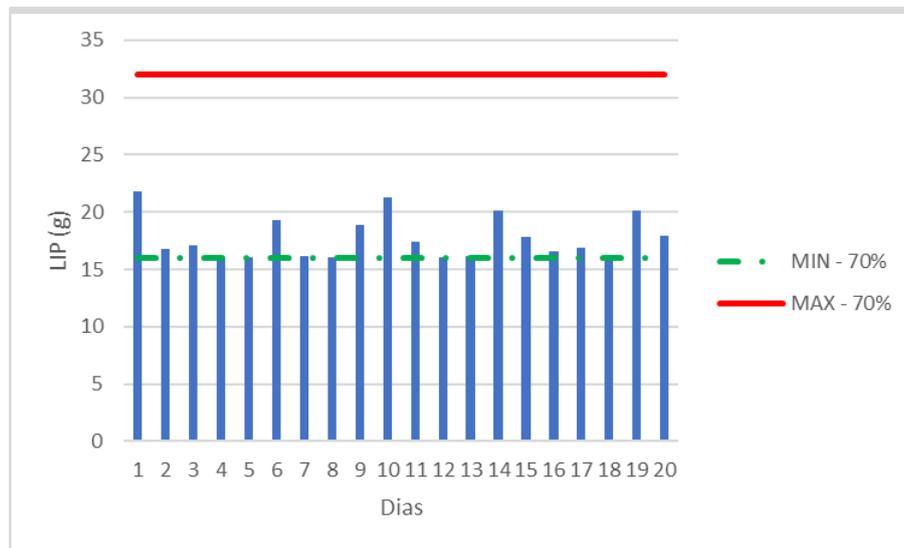
Figura 29 – Valores de carboidratos, proteínas e lipídeos do cardápio e os níveis mínimos e máximos dados pelos valores de referência da FAO/OMS



(a) CHO

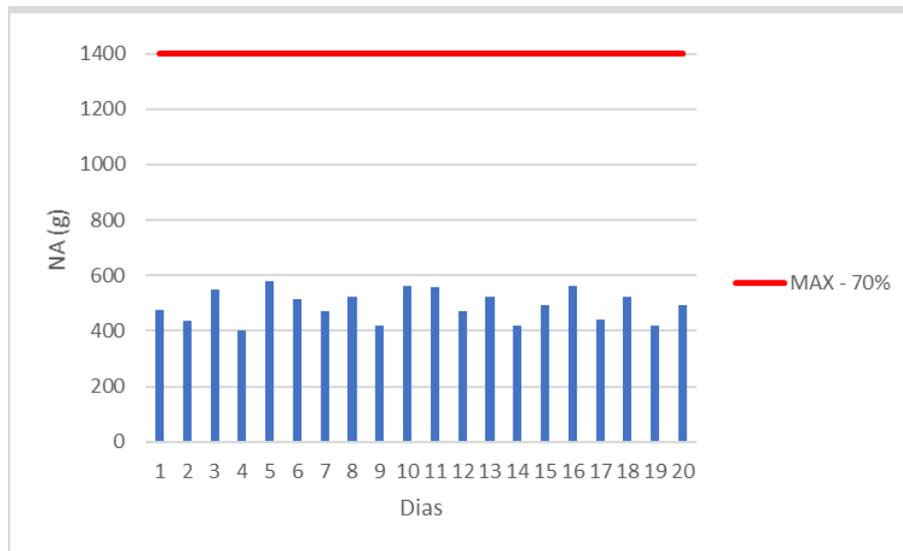


(b) PTN

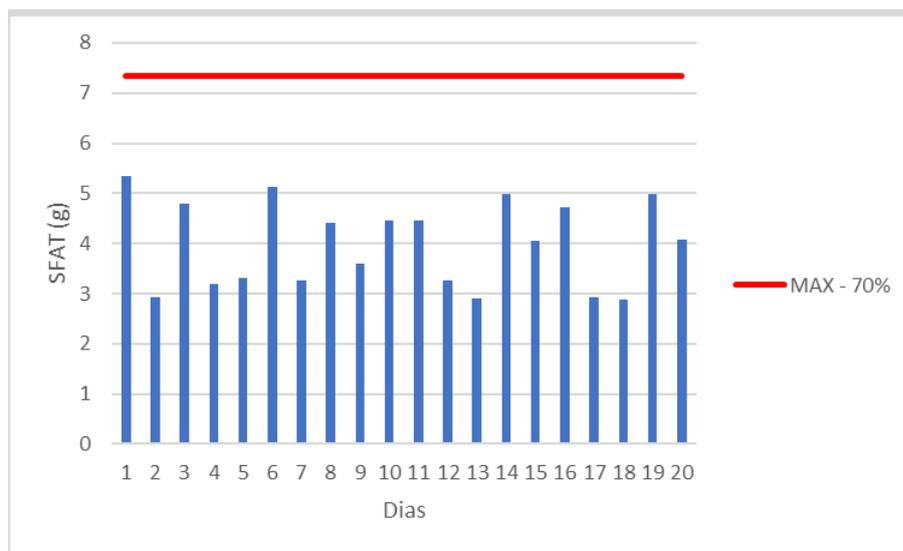


(c) LIP

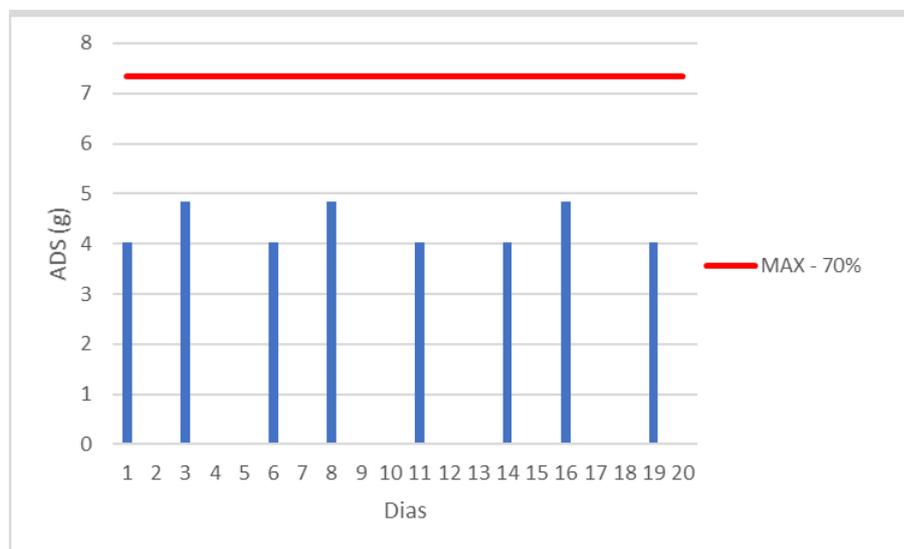
Figura 30 – Valores de sódio, gordura saturada e açúcar adicionado do cardápio e os respectivos valores máximos do PNAE



(a) NA

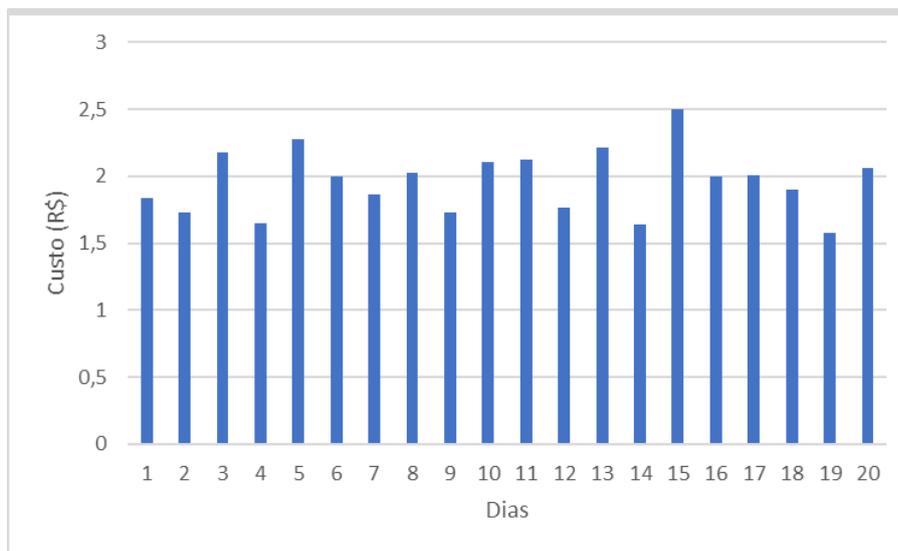


(b) SFAT



(c) ADS

Figura 31 – Valores de custo do cardápio



5.2.4 Análise Qualitativa do Cardápio gerado pela MR2

A análise qualitativa usando o IQCOSAN foi realizada para o cardápio gerado pela MR2 com parâmetros do Teste 1 e GAP 3,5% (Tabela 24).

