



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

UM MÉTODO NÃO LINEAR DE TEMPO  
REAL PARA *Unit Commitment* DE  
TURBINAS HIDRÁULICAS BASEADO EM  
DECOMPOSIÇÃO DUAL

EMERSON EUSTÁQUIO COSTA

Orientador: Prof. Dr. Douglas Alexandre Gomes Vieira  
CEFET-MG

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Rodrigues Lacerda Silva  
ENACOM

BELO HORIZONTE  
JULHO DE 2022

EMERSON EUSTÁQUIO COSTA

UM MÉTODO NÃO LINEAR DE TEMPO REAL  
PARA *Unit Commitment* DE TURBINAS  
HIDRÁULICAS BASEADO EM DECOMPOSIÇÃO  
DUAL

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional.

Linha de pesquisa: Sistemas Inteligentes.

Orientador: Prof. Dr. Douglas Alexandre Gomes  
Vieira  
CEFET-MG

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Rodrigues La-  
cerda Silva  
ENACOM

BELO HORIZONTE  
JULHO DE 2022

Costa, Emerson Eustáquio

C837u Um método não linear de tempo real para *Unit Commitment* de turbinas hidráulicas baseado em decomposição dual. / Emerson Eustáquio Costa. – Belo Horizonte, 2022.  
xvii, 72 f. : il.

Tese (Doutorado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, 2022.

Orientador: Prof. Dr. Douglas Alexandre Gomes Vieira

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Rodrigues Lacerda Silva

1. Usinas hidrelétricas. 2. Otimização matemática. 3. Matemática - Heurística. I. Vieira, Douglas Alexandre Gomes. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Título

CDD 621.312134



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**“UM MÉTODO NÃO LINEAR DE TEMPO REAL PARA UNIT  
COMMITMENT DE TURBINAS HIDRÁULICAS BASEADO EM  
DECOMPOSIÇÃO DUAL”.**

Tese de Doutorado apresentada por **Emerson Eustáquio Costa**, em 18 de julho de 2022, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

**Prof. Dr. Douglas Alexandre Gomes Vieira**  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

**Prof. Dr. Gustavo Rodrigues Lacerda Silva (Coorientador)**  
ENACOM

**Prof. Dr. Rodney Resende Saldanha**  
Universidade Federal de Minas Gerais

**Prof. Dr. Lucas Sirimarco Moreira Guedes**  
ENACOM

**Prof. Dr. Leonardo Willer de Oliveira**  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Profª. Drª. Elisângela Martins de Sá**  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

**Prof. Dr. Adriano Chaves Lisboa**  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

**Profª. Drª. Elizabeth Fialho Wanner**  
Presidenta do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em  
Modelagem Matemática e Computacional

À meus pais e meus filhos Gabriel e Arthur.

# Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço à Deus pelo dom da vida e por ter proporcionado a oportunidade de fazer um curso de doutorado em uma instituição de referência como CEFET-MG. Agradeço aos meus pais que me deram bons exemplos de caráter, ética e humildade. Agradeço por encontrar nesta caminhada pessoas que me influenciaram e me fizeram enxergar de forma diferente resultados semelhantes. Dentre essas, meu professor orientador Dr. Douglas Vieira, meu coorientador Dr. Gustavo Lacerda, a equipe de otimização da ENACOM, como Matheus Mendonça e Pedro Feres. À equipe da Optimal Energy. Também aos demais professores do PPGMMC do CEFET-MG. Agradeço à Universidade FUMEC que sempre incentivou e valorizou seu corpo docente, ao qual me sinto orgulho em fazer parte à mais de 20 anos. A todos o meu muito e sincero obrigado!

*"There is nothing that hinders you from doing  
what must be done."  
(Marcus Aurelius, Meditations)*

# Resumo

Este trabalho apresenta um novo método computacional que combina resultados analíticos com heurísticas, não linear e de tempo real, para resolver o problema de *unit commitment* de turbinas hidráulicas. Dois teoremas mostram as propriedades da solução ótima do problema considerando curvas colina não lineares. Esses teoremas foram derivados utilizando o método de decomposição dual, gerando uma solução forma-fechada para o número de unidades geradoras e a vazão alocada para cada unidade. Esse resultado foi acoplado a uma heurística que considera a discretização do tempo (em minutos), a queda líquida, a vazão turbinada de cada unidade geradora, a vazão defluente total da usina, a faixa operativa e a curva de eficiência, conhecida como curva colina, da unidade geradora, atendendo às restrições físicas e ambientais da usina para maximizar a energia gerada e, conseqüentemente, atender à demanda estabelecida. Testes numéricos em duas usinas, considerando os dados e parâmetros reais, são apresentados e mostram a eficácia da abordagem proposta. Foi realizada uma comparação com outra estratégia existente na literatura, e obteve-se um ganho médio de 2,5% nas usinas consideradas. O método também é comparado com uma abordagem de Programação Linear Inteira Mista (MILP), mostrando ganho de velocidade considerável (cerca de 1.500 vezes mais rápido). A formulação apresentada neste trabalho está operando em um programa comercial que atualmente é aplicado na operação de 18 usinas hidrelétricas, incluindo a usina Belo Monte, que possui 24 unidades geradoras.

**Palavras-chave:** *Unit Commitment*; Otimização; Decomposição Dual; Usinas Hidrelétricas; Matheurística.

# Abstract

This work provides a real-time nonlinear computational efficient matheuristic method for solving the hydroelectric unit commitment problem. Based on the dual decomposition optimization strategy, a closed-form solution for the number of generating units, as well as the power allocated to each unit, is analytically derived, providing the basis of a robust heuristic optimization method. It considers, at each time step, the discharge given the water head, the total plant downstream flow, the variable discharge upper limit, the unit efficiency curves and the prohibited operating zones, in order to maximize generated energy. Numerical tests in real-world plants are presented, and they show the effectiveness of the proposed approach, generating considerably higher energy for the same water discharge. It is also compared with a Mixed Integer Linear Programming (MILP) approach, providing a speed-up of 1,500 times. The formulation presented in this paper is operating in a commercial program that is currently applied in the operation of 18 hydropower plants, including Belo Monte power plant, which has 24 generation units.

**Keywords:** Unit Commitment; Optimization; Dual Decomposition; Hydroelectric; Matheuristic.

# Lista de Figuras

Figura 1 – Os principais componentes de uma usina típica. . . . .	5
Figura 2 – Gráfico da cota montante em função do volume do reservatório. . . . .	7
Figura 3 – Gráfico que indica a diferença entre as duas estratégias. . . . .	8
Figura 4 – Representação de usina com TVR. . . . .	9
Figura 5 – Gráfico da cota jusante em função da vazão defluente. . . . .	10
Figura 6 – Representação da usina com ênfase nas estruturas onde ocorrem perdas. . . . .	11
Figura 7 – Exemplo de curva colina para uma turbina Francis. . . . .	14
Figura 8 – Exemplo de curva colina para uma turbina de Três Marias. . . . .	15
Figura 9 – Representação de uma turbina Francis. . . . .	17
Figura 10 – Representação de uma turbina Kaplan. . . . .	17
Figura 11 – Representação de uma turbina Bulbo numa hidrelétrica. . . . .	18
Figura 12 – Representação de uma turbina Pelton. . . . .	19
Figura 13 – Gráficos explicitando fenômeno do engolimento máximo, tanto para limitação por parte da turbina quanto para o gerador. . . . .	20
Figura 14 – Rendimento para um gerador da usina de Três Marias. . . . .	20
Figura 15 – Representação de uma cascata de usinas. . . . .	21
Figura 16 – Representação de uma cascata de usinas para a bacia do Rio Doce. . . . .	22
Figura 17 – Representação da usina de Sá Carvalho. . . . .	26
Figura 18 – Fluxograma esquemático da heurística proposta para demanda de vazão. . . . .	45
Figura 19 – Tela de edição de demandas, retirado do <i>software HPO</i> . . . . .	49
Figura 20 – Altura montante do reservatório em função do volume. . . . .	51
Figura 21 – Altura jusante em função da vazão defluente. . . . .	52
Figura 22 – Curvas colina usadas nos testes numéricos . . . . .	53
Figura 23 – Demanda de vazão turbinada de cada caso teste para Três Marias. . . . .	55
Figura 24 – <i>Unit commitment</i> aplicado em Três Marias para cada caso teste 1 e 2, sendo que o eixo y representa potência (MW) e o eixo x é o tempo (horas). . . . .	57
Figura 25 – <i>Unit commitment</i> aplicado em Três Marias para cada caso teste 3 e 4, sendo que o eixo y representa potência (MW) e o eixo x é o tempo (horas). . . . .	58
Figura 26 – Demanda de vazão turbinada para cada caso teste para Salto Grande. . . . .	60
Figura 27 – Ganho no volume final ao longo do período. . . . .	61
Figura 28 – <i>Unit Commitment</i> de Salto Grande para cada caso teste 1 e 2, sendo que o eixo y representa a potência gerada (MW) e o eixo x o tempo (horas). . . . .	62

Figura 29 – <i>Unit Commitment</i> de Salto Grande para cada caso teste 3 e 4, sendo que o eixo y representa a potência gerada (MW) e o eixo x o tempo (horas). . . . .	63
Figura 30 – Tempo médio de execução . . . . .	64

# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Capacidade instalada de geração elétrica no Brasil (MW). . . . .	1
Tabela 2 – Coeficientes da equação (2.1) para a Usina de Três Marias . . . . .	6
Tabela 3 – Coeficientes da equação (2.2) para a usina de Emborcação. . . . .	10
Tabela 4 – Parâmetros das equações (2.18) e (2.19) para cada turbina. . . . .	16
Tabela 5 – Exemplo de tabela do túnel para a usina de Sá Carvalho. . . . .	26
Tabela 6 – Faixas operativas de uma unidade geradora da usina de Camargos. . .	29
Tabela 7 – Revisão bibliográfica resumida. . . . .	36
Tabela 8 – Heurística proposta x MILP . . . . .	51
Tabela 9 – Limites do Reservatório de cada usina. . . . .	52
Tabela 10 – Faixas operativas das UGs de Três Marias. . . . .	54
Tabela 11 – Faixa operativa das UGs de Salto Grande - grupo 1. . . . .	54
Tabela 12 – Faixas operativas das UGs de Salto Grande - grupo 2. . . . .	54
Tabela 13 – Perdas hidráulicas para Três Marias. . . . .	55
Tabela 14 – Energia total produzida (GWh) em Três Marias. . . . .	56
Tabela 15 – Energia total produzida (GWh) em Salto Grande. . . . .	61

# Lista de Algoritmos

1	<i>Unit commitment</i> . . . . .	46
2	Simulação por demanda de vazão. . . . .	48

# Lista de Abreviaturas e Siglas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
NA	Nível de Armazenamento
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
SIN	Sistema Interligado Nacional
PCH	Pequena Central Hidrelétrica
CGH	Central Geradora Hidrelétrica
UG	Unidade Geradora
MW	Mega-Watt
UHE	Usina Hidrelétrica
CEMIG	Companhia Energética de Minas Gerais
ENACOM	Engenharia Assistida por Computador
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
MILP	Mixed Integer Linear Programming
MINLP	Mixed Integer NonLinear Programming
SEP	Sistema Elétrico de Potência

# Lista de Símbolos

## Conjuntos:

$\mathbb{M}$	conjunto de usinas com mais de um reservatório
$\mathbb{T}_{k,t}$	conjuntos com os $k$ vizinhos mais próximos de $t$
$\mathbb{J}_t$	conjunto de unidades geradoras disponíveis no instante $t$
$\Theta$	conjunto de usinas sem reservatórios ( <i>run-of-the-river</i> )
$\Phi$	conjunto de usinas com reservatórios
$\Omega$	conjunto de todas as usinas, $\Omega = \Theta \cup \Phi$
$\Omega_i$	conjunto de plantas imediatamente a montante de $i$

## Índices:

$i$	índice para as usinas hidrelétricas
$j$	índice para as unidades geradoras de uma usina
$t$	índice de períodos de tempo

## Parâmetros:

$D_{i,t}$	Demanda de [vazão ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) ou potência (MW)] da planta $i$ , no instante $t$
$A_{i,t}$	área superficial ( <i>surface area</i> ) do reservatório da usina $i$ no instante $t$ ( $\text{km}^2$ )
$c_{i,t}$	taxa de volume perdido por evaporação na usina $i$ , instante $t$ ( $\text{hm}^3/\text{s}$ )
$e_i$	coeficiente de evaporação mensal da usina $i$ (mm)
$g$	aceleração da gravidade ( $\text{m}/\text{s}^2$ )
$\underline{h}_i$	nível mínimo de armazenamento normal (NA mínimo) do reservatório da usina $i$ (m)
$\bar{h}_i$	nível máximo de armazenamento normal (NA máximo) do reservatório da usina $i$ (m)
$\bar{i}$	número total de plantas, $ \Omega  =  \Theta  +  \Phi $

$\bar{j}_i$	quantidade de unidades geradoras da usina $i$
$o_{j,i,t}$	indica se a unidade geradora $j$ , da usina $i$ pode ou não ser operada no instante $t$
$\bar{p}_{j,i}$	potência máxima da unidade $j$ , usina $i$ (MW)
$\underline{p}_{j,i}$	potência mínima da unidade $j$ , usina $i$ (MW)
$\hat{p}_{j,i}$	potência produzida na unidade $j$ , usina $i$ quando operada na maior eficiência (MW)
$\tilde{p}_{j,i}$	potência de referência da unidade $j$ , usina $i$ (MW)
$\check{p}_{i,t}$	demanda de potência da usina $i$ , intervalo de tempo $t$ (MW)
$\underline{q}_i$	vazão defluente mínima da usina $i$ (m <sup>3</sup> /s)
$\bar{q}_i$	vazão defluente máxima da usina $i$ (m <sup>3</sup> /s)
$\bar{s}_i$	vazão vertida máxima da usina $i$ (m <sup>3</sup> /s)
$\underline{t}$	índice para o tempo inicial
$\bar{t}$	índice para o tempo final
$\underline{u}_{j,i}$	vazão turbinada mínima da usina $i$ , unidade geradora $j$ (m <sup>3</sup> /s)
$\bar{u}_{j,i}$	vazão turbinada máxima ( <i>maximum swallowing</i> ) da usina $i$ , unidade geradora $j$ (m <sup>3</sup> /s)
$\hat{u}_{j,i}$	vazão turbinada da unidade $j$ , usina $i$ , quando operada na maior eficiência (m <sup>3</sup> /s)
$\tilde{u}_{j,i}$	vazão turbinada efetiva da usina $i$ , unidade geradora $j$ (m <sup>3</sup> /s)
$\check{u}_{i,t}$	demanda de vazão da usina $i$ , instante $t$ (m <sup>3</sup> /s)
$\underline{v}_i$	volume mínimo do reservatório da usina $i$ (hm <sup>3</sup> )
$\bar{v}_i$	volume máximo do reservatório da usina $i$ (hm <sup>3</sup> )
$\check{v}_i$	demanda de volume da usina $i$ (hm <sup>3</sup> )
$\alpha_j$	coeficiente para cálculo da vazão turbinada máxima da unidade $j$
$\beta_j$	coeficiente para cálculo da potência máxima da unidade $j$
$\underline{\delta}_i$	altura de queda líquida mínima do reservatório da usina $i$ (m)

$\tilde{\delta}_{j,i}$	queda de referência efetiva do reservatório da usina $i$ , para unidade geradora $j$ (m)
$\Delta$	duração do período de tempo entre os intervalos $t$ (s)
$\eta(\cdot)_{j,i}$	curva colina ( <i>hill-curve</i> ) da unidade $j$ , usina $i$
$\kappa$	peso específico da água
$\lambda_{j,i}$	constante relacionada às perdas hidráulicas da usina $i$ , unidade geradora $j$
$\mu_{j,i,t}$	rendimento total do conjunto turbina/gerador $j$ , usina $i$ , no tempo $t$
$\mu_{gen,j,i}$	rendimento do gerador da unidade $j$ , usina $i$
$\mu_{tur,j,i}$	rendimento da turbina da unidade $j$ , usina $i$
$\rho$	densidade da água (kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	massa qualquer de água (kg)
$\tau_i$	tempo relativo de viagem ( <i>water delay</i> ) entre a usina $i$ e a próxima a jusante

Variáveis:

$h_{br,i,t}$	altura ( <i>height</i> ) de queda bruta do reservatório $i$ , instante $t$ (m)
$h_{jus,i,t}$	cota jusante ( <i>downstream</i> ) ou canal de fuga ( <i>tailrace</i> ) da usina $i$ , instante $t$ (m)
$h_{loss,i,t}$	altura de perdas hidráulicas ( <i>hydraulic loss</i> ) do reservatório $i$ , instante $t$ (m)
$h_{mont,i,t}$	cota do nível de água na montante ( <i>upstream</i> ) de $i$ , no instante $t$ (m)
$p_{j,i,t}$	potência produzida na unidade $j$ , usina $i$ , instante $t$ (MW)
$q_{i,t}$	vazão defluente da usina $i$ , instante $t$ , $q_i = u_i + s_i$ ( <i>outflow</i> ou <i>discharge</i> ) (m <sup>3</sup> /s)
$s_{i,t}$	vazão vertida ( <i>spilled flow</i> ) da usina $i$ no instante $t$ (m <sup>3</sup> /s)
$u_{j,i,t}$	vazão turbinada ( <i>discharge</i> ) da usina $i$ , unidade geradora $j$ , tempo $t$ (m <sup>3</sup> /s)
$v_{i,t}$	volume do reservatório da usina $i$ no instante $t$ (hm <sup>3</sup> )
$\delta_{i,t}$	altura de queda líquida ( <i>net water head</i> ) do reservatório da usina $i$ no instante $t$ (m)

# Sumário

<b>1 – Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos	2
1.2 Justificativa	2
1.3 Motivação	3
1.4 Organização do trabalho	3
<b>2 – Fundamentação Teórica</b>	<b>5</b>
2.1 Reservatório	5
2.2 Barragem	7
2.3 Tomada d’água	7
2.4 Conduto forçado	7
2.5 Vertedouro	8
2.6 Canal de fuga	9
2.7 Casa de força	10
2.8 Perdas	11
2.8.1 Perdas por evaporação	11
2.8.2 Perdas hidráulicas	11
2.9 Tipos de turbinas	12
2.9.1 Turbina Francis	16
2.9.2 Turbina Kaplan	16
2.9.3 Turbina Bulbo	17
2.9.4 Turbina Pelton	18
2.10 Gerador	18
2.11 Subestação	21
2.12 Cascata de Hidrelétricas	21
2.12.1 Balanço hídrico	21
2.12.2 Modelagem em tempo discreto	23
2.12.3 Modelagem em tempo contínuo	23
2.12.4 Cascatas com usinas de outras empresas	24
2.12.5 Modelagem de usinas com dois reservatórios	25
2.12.5.1 Operação do túnel	25
2.13 Restrições	27
2.13.1 Restrições físicas	27
2.13.2 Restrições ambientais	27
2.13.3 Restrições elétricas	28

2.13.4	Faixa especial de operação . . . . .	28
2.13.5	Modelagem matemática . . . . .	29
2.14	Conclusões . . . . .	30
<b>3</b>	<b>– Trabalhos Relacionados . . . . .</b>	<b>32</b>
3.1	<i>Unit Commitment</i> . . . . .	32
3.2	Formulação Matemática . . . . .	33
3.3	Revisão Bibliográfica . . . . .	34
3.4	Conclusões . . . . .	35
<b>4</b>	<b>– Resultados Analíticos de <i>Unit Commitment</i> . . . . .</b>	<b>37</b>
4.1	Decomposição Dual . . . . .	37
4.2	<i>Unit Commitment</i> baseado em geração máxima . . . . .	38
4.3	<i>Unit Commitment</i> com decomposição dual . . . . .	38
4.4	Curva colina ( <i>hillcurve</i> ) escalável . . . . .	39
4.5	<i>Unit Commitment</i> baseado na demanda total . . . . .	41
4.6	Conclusões . . . . .	43
<b>5</b>	<b>– Metodologia . . . . .</b>	<b>44</b>
5.1	Heurística implementada . . . . .	44
5.2	Ordenação inicial de acionamento . . . . .	47
5.3	Simulação por vazão turbinada . . . . .	47
5.4	Coleta e tratamento de dados . . . . .	48
<b>6</b>	<b>– Resultados Computacionais . . . . .</b>	<b>50</b>
6.1	Dados da usina . . . . .	51
6.2	Dados da unidade geradora . . . . .	52
6.2.1	Teste 1 - Usinas com UGs iguais . . . . .	55
6.2.2	Teste 2 - Usinas com UGs diferentes - Salto Grande . . . . .	59
6.2.3	Teste 3 - Desempenho do algoritmo nas duas heurísticas . . . . .	64
6.3	Conclusões . . . . .	65
<b>7</b>	<b>– Conclusão . . . . .</b>	<b>66</b>
7.1	Trabalhos Futuros . . . . .	66
7.2	Considerações Finais . . . . .	66
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>68</b>
	<b>APÊNDICE A–Lista de Publicações . . . . .</b>	<b>72</b>

# 1 Introdução

A energia elétrica é uma das formas de energia mais utilizadas no mundo. A hidreletricidade tem sido a principal fonte de geração do sistema elétrico brasileiro por várias décadas, tanto pela sua competitividade econômica quanto pela abundância deste recurso energético a nível nacional (EPE, 2022). Outras formas de geração de energia podem ser obtidas pelas usinas eólicas, termoeletricas, solar, nucleares e fontes competitivas como as marés dos oceanos (LISBOA et al., 2017). As fontes renováveis estão em franco crescimento por emitirem baixos índices de poluentes em todas as fases que envolvem o Sistema Elétrico de Potência (SEP) sendo, de produção, de distribuição e/ou de consumo. Com a crescente demanda energética associada a questões ambientais, tais fontes vêm sendo objeto de estudo de muitos pesquisadores.

No Brasil, a fonte de geração hidrelétrica responde a quase 60% da capacidade instalada em operação no país, seguida das termelétricas (gás natural, carvão mineral, combustíveis fósseis, biomassa e nuclear), com aproximadamente 24%. O restante é proveniente de usinas eólicas, solar e importação da energia de outros países (ANEEL, 2019). A Tabela 1 mostra a evolução da capacidade instalada no país no período de 2017 a 2021. Como pode ser observado na variação 2020-2021 ( $\Delta\%$ ) a geração solar cresceu consideravelmente e ocupa o topo do crescimento, ultrapassando os 40% de aumento da sua capacidade de geração (EPE, 2022).

Tabela 1 – Capacidade instalada de geração elétrica no Brasil (MW).

	2017	2018	2019	2020	2021	$\Delta\%$	Part.%
Usinas Hidrelétricas	94.662	98.287	102.999	103.027	103.003	0,0	56,7
PCH	5.020	5.157	5.291	5.429	5.513	1,6	3,0
CGH	594	695	768	816	834	2,2	0,5
Gás Natural	12.980	13.359	13.385	14.927	16.219	8,7	8,9
Derivados de Petróleo	8.792	7.549	7.670	7.696	7.667	-0,4	4,2
Carvão	3.324	2.858	3.228	3.203	3.203	0,0	1,8
Usinas Nucleares	1.990	1.990	1.990	1.990	1.990	0,0	1,1
Biomassa	14.289	14.569	14.703	15.011	15.578	3,8	8,6
Usinas Eólicas	12.283	14.390	15.378	17.131	20.771	21,2	11,4
Solar	935	1.798	2.473	3.287	4.632	40,9	2,6
Outras	2.243	2.188	2.234	2.221	2.199	-1,0	1,2
<b>Total</b>	<b>157.112</b>	<b>162.840</b>	<b>170.118</b>	<b>174.737</b>	<b>181.610</b>	<b>3,9</b>	<b>100,0</b>

Fonte: EPE - Empresa de Pesquisa Energética, 2022.

A capacidade instalada de geração do Sistema Interligado Nacional (SIN) é composta, principalmente, por usinas hidrelétricas distribuídas em dezesseis bacias hidrográficas nas diferentes regiões do país. Nos últimos anos, a instalação de usinas eólicas, princi-

palmente nas regiões Nordeste e Sul, apresentou um forte crescimento, aumentando a importância dessa geração para o atendimento do mercado. As usinas térmicas, em geral localizadas nas proximidades dos principais centros de carga, desempenham papel estratégico relevante, pois contribuem para a segurança do SIN. Essas usinas são despachadas em função das condições hidrológicas vigentes, permitindo a gestão dos estoques de água armazenada nos reservatórios das usinas hidrelétricas (ONS, 2022).

Para geração hidrelétrica, é fundamental a busca pelo uso otimizado dos recursos. Nesse sentido, preservar o volume dos reservatórios significa garantia de geração futura. Com uma demanda que é recorrentemente crescente, operar as usinas de forma eficiente torna-se tarefa de extrema importância. Desta forma, um planejamento eficiente e de curto prazo é fundamental para uma produção otimizada.

## 1.1 Objetivos

O trabalho em questão, tem por objetivo, desenvolver uma heurística inovadora capaz de resolver o caso geral do problema do *unit commitment* hidráulico, considerando uma modelagem completa da usina e com a possibilidade de unidades geradoras diferentes. Para isso, duas questões devem ser analisadas e respondidas: (1) quantas unidades geradoras de uma usina devem ser alocadas; (2) quanto que cada unidade deve produzir.

## 1.2 Justificativa

Por planejamento ótimo entende-se usar de maneira eficiente todos os recursos disponíveis e necessários para geração hidrelétrica. Isto pode ser representado por dois grupos: o recurso hídrico disponível e a usina hidrelétrica. Obter eficiência máxima destes grupos se resume em geração que atenda a demanda, minimizando o consumo de água e acionando na máxima eficiência cada unidade geradora da usina.

Nesse sentido, fazer o planejamento da produção de energia é uma tarefa extremamente complexa, visto que envolve várias questões a serem tratadas. Dentre elas, quanto que cada usina vai produzir, quantas unidade geradores dessa usina serão acionadas e ainda, quanto alocar de geração para cada unidade. Além disso, verificar a disponibilidade e eficiência da unidade geradora, visto que a usina pode conter unidades que apresentam produtividade diferentes e passam por manutenções programadas. Modelar esta tarefa resulta em um problema de grande porte e que cresce exponencialmente de acordo com o número de usinas e unidades acionadas. Todas estas validações são verificadas várias vezes por período de operação. Considera-se, como período de simulação, um dia (24 horas) com discretização semi horária de 30 minutos.

justifica-se por esse trabalho, a busca de uma nova heurística capaz de resolver o

caso geral do problema, considerando uma modelagem completa e com a possibilidade de unidades geradoras com curvas de rendimento diferentes. Desta forma, o problema é dividido em duas partes: para uma usina acionada (problema principal), como dividir a demanda entre as unidades geradoras de forma eficiente (problema secundário) que maximize a geração.

