



Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais



Dissertação de Mestrado

Devans Gomes Rocha

**MODELO MATEMÁTICO E ESTATÍSTICO PARA O MAPEAMENTO DO VOLUME
MORTO NO INTERIOR DO DISTRIBUIDOR DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO**

Belo Horizonte

Julho 2022

Devans Gomes Rocha

**MODELO MATEMÁTICO E ESTATÍSTICO PARA O MAPEAMENTO DO VOLUME
MORTO NO INTERIOR DO DISTRIBUIDOR DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Materiais do CEFET-MG, na área de concentração de Ciência e Desenvolvimento de Materiais, na linha de Pesquisa em Seleção, Processamento e Caracterização, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Neves

Coorientador: Prof. Dr. Bernardo Martins Braga

Belo Horizonte

Julho 2022

Rocha, Devans Gomes.
R672m Modelo matemático e estatístico para o mapeamento do volume morto no interior do distribuidor de lingotamento contínuo / Devans Gomes Rocha. – 2022.

85 f. : il.

Orientador: Leonardo Neves

Coorientador: Bernardo Martins Braga

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Materiais, Belo Horizonte, 2022.

Bibliografia.

1. Fundição contínua - Modelos matemáticos. 2. Estatística. 3. Fundição contínua - Processo - Análise. 4. Modelos matemáticos. I. Neves, Leonardo. II. Braga, Bernardo Martins. III. Título.

CDD: 669.028

Ficha elaborada pela Biblioteca - Campus I – CEFET-MG
Bibliotecário: Wagner Oliveira Braga CRB6 – 3261



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO Nº 18/2022 - POSMAT (11.52.07)

Nº do Protocolo: 23062.032276/2022-41

Belo Horizonte-MG, 01 de julho de 2022.

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

“MODELO MATEMÁTICO E ESTATÍSTICO PARA O MAPEAMENTO DO VOLUME MORTO NO INTERIOR DO DISTRIBUIDOR DE LINGOTAMENTO CONTÍNUO ”

Autor: Devans Gomes Rocha

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Neves

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou em 04 de Julho de 2022 esta Dissertação:

Prof. Dr. Leonardo Neves (ORIENTADOR)
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG

Prof. Dr. Ernane Rodrigues da Silva (EXAMINADOR INTERNO)
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET/MG

Prof. Dr. André Guimarães Ferreira (EXAMINADOR EXTERNO)
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG

(Assinado digitalmente em 05/07/2022 12:52)

ANDRE GUIMARAES FERREIRA
PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO
DEMAT (11.55.06)
Matrícula: ###110#5

(Assinado digitalmente em 07/07/2022 15:54)

ERNANE RODRIGUES DA SILVA
PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO
CEMAT (11.51.06)
Matrícula: ###23#8

(Assinado digitalmente em 04/07/2022 15:39)

LEONARDO NEVES
PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO
DEMAT (11.55.06)
Matrícula: ###465#3

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus. Nos momentos mais decisivos da minha vida Ele me apoiou, acalmou, orientou e me deu sabedoria.

Agradeço também a minha família, meus pais, irmãos e esposa por ajudarem nos momentos difíceis e estarem ao meu lado.

A honraria deve ser feita ao CEFET-MG. Comecei minha trajetória na instituição no ensino médio e técnico em 2006 aqui nesse mesmo campus Nova Suíça em Belo Horizonte. A instituição não forma somente tecnicamente, mas também cidadãos para sociedade onde a forma humanizada faz total diferença. Do ano de 2006 até hoje mantive vínculo com a instituição, buscando sempre me aprimorar e apoiar o CEFET-MG.

Aos professores Leonardo Neves, Bernardo Martins Braga e Roberto Parreiras Tavares um agradecimento especial em ter a oportunidade de dar sequência aos estudos científicos da simulação computacional fluidodinâmica de distribuidores do lingotamento contínuo. Nesse contexto a parceria com a UFMG através da disciplina de Simulação Matemática foi de extrema importância.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Materiais, professores, funcionários da coordenação e todo pessoal envolvido. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Muito obrigado a todos!

RESUMO

O presente estudo utilizou a modelagem matemática aliada aos métodos de obtenção das curvas de Distribuição de Tempo de Residência (DTR) para simular o modelo físico de um distribuidor em escala 1:5. Foram realizadas três simulações: sem injeção de gás, com injeção de gás em uma posição e com injeção de gás em quatro posições. O método de dispersão de traçador por pulso foi utilizado para análise da curva DTR permitiu uma análise do escoamento do aço líquido para a obtenção das frações de volume pistonado, de mistura e morto, para validação dos resultados foi utilizado dados obtidos no modelo físico do distribuidor. Os métodos de distribuições de probabilidade e transformações logarítmicas de dados foram utilizados para realizar o mapeamento de volume estagnado ou “morto” no distribuidor, onde velocidades máximas que caracterizam o volume morto foram definidas. Esse mapeamento permitiu propor uma nova configuração de injeção de gás com melhoria nos resultados de frações de volume.

Palavras-chave: Distribuidor de Lingotamento Contínuo; Métodos Estatísticos; Mapeamento do Volume Morto, Modelagem Matemática.

ABSTRACT

The present study used the mathematical modeling combined with the methods of obtaining the Residence Time Distribution (RTD) curves to simulate the physical model of a tundish in 1:5 scale. Three simulations were performed: without gas injection, with gas injection in one position and with gas injection in four positions. The tracer dispersion experiment was used to analyze the RTD curve, it allowed an analysis of the flow of liquid steel to obtain the fractions of plugged, mixing and dead volume, for validation of the results, data obtained from the physical model of the tundish was used. The methods of probability distributions and logarithmic transformations of data were used to perform the mapping of stagnant or “dead” volume in the tundish, where maximum velocities that characterize the dead volume were defined. This mapping allowed us to propose a new gas injection configuration with improved results for volume fractions.

Keywords: Continuous Casting Tundish; Statistical Methods; Dead Volume Mapping, Mathematical Modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Processo siderúrgico de manufatura integrada do aço.	16
Figura 2 - Fluxograma típico do lingotamento contínuo.	17
Figura 3 - Distribuidor de lingotamento contínuo com controladores e modificadores de fluxo.	18
Figura 4 – Montagem do difusor de argônio no distribuidor	20
Figura 5 – Volume de controle em sistema para discretização.	25
Figura 6 – Definição geométrica da camada limite.....	32
Figura 7 – Parâmetros de uma curva DTR.....	36
Figura 8 - Distribuições de probabilidades para a velocidade da bolha alongada.....	37
Figura 9 - Histograma representativo das idades dos alunos de uma turma mostrando medidas de tendência central e outlier.	38
Figura 10 - Medidas de tendência central da distribuição de probabilidade lognormal (média (vermelho), mediana (verde) e moda (azul)).....	39
Figura 12 - Visualização tridimensional da região do volume morto.	44
Figura 11 - Comparação de fluido de movimento lento na observação do movimento de partículas (a) e simulação (b)	45
Figura 13 – Fluxograma do desenvolvimento da simulação matemático computacional.	46
Figura 14 - Domínio do distribuidor em modelagem CAD - 3D.	47
Figura 15 - Desenho da malha encontrada para configuração sem injeção de gás (Vista da região próxima a válvula de saída).....	51
Figura 16 – Distribuição dos tempos de residência (DTR) no modelo sem injeção de gás.....	52
Figura 17 – Comparação dos perfis de velocidade com contornos na simetria do domínio para as configurações DT-SG (a), DT-GF (b) e DT-GFP (c).	54
Figura 18 – Comparação de curvas DTR experimental e matemática para condição sem injeção de gás.....	55
Figura 19 – Comparação de curvas DTR na condição com injeção de gás no fundo	56
Figura 20 - Curva DTR na condição com injeção de gás no fundo e paredes.	57
Figura 21 - Percentual de elementos de volume x velocidade – configuração DT-SG.	59
Figura 22 – Percentual de elementos de volume x velocidade – configuração DT-GF.	59
Figura 23 – Percentual de elementos de volume x velocidade – configuração DT-GFP.	60
Figura 24 – Transformação logarítmica do percentual de elementos de volume pela velocidade para configuração DT-SG.....	61
Figura 25 – Transformação logarítmica do percentual de elementos de volume pela velocidade para configuração DT-GF.....	61
Figura 26 - Transformação logarítmica do percentual de elementos de volume pela velocidade para configuração DT-GFP.	62
Figura 27 - Elementos do domínio com velocidades iguais ou inferiores à $7,0 \times 10^{-3}$ m/s da configuração DT-SG.	67

Figura 28 - Elementos do domínio com velocidades iguais ou inferiores à $6,20 \times 10^{-3}$ m/s da configuração DT-GF.	68
Figura 29 - Elementos do domínio com velocidades iguais ou inferiores à $7,25 \times 10^{-3}$ m/s da configuração DT-GFP.	69
Figura 30 - Antes e depois da injeção de gás nas regiões mapeadas. Isovolumes mapeados na configuração DT-SG (a). Pontos de injeção de gás nas regiões da configuração DT-GFP (b). Isovolumes mapeados na configuração DT-GFP (c).	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Produção de Aço Bruto por processo 2018/2019.....	15
Tabela 2 - Características dos equipamentos industriais e dos modelos para o distribuidor – Parte I.	41
Tabela 3 - Características dos equipamentos industriais e dos modelos para o distribuidor – Parte II.	42
Tabela 4 - Características dos equipamentos industriais e dos modelos para o distribuidor – Parte III.	43
Tabela 5 – Volume médio de variáveis relacionadas à velocidade e turbulência na condição de estado estacionário.	45
Tabela 6 – Parâmetros dos escoamentos para as configurações simuladas.....	48
Tabela 7 – Propriedades físicas do fluido utilizado, no caso a água, e do gás, no caso o ar, para condições normais de temperatura e pressão (CNTp)....	50
Tabela 8 – Características das malhas A, B, C e D – configuração sem injeção de gás.....	52
Tabela 9 – Características das malhas com injeção de gás no fundo.....	53
Tabela 10 – Características das malhas com injeção de gás no fundo e paredes....	53
Tabela 11 - Velocidade média do fluido no interior do distribuidor.	55
Tabela 12 – Resultados do modelo de partições para as configurações SG, GF e GFP.	57
Tabela 13 - Volumes característicos para o distribuidor com dique e barragem, sem e com injeção de gás e plugue na posição 56cm.	58
Tabela 14 – Classe dos histograma x percentual de elementos de volume acumulado para configuração SG.	63
Tabela 15 - Classe dos histograma x percentual de elementos de volume acumulado para configuração GF.....	64
Tabela 16 - Classe dos histograma x percentual de elementos de volume acumulado para configuração GFP.	65
Tabela 17 – Resultado da velocidade característica ($V_{ed(SG)}$) para configuração SG.	65
Tabela 18 – Resultado da velocidade característica ($V_{ed(GF)}$) para configuração GF.	66
Tabela 19 – Resultado da velocidade característica ($V_{ed(GFP)}$) para configuração GFP.	66
Tabela 20 - Resultado das frações características para as configurações simuladas.	66

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{DTR} : Área de baixo da curva de distribuição de tempos de residência;

a : área superficial (m^2);

C_n : concentração adimensional;

c : concentração na saída a cada instante t (kg/m^3);

D_{turb} : difusividade turbulenta (m^2/s);

DTR : Distribuição de tempos de residência;

Fr : número de Froude;

$f_{mistura}$: fração de volume mistura;

f_{morto} : fração de volume morto;

$f_{pistonado}$: fração de volume pistonado;

g : aceleração da gravidade (m/s^2);

G_k : é a taxa de geração de turbulência por forças viscosas (W/m^3);

J_A : vetor fluxo de massa ($kg\ m^{-2}\ s^{-1}$);

k : energia cinética de turbulência (m^2/s^2);

L : comprimento do distribuidor (m);

M : vazão mássica de partículas (kg/s);

P : pressão (Pa);

Pr : número de Prandtl;

q : quantidade de traçador injetado (kg);

Q : vazão volumétrica que atravessa o sistema (m^3/s);

$Q_{gás}$: vazão de gás (NI/min);

Re : número de Reynolds;

Sc_{turb} é o número de Schmidt turbulento, uma constante;

t : tempo (s);

$t_{teórico}$: tempo de residência nominal no reator (s);

u : velocidade na direção x (m/s);

μ : Viscosidade dinâmica (Pa.s);

v : velocidade na direção y (m/s);

v_c : velocidade característica do sistema (m/s);

V_{dist} : volume total do distribuidor de lingotamento contínuo (m³);

V_d : volume morto do distribuidor de lingotamento contínuo (m³);

V_{ed} : velocidade característica do limiar de volume morto.

V_m : volume de mistura do distribuidor de lingotamento contínuo (m³);

V_p : volume pistonado do distribuidor de lingotamento contínuo (m³);

v_z : componente da velocidade na direção z (m/s);

w : velocidade na direção z (m/s);

Δt : intervalo de tempo usado para se satisfazer a integração (s);

Δt_i : variação de tempo do instante inicial até o instante i (s);

γ : tensão superficial entre o líquido e o gás (J/m²);

Γ_L : difusividade da fase líquida;

θ_n : tempo adimensional;

$\bar{\theta}_i$: tempo adimensional no instante i ;

λ : fator de escala de 1/3 do modelo físico em relação ao distribuidor industrial;

ν : = viscosidade cinemática (m²/s);

ρ : = densidade do fluido (kg/m³);

$\rho_{aço}$: = densidade do aço líquido (kg/m³);

$\rho_{gás}$: = densidade do gás (kg/m³);

σ : = tensão interfacial entre as fases (N/m);

C_μ, C_1, C_2 : constantes do modelo k - ϵ padrão;

ζ : viscosidade dilatacional do fluido (Pa s);

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. OBJETIVOS	14
2.1. Objetivo geral	14
2.2. Objetivos específicos	14
3. REVISÃO DA LITERATURA	15
3.1. Processo de manufatura do aço	15
3.2. O distribuidor e o processo do lingotamento contínuo	17
3.2.1. Distribuidor do lingotamento contínuo	18
3.3. escoamento e fluidodinâmica computacional	20
3.3.1. O método de volumes finitos	24
3.4. Técnicas de simulação de distribuidores para lingotamento contínuo de aço	26
3.4.1. Modelagem física do distribuidor do lingotamento contínuo	26
3.4.2. Modelagem matemática do distribuidor do lingotamento contínuo	27
3.5. Caracterização da camada limite	31
3.6. Curvas de distribuição de tempos de residência	33
3.6.1. Distribuições de probabilidades dos perfis de velocidade	36
3.7. Modelos matemáticos do escoamento em distribuidores do lingotamento contínuo revisados	40
4. MATERIAIS E MÉTODOS	46
4.1. Condições do escoamento para modelagem matemática	48
4.2. Estudo de independência de Malha	50
5. RESULTADOS	54
5.1.1. Análise do escoamento	54
5.1.2. Resultado da injeção de traçador e comparação com resultados experimentais	55
6. CONCLUSÕES	72
7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	73
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74

1. INTRODUÇÃO

Na aciaria, o aço pode ser processado em três etapas principais: refino primário, refino secundário e o lingotamento contínuo. As etapas de refino regulam a composição química, limpidez e ajuste de temperatura dos aços para o lingotamento. O lingotamento é responsável pela solidificação do aço líquido de forma controlada, assegurando o atendimento da qualidade interna e superficial do aço sólido.

No lingotamento contínuo o distribuidor tem extrema importância no processamento. Nos primeiros processos de lingotamento contínuo, o distribuidor tinha apenas a função de reservatório do aço líquido, entre a panela e o molde, onde ele distribuía o aço líquido para um melhor escoamento. Mas depois de grande desenvolvimento na indústria siderúrgica, o distribuidor passou a exercer outras funções, além da distribuição de aço líquido, como a melhoria na limpidez do aço.

Recentemente, vários processos presentes na aciaria vêm implementando a injeção de gases, tendo como principais objetivos a homogeneização da temperatura e da composição química do aço, o ajuste fino da composição do aço e a retirada de inclusões não-metálicas presentes no banho. Os processos que se destacam são os que utilizam o refino a vácuo, metalurgia de panela e a injeção de gás inerte no distribuidor.

Além da injeção de gás os modificadores de fluxo são utilizados para aumentar a remoção das inclusões indesejáveis. A flotação dessas partículas é decorrente da modificação do fluxo provocado por diques e barragens e pela injeção de gás que cria aderência das inclusões às bolhas injetadas por refratário poroso no fundo ou laterais do distribuidor. Apesar de existirem muitos estudos desenvolvidos sobre essa técnica (MEIJIE *et al.*, 2011; ROGLER, 2004; ARCOS-GUTIERREZ *et al.*, 2012; HOLZINGER, 2017), um dos caminhos atuais é analisar a eficiência de remoção de inclusões envolvendo o efeito da injeção de gás ou posicionamento dos modificadores de fluxo.

Nas últimas décadas, modelos físicos e matemáticos auxiliaram no desenvolvimento de técnicas de processamento do aço. A utilização destes modelos traz muitas vantagens nos estudos de processos, devido às suas menores interferências nos processos industriais, rapidez de resposta e menores custos.

A capacidade de entender e modelar o escoamento de fluidos pode permitir o dimensionamento de tubulações, de equipamentos, de canais e determinação de vazões de operação. No lingotamento contínuo, em particular, o escoamento influencia diretamente no tempo de vida de refratários, que estão em contato com o aço e escória líquidos, e na qualidade do aço no que diz respeito a presença de inclusões não metálicas no produto final

A modelagem matemática vem sendo a cada dia mais aplicado aos processos industriais, por facilitar o estudo do escoamento fluidodinâmico, possibilitando os cálculos dos perfis de temperatura, da velocidade, das grandezas de turbulência, da concentração de espécies, entre outros, através de resoluções de equações diferenciais e aplicação de resoluções dos modelos de escoamento. Esta ferramenta, acoplada aos recursos computacionais mais recentes, tem obtido ótimos resultados em termos de precisão e tempo de resposta dos resultados desejados. A fluidodinâmica computacional é a área do conhecimento que trata da simulação numérica de transferência da quantidade de movimento.

Com o propósito de aprofundar o estudo do modelamento matemático do escoamento multifásico em reatores metalúrgicos, foi desenvolvido um modelo matemático tridimensional para o escoamento de um distribuidor.

No presente trabalho foram desenvolvidos modelos matemáticos, através da Fluidodinâmica Computacional (*Computational Fluid Dynamics – CFD*) e estatística descritiva, para avaliar o efeito da injeção de gás no escoamento de aço líquido do distribuidor de lingotamento contínuo e sua influência na caracterização e mapeamento das regiões características do domínio. As previsões dos diversos modelos foram comparadas com dados experimentais de modelos industriais obtidos através da revisão de Mendonça (2016) e de dados do modelo físico instalado no laboratório LaSiP, laboratório de simulação de processos, está localizado na Escola de Engenharia, fazendo parte do Departamento de Engenharia Metalúrgica da UFMG. As equações governantes do escoamento foram resolvidas numericamente pelo software comercial ANSYS CFX *Fluid Flow*. A validação das simulações permitiu identificar e definir um método de mapeamento e caracterização do volume morto em distribuidores de lingotamento contínuo.

2. OBJETIVOS

Como objetivo principal propõe-se uma análise através de método numérico computacional para modelar o distribuidor do lingotamento contínuo e suas particularidades diante da fluidodinâmica computacional.

2.1. Objetivo geral

O objetivo dessa dissertação de mestrado é realizar um estudo de um método de mapeamento de volume morto no distribuidor do lingotamento contínuo, com e sem injeção de gás, empregando modelagem matemática. Foi realizada em uma análise experimental onde foram definidos os posicionamentos de modificadores de fluxo e do plugue para injeção de gás, ideais para esse tipo de reator.

2.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos desse trabalho são:

- Realizar simulação matemática computacional do modelo físico do distribuidor do lingotamento contínuo;
- Definir e mapear o volume morto, através dos resultados da simulação numérica computacional, dentro do domínio estudado, para situações com e sem injeção de gás no distribuidor, através de estudo estatístico dos perfis de velocidade;
- Analisar estatisticamente toda e qualquer possível variabilidade entre as condições propostas através de comparações de curvas de distribuição dos tempos de residência (DTR).
- Avaliar estatisticamente distribuições de probabilidade dos perfis de velocidade encontrados no domínio estudado e a correlação do método de mapeamento com a otimização esperada pelo modelo de partições das frações de volumes característicos ao reator avaliado.

3. REVISÃO DA LITERATURA

Os processos de forno a oxigênio LD/EOF e lingotamento contínuo predominam atualmente. O lingotamento contínuo do aço passou a ser amplamente usado a partir da década de 1960. Atualmente, esse processo é responsável por mais de 90% do aço produzido no mundo. Conforme o Instituto Aço Brasil (2019), na Tabela 1 relata-se a produção siderúrgica brasileira no contexto atual da produção de aço.

Tabela 1 – Produção de aço bruto por processo 2018/2019.

Produtos	Jan/Jul		19/18 (%)	Maio 2019 (10 ³ t)	Jun 2019 (10 ³ t)	Jul		19/18 (%)	Últimos 12 meses (10 ³ t)
	2019 (10 ³ t)	2018 (10 ³ t)				2019 (10 ³ t)	2018 (10 ³ t)		
Aciaria									
Oxigênio (LD)/EOF	15.294	15.837	-3,4	2.201	2.242	1.826	2.390	-23,6	27.044
Elétrico	4.397	4.731	-7,1	632	580	623	696	-10,5	7.486
Total	19.691	20.568	-4,3	2.833	2.822	2.449	3.086	-20,6	34.530
Lingotamento									
Convencional	364	329	10,6	61	56	43	55	-21,8	553
Contínuo	19.289	20.104	-4,1	2.769	2.762	2.402	3.010	-20,2	33.857
Aço p/ fundição	38	135	-71,9	3	4	4	21	-81	120

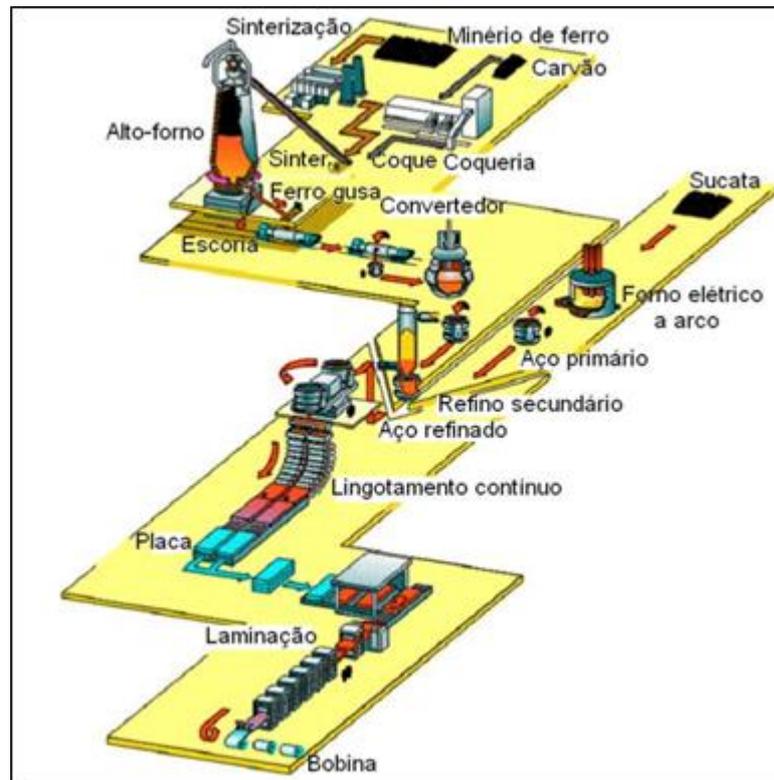
Fonte: Instituto Aço Brasil (2019).

Otimizar e maximizar os resultados desses processos é um dos interesses dessas indústrias e também do meio científico.

3.1. Processo de manufatura do aço

O aço é uma liga ferro-carbono com teores de carbono abaixo de 2,11%, comercialmente utilizado com teores abaixo de 1%. No processo de fabricação integrada do aço, mostrado na Figura 1, após a produção do ferro gusa no alto-forno, estes produtos intermediários são encaminhados para a etapa de fabricação do aço, que envolve basicamente a oxidação de grande parte do carbono (reduzido de níveis acima de 4% para inferiores a 1% na maioria dos casos) e de impurezas como sílica e alumina, que são eliminadas na escória, enquanto o excesso de carbono é eliminado sob a forma de gás (CO e CO₂).

Figura 1 – Processo siderúrgico de manufatura integrada do aço.



Fonte: Cho (2006).

O processamento do aço na Figura 1 se inicia no convertedor, que é um tipo de forno revestido com tijolos refratários e que transforma o ferro gusa e a sucata em aço. Uma lança sopra oxigênio em alta pressão para o interior do forno, produzindo reações químicas que separam as impurezas, como os gases e a escória. A principal reação química no convertedor ocorre entre o oxigênio injetado e o carbono presente no ferro gusa, gerando gases eliminados no convertedor. Estes gases se combinam e retiram o carbono do gusa, dando origem ao aço. Após o acerto da temperatura e da composição química, o aço líquido é levado ao lingotamento. No lingotamento ocorrem a solidificação e a remoção de inclusões não metálicas, como a alumina, no distribuidor. A solidificação pode ser feita via lingotamento convencional ou lingotamento contínuo. Quando enviado à máquina de lingotamento contínuo, o aço normalmente é solidificado na forma de placas, blocos ou tarugos e, quando enviado ao lingotamento convencional, é solidificado na forma de lingotes. Estes produtos, por sua vez, são matéria-prima de outros processos, como a laminação.