Como o número de dias considerado foi 20 e cada semana tem 5 dias, tem-se então, uma análise para quatro semanas. Pode-se perceber que o cardápio ofertou, diariamente, alimentos dos grupos: cereais e tubérculos, legumes e verduras, frutas in natura, carnes e ovos. Porém, houve pouca oferta de leites e derivados e ausência de alimentos do grupo dos feijões em pelo menos um dia da semana. A presença de alimentos restritos ocorreu em dois dos vinte dias. Porém isso não impacta na qualidade no cardápio, uma vez que essa oferta foi mínima. O cardápio não ofertou alimentos proibidos e doces. Quanto à oferta de alimentos regionais e alimentos da sociobiodiversidade, ocorreu em todas as semanas. Quanto à diversidade alimentar semanal, o cardápio ofertou uma quantidade de alimentos superior a 25 que representa o valor mínimo (definido nessa análise) para os cardápios que ofertam 3 refeições por dia ou atendam a 70% das necessidades nutricionais dos escolares. Após o cálculo da média semanal, o cardápio foi classificado como “ADEQUADO” com pontuação = 84.

Tabela 24 – Análise da qualidade do Cardápio gerado pela MR2

Índice de Qualidade de Cardápios COSAN									
COMPONENTES SEMANA 1									Observações
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO DIÁRIA	Ref	Seg	Ter	Qua	Quin	Sex	Result	Freq	
Presença de alimentos do grupo dos cereais e tubérculos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo dos feijões	2	0	2	2	2	2	8	4	
Presença de alimentos do grupo dos legumes e verduras	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de frutas in natura	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo leite e derivados	2	0	0	2	0	0	2	1	
Presença de alimentos do grupo das carnes e ovos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Ausência de alimentos restritos	2	2	2	2	0	2	8	1	
Ausência de alimentos e preparações doces	2	2	2	2	2	2	10	0	
PONTUAÇÃO							68		
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO SEMANAL							Result	Ref	
Oferta de alimentos regionais?							2,5	2,5	
Oferta de alimentos da sociobiodiversidade?							2,5	2,5	mandioca e goiaba
Diversidade do cardápio				1 ref/dia ou 20% NND*	2 refs/dia ou 30% NND*	3 refs/dia ou 70% NND*	10	10	
						39			
Oferta de alimentos proibidos							0	-10	
PONTUAÇÃO FINAL DA SEMANA							83		
Índice de Qualidade de Cardápios COSAN									
COMPONENTES SEMANA 2									Observações
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO DIÁRIA	Ref	Seg	Ter	Qua	Quin	Sex	Result	Freq	
Presença de alimentos do grupo dos cereais e tubérculos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo dos feijões	2	0	2	2	2	2	8	4	
Presença de alimentos do grupo dos legumes e verduras	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de frutas in natura	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo leite e derivados	2	0	0	0	2	0	2	1	
Presença de alimentos do grupo das carnes e ovos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Ausência de alimentos restritos	2	2	2	2	2	0	8	1	
Ausência de alimentos e preparações doces	2	2	2	2	2	2	10	0	
PONTUAÇÃO							68		
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO SEMANAL							Result	Ref	
Oferta de alimentos regionais?							2,5	2,5	
Oferta de alimentos da sociobiodiversidade?							2,5	2,5	goiaba
Diversidade do cardápio				1 ref/dia ou 20% NND*	2 refs/dia ou 30% NND*	3 refs/dia ou 70% NND*	10	10	
						35			
Oferta de alimentos proibidos								-10	
PONTUAÇÃO FINAL DA SEMANA							83		
Índice de Qualidade de Cardápios COSAN									
COMPONENTES SEMANA 3									Observações
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO DIÁRIA	Ref	Seg	Ter	Qua	Quin	Sex	Result	Freq	
Presença de alimentos do grupo dos cereais e tubérculos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo dos feijões	2	0	2	2	2	2	8	4	
Presença de alimentos do grupo dos legumes e verduras	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de frutas in natura	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo leite e derivados	2	0	0	0	2	0	2	1	
Presença de alimentos do grupo das carnes e ovos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Ausência de alimentos restritos	2	2	2	2	2	2	10	0	
Ausência de alimentos e preparações doces	2	2	2	2	2	2	10	0	
PONTUAÇÃO							70		
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO SEMANAL							Result	Ref	
Oferta de alimentos regionais?							2,5	2,5	
Oferta de alimentos da sociobiodiversidade?							2,5	2,5	mandioca e goiaba
Diversidade do cardápio				1 ref/dia ou 20% NND*	2 refs/dia ou 30% NND*	3 refs/dia ou 70% NND*	10	10	
						35			
Oferta de alimentos proibidos								-10	
PONTUAÇÃO FINAL DA SEMANA							85		
Índice de Qualidade de Cardápios COSAN									
COMPONENTES SEMANA 4									Observações
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO DIÁRIA	Ref	Seg	Ter	Qua	Quin	Sex	Result	Freq	
Presença de alimentos do grupo dos cereais e tubérculos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo dos feijões	2	0	2	2	2	2	8	4	
Presença de alimentos do grupo dos legumes e verduras	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de frutas in natura	2	2	2	2	2	2	10	5	
Presença de alimentos do grupo leite e derivados	2	0	0	0	2	0	2	1	
Presença de alimentos do grupo das carnes e ovos	2	2	2	2	2	2	10	5	
Ausência de alimentos restritos	2	2	2	2	2	2	10	0	
Ausência de alimentos e preparações doces	2	2	2	2	2	2	10	0	
PONTUAÇÃO							70		
COMPONENTES DE AVALIAÇÃO SEMANAL							Result	Ref	
Oferta de alimentos regionais?							2,5	2,5	
Oferta de alimentos da sociobiodiversidade?							2,5	2,5	goiaba
Diversidade do cardápio				1 ref/dia ou 20% NND*	2 refs/dia ou 30% NND*	3 refs/dia ou 70% NND*	10	10	
						35			
Oferta de alimentos proibidos								-10	
PONTUAÇÃO FINAL DA SEMANA							85		
AVALIAÇÃO MENSAL (cardápios 4 semanas)									
Semana 1	83								
Semana 2	83								
Semana 3	85								
Semana 4	85								
Pontuação	84								

5.2.5 Discussões dos Resultados MR2

Esta modelagem cria um cardápio escolar para n dias. Assim como na MR1, o modelo tem como objetivo a minimização do custo financeiro e, simultaneamente, atender aos requisitos estabelecidos pela nova resolução do PNAE como composição, variedade, limites mínimos e máximos de nutrientes, oferta mínima de: frutas, verduras e legumes; ferro heme; vitamina A e alimentos in natura ou minimamente processados, suplementação de ferro heme, limite de oferta de: margarina; produtos cárneos e lácteos adoçados, combinação e rejeição de preparações.

Com os testes, pode-se perceber que todas as restrições estabelecidas foram atendidas. Foi possível encontrar cardápios para 20 dias com uma média de R\$ 2,00 por dia para crianças da pré-escola que necessitam que 70% das necessidades nutricionais sejam atendidas em período escolar. A estrutura estabelecida oferece quatro refeições diárias para esses estudantes.

O modelo está flexível quanto aos limites e quantidades que devem ser oferecidas, sendo possível alterar esses valores para atender outros cenários. Somente restrições ligadas à estrutura do cardápio não estão tão flexíveis por afetar diretamente outras restrições e conseqüentemente aumentar o nível de complexidade do modelo.

Percebeu-se que as restrições de variedade influenciam muito no resultado do problema, uma vez que com os testes, ao realizar mudanças nesse sentido, a variação do custo foi significativa. Teve-se solução com custo aproximado de R\$ 35,90 quando a janela de tempo era menor, enquanto que o custo da solução para quando a janela era maior foi de R\$ 40,17. Outro fator observado é o tempo gasto para encontrar a solução quando há maior variedade. Dependendo dessa variação, pode-se gastar horas ou até mesmo dias.

A quantidade de soluções factíveis encontradas nos testes permite que o nutricionista escolha dentre uma gama de possibilidades a que melhor lhe atender no momento.

O cardápio avaliado usando o IQ COSAN foi adequado, mesmo que os parâmetros dessa ferramenta não tenham sido modelados. Mas é possível incluí-los na modelagem para que haja a garantia da qualidade.

O objetivo do modelo foi minimizar custo, mas através dos testes foi possível perceber que outros objetivos podem ser interessantes de serem usados. Tudo depende do contexto que a escola ou restaurante vive e qual a necessidade no momento.

Além das mudanças citadas anteriormente, esse modelo permite também gerar cardápios para uma semana, um mês e até mais meses.