### 1.3 Motivação

O setor de energia elétrica é extremamente importante para a economia de um país. Qualquer mal funcionamento pode impactar fortemente as cidades e indústrias. Tendo isso em mente, é necessário um planejamento eficiente por parte desse setor, a fim de atender a demanda necessária todos os dias. Neste sentido, um funcionamento otimizado das usinas hidrelétricas é fundamental para garantir o abastecimento e também a economia dos recursos hídricos.

As hidrelétricas são uma fonte energética extremamente importante, ainda sendo uma das fontes renováveis mais utilizadas no mundo ([AGENCY, 2021](#)), e a mais utilizada pela matriz elétrica brasileira ([ENERGÉTICA, 2019](#)). Um ponto interessante de se ressaltar é que, apesar de outras fontes renováveis (como solar e eólica) estarem apresentando um crescimento mais expressivo ([AGENCY, 2021](#)), elas não devem substituir a geração hidrelétrica, uma vez que esta possui características interessantes para a segurança da rede, principalmente relacionado à possibilidade de modulação, sendo capaz de estabilizar possíveis flutuações na carga ([ZHANG et al., 2022](#)).

Nesse sentido, torna-se essencial uma modelagem da produção hidroenergética, tal fato por si só já é um desafio, visto que a modelagem detalhada resulta em um problema não linear, descontínuo e que envolve variáveis inteiras ([SKJELBRED; KONG; FOSSO, 2020](#)). Além disso, diversos trabalhos da literatura mostram que a simplificação do problema, sendo por linearização de alguma variável ou pelo não detalhamento da usina em nível de unidades geradoras, resulta em diversos problemas em uma implementação real ([KONG; SKJELBRED; FOSSO, 2020](#)). Nesse trabalho propõe-se uma modelagem por unidade geradora de acordo com sua curva de eficiência, conhecida como curva colina. O problema descontínuo devido às faixas operativas de cada unidade geradora e multiobjetivo, pois visa maximizar a geração e minimizar o consumo de água.

### 1.4 Organização do trabalho

O trabalho está organizado da seguinte maneira: No capítulo [Capítulo 2](#) serão discutidos a modelagem de usinas hidrelétricas bem como os tipos de turbinas disponíveis, a operação de usinas em cascatas e também as restrições operatórias; no [Capítulo 3](#) será

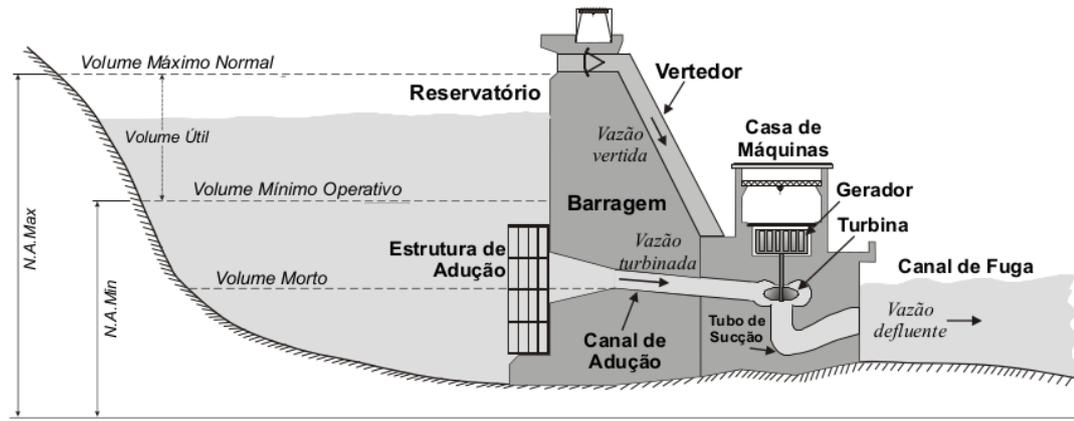
---

discutido o problema da *unit commitment* bem como a formulação do problema. Também será apresentada uma revisão bibliográfica de trabalhos publicados; os resultados analíticos sobre o problema do *unit commitment* e as demonstrações dos teoremas serão tratados no [Capítulo 4](#); o [Capítulo 5](#) apresenta a metodologia da pesquisa, critérios de coleta dos dados usando o simulador da [Optimal \(2022\)](#); os resultados computacionais que comprovam a eficiência da heurística proposta serão apresentados no [Capítulo 6](#); e, por fim, no [Capítulo 7](#), serão apresentadas as conclusões sobre o tema abordado, perspectivas de trabalhos futuros e considerações finais.

## 2 Fundamentação Teórica

A geração hidrelétrica é resultado da transformação de energia potencial hidráulica em energia elétrica. A [Figura 1](#) mostra uma representação de uma usina hidrelétrica destacando os seus principais componentes. A água do reservatório é conduzida sob pressão através de condutos forçados até as unidades geradoras (UGs) localizadas na casa de força. Na casa de força, a água aciona a rotação das lâminas das turbinas. As turbinas são conectadas a geradores que convertem energia cinética em energia elétrica. Depois de passar pelas turbinas, a água retorna ao rio através do canal de fuga.

Figura 1 – Os principais componentes de uma usina típica.



Fonte: ([SILVA, 2003](#)).

### 2.1 Reservatório

Além de armazenar a água, o reservatório permite a formação do desnível necessário para aumentar a energia potencial da água e a regularização da vazão dos rios em períodos de chuva e estiagem. Para se calcular esse desnível nos reservatórios, é necessário utilizar uma equação que relaciona o volume com a altura da água determinada pela estrutura física desse reservatório. O planejamento dessa estrutura é importante para se obter maior aproveitamento do volume de água na geração de energia potencial. A altura da água no reservatório é chamada de altura ou cota montante (*upstream*) e, no Brasil, é modelada pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), por um polinômio de grau 4 em função do volume do reservatório, como explicado por [Guedes et al. \(2016\)](#). Cada reservatório possui um  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$ , tal que

$$h_{mont,i} = a_0 + a_1v_i + a_2v_i^2 + a_3v_i^3 + a_4v_i^4, \quad (2.1)$$

em que  $h_{mont,i}$  é a altura a montante e  $v_i$  o volume do reservatório da usina  $i$ .

Entretanto, muitas vezes esses polinômios não representam fielmente a característica do reservatório, podendo estar desatualizados ou incompletos. Alguns polinômios inclusive, apresentam apenas o valor de  $a_0$  e este fato prejudica a simulação de algumas usinas.

Tendo isso em mente, foram utilizados dados fornecidos pela CEMIG e uma tabela para cada reservatório apresentando valores discretos de volume e a respectiva altura. Com esses dados, foi possível realizar uma interpolação linear por partes e obter uma nova maneira de calcular a altura para cada volume do reservatório e vice-versa. Devido à grande quantidade de dados apresentados com um intervalo de discretização pequeno, tal estratégia consegue representar fielmente o problema. Além disso, essa tabela de volume e altura do reservatório está completa para todos os reservatórios analisados, sendo utilizada na simulação atual da CEMIG, e por isso optou-se por utilizá-la na modelagem.

A [Figura 2](#) mostra a variação da altura do reservatório em função do volume armazenado para a usina de Três Marias, utilizando tanto o polinômio quanto a interpolação linear. Os coeficientes utilizados no polinômio estão apresentados na [Tabela 2](#). É oportuno destacar a legenda da [Figura 2](#) onde se lê Polinômio HIDR, trata-se da linha contínua do gráfico gerada pelos coeficientes da [Tabela 2](#) e os dados fornecidos pela CEMIG sobre a usina de Três Marias.

Tabela 2 – Coeficientes da equação (2.1) para a Usina de Três Marias

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$5,30332 \times 10^2$	$6,07596 \times 10^{-3}$	$-4.83615 \times 10^{-7}$	$2.20348 \times 10^{-11}$	$-3.84660 \times 10^{-16}$

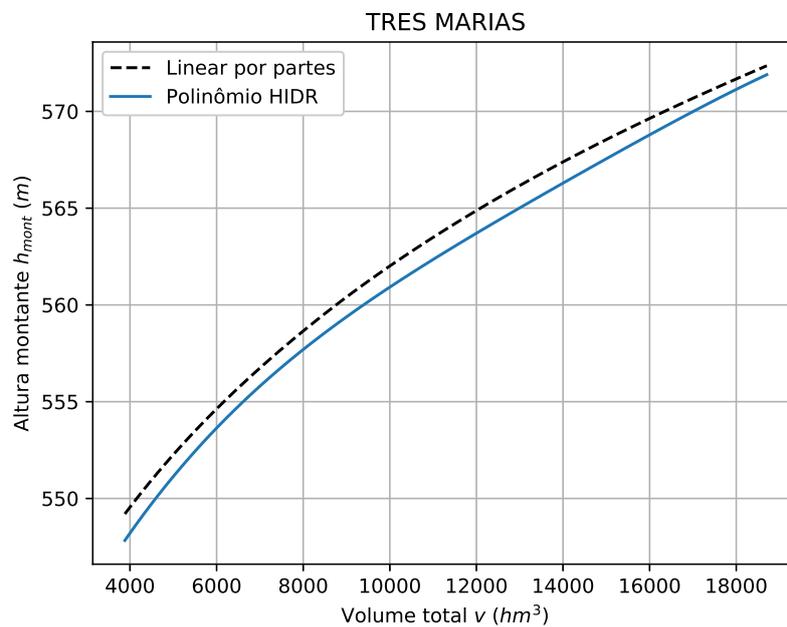
Fonte: ONS.

Subtraindo as duas linhas ponto a ponto, é possível ver na [Figura 3](#) como o erro se comporta com a variação do volume.

Através da análise da [Figura 2](#) e da [Figura 3](#), é possível perceber uma diferença considerável entre as duas estratégias, justificando, mais uma vez, a utilização das tabelas da CEMIG e não do polinômio, o que garante uma modelagem mais atual e que não está sujeita a erros de regressão polinomial.

Além da estrutura física, existem outras características importantes de um reservatório que devem ser levadas em conta no planejamento da geração hidrelétrica. O modo de uso da água é uma dessas características, o seu volume mínimo operativo, determinado pela altura mínima onde a energia potencial é suficiente para que o processo de geração de energia valha a pena, e, por outro lado, seu volume máximo normal, que é o máximo de volume que o reservatório comporta. Qualquer volume acima desse nível terá obrigatoriamente que ser turbinado ou vertido. O volume morto ocorre quando o nível de água não alcança uma altura suficiente para que possa passar pelo canal de adução. O volume útil, por sua vez, é a diferença entre o volume máximo normal e o volume mínimo operativo, ou seja, corresponde ao volume de água que pode ser utilizada para produzir energia.

Figura 2 – Gráfico da cota montante em função do volume do reservatório.



Fonte: CEMIG.

## 2.2 Barragem

A barragem tem por objetivo interromper o curso natural do rio e permitir a formação do reservatório. Nela se encontram as principais estruturas da usina como o vertedor, a casa de máquinas e o canal de adução, como mostrado na [Figura 1](#).

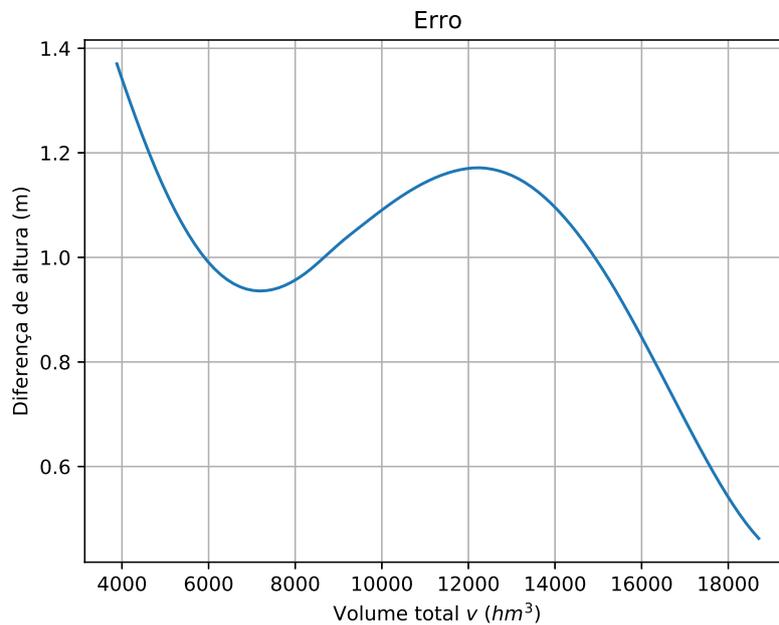
## 2.3 Tomada d'água

A tomada d'água, onde se encontra a estrutura de adução, é a entrada da água a ser turbinada para o conduto forçado. Seu formato influencia na eficiência da captação da água, já que é desejável que o mínimo de energia seja perdida no caminho até as turbinas. Sua estrutura é composta por uma abertura para a água com uma grade de proteção no início para evitar que detritos entrem e causem danos às turbinas. Essa grade, por sua vez, necessita passar por um constante processo de limpeza para que a eficiência da tomada d'água seja mantida, uma vez que os detritos diminuem a vazão da água pela grade.

## 2.4 Conduto forçado

Os condutos forçados, também conhecidos como condutos sob pressão ou canal de adução, são as tubulações onde o líquido escoar sob uma pressão diferente da atmosférica e por onde a vazão turbinada passa. A pressão gerada pela diferença de energia entre os dois lados da tubulação (já que a energia potencial no canal de fuga é menor que a energia

Figura 3 – Gráfico que indica a diferença entre as duas estratégias.



Fonte: CEMIG.

potencial do reservatório) é o que gera velocidade na água para a geração de energia nas turbinas. Após passar pelas turbinas, o tubo de sucção reduz a velocidade da água e a leva até o canal de fuga.

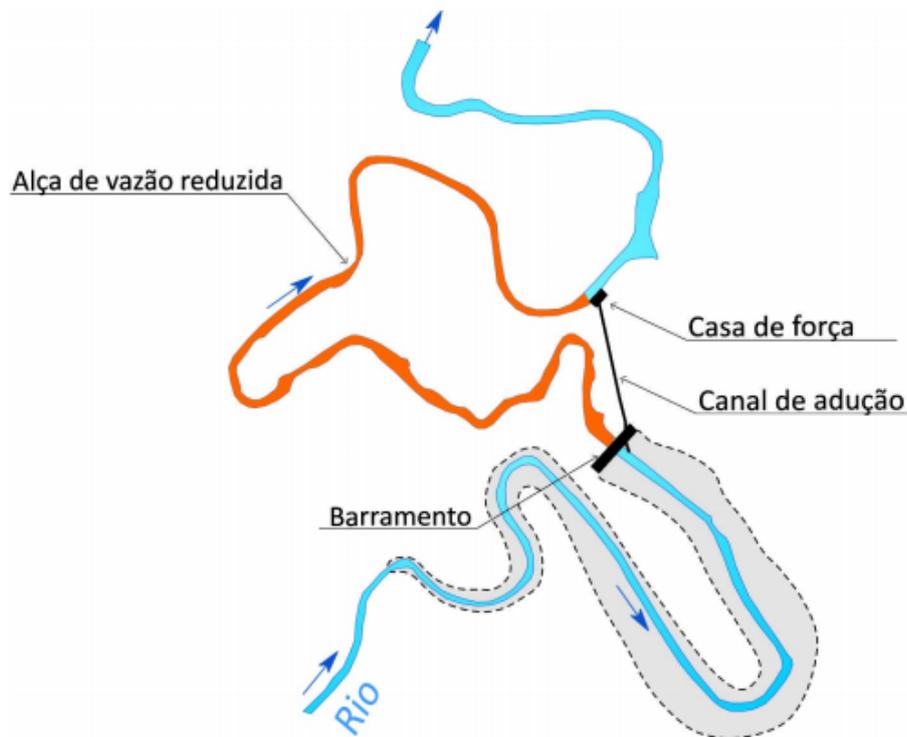
Vale ressaltar que nesse conduto acontece perda de energia por questões físicas de atrito ou mudanças na forma e direção do conduto, fatores esses que serão abordados na [seção 2.8](#).

## 2.5 Vertedouro

O vertedouro permite a saída da água sempre que os níveis do reservatório ultrapassam os níveis de volume máximo suportado pela barragem, gerando uma vazão vertida. Normalmente, o volume vertido é mínimo, porque parte desse volume deve ser turbinado para evitar o desperdício da energia potencial em forma de água. É possível reduzir esse vertimento da água com o aumento da quantidade de máquinas na barragem, para que um maior volume de água possa ser turbinada ao mesmo tempo.

Algumas usinas possuem um trecho de vazão reduzida (TVR) ou alça de vazão reduzida, que consiste basicamente em um trecho de água entre a barragem e a casa de força onde o rio flui de maneira mais natural. Torna-se necessário, por razões ambientais, o conduto forçado reduz a distância e mantém a queda a fim de produzir mais energia, mas o leito natural do rio possui um desnível menor e uma vazão mais suave. A [Figura 4](#) representa uma usina com TVR.

Figura 4 – Representação de usina com TVR.



Fonte: ENACOM.

## 2.6 Canal de fuga

É o canal ao final do vertedouro e da turbina, onde a vazão defluente é direcionada para voltar ao curso natural do rio. É parte fundamental da geração de energia, já que o que causa a energia potencial é a diferença entre o nível de água neste canal e o nível do reservatório. A altura no canal de fuga, chamada de altura jusante, é uma função da vazão defluente (ou seja, a soma das vazões vertidas e turbinadas), já que esse volume de água levado pela vazão influencia no volume do canal. No Brasil, essa altura, assim como a altura montante, é definida por um polinômio de grau 4 em função da vazão. Sendo assim, toda usina  $i$  possui  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$ , tal que:

$$h_{jus,i} = a_0 + a_1q_i + a_2q_i^2 + a_3q_i^3 + a_4q_i^4, \quad (2.2)$$

em que  $h_{jus,i}$  é a altura a jusante e  $q_i$  é a vazão defluente total considerada.

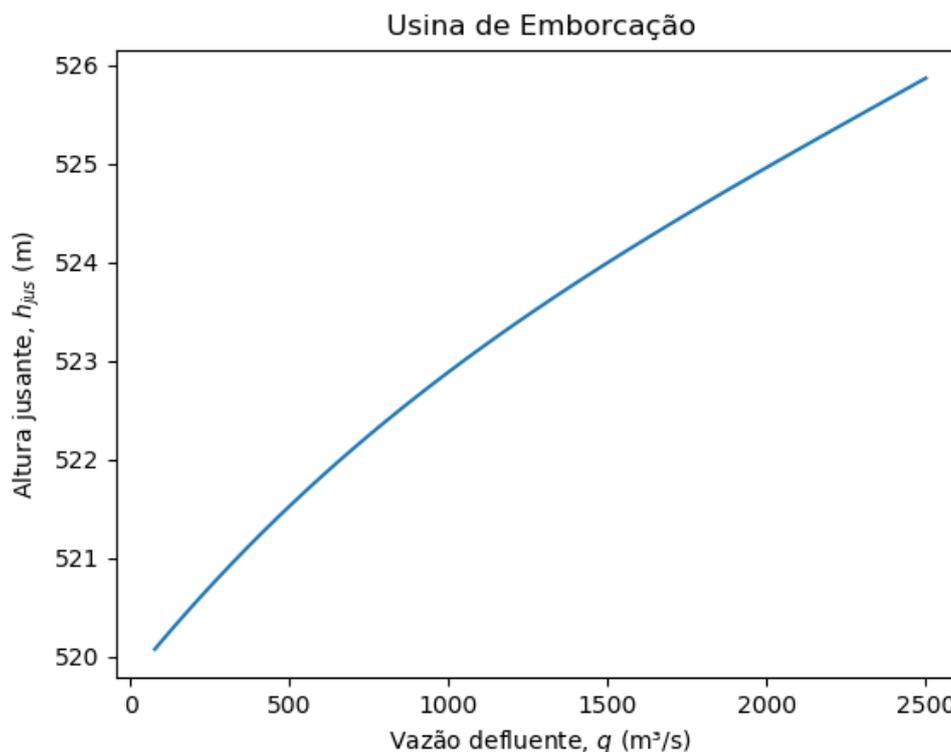
Partindo-se de um exemplo real da usina de Emborcação, é possível observar na [Figura 5](#) o comportamento da altura jusante conforme a variação da vazão defluente. O gráfico gerado a partir da equação (2.2) onde os coeficientes são apresentados na [Tabela 3](#).

Tabela 3 – Coeficientes da equação (2.2) para a usina de Emborcação.

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$5,19774 \times 10^2$	$3,99663 \times 10^{-3}$	$-1,09869 \times 10^{-6}$	$2,34375 \times 10^{-10}$	$-1,76460 \times 10^{-14}$

Fonte: ONS.

Figura 5 – Gráfico da cota jusante em função da vazão defluente.



Fonte: CEMIG.

## 2.7 Casa de força

A casa de força, ou casa de máquinas, é o lugar onde se encontra efetivamente a geração elétrica da usina. Os geradores ficam na casa de força e transformam a energia cinética de rotação da turbina em energia elétrica. É muito importante a escolha correta de direcionamento da água para cada turbina, porque os geradores têm um limite de potência a ser fornecida. Dessa forma, mesmo que a turbina tente fornecer mais potência ao seu gerador relacionado, se ele atingir seu limite, não poderá acompanhar a produção de energia da turbina e haverá desperdício, o que poderia ser evitado se planejado corretamente. Tal fenômeno será detalhado na [seção 2.9](#) e [seção 2.10](#).

## 2.8 Perdas

### 2.8.1 Perdas por evaporação

Enquanto a água está no reservatório, mesmo que o volume não seja turbinado ou vertido, alguma parte deste volume pode ser perdido para o ambiente. Essas perdas são causadas pela evaporação do espelho d'água (superfície da água no reservatório).

Em [Silva \(2003\)](#) é apresentado um modelo para as perdas por evaporação, no qual o horizonte de discretização é mensal. Nesse modelo, existe um coeficiente de perdas  $e_i$  para cada mês do ano, dado em milímetros. Considerando que a perda é constante ao longo do mês, chega-se a uma expressão para a taxa de perda por evaporação, dada por

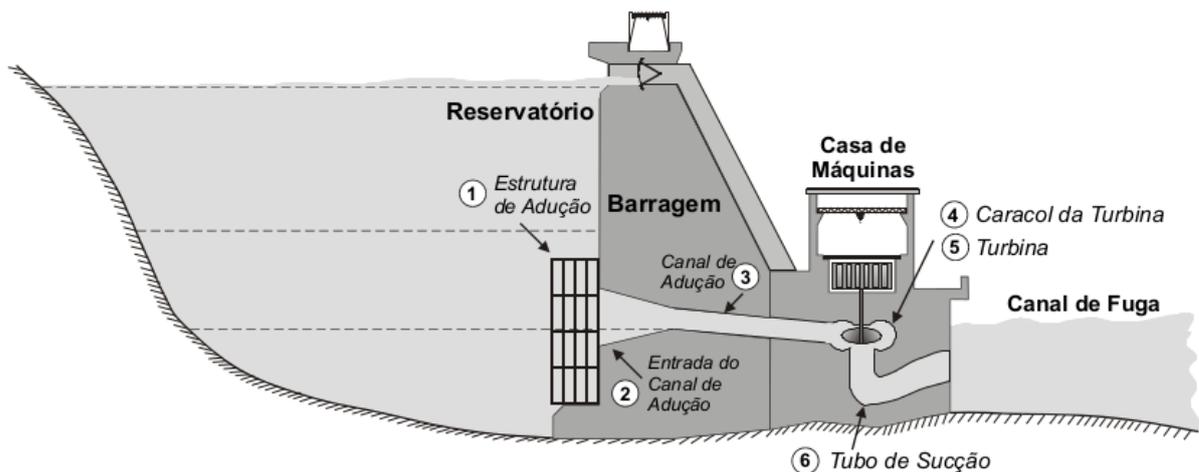
$$c_{i,t} = ke_i A_{i,t}(h_{mont,i,t}), \quad (2.3)$$

em que  $k$  é uma constante para que o resultado esteja em  $\text{hm}^3/\text{s}$ ,  $A_{i,t}$  é a área superficial do reservatório da usina  $i$ ,  $h_{mont,i,t}$  a função da cota de montante da usina  $i$  no instante  $t$ .

### 2.8.2 Perdas hidráulicas

Além das perdas de volume, ocorrem perdas de energia no caminho da água até as turbinas, sendo essas perdas relacionadas a seis estruturas da usina, como enumeradas na [Figura 6](#).

Figura 6 – Representação da usina com ênfase nas estruturas onde ocorrem perdas.



Fonte: ([SILVA, 2003](#))

Apesar de haver perdas em todas essas estruturas, somente as três primeiras precisam ser analisadas e calculadas, pois as três últimas são incluídas no cálculo das perdas hidráulicas da turbina. Para se calcular o valor representativo em altura das perdas hidráulicas nas estruturas 1, 2 e 3 da [Figura 6](#), existem diversas modelagens utilizadas. A primeira delas é o modelo de perda hidráulica constante, no qual o valor da perda

hidráulica é assumido como uma constante média com pouca precisão:

$$h_{loss,i} = \text{constante.} \quad (2.4)$$

Esse modelo é utilizado quando não é possível obter muitas informações sobre as perdas por falta de estudos ou planejamento de longo prazo, ou para projetos em que outras perdas são mais relevantes. Outro modelo é o de perda hidráulica proporcional à queda bruta, no qual a função da perda hidráulica é aproximada por uma equação do tipo:

$$h_{loss,i} = \lambda_i h_{br,i}, \quad (2.5)$$

em que  $\lambda_i$  é uma constante positiva relacionada à usina  $i$  e

$$h_{br,i} = h_{mont,i} - h_{jus,i}. \quad (2.6)$$

A diferença entre a altura montante  $h_{mont,i}$  e a altura jusante  $h_{jus,i}$  resulta na queda bruta  $h_{br,i}$  da usina  $i$ .

O último modelo é o de perda hidráulica proporcional ao quadrado da vazão turbinada  $u_{j,i}$ , podendo ser modelado como uma perda diferente para cada turbina  $j$  da usina  $i$

$$h_{loss,j,i} = \lambda_{j,i} u_{j,i}^2 \quad \forall j, \quad (2.7)$$

ou como uma perda total para usina  $i$ , dependente da vazão turbinada total

$$h_{loss,i} = \lambda_i u_i^2. \quad (2.8)$$

Nesse modelo, leva-se em consideração a vazão turbinada total  $u_i$  da usina  $i$ , pois ela é diretamente proporcional à velocidade de escoamento, que é parte do que define a perda hidráulica nas estruturas em questão.

Após calculada a perda hidráulica  $h_{loss,i}$ , é possível calcular a queda líquida da usina  $i$  subtraindo essa perda da queda bruta, conforme:

$$\delta_i = h_{br,i} - h_{loss,i}, \quad (2.9)$$

em que  $\delta_i$  é a queda líquida da usina  $i$ . Esse valor é utilizado para calcular a potência produzida por cada unidade geradora.