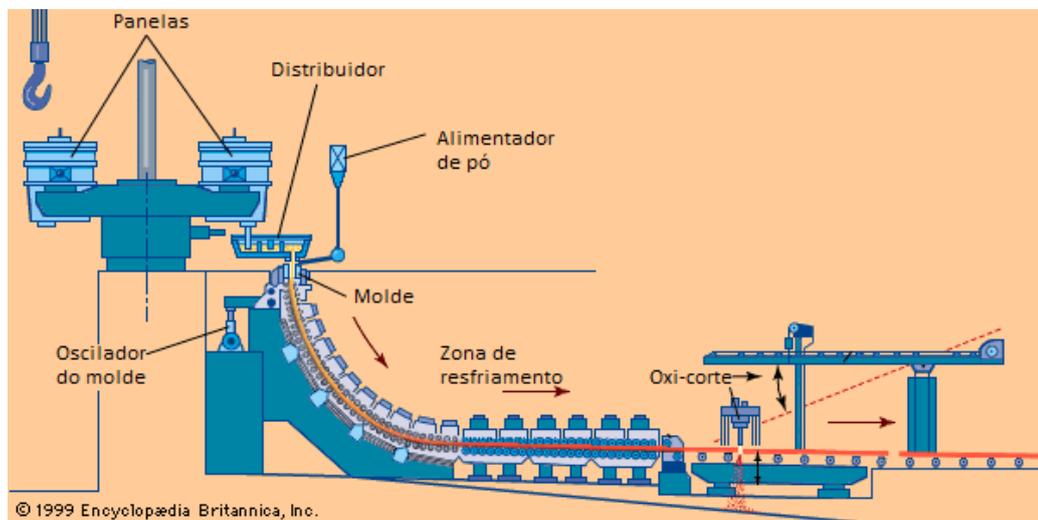
Segundo Neves (2012), entender o processo como um todo e ainda otimizar cada reator, como o distribuidor, pode ser um bom caminho para melhorar a qualidade do produto final. Na atualidade, aços com elevadas exigências mecânicas (*bake*

hardening – BH) e aços que conciliam resistência e conformabilidade de maneira otimizada (bifásicos – *dual-phase*), utilizados nas indústrias automobilística, naval e até aeronáutica, necessitam de controle rigoroso no seu processamento, para garantir menos inclusões não metálicas e liga dentro dos limites planejados.

3.2. O distribuidor e o processo do lingotamento contínuo

No lingotamento contínuo, esquematizado na Figura 2 a seguir, o aço líquido da panela é vertido dentro do distribuidor para depois escoar para o interior de um molde com as paredes refrigeradas a água. Para iniciar sua operação, a parte inferior do molde é obstruída por uma barra falsa inserida através do veio da máquina e sobre a qual são colocados resfriadores aumentando a velocidade de solidificação inicial do aço que vem do distribuidor. Quando o aço atinge certo nível do molde, inicia-se a operação de extração da barra falsa e, portanto, a do aço solidificado. Lubrificantes em forma de pós ou óleos são aplicados no molde.

Figura 2 – Fluxograma típico do lingotamento contínuo.



Fonte: Encyclopædia Britannica (1999).

Segundo Pereira (2004), o processo de lingotamento contínuo pode ser afetado por uma série de variáveis. No distribuidor tem-se a presença de inibidores e modificadores de fluxo. No molde tem-se: material do molde, inclinação das paredes internas, comprimento, espessura das paredes, desgaste e distorção, condições de resfriamento, velocidade de lingotamento, temperatura de vazamento do aço, características dos lubrificantes do molde e a composição do aço. Na região do

resfriamento secundário tem-se uma série de elementos que definem as condições de resfriamento.

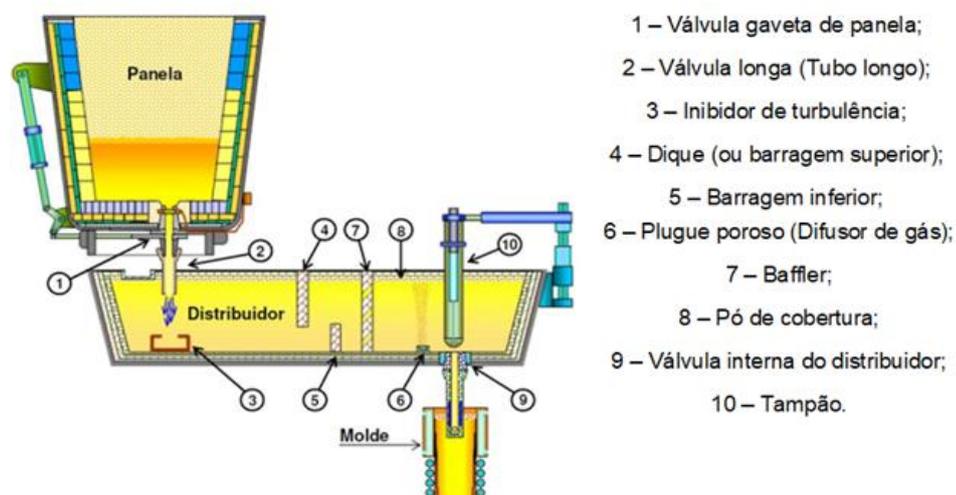
A otimização do escoamento do aço líquido nos reatores do processo de lingotamento contínuo é de vital importância para a obtenção de produtos com elevados níveis de qualidade interna e superficial. Para o conhecimento e a otimização do escoamento do aço são utilizadas modelagens matemática e física dos processos.

3.2.1. Distribuidor do lingotamento contínuo

O distribuidor é projetado com a finalidade básica de distribuir o aço, conectando a panela aos moldes, mas também possibilitando a realização de várias operações metalúrgicas, como separação e flotação de inclusões, modificação da morfologia das inclusões formadas, controle e homogeneização térmica e química do aço (SINGH e KORIA, 1993).

Segundo Singh e Koria (1996), as condições hidrodinâmicas que o distribuidor deve satisfazer são: mínimo volume morto, com o propósito de minimizar a segregação do aço líquido e sua redução de temperatura no distribuidor e máxima fração de volume pistonado para favorecer a remoção de inclusões não metálicas. Cada componente de um distribuidor é descrito na Figura 3.

Figura 3 – Distribuidor de lingotamento contínuo com controladores e modificadores de fluxo.



Fonte: SCHADE *et al.* (2003).

Na Figura 3 é apresentado o conjunto panela, distribuidor e molde; dentro do distribuidor existem modificadores de fluxo, válvulas e plugues. Os principais

modificadores de fluxo de distribuidores de lingotamento contínuo pertinentes a este estudo serão apresentados a seguir.

O item 3 da Figura 3 é um típico inibidor de turbulência, que consiste em refratários colocados no fundo do distribuidor e centralizados com a válvula longa, com o objetivo de absorver o impacto do jato de aço da panela e redirecionar seu escoamento em direção à superfície livre do distribuidor. Concentrando a dissipação da energia do fluxo do aço oriundo da panela, o inibidor de turbulência pode favorecer a aglomeração de inclusões e reduzir a perturbação na superfície do aço.

O item 4 da Figura 3, o dique, é um tipo de anteparo ao escoamento do aço. Ele direciona o fluxo para a passagem livre na parte inferior do distribuidor. Essas peças são fixadas na parte superior do distribuidor e se estendem até certa altura dele. Como direcionam o fluxo para o fundo do distribuidor, os diques geralmente são utilizados em conjunto com outros modificadores de fluxo, como as barragens.

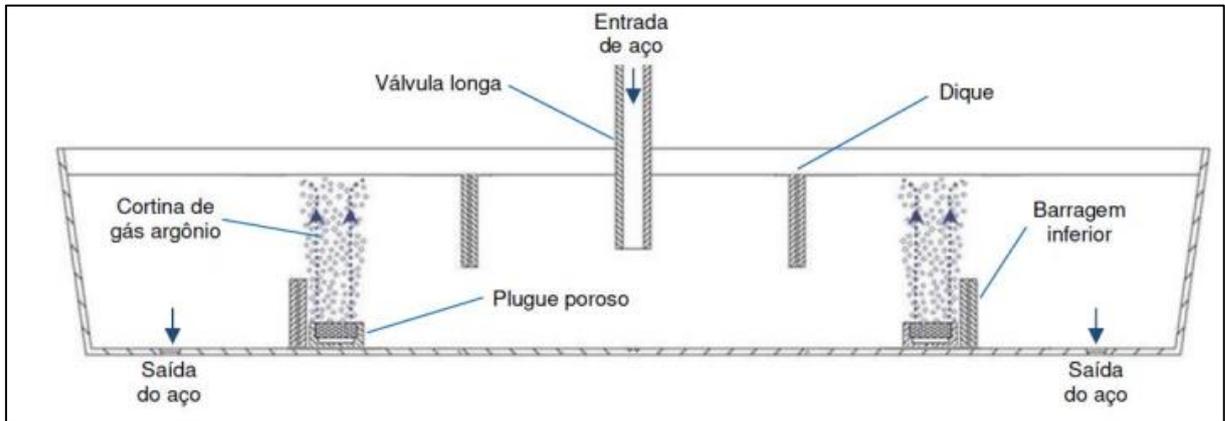
As barragens (item 5) são peças fixadas na base do distribuidor e, geralmente, depois do dique. São obstruções ao escoamento e têm a função de direcionar o fluxo de aço modificado pelo dique para a superfície do distribuidor. Direcionam-se as inclusões para a escória e minimiza-se o fenômeno do curto-circuito.

O plugue poroso tem como objetivo injetar homoganeamente gases específicos no distribuidor. A injeção de gás consiste no borbulhamento de gás inerte na base do distribuidor, por meio de plugue poroso. A cortina de gás age como uma espécie de barragem para o escoamento do aço, gerando um fluxo ascendente no distribuidor. Adicionalmente, de acordo com Rogler (2004), a injeção de gás possibilita a interação entre as bolhas de gás e as inclusões não metálicas, elevando a limpidez do aço. Os mecanismos de remoção das inclusões pela injeção de gás serão apresentados adiante.

Segundo Neves (2012), essa técnica de injeção de gás também pode ser utilizada em regiões pontuais reduzindo zonas de volume morto, contribuindo para a homogeneização térmica e química do aço. A utilização de cortina de gás inerte, além da flotação de inclusões não metálicas, pode servir para diminuir a zona de curto-circuito, aumentando o tempo teórico mínimo do aço no distribuidor. Porém, deve-se

ficar atento ao uso de altas vazões, pois pode ocorrer agitação da superfície do banho metálico, proporcionando o arraste de escória para o aço líquido.

Figura 4 – Montagem do difusor de argônio no distribuidor.



Fonte: Mendonça (2016).

Na Figura 4, é apresentada uma vista em corte da seção transversal de um distribuidor, onde é possível visualizar os modificadores de fluxo, a válvula longa de entrada do aço, plugues e válvulas de saída.

Para otimizar ou rever conceitos sobre um reator metalúrgico, o distribuidor do lingotamento contínuo, aplicam-se as premissas descritas para modelagem matemática computacional do escoamento e demais condições envolvidas, utilizando-se a fluidodinâmica computacional.

3.3. Escoamento e fluidodinâmica computacional

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), a fluidodinâmica computacional é a análise de sistemas que envolvem escoamento de fluidos, transferência de calor e fenômenos associados, como reações químicas por meio de simulação computacional. O objetivo dos desenvolvimentos no campo da fluidodinâmica computacional é fornecer uma capacidade comparável a outras ferramentas CAE (*computer-aided engineering* ou engenharia auxiliada por computador), como códigos de análise de estresse. A disponibilidade de *hardware* de computação de alto desempenho acessível e a introdução de interfaces amigáveis levaram a um recente aumento do interesse, e a CFD entrou na comunidade industrial em geral a partir dos anos 1990.

A equação geral resolvida na CFD é a equação de transporte da variável de interesse, representada pelo símbolo ϕ .

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \varphi \, dV + \oint_A \rho \varphi \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = \oint_A \Gamma_\varphi \varphi \nabla \varphi \cdot d\mathbf{A} + \int_V S_\varphi \, dV \quad (1)$$

O primeiro termo é referente ao tempo, o segundo é advectivo, o terceiro é difusivo e o quarto é o termo fonte.

Outra forma de escrever a equação 1 é:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x \varphi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y \varphi)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z \varphi)}{\partial z} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\varphi \frac{\partial(\varphi)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\varphi \frac{\partial(\varphi)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_\varphi \frac{\partial(\varphi)}{\partial z} \right) + S_\varphi \end{aligned} \quad (2)$$

Em que:

- φ é a variável de interesse.
- Γ_φ é o coeficiente de difusão associado a φ .
- S_φ é o termo fonte associado a φ .

As equações de conservação resolvidas em CFD possuem as formas descritas, com quatro termos: o termo de tempo, o termo advectivo, o termo difusivo e o termo fonte. Para representar diferentes equações de conservação alteram-se apenas três componentes da equação: a variável φ , o coeficiente de difusão Γ e a fonte S .

Para cada equação, φ representa:

- continuidade: $\varphi = 1$;
- quantidade de movimento: $\varphi = v_x$, $\varphi = v_y$ e $\varphi = v_z$ (escalares de velocidade nas direções dos eixos coordenados);
- energia: $\varphi = T$ (temperatura) ou $\varphi = H$ (entalpia);
- espécies químicas: $\varphi = \omega A$.

É possível resolver as equações de conservação desde que se saiba resolver a equação para φ . Em geral resolvem-se ou deduzem-se as equações diferenciais para os problemas citados, que no geral têm condições de contorno com valores iniciais.

Em matemática, um problema de valor inicial, problema de condições iniciais ou problema de Cauchy (Augustin-Louis Cauchy) é uma equação diferencial acompanhada do valor da função objetivo em um determinado ponto, chamado de valor inicial ou condição inicial (CAUCHY, 1821).

Nessa perspectiva, φ pode ser um valor especificado em superfícies:

- velocidade, temperatura e composição química do fluido especificados nas entradas do sistema;
- condição de não deslizamento em paredes;
- ocorrência de interfase.

Ou também um fluxo especificado em superfícies:

- medido experimentalmente, calculado analiticamente ou uso de valores típicos;
- fluxo nulo (superfície livre, paredes e simetria).

Um fluxo calculado em superfícies a partir da diferença de φ entre o fluido e o ambiente:

- Lei de Newton de Resfriamento – equação de transferência de calor por convecção;
- reações heterogêneas ou transferência de massa entre fases.

Problemas transientes também requerem a especificação da condição inicial, usualmente valor constante ou alguma solução em regime estacionário.

Em física, biologia e outras áreas, a modelagem de um sistema frequentemente resulta em um problema de valor inicial (PVI) a ser solucionado. Nesse contexto, uma

equação diferencial é uma equação evolutiva especificando como o sistema evoluirá ao longo do tempo dadas as condições iniciais e a propagação do domínio estudado.

O sistema evolui, geralmente, em um sistema tridimensional. Para entender melhor, pode-se escrever a equação geral vetorialmente, e dessa forma será possível:

- escrever as equações de conservação de forma compacta;
- tornar mais claro o significado físico dos termos das equações;
- facilitar o emprego de métodos de solução numérica em situações mais complexas, como em outros sistemas de coordenadas ou em malhas não estruturadas.

Notação vetorial para φ :

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v\varphi) = \nabla \cdot (\Gamma\varphi\nabla\varphi) + S\varphi \quad (3)$$

Em que:

$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t}$ é a taxa de acúmulo de φ ;

$\nabla \cdot (\rho v\varphi)$ é o transporte de φ por advecção;

$\nabla \cdot (\Gamma\varphi\nabla\varphi)$ é o transporte de φ por difusão;

$S\varphi$ é a geração de φ .

Em que:

- φ é a variável de interesse;
- v é o vetor velocidade (m/s);
- $\Gamma\varphi$ é o coeficiente de difusão associado a φ ;
- $S\varphi$ é o termo fonte associado a φ .

Em coordenadas cartesianas, tem-se:

$$v = v_x i + v_y j + v_z k \quad (4)$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \quad (5)$$

$$\text{grad } \varphi = \nabla \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} i + \frac{\partial \varphi}{\partial y} j + \frac{\partial \varphi}{\partial z} k \quad (6)$$

$$\text{div } V = \nabla \cdot V = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (7)$$

Em que:

- i , j e k são vetores unitários nas direções dos eixos cartesianos.

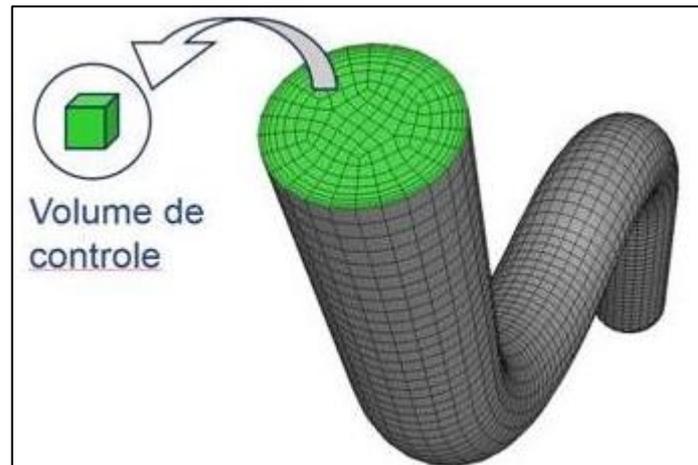
Para a equação de conservação de massa (ou continuidade), a variável φ é igual a 1, o coeficiente de difusão e a fonte são nulos. Apesar de a fórmula ser amplamente utilizada para aplicações em CFD, pode-se afirmar que até o momento não existe solução analítica para o sistema de equações diferenciais apresentado, ou seja, são equações diferenciais parciais não lineares em várias situações, o que dificulta a obtenção de soluções. Dessa forma, é necessário reescrevê-la em forma algébrica e resolvê-la por meio de algum método de discretização.

3.3.1. O método de volumes finitos

Três métodos de discretização podem ser utilizados para discretizar domínios. São o método das diferenças finitas, o método dos elementos finitos e o método dos volumes finitos, sendo este último o mais utilizado em CFD. Com esses métodos, troca-se o domínio contínuo por um domínio discreto, em que um conjunto de volumes de controle é utilizado para representar o domínio original.

Na Figura 5, uma pequena porção da geometria estudada, o volume de controle, é analisado durante a discretização. A forma algébrica da equação geral apresentada anteriormente é resolvida em cada um dos volumes de controle, gerando um sistema de equações que deve ser resolvido numericamente. Essas equações são resolvidas com o apoio de *softwares* de fluidodinâmica computacional, os quais possuem capacidade para solucionar os mais diversos problemas de CFD.

Figura 5 – Volume de controle em sistema para discretização.



Fonte: Engineering Simulation and Scientific Software (2020). Disponível em <https://www.esss.co/biblioteca-tecnica/>. Acesso em: 11 jun. 2022.

Versteeg e Malalasekera (2007) aprofundam o estudo da equação geral da continuidade e a descrevem fisicamente de uma forma bem didática:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \frac{m}{v} dV + \oint_A n \cdot (\rho \varphi u) dA = \oint_A n \cdot (\Gamma_\varphi \nabla \varphi) + \int_{cv} S_\varphi dV \quad (8)$$

A ordem de integração e diferenciação foi alterada no primeiro termo no lado esquerdo de (8), em relação à equação (2), para ilustrar seu significado físico. Esse termo significa a taxa de variação da quantidade total de propriedade de fluido φ no volume de controle. O produto $n \times (\rho \cdot \varphi \cdot u)$ expressa o componente de fluxo da propriedade φ em decorrência do fluxo de fluido ao longo do vetor normal externo n , de modo que o segundo termo no lado esquerdo de (8), o termo convectivo, é, portanto, a taxa líquida de diminuição de fluido propriedade φ do elemento fluido em decorrência da convecção.

No método de volumes finitos, as equações de conservação são integradas ao redor de um volume de controle. No caso geral, o teorema da divergência é aplicado e as integrais de superfícies resultantes são aproximadas numericamente. Em geometrias simples, o passo anterior pode ser evitado pelo uso de um sistema de coordenadas conveniente. Basicamente, as leis de conservação de movimento de fluidos são aplicadas nos volumes de controle e condições de contorno são definidas para cada redondeza.

3.4. Técnicas de simulação de distribuidores para lingotamento contínuo de aço

Técnicas de simulação de distribuidores para lingotamento contínuo de aço são documentadas nas literaturas (SZEKELY e ILEGBUSI, 1989; DA SILVA *et al.*, 1998; MAZUMDAR e GUTHRIE, 1999; MIKI e THOMAS, 1999; PEREIRA, 2004; CRAVO, 2006; SAHAI e EMI, 2007; MAZUMDAR e EVANS, 2009; KRUGER, 2010; SESHADRI *et al.*, 2012; NEVES, 2012, RICHAUD, 2014; MENDONÇA, 2016; BRAGA, 2019; SOUZA, 2019).

3.4.1. Modelagem física do distribuidor do lingotamento contínuo

O dimensionamento e tratamento de seus resultados são os primeiros passos da modelagem física e se baseiam em critérios de similaridade. Uma das premissas é que exista condição isotérmica e três critérios de similaridade devem ser considerados: similaridade geométrica (razão fixa em relação ao equipamento real), similaridade cinemática (a razão entre as velocidades do fluido de trabalho no modelo físico e as velocidades correspondentes do aço líquido no equipamento industrial deve ser fixa) e similaridade dinâmica, pela igualdade dos números de Froude (Fr) e Reynolds (Re) entre o modelo físico e o equipamento industrial (MAZUMDAR e EVANS, 2009).

$$Fr = \frac{\text{Força de inércia}}{\text{Força peso}} = \frac{v_c^2}{g l_c} \quad (9)$$

$$Re = \frac{\text{Força de inércia}}{\text{Força viscosa}} = \frac{\rho v_c l_c}{\mu} = \frac{v_c l_c}{\nu} \quad (10)$$

Em que v_c é uma velocidade característica (arbitrária) do sistema (m/s), g é a aceleração da gravidade (m/s²), l_c é um comprimento característico (arbitrário) do sistema (m), ρ é a densidade de fluido (kg/m³), μ é a viscosidade dinâmica do fluido (Pa s) e $\nu (= \mu/\rho)$ é a viscosidade cinemática do fluido (m²/s).

Os critérios de similaridade definidos a partir dos números de Froude e Reynolds podem ser atendidos simultaneamente escolhendo-se um fluido de trabalho de forma a atender à relação a seguir (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\frac{v_m}{v_r} = \lambda^{3/2} \quad (11)$$

Em que os subscritos m e r indicam, respectivamente, modelo físico e distribuidor real. Essa condição da equação (11) é satisfeita em modelos físicos em escala real ($\lambda = 1$) que adotam água como fluido de trabalho, pois a água apresenta viscosidade cinemática próxima à do aço líquido, mas por questões práticas e econômicas é mais viável $\lambda < 1$. Porém, a equação (11) não é atendida significativamente caso a água seja usada como fluido de trabalho. Se faz necessário então o emprego de uma abordagem aproximada, em que se opta por atender ao critério de similaridade imposto por apenas um dos números adimensionais, Fr ou Re .

Como para distribuidores de lingotamento contínuo $Fr \ll Re$, considera-se que as forças de inércia e gravitacional de corpo predominam sobre as forças viscosas. Assim, o dimensionamento de modelos físicos de distribuidores em escala reduzida é comumente feito adotando a igualdade do número de Fr como critério de similaridade.

A partir do critério de Froude são deduzidas relações entre velocidades, tempos e vazões no modelo físico e no equipamento industrial (MAZUMDAR e GUTHRIE, 1999; MAZUMDAR e EVANS, 2009).

Porém, é importante salientar que essas hipóteses simplificadoras e de similaridade para determinadas condições de contorno podem gerar falsos resultados comparativos entre modelos reais e reduzidos. Para validação dos modelos matemáticos, curvas DTR (distribuição dos tempos de residência) podem ser comparadas entre os modelos matemáticos, reduzidos e industriais a fim de validar as hipóteses.

3.4.2. Modelagem matemática do distribuidor do lingotamento contínuo

Para a condição isotérmica, o escoamento de fluidos é governado pelas equações da continuidade (conservação de massa) e de Navier-Stokes (conservação de quantidade de movimento) (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho v) \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho v v) - \nabla p - (\nabla \cdot \tau) + \rho \cdot g \quad (13)$$

Em que ρ é a densidade do fluido (kg/m^3), t é o tempo (s), $\nabla (= u \partial/\partial x_1 + v \partial/\partial x_2 + w \partial/\partial x_3)$ é o operador “nabla” ou “del” ($1/\text{m}$), u , v e w são vetores unitários nas direções dos eixos cartesianos x (m), y (m) e z (m), respectivamente, v é o vetor velocidade do fluido (m/s), p é a pressão local do fluido (Pa), τ é o tensor de tensão viscosa do fluido (Pa) e g é a aceleração da gravidade (m/s^2).

Para fluidos newtonianos, como a água ou o aço líquido, o tensor de tensão viscosa é dado por (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\tau = -\mu [\nabla v + (\nabla v)^T] + \left(\frac{2}{3} \mu - \zeta\right) (\nabla \cdot v) \delta \quad (14)$$

Em que μ é a viscosidade dinâmica do fluido (Pa s), T denota o transposto de um tensor, ζ é a viscosidade do fluido (Pa s) e $\delta (= \delta_1 \delta_1 + \delta_2 \delta_2 + \delta_3 \delta_3)$ é o tensor unitário. Para líquidos, que são praticamente incompressíveis, o segundo termo da equação, $(\nabla \cdot v) \rightarrow 0$, é desprezível neste caso. Consequentemente, o conhecimento de ζ é irrelevante para líquidos.

A dispersão de corantes ou traçadores diluídos em fluidos, que é uma técnica usada nos distribuidores, pode ser descrita matematicamente pela equação de conservação de um escalar passivo, isto é, de um componente que é transportado pelo fluido, mas que não afeta seu perfil de escoamento (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$\frac{\partial \rho \omega_A}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \omega_A v) - (\nabla \cdot J_A) \quad (15)$$

Em que ω_A é a fração mássica local do corante ou traçador A, e J_A é o vetor fluxo de massa ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$), dado pela lei de Fick (BIRD, STEWART e LIGHTFOOT, 2001):

$$J_A = -\rho D_A \nabla \omega_A \quad (16)$$

Em que D_A é a difusividade de A no fluido do distribuidor (m^2/s).

Na abordagem de equações RANS (*Reynolds-averaged Navier-Stokes*), os valores instantâneos de v , p e ω_A são decompostos em duas componentes, uma média e outra de flutuação:

$$\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}' \quad (17)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (18)$$

$$\omega_A = \bar{\omega}_A + \omega_A' \quad (19)$$

Em que o traço superior indica valor médio e o apóstrofo, a flutuação.