5.3 Discussão Geral

Após os diversos testes realizados, percebeu-se que a base de dados tem influência direta no resultado do modelo. Logo, um primeiro passo foi aumentar a base dados para entender esse comportamento e usar uma base maior. Com isso, foi possível perceber uma dificuldade em encontrar a solução ótima. Porém, uma base de dados maior permite explorar mais o espaço de busca da solução.

A estrutura do cardápio também foi uma mudança significativa e que também influencia no resultado do modelo. Na primeira estrutura adotada, a quantidade de preparações eram fixas, o que pode tornar o cardápio mais caro e impossibilitar o seu uso em escolas que dispõem de pouco recurso financeiro. Já na segunda modelagem, essa estrutura é mais flexível, impactando em menor custo e retratando melhor a realidade da maioria das escolas. Outro aspecto importante é que a primeira modelagem focava em cardápio para 5 dias (1 semana) e com a segunda modelagem pode-se elaborar cardápios para n dias (1 mês ou mais). É importante salientar que mudanças na estrutura do cardápio precisam ser feitas com cuidado para que juntamente com as outras restrições continue atendendo aos requisitos desejáveis. Deixar a estrutura muito flexível para atender outros cenários foi uma dificuldade encontrada, pois percebeu-se que mudanças na estrutura impactam em outras restrições. Logo, um estudo mais delicado deve ser feito para deixar essa estrutura mais versátil.

Vale enfatizar que a forma como as preparações são classificadas nos grupos definidos, a classificação de cores e consistência também interfere na solução que pode ser encontrada. Além de acrescentar preparações na base de dados, algumas alterações nas que já existiam foram indispensáveis para retratar melhor a realidade das escolas. A seguinte alteração foi realizada: toda preparação do tipo arroz, feijão, entrada e guarnição que contém carne passou a ser considerada principal, as demais guarnições passaram a compor a entrada juntamente com as saladas cruas.

Foram muitas mudanças na nova resolução, com a inclusão de diversos requisitos que passaram a ser considerados como restrições na MR2. As restrições de cor e consistência foram removidas, uma vez que é possível oferecer diversos nutrientes através de outras restrições e que a restrição de composição também elimina a ocorrência de preparações muito líquidas ou pastosas.

Quanto mais restrições são inclusas ao modelo, mais complexo ele fica. Com os testes da MR2 foi possível constatar a dificuldade para encontrar a melhor solução para o problema, sendo necessário usar critério de parada para encontrar uma solução mais próxima da ótima. Isso devido ao crescimento exponencial da árvore a ser explorada pelo CPLEX, o que causava falta de memória. Parâmetros do CPLEX utilizados para tal fim, foram inseridos, porém sem sucesso.

6 Considerações Finais

O presente trabalho trata do problema de elaboração de cardápios nutricionais, que a princípio tem foco na alimentação escolar. Apresentado o problema, foi feito um estudo para entender como esse problema tem sido estudado na literatura e quais abordagens já foram utilizadas. Em seguida, foram apresentados os conceitos essenciais para entender o processo de elaboração de cardápios, bem como o programa responsável por essa alimentação no Brasil. O problema consiste em elaborar cardápios de forma automática, rápida e diversificada, com baixo custo, satisfazendo as exigências estabelecidas pelo governo através do Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE).

Propôs-se duas modelagens para o MPP visando atender aos quesitos das resoluções que regem a alimentação escolar no país. Aplicou-se uma abordagem mono-objetivo para minimizar o custo total do cardápio e, concomitantemente, atender às premissas do PNAE.

Com os resultados obtidos, foi possível concluir que os modelos propostos funcionaram de forma eficiente para resolver o problema da elaboração de cardápios. O objetivo proposto foi atingido e as restrições estabelecidas pelo governo foram respeitadas. Com a pesquisa, foi possível conhecer melhor o problema, bem como inteirar-se sobre outras pesquisas e áreas afins que o envolvem. As modelagens foram externadas no [Capítulo 4](#) e soluções podem ser descobertas em poucos segundos, como no teste da MR1, que gastou apenas 20 segundos para achar a solução ótima. Mas é importante ressaltar que o tempo é diretamente proporcional às configurações estabelecidas.

Os resultados têm implicações significativas para o PNAE, bem como outros programas voltados para alimentação saudável. Muitas das vezes, o nutricionista é sobrecarregado por outras atividades além do planejamento do cardápio. Automatizar esse planejamento economiza tempo do nutricionista auxiliando-o em uma de suas muitas atividades, tal como garantindo que as diretrizes do PNAE sejam atendidas.

Como contribuições primordiais deste trabalho destacam-se: a construção das bases de dados que reuniu diversas preparações, a primeira voltada para Minas Gerais e a segunda voltada para o sudeste do país; uma revisão detalhada do problema de elaboração de cardápios, bem como um arcabouço de trabalhos da literatura ao longo de diversos anos que empregaram alguma técnica para a geração de dietas e cardápios; as formulações matemáticas do problema que contaram com especificidades do PNAE, mas que pode ser usada em outros contextos. Os resultados apresentados constituem uma contribuição teórica e prática capaz de refletir de forma pragmática o cenário escolar.

Embora o problema modelado, trouxe resultados que retratam a realidade das escolas, ainda há possibilidades de melhorias na modelagem de forma que possa ser usada em outras modalidades de ensino, restaurantes e hospitais. Para viabilizar o uso do modelo MR2, foi necessário interromper a otimização através de um critério de parada. Logo, essas melhorias

visam também o aperfeiçoamento do modelo matemático para que não seja necessário usar estratégias para encontrar a melhor solução e que haja recurso computacional suficiente para tal.

Sabe-se que os hábitos alimentares se formam durante a infância, logo impor hábitos saudáveis nessa faixa etária, contribui para a mudança do cenário em que se destina a população mundial nos próximos anos. Sendo assim, planejar um cardápio é um passo crucial para começar a gerar essa grande mudança. Este trabalho tenciona por contribuir na mudança desse cenário pandêmico de obesidade, bem como facilitar o trabalho do nutricionista e de maneira alguma substituí-lo.

6.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, deseja-se:

- Acrescentar o fator de cocção dos alimentos. Esse fator está relacionado à perda do alimento durante o preparo. Não considerar esse fator pode influenciar nos valores nutricionais e no preço. Acrescentar esse fator pode tornar a solução mais precisa.
- Tornar a estrutura do cardápio flexível para que remoções e adições de itens não tenham grandes impactos e possa ser aplicada em diferentes públicos.
- Acrescentar a sazonalidade dos alimentos para que determinados alimentos sejam ofertados somente no tempo certo de cultivo e colheita.
- Adicionar a fonte de aquisição dos alimentos para acrescentar ao modelo uma restrição que garante que 30% do total dos recursos financeiros seja proveniente da aquisição de gêneros alimentícios diretamente da Agricultura Familiar.
- Usar Web Crawler (rastreador de rede que pesquisa e extrai uma grande quantidade de dados em tempo real) para atualizar o preço dos alimentos.
- Estudar com cautela uma forma de tornar o modelo ainda mais flexível, de forma a proporcionar o seu uso independente do contexto (escolar, hospitalar e empresarial).
- Aperfeiçoar o modelo matemático para que seja encontrada a melhor solução, sem a necessidade de interromper a busca.
- Utilizar outras técnicas para a resolução dos modelos propostos de maneira a entender o comportamento do modelo.
- Fazer um estudo comparativo do modelo usando diversas técnicas diferentes para a resolução, elencando as vantagens e desvantagens de cada uma.
- Tornar esse estudo um produto para ser disponibilizado para uso dos nutricionistas, de modo a facilitar o trabalho desses profissionais.