## 2.9 Tipos de turbinas

Nesta seção, serão descritos os principais tipos de turbinas para a geração hidrelétrica, bem como sua respectiva modelagem. As turbinas hidráulicas têm como função transformar a energia potencial da água armazenada em energia cinética rotacional, que

será posteriormente transformada em energia elétrica pelo gerador. Como qualquer transformação de energia, estão sujeitas a diversas perdas, que podem ser minimizadas com um projeto correto, levando-se em consideração as condições naturais (em geral, a altura do reservatório e a vazão que será turbinada) para escolher a turbina adequada. Esse aspecto será um pouco mais detalhado posteriormente.

Diferentes tipos de turbina se comportam de diferentes maneiras para cada situação, mas existem certas características comuns a elas, como, por exemplo, a potência de saída para cada unidade geradora pode ser obtida pela mesma equação. No caso, toda energia elétrica produzida vem da energia potencial da água, portanto, pode-se afirmar que

$$\epsilon_{el} \propto \epsilon_p, \quad (2.10)$$

sendo  $\epsilon_{el}$  a energia elétrica produzida e  $\epsilon_p$  a energia potencial da água. Destaca-se aqui que a energia potencial para uma coluna de um fluido qualquer pode ser expressa por

$$\epsilon_p = \sigma g \delta_i, \quad (2.11)$$

em que  $\sigma$  é a massa total do fluido,  $g$  é a aceleração da gravidade, e  $\delta_i$  a altura da coluna que, no caso, é o valor da queda líquida para uma certa usina. Importante destacar a fórmula de densidade:  $\rho = \frac{\sigma}{v}$ , em que  $v$  corresponde ao volume em questão. A equação (2.11) pode ser manipulada para

$$\epsilon_p = \rho g \delta_i v. \quad (2.12)$$

Com a equação anterior e a relação (2.10), pode-se estabelecer um coeficiente de rendimento  $\mu$  e obter

$$\epsilon_{el} = \mu \rho g \delta_i v. \quad (2.13)$$

Entretanto, normalmente não tem-se o volume de água que passa pela turbina, mas sim sua vazão  $u_{j,i}$ . Da mesma maneira, costuma-se tratar da potência  $p_{j,i}$  de uma certa unidade geradora e não da sua energia produzida. Dividindo (2.13) por um certo intervalo de tempo e tomando seu limite tendendo para zero, pode-se chegar na fórmula final utilizada:

$$p_{j,i} = \kappa u_{j,i} \delta_i \mu_{j,i}, \quad (2.14)$$

em que  $\mu_{j,i}$  representa o coeficiente de rendimento da unidade geradora  $j$ , usina  $i$ ;  $\kappa$  corresponde ao peso específico da água dividido por uma constante, isto é

$$\kappa = 10^{-6} \rho g, \quad (2.15)$$

em que o  $10^{-6}$  serve para que a saída já esteja em MW.

Por (2.14) pode-se obter uma fórmula geral da potência total de uma certa usina:

$$p_i = \kappa \sum_{j=1}^{\bar{j}_i} u_{j,i} \delta_i \mu_{j,i}, \quad (2.16)$$

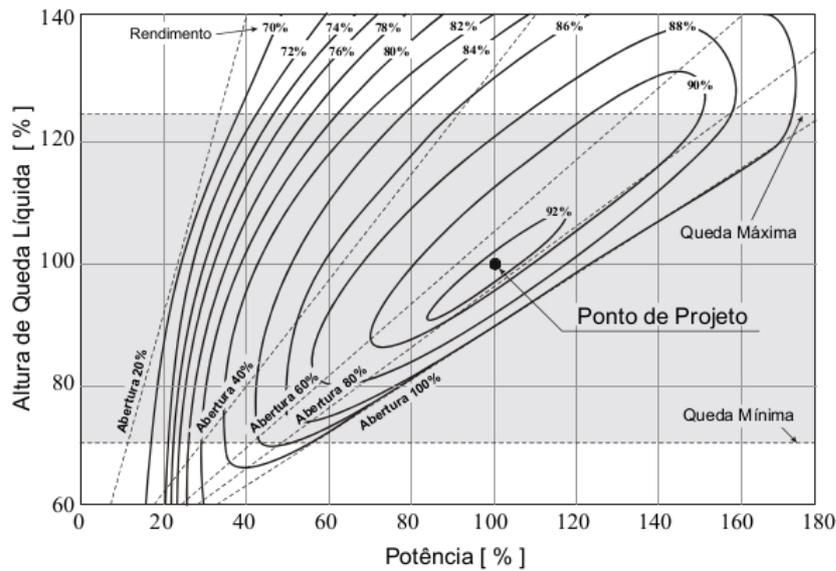
em que  $\bar{j}_i$  é o número de unidades geradoras da usina  $i$ . Dois fatores dessa fórmula necessitam de maior atenção: o rendimento  $\mu_{j,i}$  e a vazão turbinada  $u_{j,i}$ .

O rendimento  $\mu_{j,i}$  das unidades geradores de uma determinada usina é função tanto do rendimento  $\mu_{tur}$  da turbina quanto do rendimento  $\mu_{gen}$  do gerador associado (i.e.  $\mu = \mu_{tur,j,i} \mu_{gen,j,i}$ ). No caso da turbina, seu rendimento é representado por uma função não-linear  $\eta(\cdot)$  (i.e. curva colina), que depende da altura de queda líquida e da vazão turbinada (ARCE; OHISHI; SOARES, 2002), isto é

$$\mu_{j,i,t} = \eta(\delta_{j,i,t}, u_{j,i,t}). \quad (2.17)$$

A Figura 7 representa uma curva colina com seus parâmetros usuais: altura, vazão e rendimento, além de um parâmetro adicional que representa a abertura das palhetas de distribuição.

Figura 7 – Exemplo de curva colina para uma turbina Francis.

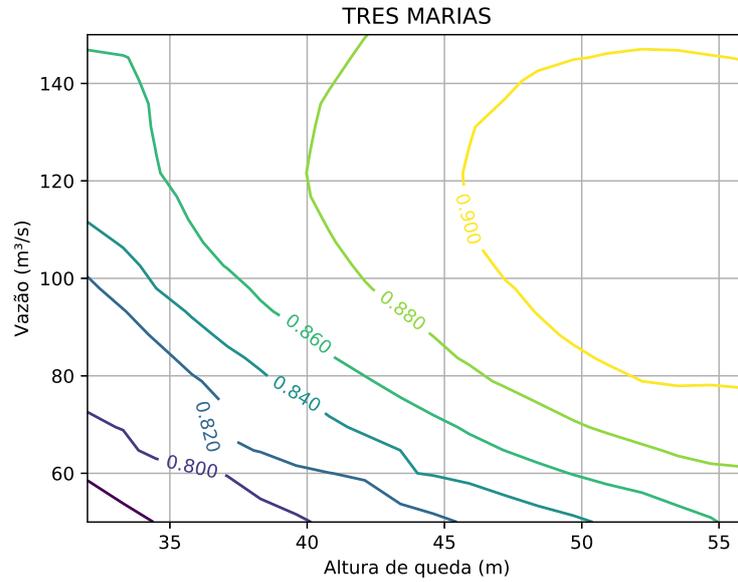


Fonte: (SILVA, 2003).

O ponto de projeto indicado na Figura 7 é o ponto com maior eficiência possível, contudo, vale ressaltar que não é ponto com maior produção energética, lembrando da equação (2.14): caso a vazão aumente, e a altura permaneça constante (ou vice-versa), a potência produzida pode ser maior, mesmo com a perda de eficiência, significando que a turbina irá utilizar mais água por MW produzido. A Figura 8 apresenta a curva colina gerada para a usina de Três Marias, obtida através de dados fornecidos pela CEMIG.

Vale ressaltar que além das variáveis citadas em (2.17), diversos fenômenos interferem no rendimento de uma turbina hidráulica, dentre eles o mais expressivo é a cavitação, que ocorre quando a pressão nas pás da turbina fica tão baixa que a água entra em ebulição, danificando a parte mecânica do equipamento. Existem pesquisas que comprovaram que

Figura 8 – Exemplo de curva colina para uma turbina de Três Marias.



Fonte: CEMIG.

tal fenômeno interfere significativamente no rendimento (ESCALER et al., 2006; KUMAR; SAINI, 2010), contudo, não há estudos que equacionam tal fato. Ensaio são realizados em campo para determinação das zonas de operação que propiciam a cavitação. Essas zonas, então, são tratadas como faixas de operação proibidas e serão detalhadas na Tabela 6.

Já em relação à vazão turbinada  $u_{j,i}$ , ela tem um valor máximo  $\bar{u}_{j,i}$  que depende do valor da queda líquida  $\delta_i$  e do tipo da turbina. Como a potência produzida pela turbina é função de  $u_{j,i}$ , essa limitação de vazão turbinada implica em uma limitação de potência  $\bar{p}_{j,i}$ . As equações a seguir expressam esse comportamento:

$$\bar{u}_{j,i} = \left( \frac{\delta_i}{\bar{\delta}_{j,i}} \right)^{\alpha_j} \tilde{u}_{j,i}, \quad (2.18)$$

$$\bar{p}_{j,i} = \left( \frac{\delta_i}{\bar{\delta}_{j,i}} \right)^{\beta_j} \tilde{p}_{j,i}. \quad (2.19)$$

A variável  $\bar{\delta}_{j,i}$  corresponde à altura de queda líquida efetiva (SILVA, 2003), um valor constante que depende da potência efetiva  $\tilde{p}_{j,i}$  do gerador acoplado à turbina,  $\tilde{u}_{j,i}$  é a respectiva vazão turbinada para esta altura (com as palhetas totalmente abertas),  $\alpha$  e  $\beta$  são coeficientes que variam para cada tipo de turbina, conforme a Tabela 4.

Para medir o valor de  $\bar{\delta}_{j,i}$  é feito um ensaio onde, com as palhetas de distribuição totalmente abertas, aumenta-se a queda líquida gradativamente até o ponto em que a potência produzida pela turbina se iguale à potência máxima do gerador. Nesse ponto são obtidas a potência efetiva  $\tilde{p}_{j,i}$  e a vazão efetiva  $\tilde{u}_{j,i}$ .

Tabela 4 – Parâmetros das equações (2.18) e (2.19) para cada turbina.

Tipo de turbina	Coeficientes	
	$\alpha$	$\beta$
Francis	0,5	1,5
Kaplan	0,2	1,2
Pelton	0,5	1,5

Fonte: (SILVA, 2003).

Vale ressaltar que toda a explicação anterior, bem como as equações (2.18) e (2.19), só serão válidas quando a turbina limitar a operação do conjunto, ou seja, quando a potência produzida pela turbina for menor ou igual a potência efetiva do gerador,  $p_{j,i} \leq \tilde{p}_{j,i}$ . É possível que a potência produzida pelo conjunto turbina gerador seja limitada pelo gerador, tal caso será tratado na seção 2.10.

### 2.9.1 Turbina Francis

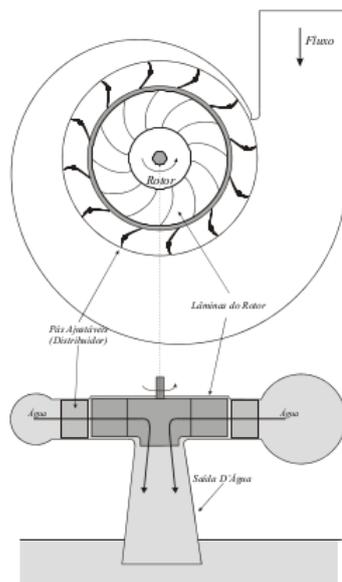
Trata-se de uma turbina passiva, ou seja, a pressão estática (consiste na pressão de um fluido em repouso, no caso geral, tomada perpendicularmente ao fluxo do escoamento) diminui ao atravessar o rotor, que se encontra numa câmara completamente preenchida com água. Em geral, é a mais eficiente e a que pode ser utilizada para a maior faixa de alturas, entre 20 m e 750 m. Além disso, agrega o maior ganho ao utilizar a geração com velocidade variável, que consiste num modo de produção em que é possível ajustar a velocidade de giro da turbina, possibilitando uma eficiência maior em relação à produção energética e diversos benefícios em relação à distribuição posterior da energia gerada. Por esses motivos, é o tipo mais utilizado em usinas de grande porte. Como observado na Figura 9, a água entra pela lateral e sai pela parte inferior.

### 2.9.2 Turbina Kaplan

Trata-se de uma turbina passiva em formato de hélice com eixo vertical. Seu principal diferencial é o fato de possuir pás ajustáveis, ou seja, sua inclinação pode variar de acordo com a vazão, possibilitando uma alta eficiência para diversas situações (diferentes valores de altura  $\delta_i$  e vazão  $u_{j,i}$ ). Contudo, devido a esse mesmo diferencial, é mais cara. Em geral, trabalha com quedas menores que 70 m e, no Brasil, é o tipo mais comum.

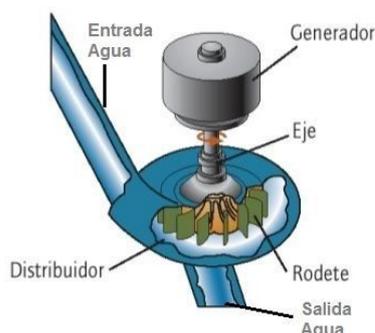
Na Figura 10, observa-se o eixo vertical da turbina. No caso as pás acopladas ao rotor, que podem ser vistas na parte inferior da imagem, têm seu ângulo ajustado conforme necessário.

Figura 9 – Representação de uma turbina Francis.



Fonte: (SILVA, 2003).

Figura 10 – Representação de uma turbina Kaplan.



Fonte: (SILVA, 2003)

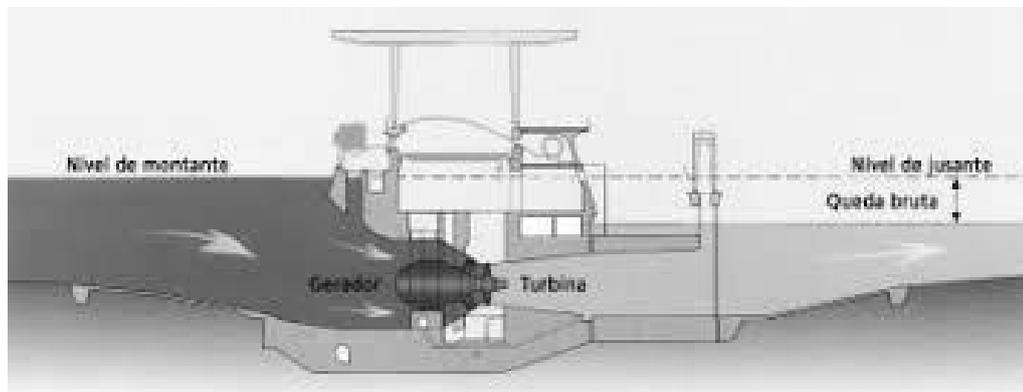
### 2.9.3 Turbina Bulbo

Trata-se de uma turbina passiva, que possui uma estrutura diferenciada, um fluxo mais horizontal, diferente da turbina Kaplan, que possui eixo vertical, a fim de aproveitar mais a vazão do próprio rio, possibilitando usinas com baixa queda ( $\delta_i$  pequenos), também chamadas de usinas a fio d'água. Por esse motivo, é o tipo de turbina mais indicado para ser utilizada nos rios da Amazônia, que possuem um fluxo elevado. Como a Kaplan, a turbina bulbo possui pás ajustáveis a fim melhorar o rendimento para diferentes situações.

Uma grande vantagem dessa turbina é que ela possibilita um arranjo mais compacto e barato para a casa de máquinas, devido ao gerador já encapsulado. Entretanto, não é utilizada em hidrelétricas de grande porte (que exigem uma elevada potência), pois sua estrutura não suporta grandes esforços, além dos problemas de refrigeração do gerador encapsulado, como esclarece Santos (2012).

A [Figura 11](#) mostra como a turbina bulbo é utilizada em uma hidrelétrica, nota-se a posição horizontal da turbina e a pequena diferença entre os níveis de montante e jusante.

Figura 11 – Representação de uma turbina Bulbo numa hidrelétrica.



Fonte: ([SILVA, 2003](#))

#### 2.9.4 Turbina Pelton

Trata-se de uma turbina ativa, ou seja, a pressão estática é constante entre a saída e a entrada do rotor. Diferentemente das turbinas passivas, a água não passa por toda a circunferência do rotor, funcionando através de jatos d'água, cuja força e tempo são controlados externamente. Mostra-se mais adequada para grandes quedas ( $h$  elevados, entre 200m e 1500m, de acordo com [Silva \(2003\)](#) e pequenas vazões.

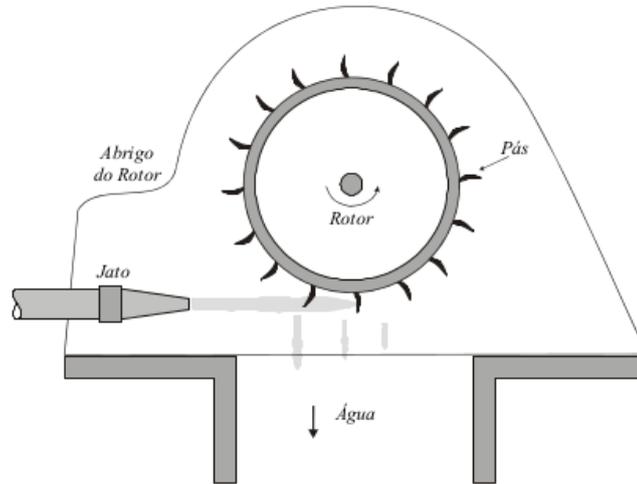
O número de jatos utilizados pode ser variado (entre 1 e 6) e, em geral, é maior para vazões mais elevadas. Tal fato possibilita também um maior grau de liberdade para controlar a potência gerada e melhorar o rendimento da turbina para diferentes situações através do desligamento de um ou mais jatos, conforme destaca [Santos \(2012\)](#).

Na [Figura 12](#) pode-se perceber notáveis diferenças em relação às turbinas anteriores, com ênfase para o rotor que não fica submerso e para o sistema de jatos d'água.

#### 2.10 Gerador

O gerador tem como objetivo transformar a energia cinética do movimento da turbina em energia elétrica, em geral, são utilizadas máquinas síncronas. Como mencionado na seção anterior, existem situações onde o gerador, e não a turbina, limita a produção energética de uma unidade, tal fato ocorre quando a potência efetiva do gerador, que corresponde à potência máxima que pode ser gerada por ele, é menor do que potência hidráulica fornecida pela turbina. Outra maneira de enxergar tal fenômeno é o valor de

Figura 12 – Representação de uma turbina Pelton.



Fonte: (SILVA, 2003)

queda líquida ser superior à queda efetiva para aquela unidade, ou seja:

$$\begin{aligned} p_{j,i} &> \tilde{p}_{j,i}, \\ \delta_i &> \tilde{\delta}_{j,i}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Para esse caso, a equação (2.18) não é válida para calcular a vazão máxima e a seguinte equação deve ser utilizada:

$$\bar{u}_{j,i} = \left( \frac{\delta_i}{\tilde{\delta}_{j,i}} \right)^{-1} \tilde{u}_{j,i}. \quad (2.21)$$

Do mesmo modo, não se pode utilizar (2.19) para calcular a potência, pois ela já é limitada ao valor da potência eficaz, ou seja

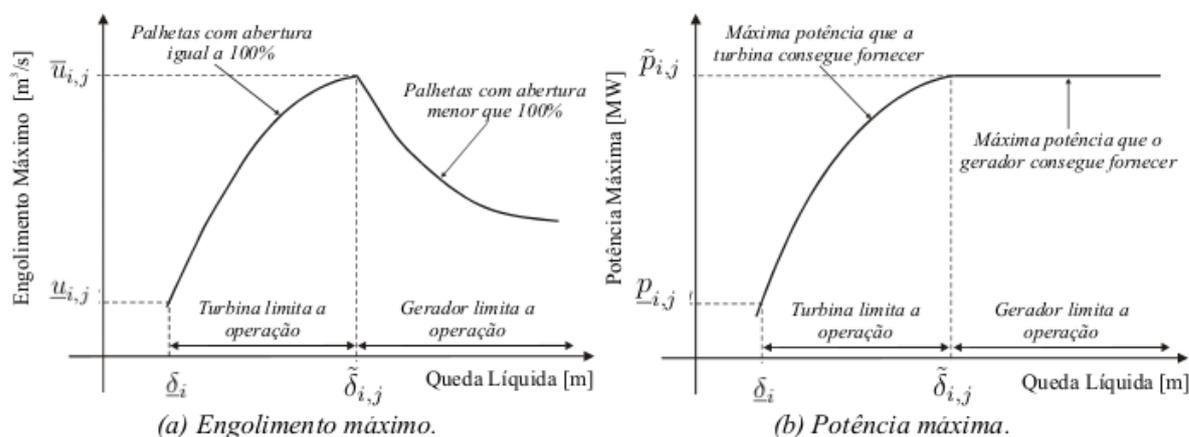
$$\bar{p}_{j,i} = \tilde{p}_{j,i}. \quad (2.22)$$

Para essa situação, é obrigatório fechar as palhetas a fim de diminuir a vazão, de forma que a potência de entrada do gerador não ultrapasse o valor efetivo, como mostrado na Figura 13.

Observe que, para a faixa onde a turbina limita a potência, esta cresce proporcionalmente em relação à altura, já para a faixa onde o gerador é o fator limitante, a potência se torna uma constante. Vale ressaltar que geralmente o projeto é feito para que a turbina seja o fator limitante, conforme resalta Araújo (2010).

Além disso, o gerador, como qualquer dispositivo de transformação de energia, está sujeito a uma eficiência  $\mu_{gen}$ , ou seja, a potência de saída de seus terminais é igual à sua potência de entrada (potência de saída da turbina) multiplicado por esse rendimento. Tal valor não é constante e, em geral, varia de acordo com o próprio valor de potência

Figura 13 – Gráficos explicitando fenômeno do engolimento máximo, tanto para limitação por parte da turbina quanto para o gerador.



Fonte: (SILVA, 2003)

Figura 14 – Rendimento para um gerador da usina de Três Marias.



Fonte: CEMIG.

de entrada. A Figura 14 indica um exemplo real e, especificamente nesse caso, a função de rendimento foi modelada como um polinômio de sexto grau, cujos coeficientes foram obtidos através de dados fornecidos pela CEMIG.

Observa-se que o rendimento aumenta conforme a potência se aproxima do valor máximo. Além disso, se comparado com o rendimento da turbina, indicada pela curva colina da Figura 8, percebe-se que o rendimento do gerador é um pouco maior. A combinação dessas duas curvas fornece uma maneira simples de modelar o rendimento  $\mu_{j,i}$  da unidade geradora como um todo.

## 2.11 Subestação

Uma subestação é um conjunto de máquinas, aparelhos e circuitos cuja finalidade é modificar e controlar, de maneira adequada, os níveis de tensão e corrente que passa da usina para a linha de transmissão, permitindo a distribuição de energia a sistemas e linhas diversos, podendo ser dentro ou fora da casa de força. São classificadas:

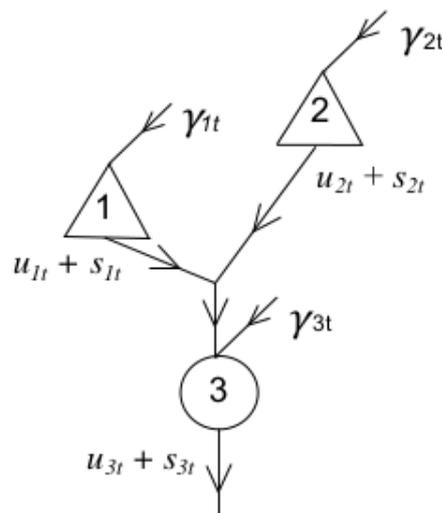
- quanto à função;
- quanto ao nível de tensão;
- quanto ao tipo de instalação;
- quanto à forma de operação.

## 2.12 Cascata de Hidrelétricas

### 2.12.1 Balanço hídrico

Uma importante restrição natural, que deve ser considerada na modelagem da geração hidrelétrica, é o balanço hídrico das usinas. Ele consiste basicamente no fato de que o volume final do reservatório de uma usina qualquer deve ser igual ao volume inicial somado à vazão natural de uma usina,  $\gamma_{i,t}$  (que pode ser positiva ou negativa) e subtraindo as perdas (vazão defluente  $q_{i,t}$  e outros fatores como evaporação).

Figura 15 – Representação de uma cascata de usinas.



Fonte: (GUEDES et al., 2017)

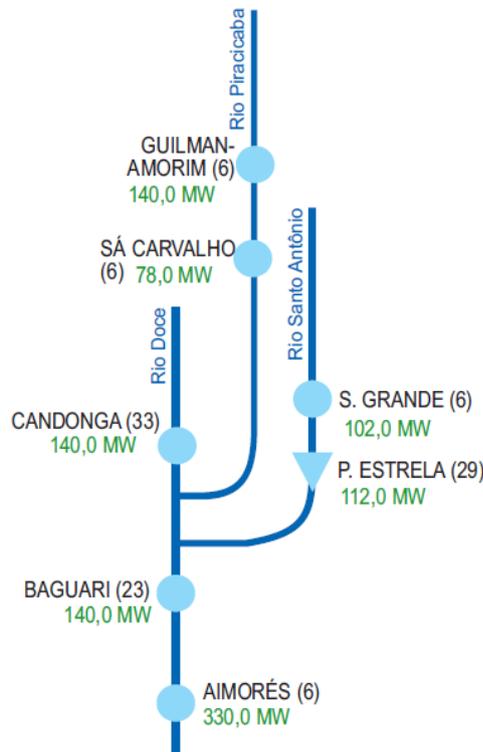
A motivação para a vazão natural negativa pode ser compreendida como uma captação de água do reservatório, de modo, que se difere de um vertimento ou de uma vazão turbinada. É algo que acontece em algumas usinas específicas, porém, é necessário para o modelo.

Quando se tem usinas em cascata (no mesmo rio), deve-se ter mais atenção, pois a operação de usinas a montante influencia nos reservatórios das usinas a jusante, isto é, a vazão defluente de uma usina interfere na próxima usina da cascata. A Figura 15 ilustra tal fato.

Realizando uma análise mais cuidadosa da Figura 15, pode-se ver que a vazão total que chega na usina 3 não depende apenas da sua afluição natural  $\gamma_3$ , mas também da vazão defluente das usinas 1 e 2, que estão a montante. Para esse caso em específico, a vazão total que chega na usina 3 é  $\gamma_{3,t} + q_{1,t} + q_{2,t}$ , onde  $q_{i,t}$  corresponde à vazão defluente de uma certa usina  $i$ , no instante  $t$ . Essa vazão é calculada por  $q_{i,t} = u_{i,t} + s_{i,t}$ , onde  $u_{i,t}$  representa a vazão turbinada e  $s_{i,t}$ , a vazão vertida da usina  $i$  no instante  $t$ .