Recomenda-se a interpretação das médias no sentido estatístico do termo em conformidade com Mohammadi e Pironneau (1994) e Fox (2003). A média estatística pode ser entendida da seguinte forma: suponha que um experimento em um sistema fluido seja repetido um grande número de vezes. Em cada experimento, os campos instantâneos \mathbf{v} , p e ω_A são medidos continuamente. Com base nos dados obtidos, os campos médios $\bar{\mathbf{v}}$, \bar{p} e $\bar{\omega}_A$ são calculados pela média dos campos instantâneos (\mathbf{v} , p e ω_A), respectivamente, entre todos os experimentos realizados. Por sua vez, os campos \mathbf{v}' , p' e ω_A' expressam o desvio de cada campo particular, em relação ao seu valor médio.

Equações de conservação para essas médias (RANS) podem ser obtidas pela substituição das equações (17) a (19) nas equações (4) a (7) e subsequente aplicação de uma operação de média. Para fluidos com propriedades físicas (ρ , μ e D_A) constantes, o resultado é:

$$\nabla \bar{\mathbf{v}} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} = -(\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{v}}) - (\nabla \cdot \rho \overline{\mathbf{v}' \mathbf{v}'}) - \nabla \bar{p} - (\nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}) + \rho \mathbf{g} \quad (21)$$

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = -\mu [\nabla \bar{\mathbf{v}} + (\nabla \bar{\mathbf{v}})^T] \quad (22)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{\omega}_A}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \bar{\omega}_A \bar{\mathbf{v}}) - (\nabla \cdot \rho \overline{\omega_A' \mathbf{v}'}) - (\nabla \cdot \bar{\mathbf{J}}_A) \quad (23)$$

$$\bar{\mathbf{J}}_A = -\rho D_A \nabla \bar{\omega}_A \quad (24)$$

O sistema de equações (19) a (23) é análogo ao sistema formado pelas equações (4) a (7), exceto pelo aparecimento dos termos $\rho \overline{\mathbf{v}' \mathbf{v}'}$ (Pa) e $\rho \overline{\omega_A' \mathbf{v}'}$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$), que representam a contribuição da turbulência sobre o escoamento médio do fluido. Esses termos precisam ser modelados. A forma mais comum de fazê-lo na literatura de

distribuidores é por intermédio de modelos baseados na hipótese de Boussinesq. Segundo Boussinesq (1877), pressupõe-se que a tensão turbulenta ocorre quando há gradiente de velocidade no campo médio, o que é verdadeiro para escoamento na camada limite, em que μ_{turb} é a viscosidade turbulenta. Diferentemente da viscosidade molecular (laminar), ela é uma propriedade do escoamento e não do fluido. Ela depende dos mecanismos de transporte turbulento e, portanto, deve ser modelada.

$$\rho \overline{v'v'} = \left(\frac{2}{3} \rho k\right) \delta - \mu_{turb} [\nabla \bar{v} + (\nabla \bar{v})^T] \quad (25)$$

$$\rho \overline{\omega_A'v'} = -\rho D_{turb} \nabla \bar{\omega}_A \quad (26)$$

Em que k é a energia cinética turbulenta por unidade de massa (J/kg), μ_{turb} é a viscosidade turbulenta (Pa s) e D_{turb} é a difusividade turbulenta (m²/s). As três são propriedades locais do escoamento que necessitam ser modeladas por um modelo de turbulência. Há diversos modelos para esse fim (WILCOX, 1993; MOHAMMADI e PIRONNEAU, 1994; VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007). Um modelo popular para o cálculo de μ_{turb} em distribuidores é o modelo k- ϵ padrão proposto por Launder e Spalding (1974), no qual:

$$\mu_{turb} = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (27)$$

Em que C_μ é uma constante do modelo igual a 0,09 e ϵ é taxa de dissipação de k (W/kg). As variáveis k e ϵ são calculadas pelas equações de conservação a seguir:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho k \bar{v}) + \left(\nabla \cdot \frac{\mu_{turb}}{\sigma_k} \nabla k\right) + G_k - \rho \epsilon \quad (28)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \epsilon \bar{v}) + \left(\nabla \cdot \frac{\mu_{turb}}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon\right) + \frac{\epsilon}{k} (C_1 G_k - C_2 \rho \epsilon) \quad (29)$$

Em que $\sigma_k = 1$, $\sigma_\epsilon = 1,3$, $C_1 = 1,44$, $C_2 = 1,92$ são constantes do modelo e G_k é a taxa de geração de turbulência por forças viscosas (W/m³), dada por:

$$G_k = \mu_{turb} [\nabla \bar{v} + (\nabla \bar{v})^T] : \nabla \bar{v} \quad (30)$$

A difusividade turbulenta D_{turb} pode ser calculada a partir da viscosidade turbulenta μ_{turb} por:

$$D_{turb} = \frac{\mu_{turb}}{\rho S c_{turb}} \quad (31)$$

Em que $S c_{turb}$ é o número de Schmidt turbulento, uma constante empírica de valor próximo à unidade (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007).

O modelo $k-\varepsilon$ padrão é um modelo de alto número de Reynolds. Isso significa que o modelo não é válido nas regiões próximas às paredes, locais de baixas velocidades e, conseqüentemente, de baixo número de Reynolds. Por causa disso, a condição de contorno de velocidade nula (sem deslizamento) não é aplicada diretamente às paredes do domínio. Em seu lugar, é usada uma função empírica para calcular a tensão de cisalhamento nas paredes (*wall function*) e a velocidade do fluido em um ponto próximo à parede, mas fora da subcamada laminar, o que o limita no momento de validar uma camada limite, por exemplo.

O sistema de equações descrito anteriormente pode ser resolvido por métodos numéricos amplamente documentados na literatura de CFD (PATANKAR, 1980; MALISKA, 1995; VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007; MOUKALLED, MANGANI E DARWISH, 2015). Há diversos *softwares* de CFD, comerciais ou mesmo *open source*, disponíveis para solucionar o sistema de equação. O presente trabalho utilizará o ANSYS CFX Fluid Flow 2020 R3.

3.5. Caracterização da camada limite

Segundo Schlichting (1979), quando um fluido escoar sobre uma superfície sólida, o fluido imediatamente em contato com a parede adere a ela. Observa-se também que, se a viscosidade for pequena, o aumento da velocidade, de zero para o valor do escoamento externo, ocorrerá numa região estreita. E é nessa camada estreita que as forças de atrito se fazem importantes, retardando o fluido de sua velocidade externa para um completo repouso na parede. Essa região estreita é chamada de camada limite.

Dentre os parâmetros que podem ser estudados para testar a qualidade e a funcionalidade dos volumes de controle nas regiões da camada limite, pode-se

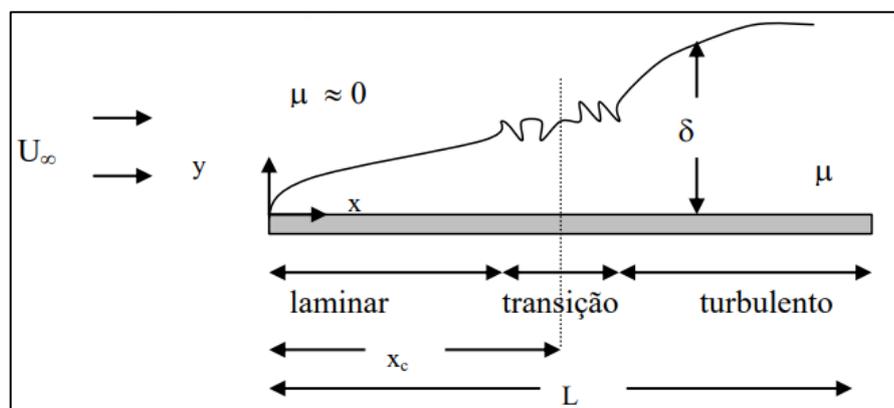
destacar a proporção de dimensões *aspect ratio* e a distância adimensional de parede, conhecida pelo nome de *Y plus* (Y^+). Este último é de interesse nos estudos de validação da camada limite.

O parâmetro Y^+ foi introduzido por Theodore von Kármán (1921) para sua lei universal de parede para camadas limites turbulentas.

Em fluidodinâmica computacional, o Y^+ é utilizado em modelos de turbulência que necessitam da distância de parede (altura da primeira camada de poliedros) para modelar a influência do tensor das tensões de Reynolds. Por mais que nem todos os modelos utilizem o valor de Y^+ , este parâmetro acaba sendo muito útil para estimar o valor da distância de parede.

Cada modelo de turbulência possui seu valor ótimo de Y^+ (varia de modelo para modelo) e esses valores servem para garantir que a malha produzida está adequada para trabalhar com esse modelo. Streeter (1974) mostra uma definição geométrica dessa camada limite.

Figura 6 – Definição geométrica da camada limite.



Fonte: adaptado de Streeter (1974).

Na Figura 8, a espessura da camada limite é definida como a coordenada y onde $\mu = 0,99 U_\infty$.

Utilizando um modelo compatível para a resolução numérica das equações de escoamento para a camada limite, pode-se medir no *solver* a espessura da camada limite, refinar a malha nessa região para um escoamento laminar e, assim, numericamente calcular variáveis do escoamento da forma correta.

3.6. Curvas de distribuição de tempos de residência

A teoria das curvas de distribuição de tempos de residência (DTR) tem sua origem na engenharia química (DANCKWERTS, 1953; CHOLETTE e CLOUTIER, 1959; LEVENSPIEL, 1998; FOGLER, 2005; LEVENSPIEL, 2011) e é amplamente utilizada na literatura de distribuidores (SZEKELY e ILEGBUSI, 1989; COSTA NETO, 1997; DA SILVA *et al.*, 1998; MAZUMDAR e GUTHRIE, 1999; SAHAI e EMI, 2007; MAZUMDAR e EVANS, 2009; KRUGER, 2010; NEVES, 2012; CHEN *et al.*, 2014; RICHAUD, 2014; CLOETE *et al.*, 2015; HUANG *et al.*, 2016; ZHENG e ZHU, 2016; CHATTERJEE *et al.*, 2017; SILVA, 2017; WANG *et al.*, 2017; MAZUMDAR, 2018; BRAGA, 2019).

Segundo Levenspiel (1998), a distribuição de tempos de residência considera que diferentes porções de aço que entram no distribuidor no mesmo instante de tempo demandam tempos diferentes para deixar o equipamento.

Segundo Neves (2012), as técnicas de modelagem tanto matemática quanto física utilizaram a curva de distribuição de tempos de residência para avaliar e otimizar o fluxo de aço no interior dos distribuidores de lingotamento contínuo. Quando o fluido escoar através de um vaso ou recipiente, é importante estabelecer o tempo despendido no sistema por um elemento unitário do fluido. O tempo médio de residência ou tempo nominal de residência de um elemento fluido no sistema pode ser calculado por:

$$t_{teórico} = \frac{\text{Volume do reator}}{\text{Vazão volumétrica através do reator}} \quad (32)$$

Muitas vezes algum elemento de fluido pode gastar um período maior ou menor que o tempo médio de residência, pela própria dinâmica do fluido. A dispersão dos diferentes tempos de residência é uma importante característica do sistema e influencia apreciavelmente a performance do reator. Para determinar essa variação de tempos, a técnica de injeção de traçador é comumente utilizada.

O procedimento experimental de pulso é muito utilizado para a obtenção direta da DTR de um distribuidor (SZEKELY e ILEGBUSI, 1989; LEVENSPIEL, 1998; FOGLER, 2005; SAHAI e EMI, 2007), que consiste na adição de uma quantidade de traçador por um curto intervalo, desprezível em relação ao tempo médio de residência do fluido no reator (injeção de um pulso – *pulse input*).

A técnica de injeção de um pulso e os resultados obtidos nos experimentos podem ser representados graficamente utilizando concentração e tempo adimensionais, como mostram as equações a seguir (BARBOSA, 2002):

$$C = \frac{c}{q / V_{dist}} \quad (33)$$

$$\theta = \frac{t}{t_{teórico}} \quad (34)$$

Em que:

C = concentração adimensional;

c = concentração de traçador na saída a cada instante t (kg/m^3);

q = quantidade de traçador injetado (kg);

V_{dist} = volume do distribuidor (m^3);

θ = tempo adimensional;

t = tempo (s);

$t_{teórico}$ = tempo de residência nominal no reator (s).

A injeção em pulso permite obter a curva DTR. A resposta normalizada é chamada de curva C e é obtida dividindo-se a concentração medida pela área sob a curva da concentração *versus* o tempo. A análise dessa curva possibilita avaliar os aspectos do escoamento do aço no interior do distribuidor e determinar os volumes das zonas de escoamento pistonado, mistura perfeita e morto (SAHAI e EMI, 1996).

Sahai e Emi (1996) definem alguns parâmetros para a análise das curvas DTR, como apresentado a seguir.

Tempo de residência médio: indica o tempo médio (até duas vezes o tempo de residência teórico) que os elementos de volume ficaram no interior do reator. Pode ser calculado pela seguinte equação:

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{\theta=0}^2 C_{ni} \theta_i}{\sum_{\theta=0}^2 C_{ni}} \quad (35)$$

Em que $\bar{\theta}$ é o tempo adimensional médio do reator. De extrema importância para a engenharia de processo.

Fração de volume pistonado: este parâmetro é obtido diretamente da curva DTR e refere-se ao tempo, após a injeção do traçador, durante o qual os sensores ficam sem estímulo da variação da concentração no meio.

Fração de volume morto: antes de calcular a fração de volume morto, é necessário calcular a integral da curva DTR até duas vezes o tempo de residência teórico. Para tal, utiliza-se a equação:

$$Q_A = \sum_{n=0}^{n=2} C_{ni} \Delta\theta \quad (36)$$

Em que Q_A é a integral da curva DTR até duas vezes o tempo de residência teórico.

Com esse último resultado, pode-se calcular a fração de volume morto por meio da equação:

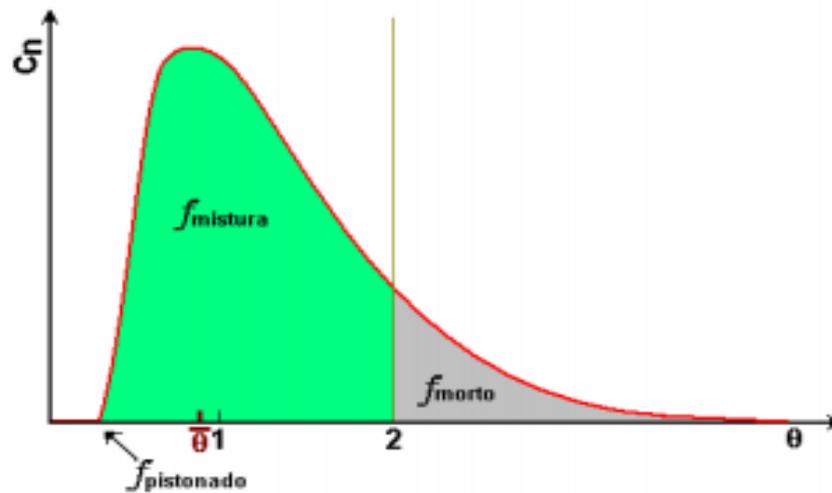
$$f_{morto} = 1 - \frac{Q_A}{A_{DTR}} \bar{\theta} \quad (37)$$

Em que f_{morto} é a fração de volume morto.

De posse dos valores das frações de volume pistonado e morto, calcula-se o valor da fração de volume de mistura por meio da equação:

$$f_{mistura} = 1 - f_{pistonado} - f_{morto} \quad (38)$$

Figura 7 – Parâmetros de uma curva DTR.



Fonte: Mendonça (2016).

Um dos objetivos deste estudo é propor um método estatístico e de identificação no domínio estudado, com base no modelo fluido dinâmico, mais assertivo e com menos aproximação que o de volume morto da Figura 8. Com a definição da localização geométrica e gráfica conforme a Figura 9 das frações de volumes característicos e das velocidades características de cada meio, pode-se validar os dados matemáticos através de dados experimentais.

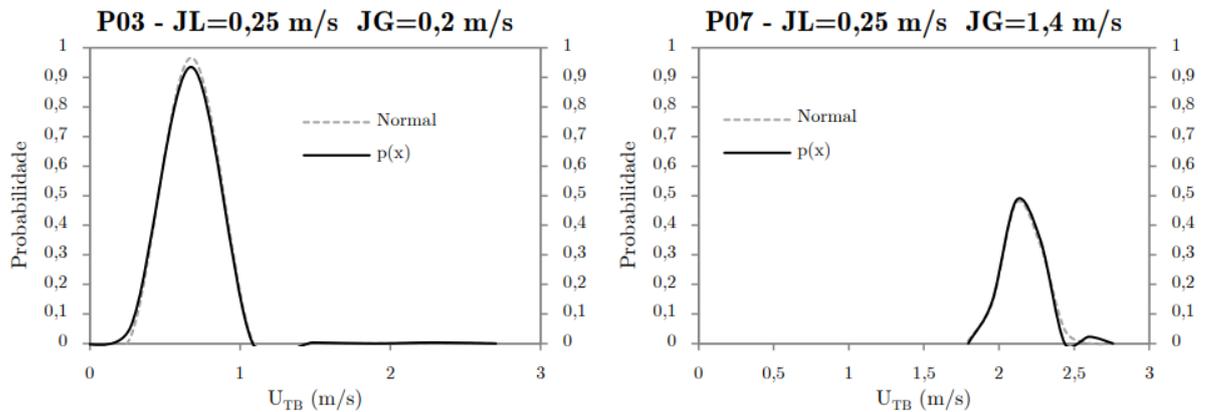
3.6.1. Distribuições de probabilidades dos perfis de velocidade

Alguns métodos estatísticos são usados para ajudar a entender a variabilidade de processos e eventos. Em experimentos estudados em fluidodinâmica computacional, dados de velocidade do fluido podem ser coletados e analisados estatisticamente.

Montgomery e Runger (2012) definem dois tipos de variáveis aleatórias: discretas e contínuas. Uma variável aleatória discreta é uma variável com uma faixa finita ou infinita contável. Uma variável aleatória contínua é uma variável com um intervalo, tanto finito quanto infinito, de números reais para sua faixa. Alguns exemplos de variáveis aleatórias contínuas são: corrente elétrica, comprimento, pressão, temperatura, tempo e velocidade.

Nydal *et al.* (1992) e Vicencio (2013) utilizam distribuições de probabilidade para caracterizar a velocidade de partículas em um fluido. Na Figura 8, Vicencio (2013) correlaciona velocidade das partículas analisadas com a probabilidade de o valor ser encontrado no domínio estudado.

Figura 8 – Distribuições de probabilidades para a velocidade da bolha alongada.



Fonte: Vicencio (2013).

Para Faber e Larson (2016), algumas características importantes que devem ser consideradas quando se organiza e se descreve um conjunto de dados são seu centro, sua variabilidade (ou dispersão) e sua forma. Deve-se organizar conjuntos de dados agrupando-os em intervalos chamados de classes e formando uma distribuição de frequência. Uma medida de tendência central é um valor que representa uma observação típica ou central de um conjunto de dados. As três medidas da tendência central mais comumente usadas são a média, a mediana e a moda. A média de um conjunto de dados é a soma dos valores dos dados dividida pelo número de observações. Para determinar a média de um conjunto de dados, use uma das fórmulas a seguir:

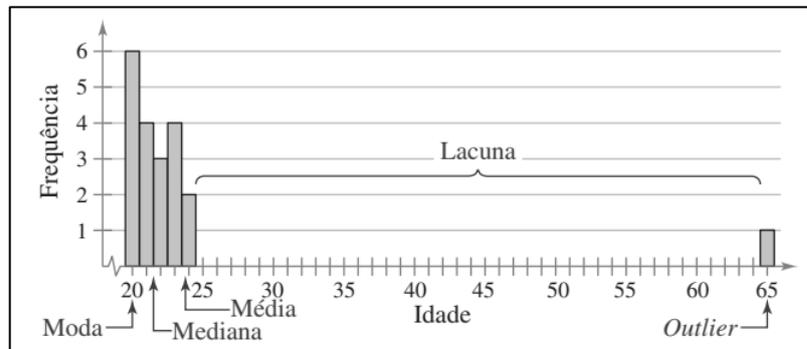
$$\text{Média populacional} \quad \mu = \frac{\sum x}{N} \quad (39)$$

$$\text{Média amostral} \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad (40)$$

A letra grega minúscula μ representa a média populacional e \bar{x} representa a média amostral. Note que N representa o número de observações em uma população e n representa o número de observações em uma amostra. Lembre-se de que a letra maiúscula sigma (Σ) indica o somatório de valores. A média leva em consideração todos os valores, mas pode ser influenciada pelo *outlier*. A mediana também leva em consideração todos os valores, e em muitos casos não é afetada pelo *outlier*. Para avaliar se a média ou mediana são afetadas por um valor, basta calcular ambas com

e sem o valor duvidoso. O histograma da Figura 9 apresenta a distribuição dos dados e a localização da média, da mediana e da moda.

Figura 9 – Histograma representativo das idades dos alunos de uma turma mostrando medidas de tendência central e *outlier*.



Fonte: Faber e Larson (2016).

Droubi *et al.* (2018) realizam uma abordagem sobre obtenção de distribuições de probabilidade por meio de transformações logarítmicas. Segundo eles, normalmente uma boa escolha de transformação leva a uma distribuição aproximadamente normal. Quando a variável dependente apresenta distribuição lognormal, essa transformação é a transformação logarítmica. Assim, descrevem-se as características básicas dessa distribuição e sua formulação, características além do seu relacionamento com a distribuição normal.

Diz-se que uma variável aleatória x tem distribuição lognormal se o seu logaritmo $\ln(x)$ tem distribuição normal. A formulação da distribuição lognormal para os parâmetros μ e σ pode ser vista na equação a seguir (LIMPERT; STAHEL; ABBT, 2001, p. 345).

$$\begin{cases} f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma}\right)^2\right] & \text{Para } x > 0 \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases} \quad (41)$$

O valor esperado E de uma variável aleatória com distribuição lognormal x pode ser calculado como visto na equação (42), enquanto sua variância $Var(X)$ é calculada de acordo com a equação (43) (LIMPERT; STAHEL; ABBT, 2001). Substituindo (42) em (43), chega-se à equação (44).

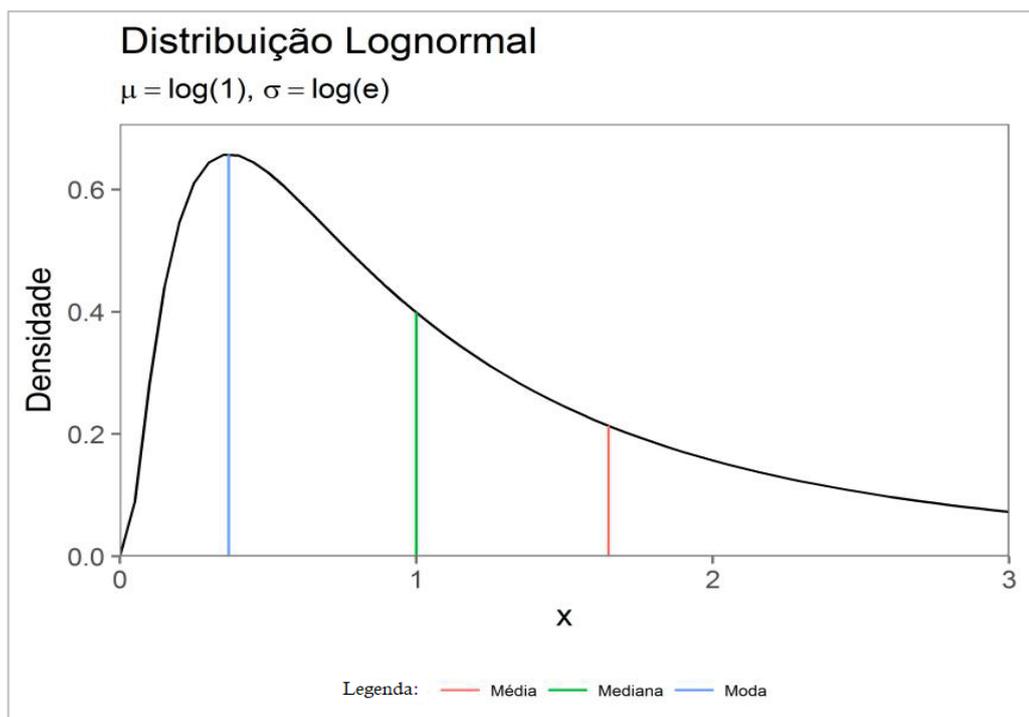
$$E[x] = e^{\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)} \quad (42)$$

$$\text{Var}(X) = e^{(2\mu+\sigma^2)} \cdot (e^{\sigma^2} - 1) \quad (43)$$

$$\text{Var}(X) = E^2[X] \cdot (e^{\sigma^2} - 1) \quad (44)$$

As medidas de tendência central, como média, moda e mediana, são de grande interesse no entendimento da distribuição de probabilidade. Ao contrário da distribuição normal de Gauss e outras distribuições de probabilidade simétricas, em que as medidas de tendência central convergem para um mesmo valor, na distribuição lognormal moda, média e mediana apresentam localizações distintas. Pode ser observado na Figura 10 a posição das medidas de tendência central (moda, média e mediana) para uma variável aleatória de distribuição lognormal.

Figura 10 – Medidas de tendência central da distribuição de probabilidade lognormal (média em vermelho, mediana em verde e moda em azul).



Fonte: adaptado de Droubi *et al.* (2018).

Heo *et al.* (2008) e Smith *et al.* (2009) afirmam que o método mais potente e fácil para avaliar a influência de fatores distintos em um experimento é o gráfico de probabilidade normal. Principalmente ao se considerar a quantidade de tempo necessário para sua coleta, descrição, análise e discussão (KOZAK, 2009).

Trazendo a distribuição lognormal para análise do escoamento dentro do distribuidor do lingotamento contínuo e tratando os gradientes de velocidade por elemento de volume do modelo discretizado como a variável aleatória X , pode-se replicar análises feitas por Nydal *et al.* (1992) e Vicencio (2013) em que a velocidade foi correlacionada a distribuições de probabilidade.