Referências

- ABESO, A. B. para o Estudo da Obsedidade e da S. M. **Mapa da obesidade**. 2022. Disponível em: <<https://abeso.org.br/obesidade-e-sindrome-metabolica/mapa-da-obesidade/>>. Citado na página 17.
- ALAINI, R.; RAJIKAN, R.; ELIAS, S. M. Diet optimization using linear programming to develop low cost cancer prevention food plan for selected adults in kuala lumpur, malaysia. **BMC Public Health**, v. 19, n. 4, p. 546, Jun 2019. ISSN 1471-2458. Disponível em: <<https://doi.org/10.1186/s12889-019-6872-4>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 36.
- ANDERSON, A.; EARLE, M. Diet planning in the third world by linear and goal programming. **Journal of the Operational Research Society**, Taylor & Francis, v. 34, n. 1, p. 9–16, 1983. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 36.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa operacional: para cursos de engenharia**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2017. Citado na página 53.
- ARMSTRONG, R. D.; SINHA, P. Application of quasi-integer programming to the solution of menu planning problems with variable portion size. **Management Science**, INFORMS, v. 21, n. 4, p. 474–482, 1974. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 36.
- ARNAIZ, M. G. Em direção a uma nova ordem alimentar? In: _____. [S.l.]: FIOCRUZ, 2005. cap. Mudanças econômicas e socioculturais e o sistema alimentar, p. 147–164. Citado na página 16.
- BAKI, N. et al. Application of linear programming in students' diet problem. **International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering**, v. 8, p. 87–90, 11 2019. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 36.
- BALINTFY, J. L. Menu planning by computer. **Commun. ACM**, ACM, New York, NY, USA, v. 7, n. 4, p. 255–259, abr. 1964. ISSN 0001-0782. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/364005.364087>>. Citado 5 vezes nas páginas 24, 27, 36, 51 e 52.
- BALINTFY, J. L. A mathematical programming system for food management applications. **Interfaces**, INFORMS, v. 6, n. 1-part-2, p. 13–31, 1975. Citado 3 vezes nas páginas 32, 36 e 51.
- BALINTFY, J. L. et al. A mathematical programming system for preference and compatibility maximized menu planning and scheduling. **Mathematical Programming**, Springer, v. 15, n. 1, p. 63–76, 1978. Citado 3 vezes nas páginas 32, 36 e 37.
- BARBOSA, V. L. P. **Prevenção da obesidade na infância e na adolescência: exercício, nutrição e psicologia**. 1. ed. [S.l.]: Manole Ltda, 2004. ISBN 8520417515. Citado na página 44.
- BASSI, L. J. The diet problem revisited. **The American Economist**, v. 20, n. 2, p. 35–39, 1976. Disponível em: <<https://EconPapers.repec.org/RePEc:sae:amerec:v:20:y:1976:i:2:p:35-39>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 36.
- BASYUK, D. et al. Optimization of the menu for institutions of restaurant industry based on mathematical modelling methods. **Intellectual economics**, v. 14, p. 130–143, 2020. Citado na página 27.

BIANCHINI, V. U. et al. Criteria adopted for school menu planning within the framework of the brazilian school feeding program. **Revista da Nutrição**, n. 33, p. 1–13, 2020. Citado na página 20.

BLONK. **Optimeal a Blonk solution**. 2022. Disponível em: <<https://blonksustainability.nl/tools/optimeal>>. Citado na página 26.

BRASIL. Lei nº 11.947, de 16 de junho de 2009. **Dispõe sobre o atendimento da alimentação escolar e do Programa Dinheiro Direto na Escola aos alunos da educação básica.**, 2009. Disponível em: <<http://www.jusbrasil.com.br/legislacao/711767/lei-11947-09>>. Citado na página 48.

BRASIL. Resolução nº 26, de 17 de julho de 2013. **Dispõe sobre o atendimento da alimentação escolar aos alunos da educação básica no âmbito do Programa Nacional de Alimentação Escolar – PNAE.**, 2013. Disponível em: <<http://www.fn-de.gov.br/aceso-a-informacao/institucional/legislacao/item/4620-resolu%C3%A7%C3%A3o-cd-fnde-n%C2%BA-26,-de-17-de-junho-de-2013>>. Citado 9 vezes nas páginas 19, 21, 44, 48, 49, 54, 78, 128 e 131.

BRASIL. **Plano Plurianual 2016-2019**. Brasília - DF, 2015. Citado na página 18.

BRASIL, C. Constituição da república federativa do brasil. **Brasília: Senado Federal**, 1988. Citado na página 48.

BRASIL, I. Usos e aplicações das “dietary reference intakes” dris. **São Paulo**, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 83.

BRASIL, M. d. E. **Alimentação saudável e sustentável**. Brasília - DF, 2009. Citado na página 38.

BRASIL, M. d. E. **RESOLUÇÃO Nº 6, DE 8 DE MAIO DE 2020**. 2020. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/resolucao-n-6-de-8-de-maio-de-2020-256309972>>. Citado 10 vezes nas páginas 19, 21, 46, 49, 50, 54, 68, 92, 132 e 137.

BRASIL, M. d. E. **PNAE; Programa Nacional de Alimentação Escolar**. 2022. Disponível em: <<http://www.fn-de.gov.br/programas/pnae>>. Citado 4 vezes nas páginas 18, 19, 44 e 48.

BRASIL, M. d. E. **Índice de qualidade da coordenação de segurança alimentar nutricional - IQ COSAN**. 2022. Disponível em: <<https://www.fn-de.gov.br/index.php/programas/pnae/pnae-area-gestores/ferramentas-de-apoio-ao-nutricionista/item/12142-iq-cosan>>. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 90.

BRASIL, M. d. S. S. d. A. à. S. D. d. A. B. **Guia alimentar para a população brasileira**. [S.l.]: MS Brasília, 2014. Citado na página 19.

BRASIL, S. R. M. G. **Preços de Referência da Agricultura Familiar**. [S.l.], 2017. Citado na página 55.

BRONSON, R.; NAADIMUTHU, G. **Schaum’s Outline of Operations Research**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1997. v. 2. Citado na página 53.

CARPENTER, R. S.; STIEBELING, H. K. **Diets to Fit the Family Income**. U.S. Department of Agriculture, 1936. (Farmers’ letin). Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=GTvDtGEECAAJ>>. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 36.

- COLAVITA, C.; D'ORSI, R. Linear programming and pediatric dietetics. **British Journal of Nutrition**, Cambridge University Press, v. 64, n. 2, p. 307–317, 1990. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 36.
- CORPO, G. do. 2018. Disponível em: <<https://guiadocorpo.com/piramide-alimentar/>>. Citado na página 40.
- COZZOLINO, S. M. F. **Biodisponibilidade de nutrientes**. [S.l.]: Editora Manole, 2005. Citado na página 44.
- CRUZ, A. et al. Uma abordagem multiobjetivo inteira para a dieta em creches. **Anais do XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 37.
- DANTZIG, G. **Linear Programming and Extensions**. Princeton University Press, 1963. (Princeton landmarks in mathematics and physics). ISBN 9780691080000. Disponível em: <<https://books.google.co.uk/books?id=iwzvAAAAMAAJ>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 36.
- DHORURI, A.; LESTARI, D.; RATNASARI, E. Sensitivity analysis of goal programming model for dietary menu of diabetes mellitus patients. **International Journal of Modeling and Optimization**, IACSIT Press, v. 7, n. 1, p. 7, 2017. Citado na página 30.
- DOBBS, R.; MANYIKA, J. The obesity crisis. **The Cairo Review of Global Affairs**, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 40.
- DOOREN, C. V. et al. Combining low price, low climate impact and high nutritional value in one shopping basket through diet optimization by linear programming. **Sustainability**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 7, n. 9, p. 12837–12855, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 37.
- ECONOMIA, B. M. da. **Painel de Preços**. 2021. Disponível em: <<https://paineldeprecos.planejamento.gov.br>>. Citado na página 63.
- FAO; OPS. **Panorama de La Seguridad Alimentaria y Nutricional**. Santiago, 2017. Citado na página 40.
- FLETCHER, L. R.; SODEN, P. M.; ZINOBER, A. S. I. Linear programming techniques for the construction of palatable human diets. **Journal of the Operational Research Society**, v. 45, n. 5, p. 489–496, May 1994. ISSN 1476-9360. Disponível em: <<https://doi.org/10.1057/jors.1994.76>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 36.
- FOOD, N. C. C. on; MALAYSIA, N. M. of H. **Malaysian dietary guidelines**. [S.l.]: National Coordinating Committee on Food and Nutrition, Ministry of Health, 2010. Citado na página 27.
- FOOD, N. C. C. on; MALAYSIA, N. M. of H. **RECOMMENDED NUTRIENT INTAKES for MALAYSIA - A Report of the Technical Working Group on Nutritional Guidelines**. [S.l.]: National Coordinating Committee on Food and Nutrition, Ministry of Health, 2017. ISBN 978-967-12050-4-4. Citado na página 27.
- FORC, F. R. C. **Departamento de Alimentos e Nutrição Experimental. Tabela Brasileira de Composição de Alimentos - TBCA-USP**. 2018. Disponível em: <<http://www.fcf.usp.br/tbca>>. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 63.
- FOX, M. S. Isis: a retrospective. **Intelligent scheduling**, Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, v. 1, p. 3–28, 1994. Citado na página 51.

FOYTIK, J. Devising and using a computerized diet: An exploratory study. **Journal of Consumer Affairs**, v. 15, n. 1, p. 158–169, 1981. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1745-6606.1981.tb00699.x>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 36.

FUND, W. C. R.; RESEARCH, A. I. for C. **Food, nutrition, physical activity, and the prevention of cancer: a global perspective**. [S.l.]: Amer Inst for Cancer Research, 2007. v. 1. Citado na página 27.

