

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEL)**  
**Associação ampla entre UFSJ e CEFET-MG**



**APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO  
EVOLUTIVOS NA ALOCAÇÃO DE GERAÇÃO  
DISTRIBUÍDA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE  
POTÊNCIA PARA A MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS**

**Gracilene Mendes Mota**

**Belo Horizonte**

**2022**

**Gracilene Mendes Mota**

**APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO  
EVOLUTIVOS NA ALOCAÇÃO DE GERAÇÃO  
DISTRIBUÍDA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE  
POTÊNCIA PARA A MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, associação ampla entre CEFET-MG e UFSJ, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas Elétricos. Linha de Pesquisa: Planejamento e Operação de Sistemas Elétricos de Potência – POSEP.

Orientador: Eduardo Nunes Gonçalves.  
Coorientador: Eduardo Gonzaga da  
Silveira.

**Belo Horizonte**

**2022**

M917a Mota, Gracilene Mendes.  
Aplicação de métodos de otimização evolutivos na alocação de geração distribuída em sistemas elétricos de potência para a minimização das perdas / Gracilene Mendes Mota. – 2022.  
83 f. : il.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Orientador: Eduardo Nunes Gonçalves.

Coorientador: Eduardo Gonzaga da Silveira.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais em associação ampla com a Universidade Federal de São João del-Rei.

1. Sistemas de energia elétrica. 2. Energia elétrica - Distribuição. 3. Otimização matemática. I. Gonçalves, Eduardo Nunes. II. Silveira, Eduardo Gonzaga da. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Universidade Federal de São João del-Rei. V. Título.

CDD: 621.3191

# APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO EVOLUTIVOS NA ALOCAÇÃO DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA PARA A MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS

**Gracilene Mendes Mota**

Texto da Dissertação de Mestrado submetido à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Engenharia Elétrica.

## BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. Eduardo Nunes Gonçalves.  
PPGEL/CEFET-MG

---

Prof. Dr. Eduardo Gonzaga da Silveira.  
PPGEL/CEFET-MG

---

Prof. Miguel de Brito Guimarães Neto  
PPGEL/CEFET-MG

---

Prof. Luís Henrique Lopes Lima  
UFJF

## Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, pois sem suas realizações a conclusão desse trabalho não seria possível.

Agradeço ao Prof. Dr. Eduardo Nunes Gonçalves, pela orientação durante essa jornada, ao Prof. Dr. Eduardo Gonzaga da Silveira e ao Engenheiro Eletricista Dr. Fábio Donisete Silva pelo suporte no desenvolvimento do sistema de aquisição de dados e planejamento do trabalho.

Agradeço também aos demais professores do PPGEEL pelo conhecimento que compartilharam comigo em todas as disciplinas, pois são exemplos de profissionais nos quais me inspiro para dar continuidade a minha carreira acadêmica.

Aos meus pais; Maria das Graças Silveira Mendes Mota e Ordelino Mota Terra e ao meu irmão Glaucio Mendes Mota que me apoiaram na decisão de escolha pelo Mestrado e sempre me incentivaram no caminho dos estudos.

Aos meus amigos e familiares que sempre me apoiaram em dar continuidade ao meu trabalho, mesmo em meio a uma crise mundial, devido à pandemia.

Ao meu companheiro Pedro Thalles Freitas Drumond que me inspira no ramo da engenharia e que me incentivou na conclusão desse trabalho, apesar de todas as angústias, incertezas e ansiedade oriundas da dedicação atribuída a uma realização de qualidade desse estudo.

# RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo para a redução das perdas em sistemas elétricos de potência. Tendo em vista esse objetivo e considerando a inserção cada vez maior de geração distribuída, é considerado o problema de alocação ótima dessas fontes. Dado um número especificado de gerações distribuídas com capacidade fixa, deseja-se definir em quais barras elas devem ser posicionadas de modo a minimizar as perdas do sistema. Trata-se de um problema de otimização inteira binária, onde as variáveis podem assumir apenas dois valores diferentes: 0 não instala na barra associada à variável, ou 1, instala. Para os estudos de caso, são considerados dois sistemas de subtransmissão: IEEE 14 barras e 30 barras, além da alocação de gerações distribuídas com capacidade de 1 MW. No sistema IEEE 30 barras, considerando a alocação em vinte e nove das trinta barras, existem mais de quinhentos milhões de combinações possíveis. Problemas de otimização combinatórios, com um número muito elevado de soluções, são difíceis de serem solucionados. Utilizou-se o programa computacional *Matpower* para possibilitar os cálculos e análises do fluxo de potência. A partir dos resultados obtidos, com as perdas de potência ativa das linhas de transmissão, foram avaliados métodos computacionais de otimização inteira binária para a melhor alocação possível da geração distribuída, a fim de se minimizar essas perdas. Foram comparados métodos de otimização não linear inteira binária, baseados nos algoritmos de enxame de partículas e no algoritmo evolução diferencial, para a determinação do método mais adequado para tratar o problema. Como resultado, obteve-se uma redução otimizada das perdas de potência ativa dos sistemas, para valores que dependem do limite de fontes de 1 MW, com baixo tempo computacional, mostrando a viabilidade da metodologia apresentada. Além disso, os resultados obtidos dos sistemas analisados foram comparados com resultados presentes na literatura especializada.

**Palavras-chave:** Fluxo de Potência; Geração Distribuída, Otimização Inteira Binária; Otimização por Enxame de Partículas; Algoritmo Evolução Diferencial.

# ABSTRACT

This work presents a study for the reduction of losses in electrical power systems. In view of this objective and considering the increasing insertion of distributed generation, the problem of optimal allocation of these sources is considered. Given a specified number of generations distributed with fixed capacity, it is desired to define in which buses they should be positioned in order to minimize system losses. This is a binary integer optimization problem, where the variables can only take on two different values: 0 does not install to the bus associated with the variable, or 1 does. For the case studies, there are two subtransmission systems: IEEE14 buses and 30 buses considered, in addition to the allocation of distributed generations with a capacity of 1 MW. In the IEEE 30 bus system, considering the allocation in twenty-nine of the thirty buses, there are more than five hundred million possible combinations. Combinatorial optimization problems, with a very high number of solutions, are difficult to solve. The computer program *Matpower* was used to enable the calculations and analysis of the power flow. From the results obtained, with the active power losses of the transmission lines, computational methods of binary integer optimization were evaluated for the best possible allocation of the distributed generation, in order to minimize these losses. Binary integer nonlinear optimization methods, based on particle swarm algorithms and on the differential evolution algorithm, were compared to determine the most adequate method to deal with the problem. As a result, an optimized reduction of the active power losses of the systems was obtained, for values that depend on the limit of sources of 1 MW, with low computational time, showing the feasibility of the presented methodology. In addition, the results obtained from the analyzed systems were compared with results found in the specialized literature.

**Keywords: Power Flow; Distributed Generation, Binary Integer Optimization; Particle Swarm Optimization; Differential Evolution Algorithm.**

## Sumário

Agradecimentos .....	iv
RESUMO .....	v
Lista de Figuras.....	ix
Lista de Tabelas.....	ix
1. Introdução.....	1
1.1 Relevância .....	1
1.2 Objetivos.....	3
1.3 Estrutura do Texto.....	4
2. ASPECTOS CONCEITUAIS E FÍSICOS DA GERAÇÃO DISTRIBUÍDA .....	6
2.1 Geração Distribuída .....	6
2.1.1 Definição .....	6
2.1.2 Vantagens e Desvantagens da GD .....	8
2.1.3 Principais tecnologias da GD.....	9
2.2 Rede de Distribuição em um Sistema Elétrico de Potência .....	10
2.2.1 Redes de Distribuição Primária .....	12
2.2.2 Redes de Distribuição Secundária .....	12
2.2.3 Cargas .....	12
2.2.4 Queda de Tensão .....	14
2.2.5 Regulação de Tensão.....	15
3. ANÁLISE ESTÁTICA DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA .....	17
3.1 Introdução.....	17
3.2 Fluxo de Potência .....	18
3.2.1 Definição dos tipos de barras do sistema.....	18
3.2.2 Aspectos gerais dos fluxos de carga .....	20
3.2.3 Formulação do problema do fluxo de carga .....	22
3.2.3.1 Modelagem de linhas de transmissão .....	22
3.2.3.2 Modelagem de transformadores em fase .....	25
3.2.3.3 Modelagem de transformadores defasadores .....	26
3.2.3.4 Expressões gerais dos fluxos .....	28
3.2.3.5 Formulação matricial .....	29
3.2.4 Subsistemas do problema básico.....	32
3.2.4.1 Subsistema 1 (S1) .....	32
3.2.4.2 Subsistema 2 (S2) .....	33
3.2.4.3 Organização Vetorial dos Subsistemas .....	34
3.3 Fluxo de Potência Ótimo .....	35
3.3.1 Método Newton-Raphson .....	35
3.3.1.1 Etapas do método Newton-Raphson .....	36
3.3.1.2 Aplicação do método Newton-Raphson ao problema do fluxo de carga .....	39
3.3.2 Definição da função objetivo do estudo de caso .....	41
4. ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO .....	45
4.1 Introdução.....	45