3.7. Modelos matemáticos do escoamento em distribuidores do lingotamento contínuo revisados

Os modelos matemáticos para simulação de escoamento em distribuidores do lingotamento contínuo são estudados largamente, conforme Tabelas 2, 3 e 4.

Tabela 2 – Características dos equipamentos industriais e dos modelos para o distribuidor – Parte I.

Características/trabalhos	Equipamento industrial			Modelos matemáticos						
	Massa do aço e/ou tamanho do equipamento	Número de veios e vazão ou velocidade de entrada do fluido	Dispositivos modificadores de fluxo	Tipo de modelo de turbulência e dimensão	Coordenadas	Números de nós ou elementos de volume	Métodos de discretização	Métodos de solução	Critério de validação	Mapeamento do volume morto
Szekely e Illegbusi (1989)	1 m x 0,5 m x 0,25 m	1 0,25 m/s	Campo eletromagnético	k – ε Tridimensional	Cartesianas	25 x 15 x 15	Volumes finitos	PHOENICS (SIMPLE)	"_"	"_"
Joo et al. (1993)	5,19 m x 0,68~1,07 m x 1,1 m	1 6,9 x 10 ⁻³ m ³ /s	Barragens e diques	k – ε Tridimensional	Cartesianas	17 x 40 x 16	Volumes finitos	SIMPLE	Protótipo e modelo físico	"_"
Sinha e Sahai (1993)	8,10 m x 1,035 m x 1,20 m	2 0,0176 m ³ /s	Barragens, diques e anteparos	k – ε Tridimensional	Cartesianas	"_"	Diferenças finitas	"_"	"_"	"_"
Araújo et al. (1997)	"_"	2	Barragens e diques	k – ε Tridimensional	Cartesianas	"_"	Volumes finitos	ANSYS/FLOTRAN	Modelo físico	"_"
Barbosa (2002)	41,5 t	2 1,2 m/min	Barragens, diques e inibidor de turbulência	k – ε Tridimensional	Cartesianas	23 (29) x 40 (64) x 136 (146)	"_"	ANSYS/FLOTRAN	Modelo físico	"_"
Arcos-Gutierrez et al. (2003)	3,8 m x 1,1 m x 0,65 m	1	Barragens, inibidor de turbulência e injeção de gás	k – ε Tridimensional	Cartesianas	250.000 elementos de volume	Volumes finitos	SIMPLEC	Modelo físico	"_"

Fonte: autor.

Tabela 3 – Características dos equipamentos industriais e dos modelos para o distribuidor – Parte II.

Características/trabalhos	Equipamento industrial			Modelos matemáticos						
	Massa do aço e/ou tamanho do equipamento	Número de veios e vazão ou velocidade de entrada do fluido	Dispositivos modificadores de fluxo	Tipo de modelo de turbulência e dimensão	Coordenadas	Números de nós ou elementos de volume	Métodos de discretização	Métodos de solução	Critério de validação	Mapeamento do volume morto
Vargas-Zamora et al. (2004)	3,8 m x 1,1 m x 0,65 m	1 3,12 m/min	Barragens, inibidor de turbulência e injeção de gás	k – ε Tridimensional	Cartesianas	"_"	Volumes finitos	SIMPLEC	Modelo físico	"_"
Wang et al. (2005)	4,675 m x 1,452 m x 1,266 mm	1	Barragens e diques e injeção de gás	k – ε Tridimensional	Cartesianas	"_"	Volumes finitos	CFX - Solver	"_"	"_"
Liu et al. (2008)	8,10 m x 1,035 m x 1,20 m	2 0,93 m ³ /s (água)	Barragens, diques e tipo-T	k – ε Tridimensional	Cartesianas	500.000 EV	Diferenças finitas	FLUENT	Modelo físico	"_"
Cwudzinski et al. (2010)	30 t	1 0,9 m/s	Barragens e diques, inibidor de turbulência, injeção de gás e baffles	k – ε Tridimensional	Cartesianas	430.000 e 460.000 EV	Volumes finitos	FLUENT	Dados industriais	"_"
Chattopadhyay et al. (2011)	"_"	4 0,17 m ³ /s (água)	Injeção de gás	k – ε Tridimensional	Cartesianas	"_"	"_"	FLUENT	Modelo físico	"_"
Neves (2012)	8,1648 m x 0,8554 m x 0,8759 m (C x L x A)	779,42 l/min (aço)	Barragens, diques e injeção de gás	k – ε Tridimensional	Cartesianas	1.000.000 EV	Volumes Finitos	CFX - Solver	Modelo físico e dados industriais	"_"

Fonte: autor.

Tabela 4 – Características dos equipamentos industriais e dos modelos para o distribuidor – Parte III.

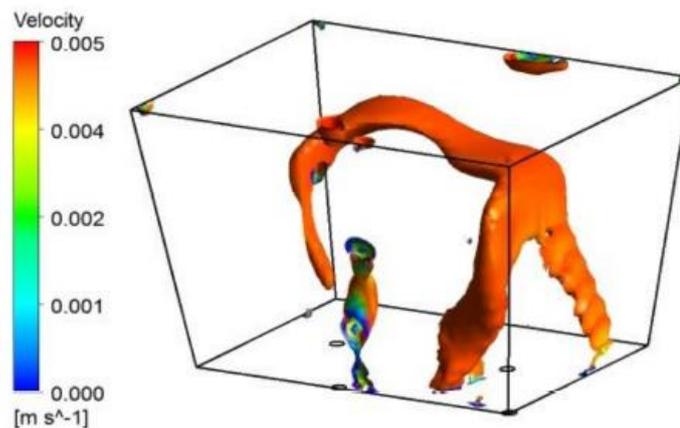
Características/trabalhos	Equipamento industrial			Modelos matemáticos						
	Massa do aço e/ou tamanho do equipamento	Número de veios e vazão ou velocidade de entrada do fluido	Dispositivos modificadores de fluxo	Tipo de modelo de turbulência e dimensão	Coordenadas	Números de nós ou elementos de volume	Métodos de discretização	Métodos de solução	Critério de validação	Mapeamento do volume morto
Cendekia (2018)	6,0624 m x 0,850 m (C x A)	13.648 l/h (aço) 1,380 l/h (água)	Inibidor de turbulência	k – ε Tridimensional	Cartesianas	169.851 EV	Volumes finitos	Fluent	Dados industriais	Sim
Braga (2019)	8,1648 m x 0,8554 m x 0,8759 m (C x L x A)	779,42 l/min (aço)	Barragens, diques e injeção de gás	k – ε Tridimensional	Cartesianas	523.832 EV	Volumes finitos	CFX - Solver	Modelo físico e dados industriais	"_"
Souza (2019)	8,1648 m x 0,8554 m x 0,8759 m (C x L x A)	779,42 l/min (aço)	Barragens, diques e injeção de gás	k – ε Tridimensional	Cartesianas	128.353 e 141.703 EV	Volumes finitos	CFX - Solver	Modelo físico	"_"
Yang, Lei, Xu, Liu e Han (2021)	5,100 m x 2,400 m x 1,500 m (C x L x A)	24 m ³ /h (aço)	"_"	k – ε Tridimensional	Cartesianas	300.318 EV	Volumes finitos	CFX - Solver	Modelo físico	Sim
Sheng (2022)	4,341 m x 0,883 m x 1,330 m (C x L x A)	0,0655 t/min (aço)	Barragens, diques e inibidor de turbulência	k – ε Tridimensional	Cartesianas	"_"	Volumes Finitos	CFX - Solver	Modelo Físico	Sim

Fonte: Autor

Os modelos matemáticos revisados utilizam predominantemente o modelo de turbulência $k - \epsilon$, são tridimensionais e utilizam modelos físicos ou industriais para validação. Do ano de 2018 até o momento, três referências fazem algum tipo de mapeamento do volume morto: Cendekia (2018), Yang *et al.* (2021) e Sheng (2022).

Para Yang *et al.* (2021), a região que representa o volume morto pode ser obtida por meio de um mapeamento simples e direto por uma velocidade crítica em que o fluxo de fluido é totalmente desenvolvido com uma ferramenta em CFX chamada isovolume. Essa velocidade crítica é detalhada estatisticamente por análise de quartil e alteração de configuração estudada. Na Figura 12 tem-se a visualização tridimensional da região do volume morto descrita.

Figura 11 – Visualização tridimensional da região do volume morto.



Fonte: Yang *et al.* (2021).

Para Cendekia (2018), um fluido de movimento muito lento é definido como o fluido que tem a velocidade inferior a 10% da média encontrada. Essa velocidade é exibida como a área verde na Figura 11 e com referência à Tabela 5, simulação número 3 e velocidade média de $2,04 \times 10^{-2}$ m/s. O método de obtenção da velocidade com referência ao volume morto é percentual.

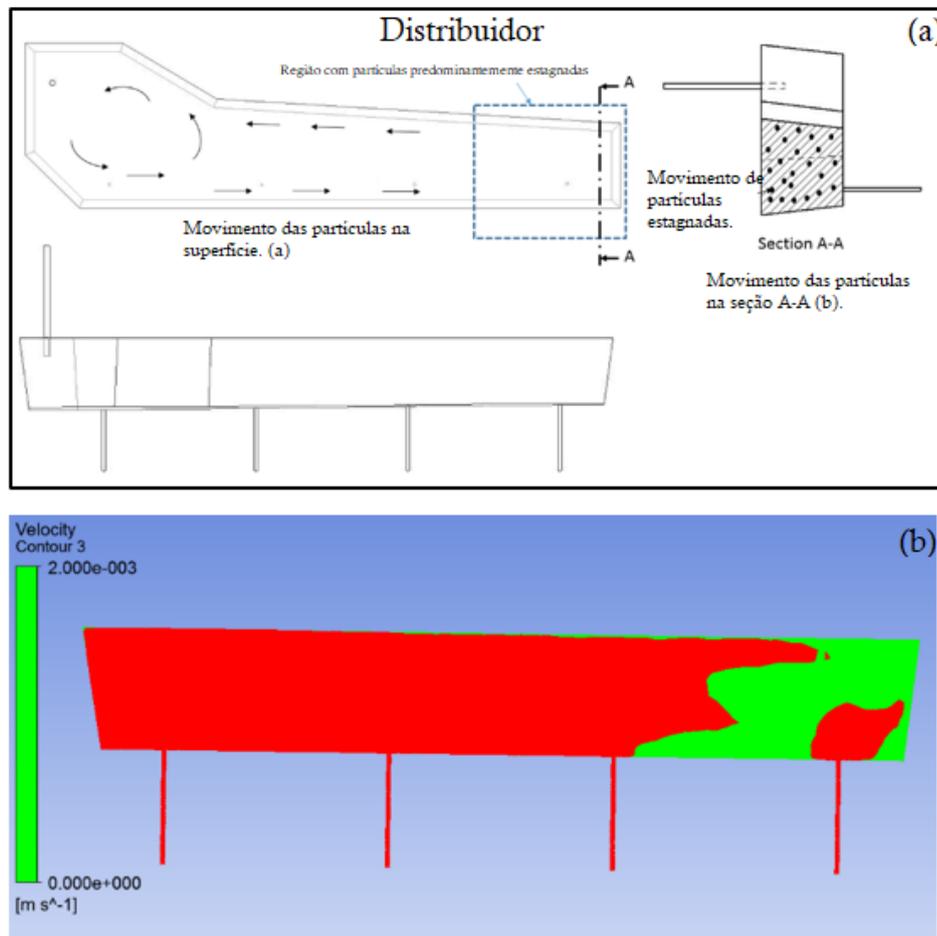
Na Tabela 7, Cendekia (2018) descreve um parâmetro de velocidade percentual para mapear o volume morto.

Tabela 5 – Volume médio de variáveis relacionadas à velocidade e turbulência na condição de estado estacionário.

Simulação número	Configuração	Variável		
		Velocidade média (m/s)	Energia cinética turbulenta média (m^2/s^2)	Taxa média de dissipação turbulenta (m^2/s^3)
3	Distribuidor sem modificador de fluxo	2.04E-02	1.21E-04	3.91E-04
6	Anteparo perfurado (<i>baffle</i>)	1.73E-02	3.97E-05	3.09E-04
7	Turbo tampão	9.22E-03	1.34E-05	2.74E-04
8	Turbo tampão e anteparo perfurado (<i>baffle</i>)	1.38E-02	1.56E-05	3.04E-04

Fonte: Cendekia (2018).

Figura 12 – Comparação de fluido de movimento lento na observação do movimento de partículas (a) e em simulação (b).



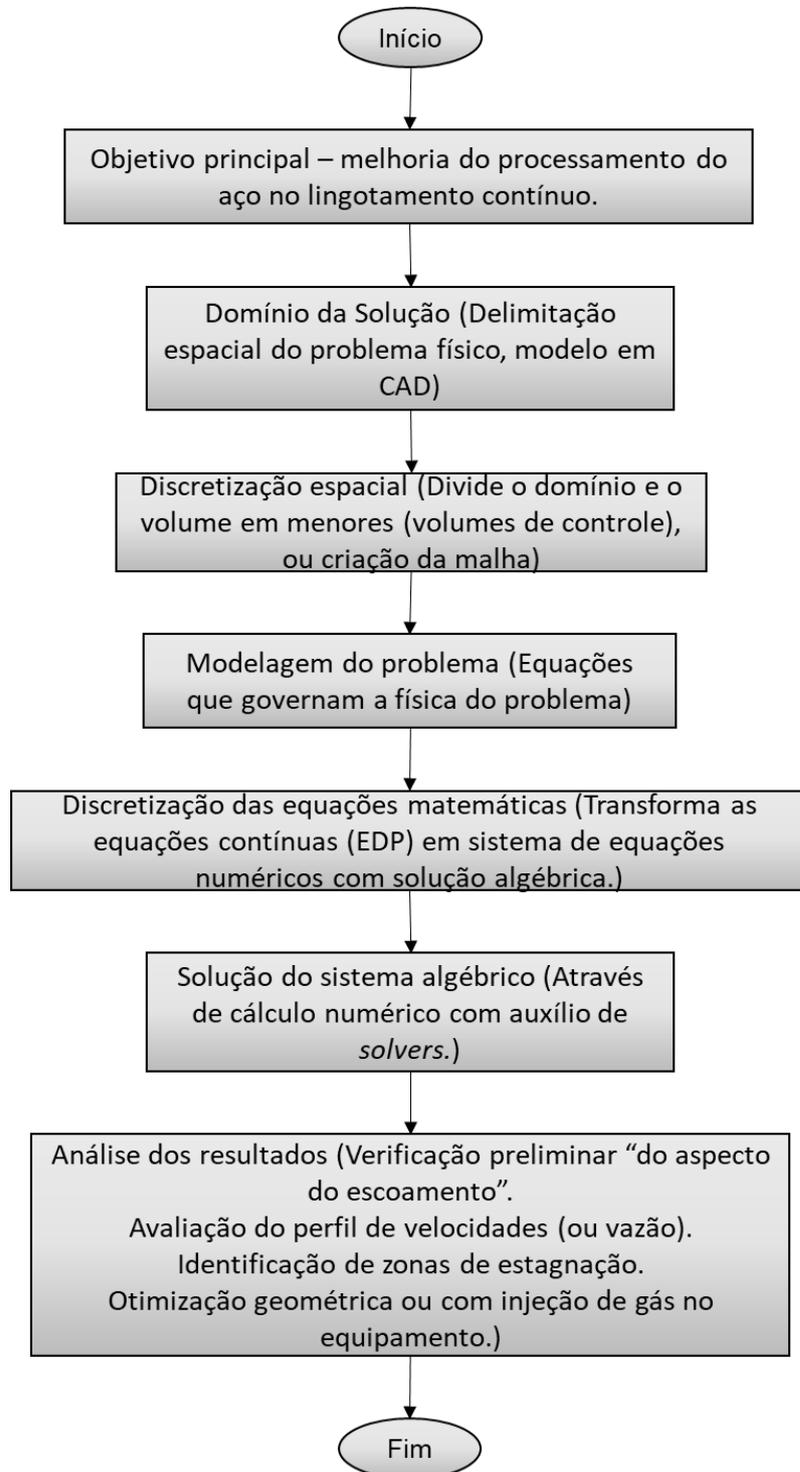
Fonte: Cendekia (2018).

Os resultados de Mendonça (2016) serão apresentados na seção Resultados, uma vez que foram usados para validação do modelo matemático do presente trabalho.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

As etapas desenvolvidas no trabalho estão representadas no fluxograma da figura 13 a seguir.

Figura 13 – Fluxograma do desenvolvimento da simulação matemático computacional.



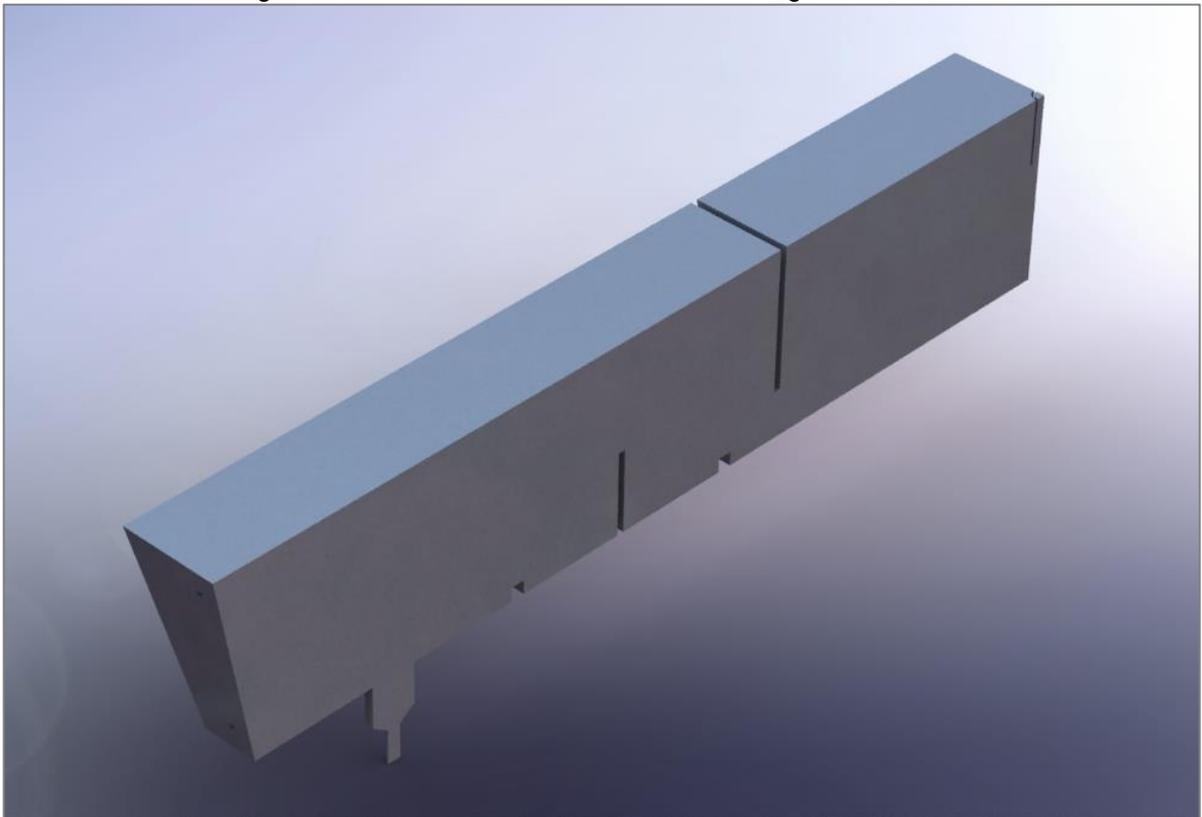
Fonte: Autor.

Na figura 13 é descrita a sequência do estudo CFD desde o objetivo do estudo, que geralmente é um entendimento de escoamento ou otimização, a definição do domínio com a delimitação espacial do domínio através de modelos CAD, depois a discretização espacial, determinação das equações que governam a física do problema, solução desse sistema com utilização dos *solvers*, e análise dos resultados.

Normalmente, se modela o fluido, ou a região com fluido, que é o “espectro” contrário “da peça sólida”, o vazio. Em alguns casos, considera-se o interior sólido para estudos de troca térmica, por exemplo.

A seguir é apresentada a figura 14 onde pode se observar a simetria (25% do modelo físico para redução do custo computacional durante as resoluções numéricas) para delimitação espacial do problema físico. Os principais *softwares* para resolução numérica utilizam modelos CAD para solucionar as equações diferenciais através de cálculo numérico. Para detalhes do desenho técnico consultar apêndice 4 na página 85.

Figura 14 - Domínio do distribuidor em modelagem CAD - 3D.



Fonte: Autor.

4.1. Condições do escoamento para modelagem matemática

Os estudos dos modelos físicos de Neves (2012), Vilela (2014), Braga (2015) e Mendonça (2016), para as configurações com e sem injeção de gás, foram as referências de resultados físicos utilizadas no presente estudo.

A configuração com modificadores de fluxo e com injeção de gás, onde saem as bolhas foi uma das melhores condições para eficiência de remoção de inclusões nas referências estudadas além da utilização de barragem e dique, com plugue posicionado a 56 cm de afastamento da válvula longa e operando com vazão de ar no plugue poroso de 3 NL/min. Em Mendonça (2016), a cortina gasosa foi gerada na base do modelo físico por um plugue, com elemento poroso nas dimensões (20mm x 150mm x 20mm) feito de escória granulada de alto-forno.

Na tabela 6 são apresentados os parâmetros dos escoamentos para as configurações do distribuidor simuladas.

Tabela 6 – Parâmetros dos escoamentos para as configurações simuladas.

	Valor
Volume do reator (L)	164,200
Vazão na entrada (Q) (L/min)	50,000
Área de superfície livre (m ²)	0,188
Modificadores de Fluxo (Diques / Barragens)	Dique e barragem
Escala de redução em relação ao modelo físico	1:1
Injeção de gás (NL/min)	3,0
Modelo de turbulência	k-ε
Tempo teórico de residência (tc)(s)	197,040
Passo de tempo (Δt) (s)	1

Fonte: Autor.

A modelagem matemática para cada configuração simulada será feita em duas etapas: primeiro resolve-se o escoamento através do *solver*, onde todas equações são resolvidas nos nós e caso necessário no meio dos volumes de controle são resolvidas médias, e segundo resolve-se o escalar do traçador para cálculo da curva DTR. O equacionamento e formulação das condições do escoamento fluido dinâmico do distribuidor serão consideradas as seguintes características:

- Escoamento isotérmico e em regime permanente;
- Fluidos newtonianos com propriedades físicas constantes;

- Superfície livre do fluido no distribuidor plana e mantida em nível constante;
- Modelo de turbulência $k - \varepsilon$.

As condições de contorno são:

- Entrada do distribuidor: vazão de 50NL/min de água;
- Entrada de gás pelo plugue poroso: entrada de gás a 3 NI/min. Diques e barragens.
- Condição de não escorregamento para o fluido água em todas as paredes, no fundo do distribuidor e nos modificadores de fluxo, ou seja, as velocidades dos fluidos em contato com essas superfícies são zero: $u = v = w = 0$. Para o gás, foi definida a condição de escoamento livre;
- Superfície livre do distribuidor: condição de escorregamento livre para a fase líquida. Para o sistema com injeção de gás, foi utilizada a configuração “*degassing*”, que permite a saída de gases;
- O coeficiente de tensão interfacial para a água/ar a 25 °C foi fixado como 0,072 N/m;
- Simetria: foram consideradas duas simetrias, onde basicamente reduziu para 25% da geometria. A condição de contorno de simetria assume que não há fluxo de quantidade de movimento e de massa perpendiculares a estes planos;
- Como critério de convergência para as simulações, foi tomado valor RMS (*Root Mean Square*) dos resíduos padronizados das equações resolvidas inferior a 10^{-6} ;
- O esquema de advecção utilizado foi o *High Resolution*;
- Quanto à abordagem do escoamento multifásico, optou-se pelo modelo Euleriano-Euleriano para caracterizar o sistema fase líquida, água, e a fase gasosa, ar atmosférico. Para o caso da injeção de gás no distribuidor, a água é definida como fluido contínuo e o ar como fluido disperso.

As propriedades físicas do fluido utilizado, no caso a água, e do gás, no caso o ar, foram retiradas da literatura de Moran *et al.* (2014), conforme tabela 7 a seguir.

Tabela 7 – Propriedades físicas do fluido utilizado, no caso a água, e do gás, no caso o ar, para condições normais de temperatura e pressão (CNTP).

	Água	Ar
Densidade (kg / m^3)	997	1,185
Viscosidade Dinâmica ($kg/m.s$)	$8,90 \times 10^{-4}$	$1,83 \times 10^{-5}$

Fonte: Moran et al. (2014).