GAÁL, B.; VASSÁNYI, I.; KOZMANN, G. A novel artificial intelligence method for weekly dietary menu planning. **Methods of Information in Medicine**, Schattauer GmbH, v. 44, n. 05, p. 655–664, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 36.

GALLENTE, G. The use of computer for the analysis of input demand in farm management: A multicriteria approach to the diet problem. In: THE ROYAL VETERINARY AND AGRICULTURAL UNIVERSITY. **First European conference for information technology in agriculture**. [S.l.], 1997. p. 389–392. Citado na página 30.

GAREY, M.; JOHNSON, D. **Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness**. [S.l.]: W. H. Freeman, 1979. (Series of books in the mathematical sciences). Citado na página 52.

GAVA, A. J. **Princípios de tecnologia de alimentos**. [S.l.]: NBL Editora, 1977. Citado na página 38.

GOLDBARG, E.; GOLDBARG, M.; LUNA, H. **Otimização Combinatória e Metaheurísticas: Algoritmos e Aplicações**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2015. Citado na página 25.

GOMES, F. R. Pró-dieta: gerador automático de cardápios personalizados baseado em algoritmos genéticos. Universidade Federal de Uberlândia, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 36.

GOOGLE. **Google Cloud**. 2022. Disponível em: <<https://cloud.google.com/>>. Acesso em: 25 de janeiro de 2022. Citado na página 92.

HERNANDEZ-OCANA, B. et al. Bacterial foraging optimization algorithm for menu planning. **IEEE Access**, IEEE, v. 6, p. 8619–8629, 2018. Citado na página 31.

HREȚCANU, C.-E.; HREȚCANU, C.-I. A linear programming model for a diet problem. **Food and Environment Safety Journal**, v. 9, n. 1, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 36.

IBGE. **Um em cada quatro adultos do país estava obeso em 2019**. Rio de Janeiro - RJ, 2019. Disponível em: <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/29204-um-em-cada-quatro-adultos-do-pais-estava-obeso-em-2019>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

IBGE. **Ultraprocessados ganham espaço e somam 18,4% das calorias adquiridas em casa**. Rio de Janeiro - RJ, 2020. Disponível em: <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/27300-ultraprocessados-ganham-espaco-e-somam-18-4-das-calorias-adquiridas-em-casa>>. Citado na página 18.

IBM, I. B. M. **CPLEX Optimizer**. 2021. Disponível em: <<https://www.ibm.com/br-pt/analytics/cplex-optimizer>>. Citado 3 vezes nas páginas 20, 77 e 92.

IBRAHIM, N.; ARUNASALAN, T.; MOHAMED, N. Cheap vs healthy: Analyzing mcdonald's menu using linear programming. **Bulletin of Electrical Engineering and Informatics**, v. 9, n. 2, p. 771–776, 2020. ISSN 2302-9285. Disponível em: <<https://beei.org/index.php/EEI/article/view/2072>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 36.

IWUJI, A. C.; AGWU, E. U. A weighted goal programming model for the dash diet problem: Comparison with the linear programming dash diet model. **American Journal of Operations Research**, Scientific Research Publishing, v. 7, n. 05, p. 307, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 36.

KAHRAMAN, A.; SEVEN, H. A. Healthy daily meal planner. In: ACM. **Proceedings of the 7th annual workshop on Genetic and evolutionary computation**. [S.l.], 2005. p. 390–393. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 36.

KALDIRIM, E.; KOSE, Z. Application of a multi-objective genetic algorithm to the modified diet problem. In: **Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO)**. [S.l.: s.n.], 2006. v. 6. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 36.

KELLERER, H.; PFERSCHY, U.; PISINGER, D. **Knapsack Problems**. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2013. Citado na página 52.

LEE, S. M. et al. **Goal programming for decision analysis**. [S.l.]: Auerbach Publishers Philadelphia, 1972. Citado na página 25.

LEUNG, P.; WANITPRAPHA, K.; QUINN, L. A. A recipe-based, diet-planning modelling system. **British Journal of Nutrition**, Cambridge University Press, v. 74, n. 2, p. 151–162, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 36.

MAHAN, L. K.; ESCOTT-STUMP, S. et al. **Krause's food, nutrition, & diet therapy**. [S.l.]: Saunders Philadelphia, 2004. v. 11. Citado na página 44.

MALAYSIA, M. **Menu McDelivery**. 2020. Disponível em: <<https://www.mcdonalds.com.my/>>. Citado na página 27.

MASCARENHAS, J. M. O.; SANTOS, J. C. dos. Avaliação da composição nutricional dos cardápios e custos da alimentação escolar da rede municipal de conceição do jacuípe. **Sitientibus: Rev. Univ. Est**, n. 35, p. 75–90, jul/dez 2006. Citado na página 44.

MCCANN-RUGG, M.; WHITE, G. P.; ENDRES, J. M. Using goal programming to improve the calculation of diabetic diets. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 10, n. 4, p. 365–373, 1983. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 36.

MCRAVEN, W.; ROCHA, E. **Arrume a sua cama**. Academia, 2017. ISBN 9788542211702. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=2mkvDwAAQBAJ>>. Citado na página 5.

MOREIRA, R. P. C. **Algoritmos Genéticos Aplicados ao Problema de Elaboração Automática de Cardápios Nutricionais Semanais para Alimentação Escolar**. Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), Julho 2016. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 37.

NAU, D. S. Current trends in automated planning. **American Association for Artificial Intelligence**, v. 28, n. 4, 2007. ISSN 0738-4602. Citado na página 51.

- NEPA. Núcleo de Estudos e Pesquisas em Alimentação. **Tabela Brasileira de Composição de Alimentos - TACO**. 2011. Disponível em: <<http://www.unicamp.br/nepa/taco/tabela.php?ativo=tabela>>. Acesso em: 20 de julho de 2018. Citado 3 vezes nas páginas 47, 56 e 63.
- NG, M. et al. Global, regional, and national prevalence of overweight and obesity in children and adults during 1980&x2013;2013: a systematic analysis for the global burden of disease study 2013. **The Lancet**, v. 384, 2014. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0140-6736\(14\)60460-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0140-6736(14)60460-8)>. Citado na página 16.
- NOAH, S. A. M. et al. Dietpal: A web-based dietary menu-generating and management system. **Journal of medical Internet research**, v. 6, p. e4, 02 2004. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 36.
- NORVIG, P.; RUSSELL, S. **Inteligência Artificial: Tradução da 3a Edição**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2014. v. 1. Citado na página 24.
- OPAS, O. P.-A. da S. **Representante da OPAS/OMS no Brasil faz chamado à ação para acabar com estigma, prevenir e controlar obesidade**. 2022. Disponível em: <<https://www.paho.org/pt/noticias/5-3-2021-representante-da-opasoms-no-brasil-faz-chamado-acao-para-acabar-com-estigma>>. Citado na página 18.
- PASIC, M. et al. Goal programming nutrition optimization model. In: **Proceeding of the 23rd International DAAM Symposium Volume23**. [S.l.: s.n.], 2012. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 37.
- RAYGOZA, L. C. M.; GALAVIZ, S.; OROZCO, A. E. M. E. Pladiet: Un sistema de cómputo para el diseño de dietas individualizas utilizando algoritmos genéticos. 2007. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 36.
- ROMERO, C.; REHMAN, T. A note on diet planning in the third world by linear and goal programming. **Journal of the Operational Research Society**, Taylor & Francis, v. 35, n. 6, p. 555–558, 1984. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 36.
- SCHAYNOVÁ, L. A nutrition adviser's menu planning for a client using a linear optimization model. **Acta Polytechnica Hungarica**, BUDAPEST TECH BECSI UT 96-B, BUDAPEST, H-1034, HUNGARY, v. 14, n. 5, p. 121–137, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 36.
- SELJAK, B. K. Dietary menu planning using an evolutionary method. In: IEEE. **Intelligent Engineering Systems, 2006. INES'06. Proceedings. International Conference on**. [S.l.], 2006. p. 108–113. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 36.
- SELJAK, B. K. Computer-based dietary menu planning. **Journal of food composition and analysis**, Elsevier, v. 22, n. 5, p. 414–420, 2009. Citado na página 31.
- SILBERBERG, E. Nutrition and the demand for tastes. **Journal of Political Economy**, University of Chicago Press, v. 93, n. 5, p. 881–900, 1985. ISSN 00223808, 1537534X. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1833061>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 36.
- SKLAN, D.; DARIEL, I. Diet planning for humans using mixed-integer linear programming. **British Journal of Nutrition**, Cambridge University Press, v. 70, n. 1, p. 27–35, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 36.