4.2	PROGRAMAÇÃO INTEIRA BINÁRIA .....	45
4.2.1	Introdução .....	46
4.2.2	Algoritmos enxame de partículas binários.....	47
4.2.3	Algoritmos evolução diferencial binários .....	50
4.2.4	Avaliação dos algoritmos evolucionários binários .....	52
4.2.4.1	Problema da mochila 0-1 .....	52
4.2.4.2	Problema de empacotamento.....	54
4.2.5	Conclusão .....	56
5.	ESTUDOS DE CASO.....	57
5.1	Simulação dos Sistemas IEEE 14 e 30 barras .....	57
5.1.1	Sistema IEEE 14 barras .....	57
5.1.2	Sistema IEEE 30 barras .....	59
5.2	Otimização da alocação de geração distribuída .....	60
5.2.1	Resultados e Discussões .....	60
5.2.1.1	Resultados do sistema IEEE 14 barras .....	61
5.2.1.2	Resultados do sistema IEEE 30 barras .....	66
6.	CONCLUSÕES.....	72
6.1	Conclusões gerais.....	72
6.2	Publicação em congresso internacional .....	73
6.3	Proposta de trabalhos futuros .....	74
	Referências.....	75
	ANEXO A – DADOS DOS SISTEMAS ELÉTRICOS .....	79

## Lista de Figuras

Figura 2. 1-Estrutura básica de um SEP. Fonte: (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010). .....	11
Figura 2. 2 - Potência absorvida em função da tensão aplicada à carga.Fonte: (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010). .....	14
Figura 2. 3-Diagrama unifilar e diagrama fasorial para ilustrar a queda de tensão em um sistema de distribuição. Fonte: (Viawan, 2008). .....	14
Figura 3. 1-Convenção de sinais para fluxos e injeções de corrente, potência ativa e potência reativa (Monticelli 1983). .....	22
Figura 3. 2-Modelo equivalente $\pi$ de uma linha de transmissão (Haffner, 2007). .....	23
Figura 3. 3-Representação de um transformador em fase (Haffner, 2007). .....	25
Figura 3. 4- Representação de um transformador defasador puro (Haffner, 2007). .....	26
Figura 3. 5-Representação gráfica do Método de Newton Raphson (Monticelli, 1983). .....	36
Figura 3. 6-Representação gráfica do Método de Newton Raphson com derivada constante (Monticelli, 1983). .....	37
Figura 4. 1-Problema em aplicar algoritmos para variáveis reais em BIP. ....	46
Figura 4. 2-Função sigmoide. ....	48
Figura 5. 1 – Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 14 barras. Fonte: ENGINEERING (2022)..	58
Figura 5. 2 – Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 30 barras. Fonte: ENGINEERING (2022)..	59
Figura 5. 3 - Perda total ótima em função do número de GDs incluídas no sistema de 14 barras. Fonte: Autor.....	64
Figura 5. 4 - Boxplot de Perdas para alocações de até 11 GDs do Sistema IEEE14. Fonte: Autor.....	65
Figura 5. 5- Tempo Computacional para os algoritmos SBPSO, B-DE, B-PSO, NMBDE, AIS-DE e B-PSO do Sistema IEEE 14. Fonte: Autor. ....	46
Figura 5.6 - Perda total ótima em função do número de GDs incluídas no sistema de 30 barras. Fonte: Autor.....	69
Figura 5.7 - Boxplot de Perdas para alocações de até 20 GDs do Sistema IEEE30. Fonte: Autor.....	70
Figura 5. 8- Tempo Computacional para o algoritmo SBPSO de Nguyen et.al.(2021) do Sistema IEEE 30. Fonte: Autor.....	71

## Lista de Tabelas

Tabela 2. 1-Principais tecnologias utilizadas na geração distribuída. Fonte: Adaptado de Ackermann et al. (2001). .....	10
Tabela 2. 2-Tensões padronizadas em SEPs.Fonte: (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010). .....	11
Tabela 3. 1-Variáveis do sistema elétrico de potência. Fonte: Autor (2021). .....	19
Tabela 3. 2-Tipos de barra no fluxo de carga convencional.Fonte: Adaptado de Haffner (2007). .....	19
Tabela 3. 3-Parâmetros para os diferentes equipamentos nas expressões gerais dos fluxos de potência ativa e reativa.Fonte: Adaptado de Haffner (2007). .....	29
Tabela 3. 4-Características dos subsistemas que constituem o fluxo de carga. Fonte: Adaptado de Haffner (2007). .....	34
Tabela 3. 5-Algoritmo para a resolução do sistema de equações $gx = 0$ do estudo de caso pelo método de Newton Raphson.Fonte: Autor (2021). .....	38
Tabela 4. 1- Resultados do problema da mochila 0-1 com 50 itens.Fonte:Adaptado de (He, 2007). .....	53
Tabela 5. 1- Especificações técnicas do Sistema IEEE 14 barras. Fonte: Autor.....	58
Tabela 5. 2- Especificações técnicas do Sistema IEEE 30 barras. Fonte: Autor.....	60
Tabela 5. 3- Total de perdas para alocação de 3 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.....	61
Tabela 5. 4- Total de perdas para alocação de 5 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.....	62
Tabela 5. 5- Total de perdas para alocação de 7 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.....	62
Tabela 5. 6- Total de perdas para alocação de 9 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.....	62
Tabela 5. 7- Total de perdas para alocação de 11 GD de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.....	63
Tabela 5. 8- Alocação de Potência Ativa no sistema de 14 barras. Fonte: Autor.....	63
Tabela 5. 9- Total de perdas para alocação de 5 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.....	66
Tabela 5. 10- Total de perdas para alocação de 10 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor...	67
Tabela 5. 11- Total de perdas para alocação de 15 GD de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.....	67
Tabela 5. 12- Total de perdas para alocação de 20 GD de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.....	67
Tabela 5. 13- Alocação de Potência Ativa no sistema de 30 barras. Fonte: Autor.....	68

---

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Relevância

Devido à crescente exigência no mercado de energia elétrica quanto à qualidade e custo da energia fornecida, torna-se cada vez mais necessário que as concessionárias busquem alternativas para redução do custo associado à operação dos Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica (SDE).

Reduzir perdas de potência ativa em alimentadores de distribuição é uma boa alternativa para o problema, uma vez que este é um dos fatores que mais contribuem para o aumento dos custos operacionais (Sarfi, 1993). As perdas nos sistemas elétricos estão diretamente relacionadas à distribuição e intensidade do fluxo de potência nas redes que compõem esses sistemas, de maneira que a presença de geradores distribuídos altera a distribuição deste fluxo, mudando, assim, o carregamento das linhas de distribuição e, conseqüentemente, modificando o comportamento das perdas (Takahashi, 2007). As perdas podem ser reduzidas através de melhoria de rotas para a potência ativa, adequação do nível de tensão e redução do fluxo de potência na rede. Este último pode ser obtido através de suporte de potência reativa em pontos estratégicos do sistema, o que resulta em uma operação de menor custo com benefícios tarifários para os consumidores (Ye., 2008).

Os problemas de otimização resultantes da avaliação desses recursos apresentam em comum a resolução de um problema de programação não linear inteira mista de natureza combinatória elevada, que inviabiliza a avaliação de todas as soluções possíveis (Costa et al., 2008).