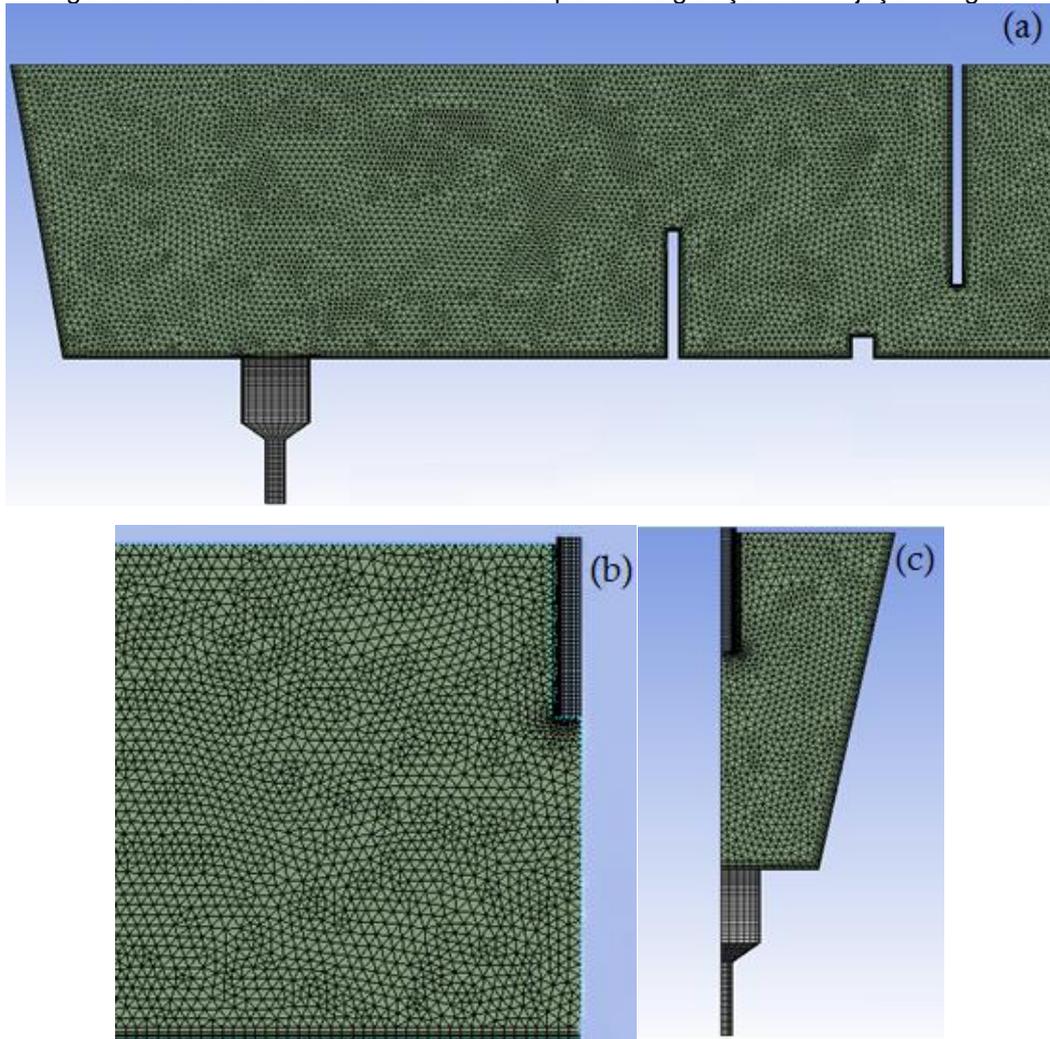
O ponto de partida do modelo assinalado acima será simular os modelos para avaliar as frações de volume morto, validar os resultados do modelo através da suposição de que as regiões que caracterizam volume morto podem ser otimizadas, e inserir pontos de injeção de gás para avaliar o escoamento segundo as premissas revisadas.

4.2. Estudo de independência de Malha

Os parâmetros numéricos são escolhidos durante a preparação de uma simulação CFD, tal como tamanhos de elemento da malha, critério de convergência, esquema de advecção, entre outros. Em alguma medida, as escolhas feitas sempre afetam os resultados das simulações executadas. No entanto, se as equações discretizadas forem satisfatoriamente resolvidas, à medida que a malha é refinada, espera-se que a solução obtida se aproxima da solução real das equações diferenciais que governam o problema. Nesse contexto, o estudo de independência de malha visa identificar uma malha suficientemente refinada a partir da qual refinamentos maiores da malha não alteram significativamente os resultados obtidos, o que garante menos esforço computacional possível. Em análises CFD, é muito comum escolher como parâmetro de controle a variável de interesse ou sua correlação direta com os resultados esperados, como as curvas DTR.

No corpo do distribuidor, conforme figura 15 (a), é definida malha com geometria tetraédrica e na válvula de saída é utilizada geometria retangular através de função *sweep* (varredura). Na figura 15 (b) detalha a região próxima a válvula de entrada do aço. Na válvula de entrada é utilizada a função *sweep*, no corpo do distribuidor os tetraedros e nas paredes a função *inflation* para modelar a camada limite. Na figura 15 (c) é detalhada a região de simetria próxima a válvula de entrada, onde na válvula é aplicada a função *sweep*, para modelar o escoamento no sentido do fluxo de entrada do aço e nas paredes a função *inflation*, para modelagem regiões de baixa velocidade

Figura 15 - Desenho da malha encontrada para configuração sem injeção de gás.

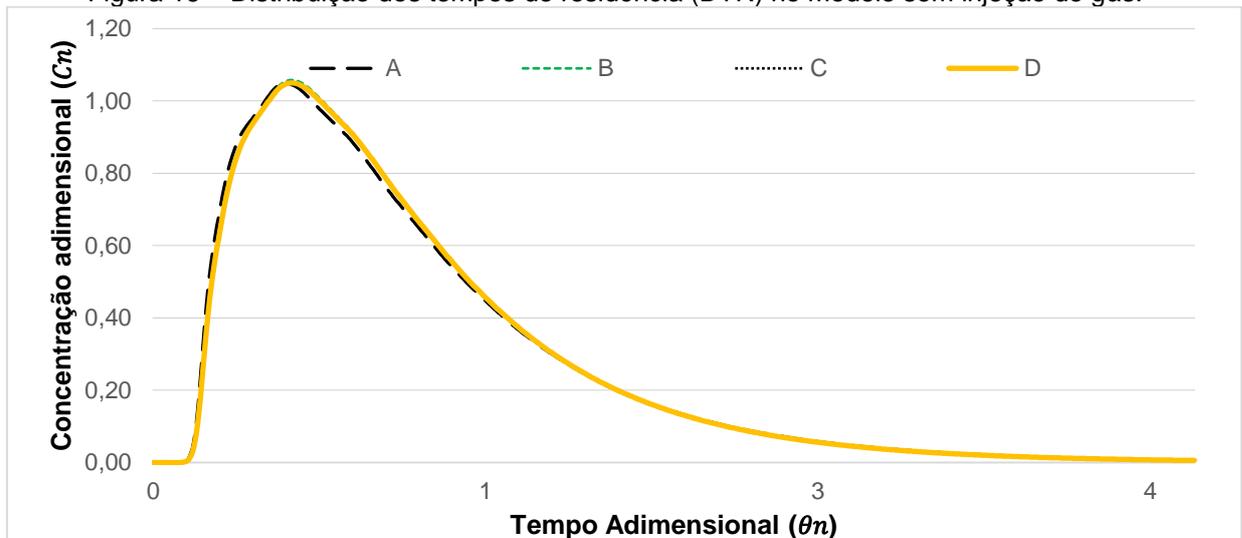


Fonte: Autor.

Nessa etapa o módulo *Mesh* do Ansys CFX Fluid Flow 2020 foi utilizado para discretizar o domínio. Para cada configuração é realizado estudo de independência de malha, onde procura-se a melhor malha para simulação. O parâmetro utilizado no presente estudo foi alteração da curva DTR.

Na figura 16, é representada a curva DTR do distribuidor para a configuração do modelo sem injeção de gás e são comparados os resultados das quatro malhas estudadas. Para análise do custo computacional é importante definir qual refinamento de malha não influenciará nos resultados. Foi feita análise e onde não ocorre alteração significativa pode-se inferir como o refinamento ideal para consideração dos cálculos subsequentes.

Figura 16 – Distribuição dos tempos de residência (DTR) no modelo sem injeção de gás.



Fonte: Autor.

Na tabela 8 as quatro malhas foram testadas e a que melhor se adequou ao modelo sem injeção de gás por possuir menos elementos de volume sem alteração da curva DTR foi a malha D.

Tabela 8 – Características das malhas A, B, C e D – configuração sem injeção de gás.

Configuração sem injeção de gás	Malha A	Malha B	Malha C	Malha D
Número de nós	136376	181084	255471	372577
Número de elementos	544520	755788	1107042	1704484
Ortogonalidade	20,5	28,7	28,7	24,1
Fator de expansão (Exp Factor)	430	184	157	91
Proporções de dimensões (Aspect ratio)	60	60	60	60

Fonte: Autor.

O termo *aspect ratio*, ou razão entre os tamanhos das arestas de um mesmo elemento, deve atender uma proporção próxima de uma unidade quando se divide comprimento por largura, por exemplo. O fator de expansão refere-se ao tamanho do elemento de volume imediatamente ao lado, onde em geral deve atender um aumento ou redução de no máximo 20%. A ortogonalidade se refere ao ângulo ou coordenada cartesiana da geometria de cada elemento de volume, espera-se geometrias mais ortogonais do que não ortogonais.

Assim, como no caso sem injeção, foram feitas análises de escoamento com injeção de gás. No caso da independência de malhas para condição com injeção de no fundo do distribuidor não houve alteração dos resultados da curva DTR a partir da malha G com dados descritos na tabela 9 a seguir.

Tabela 9 – Características das malhas com injeção de gás no fundo.

Malha	Malha E	Malha F	Malha G
Número de nós	148932	189133	279337
Número de elementos	656671	843905	1274864
Ortogonalidade	29	26,4	29
Fator de expansão (<i>Exp Factor</i>)	17	16/100	16
Proporções de dimensões (<i>Aspect ratio</i>)	40	36	40

Fonte: Autor.

A malha J representada na tabela 10 é o melhor resultado alcançado na independência de malhas para configuração com injeção de gás no fundo e paredes e essa configuração tem como objetivo avaliar a eficiência da redução de zonas de baixa velocidade, possivelmente correlacionadas ao volume morto do reator.

Tabela 10 – Características das malhas com injeção de gás no fundo e paredes.

Malha / Característica	Malha H	Malha I	Malha J
Número de nós	188940	224201	312486
Número de elementos	842309	1008179	1435906
Ortogonalidade	29,2	26,5	30,7
Fator de expansão (<i>Exp Factor</i>)	19	17	27
Proporções de dimensões (<i>Aspect ratio</i>)	41	36	21

Fonte: Autor.

De acordo com as premissas descritas serão simulados computacionalmente o escoamento e injeção de traçador nos modelos matemáticos do distribuidor do lingotamento contínuo. A etapa final é a de pós-processamento, quando os resultados são avaliados por meio de ferramentas como vetores, linhas de corrente, distribuições de cores, planos de corte, isosuperfícies, isovolumes, entre outros. As rotinas descritas serão verificadas para as três configurações.

Para fins de nomenclatura a seguinte proposição será seguida: configuração sem injeção de gás (SG), com injeção de gás no fundo (GF) e com injeção de gás no fundo e paredes (GFP).

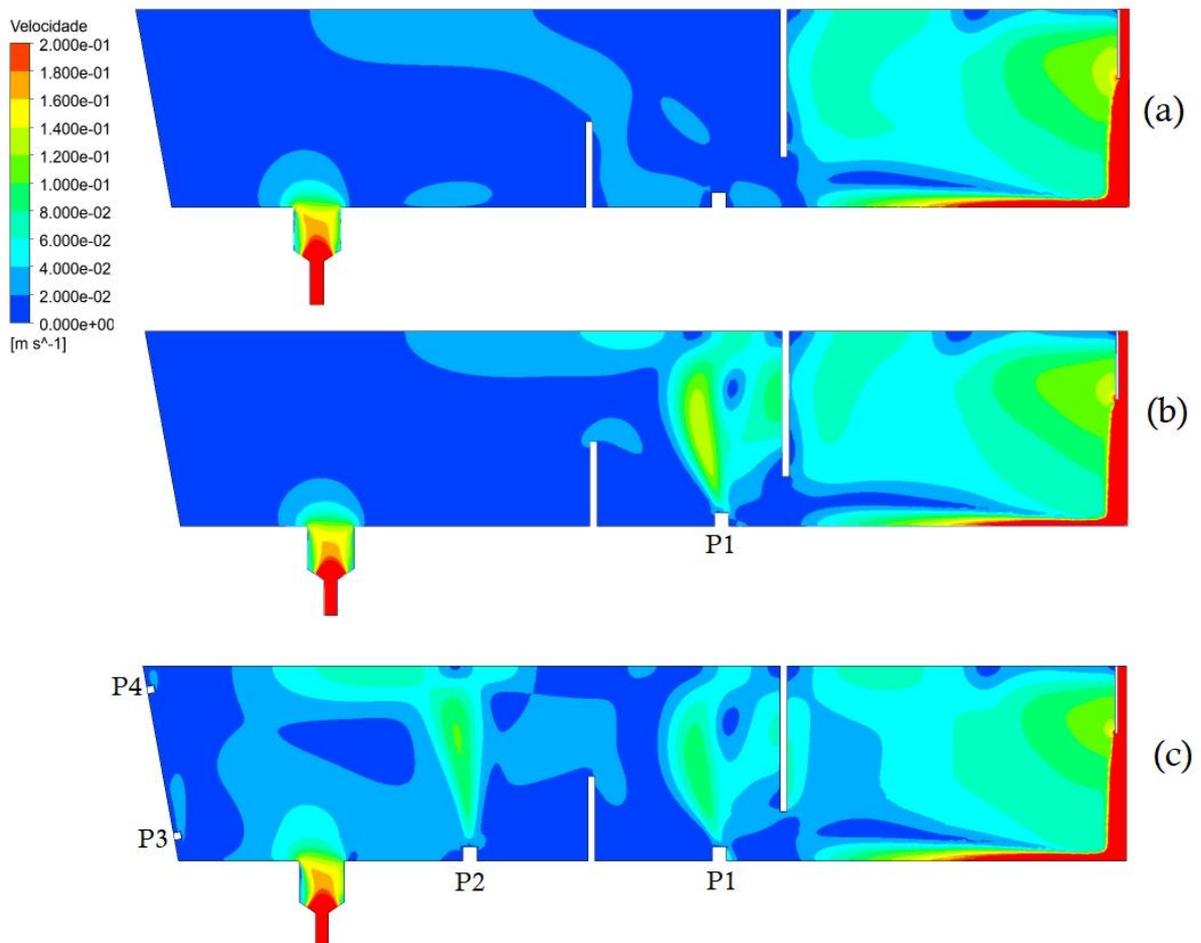
5. RESULTADOS

De acordo com os objetivos propostos são apresentados os resultados obtidos das três condições simuladas: sem injeção de gás, com injeção de gás no fundo e injeção de gás no fundo e paredes.

5.1.1. Análise do escoamento

Na figura 17 são apresentados os valores da velocidade do fluido na região de simetria do domínio estudado onde são mostrados os contornos por gradiente de cores das três configurações simuladas.

Figura 17 – Comparação dos perfis de velocidade com contornos na simetria do domínio para as configurações SG (a), GF (b) e GFP (c).



Fonte: Autor.

Esse tipo de análise de gradiente de cores através de contornos é ideal para avaliar campos de velocidade dentro do domínio e zonas de alta turbulência que precisam de modificadores de fluxo, por exemplo. Os limiares de velocidades selecionados nos

gradientes de contorno foram de 0,0 m/s a 0,2 m/s para facilitar a visualização das variações dos perfis de velocidade entre as condições simuladas. Percebe-se alterações no perfil de velocidade à medida que se injeta gás no fundo do distribuidor entre o dique a barragem e nas paredes conforme figuras 17(b) e 17(c) e as maiores velocidades encontradas estão na entrada e saída do distribuidor e à medida que se injeta gás. Conforme adiciona-se gás nos pontos P1 a P4, verifica-se pequeno aumento da velocidade média do fluido, como observado na tabela 11.

Tabela 11 - Velocidade média do fluido no interior do distribuidor.

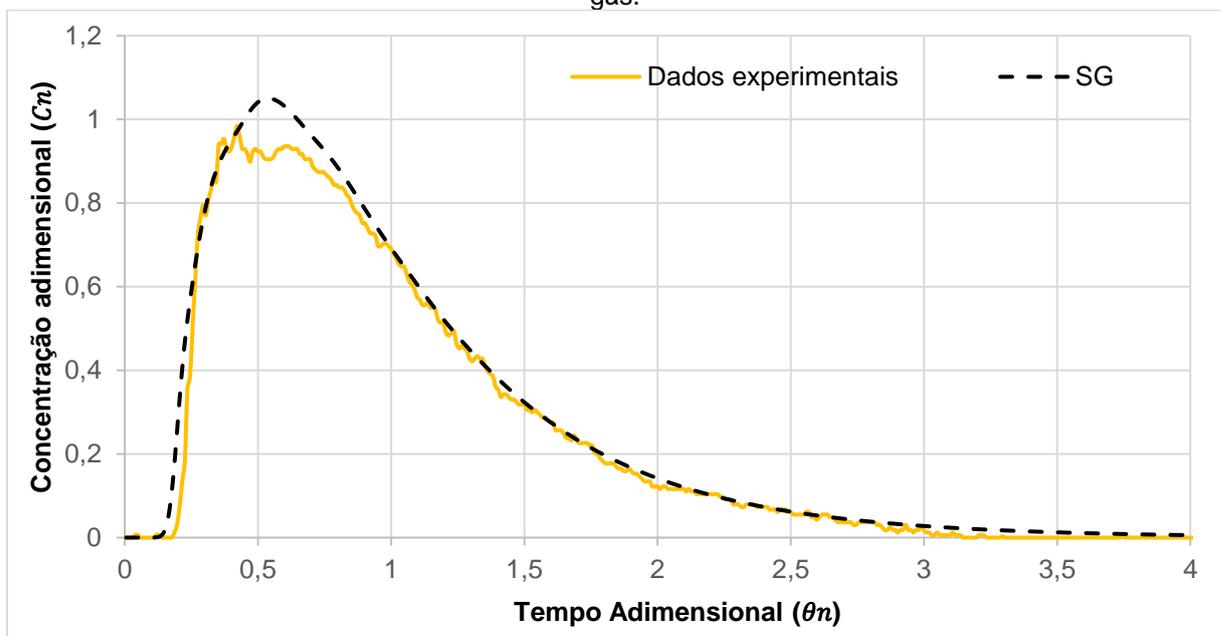
Configuração	Velocidade média do fluido (m/s)
SG	$3,6 \times 10^{-2}$ [m/s]
GF	$4,0 \times 10^{-2}$ [m/s]
GFP	$4,4 \times 10^{-2}$ [m/s]

Fonte: Autor.

5.1.2. Resultado da injeção de traçador e comparação com resultados experimentais

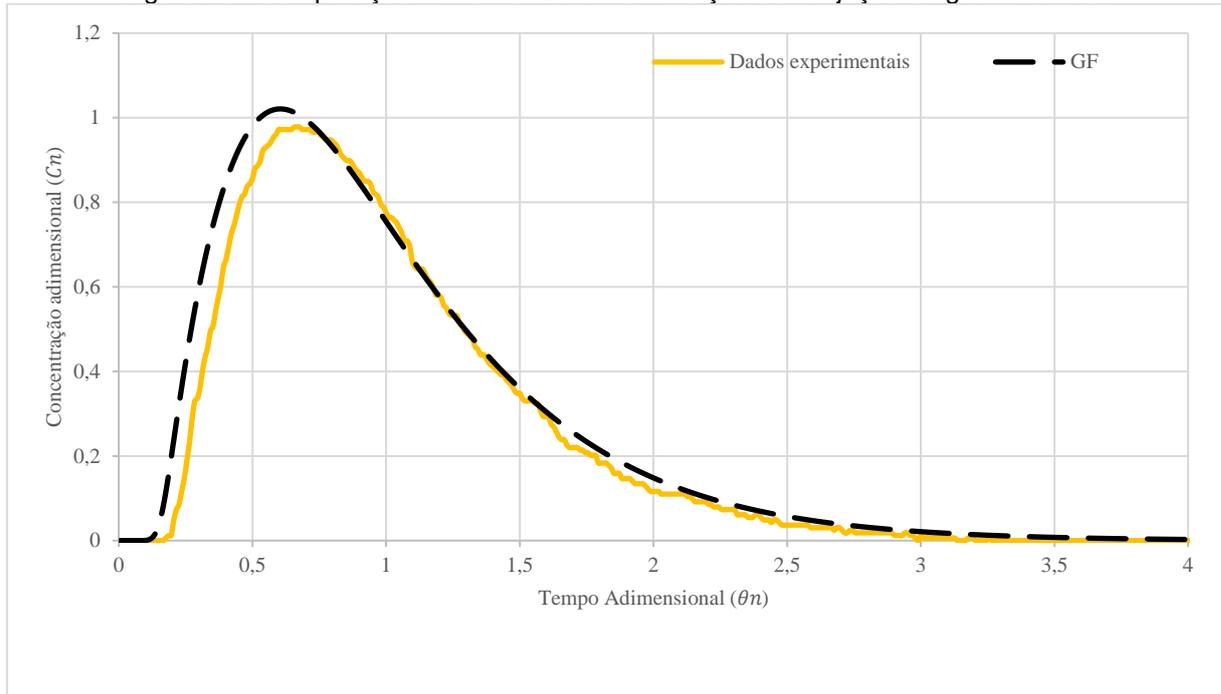
A fim de validar o modelo matemático computacional, compara-se abaixo nas figuras 18 e 19 as curvas DTR das configurações SG e GF com os resultados das curvas DTR dos modelos físicos de Mendonça (2016).

Figura 18 – Comparação de curvas DTR experimental e matemática para condição sem injeção de gás.



Fonte: Autor / Mendonça (2016).

Figura 19 - Comparação de curvas DTR na condição com injeção de gás no fundo.

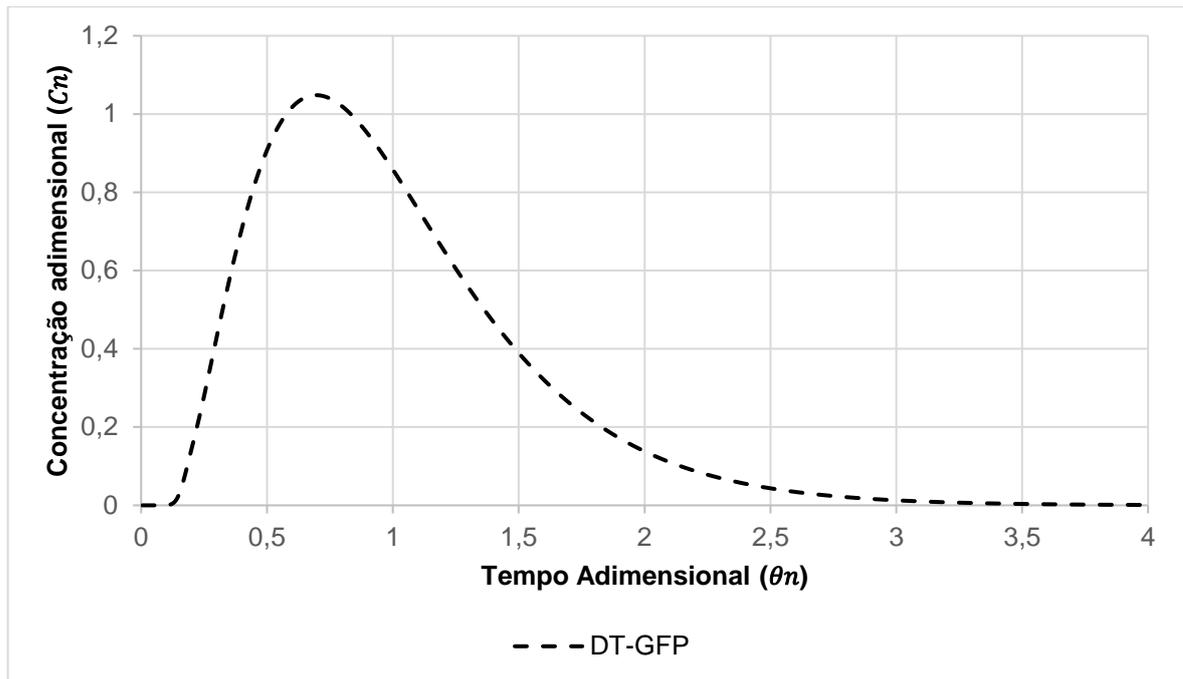


Fonte: Autor / Mendonça (2016)

Percebe-se boa aproximação do modelo matemático com o modelo físico reduzido para configuração SG conforme figura 18. No resultado das curvas DTR experimental e configuração GF, conforme figura 19, a aproximação não foi tão boa quanto a configuração sem injeção de gás.

A partir dos dois resultados de similaridade das configurações SG e GF foi proposta uma nova configuração baseada nos resultados iniciais. Nessa nova configuração foram adicionados mais pontos de injeção de gás no fundo e paredes conforme pontos P1 a P4 da figura 17(c), essa configuração foi chamada de GFP. Não foi possível validação por similaridade com modelo físico para essa configuração devido disponibilidade de acesso ao modelo físico do presente estudo. O resultado da simulação numérica da configuração GFP encontra-se na figura 20.

Figura 20 - Curva DTR na condição com injeção de gás no fundo e paredes.



Fonte: Autor.

Aplicando as equações 32 a 38, temos os resultados do modelo de partições para frações de volume morto, pistonado e de mistura nas três condições analisadas para as três configurações simuladas na tabela 12.

Tabela 12 – Resultados do modelo de partições para as configurações SG, GF e GFP.

Fração característica do modelo de partições	SG	GF	GFP
Fração de volume morto (f_{morto})	0,15	0,10	0,04
Fração de volume pistonado ($f_{pistonado}$)	0,17	0,15	0,16
Fração de volume de mistura ($f_{mistura}$)	0,68	0,75	0,80

Fonte: Autor.

Na tabela 12 são apresentados os resultados do modelo segundo Sahai e Emi (1996). A fim de comparar os resultados com dados experimentais segue a tabela 13 comparando resultados experimentais de Mendonça (2016).

Tabela 13 - Volumes característicos para o distribuidor com dique e barragem, sem e com injeção de gás e plugue na posição 56cm.