SMITH, V. E. Linear programming models for the determination of palatable human diets. **Journal of Farm Economics**, [Oxford University Press, Agricultural Applied Economics Association], v. 41, n. 2, p. 272–283, 1959. ISSN 10711031. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1235154>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 36.

SPAK, M. D. S. et al. Aplicação da modelagem matemática para o planejamento de cardápios para restaurantes universitários. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 28, 36 e 37.

STIGLER, G. J. The cost of subsistence. **Journal of Farm Economics**, [Oxford University Press, Agricultural Applied Economics Association], v. 27, n. 2, p. 303–314, 1945. ISSN 10711031. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1231810>>. Citado 4 vezes nas páginas 24, 25, 36 e 52.

SUFAHANI, S.; ISMAIL, Z. A diet planning model for malaysian boarding school using zero-one integer programming. **Proceeding - Seminar Kebangsaan Aplikasi Sains dan Matematik 2013 (SKASM2013)**, v. 1, p. 137–150, 10 2013. Citado 3 vezes nas páginas 28, 36 e 37.

SUFAHANI, S.; ISMAIL, Z. A new menu planning model for malaysian secondary schools using optimization approach. **Applied Mathematical Sciences**, v. 8, n. 151, p. 7511–7518, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 37.

SUFAHANI, S. F.; ISMAIL, Z. Planning a nutritious and healthy menu for malaysian school children aged 13-18 using "delete-reshuffle algorithm" in binary integer programming. **Journal of Applied Sciences**, Asian Network for Scientific Information (ANSINET), v. 15, n. 10, p. 1239, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 37.

THOMPSON, J. L. Energy balance in young athletes. **International journal of sport nutrition**, v. 8, n. 2, p. 160–174, 1998. Citado na página 46.

UNICEF; WHO; GROUP, W. B. **Levels and Trends in child malnutrition - Joint Child Malnutrition Estimates 2021 edition**. Washington - DC, 2021. Citado 7 vezes nas páginas 16, 17, 18, 19, 41, 42 e 43.

UNIFESP, U. F. de S. P. **Obesidade é uma doença e deve ser tratada como tal**. 2021. Disponível em: <<https://sp.unifesp.br/biofisica/noticias/diamundial-obesidade-2021>>. Citado na página 41.

VALDEZ-PENA, H.; MARTINEZ-ALFARO, H. Menu planning using the exchange diet system. In: IEEE. **Systems, Man and Cybernetics, 2003. IEEE International Conference on**. [S.l.], 2003. v. 3, p. 3044–3049. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 36.

VIPFÁCIL. 2018. Disponível em: <<https://www.vipfacil.com.br/produtos/home>>. Citado na página 56.

WHO. **Diet, Nutrition and the Prevention of Chronic Diseases**. Geneva, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 59.

WHO, W. H. O. 2022. Disponível em: <https://www.who.int/health-topics/obesity#tab=tab_1>. Citado na página 16.

ZHANG, F.; ROUSH, W. Multiple-objective (goal) programming model for feed formulation: an example for reducing nutrient variation. **Poultry science**, Oxford University Press Oxford, UK, v. 81, n. 2, p. 182–192, 2002. Citado na página 37.

Apêndices

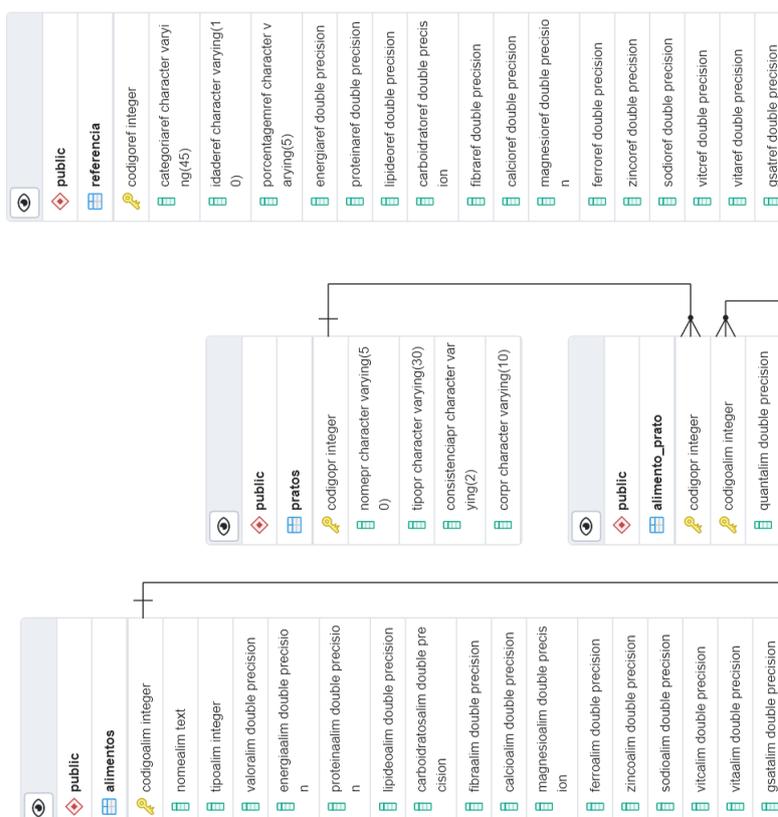
APÊNDICE A – Arcabouço do Banco de dados

O arquivo .sql do banco de dados já preenchido para as duas modelagens encontram-se em um repositório do GITHUB no link: <<https://github.com/PNAE-Rafaela/databases>>.

A.1 Modelagem 1

A Figura 32 mostra como a base de dados foi modelada.

Figura 32 – Banco de Dados da MR1



Fonte: Próprio autor

A.2 Modelagem 2

A Figura 33 mostra como a base de dados foi modelada.

Figura 33 – Banco de Dados da MR2



Fonte: Próprio autor

Anexos

ANEXO A – Resolução 26/2013 - Diretrizes e objetivos do PNAE

Reproduzo neste anexo, as diretrizes e objetivos do PNAE estabelecidos pela Resolução n.º 26/2013 [Brasil \(2013\)](#).

Art 2º. São diretrizes do Alimentação Escolar:

- I – o emprego da alimentação saudável e adequada, compreendendo o uso de alimentos variados, seguros, que respeitem a cultura, as tradições e os hábitos alimentares saudáveis, contribuindo para o crescimento e o desenvolvimento dos alunos e para a melhoria do rendimento escolar, em conformidade com a sua faixa etária e seu estado de saúde, inclusive dos que necessitam de atenção específica;
- II – a inclusão da educação alimentar e nutricional no processo de ensino e aprendizagem, que perpassa pelo currículo escolar, abordando o tema alimentação e nutrição e o desenvolvimento de práticas saudáveis de vida na perspectiva da segurança alimentar e nutricional;
- III – a universalidade do atendimento aos alunos matriculados na rede pública de educação básica;
- IV – a participação da comunidade no controle social, no acompanhamento das ações realizadas pelos Estados, pelo Distrito Federal e pelos Municípios para garantir a oferta da alimentação escolar saudável e adequada;
- V – o apoio ao desenvolvimento sustentável, com incentivos para a aquisição de gêneros alimentícios diversificados, produzidos em âmbito local e preferencialmente pela agricultura familiar e pelos empreendedores familiares rurais, priorizando as comunidades tradicionais indígenas e de remanescentes de quilombos; e
- VI – o direito à alimentação escolar, visando garantir a segurança alimentar e nutricional dos alunos, com acesso de forma igualitária, respeitando as diferenças biológicas entre idades e condições de saúde dos alunos que necessitem de atenção específica e aqueles que se encontrem em vulnerabilidade social.

Art. 3º O PNAE tem por objetivo contribuir para o crescimento e o desenvolvimento biopsicossocial, a aprendizagem, o rendimento escolar e a formação de práticas alimentares saudáveis dos alunos, por meio de ações de educação alimentar e nutricional e da oferta de refeições que cubram as suas necessidades nutricionais durante o período letivo.

A.1 Oferta da Alimentação nas Escolas

Art. 14. Os cardápios da alimentação escolar deverão ser elaborados pelo RT, com utilização de gêneros alimentícios básicos, de modo a respeitar as referências nutricionais, os hábitos alimentares, a cultura alimentar da localidade e pautar-se na sustentabilidade, sazonalidade e diversificação agrícola da região e na alimentação saudável e adequada.

§1º Como disposto na Lei nº 11.947/2009, gêneros alimentícios básicos são aqueles indispensáveis à promoção de uma alimentação saudável.