Na literatura, é possível encontrar uma variedade de métodos que buscam resolver os problemas de minimização de perdas em SDE. Em Guimarães et al. (2008), é utilizado um algoritmo genético modificado (AGM) e, em Oliveira (2010), é utilizado um algoritmo heurístico construtivo, ambos para alocação de capacitor junto com a reconfiguração da rede. Em Souza et al. (1996), é utilizado o algoritmo genético (AG) para solucionar um problema que busca otimizar uma função multiobjetivo, incluindo perdas, violação de tensão e custo de alocação de geração distribuída (GD). Os trabalhos de Daniel et al. (2005) e Khoa (2006) resolvem o problema de reconfiguração utilizando esta técnica baseada no conceito de enxame de partículas de Kennedy & Eberhart (1995).

---

O algoritmo Evolução Diferencial (DE), proposto por Storn & Price (1997) é um algoritmo simples, inicialmente desenvolvido para a otimização de parâmetros reais. Ele é muito popular entre os algoritmos evolutivos, sendo uma ferramenta baseada em população. O DE tem sido amplamente utilizado em uma variedade de problemas contínuos, como exemplo, em aplicações em eletrônica de potência (Liu B, 2005). O algoritmo, também tem sido utilizado com sucesso na engenharia de produtos químicos, aprendizagem de máquina e reconhecimento de padrões (Omran M., 2005). Por fim, o DE, ao longo dos estudos e suas aplicações, tem se mostrado com um desempenho melhor do que o algoritmo Genético ou o algoritmo de otimização Enxame de Partículas (PSO) (Versterstrom, 2004).

O PSO é uma meta-heurística que realiza poucas ou nenhuma premissa sobre o problema a ser otimizado e pode procurar soluções candidatas em espaços de grandes dimensões. No entanto, meta-heurísticas como o PSO não garantem que uma solução global seja encontrada. O PSO resolve um problema criando uma população de soluções candidatas, também conhecidas como partículas, e movendo estas partículas em torno do espaço de pesquisa, de acordo com fórmulas matemáticas simples sobre a posição e velocidade da partícula (Clerc, 2006).

Apesar dos algoritmos evolutivos serem bastante utilizados pelas várias características atrativas, para o problema específico deste trabalho, não se torna interessante utilizá-los sem uma adaptação para tratar problemas de programação inteira binária. Algumas dessas características são: a otimização global, robustez, facilmente adaptáveis; realizam buscas em paralelo, sem necessidade de derivadas; podem ser eficientemente combinados com heurísticas de busca local. Dessa forma, o problema de programação inteira binária desse trabalho não pode ser tratado como um problema de variáveis reais, pois, ao se arredondar a solução, a solução mais próxima pode não ser factível e a solução factível mais próxima pode não ser a solução ótima. Desse modo, é interessante resolver problemas de programação inteira binária com algoritmos especialmente desenvolvidos para esse tipo de problema.

---

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal apresentar um estudo a respeito da redução das perdas em dois sistemas elétricos de subtransmissão: sistema elétrico de potência IEEE 14 barras e IEEE 30 barras, através da alocação ótima de fontes de gerações distribuídas com capacidade de 1 MW.

A escolha da geração distribuída de 1 MW presente neste trabalho está associada ao incentivo governamental fixado pela Resolução Normativa Nº 875, de 10 de Março de 2020, determinando o limite de potência instalada de uma Pequena Central Hidrelétrica (PCH). Segundo essa Resolução, para os empreendimentos cuja potência injetada nos sistemas de transmissão ou distribuição seja menor a 1MW, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) estipulará percentual de redução não inferior a 50% (cinquenta por cento) a ser aplicado às tarifas de uso dos sistemas elétricos de transmissão e de distribuição, incidindo na produção e no consumo da energia comercializada pelos aproveitamentos.

Para o alcance da redução das perdas, considera-se um problema de otimização inteira binária, no qual as variáveis podem assumir apenas dois valores diferentes; 0 não instala na barra a geração distribuída associada à variável, ou 1, instala a GD. Além disso, por meio de um programa computacional, pretende-se avaliar métodos computacionais de otimização inteira binária, para a melhor alocação possível da geração distribuída, a fim de se minimizar essas perdas.

Como objetivos específicos, pode-se destacar:

- Realizar uma revisão bibliográfica a respeito do cálculo de fluxo de potência em um sistema elétrico de potência, a fim de se conhecer os tipos de barras do sistema proposto: de carga (PQ), de referência ( $V\theta$ ) e de tensão controlada (PV) e a modelagem adequada para os valores de potência ativa (P) e potência reativa (Q);
- Realizar uma revisão bibliográfica, a fim de se estudar a respeito dos comportamentos e soluções encontradas com algoritmos evolucionários, mais especificamente o algoritmo PSO e o DE;
- Realizar uma comparação entre as soluções encontradas pelos algoritmos evolucionários simples e suas formas binárias e entre esses algoritmos de otimização com outros presentes na literatura;
- Simular os sistemas IEEE 14 e 30 barras, implementando um método computacional, por meio do *open-source Matpower* do software

---

MATLAB® da MathWorks, a fim de se calcular o fluxo de potência desse sistema e suas perdas de potência ativa das linhas de transmissão;

- A partir dos resultados obtidos com a simulação do sistema, implementar os métodos de otimização inteira binária (o PSO e o DE), para a melhor alocação possível de geração distribuída, a fim de se minimizar as perdas de potência ativa desses dois sistemas.

### **1.3 Estrutura do Texto**

O texto desta dissertação de mestrado está organizado da seguinte forma: no capítulo 2, é apresentada uma revisão bibliográfica a respeito das redes de distribuição, no qual é apresentada uma breve fundamentação sobre as características operacionais e construtivas desses sistemas. Além disso, são apresentadas as duas redes de distribuição, sendo elas a primária e a secundária. Os principais tipos de cargas conectadas às redes de distribuição também são apresentados. Por fim, apresentam-se informações sobre a queda de tensão típica em uma rede de distribuição, além dos diferentes dispositivos e técnicas utilizadas para a regulação de tensão.

O capítulo 3 apresenta uma revisão bibliográfica relacionada a uma breve fundamentação sobre a análise estática de Sistema Elétrico de Potência (SEP), avaliando-se a condição de operação em regime permanente de um SEP. São abordados o cálculo de fluxo de potência e o fluxo de potência ótimo em uma rede de energia elétrica. Além disso, é apresentado de forma mais aprofundada o algoritmo utilizado para a resolução do sistema algébrico não linear do cálculo do fluxo de potência desse trabalho: o método de Newton-Raphson.

O capítulo 4 apresenta a última revisão bibliográfica deste trabalho, apontando os algoritmos de otimização evolucionários: DE e PSO, além de abordar a respeito da programação inteira binária desses algoritmos, sendo esta utilizada para o objetivo de redução de perdas de potência ativa de sistemas elétricos de distribuição, no caso deste trabalho, dos sistemas IEEE 14 e 30 barras.

No capítulo 5, são apresentados os resultados obtidos, por meio da implementação do cálculo de fluxo de potência do sistema proposto e da implementação dos algoritmos evolucionários de otimização inteira binária (PSO e DE) para a melhor alocação possível de geração distribuída e minimização das perdas de potência ativa. Por fim, é realizada uma análise comparativa de performance entre os resultados obtidos pelos cinco algoritmos de otimização implementados e os

---

resultados presentes na literatura, para os sistemas elétricos de subtransmissão IEEE 14 barras e IEEE 30 barras.

Finalmente, no capítulo 6, a conclusão dos resultados e dos estudos é apresentada, assim como a sugestão para trabalhos futuros.

---

## 2. ASPECTOS CONCEITUAIS E FÍSICOS DA GERAÇÃO DISTRIBUÍDA

Neste capítulo, são apresentadas a definição da geração distribuída, as principais vantagens e desvantagens desse sistema, além das suas principais tecnologias. Além disso, tem-se uma breve fundamentação sobre as características construtivas e operacionais dos sistemas de distribuição. Posteriormente, são apresentados os dois tipos de redes de distribuição, sendo a primeira a rede de distribuição primária e a segunda, a rede de distribuição secundária. Além disso, tem-se a caracterização e determinação dos principais tipos de cargas conectadas às redes de distribuição. Por fim, apresenta-se a queda de tensão típica em uma rede de distribuição trifásica equilibrada, além de serem apresentados os diferentes dispositivos e técnicas de regulação de tensão.

### 2.1 Geração Distribuída

Nesta seção, são abordadas: a definição da Geração Distribuída (GD), suas principais vantagens e desvantagens, e as tecnologias existentes de GD que mais se destacam.