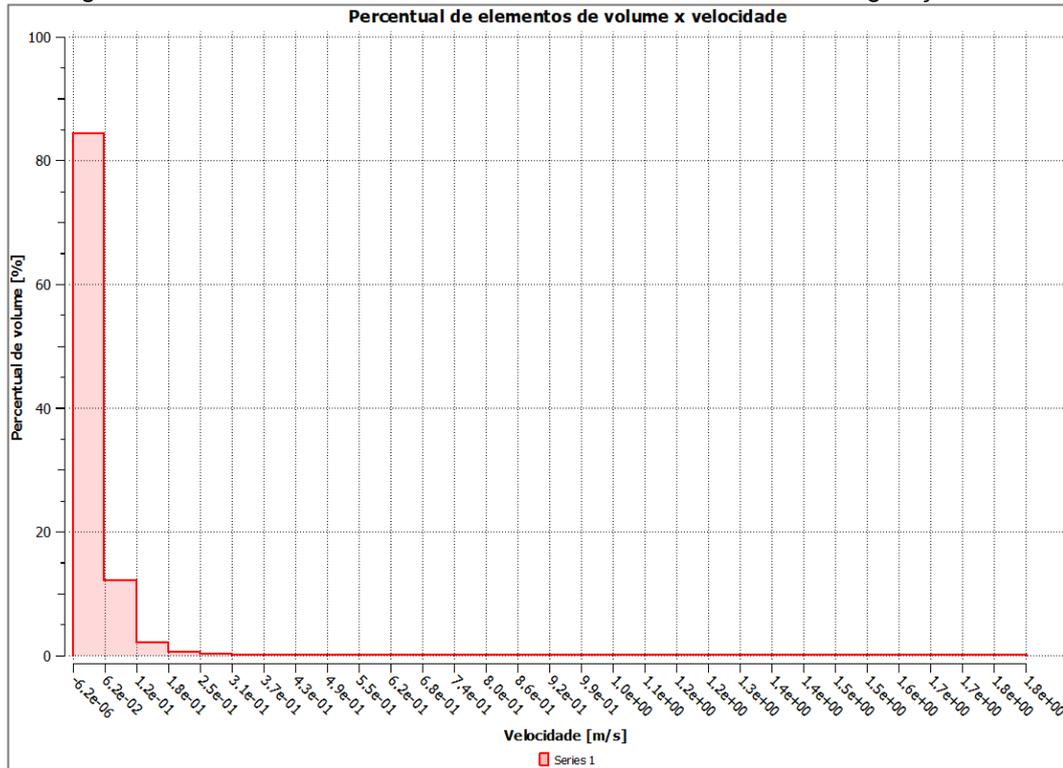
Tratamento		Experimental Sem injeção (1)	SG	Experimental Com Injeção (2)	GF
Volumes (%)	Pistonado	17,0 +/- 1,4	16,6	14,7 +/- 0,5	15,0
	Morto	13,6 +/- 2,3	15,1	13,7 +/- 3,7	10,1
	Mistura	69,4 +/- 2,4	68,4	71,6 +/- 3,8	74,8

Fonte: Mendonça (2016)

Os tratamentos 1 e 2 de Mendonça (2016) na tabela 13 são correspondentes as simulações numéricas SG e GF, respectivamente. Foram comparados os resultados experimental e numérico para as configurações do distribuidor com dique e barragem, sem e com injeção de gás e plugue na posição P1. Todos valores encontrados nas simulações numéricas ficaram dentro do desvio padrão dos resultados experimentais, validando o modelo numérico.

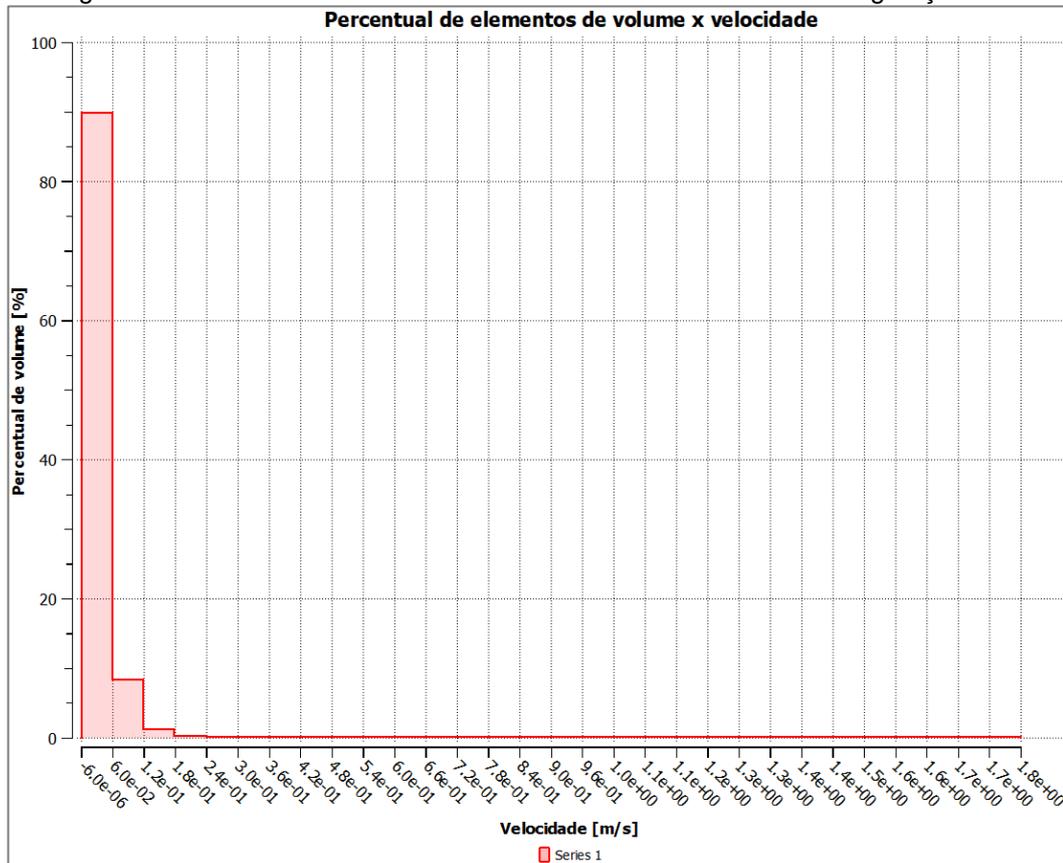
A fim de avaliar os resultados do modelo de partições dentro do domínio estudado e a correlação do perfil de velocidade com as zonas típicas dos modelos, apresenta-se os valores de velocidades encontrados e percentual de elementos de volume dentro do domínio para cada condição e sua respectiva malha, usando um histograma conforme as figuras 21 a 23. O percentual de volume representa a quantidade de elementos de volume com uma determinada velocidade sendo essa velocidade a resultante do gradiente para cada elemento de volume do domínio.

Figura 21 - Percentual de elementos de volume x velocidade – configuração SG.



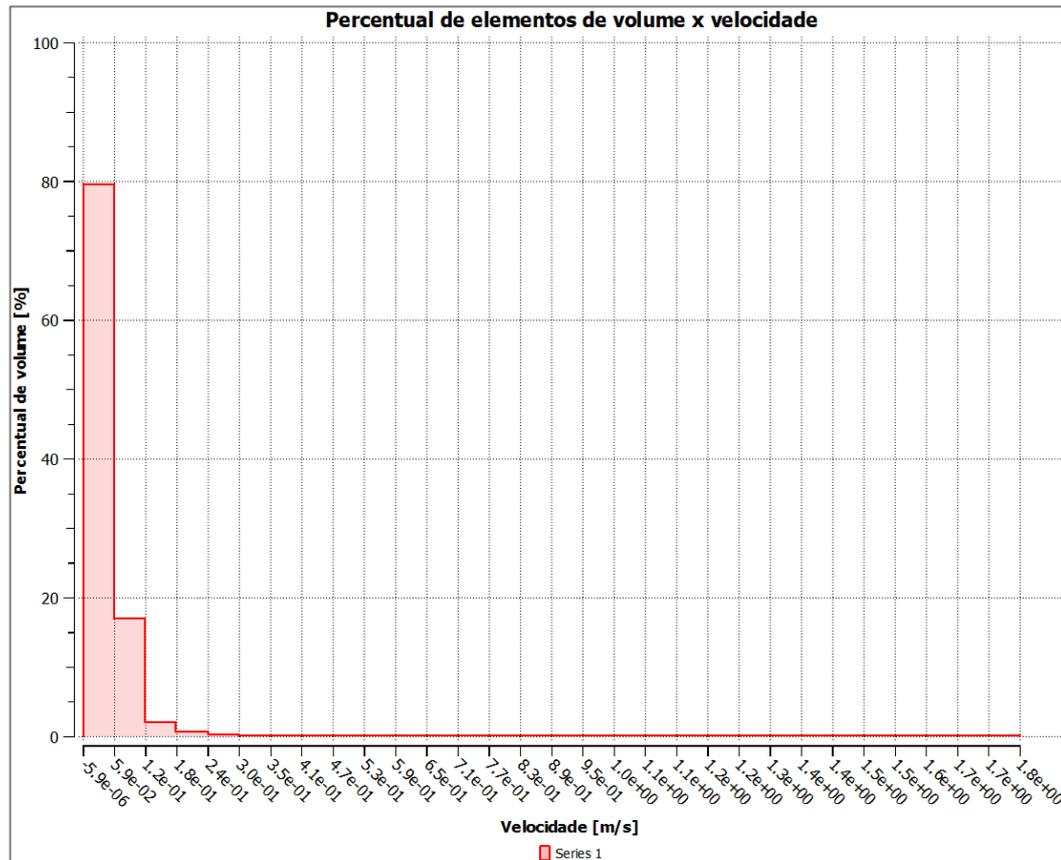
Fonte: Autor.

Figura 22 – Percentual de elementos de volume x velocidade – configuração GF.



Fonte: Autor.

Figura 23 – Percentual de elementos de volume x velocidade – configuração GFP.

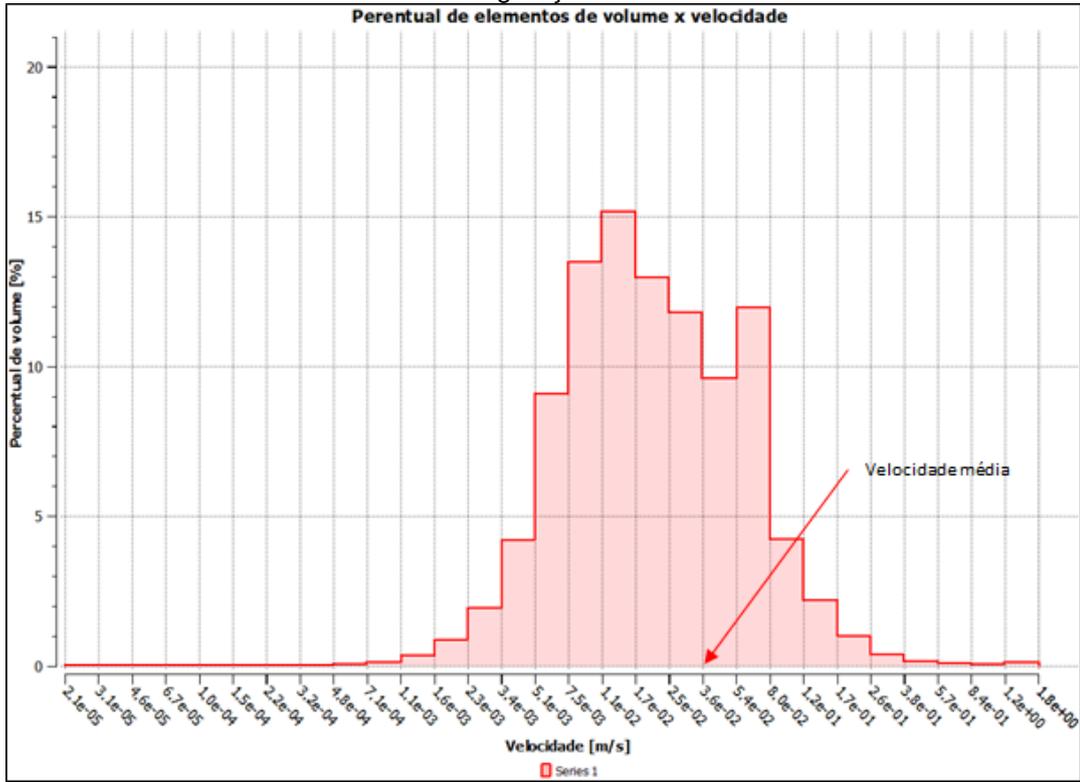


Fonte: Autor.

O formato gráfico dos resultados encontrados nas figuras 21 a 23 se assemelha muito a uma distribuição *lognormal*, essa aproximação é importante porque induz a um teste de transformação de distribuição conhecido, para distribuição gaussiana. Uma boa escolha de transformação leva a uma distribuição aproximadamente normal, e são desejáveis devido os parâmetros da distribuição normal serem mais fáceis de visualizar e discutir.

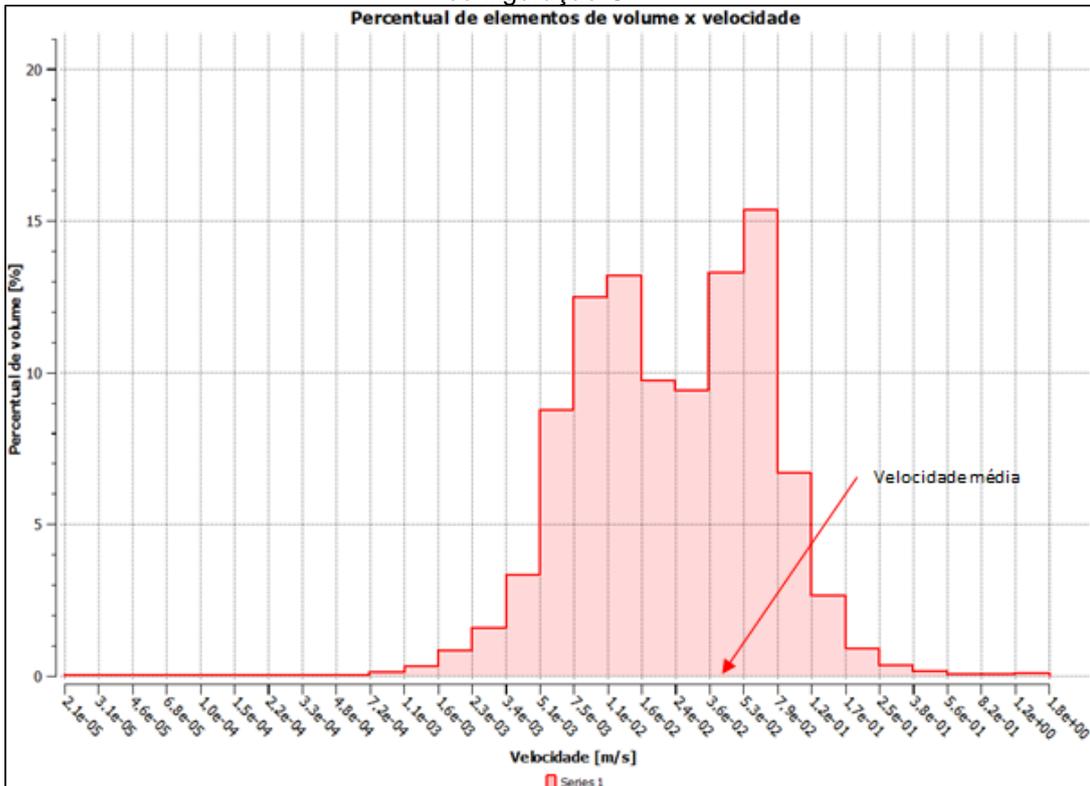
Diz-se que uma variável aleatória x tem distribuição *lognormal* se o seu logaritmo $\ln(x)$ tem distribuição normal. Quando a variável dependente apresenta distribuição *lognormal*, esta transformação é a transformação logarítmica. Nas figuras 24 a 26 são apresentadas as transformações logarítmicas para as três configurações simuladas.

Figura 24 – Transformação logarítmica do percentual de elementos de volume pela velocidade para configuração SG.



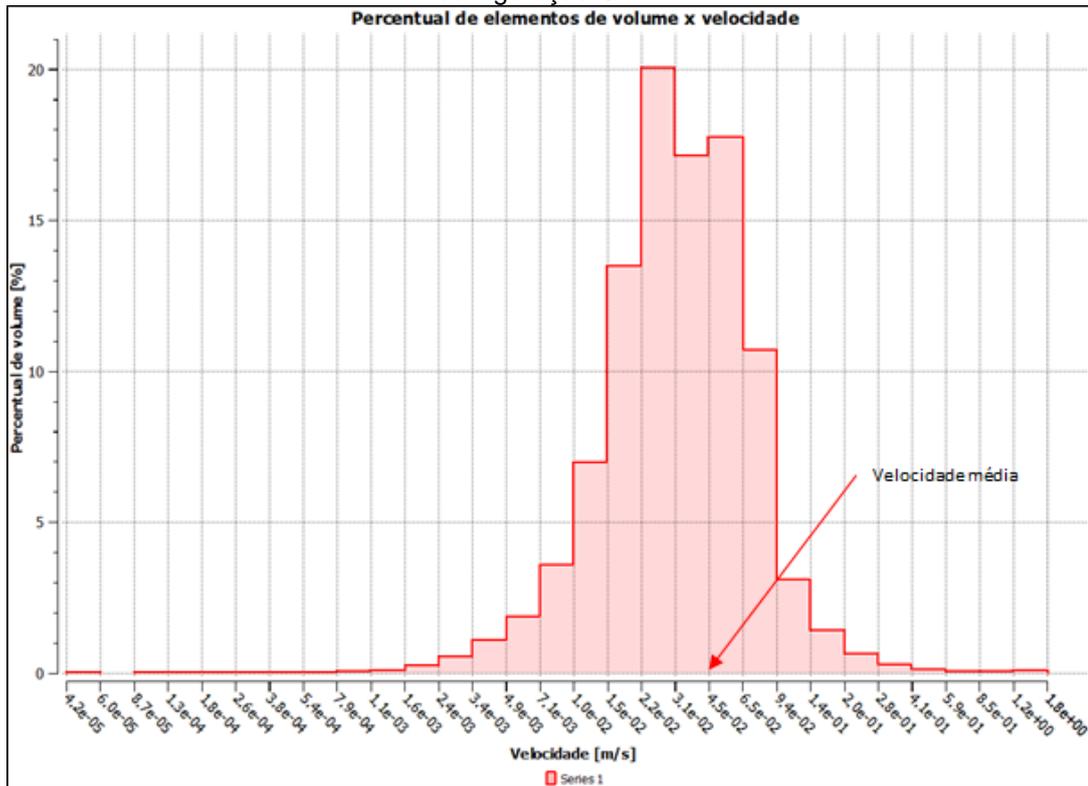
Fonte: Autor.

Figura 25 – Transformação logarítmica do percentual de elementos de volume pela velocidade para configuração GF.



Fonte: Autor.

Figura 26 - Transformação logarítmica do percentual de elementos de volume pela velocidade para configuração GFP.



Fonte: Autor.

As figuras 24 a 26 representam a aplicação da função logarítmica, e transforma a distribuição estudada em uma curva aproximadamente normal, e é visível o formato de sino na mesma, validando essa hipótese para a análise do teste. Os valores encontrados são referentes as configurações SG, GF e GFP. São 29 classes encontradas nesses histogramas e cada classe de velocidade corresponde a um percentual de elementos de volume encontrado no domínio. Como as frações de volumes característicos são percentuais, correlacionou-se o resultado de percentuais de volume com as frações volumétricas do reator.

Somente com essa transformação conseguiu-se visualizar as classes de velocidade e o percentual de elementos de volume do domínio correspondente que será correlacionado ao modelo de partições de Sahai e Emi (1996).

Considerando o percentual de volume morto encontrado como o parâmetro que pode determinar a velocidade que caracteriza o próprio volume morto, iremos interpolar os percentuais de volume até o valor percentual referente a fração de volume morto (f_{morto}), com os valores de velocidade correspondentes para cada configuração

simulada e o valor encontrado chamaremos de velocidade característica do limiar de volume morto (V_{ed}).

Nas tabelas 14 a 16 os dados dos histogramas das figuras 24 a 26 de cada configuração são agrupados em colunas e em ordem crescente de forma a avaliar as classes de velocidades e acúmulo percentual de elementos de volume à medida que se aumenta a velocidade. Esse acúmulo de elementos de volume é a fração volumétrica do distribuidor, última coluna da direita. Nas tabelas foram marcadas em cinza as classes que representam o intervalo em que a fração de volume morto do modelo de partições (f_{morto}) se encontra.

Tabela 14 – Classe dos histograma x percentual de elementos de volume acumulado para configuração SG.

Classe	Intervalo de classe (m/s)			Percentual de E.V (%)	Fração volumétrica acumulada (%)
1	2,1E-05	-	3,1E-05	0,0001	0,0001
2	3,1E-05	-	4,6E-05	0,0003	0,0005
3	4,6E-05	-	6,7E-05	0,0006	0,001
4	6,7E-05	-	1,0E-04	0,0006	0,002
5	1,0E-04	-	1,5E-04	0,001	0,003
6	1,5E-04	-	2,2E-04	0,01	0,01
7	2,2E-04	-	3,2E-04	0,01	0,02
8	3,2E-04	-	4,8E-04	0,02	0,04
9	4,8E-04	-	7,1E-04	0,06	0,11
10	7,1E-04	-	1,1E-03	0,14	0,25
11	1,1E-03	-	1,6E-03	0,36	0,61
12	1,6E-03	-	2,3E-03	0,89	1,50
13	2,3E-03	-	3,4E-03	1,95	3,44
14	3,4E-03	-	5,1E-03	4,21	7,66
15	5,1E-03	-	7,5E-03	9,07	16,73
16	7,5E-03	-	1,1E-02	13,49	30,22
17	1,1E-02	-	1,7E-02	15,19	45,41
18	1,7E-02	-	2,5E-02	12,97	58,38
19	2,5E-02	-	3,6E-02	11,82	70,19
20	3,6E-02	-	5,4E-02	9,60	79,79
21	5,4E-02	-	8,0E-02	11,97	91,77
22	8,0E-02	-	1,2E-01	4,24	96,00
23	1,2E-01	-	1,7E-01	2,18	98,19
24	1,7E-01	-	2,6E-01	0,96	99,15
25	2,6E-01	-	3,8E-01	0,40	99,55
26	3,8E-01	-	5,7E-01	0,18	99,73
27	5,7E-01	-	8,4E-01	0,09	99,82
28	8,4E-01	-	1,2E+00	0,06	99,88
29	1,2E+00	-	1,8E+00	0,12	100,00

Fonte: Autor.

Tabela 15 - Classe dos histograma x percentual de elementos de volume acumulado para configuração GF.

Classe	Intervalo de classe (m/s)			Percentual de E.V (%)	Fração volumétrica acumulada (%)
1	2,11E-05	-	3,12E-05	0,0001	0,0001
2	3,12E-05	-	4,62E-05	0,0000	0,0001
3	4,62E-05	-	6,84E-05	0,0003	0,0004
4	6,84E-05	-	1,01E-04	0,0000	0,0005
5	1,01E-04	-	1,50E-04	0,0006	0,0011
6	1,50E-04	-	2,21E-04	0,0016	0,0027
7	2,21E-04	-	3,27E-04	0,00	0,01
8	3,27E-04	-	4,84E-04	0,01	0,02
9	4,84E-04	-	7,16E-04	0,03	0,05
10	7,16E-04	-	1,06E-03	0,11	0,16
11	1,06E-03	-	1,57E-03	0,30	0,46
12	1,57E-03	-	2,32E-03	0,82	1,28
13	2,32E-03	-	3,43E-03	1,56	2,84
14	3,43E-03	-	5,07E-03	3,32	6,16
15	5,07E-03	-	7,50E-03	8,73	14,89
16	7,50E-03	-	1,11E-02	12,48	27,37
17	1,11E-02	-	1,64E-02	13,19	40,56
18	1,64E-02	-	2,43E-02	9,73	50,29
19	2,43E-02	-	3,59E-02	9,39	59,69
20	3,59E-02	-	5,32E-02	13,30	72,99
21	5,32E-02	-	7,86E-02	15,35	88,34
22	7,86E-02	-	1,16E-01	6,67	95,01
23	1,16E-01	-	1,72E-01	2,65	97,67
24	1,72E-01	-	2,55E-01	0,92	98,58
25	2,55E-01	-	3,77E-01	0,35	98,93
26	3,77E-01	-	5,57E-01	0,16	99,09
27	5,57E-01	-	8,24E-01	0,07	99,16
28	8,24E-01	-	1,22E+00	0,05	99,22
29	1,22E+00	-	1,80E+00	0,08	99,29
30	-	-	1,80E+00	0,71	100,00

Fonte: Autor.

Tabela 16 - Classe dos histograma x percentual de elementos de volume acumulado para configuração GFP.

Classe	Intervalo de classe (m/s)			Percentual de E.V (%)	Fração volumétrica acumulada (%)
1	4,15E-05	-	6,00E-05	0,0001	0,0001
2	6,00E-05	-	8,66E-05	0,0000	0,0001
3	8,66E-05	-	1,25E-04	0,0002	0,0003
4	1,25E-04	-	1,81E-04	0,0005	0,0008
5	1,81E-04	-	2,61E-04	0,0019	0,0027
6	2,61E-04	-	3,77E-04	0,003	0,01
7	3,77E-04	-	5,44E-04	0,01	0,01
8	5,44E-04	-	7,86E-04	0,02	0,03
9	7,86E-04	-	1,14E-03	0,04	0,07
10	1,14E-03	-	1,64E-03	0,08	0,15
11	1,64E-03	-	2,37E-03	0,24	0,39
12	2,37E-03	-	3,42E-03	0,54	0,93
13	3,42E-03	-	4,94E-03	1,07	2,00
14	4,94E-03	-	7,14E-03	1,87	3,87
15	7,14E-03	-	1,03E-02	3,56	7,42
16	1,03E-02	-	1,49E-02	6,97	14,40
17	1,49E-02	-	2,15E-02	13,49	27,89
18	2,15E-02	-	3,11E-02	20,04	47,93
19	3,11E-02	-	4,49E-02	17,13	65,06
20	4,49E-02	-	6,48E-02	17,75	82,82
21	6,48E-02	-	9,36E-02	10,70	93,52
22	9,36E-02	-	1,35E-01	3,09	96,61
23	1,35E-01	-	1,95E-01	1,44	98,05
24	1,95E-01	-	2,82E-01	0,65	98,71
25	2,82E-01	-	4,07E-01	0,27	98,98
26	4,07E-01	-	5,88E-01	0,12	99,10
27	5,88E-01	-	8,50E-01	0,07	99,17
28	8,50E-01	-	1,23E+00	0,04	99,22
29	1,23E+00	-	1,77E+00	0,08	99,29
30	-	-	-	-	100,00

Fonte: Autor.

Nas tabelas 17 a 19, por interpolação de dados, calculou-se a velocidade que se correlaciona ao percentual de volume morto do modelo de partições para cada configuração.