Das usinas controladas pela CEMIG, muitas delas estão inseridas em uma mesma cascata. Entretanto, nem todas as usinas dessa cascata são da CEMIG, o que dificulta ainda mais a tarefa de simular a cascata como um todo, pois informações relativas a essas usinas são limitadas e as políticas de operação dos reservatórios são desconhecidas. Na cascata ilustrada na Figura 16, por exemplo, as usinas hidrelétricas de Guilman-Amorim, Candonga e P. Estrela não pertencem à CEMIG.

Figura 16 – Representação de uma cascata de usinas para a bacia do Rio Doce.



Fonte: CEMIG

A seguir, serão apresentadas estratégias para equacionar o balanço hídrico para uma cascata qualquer.

### 2.12.2 Modelagem em tempo discreto

Esta seção apresenta o equacionamento do balanço hídrico considerando o tempo de viagem modelado como uma variável discreta (GUEDES et al., 2015). A equação de balanço hídrico em uma cascata de hidrelétricas, para uma usina com reservatório,  $i \in \Phi$ , onde  $\Phi$  é o conjunto de usinas com reservatórios, pode ser dada como:

$$v_{i,t} = v_{i,t-1} + \left[ \gamma_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} q_{k,t-\tau_k} - q_{i,t} - c_{i,t-1} \right] \Delta, \quad \forall i \in \Phi, t, \quad (2.23)$$

onde  $\gamma_{i,t}$  é a vazão natural da usina  $i$  no período  $t$ ,  $\Omega_i$  é o conjunto das usinas imediatamente a montante da usina  $i$ ,  $\Delta$  é a duração entre  $t$  e  $t-1$ ,  $\tau_k \in \mathbb{N}^+$  é o tempo relativo de viagem entre a usina  $k$  e a usina diretamente a jusante e  $c_{i,t-1}$  é a taxa de perda em volume por evaporação no período  $t-1$ .

Para uma usina sem reservatório,  $i \in \Theta$ , onde  $\Theta$  é o conjunto de usinas sem reservatórios, (2.23) pode ser simplificada uma vez que  $v_{i,t} \approx v_{i,t-1}$ , resultando em

$$q_{i,t} = \gamma_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} q_{k,t-\tau_k} - c_{i,t-1}, \quad \forall i \in \Theta, t. \quad (2.24)$$

Enquanto a (2.23) é focada nos volumes  $v_{i,t}$ , a (2.24) é focada na vazão defluente  $q_{i,t}$ , pois, por não ter capacidade de armazenamento, o excesso de afluência será vertido.

Em relação às perdas por evaporação, alguns pontos merecem destaque:

1.  $c_{i,t-1} \rightarrow 0$  à medida que  $\Delta$  diminui, ou seja, para discretizações de tempo pequenas, as perdas por evaporação ficam desprezíveis;
2.  $c_{i,t-1}$  pode ser omitido da equação (2.23) incorporando-o a uma redução em volume no instante  $t-1$ , ou seja

$$v_{i,t} = v'_{i,t-1} + \left[ \gamma_{i,t} - q_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} q_{k,t-\tau_k} \right] \Delta, \quad \forall i \in \Phi, t, \quad (2.25)$$

onde

$$\begin{cases} v'_{i,t-1} < v_{i,t-1}, & \text{se } c_{i,t-1} \neq 0 \\ v'_{i,t-1} = v_{i,t-1}, & \text{se } c_{i,t-1} = 0. \end{cases} \quad (2.26)$$

### 2.12.3 Modelagem em tempo contínuo

Esta seção apresenta o equacionamento do balanço hídrico considerando o tempo de viagem modelado como uma variável contínua (GUEDES et al., 2016). A equação de balanço hídrico em uma cascata de hidrelétricas para uma usina com reservatório,  $i \in \Phi$ , onde  $\Phi$  é o conjunto de usinas com reservatórios, pode ser dada como:

$$v_{i,t} = v_{i,t-1} + \left[ \gamma_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} \left( (1 + \lfloor \tau_k \rfloor - \tau_k) q_{k,t-\lfloor \tau_k \rfloor} + (\tau_k - \lfloor \tau_k \rfloor) q_{k,t-1-\lfloor \tau_k \rfloor} - q_{i,t} - c_{i,t-1} \right) \right] \Delta, \quad (2.27)$$

$$\forall i \in \Phi, t,$$

onde  $\gamma_{i,t}$  é a vazão natural da usina  $i$  no período  $t$ ,  $\Omega_i$  é o conjunto das usinas imediatamente a montante da usina  $i$ ,  $c_{i,t-1}$  é a taxa de perda em volume por evaporação no instante  $t-1$ ,  $\Delta$  é a duração entre  $t$  e  $t-1$ ,  $\tau_k$  é o tempo relativo de viagem entre a usina  $k$  e as usinas diretamente a jusante, e o operador  $\lfloor \cdot \rfloor$  arredonda o argumento para o maior inteiro que não excede o argumento. O tempo de viagem foi considerado não negativo, como detalhado em [Tong, Zhai e Guan \(2013\)](#).

Assim como no caso discreto, o balanço hídrico pode ser simplificado para usinas sem reservatórios,  $i \in \Theta$ , onde  $\Theta$  é o conjunto de usinas sem reservatório, como:

$$q_{i,t} = \gamma_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} \left( (1 + \lfloor \tau_k \rfloor - \tau_k) q_{k,t-\lfloor \tau_k \rfloor} + (\tau_k - \lfloor \tau_k \rfloor) q_{k,t-1-\lfloor \tau_k \rfloor} - c_{i,t-1} \right), \quad \forall i \in \Theta, t. \quad (2.28)$$

#### 2.12.4 Cascatas com usinas de outras empresas

Em algumas cascatas, encontram-se usinas que não são da CEMIG, conforme o exemplo da [Figura 16](#), onde a afluência da usina de Baguari é diretamente influenciada pela operação do reservatório da usina de P. Estrela, que não pertence à CEMIG. O não conhecimento da operação de uma usina a montante influencia diretamente na operação de uma determinada usina, principalmente se essa usina a montante for de armazenamento, onde a defluência pode ter uma maior faixa de variação, dependendo da política de operação adotada pela outra empresa, e causar violações de restrições que resultem em sérios impactos ambientais ou financeiros.

A estratégia adotada na modelagem de cascatas com usinas externas foi de realizar uma estimativa da defluência dessas usinas com base na previsão de afluência da mesma, que é de fácil acesso utilizando a previsão de afluência natural e os cálculos de afluência usando usinas a montante do simulador. Basicamente, a estimativa da defluência dessas usinas leva em consideração a última semana operativa nos casos em que o tempo de viagem faz com que a defluência a ser considerada faça parte das informações anteriores à simulação. No caso em que a defluência a ser considerada de acordo com o tempo de viagem da usina não pertencente a CEMIG até a sua jusante é de um instante de tempo posterior ao início da simulação, a defluência a ser considerada é de valor exatamente

igual à afluência calculada para esta mesma usina. Esta foi a maneira que se mostrou mais eficaz até o momento sem que sejam necessários métodos muito custosos para aprender o funcionamento de cada uma das usinas.

### 2.12.5 Modelagem de usinas com dois reservatórios

Algumas usinas apresentam dois reservatórios em série conectadas por um túnel, resultando em uma particularidade interessante na operação da usina em questão. O segundo reservatório é o que de fato produz a energia potencial hidráulica que será convertida em elétrica, ou seja, a queda líquida  $\delta_i$  utilizada no cálculo da potência (2.16) está relacionada apenas ao volume do segundo reservatório. As usinas de Salto Grande e Sá Carvalho apresentam essa configuração.

As mudanças para a modelagem dessas usinas se dão principalmente em relação ao volume e ao vertimento, os quais devem ser relativos a cada reservatório. Seja  $\mathbb{M}$  o conjunto de usinas  $i$  com  $\bar{r}_i > 1$ , onde  $\bar{r}_i$  é o número de reservatórios da usina em questão, a modelagem matemática para o balanço hídrico desse tipo de usina é semelhante a de uma cascata com  $\bar{r}_i$  hidrelétricas, onde apenas a última usina da cascata gera energia. Logo, para uma dada usina pertencente ao conjunto  $\mathbb{M}$ , o equacionamento do balanço hídrico é dado por:

$$v_{i,r,t} = v_{i,r,t-1} + \left( \gamma_{i,r,t} - s_{i,r,t} - u_{i,r,t} - c_{i,r,t} + u_{i,r-1,t} + \sum_{k \in \Omega_{i,r}} q_{k,t-\tau_k} \right) \Delta, \quad \forall i \in \mathbb{M}. \quad (2.29)$$

A particularidade dessa equação refere-se ao fato de que  $u_{i,r,t}$  modela a vazão transferida de um reservatório para o outro, através dos túneis, para  $i \neq \bar{r}_i$ . Quando  $i = \bar{r}_i$ , ou seja, no último reservatório da usina, o termo  $u_{i,r,t}$ , de fato, corresponde à vazão turbinada, uma vez que o último reservatório do conjunto está associado à geração de energia elétrica.

As demais restrições para uma usina com essa configuração são bem similares em relação a usinas com 1 reservatório; em geral a diferença é que os valores de restrição podem ser relacionados à usina como um todo ou a um reservatório específico; a [seção 2.13](#) detalha essas restrições gerais.

#### 2.12.5.1 Operação do túnel

O túnel que existe entre os reservatórios possui uma operação e modelagem específica. Tomemos como exemplo a usina de Sá Carvalho, que possui dois reservatórios, conforme a [Figura 17](#) mostra. Os túneis 1 e 1-A correspondem à vazão transferida entre os reservatórios, na equação (2.29) é a variável  $u_{i,1,t}$ , ou seja,  $r = 1$ ; já pelos túneis 2 e 2-A passa vazão turbinada da usina,  $u_{i,2,t}$ .

Figura 17 – Representação da usina de Sá Carvalho.



Fonte: CEMIG

Em relação aos túneis 2 e 2-A, não há restrições adicionais, uma vez que os túneis são dimensionados de forma a conseguir atender as máquinas. Sendo assim, as restrições de faixa operativa das unidades geradoras, detalhadas na [subseção 2.13.3](#), já são suficientes.

Já os túneis 1 e 1-A possuem um comportamento diferente; supondo os dois túneis completamente abertos, existe uma restrição física que define a vazão máxima  $\bar{u}_{i,1,t}$  que pode passar pelo túnel a partir da diferença de altura entre os reservatórios  $h_{i,1,t} - h_{i,2,t}$ . Tal função é modelada a partir de uma interpolação linear por partes a partir dos dados de uma tabela como mostra [Tabela 5](#).

Tabela 5 – Exemplo de tabela do túnel para a usina de Sá Carvalho.

Diferença de nível entre os reservatórios (m)	Vazão máxima ( $m^3/s$ )
0,2	0,0
0,3	11,1
0,4	15,7
...	...
7,0	91,3

Fonte: CEMIG

Outro ponto que deve ser considerado é que a operação do túnel não é contínua, ou seja, o valor de  $u_{i,1,t}$  não pode ser qualquer valor real menor que  $\bar{u}_{i,1,t}$ ; a operação real da usina resulta em algumas restrições que devem ser modeladas. A usina de Sá Carvalho, por exemplo, possui 3 operações possíveis:

- Dois túneis fechados (nunca realizado na usina em questão devido ao tamanho do reservatório 2);

- Túnel T1 completamente aberto, e T1-A fechado;
- Dois túneis completamente abertos.

## 2.13 Restrições

A operação de um aproveitamento hidrelétrico está sujeita a uma série de restrições, sejam elas intrínsecas ao aproveitamento, como armazenamento máximo possível, ou restrições de origem externa, como as restrições ambientais, que são limitações impostas ao aproveitamento de forma a mitigar o efeito negativo na natureza. A seguir são detalhadas as principais restrições operativas de uma usina hidrelétrica.

### 2.13.1 Restrições físicas

As restrições físicas ocorrem de forma natural devido às limitações construtivas do aproveitamento hidrelétrico. As principais restrições físicas são:

- nível de armazenamento (NA) máximo ( $\bar{h}_i$ ): nível máximo em operação normal. Este nível define o limite superior do volume útil do reservatório;
- NA mínimo ( $h_i$ ): nível mínimo em operação normal. Ele define o volume morto do reservatório, ou seja, o volume que não é utilizado para a geração de energia;
- taxa de variação de vazão vertida  $s_i$ : para alguns vertedouros, existe uma variação máxima que pode ser aplicada à vazão vertida de forma a não danificar as estruturas de vertimento.

### 2.13.2 Restrições ambientais

As restrições ambientais consistem nas limitações operativas impostas ao aproveitamento de forma a mitigar o impacto na ictiofauna da bacia e, também, a alteração da sua respectiva morfologia fluvial. Algumas dessas restrições apresentam uma incidência sazonal na operação das hidrelétricas, como ocorre em época da piracema, por exemplo, época na qual restrições variadas são adicionadas ou modificadas.

As principais restrições ambientais estão descritas a seguir:

- Vazão defluente máxima  $\bar{q}_i$ : a violação dessa restrição pode incorrer na inundações de estradas, pontes e cidades. Para a usina de Camargos, por exemplo, valores acima de 1000 m<sup>3</sup>/s resultam na inundações da estrada de acesso da usina de Itutinga;
- Vazão defluente mínima  $\underline{q}_i$ : um mínimo de vazão deve ser mantido ao longo do curso da bacia para que não haja prejuízo na ictiofauna na jusante do aproveitamento e no uso compartilhado da água;
- Taxa de variação horária de vazões: em muitos aproveitamentos há um limite para a taxa de variação horária da vazão defluente, de forma a restringir a formação de

ondas ao longo do curso do rio, as quais dificultam a navegação, atividades de lazer, entre outras atividades;

- Taxa de variação de geração: essa restrição está associada à restrição de variação de vazão turbinada, explicada no item anterior, que implica em uma limitação na taxa de variação de potência gerada pela usina. Em Itutinga, por exemplo, em algumas épocas do ano, a redução de carga deve ser feita em patamares de 7 MW a cada 30 minutos em virtude dessa restrição;
- Taxa de variação diária de vazões: esse tipo de restrição está relacionada com o deplecionamento máximo diário dos reservatórios;
- Temporada de piracema: no período de reprodução dos peixes, eles precisam se deslocar até a nascente dos rios para fazer a desova. Neste período, algumas usinas devem verter um mínimo para não aprisionar os peixes. Na usina de Nova Ponte, o vertimento mínimo é  $80 \text{ m}^3/\text{s}$  para evitar o aprisionamento de peixes, por exemplo;
- Período de seca e de umidade: nestes períodos, algumas usinas precisam manter uma vazão defluente mínima, maior para o seco, e menor para o úmido. Na usina de Queimado, por exemplo, no período de seca a vazão defluente mínima é de  $17 \text{ m}^3/\text{s}$ , e no período úmido é de  $8,8 \text{ m}^3/\text{s}$ ;
- Período noturno e finais de semana: via de regra, devem ser evitadas manobras de abertura no vertedouro no período noturno.

### 2.13.3 Restrições elétricas

As restrições elétricas se referem às restrições em relação aos componentes utilizados nas unidades geradoras, em especial turbinas e geradores. Tais componentes acabam limitando o valor da vazão turbinada  $u_{j,i}$  e, conseqüentemente, o valor da potência gerada  $p_{j,i}$ , como já detalhado na [seção 2.10](#).

Além de restrições de construção das unidades geradoras, como a potência máxima  $\bar{p}_{j,i}$  possível, existem as restrições obtidas através de ensaios operativos. Através do ensaio de faixa operativa, é possível observar as faixas que oferecem menos turbulência, cavitação ou vórtices, que diminuem a vida útil da unidade, bem como diminuem a potência gerada.

A [Tabela 6](#) apresenta um resumo das faixas operativas para a unidade geradora 1 (UG 1) da usina de Camargos (gerador com potência máxima 25 MVA, fator de potência nominal 0,90). Como pode ser observado, as faixas operativas impõem restrições dinâmicas de acordo com o estado atual do reservatório.

### 2.13.4 Faixa especial de operação

A faixa operativa de exemplo mostrada na [Tabela 6](#) possui apenas um intervalo de potência para operar (considerando queda bruta definida), entretanto algumas unidades

Tabela 6 – Faixas operativas de uma unidade geradora da usina de Camargos.

Queda bruta $h_{br,j}$ (m)	Faixas de geração (MW)	
	Proibida	Permitida
28,5 a 27,6	$p_j < 9,0$ e $p_j > 23,0$	$9,0 \leq p_j \leq 23,0$
27,5 a 26,6	$p_j < 8,5$ e $p_j > 22,5$	$8,5 \leq p_j \leq 22,5$
	$\vdots$	$\vdots$
15,5 a 15,0	$p_j < 3,0$ e $p_j > 10,0$	$3,0 \leq p_j \leq 10,0$
14,9 a 14,0	$p_j < 3,0$ e $p_j > 9,0$	$3,0 \leq p_j \leq 9,0$

Fonte: CEMIG

podem possuir um segundo intervalo de potência em que é possível produzir, ou seja, uma faixa especial de operação.

A faixa especial permite potências menores que a faixa normal, o que acarreta uma operação com baixa eficiência e alta cavitação. Portanto a operação deve priorizar a faixa normal, utilizando a faixa especial apenas em situações específicas de controle sazonal, especialmente em época de seca.

O [Algoritmo 1](#), que será apresentado na [seção 5.1](#), contempla as faixas especiais, operando apenas uma das turbinas nessa faixa, com as outras desligadas, conforme especificações operativas reais.

### 2.13.5 Modelagem matemática

Seja  $\bar{h}_i$  o nível de armazenamento (NA) máximo do reservatório da usina  $i$ ,  $s_{hour,i,t}$  a variação horária máxima permitida de vertimento,  $q_{hour,i,t}$  a variação máxima horária de vazão defluente,  $q_{day,i,t}$  a variação máxima diária,  $p_{hour,i,t}$  a variação horária máxima de potência da usina  $i$ ,  $h_{mont,i,t}$  cota do nível de água na montante da usina  $i$ , no instante  $t$ ,  $\mathbb{T}_{k,t}$  o conjunto dos  $k$  instantes vizinhos do instante  $t$  e, considerando uma discretização de trinta minutos, as restrições foram modeladas conforme:

$$q_{i,t'} - q_{day,i,t} \leq q_{i,t} \leq q_{i,t'} + q_{day,i,t}, \quad \forall i,t,t' \in \mathbb{T}_{48,t}, \quad (2.30)$$

$$q_{i,t'} - q_{hour,i,t} \leq q_{i,t} \leq q_{i,t'} + q_{hour,i,t}, \quad \forall i,t,t' \in \mathbb{T}_{2,t}, \quad (2.31)$$

$$\underline{q}_{i,t} \leq q_{i,t} \leq \bar{q}_{i,t}, \quad \forall i,t, \quad (2.32)$$

$$\underline{p}_{j,i,t} \leq p_{j,i,t} \leq \bar{p}_{j,i,t}, \quad \forall j,i,t, \quad (2.33)$$

$$u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i,t}, \quad \forall j,i,t, \quad (2.34)$$

$$\underline{h}_i \leq h_{mont,i,t} \leq \bar{h}_i, \quad \forall i,t. \quad (2.35)$$

As equações (2.30) e (2.31) são referentes às máximas variações diárias e horárias de vazão defluente, respectivamente. A equação (2.32) é referente ao conjunto de restrições ambientais de defluência. As equações (2.33) e (2.34) são referentes às faixas operativas

e ao engolimento máximo das unidades geradoras. Por fim, (2.35) refere-se às limitações físicas do reservatório. É importante notar que os limites também variam com o tempo, indicando o caráter sazonal dessas restrições.

No módulo de restrições, todo teste retorna o quanto a restrição foi violada, ou seja, se  $x$  é a variável a ser testada e  $r$  o seu limite máximo ou mínimo, o teste retornará  $x - r$ , que será 0 se a restrição não for violada, positivo se violada para mais ou negativo se violada para menos. Entretanto, para tomar a decisão correta na simulação, o valor retornado para os testes de variação de vazão defluente será o mínimo ou máximo que se pode variar:

- Se a restrição diária e horária forem violadas para mais, retorna-se  $q_{i,t} - \min(q_{hour,i}, q_{day,i})$ , o valor mínimo da vazão defluente que poderia acontecer dada a menor restrição máxima;
- Se a restrição diária e horária forem violadas para menos, retorna-se  $q_{i,t} - \max(q_{hour,i}, q_{day,i})$ , o valor máximo da vazão defluente que poderia acontecer dada a maior restrição mínima;
- Se a restrição diária for violada para mais e a horária não, retorna-se  $q_{i,t} + q_{day,i}$ , o valor máximo da vazão defluente que poderia acontecer de acordo com a restrição diária;
- Se a restrição diária for violada para menos e a horária não, retorna-se  $q_{i,t} - q_{day,i}$ , o valor mínimo da vazão defluente que poderia acontecer de acordo com a restrição diária;
- Se a restrição horária for violada para mais e a diária não, retorna-se  $q_{i,t} + q_{hour,i}$ , o valor máximo da vazão defluente que poderia acontecer de acordo com a restrição horária;
- Se a restrição horária for violada para menos e a diária não, retorna-se  $q_{i,t} - q_{hour,i}$ , o valor mínimo da vazão defluente que poderia acontecer de acordo com a restrição horária.

## 2.14 Conclusões

Neste capítulo, foram relatados os principais componentes de uma usina hidrelétrica típica, bem como as cotas de alturas montante e jusante, as perdas hidráulicas na geração de energia, os tipos de turbinas existentes. Também foi feita a modelagem de cascatas hidráulicas, enumeradas as restrições de funcionamento de uma usina bem como a modelagem matemática das restrições.

A geração de energia hidrelétrica de forma otimizada garante um melhor aproveitamento das unidades geradoras da usina, o que faz com que sejam operadas na sua eficiência máxima da geração garantindo o atendimento da demanda estabelecida. Uma

correta alocação de uma unidade pode gerar uma considerável economia de água, fazendo com que o impacto no volume do reservatório seja pequeno, principalmente em períodos de estiagem. Para alocar uma unidade, diversos fatores, além de seu coeficiente de rendimento, devem ser considerados, como disponibilidade, manutenções futuras, entre outros. O problema *unit commitment* hidráulico trata-se da alocação de unidades e será apresentado no [Capítulo 3](#). Também, neste capítulo, será apresentada uma revisão bibliográfica de trabalhos relacionados ao problema.

## 3 Trabalhos Relacionados

### 3.1 *Unit Commitment*

O *unit commitment* (UC) é um problema clássico de otimização que pode ser considerado como um dos mais importantes para o setor de geração elétrica. Refere-se, basicamente, à alocação de recursos para o atendimento de uma determinada demanda e, no âmbito de geração hidrelétrica, consiste em atender uma demanda de energia dividindo-a da melhor maneira entre cada unidade geradora (UG), satisfazendo diversas restrições físicas e operacionais.

A modelagem da função de geração de uma hidrelétrica é altamente complexa; o rendimento de uma turbina hidráulica (representado pela curva colina) é uma função não linear, bem como os polinômios utilizados para calcular a altura jusante e montante, que também interferem na potência produzida.

Além das dificuldades da função de geração, existem diversas restrições que devem ser consideradas durante a resolução do problema. Pode-se dividi-las em três tipos: restrições físicas, como os limites do reservatório analisado; restrições ambientais, como valores de defluência mínima e máxima ou taxa de variação de algumas variáveis; e restrições elétricas, que correspondem aos limites de produção de cada unidade geradora (em geral, modelado pelas faixas operativas). Essa última merece uma atenção especial, visto que pode resultar em descontinuidades na função de geração (FINARDI; SILVA, 2006).

Outra dificuldade está na escolha de quantas turbinas serão acionadas, o que torna necessária a utilização de uma variável inteira na modelagem. No caso em que a usina analisada possui turbinas diferentes, o problema fica ainda mais complexo, uma vez que a ordem de acionamento de cada turbina pode influenciar na eficiência final da resposta.

Ao se analisar um conjunto de usinas em cascata, surge outro complicador, uma vez que quando localizadas no mesmo rio, as usinas devem obedecer à equação de balanço hídrico, ou seja, a decisão tomada nas usinas a montante irão interferir nas próximas usinas.

Diversas técnicas de otimização têm sido aplicadas para encontrar a solução do problema. As soluções são encontradas através de técnicas classificadas como convencional, não-convencional e híbridas (SARAVANAN et al., 2013). Usando as técnicas convencionais, o problema do UC é resolvido por uma das seguintes abordagens: (i) Relaxação Lagrangeana (LR), que usa a técnica da decomposição dual (FINARDI; SCUZZIATO, 2014), (ii) Programação linear inteira mista (MILP), que usa uma função linear por partes (CATALÃO; POUSINHO; MENDES, 2010) e (iii) Programação não linear inteira mista (MINLP) para

problemas não convexos (FINARDI; TAKIGAWA; BRITO, 2016; WU et al., 2012).

Um algoritmo foi desenvolvido para resolver o problema do *unit commitment* e busca atender uma demanda de potência a cada intervalo de discretização e, tendo em vista a ideia de um planejamento de curto prazo, será utilizada uma discretização 1/2 hora no presente trabalho. O algoritmo será apresentado na seção 5.1. A seguir será detalhada a formulação matemática do problema.

## 3.2 Formulação Matemática

A equação (3.1) representa a potência  $p$  produzida por um usina  $i$  qualquer:

$$p_i = \kappa \sum_{j=1}^{\bar{j}_i} u_{j,i} \delta_{j,i}(u_{j,i}) \eta_{j,i}(\delta_{j,i}, u_{j,i}), \quad (3.1)$$

sendo  $\bar{j}_i$  o número de unidades geradoras da usina  $i$ , e  $\kappa$  uma constante que depende apenas da gravidade e da densidade da água. A variável  $u_{j,i}$  é a vazão turbinada pela unidade  $j$  da usina  $i$ ,  $\delta_{j,i}$  corresponde à função que representa a queda líquida da turbina  $j$  do reservatório  $i$ , função dependente da vazão turbinada  $u_{j,i}$ , e  $\eta_{j,i} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  representa o rendimento da unidade geradora (*hillcurve*), sendo uma função que depende da queda líquida  $\delta_{j,i}$  e do valor de vazão turbinada  $u_{j,i}$ .

A modelagem matemática final é formulada como um problema de otimização complexo e de grande porte, em que a função objetivo é minimizar a vazão turbinada, representada pela equação (3.2), ou seja, utilizar a menor quantidade de água possível, de tal forma que a potência produzida seja igual a uma demanda previamente definida (3.3). Ressalta-se que tudo isso deve ser realizado sem ferir as restrições de produção máxima e mínima de cada usina, equação (3.4), valores modelados pelas faixas operativas. Nesse caso, tem-se:

$$\min_u f = \sum_{j \in \mathbb{J}_t} u_{j,i,t} \quad (3.2)$$

$$s.a. \kappa \sum_{j \in \mathbb{J}_t} u_{j,i,t} \delta_{j,i,t} \eta_{j,i}(\delta_{j,i,t}, u_{j,i,t}) = \check{p}_{i,t} \quad (3.3)$$

$$\underline{u}_{j,i} \leq u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i}, \forall j. \quad (3.4)$$

em que  $\underline{u}_{j,i}$  e  $\bar{u}_{j,i}$  são, respectivamente, os limites inferior e superior de operação de cada unidade  $j$ , e  $\check{p}_{i,t}$  corresponde à demanda, em MW, da usina  $i$  no instante  $t$ . A queda líquida  $\delta_{j,i,t}$  é uma constante nessa formulação, visto que irá considerar a condição de vazão do instante anterior, ou seja,  $\delta_{j,i,t}$  não depende de  $u_{j,i,t}$ , mas sim de  $u_{j,i,t-1}$ , lembrando que como será utilizada uma discretização pequena, essa simplificação não surte um impacto considerável na modelagem. Na próxima seção, será apresentada uma revisão bibliográfica ressaltando os trabalhos publicados sobre o *unit commitment*.