#### 2.1.1 Definição

Segundo Ackermann et al. (2001), existe uma grande variação de definições da GD utilizada na literatura, sendo elencadas algumas questões que devem ser discutidas para sua definição mais exata, de acordo com:

- o propósito;
- a localização;
- a classificação da GD;
- a área de entrega da energia;
- a tecnologia;
- o impacto ambiental;
- o modo de operação;
- as propriedades;
- a penetração da GD.

---

De acordo com Ackermann et al. (2001), o propósito da GD consiste em fornecer uma fonte de energia elétrica ativa. Dessa forma, segundo essa definição, a GD não precisa ser capaz do fornecimento de energia reativa. No que diz respeito à localização da GD, o autor aponta sobre as diferentes definições presentes na literatura, sendo adotadas duas definições sobre a localização da GD. A primeira estabelece a conexão das unidades de geração diretamente à rede de distribuição ou à rede ligada ao medidor do cliente. Já a segunda aponta que apenas a definição legal fornece uma distinção clara entre os sistemas de distribuição e de transmissão, ou seja, apenas as regulamentações do mercado são capazes de estabelecer uma localização apropriada da GD. O autor também define o tamanho da GD de acordo com os seguintes valores de potência ativa gerada:

- micro GD – de 1 W a 5 kW;
- pequena GD – de 5 kW a 5 MW;
- média GD – de 5 MW a 50 MW;
- grande GD – de 50 MW a 300 MW.

Contudo, de acordo com Pepermans (2005), a classificação de uma GD está relacionada a uma potência gerada menor que 100 MW, logo, como já mencionado, cada autor estabelece diferentes limites de potência ativa gerada e diferentes definições para a GD.

Na regulamentação brasileira, segundo a Resolução Normativa nº 687/2015 que revisou a Resolução Normativa nº 482/2012 da ANEEL (2020), define-se como microgeração distribuída a central geradora com potência instalada até 75 kW e minigeração distribuída aquela com potência acima de 75 kW e menor ou igual a 5 MW, conectadas na rede de distribuição por meio de instalações de unidades consumidoras.

A respeito da área de entrega da energia, das tecnologias, do impacto ambiental, do modo de operação, das propriedades e da penetração da GD, Ackermann et al. (2001) estabelece a não relevância dessas questões para a definição da GD. No caso das tecnologias empregadas, essa irrelevância está relacionada, por exemplo, com sua ampla variação, como pode ser visto na Tabela 2.1. Apesar disso, algumas características típicas de algumas dessas tecnologias são importantes e foram abordadas pelo autor, sendo estas descritas em Principais Tecnologias da GD (seção 2.1.3).

---

### **2.1.2 Vantagens e Desvantagens da GD**

Antes da inserção de uma GD, torna-se necessário um planejamento eficaz. Segundo Jordehi (2016), algumas das vantagens da inserção da GD são:

- Redução das perdas elétricas;
- Melhoria do perfil de tensão do sistema;
- Aumento das capacidades residuais dos componentes do sistema elétrico (redução do fluxo de potência nas linhas);
- GD pode melhorar a confiabilidade do sistema, como fontes alternativas para situações de interrupção do serviço nas redes de distribuição, e a qualidade da energia, especialmente áreas com perfil baixo de tensão;
- Redução do preço da energia elétrica pela competição no mercado de energia;
- Redução de custos operacionais com a redução de custos de transmissão e distribuição de energia (redução das perdas) e redução de custos de manutenção relacionados com falhas nas linhas;
- Baixo capital de investimento, ao se comparar com o custo financeiro das grandes centrais de geração;
- GD é uma escolha muito boa para eletrificação rural onde os custos de transmissão e distribuição são muito altos;
- A energia elétrica fornecida por GD pode ser baseada em fontes de energia renovável, que são ecologicamente corretas e não produzem emissões.

Segundo o INEE (2008), o fato de a geração de energia estar próxima ao consumidor, confere economia ao sistema de transmissão e diminuição das perdas do sistema em geral.

Ainda, segundo Colmenar-Santos et al. (2016) e Jordehi (2016), o mau dimensionamento e alocação da GD em um sistema elétrico podem ocasionar problemas, sendo um deles abordado nesse trabalho: o aumento das perdas elétricas. Além disso, são elencadas outras desvantagens como: violações de parâmetros de qualidade de energia, a falta de seletividade, a degradação do perfil de tensão, efeitos negativos sobre os relés de proteção devido à característica bidirecional do fluxo de potência, dificuldades relacionadas às características intermitentes de alguns tipos de GD, além da instabilidade provocada ao sistema, por meio da injeção de harmônicos na rede.

---

### **2.1.3 Principais tecnologias da GD**

Existem diversas fontes de energia ou tecnologias associadas à geração distribuída. Em Colmenar-Santos et al. (2016) são apresentadas as que mais se destacam, sendo elas: os painéis fotovoltaicos, as microturbinas a gás, as turbinas eólicas, as pequenas centrais hidrelétricas (PCHs) e as centrais termelétricas. Este trabalho é direcionado para a alocação de GD de 1 MW, sendo esta potência instalada muito utilizada nas PCHs, como já mencionado no motivo da escolha dessa potência no Capítulo 1 (seção 1.2).

Na Tabela 2.1, são enumeradas as principais tecnologias que são utilizadas na GD, com suas respectivas capacidades de potência típica disponível por módulo (Ackermann et al., 2001). Nota-se a vasta gama das tecnologias empregadas, sendo possível categorizá-las, ainda mais, apontando algumas características de maior destaque. Primeiro, é possível perceber que muitas dessas tecnologias utilizam fontes renováveis como recursos energéticos.

De acordo com a Agência Internacional de Energia (IEA), os recursos de energia renovável são definidos como recursos que geralmente não estão sujeitos ao esgotamento, como o calor, a luz do sol, a força do vento, a matéria orgânica (biomassa), a queda d'água, a energia do oceano e o calor geotérmico (IEA, 1997). No entanto, a disponibilidade dos diferentes recursos e a eficiência da tecnologia empregada para aproveitar a energia desses recursos energéticos variam significativamente entre diferentes áreas e países analisados.

Tabela 2. 1-Principais tecnologias utilizadas na geração distribuída. Fonte: Adaptado de Ackermann et al. (2001).

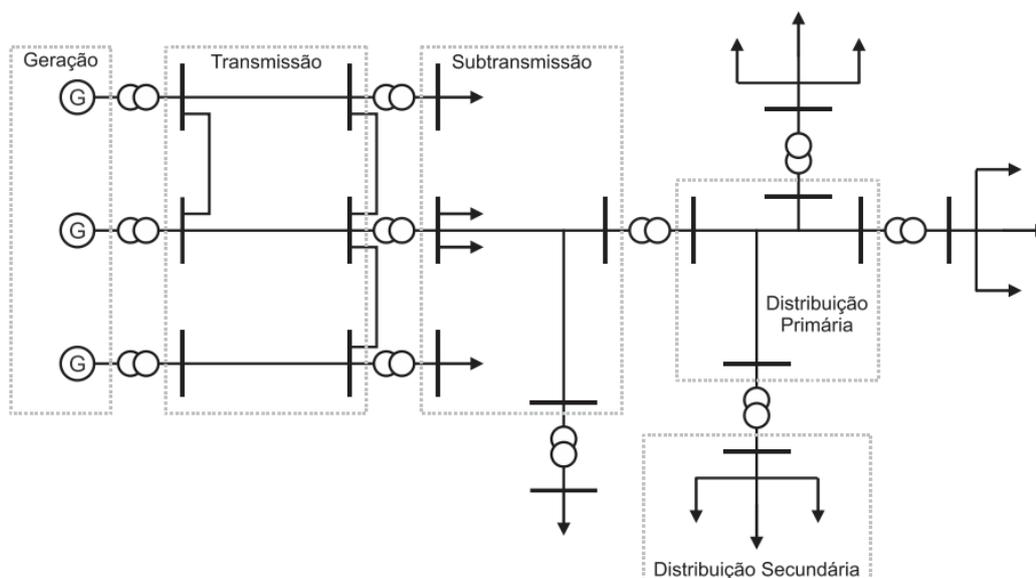
<b>Tecnologia</b>	<b>Capacidade típica, disponível por módulo</b>
<b>Fontes não-renováveis</b>	
Turbina a gás de ciclo combinado	35 - 400 MW
Motores de combustão interna	5 kW - 10 MW
Turbina de combustão	1 - 250 MW
Microturbinas	35 kW - 1 MW
<b>Fontes renováveis</b>	
Pequena hidroelétrica	1 - 100 MW
Micro hidroelétrica	25 kW - 1 MW
Turbina eólica	200 W - 3MW
Sistema Fotovoltaico	20 W - 100 kW
Térmica solar, receptor central	1 - 10 MW
Biomassa	100 kW - 20 MW
PAFC(*)	200 kW - 2 MW
MCFC(*)	250 kW - 2 MW
PEFC(*)	1 kW - 250 kW
SPFC(*)	250kW - 5 MW
Geotérmica	5 - 100 MW
Energia oceânica	100 kW - 1 MW

(\*) refere-se aos tipos de célula combustível

## 2.2 Rede de Distribuição em um Sistema Elétrico de Potência

A distribuição de energia elétrica para os consumidores é realizada através de um extenso e complexo Sistema Elétrico de Potência, o qual é dividido em subsistemas, conforme apresentado na Figura 2.1.