Tabela 17 – Resultado da velocidade característica ($V_{ed(SG)}$) para configuração SG.

Intervalo de classe (m/s)	Fração volumétrica acumulada (%)
$5,1 \times 10^{-3}$	7,66%
$V_{ed(SG)} = 7,0 \times 10^{-3}$	15,00%
$7,5 \times 10^{-3}$	16,73%

Fonte: Autor.

Tabela 18 – Resultado da velocidade característica ($V_{ed(GF)}$) para configuração GF.

Intervalo de classe (m/s)	Fração volumétrica acumulada (%)
$5,07 \times 10^{-3}$	6,16%
$V_{ed(GF)} = 6,2 \times 10^{-3}$	10,0%
$7,50 \times 10^{-3}$	14,89%

Fonte: Autor.

Tabela 19 – Resultado da velocidade característica ($V_{ed(GFP)}$) para configuração GFP.

Intervalo de classe (m/s)	Fração volumétrica acumulada (%)
$7,14 \times 10^{-3}$	3,87%
$V_{ed(GFP)} = 7,25 \times 10^{-3}$	4,00%
$1,03 \times 10^{-2}$	7,42%

Fonte: Autor.

As velocidades $V_{ed(SG)}$ igual a $0,007 \pm 0,001$ m/s, $V_{ed(GF)}$ igual a $0,006 \pm 0,001$ m/s e $V_{ed(GFP)} = 0,007 \pm 0,001$ m/s são as velocidades que representam o limiar superior da velocidade de volume morto para as respectivas configurações, os resultados foram bem próximos. A correlação entre o perfil de velocidade dos domínios estudados e o percentual de elementos de volume correspondente à velocidade foi avaliada e encontra-se uma velocidade característica V_{ed} para cada configuração que através da análise das distribuições de probabilidade avaliadas pelos histogramas resultam em parâmetro fixo para análise.

Segundo Singh e Koria (1996), as condições hidrodinâmicas que o distribuidor deve satisfazer são: mínimo volume morto, com o propósito de minimizar a segregação e a perda de temperatura do aço líquido no distribuidor; máxima fração de volume pistonado para favorecer a remoção de inclusões não-metálicas. Na tabela 20 tem-se os resultados das frações características para as configurações simuladas, onde é evidente que o volume morto diminuiu, pois, a velocidade que causava o aparecimento dessas regiões não existe mais, ou seja, a velocidade aumentou.

Tabela 20 - Resultado das frações características para as configurações simuladas.

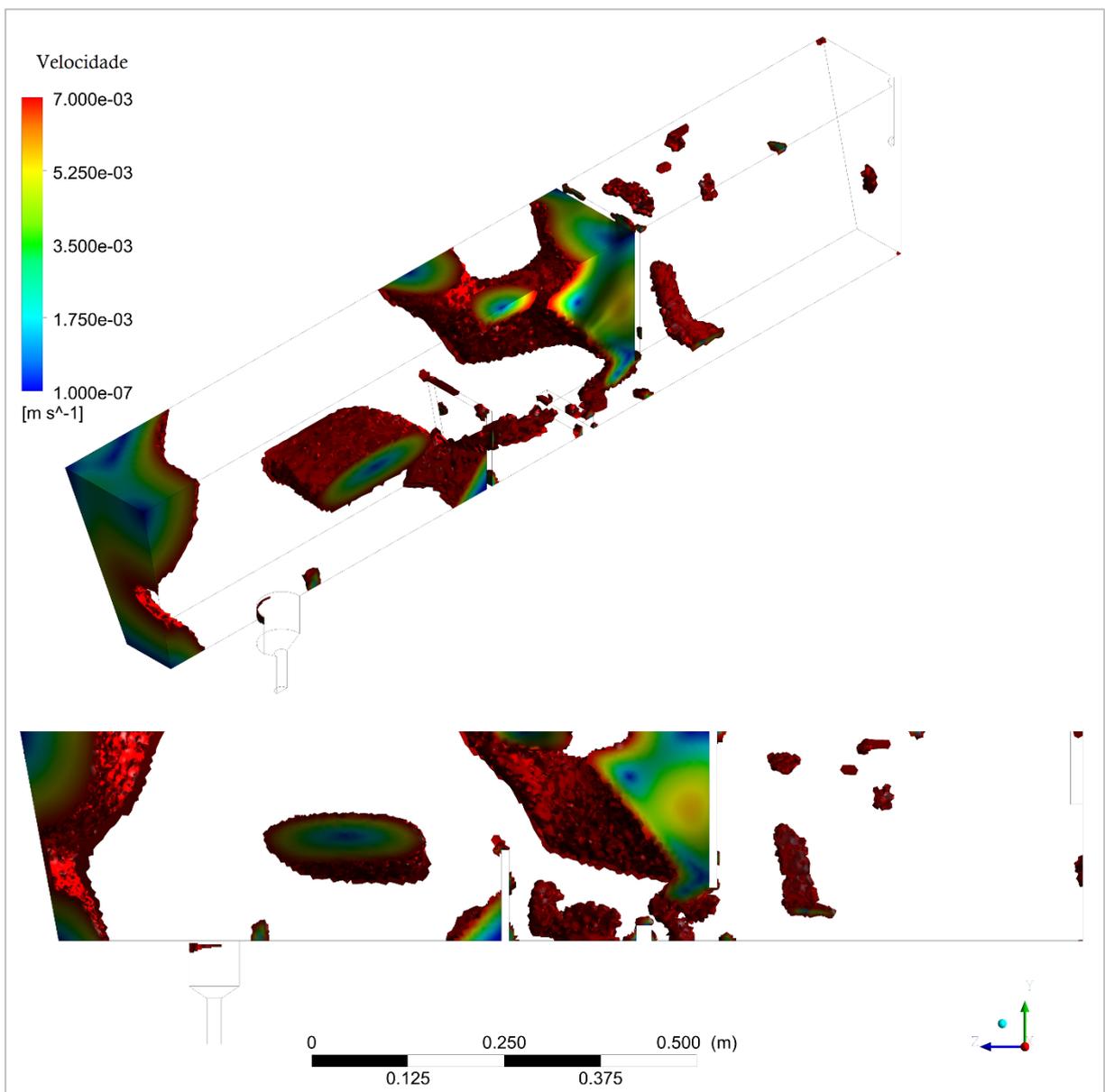
Fração característica	SG	GF	GFP
(f_{morto})	0,15	0,10	0,04
$(f_{pistonado})$	0,17	0,15	0,16
$(f_{mistura})$	0,68	0,75	0,80
Total	1	1	1

Fonte: Autor

Segundo Singh e Korla (1996) a configuração GFP que foi proposta após o mapeamento é a com maior eficiência devido ter menor fração de volume morto e quase o mesmo valor de fração de volume pistonado.

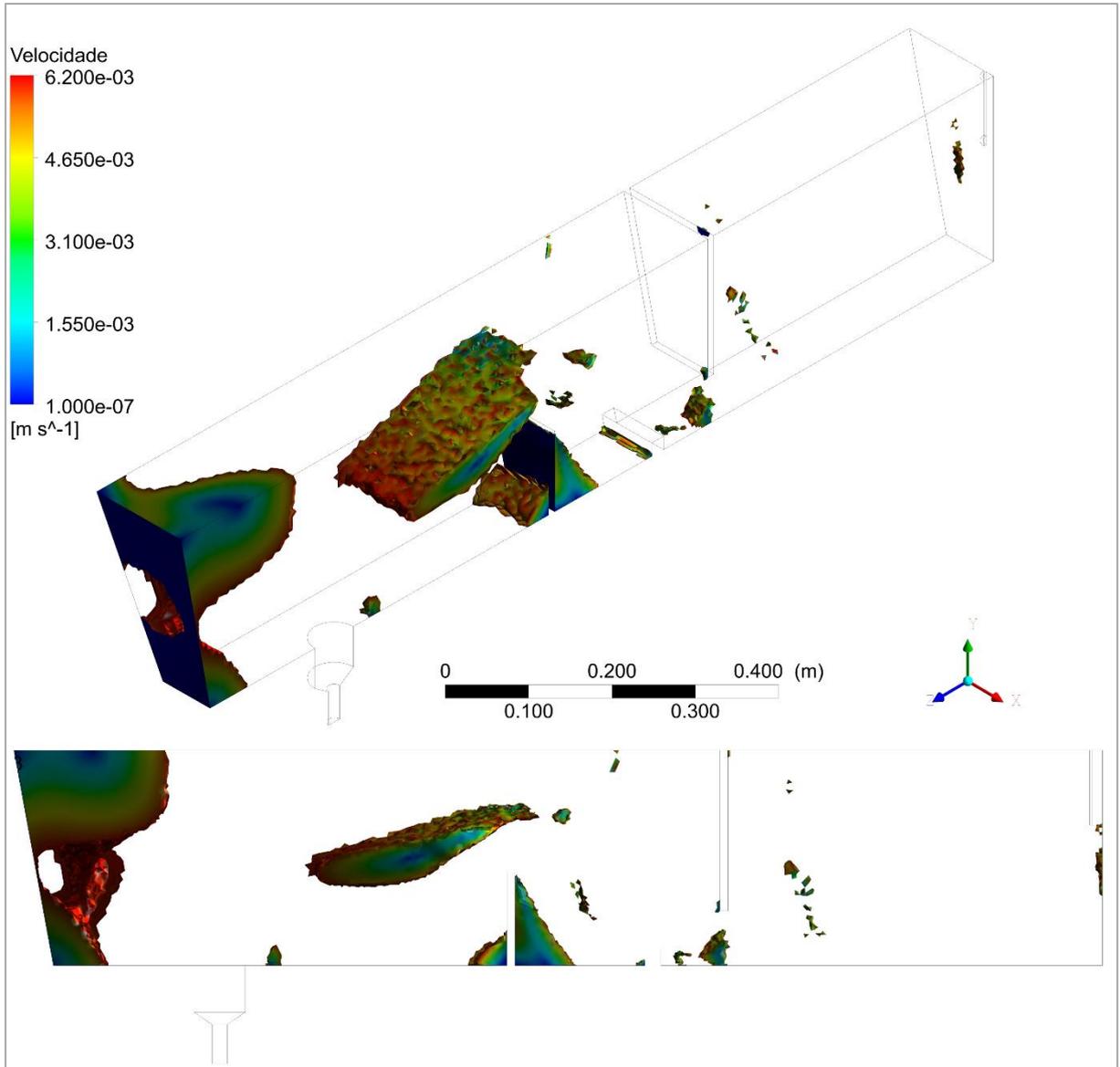
Nesse contexto iremos mapear através da função isovolume no *software* Ansys CFX *Fluid Flow* os locais no domínio que apresentam velocidades menores ou iguais às encontradas para as configurações simuladas nas figuras 27 a 29.

Figura 27 - Elementos do domínio com velocidades iguais ou inferiores à $0,007 \pm 0,001 \text{ m/s}$ da configuração SG.



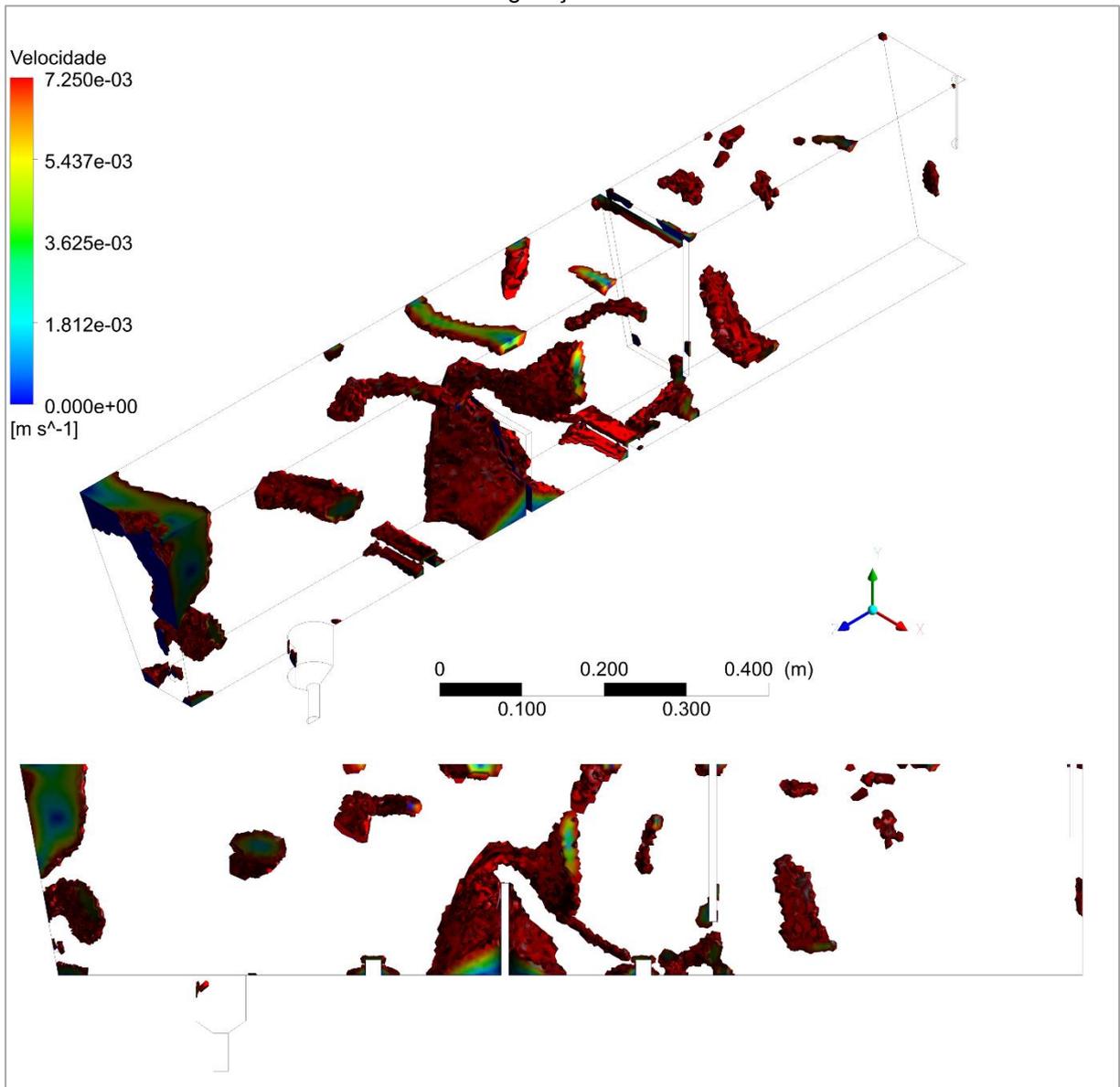
Fonte: Autor

Figura 28 - Elementos do domínio com velocidades iguais ou inferiores à $0,006 \pm 0,001 \text{ m/s}$ da configuração GF.



Fonte: Autor.

Figura 29 - Elementos do domínio com velocidades iguais ou inferiores à $0,007 \pm 0,001 \text{ m/s}$ da configuração GFP.

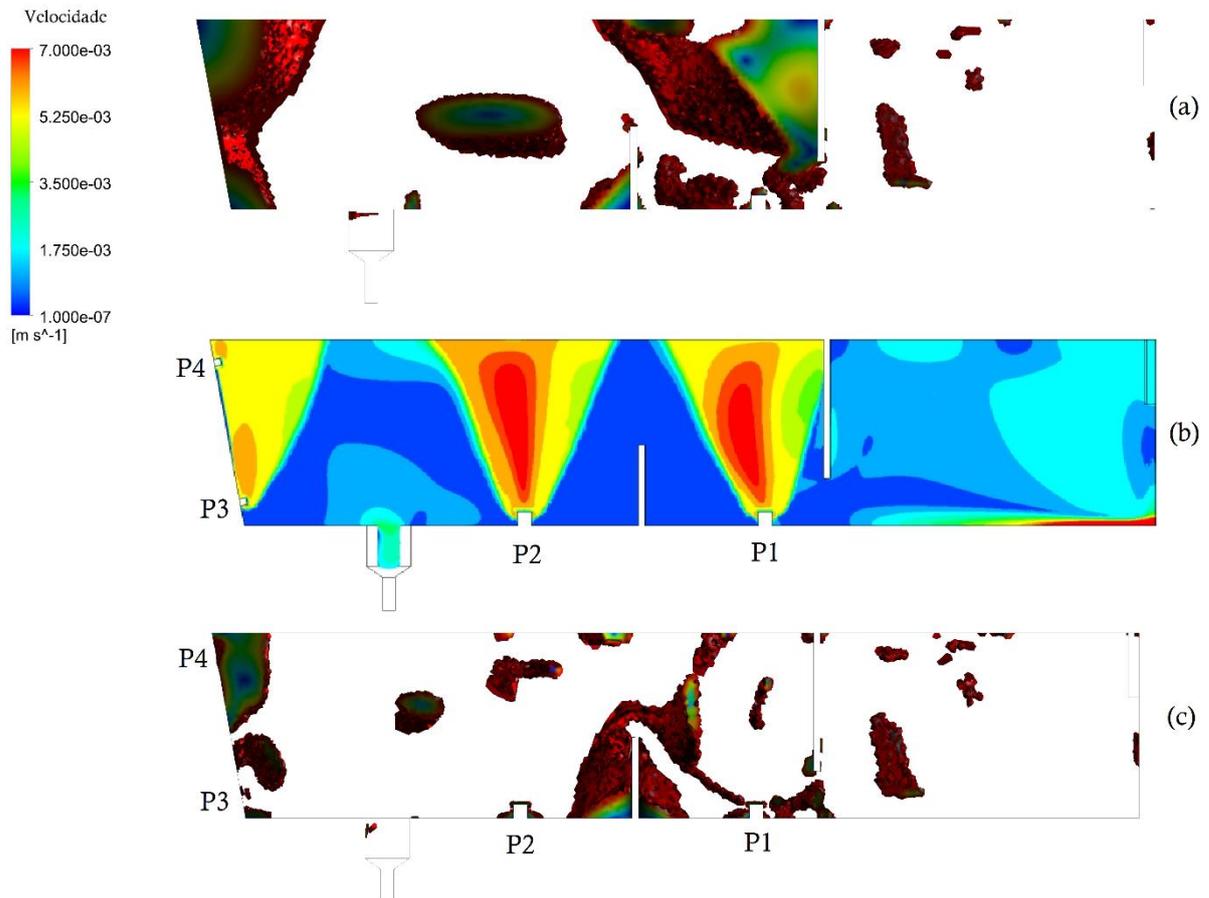


Fonte: Autor.

O objetivo principal do presente estudo foi mapear o volume morto no domínio de um distribuidor do lingotamento contínuo. Após a análise dos resultados das frações de volume morto para condições sem injeção de gás, com injeção de gás no fundo e com injeção no fundo e paredes foi proposto um método estatístico de mapeamento do volume morto no distribuidor no qual houve convergência para com o modelo de partições nas configurações simuladas onde buscou-se reduzir o volume morto inserindo injeção de gás nas regiões encontradas supostamente relacionadas ao volume estagnado, e verificou que ocorre melhoria em relação as frações de volume morto através dos resultados do modelo de partições. Na figura 30 tem-se o pré e pós

mapeamento de volume morto através de isovolumes e contornos nas configurações simuladas.

Figura 30 - Antes e depois da injeção de gás nas regiões mapeadas. Isovolumes mapeados na configuração SG (a). Pontos de injeção de gás nas regiões da configuração GFP (b). Isovolumes mapeados na configuração GFP (c).



Fonte: Autor

Na figura 30 é observado que após a injeção de gás nas principais regiões que representam o volume morto em 30(a) diminuíram consideravelmente em 30(c), conforme o resultado das frações características nos quais SG tem $f_{morto} = 0,15$ e GFP tem $f_{morto} = 0,04$. Na figura 30(b) os contornos do perfil de velocidade na simetria do domínio representam os locais onde se injetou gás a fim de reduzir as regiões de volume morto.

As três configurações avaliadas corroboraram para o entendimento do método no que diz respeito ao mapeamento do volume morto. A terceira configuração foi simulada com o objetivo de verificar a eficiência de injeção de gás nas regiões mapeadas. O modelo estatístico das distribuições de probabilidade da velocidade do fluido mostrou-

se eficiente quanto ao mapeamento no que diz respeito aos valores da velocidade encontrada serem próximos e as velocidades baixas reduzirem em quantidade de elementos de volume à medida que se injetou gás nas regiões mapeadas. Como a configuração GFP não teve similaridade validada através do modelo físico não é possível inferir com clareza o método estatístico de mapeamento para ela. Contudo, para as configurações SG e GF é possível fazer essa inferência.

6. CONCLUSÕES

O mapeamento do volume morto no distribuidor de lingotamento contínuo com injeção de gás empregando modelagem matemática foi avaliada. A validação do modelo se deu por comparação com resultados experimentais obtidos por meio de Mendonça (2016) e a comparação de resultados do modelo de frações características aliado ao estatístico de distribuições de probabilidade da velocidade e transformações logarítmicas de dados possibilitou mapear o volume morto e obter limiares das velocidades do volume morto, propondo-se assim novas configurações visando otimizar as propriedades de escoamento.

As velocidades médias do fluido dentro do distribuidor convergiram para região próxima as médias gaussianas dos histogramas de dados transformado e as velocidades encontradas $0,007 \pm 0,001\text{m/s}$ (SG), $0,006 \pm 0,001\text{m/s}$ (GF) e $0,007 \pm 0,001\text{m/s}$ (GFP) foram bem próximas, sendo que isso era esperado devido as condições do escoamento, vazão de entrada e de saída, e nível do distribuidor serem iguais. A pequena diferença entre o valor da velocidade $0,006 \pm 0,001\text{m/s}$ (GF) pode ser alguma incerteza do modelo de partições com a injeção de gás que se propagou durante a interpolação de dados.

O presente estudo proporcionou uma representação visual do volume morto e essa visualização ajudou a identificar a melhor forma de reduzi-lo, o que é ideal para esse tipo de reator.

7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A sugestão dos próximos passos desse estudo serão:

- Validação experimental da configuração GFP.
- Análise de remoção de partículas poderão ser validados com os resultados de experimentos físicos do reator e cálculo de coeficiente de absorção que melhor representa a taxa de absorção da superfície livre.
- Aplicar o modelo *Shear-Stress Transport κ - ω* (SST- κ - ω), que melhor representa e dimensiona a camada limite na fluido dinâmica computacional segundo as revisões bibliográficas analisadas, a fim de entender todos aspectos de camada limite ao longo do domínio estudado e qual a influência das baixas velocidades nas regiões próximas as paredes no mapeamento do volume morto.
- Avaliação de gradientes de temperatura nas regiões caracterizadas como volume morto e seu impacto na remoção de partículas como as inclusões não metálicas.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, T. W.; **DARLING, D. A.** A test of goodness of fit. *Journal of the American statistical association*, v. 49, n. 268, p. 765-769, 1954.

ARAÚJO, L.A. Manual de Siderurgia. 2.ed. São Paulo: Arte & Ciência, 1997. v.1, 470p.

ARCOS-GUTIERREZ, H., BARRETO, J., GARCIA-HERNANDEZ, S., RAMOS-BANDERAS, A. Mathematical Analysis of Inclusion Removal from Liquid Steel by Gas Bubbling in a Casting Tundish. *Journal of Applied Mathematics*, 12, 2012

BARBOSA, F. A. Modelamento Matemático e Físico do Escoamento do Aço Líquido em Diferentes Projetos de Distribuidor do Lingotamento Contínuo da USIMINAS. Belo Horizonte: Curso de Pós-Graduação em Engenharias Metalúrgica e de Minas da UFMG. Dissertação de Mestrado. Julho, 2002.

BIRD, R. B., STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E. N. *Transport Phenomena*. 2.ed. New York: John Wiley & Sons, 2001. 905p.

BOUSSINESQ, J. "Essai sur la théorie des eaux courantes", Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences . 1877

BRAGA, B. *Modelamento Matemático da Inertização de Distribuidores para Lingotamento Contínuo de Aço*. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2015.

BRAGA, B. Aprimoramento das Técnicas de Simulação dos Fenômenos Associados ao Escoamento do Aço em Distribuidores para Lingotamento Contínuo. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2019.

BRAGA, B. M., TAVARES, R. P. Similarity Criteria for the Study of Removal of Spherical Non-metallic Inclusions in Physical Models of Continuous Casting Tundishes: A More Fundamental Approach, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.49, n.5, p. 2343- 2356, 2018. (b)

BRUTON T. M., COOPER C. F, CROFT D. A.. Horning: Fachber. Huttenprax. Metallweiterverarb., 17 (1979).

CAUCHY, A.-L. *Cours d'Analyse de l'École Royale Polytechnique; 1re Partie*. 1821.

CENDEKIA, B., B. 'The Effect of Electromagnetic Stirring and Flow Control Devices on Eight-Strand Tundish Performance', Dissertation, 2018.

CHATTERJEE, S. et al. Mixing and Residence Time Distribution in an Inert Gas-Shrouded Tundish, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.48, n.1, p. 17-21, 2017.

CHATTOPADHYAY, K. Modelling of Transport Phenomena for Improved Steel Quality in a Delta Shaped Four Strand Tundish, Montreal: Department of Mining and Material Engineering da McGill University, 2011, 347p. (Tese, Doutorado em Filosofia).