### 3.3 Revisão Bibliográfica

Nesta seção, serão apresentados os trabalhos correlatos ao problema do *unit commitment* disponíveis na literatura. Existe uma vasta quantidade de trabalhos sobre o tema, cada um optando por uma maneira diferente de considerar ou contornar as particularidades do problema. Alguns trabalhos como [González-fernández e Oviedo-Sanabria \(2015\)](#) abordaram o problema específico de uma usina, considerando incertezas na previsão de afluência. [Håberg \(2019\)](#) considera ainda, além das incertezas, possíveis falhas no equipamento. [Chaves et al. \(2017\)](#) focou na parte do algoritmo de resolução e possíveis melhorias realizadas e [Brito, Finardi e Takigawa \(2015\)](#) realizaram um estudo interessante comparando três diferentes estratégias para resolver o problema.

Uma das grandes dificuldades do *unit commitment* é a não linearidade da função de geração devido à curva colina e aos polinômios de altura. Dessa forma, muitos trabalhos optam por contornar esse fenômeno através de linearizações, sendo que algumas abordagens possibilitam a utilização de MILP (*Mixed Integer Linear Programming*) para resolver o problema resultante, como [Guedes et al. \(2016\)](#), [Tong, Zhai e Guan \(2013\)](#) e [Daadaa et al. \(2021\)](#). A programação dinâmica também tem sido usada como um método para a solução do problema, como relata [Putz et al. \(2021\)](#). [Wang et al. \(2022\)](#) avança um pouco mais e compara o desempenho do MILP com três abordagens de métodos heurísticos para solução do *unit commitment* hidráulico.

Além da curva colina, outro fator que interfere na eficiência de cada unidade geradora é a curva de rendimento do gerador associado à turbina. Alguns autores consideram a curva colina e não consideram o gerador, uma vez que seu rendimento, em geral, é maior. Entretanto, uma modelagem completa deve considerar os dois elementos, como fazem [Cristian Finardi e Reolon Scuzziato \(2013\)](#), [Soares \(1997\)](#) e [Dal' Santo e Simões Costa \(2016\)](#).

Além da utilização de MILPs, conforme foi citado anteriormente, a literatura possui diversos exemplos de métodos mais complexos para resolver o problema, em geral utilizados quando a modelagem é mais completa e não realiza tantas linearizações. Dentre eles, a modelagem do problema utilizando algum método de decomposição, a utilização de alguma meta-heurística (ou algoritmo híbrido), ou a utilização de MINLP (*mixed integer nonlinear programming*). [Singh e Singal \(2016\)](#) realizam uma revisão completa e citam diversos autores para cada método de otimização. Neste sentido, [Tkiouat \(2018\)](#) também faz uma ampla revisão da literatura desde a década de 1940 até o ano de 2017, onde aborda diversas técnicas de otimização aplicadas na formulação e na solução do UC. [Colonetti e Finardi \(2020\)](#) aborda diferentes técnicas para o problema, fazendo uma combinação entre relaxação Lagrangeana, decomposição de Blenders focado no UC, considerando também incertezas e outras fontes de geração. [Wu et al. \(2018\)](#) ressalta a importância da segurança e efeitos causados pela violação de restrições do problema do UC em sistemas de grande

porte.

Complementando a revisão bibliográfica realizada, alguns autores como [Arce, Ohishi e Soares \(2002\)](#), [Cristian Finardi e Reolon Scuzziato \(2013\)](#), [Finardi e Silva \(2006\)](#), [Soares \(1997\)](#) e [Dal' Santo e Simões Costa \(2016\)](#) utilizam a curva colina e reconhecem que ela é um fator chave para a resolução do problema. Entretanto, a maioria realiza a modelagem considerando que todas as turbinas são iguais; [Soares \(1997\)](#) cita o caso de turbinas diferentes, mas apenas [Dal' Santo e Simões Costa \(2016\)](#) realiza uma modelagem específica para essa particularidade, mostrando que é um caso especial e requer uma alteração significativa da modelagem e do algoritmo de otimização.

Outro fator importante ao resolver o *unit commitment* é a necessidade de minimizar a quantidade de acionamentos e desligamentos de turbinas, uma vez que já é comprovado que isso interfere na vida útil do equipamento. [Arce, Ohishi e Soares \(2002\)](#) busca melhorar a resposta nesse aspecto utilizando uma abordagem multiobjetivo. A quantidade de acionamentos e desligamentos é uma segunda função objetivo (sendo que a primeira função é relacionada à eficiência) e deve-se verificar o *tradeoff* entre as duas funções. [Lima et al. \(2013\)](#), [Cristian Finardi e Reolon Scuzziato \(2013\)](#), [Dal' Santo e Simões Costa \(2016\)](#) e [Nilsson e Sjelvgren \(1997\)](#) também consideram o custo de acionar turbinas, mas esse custo foi acrescentado diretamente na função objetivo principal como penalidade.

A grande dificuldade da modelagem desse fator é a dificuldade em estabelecer o custo de um acionamento em relação à energia produzida. De fato, são grandezas diferentes, mas que interferem na qualidade da resposta.

A [Tabela 7](#) explicita os fatores chave de alguns trabalhos revisados.

## 3.4 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentado o *unit commitment* e uma formulação matemática do problema. Foi apresentada também uma revisão bibliográfica sobre trabalhos correlatos que abordam possíveis estratégias de solução do problema. Vale ressaltar, que a maioria dos autores buscam resolver o problema considerando unidades geradoras iguais. Diferentemente da proposta deste trabalho que busca tratar cada unidade geradora individualmente de acordo com sua curva de eficiência. No [Capítulo 4](#) serão tratados os resultados analíticos do problema do *unit commitment*, que visa resolver a questão de alocação de unidades geradoras de forma eficiente.

Tabela 7 – Revisão bibliográfica resumida.

Trabalho	Estratégia de otimização	Rendimento das UGs
(YANG; WU, 2021)	Propõe aplicar as técnicas de Machine Learning como melhoria no desempenho para solução do UC	Não modela o problema
(KONG; SKJELBRED; FOSSO, 2020)	Compara diferentes estratégias	Modela <i>hillcurve</i> como função quadrática
(WU et al., 2018)	Decomposição utilizando relaxação lagrangeana	Não modela a <i>hillcurve</i>
(GUEDES et al., 2016)	MILP	Modela <i>hillcurve</i> com uma interpolação linear por partes
(Dal' Santo; Simões Costa, 2016)	MINLP	Modela <i>hillcurve</i> como uma função quadrática
(BRITO; FINARDI; TAKIGAWA, 2015)	Compara três estratégias (MILP / MINLP / Decomposição)	Modelagem para térmicas
(GLOTIĆ; ZAMUDA, 2015)	Algoritmo de evolução diferencial	Não modela a <i>hillcurve</i>
(LI et al., 2014)	MILP	<i>hillcurve</i> com uma interpolação tridimensional
(TONG; ZHAI; GUAN, 2013)	MILP	<i>hillcurve</i> como função quadrática
(Cristian Finardi; Reolon Scuzziato, 2013)	Decomposição utilizando relaxação lagrangeana e lagrangeano aumentado	Modela <i>hillcurve</i> como função quadrática
(LIMA et al., 2013)	MINLP	Aproximado, não especificado como
(CATALÃO; POUSINHO; MENDES, 2010)	MINLP	Rendimento dependente apenas da altura
(NIKNAM; KHODAEI; FALLAHI, 2009)	Decomposição de Benders	Não necessário (modelagem para termelétricas)
(SIMOPOULOS; KAVATZA; VOURNAS, 2006)	Simulated Annealing	Modelagem para termelétricas
(FINARDI; SILVA, 2006)	Decomposição utilizando relaxação lagrangeana	Modela <i>hillcurve</i> como função quadrática
(MARTÍNEZ-CRESPO; USAOLA; FERNÁNDEZ, 2006)	Decomposição de Benders	Não modela a <i>hillcurve</i>
(SOARES, 1997)	Decomposição utilizando relaxação lagrangeana	<i>hillcurve</i> como função quadrática
(NILSSON; SJELVGREN, 1997)	Decomposição utilizando relaxação lagrangeana	Modela <i>hillcurve</i> como função linear
(LI et al., 1997)	Decomposição utilizando relaxação lagrangeana	Não necessário (modelagem para termelétricas)
(SASAKI et al., 1992)	Redes neurais artificiais	<i>hillcurve</i> como função quadrática

Fonte: De autoria própria.

## 4 Resultados Analíticos de *Unit Commitment*

### 4.1 Decomposição Dual

A decomposição dual é indicada quando um problema tem acoplamento pelas restrições, tal que, quando relaxado, esse problema pode ser particionado em diversos subproblemas (BERTSEKAS, 1999).

Como exemplo, considere o seguinte problema:

$$\min_{x_1, x_2} \quad f(x) = f_1(x_1) + f_2(x_2) \quad (4.1)$$

$$s.a. \quad g(x) = g_1(x_1) + g_2(x_2) \leq 0, \quad (4.2)$$

$$x_1 \in \mathbb{X}_1 \subseteq \mathbb{R}^{n_1}, x_2 \in \mathbb{X}_2 \subseteq \mathbb{R}^{n_2}, \quad (4.3)$$

em que  $x \in \mathbb{R}^{n_1+n_2} = [x_1, x_2]$  e  $g(x) : \mathbb{R}^{n_1+n_2} \rightarrow \mathbb{R}$  está acoplado pelas restrições  $g_1 : \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g_2 : \mathbb{R}^{n_2} \rightarrow \mathbb{R}$ .

A função Lagrangeana pode ser escrita como:

$$L(x_1, x_2, \nu) = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \nu^T (g_1(x_1) + g_2(x_2)), \quad (4.4)$$

em que  $\nu \in \mathbb{R}$  é o multiplicador de Lagrange. Usando o Lagrangeano, os dois sub problemas podem ser escritos como:

$$\varphi_1(\nu) = \min_{x_1 \in \mathbb{X}_1} f_1(x_1) + \nu^T g_1(x_1), \quad (4.5)$$

$$\varphi_2(\nu) = \min_{x_2 \in \mathbb{X}_2} f_2(x_2) + \nu^T g_2(x_2), \quad (4.6)$$

cada um depende somente da variável de acoplamento  $x_i$ . O problema mestre dual pode ser escrito como:

$$\max_{\nu \geq 0} \varphi_1(\nu) + \varphi_2(\nu). \quad (4.7)$$

A eficiência do conjunto turbina-gerador é o principal fator que influencia no desempenho da geração de eletricidade em uma usina. Assim, o conhecimento do seu comportamento possibilita um melhor despacho de geração e consequentes ganhos energéticos de acordo com o número de unidades em operação. Esse problema pode ser compreendido mais facilmente através de uma modelagem no sentido oposto à apresentada na equação (3.2), cuja função objetivo naquela modelagem é minimizar a vazão total turbinada na

usina, gerando uma economia de água. Por outro lado, sabe-se que a potência gerada por uma usina é diretamente proporcional à vazão turbinada. Isto posto, será apresentado na seção seguinte uma formulação matematicamente de alguns casos do *unit commitment* de hidrelétricas. Na modelagem proposta, a produção total será maximizada, conforme equação (4.8), enquanto um valor de vazão turbinada é atendido (4.9) e, como na formulação anterior, a faixa operativa deve ser sempre respeitada, conforme equação (4.10).

## 4.2 Unit Commitment baseado em geração máxima

Para uma usina  $i$  e um tempo de rampa  $t$ , o problema de *unit commitment* visa otimizar a energia gerada usando toda água disponível

$$\min_u f = - \sum_{j \in \mathbb{J}_t} \eta_{j,i}(\delta_{i,t}, u_{j,i,t}) u_{j,i,t} \quad (4.8)$$

$$s.a. \quad \sum_{j \in \mathbb{J}_t} u_{j,i,t} - \check{u}_{i,t} \leq 0 \quad (4.9)$$

$$\underline{u}_{j,i} \leq u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i}, \forall j \in \mathbb{J}_t, \quad (4.10)$$

em que  $\eta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  representa a curva colina,  $\delta$  a queda líquida,  $u_{j,i,t}$  é a vazão turbinada da unidade  $j$  da planta  $i$  no tempo  $t$ ,  $\mathbb{J}_t$  conjunto de unidade disponíveis no tempo  $t$ ,  $\check{u}_{i,t}$  é a demanda de vazão turbinada da usina  $i$  no tempo  $t$  e,  $\underline{u}_{j,i}$  e  $\bar{u}_{j,i}$  são os limites mínimos e máximos operacionais da unidade  $j$ .

Para o *unit commitment*, o conjunto  $\mathbb{J}_t$  depende da avaliação da unidade e a decisão se a mesma vai ser ligada ou não, levando em consideração manutenções programadas e agendadas.

Uma característica interessante relacionada a esse problema é o fato de que a função objetivo é composta pela soma da potência de cada unidade, e o problema é acoplado a uma restrição, a turbinagem total da usina. Nesse caso, o problema pode ser tratado usando decomposição dual, conforme apresentado na seção seguinte.

## 4.3 Unit Commitment com decomposição dual

O dual da função Lagrangiana para o problema do *unit commitment* pode ser escrito como:

$$\varphi(u, \nu) = \max_{\nu \geq 0} \min_u - \sum_{j \in \mathbb{J}_t} \eta_{j,i}(\delta_{i,t}, u_{j,i,t}) u_{j,i,t} + \nu \left( \sum_{j \in \mathbb{J}_t} u_{j,i,t} - \check{u}_{i,t} \right) \quad (4.11)$$

$$s.a. \quad \underline{u}_{j,i} \leq u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i}, \forall j \in \mathbb{J}_t, \quad (4.12)$$

em que  $\nu \in \mathbb{R}$  é o multiplicador de Lagrange. Reordenando os termos, um subproblema pode ser definido para cada  $j \in \mathbb{J}_t$ :

$$\varphi_j(u_j, \nu) = \min_{u_j} -\eta_{j,i}(\delta_{i,t}, u_{j,i,t})u_{j,i,t} + \nu u_{j,i,t} \quad (4.13)$$

$$s.a. \quad \underline{u}_{j,i} \leq u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i}. \quad (4.14)$$

O problema principal (mestre) dual é dado por:

$$\max_{\nu \geq 0} \sum_{j \in \mathbb{J}_t} \varphi_j(u_j, \nu), \quad (4.15)$$

portanto, basta otimizar a alocação individual de cada unidade, nos subproblemas (problemas secundários)  $\varphi_j$ , para um determinado  $\nu$  para encontrar a solução ótima do *unit commitment*, onde  $\nu$  é otimizado no problema principal.

A decomposição dual fornece uma maneira simplificada de otimizar o problema de *unit commitment*, uma vez que subproblemas menores são resolvidos mais facilmente e o problema principal é resolvido em função de uma única variável. O problema principal tem seu gradiente relacionado a  $\nu$  igual às próprias restrições.

O problema dual do *unit commitment* é resolvido de forma eficiente se a demanda de potência for distribuída de forma proporcional à curva colina de cada unidade geradora.

#### 4.4 Curva colina (*hillcurve*) escalável

Duas curvas são definidas como escaláveis se existe um coeficiente  $k \in \mathbb{R}^+$  que as tornam diretamente proporcionais. A curva colina de uma unidade geradora determina seu rendimento na geração de potência. Como visto anteriormente, o rendimento de unidade depende da altura da queda líquida  $\delta$  e da vazão turbinada  $u$ . Se existe um número finito  $k$  com  $k \in \mathbb{R}^+$  tal que  $\eta_j(\delta_{i,t}, u_{j,i,t}) = \eta_{j'}(\delta_{i,t}, k_j u_{j',i,t})$ ,  $\forall \underline{u}_{j,i} \leq u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i}$ ,  $\underline{u}_{j',i} \leq u_{j',i,t} \leq \bar{u}_{j',i}$ , então  $\eta_{j'}$  é chamada de uma versão escalável de  $\eta_j$ , ou seja, pode-se afirmar que  $\eta_{j'}$  é diretamente proporcional à  $\eta_j$ . Essa relação pode ser representada por:

$$\eta_j = k_j \eta_{j'}. \quad (4.16)$$

Na próxima seção será demonstrado de forma analítica que a vazão turbinada ótima é alcançada quando as unidades geradoras operam de forma proporcional ao seu coeficiente de rendimento.

**Teorema 1.** (*Vazão ótima turbinada proporcional*) Dada uma queda líquida  $\delta_{i,t}$ , e unidades geradoras cujas curvas colina são escaláveis, a vazão turbinada da usina  $i$  no tempo  $t$

representada por  $u_{i,t}$  deve atender às desigualdades

$$u_{i,t} \geq \sum_{j \in \mathbb{J}_t} u_{j,i} \quad (4.17)$$

$$u_{i,t} \leq \sum_{j \in \mathbb{J}_t} \bar{u}_{j,i}, \quad (4.18)$$

de modo que a alocação ótima de vazão turbinada para a unidade  $j$  definida por  $u_{j,i,t}, \forall j$ , tem proporcionalidade ao fator escalar  $k_j$ .

*Demonstração.* Para demonstrar o teorema, basta verificar o ponto crítico e ótimo da função (4.13). Para isso, deriva-se parcialmente a função (4.13) em relação à  $u_{j,i,t}$ . Então, tem-se:

$$\frac{\partial \varphi_j}{\partial u_{j,i,t}} = -\frac{\partial \eta_j}{\partial u_{j,i,t}} u_{j,i,t} - \eta_{j,i}(\delta_{i,t}, u_{j,i,t}) + \nu. \quad (4.19)$$

Fazendo a derivada igual a zero,

$$\frac{\partial \varphi_j}{\partial u_{j,i,t}} = 0 \implies \nu = \frac{\partial \eta_j}{\partial u_{j,i,t}} u_{j,i,t} + \eta_j(\delta_{i,t}, u_{j,i,t}), \quad (4.20)$$

a alocação ótima  $u_{j,i,t}$  está definida em termos de  $\nu$ . Desse modo a expressão seguinte é uma condição necessária para todo  $j$  ser ótimo absoluto.

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial u_{j,i,t}} u_{j,i,t} + \eta_j(\delta_{i,t}, u_{j,i,t}) = \frac{\partial \eta_{j'}}{\partial u_{j',i,t}} u_{j',i,t} + \eta_{j'}(\delta_{i,t}, u_{j',i,t}) \quad (4.21)$$

Assim,  $\eta_{j'}$  é diretamente proporcional a  $\eta_j$  e pode ser verificado que

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial u_{j,i,t}} u_{j,i,t} + \eta_j(\delta_{i,t}, u_{j,i,t}) = \frac{\partial \eta_j}{\partial u_{j,i,t}} k_j u_{j,i,t} + \eta_j(\delta_{i,t}, k_j u_{j,i,t}), \quad (4.22)$$

o qual implica em  $u_{j',i,t} = k_j u_{j,i,t}$ .  $\square$

Dessa forma, conclui-se que a solução ideal para a curva colina escalável é colocar todas as unidades geradoras no mesmo nível de eficiência e isso é alcançado dividindo proporcionalmente a demanda pelas unidades. Além disso, como a queda líquida  $\delta_{i,t}$  e o conjunto  $\mathbb{J}_t$  das unidades disponíveis são conhecida, torna-se mais adequado para alocação de curto prazo.

Um exemplo simples para melhor entendimento dessa proposta é apresentado a seguir:

$$\min_x f(x) = \sum_{j=1}^5 (x_j - 4)^2 \quad (4.23)$$

$$s.a. \quad \sum_{j=1}^5 x_j \leq 18. \quad (4.24)$$

A função objetivo  $f(x)$  é composta pelo somatório das cinco funções convexas definidas em (4.23). Essas representam as funções de eficiência das unidades geradoras dada uma queda líquida conhecida  $\delta$ . Considerando, nesse caso, que todas as unidades têm o mesmo rendimento, então  $k_j = 1 \forall j$ , com  $j \in \{1,2,3,4,5\}$  e a restrição do problema será apenas para a vazão turbinada na usina.

É fácil perceber, após encontrar a solução do problema dada por

$$x^* = [3.6, 3.6, 3.6, 3.6, 3.6]^T, \quad (4.25)$$

que a demanda (18) foi igualmente dividida entre as unidades geradoras.

Uma formulação alternativa é considerar o mínimo uso de água, ou seja, minimizar a vazão turbinada e atender a demanda  $D$  previamente estabelecida. Essa formulação pode ser verificada na seção 4.5 em que também é considerado o número de unidades geradoras disponíveis, operando de forma conjunta em um dado instante de tempo  $t$ . Uma estratégia para lidar com um número variável de unidades é apresentada a seguir.

## 4.5 Unit Commitment baseado na demanda total

Dado o problema de otimização:

$$\min_{u,n} \quad f = \sum_{j \in \mathbb{J}_{n,t}} u_{j,i,t} \quad (4.26)$$

$$s.a. \quad D_{i,t} - \kappa \sum_{j \in \mathbb{J}_{n,t}} \eta_{j,i}(\delta_{i,t}, u_{j,i,t}) \delta_{i,t} u_{j,i,t} \leq 0 \quad (4.27)$$

$$\underline{u}_{j,i} \leq u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i}, \forall j \quad (4.28)$$

$$j \in \mathbb{J}_{n,t} \subseteq \mathbb{J}_t \quad (4.29)$$

$$n = |\mathbb{J}_{n,t}|, \quad (4.30)$$

em que  $\eta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  representa a curva colina,  $\delta_{i,t}$  é a queda líquida da usina  $i$  no tempo  $t$ ,  $u_{j,i,t}$  representa a vazão turbinada da unidade geradora  $j$  da usina  $i$  no tempo  $t$ ,  $n$  é o número de unidades geradoras em operação,  $\mathbb{J}_{n,t}$  é um subconjunto de  $\mathbb{J}_t$ , que representa o número de unidades disponíveis no tempo  $t$ ,  $\underline{u}_{j,i}$  e  $\bar{u}_{j,i}$  são as faixas operativas da unidade  $j$ , ou seja, os limites mínimo e máximo de operação, e  $D_{i,t}$  é a demanda de energia no tempo  $t$ .

Definir  $n$  é um problema complexo, visto que deve-se considerar uma política de ativação de cada unidade, porém, algumas propriedades são exploradas de maneira a simplificar a busca. No Teorema 2 será explorado o número ideal de acionamento de unidades geradoras disponíveis a fim de atender uma certa demanda. Trata-se de uma consequência dos resultados do Teorema 1.

**Teorema 2.** (Número ótimo de unidades geradoras ativas) Dado um conjunto de unidades geradoras com curvas colina escaladas, o número de unidades ativas que minimiza a vazão

total turbinada é o que maximiza a eficiência da geração, colocando todas as unidades no mesmo nível de eficiência.

*Demonstração.* Toma-se como referência os resultados do [Teorema 1](#) e o problema definido pelas equações (4.26)-(4.30). Reescrevendo, tem-se:

$$\min_{u,n} f = u_{1,i,t} \sum_{j \in \mathbb{J}_{n,t}} k_j \quad (4.31)$$

$$s.a. \quad D_{i,t} - \kappa \eta_{1,i}(\delta_{i,t}, u_{1,i,t}) \delta_{i,t} u_{1,i,t} \sum_{j \in \mathbb{J}_{n,t}} k_j \leq 0 \quad (4.32)$$

$$k_j = \frac{u_{j,i,t}}{u_{1,i,t}}, \quad \forall j \quad (4.33)$$

$$\underline{u}_{j,i} \leq u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i}, \quad \forall j \quad (4.34)$$

$$j \in \mathbb{J}_{n,t} \subseteq \mathbb{J}_t \quad (4.35)$$

$$n = |\mathbb{J}_{n,t}|. \quad (4.36)$$

Isto posto, a solução para um dado  $n$ , é

$$u_{1,i,t} \sum_{j \in \mathbb{J}_{n,t}} k_j = \frac{D_{i,t}}{\eta(\delta_{i,t}, u_{1,i,t})}, \quad (4.37)$$

condicionado a

$$\underline{u}_{j,i} \leq u_{j,i,t} \leq \bar{u}_{j,i}, \quad \forall j \quad (4.38)$$

$$j \in \mathbb{J}_{n,t} \subseteq \mathbb{J}_t \quad (4.39)$$

$$n = |\mathbb{J}_{n,t}|. \quad (4.40)$$

Dessa forma, a vazão turbinada mínima é alcançada maximizando a eficiência e configurando todas as unidades com a mesma eficiência.  $\square$

Uma política de ativação de unidades geradoras pode ser sintetizada de acordo com os seguintes passos:

1. Unidades geradoras que podem operar no momento atual;
2. Unidades geradoras que estavam ativas no tempo anterior;
3. A potência no ponto de máxima eficiência (*hill curve*);
4. Unidades geradoras com prazo maior para manutenção programada.

Para uma determinada demanda, mais de um  $n$  pode alcançar a mesma solução ideal, dada a forma usual da curva colina. Esses resultados podem ser usados como base para a otimização do problema de *unit commitment*, fornecendo resultados sólidos, dadas as condições estabelecidas. Para mostrar a validade das considerações tratadas anteriormente, testes em usinas do mundo real são apresentados no [Capítulo 6](#) e resultados numéricos são fornecidos.

## 4.6 Conclusões

Neste capítulo foi demonstrado que um problema de grande porte, quando decomposto em problemas menores, pode ser resolvido mais facilmente. Foi demonstrado também, que o problema do *unit commitment*, em uma de suas estratégias de modelagem, tem melhor solução quando a turbinagem total é distribuída de forma proporcional à curva de eficiência das unidades geradoras. No [Capítulo 5](#) defini-se a metodologia da pesquisa e a coleta de dados.

## 5 Metodologia

Após compreender o problema do *unit commitment* no [Capítulo 3](#), neste capítulo será detalhada a heurística implementada para resolver o problema. Os algoritmos desenvolvidos para solução do *unit commitment* e da heurística proposta para atender uma demanda de vazão por UG também serão apresentados. É oportuno ressaltar que a heurística desenvolvida também se aplicada para demanda de potência e volume do reservatório. Neste trabalho tratou-se apenas da demanda por vazão turbinada para cada unidade geradora.

### 5.1 Heurística implementada

A [Figura 18](#) mostra o fluxograma da heurística proposta para solução do problema do *unit commitment* em uma simulação por demanda de vazão turbinada. Os passos dessa simulação podem ser verificados no [Algoritmo 2](#).