Como observado na Figura 2.1, o sistema de distribuição inicia após a subestação de distribuição que é alimentada por uma ou mais linhas de subtransmissão. Em alguns casos a subestação de distribuição é alimentada diretamente por uma linha de transmissão, não possuindo o sistema de subtransmissão. Cada subestação de distribuição alimentará uma ou mais redes de distribuição primária (Kersting, 2002).



**Figura 2. 1-Estrutura básica de um SEP. Fonte: (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010).**

Na subestação de distribuição, o transformador da subestação é responsável por reduzir o nível de tensão do sistema de subtransmissão classificado como circuito de Alta Tensão (AT) para uma ou mais redes de distribuição primária classificadas como circuito de Média Tensão (MT). Além disso, próximo dos consumidores, há um transformador de distribuição que reduz a tensão da rede primária para a tensão da rede secundária classificada como circuito de Baixa Tensão (BT), a qual é utilizada para fornecer energia elétrica aos consumidores (Short, 2004). Na Tabela 2.2, estão presentes as tensões padronizadas de cada subsistema do SEP.

**Tabela 2. 2-Tensões padronizadas em SEPs. Fonte: (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010).**

Tensão [kV]	Campo de aplicação
0,220/0,127 0,380/0,220	Distribuição secundária (BT)
13,8 34,5	Distribuição primária (MT)
34,5 69,0 138,0	Subtransmissão (AT)
138,0 230,0 345,0 500,0	Transmissão

---

### **2.2.1 Redes de Distribuição Primária**

As redes de distribuição primária são responsáveis por fornecer energia elétrica aos consumidores primários, tais como indústrias de médio porte e conjuntos comerciais, e também aos transformadores de distribuição que suprem a rede secundária (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010). Além disso, essas redes podem ser aéreas ou subterrâneas. As primeiras apresentam um custo reduzido de manutenção e instalação. Já as segundas possuem custo elevado, em casos onde há maior densidade de carga ou restrições paisagísticas. Dentre as configurações mais encontradas dessas redes, tem-se a radial e anel em aberto.

As redes radiais são tipicamente utilizadas em redes aéreas de distribuição primária, onde a rede que deriva da subestação atende a um ou mais transformadores de distribuição, e o fluxo de potência apresenta uma única direção da subestação para o consumidor (COPEL, 1999).

### **2.2.2 Redes de Distribuição Secundária**

As redes de distribuição secundária derivam do transformador de distribuição que suprem os consumidores de baixa tensão, tais como residências, pequenos comércios e indústrias (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010).

Essas redes, tal como nas redes aéreas de distribuição primária, são tipicamente radiais. Dessa forma, um ou mais consumidores podem ser atendidos a partir de um único transformador de distribuição.

Cada subsistema do SEP apresenta um determinado grau de confiabilidade em função da quantidade de potência transportada. Assim, devido à configuração do SEP, a rede de subtransmissão é responsável pela transferência de potência da ordem de centenas de MVA, enquanto a rede de distribuição secundária é da ordem de dezenas de kVA. Portanto, a rede secundária usualmente não conta com recursos para mitigar falhas (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010).

### **2.2.3 Cargas**

As cargas conectadas às redes de distribuição podem ser classificadas de acordo com a sua localização geográfica, a finalidade da utilização, a dependência da energia elétrica, as perturbações causadas, a tarifação e a tensão de suprimento (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010).

---

Existem dois modelos de cargas usualmente utilizados; os modelos estáticos e os modelos dinâmicos.

Nos modelos estáticos, as potências ativas e reativas da carga são expressas como funções algébricas da magnitude de tensão e da frequência em qualquer instante de tempo (Souza, 1996).

A seguir serão apresentados os principais modelos estáticos de cargas utilizados (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010).

- Carga de potência constante: a potência aparente ( $S_c$ ), pode ser expressa pela soma das potências ativa ( $P_c$ ) e reativa da carga ( $Q_c$ ), sendo constantes, independentemente do valor de tensão. Além disso, nesse tipo de carga constante, tem-se alteração do valor de corrente da carga ( $I_c$ ), mediante a alteração do valor da tensão da carga ( $V_c$ ). As equações que modelam este tipo de carga são:

$$S_c = P_c + jQ_c \quad (2.1)$$

$$I_c = \frac{S_c^*}{V_c^*} \quad (2.2)$$

Vale salientar que ( $S_c^*$ ) e ( $V_c^*$ ) consistem no complexo conjugado do valor da potência aparente da carga e do valor da tensão da carga, respectivamente.

- Carga de corrente constante com a tensão: nesse tipo de carga não há alteração na corrente com a respectiva variação da tensão. Já a potência é alterada com a variação da tensão. Seja ( $I_c^*$ ) o complexo conjugado do valor da corrente da carga, as equações deste tipo de carga são:

$$I_c = I_c \angle \theta \quad (2.3)$$

$$S_c = V_c I_c^* \quad (2.4)$$

- Carga de impedância constante com a tensão: a impedância da carga ( $Z_c$ ), dada pela soma de sua resistência ( $R_c$ ) e sua reatância ( $X_c$ ), se mantém constante independentemente do valor de tensão. Já a potência varia, conforme a tensão vai se modificando. Seja ( $Z_c^*$ ) o complexo conjugado da impedância da carga, as equações que caracterizam esta carga são:

$$Z_c = R_c + jX_c \quad (2.5)$$

$$S_c = \frac{V_c^2}{Z_c^*} \quad (2.6)$$

- Carga do tipo ZIP (Z constante, I constante e P constante): nesse tipo de carga, tem-se a combinação dos três modelos apresentados. Além disso, cada modelo possui uma porcentagem do valor total da carga,

sendo que a soma da porcentagem desses modelos corresponde à carga total. Na Figura 2.2, pode-se visualizar a variação da potência absorvida pela carga, de acordo com a variação de tensão, para os três modelos: de potência, de corrente e de impedância constantes com a tensão.

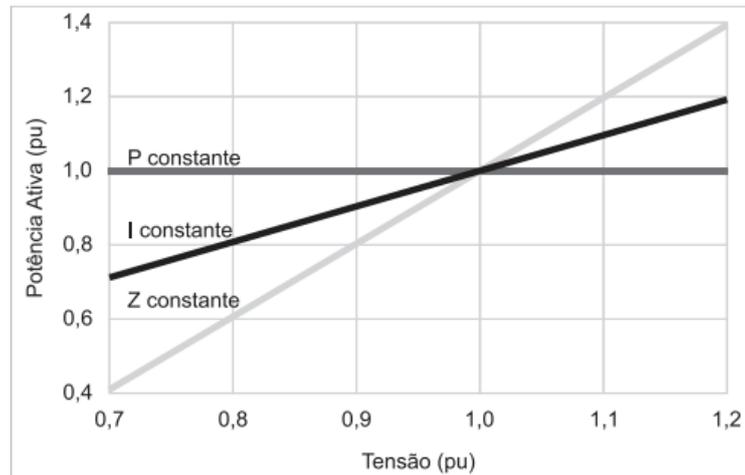


Figura 2. 2 - Potência absorvida em função da tensão aplicada à carga. Fonte: (Kagan, Oliveira, & Robra, 2010).

#### 2.2.4 Queda de Tensão

A Figura 2.3 apresenta o diagrama unifilar e o diagrama fasorial, ilustrando a queda de tensão típica em uma rede de distribuição trifásica equilibrada.