§2º Os cardápios deverão ser planejados para atender, em média, às necessidades nutricionais estabelecidas na forma do disposto no Anexo III da Resolução, de modo a suprir:

- I – no mínimo 30% (trinta por cento) das necessidades nutricionais, distribuídas em, no mínimo, duas refeições, para as creches em período parcial;
- II – no mínimo 70% (setenta por cento) das necessidades nutricionais, distribuídas em, no mínimo, três refeições, para as creches em período integral, inclusive as localizadas em comunidades indígenas ou áreas remanescentes de quilombos;
- III – no mínimo 30% (trinta por cento) das necessidades nutricionais diárias, por refeição ofertada, para os alunos matriculados nas escolas localizadas em comunidades indígenas ou em áreas remanescentes de quilombos, exceto creches;
- IV – no mínimo 20% (vinte por cento) das necessidades nutricionais diárias quando ofertada uma refeição, para os demais alunos matriculados na educação básica, em período parcial;
- V – no mínimo 30% (trinta por cento) das necessidades nutricionais diárias, quando ofertadas duas ou mais refeições, para os alunos matriculados na educação básica, exceto creches em período parcial; e
- VI – no mínimo 70% (setenta por cento) das necessidades nutricionais, distribuídas em, no mínimo, três refeições, para os alunos participantes do Programa Mais Educação e para os matriculados em escolas de tempo integral.

§3º Cabe ao nutricionista responsável técnico a definição do horário e do alimento adequado a cada tipo de refeição, respeitada a cultura alimentar.

§4º A porção ofertada deverá ser diferenciada por faixa etária dos alunos, conforme as necessidades nutricionais estabelecidas.

§5º Os cardápios deverão atender aos alunos com necessidades nutricionais específicas, tais como doença celíaca, diabetes, hipertensão, anemias, alergias e intolerâncias alimentares, dentre outras.

§6º Os cardápios deverão atender as especificidades culturais das comunidades indígenas e/ou quilombolas.

§7º Os cardápios, elaborados a partir de Fichas Técnicas de Preparo, deverão conter informações sobre o tipo de refeição, o nome da preparação, os ingredientes que a compõe e sua consistência, bem como informações nutricionais de energia, macronutrientes, micronutrientes prioritários (vitaminas A e C, magnésio, ferro, zinco e cálcio) e fibras. Os cardápios devem apresentar, ainda, a identificação (nome e CRN) e a assinatura do nutricionista responsável por sua elaboração.

§8º Os cardápios com as devidas informações nutricionais de que trata o parágrafo anterior deverão estar disponíveis em locais visíveis nas Secretarias de Educação e nas escolas.

§9º Os cardápios deverão oferecer, no mínimo, três porções de frutas e hortaliças por semana (200g/aluno/semana) nas refeições ofertadas, sendo que:

- I - as bebidas à base de frutas não substituem a obrigatoriedade da oferta de frutas in natura;
- II – a composição das bebidas à base de frutas deverá seguir as normativas do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento – MAPA.

§10º Os cardápios deverão ser apresentados ao CAE para conhecimento.

Art. 15 As instituições de AEE deverão atender às necessidades nutricionais dos alunos, ofertando, no mínimo, uma refeição, conforme suas especificidades.

Art. 16 Para as preparações diárias da alimentação escolar, recomenda-se no máximo:

- I – 10% (dez por cento) da energia total proveniente de açúcar simples adicionado;
- II – 15 a 30% (quinze a trinta por cento) da energia total proveniente de gorduras totais;
- III – 10% (dez por cento) da energia total proveniente de gordura saturada;
- IV – 1% (um por cento) da energia total proveniente de gordura trans;
- V – 400 mg (quatrocentos miligramas) de sódio per capita, em período parcial, quando ofertada uma refeição;
- VI – 600 mg (seiscentos miligramas) de sódio per capita, em período parcial, quando ofertadas duas refeições; e
- VII – 1.400 mg (mil e quatrocentos miligramas) de sódio per capita, em período integral, quando ofertadas três ou mais refeições.

Parágrafo único. A oferta de doces e/ou preparações doces fica limitada a duas porções por semana, equivalente a 110 kcal/porção.

A.2 Tabela de Referência Nutricional

A Figura 34 mostra a tabela nutricional adotada para escolas de tempo integral.

Figura 34 – Referência Nutricional - 70 % das necessidades nutricionais

VALORES DE REFERÊNCIA DE ENERGIA, MACRO E MICRONUTRIENTES* (cont.)

Categoria	Idade	70% das necessidades nutricionais diárias										
		Energia (Kcal)	Carboidratos (g)	Proteínas (g)	Lipídios (g)	Fibras (g)	Vitaminas		Minerais (mg)			
							A (µg)	C (mg)	Ca	Fe	Mg	Zn
Creche	7 – 11 meses	450	73,1	14,0	11,3	-	350	35	189	7,7	54	2,1
	1 – 3 anos	700	114,9	21,9	17,5	13,3	210	12	350	4,9	56	2,1
Pré-escola	4 – 5 anos	950	154,4	29,7	23,8	17,5	280	19	560	7,0	91	3,5
Ensino Fundamental	6 – 10 anos	1000	162,5	31,2	25,0	18,7	350	26	735	6,3	131	4,7
	11 – 15 anos	1500	243,8	46,9	37,5	21,1	490	42	910	7,5	222	6,3
Ensino Médio	16 – 18 anos	1700	276,3	50,0	42,5	22,4	560	49	910	9,1	271	7,0
	19 – 30 anos	1600	260,0	52,0	40,0	22,1	560	61	700	9,1	250	6,8
EJA	31 – 60 anos	1500	243,8	46,9	37,5	20,0	560	61	770	7,5	259	6,8

* Fonte: Energia – Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação (FAO), 2001; Carboidrato, Proteína e Lipídio – Organização Mundial de Saúde (OMS), 2003; Fibras, Vitaminas e Minerais – Referência da Ingestão Dietética (DRD) / Instituto de Medicina Americana (IOM), 1997 – 2000 – 2001. Adaptada.

Fonte: (BRASIL, 2013)

ANEXO B – Resolução 06/2020 - Diretrizes e objetivos do PNAE

Reproduzo neste anexo, as diretrizes e objetivos do PNAE estabelecidos pela Resolução n.º 06/2020 [Brasil \(2020\)](#).

Art 5º. São diretrizes da Alimentação Escolar:

- I - o emprego da alimentação saudável e adequada, compreendendo o uso de alimentos variados, seguros, que respeitem a cultura, as tradições e os hábitos alimentares saudáveis, contribuindo para o crescimento e o desenvolvimento dos alunos e para a melhoria do rendimento escolar, em conformidade com a sua faixa etária e seu estado de saúde, inclusive dos que necessitam de atenção específica;
- II - a inclusão da educação alimentar e nutricional no processo de ensino e aprendizagem, que perpassa pelo currículo escolar, abordando o tema alimentação e nutrição e o desenvolvimento de práticas saudáveis de vida na perspectiva da segurança alimentar e nutricional;
- III - a universalidade do atendimento aos alunos matriculados na rede pública de educação básica;
- IV - a participação da comunidade no controle social, no acompanhamento das ações realizadas pelos Estados, pelo Distrito Federal e pelos Municípios para garantir a oferta da alimentação escolar saudável e adequada;
- V - o apoio ao desenvolvimento sustentável, com incentivos para a aquisição de gêneros alimentícios diversificados, produzidos em âmbito local e preferencialmente pela agricultura familiar e pelos empreendedores familiares rurais, priorizando as comunidades tradicionais indígenas e de 3 remanescentes de quilombos;
- VI - o direito à alimentação escolar, visando garantir a segurança alimentar e nutricional dos alunos, com acesso de forma igualitária, respeitando as diferenças biológicas entre idades e condições de saúde dos alunos que necessitem de atenção específica e aqueles que se encontrem em vulnerabilidade social.

Art. 4º O PNAE tem por objetivo contribuir para o crescimento e o desenvolvimento biopsicossocial, a aprendizagem, o rendimento escolar e a formação de práticas alimentares saudáveis dos alunos, por meio de ações de educação alimentar e nutricional e da oferta de refeições que cubram as suas necessidades nutricionais durante o período letivo.

B.1 Dos Cardápios da Alimentação Escolar

Art. 17 Os cardápios da alimentação escolar devem ser elaborados pelo RT do PNAE, tendo como base a utilização de alimentos in natura ou minimamente processados, de modo a respeitar as necessidades nutricionais, os hábitos alimentares, a cultura alimentar da localidade e pautar-se na sustentabilidade, sazonalidade e diversificação agrícola da região e na promoção da alimentação adequada e saudável.

§1º Os cardápios devem ser adaptados para atender aos estudantes diagnosticados com necessidades alimentares especiais tais como doença celíaca, diabetes, hipertensão, anemias, alergias e intolerâncias alimentares, dentre outras.

§2º Estudantes com deficiência, transtornos globais de desenvolvimento e com altas habilidades/superdotação devem receber a alimentação escolar no período de escolarização e, no mínimo, uma refeição no contraturno, quando em AEE, de modo a atender às necessidades nutricionais, conforme suas especificidades.