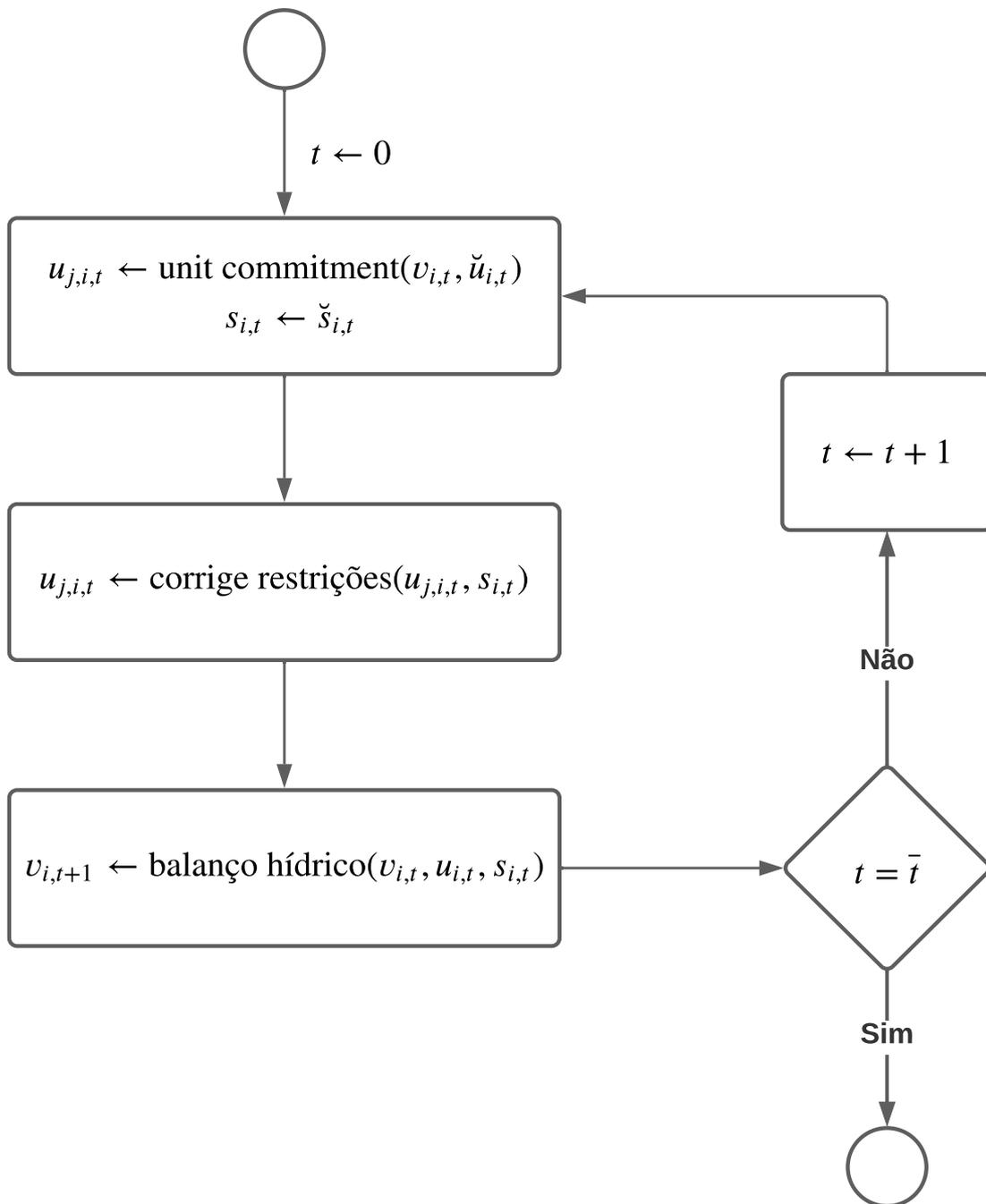
Nesse fluxograma é possível observar que a heurística faz o *unit commitment* em cada tempo já considerando uma política de ordenação prévia e o número de unidades geradoras que serão acionadas. Essa política será detalhada na [seção 5.2](#).

O [Algoritmo 1](#) apresenta a heurística desenvolvida para o *unit commitment*. O parâmetro de entrada  $v_{i,t}$  corresponde ao volume atual,  $q_{i,t}$  corresponde a vazão defluente,  $\check{k}_{i,t}$  é uma demanda, podendo ser a potência desejada  $\check{p}_{i,t}$ , ou a demanda de vazão turbinada total  $\check{u}_{i,t}$ , e  $o_{i,t}$  é um vetor que indica o estado atual de cada unidade geradora da usina em questão (1 quando pode ser operada e 0 caso contrário). Tais valores são passados como argumento da função durante a simulação.

O restante dos parâmetros são valores obtidos da base de dados ou calculados através dos métodos auxiliares:  $\bar{j}_i$  corresponde ao número de unidades geradoras da usina em questão,  $\delta_{j,i}$  é o valor de queda líquida atual, já considerando perdas hidráulicas particulares de cada turbina (quando possível),  $\bar{k}_{j,i}$  e  $\underline{k}_{j,i}$  são as potências,  $\bar{p}_{j,i}$  e  $\underline{p}_{j,i}$ , ou vazões  $\bar{u}_{j,i}$  e  $\underline{u}_{j,i}$  máxima e mínima permitidas, dependendo do tipo de simulação. Por fim,  $\hat{k}_{j,i}$  pode ser o  $\hat{u}_{j,i}$  ou  $\hat{p}_{j,i}$ , que indicam valores de vazão e potência quando a turbina está no seu ponto de máxima eficiência, tais valores são calculados através da curva colina para o  $\delta_{j,i}$  atual. O retorno da função é um vetor que indica a vazão turbinada em cada uma das turbinas. Se este valor for zero, indica que a turbina não está sendo operada.

O [Algoritmo 1](#) é composto basicamente por duas etapas principais: definir quantas unidades geradoras deverão ser operadas e, em seguida, operá-las em um ponto a fim de obter o maior rendimento.

Figura 18 – Fluxograma esquemático da heurística proposta para demanda de vazão.



Fonte: De autoria própria.

Inicialmente, é definido a ordem de acionamentos das turbinas, nesse ponto as manutenções programadas para o instante  $t$  em questão já são consideradas, de forma a minimizar acionamentos desnecessários, conforme explicado a seguir na [seção 5.2](#).

Em seguida, a quantidade de turbinas ligadas é definida através de uma análise de sensibilidade que avalia o desvio de cada turbina em relação ao seu ponto de máxima

**Algorithm 1** *Unit commitment***Input:**  $v_{i,t}, q_{i,t}, \check{k}_{i,t}, o_{i,t}, \bar{j}_i, \delta_{j,i,t}, \bar{k}_{j,i}, \underline{k}_{j,i}, \hat{k}_{j,i}, u_{j,i,t-1}$ **Output:** vetor de  $u_{j,i,t} \forall j$ 


---

```

1: function UNITCOMMITMENT
2:    $\mathbb{J} \leftarrow \text{ordena}(u_{j,i,t-1}, o_{j,i,t}, \hat{k}_{j,i,t})$            ▷ Estabelecendo ordem de acionamentos
3:    $n \leftarrow \text{analisa\_sensibilidade}(k_{i,t}, \hat{k}_{j,i,t})$        ▷ Definindo quantas unidades acionar
4:    $k \leftarrow 0$                                              ▷ Variável auxiliar que armazena o que já foi produzido
5:   for  $j \in \mathbb{J}_n$  do                                       ▷ Varredura nas turbinas a serem ligadas
6:      $k_j \leftarrow \hat{k}_{j,i}$                                    ▷ Colocando no ponto mais eficiente
7:      $k \leftarrow k + \hat{k}_{j,i}$                                ▷ Atualizando o valor produzido
8:   end for
9:    $k^- \leftarrow \check{k}_{i,t} - k$                                ▷ O que falta para produzir ou o que foi produzido a mais
10:  for  $j \in \mathbb{J}_n$  do
11:     $k_j \leftarrow \hat{k}_{j,i} + k^- b \mid b \propto \hat{k}_{j,i}$        ▷ Nova demanda da turbina em questão
12:    if  $k_j < \underline{k}_{j,i}$  then                               ▷ Demanda desejada fora da faixa operativa
13:       $k_j \leftarrow \underline{k}_{j,i}$                            ▷ Turbina analisada irá operar no ponto mínimo
14:       $k \leftarrow k + \underline{k}_{j,i}$                            ▷ Atualiza o valor produzido
15:       $k^- \leftarrow \check{k}_{i,t} - k$                            ▷ Atualiza a demanda restante
16:    else if  $k_n > \bar{k}_{i,j}$  then                             ▷ Tentando produzir mais que o possível
17:       $k_j \leftarrow \underline{k}_{j,i}$                            ▷ Turbina analisada irá operar no ponto máximo
18:       $k \leftarrow k + \bar{k}_{j,i}$                                ▷ Atualiza o valor produzido
19:       $k^- \leftarrow \check{k}_{i,t} - k$                            ▷ Atualiza a demanda restante
20:    else                                                     ▷ Caso comum, apenas produzir demanda desejada
21:       $k \leftarrow k + \check{c}_{j,i,t}$                                ▷ Atualiza o valor produzido
22:       $k^- \leftarrow \check{k}_{i,t} - k$                            ▷ Atualiza a demanda restante
23:    end if
24:  end for
25:   $u_{j,i,t} \leftarrow \text{converte\_para\_vazão}(k_{j,i,t}, \delta_{j,i,t})$ 
26: end function

```

---

eficiência para cada condição operativa, escolhendo a melhor delas.

O primeiro laço (for da linha 5) é executado a fim de ligar o número necessário de turbinas no ponto mais eficiente. Em seguida, é calculado o valor  $k^-$  que corresponde, dependendo do sinal, ao que foi produzido a mais ou ao que falta ser produzido ao escolher o número de turbinas a serem ligadas. Um segundo laço (for da linha 10) é executado a fim de distribuir esse restante em todas as turbinas, dando preferência às turbinas que produzem mais.

Os condicionais das linhas 12 e 16 são casos menos usuais que podem ocorrer quando a faixa operativa da turbina em questão é muito restrita, desse modo, a nova demanda a ser produzida pode não respeitá-la. Se a demanda for menor que o mínimo, a turbina em questão será operada em seu valor mínimo e as variáveis utilizadas para calcular a nova demanda de cada turbina são devidamente atualizadas, o mesmo ocorre de maneira análoga no caso da demanda ser maior que máximo possível.

Ao final do segundo laço, tem-se a divisão da demanda total entre cada turbina  $j_{j,i,t}$ , tais valores são convertidos para vazão de acordo com o tipo da demanda: apenas atribuindo no caso de uma demanda de vazão, ou utilizando um cálculo inverso da curva colina  $\eta_{j,i}$  no caso da demanda de potência, de forma a garantir o retorno em vazão turbinada.

## 5.2 Ordenação inicial de acionamento

O método de ordenação da linha 2 se faz necessário pois além de produzir a demanda buscando a maior eficiência possível, deseja-se também minimizar a quantidade de acionamentos e desligamentos de turbina, uma vez que isso interfere na vida útil do equipamento.

A ordem utilizada pode ser atualizada basicamente seis atributos, apresentados a seguir do mais importante para o menos importante:

1. Turbinas que podem operar no instante de tempo atual, ou seja  $o_{j,i,t} = 1$  para o instante  $t$  analisado;
2. Turbinas que estavam ligadas no instante anterior, ou seja  $u_{j,i,t-1} > 0$  para o instante  $t$  analisado;
3. A potência no ponto de máxima eficiência, ou seja, turbinas com  $\hat{p}_{j,i}$  maior serão acionadas primeiro;
4. Turbinas que estão longe de serem desligadas devido a manutenção programada;
5. Turbinas com valor de perda hidráulica menor, possibilitando uma maior queda líquida, conforme explica [subseção 2.8.2](#);
6. O valor mínimo de potência, ou seja, turbinas com  $\underline{p}_{j,i}$  maior serão acionadas primeiro.

## 5.3 Simulação por vazão turbinada

O [Algoritmo 2](#) apresenta a tomada de decisão básica desse modo de simulação. A entrada da rotina de simulação é um vetor  $\gamma_i$  contendo a afluência natural de cada usina da cascata,  $v_{i,0}$  corresponde ao volume inicial do reservatório (em  $t = 0$ ),  $o$  é uma matriz que indica quando cada unidade geradora pode ou não operar em cada instante de tempo, e  $\check{q}_{i,t}$  é a demanda de vazão defluente. A saída do simulador é uma matriz  $R$  indicando a violação das restrições, caso haja, bem como o vetor com a vazão defluente.

**Algorithm 2** Simulação por demanda de vazão.

**Input:** Vazão natural afluente  $\gamma_{i,t}$ , volume inicial  $v_{i,0}$ , demanda de vazão defluente  $\check{q}_{i,t}$ , volume máximo  $\bar{v}_i$ , volume mínimo  $\underline{v}_i$ , restrições de funcionamento de unidades geradoras  $o_{j,i,t}$ .

**Output:** Vazões (turbinada e vertida) por unidade geradora de todas as usinas para cada instante de tempo  $u_{j,i,t}, s_{i,t}, \forall j, i, t$ , matriz de restrições violadas  $R$ , volume de cada reservatório no decorrer da simulação  $v_{i,t}$ .

```

1: function DISCHARGESIMULATION( $\gamma_{i,t}, v_{i,0}, \check{q}_{i,t}, \bar{v}_i, \underline{v}_i, o_{j,i,t}$ )
2:   for  $t \in \{0, \dots, \bar{t}\}$  do
3:     for  $i \in \{0, \dots, n\}$  do
4:        $q_{i,t} \leftarrow \check{q}_{i,t}$ 
5:        $v_{i,t+1} = v_{i,t} +$   $\triangleright$  Equação do balanço hídrico, detalhada em (2.27)
6:          $[\gamma_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} (1 + \lfloor \tau_k \rfloor - \tau_k) q_{k,t - \lfloor \tau_k \rfloor} + (\tau_k - \lfloor \tau_k \rfloor) q_{k,t - \lfloor \tau_k \rfloor} - q_{i,t} - c_{i,t}] \Delta$ 
7:        $s_{i,t} \leftarrow 0$   $\triangleright$  Vertimento inicial sempre zero
8:       if  $v_{i,t+1} \geq \underline{v}_i$  then  $\triangleright$  Verificando limitação de volume mínimo
9:         if  $v_{i,t+1} \geq \bar{v}_i$  then  $\triangleright$  Próximo volume pode ultrapassar o máximo
10:           $q_{i,t} \leftarrow \max(q) \mid v_{i,t+1} = \bar{v}_i$   $\triangleright$  Deixa passar uma vazão maior
11:          if  $q_{i,t} > \bar{u}_i$  then  $\triangleright$  Não é possível turbinar toda vazão defluente
12:             $s_{i,t} \leftarrow q_{i,t} - \bar{u}_i$   $\triangleright$  Começa a verter
13:          end if
14:        end if
15:        else if  $v_{i,t} > \underline{v}_i$  then  $\triangleright$  Volume atual dentro do limite
16:           $q_{i,t} \leftarrow \max(q) \mid v_{i,t+1} = \underline{v}_i$   $\triangleright$  Turbina o máximo possível sem violar limite
17:        else  $\triangleright$  Restrição de volume mínimo já quebrada
18:           $q_{i,t} \leftarrow 0$ 
19:        end if
20:         $\check{u}_{i,t} \leftarrow q_{i,t} - s_{i,t}$   $\triangleright$  Demanda a ser turbinada
21:         $u_{i,t} \leftarrow \text{UNITCOMMITMENT}(v_{i,t}, \check{u}_{i,t}, o_{i,t})$   $\triangleright$  UC por vazão
22:         $p_{i,t} \leftarrow \sum_{j=1}^{\bar{j}} \eta(u_{j,i,t}, \delta_{j,i,t}) u_{j,i,t} \delta_{j,i,t}$   $\triangleright$  Potência
23:         $q_{i,t}, p_{i,t}, s_{i,t}, R \leftarrow \text{CONSTRAINTS}(q_{i,t}, p_{i,t})$   $\triangleright$  Não violar demais restrições
24:         $v_{i,t+1} = v_{i,t} +$   $\triangleright$  Atualiza volume utilizando a nova defluência
25:           $[\gamma_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} (1 + \lfloor \tau_k \rfloor - \tau_k) q_{k,t - \lfloor \tau_k \rfloor} + (\tau_k - \lfloor \tau_k \rfloor) q_{k,t - \lfloor \tau_k \rfloor} - q_{i,t} - c_{i,t}] \Delta$ 
26:      end for
27:    end for
28: end function

```

## 5.4 Coleta e tratamento de dados

Os dados foram coletados a partir do simulador energético desenvolvido (OPTIMAL, 2022), devido à seu alto nível de detalhamento, um produto consolidado utilizado na prática por diversas usinas do SIN.

Além de todo o cadastro relacionado a cada usina que deve ser simulada, incluindo suas restrições operativas, cabe ao operador definir também a demanda de cada usina, a Figura 19 mostra a tela utilizada para definir essa demanda.

Figura 19 – Tela de edição de demandas, retirado do *software HPO*.

Programação (MW) Simulação (Geração) Concluída 29/01/2022 - 10:42

29/01/2022 30/01/2022 Simular Geração

Horas	Camargos				Itutinga					Funil						
	Atual		Sugerido		ONS	Atual		Sugerido		ONS	Atual		Sugerido			
Média	G	V	G	V	G	G	V	G	V	G	G	V	G	V		
	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	2,48	0,0	10,5	0,0	0,0	23,12	0,0	67,82	0,0		
00:00/00:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	1	0,0	102,0	0,0	
00:30/01:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	0,0	130,0	0,0	0,0	
01:00/01:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	0,0	130,0	0,0	0,0	
01:30/02:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	0,0	130,0	0,0	0,0	
02:00/02:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	130,0	0,0	130,0	0,0	0,0	
02:30/03:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	145,5	0,0	145,5	0,0	0,0	
03:00/03:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	17,0	0,0	17,0	0,0	0,0	157,0	0,0	157,0	0,0	0,0	
03:30/04:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	0,0	2	0,0	8,5	0,0	0,0	157,2	0,0	157,2	0,0	
04:00/04:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	0,0	1	0,0	8,5	0,0	0,0	0,0	4	0,0	112,2	0,0
04:30/05:00	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	0,0	1	0,0	8,5	0,0	0,0	0,0	3	0,0	67,2	0,0
05:00/05:30	0,0	0,0	8,0	0,0	0,0	0,0	1	0,0	8,5	0,0	0,0	0,0	3	0,0	25,0	0,0

Fonte: (OPTIMAL, 2022)

Vale ressaltar a discretização semi horária, conforme padrão utilizado pelo ONS, e também a presença de diversas usinas na mesma tela, o que é interessante devido ao balanço hídrico. As usinas que ficam na mesma tela são programadas juntas pois possuem tempo de viagem curto, de forma que a vazão da usina mais a montante impacta nas jusante. Além de permitir o *input* da demanda, a tela também mostra os instantes com quebra de restrições e mostra uma resposta sugerida que tende ser factível, respeitando a restrição violada.

## 6 Resultados Computacionais

Este capítulo tem como objetivo fazer uma análise numérica da estratégia proposta, a fim de validar os resultados obtidos, através de simulações, de acordo com um planejamento energético em cascata real. Para ter uma métrica de comparação, também é analisada a heurística proposta por [Guedes et al. \(2016\)](#) e feita uma comparação numérica entre as duas estratégias.

A implementação usada nos testes é o simulador Hydropower Optimizer, desenvolvido pela Optimal Energy ([OPTIMAL, 2022](#)), que consiste em uma ferramenta computacional implementada em Python que faz todo o cálculo referente ao balanço hídrico e produção de energia (já considerando restrições como as faixas operativas de UGs) com discretização do tempo de meia hora, conforme exigido pelo Operador Nacional do sistema Elétrico (ONS). Para permitir uma validade da comparação, os resultados numéricos obtidos pelo simulador serão apresentados em dois grupos, a saber: heurística proposta e uma heurística abordada por [Guedes et al. \(2016\)](#).

A heurística proposta por [Guedes et al. \(2016\)](#) exige que a demanda desejada seja dividida entre as UGs que vão operar com turbinagem máxima ou serão acionadas na eficiência máxima, não violando as faixas operativas. No entanto, cada instância de caso tem um valor de demanda de turbinagem diferente para cada tempo analisado. Portanto, se for fornecido um valor viável, o volume final de ambas as estratégias é o mesmo. Já na heurística proposta a divisão de operação entre as turbinas é diferente e, de maneira proporcional, resulta em potência produzida diferente, o que é usado como métrica para comparar as heurísticas.

Como a heurística proposta considera uma usina individual com um valor de demanda definido, as usinas a montante não influenciam diretamente se analisada individualmente cada usina. Foram usadas, como caso de teste, duas usinas do sistema brasileiro:

- Três Marias, localizada no rio São Francisco, possui seis unidades geradoras com a mesma curva colina, e reservatório com regulação multi-anual;
- Salto Grande, localizada no rio Santo Antônio (compõe a cascata do Rio Doce), que conta com quatro unidades geradoras divididas em dois grupos diferentes (UGs 1 e 2 com a mesma curva de eficiência, mas as UGs 3 e 4 com outra curva colina) e reservatório com regulação diária.

Na [Tabela 8](#) é apresentada uma comparação em tempo de execução da heurística proposta e o algoritmo MILP proposto na abordagem de [Guedes et al. \(2016\)](#) usando aproximação linear por partes de curva colina. Na coluna 1 da tabela, apresenta-se uma

demanda de vazão, na coluna 2 o tempo de execução, medido em segundos, da proposta deste trabalho e na coluna 3, o tempo de execução gasto usando o procedimento MILP.

Tabela 8 – Heurística proposta x MILP

Demanda de vazão (m <sup>3</sup> /s)	Heurística proposta (s)	MILP (s)
550	0.004	5.579
560	0.004	5.366
570	0.004	7.159
580	0.004	5.540
590	0.004	6.560

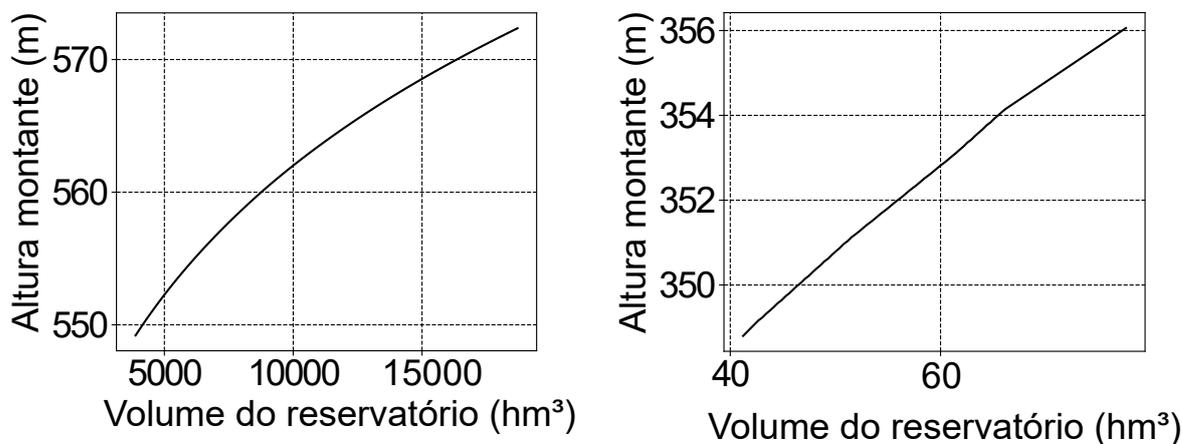
Fonte: Dados da pesquisa.

O tempo médio de execução é de 0,004s para a heurística proposta e 6,041s para o MILP. Pode-se notar que a heurística é aproximadamente 1500 vezes mais rápida que o método MILP. Possui desvio padrão de 0,000179 para a heurística proposta e 0,7811 para o MILP. Isso confirma uma maior estabilidade no tempo de execução da abordagem atual em comparação ao MILP.

## 6.1 Dados da usina

A variação da altura montante e da altura jusante das usinas estudadas pode ser verificada nas [Figura 20](#) e [Figura 21](#). As restrições de nível mínimo e máximo do reservatório são mostradas na [Tabela 9](#).

Figura 20 – Altura montante do reservatório em função do volume.

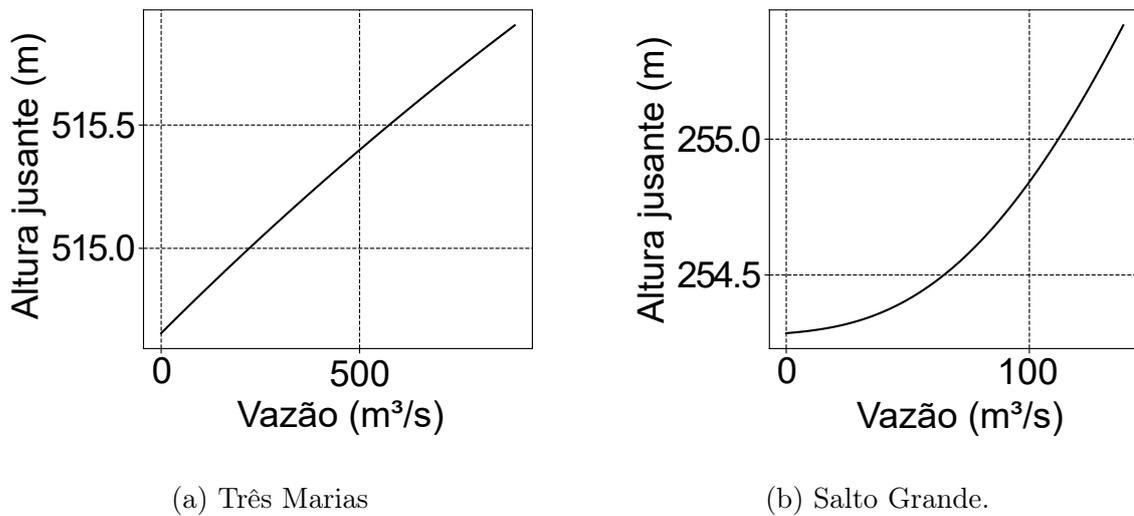


(a) Três Marias

(b) Salto Grande.

Fonte: CEMIG.

Figura 21 – Altura jusante em função da vazão defluente.



(a) Três Marias

(b) Salto Grande.

Fonte: CEMIG.

Tabela 9 – Limites do Reservatório de cada usina.

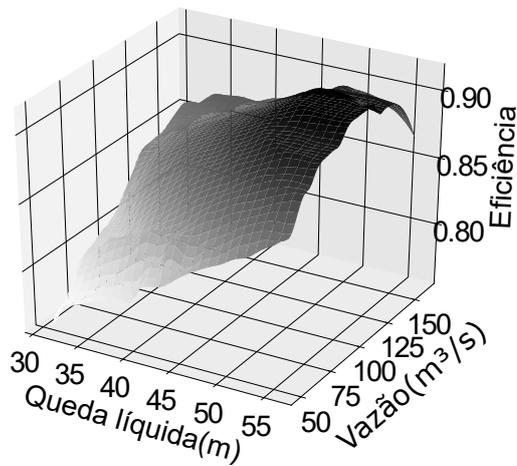
Usina	Altura mínima (m)	Altura máxima (m)
Três Marias	549.2	572.5
Salto Grande	348.8	356.12

Fonte: CEMIG.