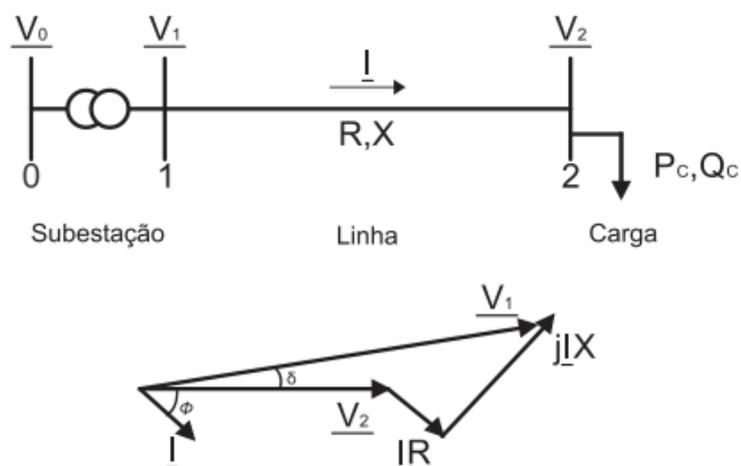


Figura 2. 3-Diagrama unifilar e diagrama fasorial para ilustrar a queda de tensão em um sistema de distribuição. Fonte: (Viawan, 2008).

Na Figura 2.3,  $\underline{V}_0$  corresponde à tensão fasorial da barra 0 (barra de referência),  $\underline{V}_1$  é a tensão fasorial da barra 1;  $\underline{I}$  é a corrente fasorial que percorre a linha;  $R$  equivale à resistência da linha;  $X$  é a reatância da linha;  $\underline{V}_2$  é a tensão fasorial da barra 2;  $P_C$  equivale à potência ativa da barra 2 e  $Q_C$  é a potência reativa da barra 2. A queda de tensão na resistência da linha ( $\underline{I}R$ ) está em fase com a corrente ( $\underline{I}$ ), e o fasor da queda de tensão na reatância da linha ( $j\underline{I}X$ ) está  $90^\circ$  adiantado em relação ao fasor da corrente. A queda de tensão na linha pode ser expressa como o módulo da diferença entre as tensões na barra 1 e 2:

$$\Delta V = \left| \underline{V}_1 - \underline{V}_2 \right| = \left| \underline{I} (R + jX) \right| \quad (2.7)$$

A corrente que percorre a linha é igual à corrente da carga:

$$\underline{I} = \frac{S_C^*}{V_2^*} = \frac{P_C - jQ_C}{V_2^*} \quad (2.8)$$

Substituindo a equação (2.8) na equação (2.7), tem-se:

$$\left| \underline{V}_1 - \underline{V}_2 \right| = \left| \frac{(RP_C + XQ_C) - j(XP_C + RQ_C)}{V_2} \right| \quad (2.9)$$

Sabe-se que, para o fluxo de potência típico de redes de distribuição, o ângulo  $\delta$  entre as tensões  $\underline{V}_1$  e  $\underline{V}_2$  tem um valor muito pequeno, dessa forma, a queda de tensão  $\Delta V$  corresponde à aproximadamente a parte real da equação (2.9), de acordo com:

$$\Delta V \approx \frac{(RP_C + XQ_C)}{V_2} \quad (2.10)$$

A queda de tensão é maior para sistemas de distribuição com tensões reduzidas, baixo fator de potência, circuitos monofásicos e circuitos desbalanceados. O aumento no fator de potência, o aumento da bitola dos cabos, o balanceamento dos circuitos, a redução do fluxo de potência e a redução no comprimento dos cabos resultam na redução da queda de tensão (Short, 2004).

### 2.2.5 Regulação de Tensão

A função básica da regulação de tensão nos sistemas de distribuição é manter a tensão em regime permanente em níveis aceitáveis. As tensões desejadas podem ser obtidas controlando-se diretamente a tensão ou controlando-se o fluxo de potência reativa na rede. Os dispositivos normalmente utilizados para controlar a tensão são os transformadores *On-Load Tap-Changer* (OLTC), capacitores *shunts* chaveados e reguladores de tensão série com comutação de *taps*. Para o controle de tensão e de potência reativa, muitas concessionárias operam os dispositivos localmente utilizando

---

controladores padrões para manter a tensão em níveis aceitáveis e também para minimizar as perdas da rede (Viawan, 2008).

Um regulador de tensão de passo consiste em um autotransformador e um mecanismo de mudança de *taps*. As variações da tensão na saída do regulador são obtidas pela mudança dos *taps* dos enrolamentos do autotransformador. A posição do *tap* é determinada por um circuito de controle (compensador de queda na linha). O padrão dos reguladores de passo apresenta uma chave inversora que possibilita um alcance de  $\pm 10\%$  da tensão nominal, geralmente em 32 passos ou degraus, ou seja, a cada passo há uma variação de 0,625% da tensão (0,75 V em uma base de 120V) (Gallego, 2008).

Já a abordagem dos problemas de bancos de capacitores envolvidos no propósito de regulação de tensão sofreu algumas modificações ao longo do tempo. Segundo Silva (2018), a resolução do problema já ocorreu através de técnicas analíticas, programação matemática e métodos heurísticos. Atualmente, tem-se uma atenção especial na resolução do problema utilizando a inteligência artificial.

De um modo geral, os bancos de capacitores são mais utilizados em sistemas de geração distribuída de energia elétrica para a correção do fator de potência, podendo ser parte integrante de filtros de harmônicos, provendo suporte de potência reativa e contribuindo para a finalidade de regulação de tensão. Segundo Kojovic (2002), esses são equipamentos de custos acessíveis, fáceis de instalar, requerem pouca manutenção e ocasionam perdas muito baixas. Dentre estas, estão as razões pelas quais eles são demasiadamente usados em sistemas de distribuição. Bancos de capacitores são construídos com capacidade (kVAr) relativamente baixas por motivos econômicos e de engenharia. Unidades individuais são, então, combinadas em conjuntos de bancos para obter um aumento das taxas de suprimento. Eles são adicionados em pequenos ou grandes conjuntos a fim de sanar demandas operacionais.

---

## 3. ANÁLISE ESTÁTICA DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Neste capítulo é apresentada uma breve fundamentação sobre a análise estática de sistemas elétricos de potência, avaliando-se a condição de operação em regime permanente. Além disso, são abordados o cálculo de fluxo de potência em uma rede de energia elétrica e o fluxo de potência ótimo, cuja finalidade é combinar as equações de fluxo de potência com um problema de otimização. Durante a abordagem do cálculo de fluxo de potência em uma rede de energia elétrica, tem-se um aprofundamento do algoritmo utilizado para a resolução do sistema algébrico não linear de cálculo do fluxo deste trabalho: o método de Newton-Raphson.

### 3.1 Introdução

Com o desenvolvimento das técnicas de cálculo de fluxo de potência em redes de energia elétrica, também conhecido como fluxo de carga, os engenheiros passaram a ter em mãos uma ferramenta de análise em regime permanente importante para a operação e o planejamento, permitindo a análise de diversos cenários de demanda dos consumidores. Desde sua origem, essa ferramenta sofreu modificações, melhorias e adequações, dependendo dos objetivos que se pretende atingir, como, por exemplo, estudos de desequilíbrios de correntes, representação do acoplamento magnético e a presença do solo (Swain, et al., 2022).

De uma forma geral, a análise de um SEP está diretamente ligada aos conceitos e análises de circuitos elétricos. Os modelos matemáticos de uma rede elétrica são obtidos através da representação dos diversos equipamentos que o compõem, por meio de elementos de circuitos elétricos (impedâncias, fontes, nós, malhas etc.). No caso da análise estática, o objetivo é avaliar a condição de operação em regime permanente, sendo desprezadas as variações decorrentes de efeitos transitórios e perturbações nos circuitos elétricos. Desse modo, fazem-se necessário os conceitos de análises de circuitos elétricos senoidais em regime permanente para a análise do ponto de operação do circuito elétrico (Frank & Rebennack, 2016).