- CHATTOPADHYAY, K.; ISAC, M.; GUTHRIE, R.I. L.** Physical and Mathematical Modelling of Inert Gas Shrouding in a Tundish, *ISIJ International*, Vol. 51, Nº. 4, p.573–580, 2011.
- CHEN, C. et al.** A Model Study of Inclusions Deposition, Macroscopic Transport, and Dynamic Removal at Steel Slag Interface for Different Tundish Designs, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.47, n.3, p. 1916-1932, 2016.
- CHEN, D. et al.** Hydraulics and Mathematics Simulation on the Weir and Gas Curtain in Tundish of Ultrathick Slab Continuous Casting, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.45, n.2, p. 392-398, 2014.
- CHO, J.-S., LEE, H.-G.** Cold Model Study on Inclusion Removal from Liquid Steel Using Fine Gas Bubbles, *ISIJ International*, v.41, n.2, p. 151-157, 2001.
- COSTA NETO, J. G. C.** Otimização do Fluxo de Aço no Distribuidor do Lingotamento Contínuo. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp, 1997. 147p. (Tese, Doutorado em Engenharia Mecânica).
- CHO, M. J., KIM, I. C.** Simple Tundish Mixing Model of Continuous Casting during a Grade Transition, *ISIJ International*, v.46, n.10, p. 1416-1420, 2006.
- CLOETE, J. H. et al.** Physical and Numerical Modelling of a Four-strand Steelmaking Tundish Using Flow Analysis of Different Configurations, *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, v.115, n.5, p. 355-362, 2015.
- BRITANNICA, E.** 1999. Encyclopædia Britannica Online. Disponível em:<https://www.britannica.com/technology/steel/Continuous-casting#ref622952>. Acesso em: 31 Maio de 2022.
- COSTA, A. M. C.** Modelamento matemático da zona de mistura no lingotamento contínuo. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2003. 4-52p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas).
- CRAVO, V. O.** Modelamento Matemático da Zona de Mistura de Aços em Lingotamento Contínuo. Ouro Preto: Escola de Minas da UFOP/REDEMAT, 2006. 139p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Materiais e Metalúrgica).
- CWUDZINSKI, A.** Numerical Simulation of Liquid Steel Flow and Behavior of Non-Metallic Inclusions in One Strand Slab Tundish with Subflux Turbulence Controller and Gas Permeable Barrier, *Ironmaking and Steelmaking*, Vol. 37, Nº 3, p.169-180, 2010.
- CWUDZINSKI, A.** Numerical Simulation of Liquid Steel Flow in Wedge-type One-strand Slab Tundish with a Subflux Turbulence Controller and an Argon Injection System, *Steel Research Int.*, Vol. 81, No. 2, p.123-131, 2010.
- DAOUD, I. L. A.** *Estudo Numérico do Escoamento e do Comportamento de Inclusões Não-metálicas em Distribuidores de Lingotamento Contínuo de Aço*. Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2006.
- DA SILVA, C. A. Et al.** Modelamento Físico do Fluxo de Aço no Distribuidor do Lingotamento Contínuo da Companhia Siderúrgica de Tubarão. In: SEMINÁRIO SOBRE FUSÃO, REFINO E SOLIDIFICAÇÃO, 29, 1998, São Paulo.

DANCKWERTS, P. V. Continuous Flow Systems. Distribution of Residence Times, Chemical Engineering Science, v.2, n.1, p. 1-13, 1953.

DICK AF, YU X, POMFRET RJ, COLEY KS. Attack of submerged entry nozzles by mould flux and dissolution of refractory oxides in the flux. Journal of the Iron and Steel Institute of Japan. 1997;37(2):102-108.

DROUBI, L. F. P. ZONATO, W. HOCHHEIM, N. Distribuição lognormal: propriedades e aplicações na engenharia de avaliações. Anais do COBRAC. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis/SC. Brasil. 2018.

ESSS. MAGAZINE. REVISTA ESSS. *Engineering Simulation and Scientific Software* Disponível em: <https://www.esss.co/en/>. Acesso em: 16 de Junho de 2020.

FARBER, B. LARSON, R. Estatística Aplicada. 6ª edição. Pearson. 2016.

FOGLER, H. S. Elements of Chemical Reaction Engineering. 4.ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2005. 1080p.

FOX, R. O. *Computational Models for Turbulent Reacting Flows*. 1.ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003, 438p.

FREIRE, A. P.S. Teoria de Camada Limite. Programa de Engenharia Mecânica Universidade Federal do Rio de Janeiro. Baseado em: H. Schlichting (Boundary-layer Theory, McGraw-Hill, 1979), S. Goldstein (Modern Developments in Fluid Dynamics, Vols I e II, Dover, 1964), J. Lighthill (An Informal Introduction to Theoretical Fluid Mechanics, Oxford, 1986) e A. J. Scibor-Rylski (Road Vehicle Aerodynamics, Pentech Press, 1984).

HANCOCK, J D. Practical refractories. Huddersfield: Cartworth Industries, 1988. 371p.

HEO, J. H.; KHO, Y. W.; SHIN, H.; KIM, S.; KIM, T. Regression equations of probability plot correlation coefficient test statistics from several probability distributions. Journal of Hydrology, Silsoe, v. 355, n. 2, p. 1-15, 2008.

HOLZINGER, G. Tundish Inclusion Removal Modelling Implemented in OpenFoam. In: EUROPEAN CONTINUOUS CASTING CONFERENCE, n.º 9, 2017, Viena.

HUANG, J. et al. Study of Flow Characteristics of Tundish Based on Digital Image Velocimetry Technique, Metallurgical and Materials Transactions B, v.47B, n.5, p. 3144-3157, 2016.

ABR [Instituto Aço Brasil]. Estatísticas de Desempenho, 2019. Disponível em :< <http://www.acobrasil.org.br/site2015/estatisticas.asp> >. Acesso em mai/2022.

JOO, S. & GUTHRIE, R. I. L. Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena Steelmaking Tundish Operations Part I. Aqueous in Modeling , Metallurgical Transactions B, Vol. 24B, p. 755 - 765, 1993.

JOO, S.; HAN, J. W.; GUTHRIE, R. I. L. Phenomena in Steelmaking Tundish Operation: Part II. Mathematical Model for Liquid Steel in Tundishes. Metallurgical Transactions B, Vol. 24B, p. 767-777, 1993.

JOO, S.; HAN, J. W.; GUTHRIE, R. I. L. Inclusion Behavior and Heat-Transfer Phenomena in Steelmaking Tundish Operations" Part III. Applications-Computational Approach to Tundish Design, Metallurgical Transactions B, Vol. 24B, p. 779 - 788, 1993.

KÁRMÁN, T. V. "Über laminare und turbulente Reibung". Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1921.

KOZAK, M. Analyzing one-way experiments: a piece of cake or a pain in the neck? Scientia Agricola, Piracicaba, v. 66, n. 4, p. 566-562, 2009.

KRUGER, M. *Desenvolvimento de um Procedimento Computacional para o Estudo do Escoamento no Interior de Distribuidores de Lingotamento Contínuo*. Florianópolis: UFSC, 2010, 105p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Mecânica).

LAUNDER, B. E., SPALDING, D. B. The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.3, n.2, p. 269-289, 1974.

LEE W. E., ZHANG S., V II Int. Conf. Molten Slags, Fluxes and Salts, The South African Institute of Mining and Metallurgy (2004) 309-319.

LEVENSPIEL, O. *Chemical Reaction Engineering*. 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.

LEVENSPIEL, O. Tracer Technology: Modeling the Flow of Fluids. 1.ed. New York: Springer, 2011. 148p.

LIMPERT, E. STAHEL, W. A. ABBT, M. Log-normal Distributions across the Sciences: Keys and Clues: On the charms of statistics, and how mechanical models resembling gambling machines offer a link to a handy way to characterize log-normal distributions, which can provide deeper insight into variability and probability—normal or log-normal: That is the question, *BioScience*, Volume 51, Issue 5, May 2001, Pages 341–352.

LIU, S.; YANG, X.; DU, L.; LI, L; LIU, C. Hydronynamic and Mathematical Simulations of Flow Field and Temperature Profile in an Asymmetrical T-type Single-strand Continuous Casting Tundish. *ISIJ International*, vol. 48, n° 12, p. 1712 – 1721, 2008.

MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. 1.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1995. 442p.

MAIRY B., PIRET J. *Metallurgy*. Rep. CRM,56 (1980).

MAZUMDAR, D. GUTHRIE, R. I. L. The Physical and Mathematical Modelling of Continuous Casting Tundish Systems, *ISIJ International*, v.39, n.6, p. 524-547, 1999.

MAZUMDAR, D. EVANS, J. W. *Modeling of Steelmaking Processes*. 1.ed. Boca Raton: CRC Press, 2009. 463p.

MAZUMDAR, D. Review, Analysis, and Modeling of Continuous Casting Tundish Systems, *Steel Research International*, Early View, DOI: 10.1002/srin.201800279, 2018.

- MEIJIE, Z., HUAZHI, G., AO, H., HONGXI, Z., CHENGJI, D.** Numerical Simulation and Industrial Practice of Inclusion Removal from Molten Steel by Gas Bottom-blowing in Continuous Casting Tundish. *Journal of Mining and Metallurgy*, 47, 137-147, 2011
- MENDONÇA, A. F. G.**, *Avaliação do efeito da injeção de gás sobre a flotação de inclusões em um distribuidor de lingotamento contínuo*. Belo Horizonte, Universidade Federal de Minas Gerais, 2016.
- MIKI, Y., THOMAS, B. G.** Modeling of Inclusion Removal in a Tundish, *Metallurgical and Materials Transactions B*, v.30B, n.4, p. 639-654, 1999.
- MOHAMMADI, B., PIRONNEAU, O.** *Analysis of the K-Epsilon Turbulence Model*. 1.ed. Chichester: John Wiley & Sons, 1994. 212p.
- MONTGOMERY, DC; Runger, GC.** Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2012 (5ª Edição).
- MOUKALLED, F., MANGANI, L., DARWISH, M.** *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®*. 1.ed. Heidelberg: Springer, 2015. 791p
- MORAN M. J., SHAPIRO H. N., BOETTNER D. D. e BAILEY M. B.** Princípios de Termodinâmica para Engenharia, LTC Editora: 7ª edição, Rio de Janeiro. 2014;
- NASCIMENTO, S.** Simulação de eventos discretos – breve introdução. Faculdade de Ciências e Tecnologias – Universidade Nova de Lisboa. Lisboa, Portugal, 2006.
- NASCIMENTO, R. P.** Remoção de inclusões não-metálicas do aço líquido através do borbulhamento de argônio pelo fundo do distribuidor de lingotamento contínuo da ArcelorMittal Tubarão. Ouro Preto: Escola de Engenharia da UFOP, 2008. 17; 55-69p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Materiais).
- NEVES, L.** *Modelagem do Escoamento Multifásico no Desgaseificador RH e no Distribuidor de Lingotamento Contínuo*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2012. 293p. (Tese, Doutorado em Engenharia Metalúrgica).
- NYDAL, O. J.; PINTUS, S.; ANDREUSSI, P.** Statistical characterization of slug flow in horizontal pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 18, n. 3, p. 439–453, 1992. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/030193229290027E>>.
- PALADINO, E. E.** Estudo do Escoamento Multifásico em Medidores de Pressão do Tipo Pressão Diferencial, Tese de Doutorado, Abril, 2005.
- PATANKAR, S. V.** *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. 1.ed. Washington: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 214p.
- PEREIRA, R. O. S.** *Modelamento Matemático do Escoamento Turbulento, da Transferência de Calor e da Solidificação no Distribuidor e na Máquina de Lingotamento Contínuo*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2004. 342p. (Tese, Doutorado em Engenharia Metalúrgica).

- RAMOS-BANDERAS, A.; MORALES, R.; GARCÍA-DEMEDICES, D.; DÍAZ-CRUZ, M.** Mathematical Simulation and Modeling of Steel Flow with Gas Bubbling in Trough Type Tundishes, *ISIJ International*, Vol. 43, No. 5, p. 653-662, 2003.
- RABBANI, S.J., S.R., RABBANI,** Decisions in Transportation With the Analytic Hierarchy Process, Campina Grande, UFPB, 1996.
- REZENDE, R. V. P.** *Modelo de Fechamento para o Tensor de Interface no Modelo de dois Fluidos: Modelagem Matemática e Simulação Numérica.* Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2014.
- RICHAUD, J.** Steel Flow Understanding for Higher Quality Steel Casting. Curso Ministrado no 45º Seminário de Aciaria Internacional, Porto Alegre, ABM, 2014. 330p.
- ROACHE, P. J.** *Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. Annual Review of Fluid Mechanics.* 1997.
- ROGLER, J. P.** *Modeling of inclusion removal in a tundish by gas bubbling.* Toronto: Ryerson University, 2004.
- ROGLER, J. P., HEASLIP, L. J., MEHRVAR, M.** Physical Modelling of Inclusion Removal in a Tundish by Gas Bubbling, *Canadian Metallurgical Quarterly*, v.44, n.3, p. 357-368, 2005.
- RÜCKERT, A., WARZECHA, M., KOITZSCH, R., PAWLIK, M., PFEIFER, H.** Particle Distribution and Separation in Continuous Casting Tundish, *Steel Research International*, v.80, n.8, p. 568-574, 2009
- SAHAI, Y & EMI, T.** Melt Flow Characterization in Continuous Casting Tundishes, *ISIJ International*, Vol. 36, nº 6, p. 667-672, 1996.
- SAHAI, Y., EMI, T.** Tundish Technology for Clean Steel Production. 1.ed. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2007. 328p.
- SAHAI, Y.** Tundish Technology for Casting Clean Steel: A Review. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 47B, 2095-2106, 2016.
- SAHAI, Y., e EMI, T.** *Tundish Technology For Clean Steel Production.* Singapore: World Scientific Publishing Company, 2016.
- SESHADRI, V, et al.** A Physical Modelling Study of Inclusion Removal in Tundish Using Inert Gas Curtain. *Tecnologia em Metalurgia, Materiais e Mineração*, v.9, n.1, p. 22-29, 2012.
- SCHADE, J., SMITH, M. P.; PALMER, S. E.** Doubling Tundish Volume at AK Steel's Middletown Works: Structural Criteria, Design Considerations and Operating Results. *I&SM*, p. 93-103, Outubro, 1996.
- SCHADE, J. H.; O'MALLEY, R. J.; KEMENY, F. L.; SAHAI, Y.; ZACHARIAS, D. J.** Tundish operations. In: CRAMB, A. W. **The making, shaping and treating of steel: casting volume.** The AISE Steel Foundation, Pittsburgh, Warrendale, PA, Ch. 13, 2003. 6p.
- SCHLICHTING, H.** Boundary layer theory. 7. ed. New York: McGraw-Hill, 1979.

- SHENG, D., Y.** Mean Age Theory in Continuous Casting Tundish. *Metall Mater Trans B* 53, 2735–2752. 2022.
- SILVA, J. N. S.** Siderurgia. Escola Técnica Aberta do Brasil. 2011.
- SILVA, H. H. S.** Remoção de Inclusões em um Distribuidor Assistida por Injeção de Gás Inerte. Ouro Preto: Escola de Minas da UFOP/REDEMAT, 2017. 66p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Materiais).
- SINHA, A. S. & SAHAI, Y.** Mathematical Modeling Inclusion Transport and Removal in Continuous Casting Tundishes. *ISIJ International*, vol. 33, n° 5, p. 556 – 566, 1993. SLAG ATLAS, 2nd Edition. Verein Deutscher Eisenhüttenleute (VDEh), Düsseldorf, Germany, 1995.
- SINGH, S., KORIA, S. C.** Model Study of the Dynamics of Flow of Steel Melt in the Tundish, *ISIJ International*, v.33, n.12, p. 1228-1237, 1993.
- SINGH, S & KORIA, S. C.** Tundish Steel Melt Dynamics With and Without Flow Modifiers Through Physical Modeling. *Ironmaking and Steelmaking*, vol. 23, n° 3, p. 225 – 263, 1996.
- SMITH, J. K.; SARMIENTO, L.; ACEVEDO, D.; RODRIGUEZ, M.; ROMERO, R.** Un método participativo para mapeo de fincas y recolección de información agrícola aplicable a diferentes escalas espaciales. *Interciencia*, Caracas, v. 37, n. 7, p. 258-278, 2009.
- SOUZA, G. M.** *Avaliação do efeito da injeção de gás na remoção de inclusões em distribuidor de lingotamento contínuo por meio de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais, 2019.
- STREETER V. L.** Mecânica dos Fluidos, Editora McGraw-Hill do Brasil, Ltda. 1974.
- SZEKELY, J., ILEGBUSI, O.J.** *The Physical and Mathematical Modeling of Tundish Operations*. 1.ed. New York: Springer-Verlag, 1989. 111p.
- THOMAS, B. G.** Continuous Casting of Steel. In: O. Yu (Ed.), *Modeling for Casting and Solidification Processing* (pp. 499-540). New York: Marcel Dekker, 2001.
- VARGAFTIK, N. B., VOLKOV, B. N., VOLJAK, L. D.** International Tables of the Surface Tension of Water. *Moscow Aviation Institute, Vol. 12*, 817-820, 1983
- VARGAS-ZAMORA, A.; MORALES, R. D., Díaz-Cruz; M., PALAFOX-RAMOS, J.; BARRETO-SANDOVAL, J.** Inertial and Buoyancy Driven Water Flows under Gas Bubbling and Thermal Stratification Conditions in a Tundish Model, *Metallurgical and Materials Transactions B*, Vol. 35B, p. 247-257, 2004.
- VERSTEEG, H.K., MALALASEKERA, W.** An Introduction to Computational Fluid Dynamics The Finite Volume Method. Pearson Education, Harlow, 2007.
- VICENCIO, F., E., C.** Caracterização experimental do escoamento intermitente líquido-gás em tubulações horizontais. Universidade tecnológica federal do paraná programa de pós-graduação em engenharia mecânica e de materiais. Curitiba. 2013.

- WALLIS, G.B.** One-Dimensional Two-Phase Flow. McGraw-Hill, New York, 243. 1969.
- WANG, L., LEE, H.G. & HAYES, P.** Prediction of the Optimum Bubble Size for Inclusion Removal from Molten Steel by Flotation. *ISIJ International*, Vol. 36, n° 1, p 7-16, 1996.
- WANG, T.; LIN, J.; HAN, M.; ZHANG, T.; WANG, J.; JIN, W.** Influence of the Gas Distributor on the Local Hydrodynamic Behavior of An External Loop Airlift Reactor, *Chemical Engineering Journal*, v. 102, p. 51-59, 2004.
- WANG, T. L., ZHANG, Y. Q., DENG, C. H.; LI, Z. B.** Mathematical Model for Removal of Inclusion in Molten Steel by Injecting Gas at Ladle Shroud. *ISIJ International*, Vol. 45, n° 8, p1138 - 1144, 2005.
- WANG, X. et al.** Effect of Tunnel Filters on Flow Characteristics in an Eight-strand Tundish, *ISIJ International*, v.57, n.11, p. 1990-1999, 2017.
- WARZECHA, M., MERDER, T., WARZECHA, P., STRADOMSKI, G.** Experimental and Numerical Investigations on Non-metallic Inclusions Distribution in Billets Casted at a Multi-strand Continuous Casting Tundish, *ISIJ International*, v.53, n.11, p. 1983-1992, 2013.
- WATANABE, H.; ASANO, K.; SAEKI, T.** Some Chemical Engineering Aspects of RH Degassing Process, *Electrical Furnace Steel*, Tetsu-to-Hagané, p. 1327, 1968. apud: Martins (2003).
- WILCOX, D. C.** *Turbulence Modeling for CFD*. 1.ed. La Cañada: DCW Industries, Inc., 1993. 477p.
- YAMAGUCHI, K.; KISHIMOTO, Y.; SARURAYA, T.; FUJII, T.; ARATANI, M.; NISHIKAWA, H.** Effect of Refining Conditions for Ultra Low Carbon Steel on Decarburization Reaction in RH Degasser, *ISIJ International*, Vol. 32, N°1, p. 126-135, 1992.
- YAMANA, H., EBATO, K., KATSUDA, J.; NISHIGUCHI, K.** Improvement of Technique for Ultra-low-carbon Steel at Kakogawa Works, *Kobelco Technology Review*, N°15, p. 17-20, 1992.
- YANG, B.; LEI, H.; XU, Y.; LIU, K.; HAN, P.** Numerical Investigation of Flow Characteristics of Molten Steel in the Tundish with Channel Induction Heating. *Metals* 2021, 11, 1937.
- ZHANG, L., AOKI, J., THOMAS, B.** Inclusion Removal by Bubble Flotation in a Continuous Casting Mold. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 37B, 361-379, 2006.
- ZHENG, S., ZHU, M.** Optimization of Flow Control Devices in a Ten-strand Billet Caster Tundish, *China Foundry*, v.13, n.6, p. 414-421, 2016.
- ZHONG, L. C.; LI, L. Y.; WANG, B.; ZHANG, L.; ZHU, L. X.; ZHANG, Q. F.** Fluid Flow Behavior in Slab Continuous Casting Tundish with Different Configurations of Gas Bubbling Curtain. *Ironmaking and Steelmaking*, vol. 35, n° 6, p. 436 – 440, 2008.

APÊNDICE

1. Histograma do percentual de volume x velocidade – Configuração SG.

Classe	Velocidade (m/s)			Percent. Volume (%)	Percent. Volume Acumulado (%)
1	2,1E-05	-	3,1E-05	0,00	0,00
2	3,1E-05	-	4,6E-05	0,00	0,00
3	4,6E-05	-	6,7E-05	0,00	0,00
4	6,7E-05	-	1,0E-04	0,00	0,00
5	1,0E-04	-	1,5E-04	0,00	0,00
6	1,5E-04	-	2,2E-04	0,01	0,01
7	2,2E-04	-	3,2E-04	0,01	0,02
8	3,2E-04	-	4,8E-04	0,02	0,04
9	4,8E-04	-	7,1E-04	0,06	0,11
10	7,1E-04	-	1,1E-03	0,14	0,25
11	1,1E-03	-	1,6E-03	0,36	0,61
12	1,6E-03	-	2,3E-03	0,89	1,50
13	2,3E-03	-	3,4E-03	1,95	3,44
14	3,4E-03	-	5,1E-03	4,21	7,66
15	5,1E-03	-	7,5E-03	9,07	16,73
16	7,5E-03	-	1,1E-02	13,49	30,22
17	1,1E-02	-	1,7E-02	15,19	45,41
18	1,7E-02	-	2,5E-02	12,97	58,38
19	2,5E-02	-	3,6E-02	11,82	70,19
20	3,6E-02	-	5,4E-02	9,60	79,79
21	5,4E-02	-	8,0E-02	11,97	91,77
22	8,0E-02	-	1,2E-01	4,24	96,00
23	1,2E-01	-	1,7E-01	2,18	98,19
24	1,7E-01	-	2,6E-01	0,96	99,15
25	2,6E-01	-	3,8E-01	0,40	99,55
26	3,8E-01	-	5,7E-01	0,18	99,73
27	5,7E-01	-	8,4E-01	0,09	99,82
28	8,4E-01	-	1,2E+00	0,06	99,88
29	1,2E+00	-	1,8E+00	0,12	100,00

2. Histograma do percentual de volume x velocidade – Configuração GF.

Classe	Intervalo de classe (m/s)			Percent. Volume (%)	Percent. Volume Acumulado (%)
1	2,11E-05	-	3,12E-05	0,00	0,00
2	3,12E-05	-	4,62E-05	0,00	0,00
3	4,62E-05	-	6,84E-05	0,00	0,00
4	6,84E-05	-	1,01E-04	0,00	0,00
5	0,000101	-	1,50E-04	0,00	0,00
6	0,00015	-	2,21E-04	0,00	0,00
7	0,000221	-	3,27E-04	0,00	0,01
8	0,000327	-	4,84E-04	0,01	0,02
9	0,000484	-	7,16E-04	0,03	0,05
10	0,000716	-	1,06E-03	0,11	0,16
11	0,00106	-	1,57E-03	0,30	0,46
12	0,001567	-	2,32E-03	0,82	1,28
13	0,002319	-	3,43E-03	1,56	2,84
14	0,00343	-	5,07E-03	3,32	6,16
15	0,005073	-	7,50E-03	8,73	14,89
16	0,007505	-	1,11E-02	12,48	27,37
17	0,011102	-	1,64E-02	13,19	40,56
18	0,016423	-	2,43E-02	9,73	50,29
19	0,024293	-	3,59E-02	9,39	59,69
20	0,035936	-	5,32E-02	13,30	72,99
21	0,053159	-	7,86E-02	15,35	88,34
22	0,078636	-	1,16E-01	6,67	95,01
23	0,116323	-	1,72E-01	2,65	97,67
24	0,172072	-	2,55E-01	0,92	98,58
25	0,254539	-	3,77E-01	0,35	98,93
26	0,37653	-	5,57E-01	0,16	99,09
27	0,556986	-	8,24E-01	0,07	99,16
28	0,823928	-	1,22E+00	0,05	99,22
29	1,218804	-	1,80E+00	0,08	99,29
30	-	-	1,8029307100	0,71	100,00

3. Histograma do percentual de volume x velocidade – Configuração GFP.

Classe	Intervalo de classe (m/s)			Percent. Volume (%)	Percent. Volume Acumulado (%)
1	4,15E-05	-	6,00E-05	0,00	0,00
2	6E-05	-	8,66E-05	0,00	0,00
3	8,66E-05	-	1,25E-04	0,00	0,00
4	0,000125	-	1,81E-04	0,00	0,00
5	0,000181	-	2,61E-04	0,00	0,00
6	0,000261	-	3,77E-04	0,00	0,01
7	0,000377	-	5,44E-04	0,01	0,01
8	0,000544	-	7,86E-04	0,02	0,03
9	0,000786	-	1,14E-03	0,04	0,07
10	0,001136	-	1,64E-03	0,08	0,15
11	0,00164	-	2,37E-03	0,24	0,39
12	0,002369	-	3,42E-03	0,54	0,93
13	0,003422	-	4,94E-03	1,07	2,00
14	0,004943	-	7,14E-03	1,87	3,87
15	0,007139	-	1,03E-02	3,56	7,42
16	0,010311	-	1,49E-02	6,97	14,40
17	0,014893	-	2,15E-02	13,49	27,89
18	0,021511	-	3,11E-02	20,04	47,93
19	0,03107	-	4,49E-02	17,13	65,06
20	0,044876	-	6,48E-02	17,75	82,82
21	0,064817	-	9,36E-02	10,70	93,52
22	0,093619	-	1,35E-01	3,09	96,61
23	0,135219	-	1,95E-01	1,44	98,05
24	0,195304	-	2,82E-01	0,65	98,71
25	0,28209	-	4,07E-01	0,27	98,98
26	0,407438	-	5,88E-01	0,12	99,10
27	0,588487	-	8,50E-01	0,07	99,17
28	0,849986	-	1,23E+00	0,04	99,22
29	1,227685	-	1,77E+00	0,08	99,29