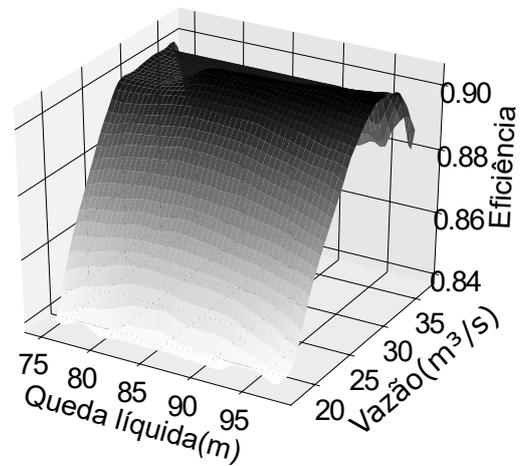
## 6.2 Dados da unidade geradora

A [Figura 22](#) apresenta todas as curvas colina usadas nos testes numéricos. Diferentemente da abordagem vista em [Guedes et al. \(2016\)](#), que usa uma interpolação linear por partes, usou-se, nessa proposta, uma interpolação spline cúbico com o objetivo de evitar a presença de platô, comprometendo, assim, o valor ótimo de eficiência.

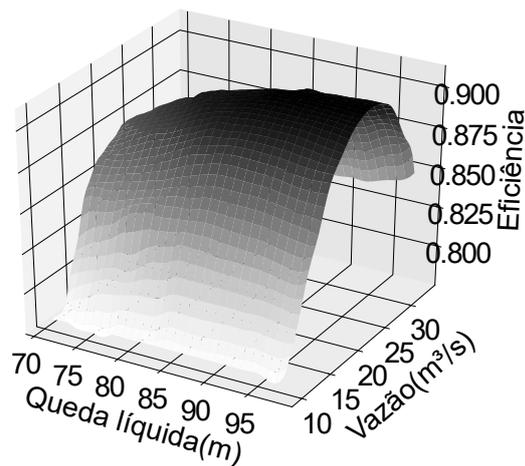
Figura 22 – Curvas colina usadas nos testes numéricos .



(a) Três Marias



(b) Salto Grande, grupo 1, GUs 1 e 2.



(c) Salto Grande, grupo 2, GUs 3 e 4.

Fonte: CEMIG.

As faixas operativas de cada unidade geradora das usinas estudadas são mostradas em [Tabela 10](#) até [Tabela 12](#). Salto Grande apresenta um número reduzido de faixas devido à baixa capacidade de geração.

Tabela 10 – Faixas operativas das UGs de Três Marias.

Intervalo de queda bruta (m)	Potência mínima permitida, $\underline{p}_{j,i}$ (MW)	Potência máxima permitida, $\bar{p}_{j,i}$ (MW)
[56, 58]	35	66
[54, 56)	33	63
[52, 54)	33	63
[50, 52)	33	63
[48, 50)	30	55
[46, 48)	30	55
[44, 46)	22	55
[42, 44)	22	53
[40, 42)	22	50
[38, 40)	22	47
[36, 38)	20	43
[34, 36)	18	39
[32, 34)	18	37

Fonte: ONS.

Tabela 11 – Faixa operativa das UGs de Salto Grande - grupo 1.

Cota montante (m)	Potência mínima permitida, $\underline{p}_{j,i}$ (MW)	Potência máxima permitida, $\bar{p}_{j,i}$ (MW)
[348, 356]	17	27

Fonte: ONS.

Tabela 12 – Faixas operativas das UGs de Salto Grande - grupo 2.

Cota montante (m)	Potência mínima permitida, $\underline{p}_{j,i}$ (MW)	Potência máxima permitida, $\bar{p}_{j,i}$ (MW)
[352.1, 356]	15	24
[348, 352]	14	23

Fonte: ONS.

Em relação às perdas hidráulicas no canal de adução, Três Marias possui um valor diferente para cada UG, usando um polinômio quadrático como pode ser observado na [Tabela 13](#).

Para Salto Grande, as perdas hidráulicas apresentam uma variação menor e os testes utilizam uma perda hidráulica proporcional à queda bruta. O coeficiente utilizado foi igual a 6,06% do valor atual da altura bruta, resultando em valores iguais para queda líquida em todas as unidades geradoras.

Tabela 13 – Perdas hidráulicas para Três Marias.

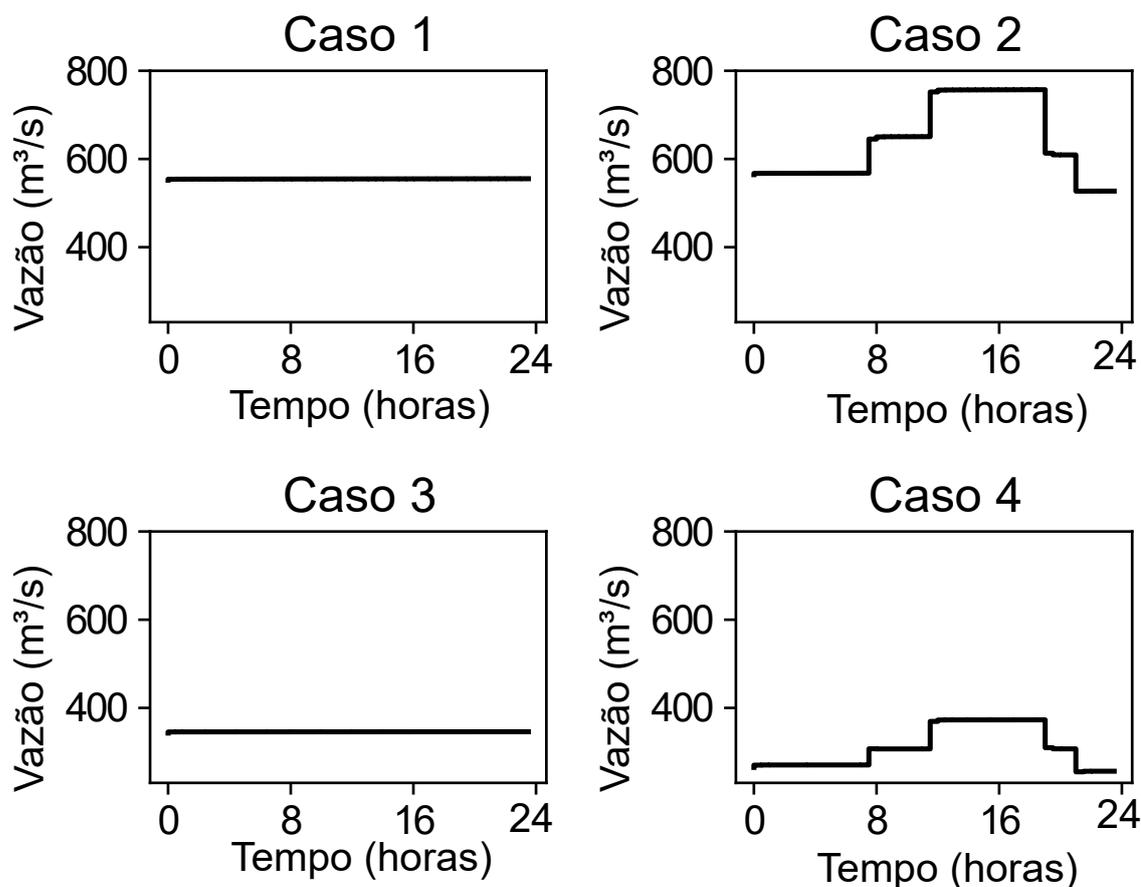
Unidade Geradora	Parâmetro Polinomial ( $\cdot 10^{-6}$ )
1	49.290
2	47.101
3	46.395
4	43.637
5	43.940
6	46.395

Fonte: ONS.

### 6.2.1 Teste 1 - Usinas com UGs iguais

A instância simulada tem um tempo de viagem de um dia, com afluência constante igual a  $80 \text{ m}^3/\text{s}$  e volume inicial igual a 34,24% do volume útil. Quatro casos são considerados com diferentes valores de demanda, como apresentado na [Figura 23](#).

Figura 23 – Demanda de vazão turbinada de cada caso teste para Três Marias.



Fonte: Dados da pesquisa.

Os casos estudados foram desenvolvidos de forma a avaliar o comportamento heurístico em diferentes condições. Como pode ser observado, nos casos 1 e 2, a demanda é alta e isso exigiu uma grande produção de energia. Desta forma, foi necessário que mais da metade das turbinas disponíveis fossem operadas. Por outro lado, os casos 3 e 4, com uma demanda menor, exigiu a ativação de menos unidades disponíveis.

Cada nível de demanda tem dois perfis de variação diferentes, sendo que os casos 1 e 3 têm uma produção constante, o que representa uma estratégia de operação muito conservadora, enquanto os casos 2 e 4 têm níveis de demanda diferentes ao longo do dia, o que simula uma operação mais próxima do perfil de carga do sistema, com maior geração/demanda até o final da tarde.

Os resultados de cada caso são apresentados em [Tabela 14](#) para as duas estratégias. Como demonstrado, a heurística proposta resulta em uma maior produção de energia usando o mesmo volume de água o que a torna mais eficiente em comparação com a abordagem usada em [Guedes et al. \(2016\)](#). Vale ressaltar também o ganho, em R\$, para um período de um dia (24 horas) considerando o Preço de Liquidação das Diferenças médio (PLD).

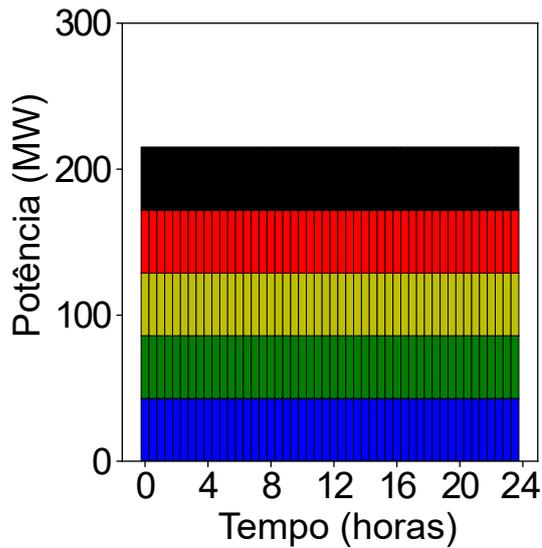
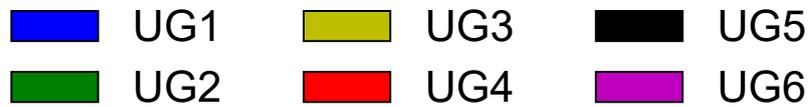
Tabela 14 – Energia total produzida (GWh) em Três Marias.

	Heurística proposta	Heurística (GUEDES et al., 2016)	Ganho em R\$ (PLD=R\$310,00)
Caso 1	5.160	5.134	8.060,00
Caso 2	5.913	5.899	4.340,00
Caso 3	3.240	3.237	930,00
Caso 4	2.897	2.890	2.170,00

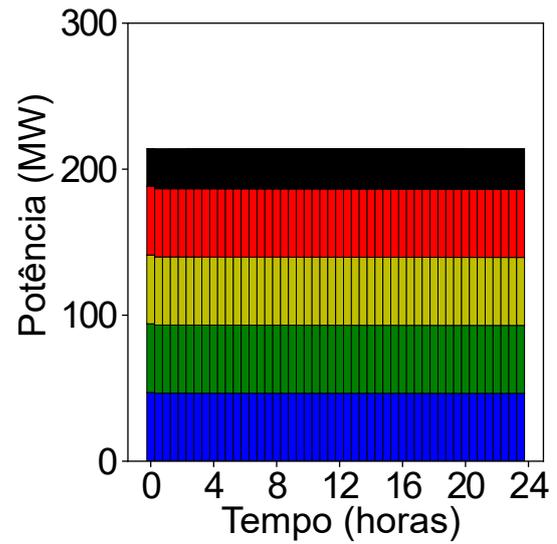
Fonte: Dados da pesquisa.

É interessante verificar, além da energia total produzida por cada estratégia, a produção individual das turbinas em cada instante. As [Figura 24](#) e [Figura 25](#) demonstram essas informações nos quatro casos e nas duas estratégias.

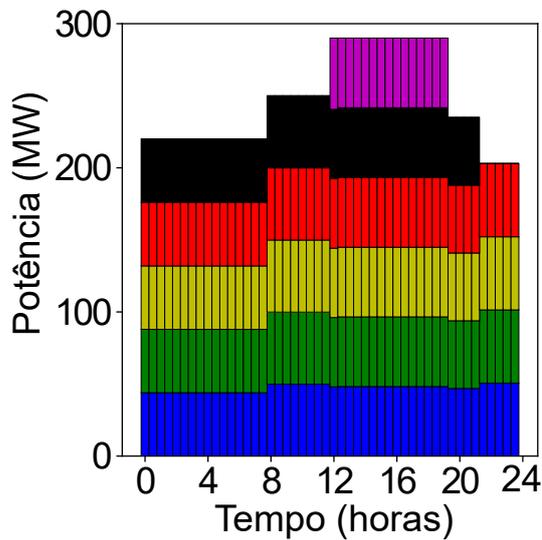
Figura 24 – *Unit commitment* aplicado em Três Marias para cada caso teste 1 e 2, sendo que o eixo y representa potência (MW) e o eixo x é o tempo (horas).



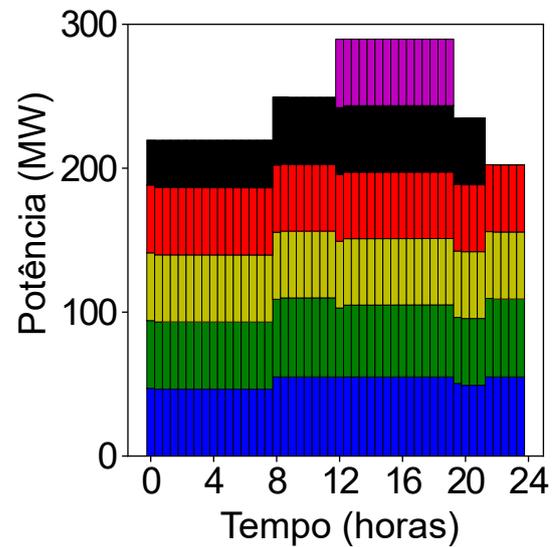
(a) Caso teste 1, heurística proposta



(b) Caso teste 1, (GUEDES et al., 2016).



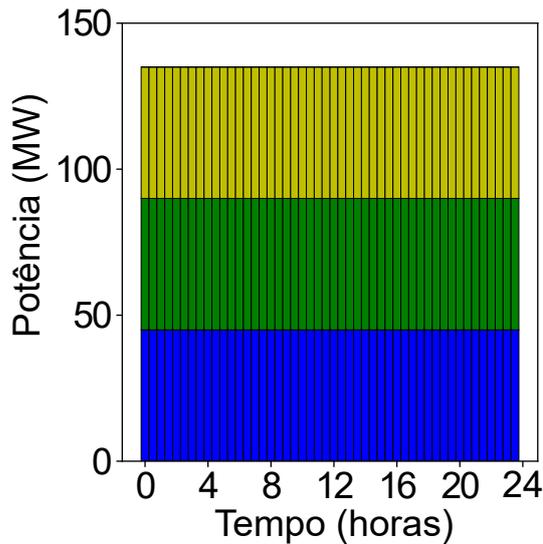
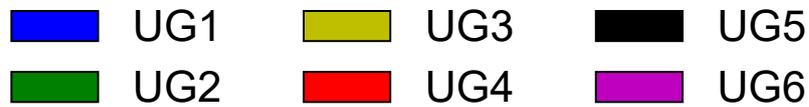
(c) Caso teste 2, heurística proposta



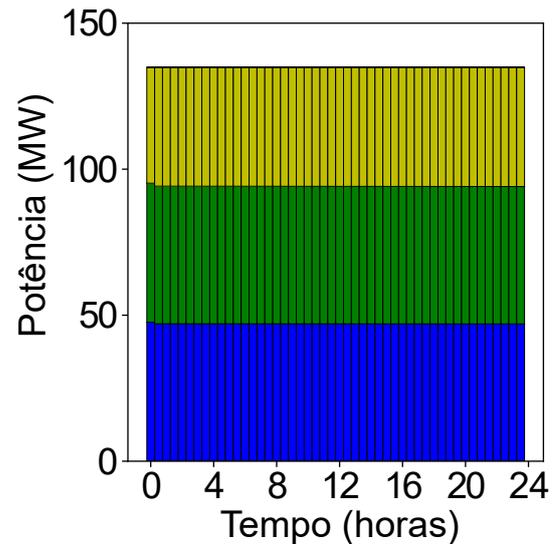
(d) Caso teste 2, (GUEDES et al., 2016).

Fonte: Dados da pesquisa.

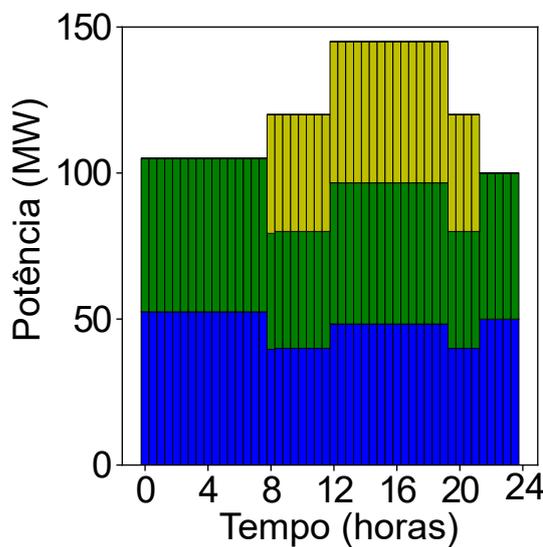
Figura 25 – *Unit commitment* aplicado em Três Marias para cada caso teste 3 e 4, sendo que o eixo y representa potência (MW) e o eixo x é o tempo (horas).



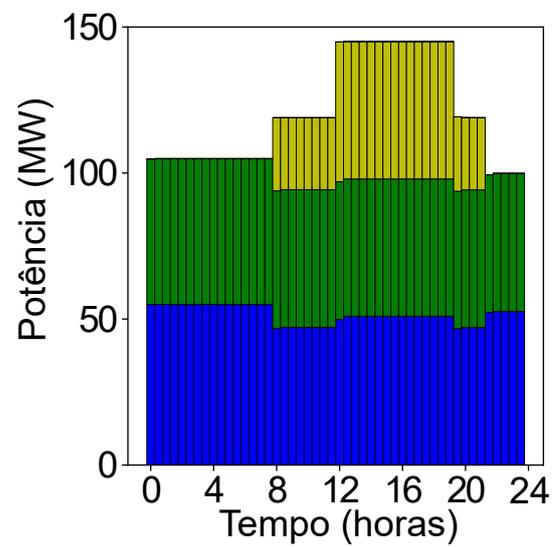
(a) Caso teste 3, heurística proposta



(b) Caso teste 3, (GUEDES et al., 2016).



(c) Caso teste 4, heurística proposta



(d) Caso teste 4, (GUEDES et al., 2016).

Fonte: Dados da pesquisa.

Nesses casos testes, a heurística proposta divide a demanda de turbinagem igualmente entre as unidades ativadas, isso se dá devido a usina em estudo possuir todas as

turbinas com a mesma curva de eficiência.

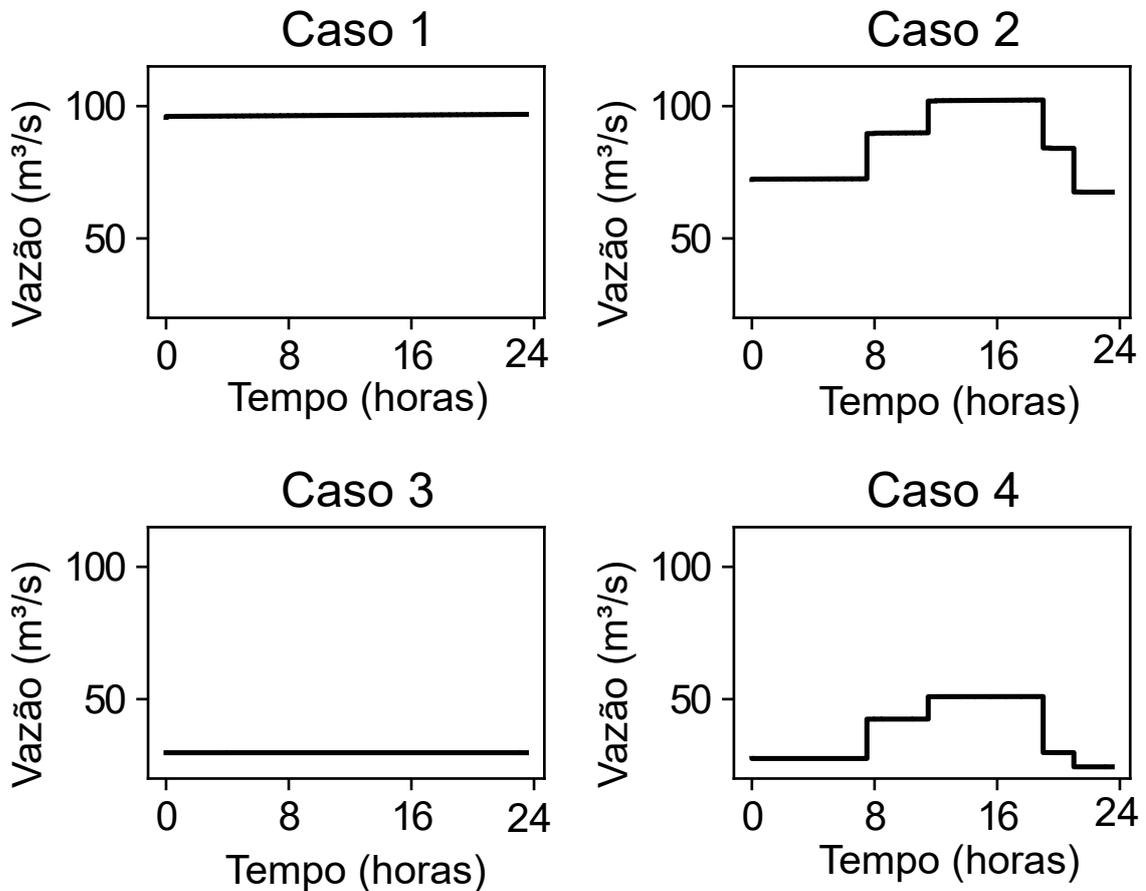
Por outro lado, a heurística proposta por [Guedes et al. \(2016\)](#) pode ter uma turbina operando de maneira diferente das outras. O caso teste 1, a [Figura 24b](#) mostra isso claramente, as 4 primeiras turbinas estão operando com a mesma produção (no ponto de maior eficiência), mas a última UG está produzindo um valor mais baixo. Esse fato resulta na maioria das turbinas operando com a melhor eficiência e a apenas uma turbina com um valor substancialmente baixo.

Comparando as duas estratégias em relação ao número de turbinas que foram acionadas, não há diferença nos casos considerados, o que sugere que ambas as estratégias podem encontrar um bom número de turbinas acionadas. No entanto, a [Tabela 14](#) mostra que a heurística proposta possui uma divisão melhor entre as turbinas acionadas, se comparada à heurística [Guedes et al. \(2016\)](#), tendo uma geração maior para a mesma turbinagem.

### 6.2.2 Teste 2 - Usinas com UGs diferentes - Salto Grande

Essa instância também contempla um dia de simulação, em que a afluência é constante ao longo do dia e igual a  $60 \text{ m}^3/\text{s}$  e a condição inicial do reservatório é 90,984 % do volume útil. Como no teste anterior, quatro casos de demanda são considerados, os objetivos de cada caso permanecem os mesmos. Como mencionado anteriormente, esta usina possui dois grupos de unidades de curvas de eficiência distintas.

Figura 26 – Demanda de vazão turbinada para cada caso teste para Salto Grande.



Fonte: Dados da pesquisa.

Vale ressaltar que a usina atual possui dois reservatórios e, por esse motivo, possui uma operação específica. Como essa operação não está no escopo do presente trabalho, ambas as estratégias usam a mesma operação relacionada ao túnel entre reservatórios, ou seja, ambos os reservatórios têm a mesma evolução nas duas estratégias comparadas.

Os resultados em [Tabela 15](#) mostram que a heurística proposta também produz uma maior potência, mesmo para usinas com diferentes unidades geradoras. Esse fato comprova que a suposição de curvas colina escaláveis, usadas para a construção da heurística, conforme explicado na [seção 4.4](#), é válido para aplicações reais. Também é apresentado o ganho, em R\$, para a simulação de um período de 24 horas.

Tabela 15 – Energia total produzida (GWh) em Salto Grande.

	Heurística proposta	Heurística (GUEDES et al., 2016)	Ganho em R\$ (PLD=R\$310,00)
Caso 1	1.920	1.813	33.170,00
Caso 2	1.695	1.591	32.240,00
Caso 3	0.600	0.600	-
Caso 4	0.735	0.723	3.720,00

Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 27 mostra o ganho no volume final do reservatório da usina de Salto Grande considerando uma simulação por potência pela heurística proposta em relação à heurística (GUEDES et al., 2016). Vale ressaltar que o reservatório teve um ganho de 0,05% do seu volume para uma mesma demanda de potência no período.

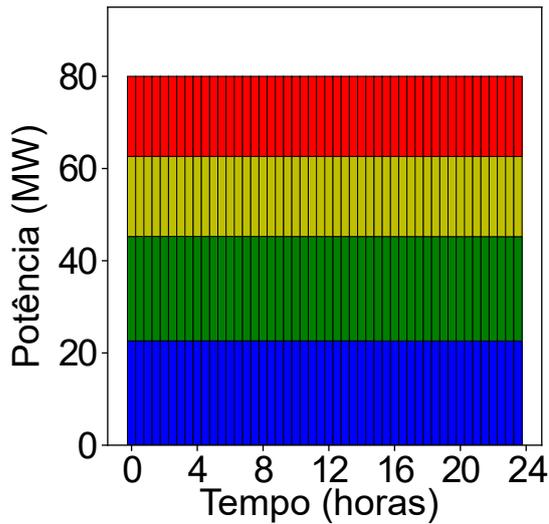
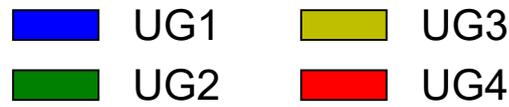
Figura 27 – Ganho no volume final ao longo do período.