O método mais consolidado que representa as relações de tensão e corrente é o método de análise nodal (Frank & Rebennack, 2016), sendo:

$$\tilde{I} = Y \cdot \tilde{V} \quad (3.1)$$

---

sendo  $\tilde{V} = (\tilde{V}_1, \dots, \tilde{V}_n)$  o vetor de tensões complexas nodais (fasores de tensão) em cada nó (geralmente referido como barra) da rede elétrica;  $\tilde{I} = (\tilde{I}_1, \dots, \tilde{I}_n)$  o vetor de injeções de correntes complexas (fasores de corrente) em cada nó da rede elétrica; e  $Y$  a matriz de admitância nodal da rede elétrica, construída a partir dos parâmetros dos circuitos elétricos que representam os equipamentos do SEP e da conexão elétrica entre as barras.

## 3.2 Fluxo de Potência

O cálculo de fluxo de potência em uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação das tensões nodais nas barras do sistema, dos fluxos de potências pelos equipamentos e de algumas outras grandezas de interesse (Monticelli, 1983).

Esta seção tem por finalidade apresentar a formulação genérica sobre o fluxo de carga, com a dedução das equações básicas do problema, a descrição do modo de operação dos principais componentes da rede e a definição dos tipos de barras apresentados, segundo Monticelli (1983), sendo elas as barras (*PQ*, *PV* e *V $\theta$* ).

### 3.2.1 Definição dos tipos de barras do sistema

Para o problema do fluxo de carga, torna-se importante a obtenção das condições de operação, ou seja, da magnitude e ângulo de fase dos fasores de tensão nodal. Com esses valores determinados, é possível encontrar os fluxos de potência ativa e reativa em regime permanente da rede de energia elétrica.

Na Tabela 3.1, considerando o problema do fluxo de carga em sistemas elétricos de potência, têm-se as quatro variáveis associadas a cada barra da rede e as variáveis associadas aos ramos da rede (cujas barras extremas são  $k$  e  $m$ ).

Tabela 3. 1-Variáveis do sistema elétrico de potência. Fonte: Autor (2021).

Barras		Ramos	
Incógnitas	Definição	Incógnitas	Definição
$V_K$	Magnitude do fasor tensão nodal da barra $k$ ;	$I_{km}$	Fasor da corrente que sai da barra $k$ em direção à barra $m$ ;
$\theta_K$	Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra $k$ ;	$P_{km}$	Fluxo de potência ativa que sai da barra $k$ em direção à barra $m$ ;
$P_K$	Injeção líquida (geração menos carga) de potência ativa da barra $k$ ;	$Q_{km}$	Fluxo de potência reativa que sai da barra $k$ em direção à barra $m$ .
$Q_K$	Injeção líquida de potência reativa da barra $k$ .		

Como visto, associam-se a cada barra da rede elétrica quatro variáveis elétricas:  $P_K$  (injeção de potência ativa líquida),  $Q_K$  (injeção de potência reativa líquida),  $V_K$  (magnitude de tensão),  $\theta_K$  (ângulo de tensão). O problema de fluxo de potência consiste em fixar duas dessas variáveis para cada barra, conforme algum conhecimento físico do comportamento dessas barras, e determinar o valor das outras duas variáveis, a partir das equações que modelam o sistema.

São apresentados os três tipos de barras, em função das variáveis conhecidas (dados do problema) e que foram listadas na Tabela 3.1.

Tabela 3. 2-Tipos de barra no fluxo de carga convencional. Fonte: Adaptado de Haffner (2007).

Tipo de barra	Notação	Dados	Incógnitas
Barra de carga	PQ	$P_K$ e $Q_K$	$V_k$ e $\theta_k$
Tensão controlada	PV	$P_K$ e $V_k$	$\theta_k$ e $Q_K$
Referência	$V\theta$	$V_k$ e $\theta_k$	$P_K$ e $Q_K$

Geralmente, três tipos de barras são definidos conforme as variáveis elétricas fixadas. Segundo Monticelli (1983), essas barras são: a barra de referência (*Slack bus*) ou simplesmente barra do tipo  $V\theta$ , a barra de carga (ou barra do tipo  $PQ$ ) e por último a barra de tensão controlada (ou barra do tipo  $PV$ ), conforme visto na Tabela 3.2. A barra do tipo  $V\theta$  possui os valores de magnitude e ângulo de tensão especificados e as injeções de potência ativa e reativa desconhecidas. Além disso, geralmente é escolhida uma barra desse tipo, para que se tenha uma referência angular única, além de representar equivalentes de rede externa ou geradores com controladores de frequência e de tensão, possibilitando fechar o balanço de potência da rede elétrica.

---

A barra do tipo  $PQ$  possui os valores de injeção de potência ativa e reativa especificados e os valores de magnitude e ângulo de tensão desconhecidos. Dessa forma, costuma-se representar as cargas e geradores com controle de potência ativa e reativa cujas demandas e gerações são conhecidas. Por fim, a barra do tipo  $PV$  possui valores de injeção de potência ativa e magnitude de tensão especificados e os valores de ângulo de tensão e injeção de potência reativa desconhecidos. Desse modo, geralmente possuem barras com geradores com controladores de tensão, possibilitando manter a magnitude de tensão na barra, através da injeção de potência reativa.

De forma geral, as barras de carga aparecem em maior número e representam as subestações de energia elétrica nas quais estão conectadas as cargas do sistema elétrico; em segundo lugar, as barras de tensão controlada representam as instalações que possuem geradores que podem realizar o controle da sua tensão terminal (por intermédio do seu controle de excitação) e também as barras cuja tensão pode ser controlada por intermédio do ajuste do tap de algum transformador. Além disso, segundo Haffner (2007), a barra de referência é única e imprescindível na formulação do problema em função da necessidade matemática de estipular um ângulo de referência (geralmente igualado a zero) e para fechar o balanço de potência da rede.

Logo, torna-se importante o conhecimento de cada tipo de barra do sistema, não apenas para fechar o balanço de potência da rede, mas para o conhecimento das perdas de transmissão, uma vez que não são conhecidas inicialmente, ou seja, não é possível definir todas as injeções de potência do sistema antes de conhecer as perdas que são função dos fluxos de potência na rede.

### **3.2.2 Aspectos gerais dos fluxos de carga**

As equações básicas do fluxo de carga são obtidas impondo-se a conservação das potências ativa e reativa em cada nó da rede, ou seja, a potência líquida injetada deve ser igual à soma das potências que fluem pelos componentes internos que tem este nó como um de seus terminais. Isso equivale a se impor a Primeira Lei de Kirchhoff (Monticelli, 1983).

Segundo Monticelli (1983), levando-se em consideração a conservação das potências ativa e reativa nas barras do sistema, tem-se as seguintes equações:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (3.2)$$

$$Q_k + Q_k^{sh}(V_k) = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m) \quad (3.3)$$

sendo:

$k = 1, 2, \dots, NB$  – Índice de todas as barras do sistema, sendo  $NB$  o número de barras do sistema;

$\Omega_k$  – Conjunto de barras vizinhas conectadas à barra  $k$ ;

$V_k, V_m$  – Magnitude dos fasores das tensões terminais do ramo  $k - m$ ;

$\theta_k, \theta_m$  – Ângulo de fase dos fasores das tensões terminais do ramo  $k - m$ ;

$P_{km}, Q_{km}$  – Fluxo de potência ativa e reativa no ramo  $k - m$ ;

$Q_k^{sh}$  – Componente da injeção de potência reativa devido ao elemento em derivação (*shunt*) da barra  $k$  ( $Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2$ , sendo  $b_k^{sh}$  a susceptância *shunt* ligada à barra  $k$ ).

As equações (3.2) e (3.3) representam o fato de as potências ativas e reativas injetadas em uma barra serem iguais à soma dos fluxos correspondentes que deixam a barra, por meio das linhas de transmissão, transformadores etc.

Em Monticelli (1983), e observando nas equações (3.2) e (3.3) os ângulos  $\theta_k$  e  $\theta_m$ , tem-se a explicação da necessidade da adoção de uma referência angular realizada por uma barra do tipo  $V\theta$ . Portanto, nota-se, que nessas equações, os ângulos  $\theta_k$  e  $\theta_m$  aparecem sempre na forma  $\theta_k - \theta_m$ , significando que uma mesma distribuição de fluxos na rede pode ser obtida se for somada uma constante arbitrária a todos os ângulos nodais, ou seja, o problema do fluxo de carga é indeterminado nas variáveis  $\theta$ , o que torna necessária a adoção de uma referência angular, como adotada nesse trabalho.