§3º Os cardápios devem atender às especificidades culturais das comunidades indígenas e/ou quilombolas.

§4º Cabe ao nutricionista RT a definição do horário e do alimento adequado a cada tipo de refeição, respeitados o hábito e a cultura alimentar.

§5º A porção ofertada deve ser diferenciada por faixa etária dos estudantes, conforme suas necessidades nutricionais diárias.

§6º Os cardápios de cada etapa e modalidade de ensino devem conter informações sobre o horário e tipo de refeição, o nome da preparação, os ingredientes que a compõem, bem como informações nutricionais de energia e macronutrientes, além da identificação e assinatura do nutricionista.

§7º Para os cardápios planejados para as creches, adicionalmente, devem ser apresentadas a consistência das preparações e os micronutrientes prioritários dispostos no Anexo IV.

§8º Os cardápios com as informações nutricionais de que tratam os parágrafos anteriores devem estar disponíveis em locais visíveis nas Secretarias de Educação, nas unidades escolares e nos sítios eletrônicos oficiais da EEx.

§9º Os cardápios devem ser apresentados periodicamente ao CAE para subsidiar o monitoramento da execução do Programa.

§10º Devem ser elaboradas Fichas Técnicas para todas as preparações do cardápio, contendo receituário, padrão de apresentação, componentes, valor nutritivo, quantidade per capita, custo e outras informações.

Art. 18 Os cardápios devem ser planejados para atender, em média, as necessidades nutricionais estabelecidas na forma do disposto no Anexo IV desta Resolução, sendo de:

- I - no mínimo 30% (trinta por cento) das necessidades nutricionais de energia, macronutrientes e micronutrientes prioritários, distribuídas em, no mínimo, duas refeições, para as creches em período parcial;

- II - no mínimo 70% (setenta por cento) das necessidades nutricionais de energia, macronutrientes e micronutrientes prioritários, distribuídas em, no mínimo, três refeições, para as creches em período integral, inclusive as localizadas em comunidades indígenas ou áreas remanescentes de quilombos;
- III - no mínimo 30% (trinta por cento) das necessidades nutricionais diárias de energia e macronutrientes, por refeição ofertada, para os estudantes matriculados nas escolas localizadas em comunidades indígenas ou em áreas remanescentes de quilombos, exceto creches;
- IV - no mínimo 20% (vinte por cento) das necessidades nutricionais diárias de energia e macronutrientes, quando ofertada uma refeição, para os demais estudantes matriculados na educação básica, em período parcial;
- V - no mínimo 30% (trinta por cento) das necessidades nutricionais diárias de energia e macronutrientes, quando ofertadas duas ou mais refeições, para os estudantes matriculados na educação básica, exceto creches em período parcial;
- VI - no mínimo 70% (setenta por cento) das necessidades nutricionais, distribuídas em, no mínimo, três refeições, para os estudantes participantes de programas de educação em tempo integral e para os matriculados em escolas de tempo integral.

§1º Em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período parcial, os cardápios devem ofertar, obrigatoriamente, no mínimo 280g/estudantes/semana de frutas in natura, legumes e verduras, assim distribuídos:

- I - frutas in natura, no mínimo, dois dias por semana;
- II - legumes e verduras, no mínimo, três dias por semana.

§2º Em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período integral, os cardápios devem ofertar, obrigatoriamente, no mínimo 520g/estudantes/semana de frutas in natura, legumes e verduras, assim distribuídos:

- I - frutas in natura, no mínimo, quatro dias por semana;
- II - legumes e verduras, no mínimo, cinco dias por semana.

§3º As bebidas à base de frutas não substituem a obrigatoriedade da oferta de frutas in natura.

§4º É obrigatória a inclusão de alimentos fonte de ferro heme no mínimo 4 (quatro) dias por semana nos cardápios escolares. No caso de alimentos fonte de ferro não heme, estes devem ser acompanhados de facilitadores da sua absorção, como alimentos fonte de vitamina C.

§5º É obrigatória a inclusão de alimentos fonte de vitamina A pelo menos 3 dias por semana nos cardápios escolares.

§6º Os cardápios devem, obrigatoriamente, limitar a oferta de:

- I - produtos cárneos a, no máximo, duas vezes por mês;
- II - alimentos em conserva a, no máximo, uma vez por mês;
- III - líquidos lácteos com aditivos ou adoçados a, no máximo, uma vez por mês em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período parcial e, no máximo, duas vezes por mês em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período integral;
- IV - biscoito, bolacha, pão ou bolo a, no máximo, duas vezes por semana quando ofertada uma refeição, em período parcial; a, no máximo, três vezes por semana quando ofertada duas refeições ou mais, em período parcial; e a, no máximo, sete vezes por semana quando ofertada três refeições ou mais, em período integral;
- V - doce a, no máximo, uma vez por mês;
- VI - preparações regionais doces a, no máximo, duas vezes por mês em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período parcial; e a, no máximo, uma vez por semana em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período integral;
- VII - margarina ou creme vegetal a, no máximo, duas vezes por mês em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período parcial; e a, no máximo, uma vez por semana em unidades escolares que ofertam alimentação escolar em período integral.

§7º É proibida a oferta de gorduras trans industrializadas em todos os cardápios.

§8º É proibida a oferta de alimentos ultraprocessados e a adição de açúcar, mel e adoçante nas preparações culinárias e bebidas para as crianças até três anos de idade, conforme orientações do FNDE.

Art. 19 Para as refeições da alimentação dos estudantes com mais de três anos de idade, recomenda-se no máximo:

- I - 7% (sete por cento) da energia total proveniente de açúcar simples adicionado;
- II - 15 a 30% (quinze a trinta por cento) da energia total proveniente de gorduras totais;
- III - 7% (sete por cento) da energia total proveniente de gordura saturada;
- IV - 600 mg (seiscentos miligramas) de sódio ou 1,5 gramas de sal per capita, em período parcial, quando ofertada uma refeição;
- V - 800 mg (oitocentos miligramas) de sódio ou 2,0 gramas de sal per capita, em período parcial, quando ofertadas duas refeições;

VI - 1.400 mg (mil e quatrocentos miligramas) de sódio ou 3,5 gramas de sal per capita, em período integral, quando ofertadas três ou mais refeições.

§1º Recomenda-se que os cardápios do PNAE ofereçam diferentes alimentos por semana, de acordo com o número de refeições ofertadas:

- I - Mínimo de 10 alimentos in natura ou minimamente processados por semana, para cardápios que forneçam 1 refeição/dia ou atendem a 20% das necessidades nutricionais diárias;
- II - Mínimo de 14 alimentos in natura ou minimamente processados por semana, para cardápios que forneçam 2 refeições/dia ou atendem a 30% das necessidades nutricionais diárias;
- III - Mínimo de 23 alimentos in natura ou minimamente processados por semana, para cardápios que forneçam 3 ou mais refeições/dia ou atendem a 70% das necessidades nutricionais diárias.

Art. 20 A EEx deve aplicar teste de aceitabilidade aos estudantes sempre que introduzir no cardápio alimento novo ou quaisquer outras alterações inovadoras, no que diz respeito ao preparo, ou para avaliar a aceitação dos cardápios praticados frequentemente.

Parágrafo único. A EEx é responsável pela aplicação do teste de aceitabilidade, o qual deve ser planejado e coordenado pelo RT do PNAE, conforme metodologia definida pelo FNDE.

B.2 Tabela de Referência Nutricional

A Figura 35 mostra a tabela nutricional adotada para escolas de tempo integral.

Figura 35 – Referência Nutricional - 70 % das necessidades nutricionais

Categoria	Idade	70% das Necessidades diárias			
		Energia (kcal)	CARBOIDRATOS (g) 55% a 65 % do VET	PROTEÍNAS (g) 10 a 15% do VET	LIPÍDIOS (g) 15% a 30% do VET
Pré-escola	4 - 5 anos	945	130 a 154	24 a 35	26 a 37
Ensino fundamental	6 - 10 anos	1150	158 a 187	29 a 43	32 a 45
	11 - 15 anos	1656	228 a 269	41 a 62	46 a 64
Ensino médio	16 - 18 anos	1902	262 a 309	48 a 71	53 a 74
EJA	19 - 30 anos	1668	229 a 271	42 a 63	28 a 56
	31 - 60 anos	1607	221 a 261	40 a 60	27 a 54

Fonte: Energia – Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação (FAO), 2004; Carboidrato, Proteína e Lipídio – Organização Mundial de Saúde (OMS), 2004 e 2007.

*Para uso de referência dessa resolução, usou-se faixa de carboidrato de 55% a 65% do Valor Energético Total da Dieta (VET)

Fonte: (BRASIL, 2020)