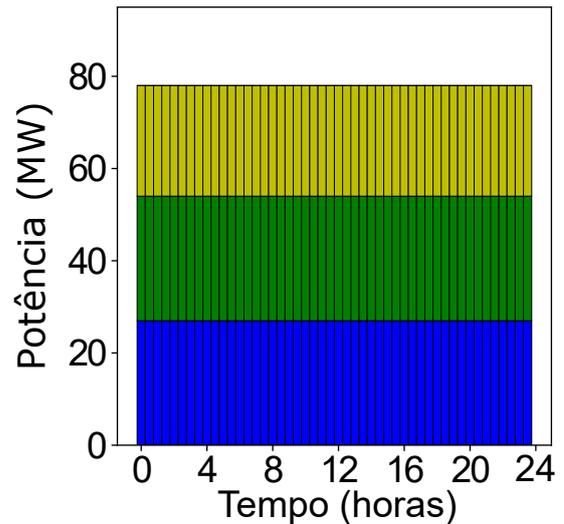
Fonte: Dados da pesquisa.

As Figura 28 e Figura 29 mostram a produção de cada UG para os casos considerados. Vale a pena analisar o caso 3, único em que as duas heurísticas obtêm a mesma produção de energia, porque a demanda de turbinagem requer apenas uma turbina em operação. As figuras Figura 29a e Figura 29b mostram esse fato e, nesse caso, as duas estratégias são equivalentes.

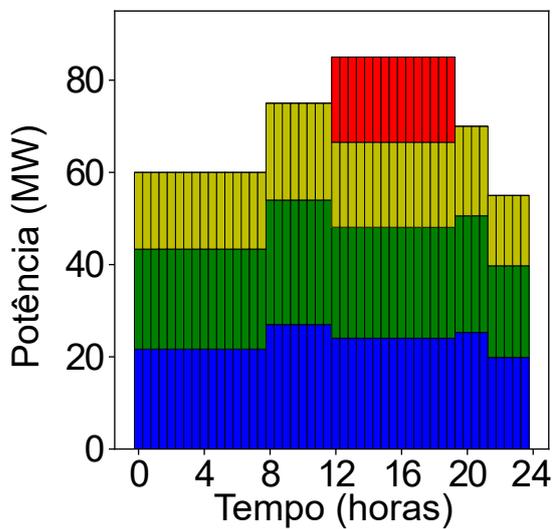
Figura 28 – *Unit Commitment* de Salto Grande para cada caso teste 1 e 2, sendo que o eixo y representa a potência gerada (MW) e o eixo x o tempo (horas).



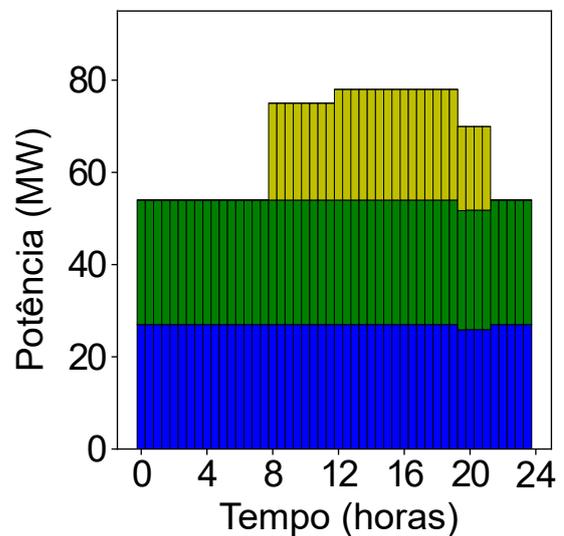
(a) Caso teste 1, heurística proposta



(b) Caso teste 1, (GUEDES et al., 2016).



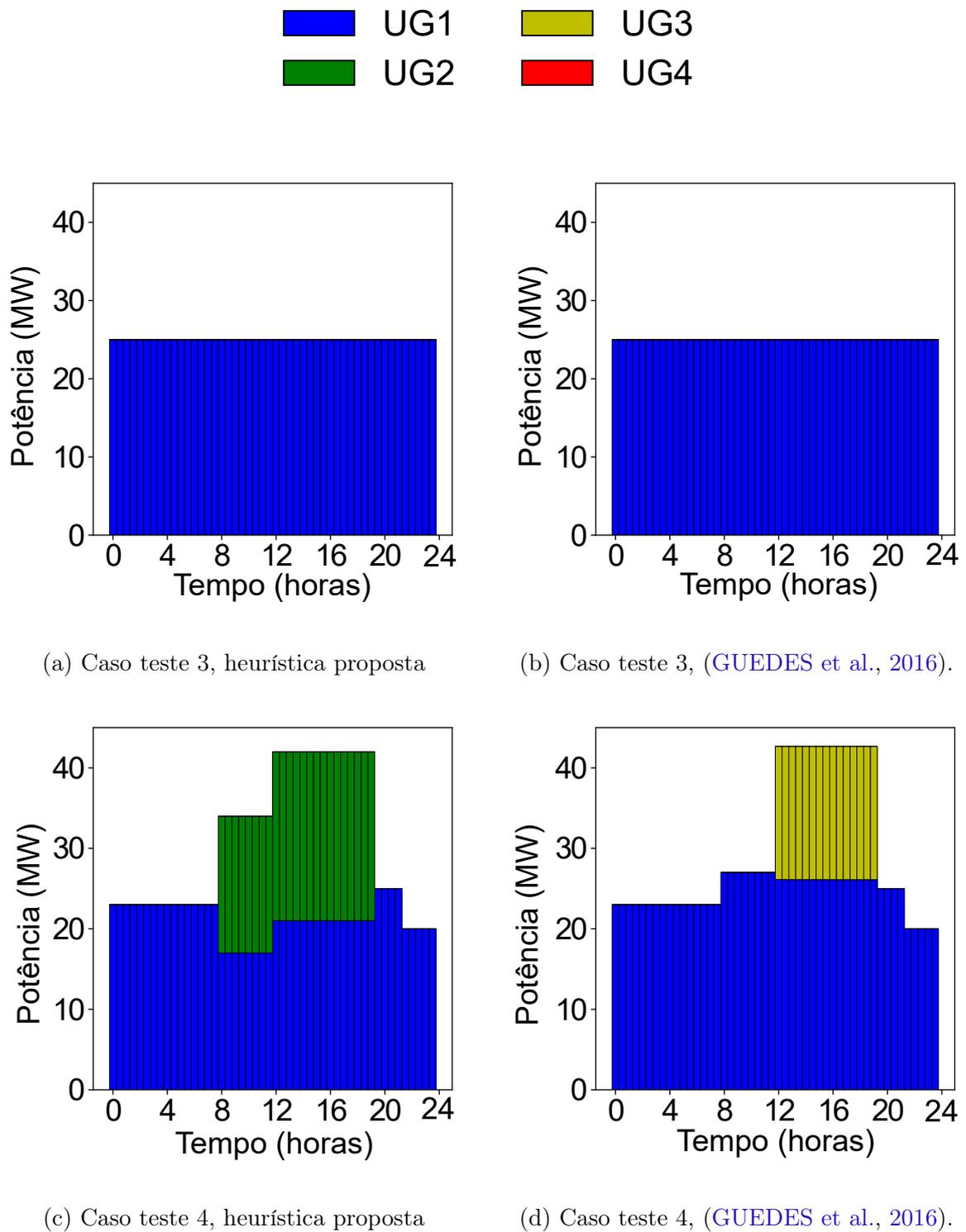
(c) Caso teste 2, heurística proposta



(d) Caso teste 2, (GUEDES et al., 2016).

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 29 – *Unit Commitment* de Salto Grande para cada caso teste 3 e 4, sendo que o eixo y representa a potência gerada (MW) e o eixo x o tempo (horas).



Fonte: Dados da pesquisa.

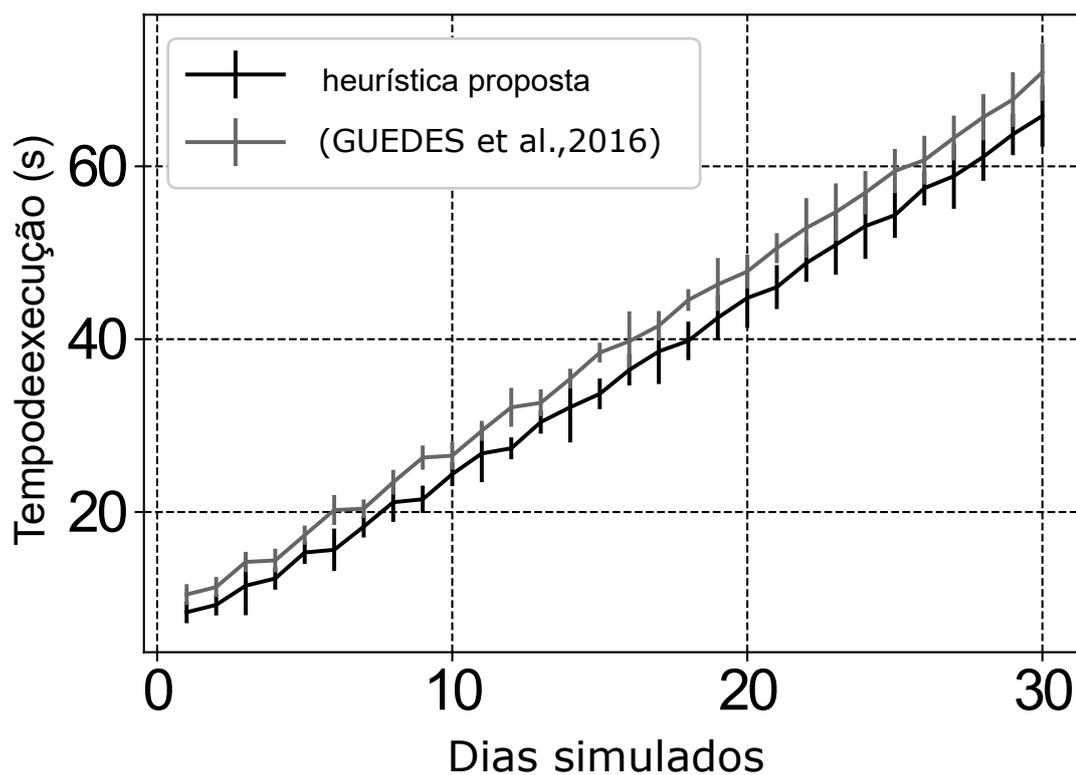
Destaca-se, por oportuno, que ocorreram alguns eventos que requerem uma atenção especial, dentre eles: diferentemente do teste anterior, o número de turbinas em operação

é diferente em algumas condições. Por exemplo, o primeiro caso mostra que a usina pode alcançar uma produção mais alta com turbinas operando em uma escala de turbinagem mais elevada; para isso, a produção das três primeiras turbinas é levemente diminuída, a fim de ativar a última e como demonstra a [Tabela 15](#), isso resulta em uma geração maior. Esse fato também ocorreu em alguns instantes dos casos 2 e 4.

### 6.2.3 Teste 3 - Desempenho do algoritmo nas duas heurísticas

A heurística proposta foi testada em simulações com um tempo maior, em dias, com o objetivo de testar seu desempenho. Foram simulados trinta dias de operação de uma usina. Os resultados obtidos com trinta execuções para cada dia são mostrados em [Figura 30](#); os testes usam uma máquina com Intel Xeon E5645 @ 2,4 GHz, 32 GB de RAM e roda no sistema operacional Ubuntu 18.04 LTS.

Figura 30 – Tempo médio de execução .



Fonte: Dados da pesquisa.

Comparando as duas estratégias, a heurística proposta em [Guedes et al. \(2016\)](#) tem um tempo de execução um pouco maior, mas dado o intervalo de confiança, eles são praticamente análogos.

## 6.3 Conclusões

Neste capítulo fez-se a comprovação computacional através de uma ferramenta de simulação Hydropower Optimizer desenvolvido pela Optimal Energy ([OPTIMAL, 2022](#)) sobre as modelagens propostas do *unit commitment* usando como teste duas usinas do mundo real. A modelagem proposta foi comparada com outra proposta da literatura e comprovou-se ser mais eficiente.

## 7 Conclusão

Este trabalho apresentou alguns resultados analíticos relativos ao problema de *unit commitment* usando uma decomposição dual não linear. Para curvas colina não lineares gerais, dois teoremas foram desenvolvidos mostrando como dividir a turbinagem entre as UGs, e qual é o número ideal de UGs que devem ser acionadas. O segundo teorema baseia-se na política de operação definida no primeiro teorema. O problema resultante pode ser facilmente resolvido por cálculos aritméticos simples em um pequeno problema de enumeração.

Os teoremas juntos forneceram uma visão clara da natureza da solução ótima no problema de UC. Ao contrário de muitos trabalhos anteriores que se baseiam na decomposição dual, nossos resultados não consideraram nenhuma linearização, aplicando a decomposição dual não linear no problema não linear original.

Os resultados e o contexto da abordagem proposta foram baseados em uma operação real de 18 usinas hidrelétricas no Brasil, que devem seguir uma meta de demanda semi-horária pré-definida  $D_{i,t}$ . O operador nacional do sistema (ONS) define essa demanda por meio de um software de otimização MILP que não é capaz de analisar o *unit commitment*, faixas operativas das UGs e muitas outras restrições.

Finalmente, nossa abordagem é comparada com alguns resultados anteriores e provou sua qualidade no mundo real.

### 7.1 Trabalhos Futuros

- Atentar para manutenções programadas da UGs;
- Incertezas de afluências;
- Acoplamento hidráulico;
- Restrições violadas (caso permitam);
- Comparar com mais heurísticas da literatura.
- Comparar o desempenho do algoritmo com outros *solvers* da literatura, por exemplo, Gurobi Optimizer versão educacional, Muriqui, Artelys Kinitro.

### 7.2 Considerações Finais

A energia elétrica é revolucionária e está diretamente ligada à evolução do mundo moderno. Com o passar dos tempos, a demanda de geração cresce exponencialmente e a geração hidrelétrica, apesar de outras fontes de geração, está no topo dessa demanda.

Com as constantes mudanças climáticas, é fundamental a preservação e o uso racional dos recursos hídricos fazendo com que as usinas hidrelétricas operem de forma eficiente. Nesse sentido, para atender a crescente demanda, as usinas operam forma conjunta, uma vez que o sistema é interligado e cada uma tem uma capacidade instalada diferenciada e em algumas usinas, as UGs são distintas entre si em relação à eficiência. Aproveitar essas diferenças, no momento da geração, provê um ganho considerável na quantidade de energia gerada com a mesma turbinagem. Nesse sentido, esse trabalho buscou explorar essas diferenças de eficiência entre as UGs e propôs uma heurística capaz otimizar a operação, provendo assim um ganho no volume gerado ou uma economia de turbinagem, ou seja, pode-se turbinar menos água e atender a demanda de geração.

# Referências

- AGENCY, I. E. **Renewables 2021**. 2021. Disponível em <<https://www.iea.org/reports/renewables-2021>>. Citado na página 3.
- ANEEL. **Agência Nacional de Energia Elétrica**. [S.l.], 2019. Disponível em: <<https://www.aneel.gov.br>>. Citado na página 1.
- ARAÚJO, R. Modelagem e Otimização hidrelétrica da energia: uma abordagem com emprego de sistemas inteligentes. 2010. Citado na página 19.
- ARCE, A.; OHISHI, T.; SOARES, S. **Optimal Dispatch of Generating Units of the Itaipú Hydroelectric Plant**. [S.l.], 2002. v. 17, n. 1. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 35.
- BERTSEKAS, D. P. **Nonlinear Programming**. 2. ed. [S.l.]: Athena Scientific, 1999. 791 p. ISBN 978-1-886529-05-2. Citado na página 37.
- BRITO, B. H.; FINARDI, E. C.; TAKIGAWA, F. Y. K. ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES METODOLOGIAS PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO COMISSIONAMENTO DE UNIDADES HIDRELÉTRICAS. **XXIII SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – Foz do Iguaçu**, v. 49, n. 23–6, p. 22–23, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 36.
- CATALÃO, J. P.; POUSINHO, H. M.; MENDES, V. M. Mixed-integer nonlinear approach for the optimal scheduling of a head-dependent hydro chain. **Electric Power Systems Research**, 2010. ISSN 03787796. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 36.
- CHAVES, L. et al. Programação Dinâmica Dual: estratégias eficientes aplicadas a problemas estocásticos de coordenação hidrotérmica. **XXIV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**, n. 9, p. 941–911, 2017. Citado na página 34.
- COLONETTI, B.; FINARDI, E. C. Combining Lagrangian relaxation, benders decomposition, and the level bundle method in the stochastic hydrothermal unit-commitment problem. **International Transactions on Electrical Energy Systems**, n. July, 2020. ISSN 20507038. Citado na página 34.
- Cristian Finardi, E.; Reolon Scuzziato, M. Hydro unit commitment and loading problem for day-ahead operation planning problem. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, 2013. ISSN 01420615. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 36.
- DAADAA, M. et al. An optimization model to maximize energy generation in short-term hydropower unit commitment using efficiency points. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Elsevier, v. 125, n. June 2020, p. 106419, 2021. ISSN 01420615. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.106419>>. Citado na página 34.
- Dal’ Santo, T.; Simões Costa, A. Hydroelectric unit commitment for power plants composed of distinct groups of generating units. **Electric Power Systems Research**, 2016. ISSN 03787796. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 36.

- ENERGÉTICA, E. D. P. **Matriz Energética e Elétrica**. 2019. Disponível em <<https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>>. Citado na página 3.
- EPE. 2022 Statistical Yearbook of electricity: 2021 baseline year. 2022. Disponível em: <<http://www.epe.gov.br>>. Citado na página 1.
- ESCALER, X. et al. Detecti on of cavitation in hydraulic turbines. **Mechanical systems and signal processing**, Elsevier, v. 20, n. 4, p. 983–1007, 2006. Citado na página 15.
- FINARDI, E. C.; SCUZZIATO, M. R. A comparative analysis of different dual problems in the Lagrangian Relaxation context for solving the Hydro Unit Commitment problem. **Electric Power Systems Research**, Elsevier B.V., v. 107, p. 221–229, 2014. ISSN 03787796. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2013.10.015>>. Citado na página 32.
- FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. da. Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2006. ISSN 08858950. Citado 3 vezes nas páginas 32, 35 e 36.
- FINARDI, E. C.; TAKIGAWA, F. Y. K.; BRITO, B. H. Assessing solution quality and computational performance in the hydro unit commitment problem considering different mathematical programming approaches. **Electric Power Systems Research**, Elsevier B.V., v. 136, p. 212–222, 2016. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2016.02.018>>. Citado na página 33.
- GLOTIĆ, A.; ZAMUDA, A. Short-term combined economic and emission hydrothermal optimization by surrogate differential evolution. **Applied Energy**, 2015. ISSN 03062619. Citado na página 36.
- GONZÁLEZ-FERNÁNDEZ, R. A.; OVIEDO-SANABRIA, R. E. PLANEJAMENTO ENERGÉTICO DE CURTO PRAZO DA USINA DE ITAIPU CONSIDERANDO INCERTEZAS. **XXIII SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – Foz do Iguaçu**, n. 3, 2015. Citado na página 34.
- GUEDES, L. S. et al. A Unit Commitment Algorithm and a Compact MILP Model for Short-Term Hydro-Power Generation Scheduling. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2016. ISSN 08858950. Citado 14 vezes nas páginas 5, 23, 34, 36, 50, 52, 56, 57, 58, 59, 61, 62, 63 e 64.
- GUEDES, L. S. M. et al. Hydro generation scheduling: nonlinear programming and optimality conditions. 2017. Citado na página 21.
- GUEDES, L. S. M. et al. A continuous compact model for cascaded hydro-power generation and preventive maintenance scheduling. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, 2015. Citado na página 23.
- HÅBERG, M. Fundamentals and recent developments in stochastic unit commitment. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Elsevier, v. 109, n. August 2018, p. 38–48, 2019. ISSN 01420615. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.01.037>>. Citado na página 34.

- KONG, J.; SKJELBRED, H. I.; FOSSO, O. B. An overview on formulations and optimization methods for the unit-based short-term hydro scheduling problem. **Electric Power Systems Research**, v. 178, n. September, 2020. ISSN 03787796. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 36.
- KUMAR, P.; SAINI, R. Study of cavitation in hydro turbines—a review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 14, n. 1, p. 374–383, 2010. Citado na página 15.
- LI, C. A. et al. Hydro unit commitment in hydro-thermal optimization. **IEEE Transactions on Power Systems**, 1997. ISSN 08858950. Citado na página 36.
- LI, X. et al. Hydro unit commitment via mixed integer linear programming: A case study of the three gorges project, China. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 29, n. 3, p. 1232–1241, 2014. ISSN 08858950. Citado na página 36.
- LIMA, R. M. et al. On the computational studies of deterministic global optimization of head dependent short-term hydro scheduling. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 4, p. 4336–4347, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- LISBOA, A. C. et al. Optimal analytic dispatch for tidal energy generation. **Renewable Energy**, v. 108, p. 371–379, 2017. Citado na página 1.
- MARTÍNEZ-CRESPO, J.; USAOLA, J.; FERNÁNDEZ, J. L. Security-constrained optimal generation scheduling in large-scale power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2006. ISSN 08858950. Citado na página 36.
- NIKNAM, T.; KHODAEI, A.; FALLAHI, F. A new decomposition approach for the thermal unit commitment problem. **Applied Energy**, 2009. ISSN 03062619. Citado na página 36.
- NILSSON, O.; SJELVGREN, D. Variable splitting applied to modelling of start-up costs in short term hydro generation scheduling. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 12, n. 2, p. 770–775, May 1997. ISSN 1558-0679. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- ONS. **O que é o SIN**. 2022. Disponível em: <<http://www.ons.org.br/paginas/sobre-o-sin/o-que-e-o-sin>>. Citado na página 2.
- OPTIMAL, E. **Hydropower Optimzer**. 2022. Disponível em: <<https://optimalenergy.com.br/optimal-energy/hydropoweroptimizer/>>. Citado 5 vezes nas páginas 4, 48, 49, 50 e 65.
- PUTZ, D. et al. A comparison between mixed-integer linear programming and dynamic programming with state prediction as novelty for solving unit commitment. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Elsevier, v. 125, n. June 2020, p. 106426, 2021. ISSN 01420615. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.106426>>. Citado na página 34.
- SANTOS. Modelagem Dinâmica de Turbinas Hidráulicas Axiais de Dupla Regulagem para Estudos de Estabilidade Angular Transitória em Sistemas Elétricos de Potência. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- SARAVANAN, B. et al. A solution to the unit commitment problem—a review. **Frontiers in Energy**, v. 7, n. 2, p. 223–236, 2013. ISSN 20951701. Citado na página 32.

- SASAKI, H. et al. A Solution Method of Unit Commitment by Artificial Neural Networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 7, n. 3, p. 974–981, 1992. ISSN 15580679. Citado na página 36.
- SILVA, D. **DIMENSIONAMENTO DE USINAS HIDROELÉTRICAS ATRAVÉS DE TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO EVOLUTIVA**. Tese (Doutorado), 2003. Citado 9 vezes nas páginas 5, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20.
- SIMOPOULOS, D. N.; KAVATZA, S. D.; VOURNAS, C. D. Unit Commitment by an Enhanced Simulated Annealing Algorithm. 2006. Citado na página 36.
- SINGH, V. K.; SINGAL, S. K. Operation of hydro power plants—a review. 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2016.11.169>>. Citado na página 34.
- SKJELBRED, H. I.; KONG, J.; FOSSO, O. B. Dynamic incorporation of nonlinearity into MILP formulation for short-term hydro scheduling. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Elsevier, v. 116, p. 105530, 2020. ISSN 01420615. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105530>>. Citado na página 3.
- SOARES, S. Minimum loss predispach model for hydroelectric power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, 1997. ISSN 08858950. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 36.
- TKIOUAT, M. Unit Commitment Problem in Electrical Power System : A Literature Review. v. 8, n. 3, p. 1357–1372, 2018. Citado na página 34.
- TONG, B.; ZHAI, Q.; GUAN, X. An MILP based formulation for short-term hydro generation scheduling with analysis of the linearization effects on solution feasibility. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 4, p. 3588–3599, 2013. ISSN 08858950. Citado 3 vezes nas páginas 24, 34 e 36.
- WANG, J. et al. Comparison of efficient procedures for hydropower unit commitment. **Energy Reports**, v. 8, p. 2472–2479, 2022. ISSN 2352-4847. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352484722001858>>. Citado na página 34.
- WU, H. et al. A systematic method for constructing feasible solution to SCUC problem with analytical feasibility conditions. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 27, n. 1, p. 526–534, 2012. ISSN 08858950. Citado na página 33.
- WU, Y. K. et al. Review of security-constrained unit commitment in a large power system. **Proceedings of 4th IEEE International Conference on Applied System Innovation 2018, ICASI 2018**, IEEE, p. 1310–1313, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 36.
- YANG, Y.; WU, L. Machine learning approaches to the unit commitment problem: Current trends, emerging challenges, and new strategies. **Electricity Journal**, Elsevier Inc., v. 34, n. 1, p. 106889, 2021. ISSN 10406190. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.tej.2020.106889>>. Citado na página 36.
- ZHANG, Z. et al. An ultra-short-term scheduling model for cascade hydropower regulated by multilevel dispatch centers suppressing wind power volatility. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 134, p. 107467, 2022. Citado na página 3.

# APÊNDICE A – Lista de Publicações

## Internacionais

- VIEIRA, D.A.G.; COSTA, E.E.; CAMPOS, P.H.F.; MENDONÇA, M.O.; SILVA, G.R.L., **A real-time nonlinear method for a single hydropower plant unit commitment based on analytical results of dual decomposition optimization**, Renewable Energy, Volume 192, 2022, Pages 513-525, ISSN 0960-1481, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.04.080>.

## Nacionais

- MENDONÇA, M.O.; CAMPOS, P.H.F.; VIEIRA, D.A.G.; SILVA, G.R.L.; MARTINS, D.C.R.B.; COSTA, E.E.; SALDANHA, R.R., **Heurística para Unit Commitment de Turbinas Hidráulicas Distintas Que Visa Maximizar a Eficiência de Geração de Uma Usina Hidrelétrica e Minimizar o Ligamento/desligamento de Máquinas Considerando Indisponibilidades Programadas**, XXV SNPTEE, 2019.
- MENDONÇA, M.O.; GOMES, L.C.S.; CAMPOS, P.H.F.; COSTA, E.E.; COELHO, T.S.F.; VIEIRA, D.A.G.; MARTINS, D.C.R.B., **Programação Diária da Operação Considerando Incertezas de Defluência de Usinas a Montante Operadas por Outras Empresas**, XXV SNPTEE, 2019.
- VIEIRA, D.A.G.; COSTA, E.E.; CAMPOS, P.H.F.; MENDONÇA, M.O.; SILVA, G.R.L., **Um método matheurístico para o Unit Commitment de hidrelétricas baseado em resultados analíticos de otimização de decomposição dual**, 6a. ABM Week, 41º Seminário de Balanços Energéticos Globais e Utilidades, 2022.