Além disso, as equações (3.2) e (3.3) foram formuladas considerando a seguinte convenção de sinais, segundo Monticelli (1983): as injeções líquidas de potência são positivas quando entram na barra (geração) e negativas quando saem da barra (carga); os fluxos de potência são positivos quando saem da barra e negativos quando entram; para os elementos *shunt* das barras é adotada a mesma convenção que para as injeções. Essa convenção é a mesma utilizada para as correntes, sendo a convenção adotada para este trabalho, como visto na Figura 3.1.

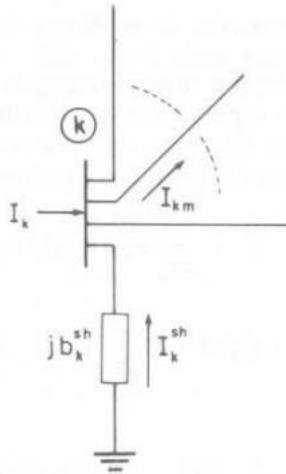


Figura 3. 1 - Convenção de sinais para fluxos e injeções de corrente, potência ativa e potência reativa (Monticelli 1983).

### 3.2.3 Formulação do problema do fluxo de carga

Antes de se encontrar as equações dos fluxos de potência ativa e reativa do sistema elétrico de potência, é fundamental a modelagem dos principais componentes que constituem esse sistema. Nos próximos tópicos são apresentados os principais parâmetros e modelos utilizados para as linhas de transmissão, transformadores em fase e transformadores defasadores. A partir dessas modelagens, é possível encontrar as expressões gerais para os fluxos de potência para o estudo de caso desse trabalho.

#### 3.2.3.1 Modelagem de linhas de transmissão

O circuito da Figura 3.2, que representa o modelo equivalente  $\pi$  de uma linha de transmissão, é utilizado para o cálculo da corrente em uma linha de transmissão e para a definição de outros parâmetros inerentes a essa linha, sendo importantes para o cálculo dos fluxos de potência ativa e reativa do sistema.

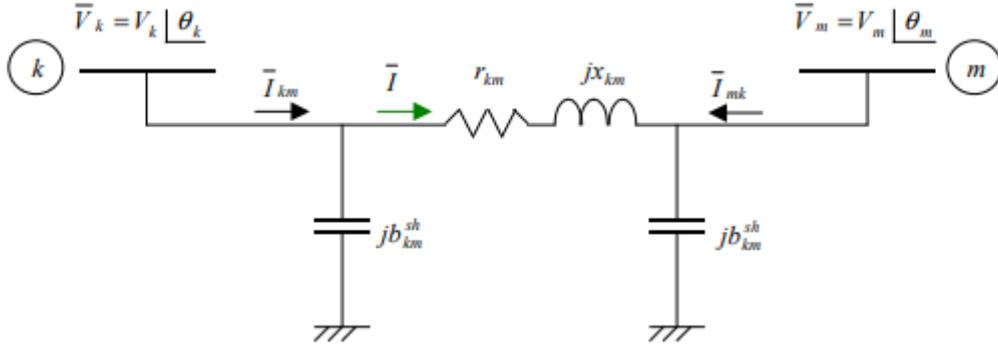


Figura 3. 2 - Modelo equivalente  $\pi$  de uma linha de transmiss\u00e3o (Haffner, 2007).

Analisando a Figura 3.2, percebe - se que  $\bar{V}_k$  e  $\bar{V}_m$  correspondem aos fasores de tens\u00e3o da barra  $k$  e da barra  $m$ , respectivamente. Al\u00e9m disso,  $\bar{I}_{km}$  e  $\bar{I}_{mk}$  s\u00e3o as correntes que percorrem o ramo  $km$  da linha de transmiss\u00e3o, sendo que  $\bar{I}_{km}$  parte da barra  $k$  e, analogamente,  $\bar{I}_{mk}$  parte da barra  $m$ . Por fim, tem-se tr\u00eas outros par\u00e2metros: a resist\u00eancia s\u00e9rie  $r_{km}$ , a suscept\u00e2ncia *shunt*  $b_{km}^{sh}$  e a reat\u00e2ncia s\u00e9rie  $x_{km}$ .

Dessa forma, \u00e9 poss\u00edvel calcular a imped\u00e2ncia e admit\u00e2ncia do elemento s\u00e9rie, segundo (Monticelli, 1983):

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (3.6)$$

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} \quad (3.7)$$

sendo que  $g_{km}$  (condut\u00e2ncia s\u00e9rie) e  $b_{km}$  (suscept\u00e2ncia s\u00e9rie) s\u00e3o dadas por:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (3.8)$$

$$b_{km} = \frac{-x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (3.9)$$

Logo, a admit\u00e2ncia do elemento s\u00e9rie corresponde a:

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j\frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (3.10)$$

A equa\u00e7\u00e3o (3.10) \u00e9 importante neste trabalho, uma vez que os sistemas costumam informar os par\u00e2metros resist\u00eancia s\u00e9rie ( $r_{km}$ ) e reat\u00e2ncia s\u00e9rie ( $x_{km}$ ) dos

ramos de transmissão. Logo, torna-se importante encontrar a admitância do elemento série, para o cálculo das correntes  $\bar{I}_{km}$  e  $\bar{I}_{mk}$ .

Para Monticelli (1983) e observando a Figura 3.2, as correntes das linhas de transmissão  $\bar{I}_{km}$  e  $\bar{I}_{mk}$  são dadas conforme:

$$I_{km} = y_{km}(V_k - V_m) + jb_{km}^{sh}E_k \quad (3.11)$$

$$I_{mk} = y_{km}(V_m - V_k) + jb_{km}^{sh}E_m \quad (3.12)$$

Logo, a corrente é modelada por uma componente série  $y_{km}$  e uma componente *shunt*  $jb_{km}^{sh}$ , além das tensões terminais  $V_k$  e  $V_m$ . Além disso, tem-se que:

$$V_k = V_k e^{j\theta_k}; V_m = V_m e^{j\theta_m} \quad (3.13)$$

Por fim, encontra-se o fluxo de potência complexa e, dessa forma, os fluxos de potência ativa e reativa para o modelo de linha de transmissão observado na Figura 3.1. Vale salientar que o fluxo de potência complexa é representado por:

$$\bar{S}_{km} = \bar{V}_k \bar{I}_{km}^* \quad (3.14)$$

sendo,  $\bar{S}_{km}$  a potência complexa no ramo  $km$ ,  $\bar{V}_k$  o fasor magnitude de tensão da barra  $k$ ,  $\bar{I}_{km}^*$  o complexo conjugado da corrente do ramo entre as barras  $k$  e  $m$ .

Logo, segundo Haffner (2007), os fluxos de potência ativa (parte real do fluxo de potência complexa) e reativa (parte imaginária do fluxo de potência complexa) da barra  $k$  para a barra  $m$  consistem em:

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (3.15)$$

$$Q_{km} = -(V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) - V_k V_m (g_{km} \text{sen} \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.16)$$

sendo  $P_{km}$  e  $Q_{km}$  as potências ativa e reativa do ramo  $km$ , respectivamente,  $V_k$  a magnitude do fasor tensão na barra  $k$ ,  $V_m$  a magnitude do fasor tensão na barra  $m$ ,  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ , ou seja, a diferença angular entre as tensões das barras  $k$  e  $m$  (lembrar que  $\bar{V}_k - \bar{V}_m = \bar{V}_k \angle \theta_{km} - \bar{V}_m \angle \theta_{km} = V_k V_m \angle \theta_k - \theta_m$ ). Além disso, os parâmetros  $g_{km}$  e  $b_{km}$ , já apresentados anteriormente, correspondem à condutância série e à susceptância série.

De forma análoga, para determinar os fluxos de potências ativa e reativa da barra  $m$  para a barra  $k$ , tem-se que:

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_K V_m (g_{km} \cos \theta_{mk} + b_{km} \text{sen} \theta_{mk}) \quad (3.17)$$

$$Q_{mk} = -(V_m)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) - V_K V_m (g_{km} \text{sen} \theta_{mk} - b_{km} \cos \theta_{mk}) \quad (3.18)$$

Para encontrar as perdas de potência ativa e reativa em uma linha de transmissão, somam-se as equações (3.15) com (3.17) e (3.16) com (3.18), encontrando-se:

$$P_{perdas} = P_{km} + P_{mk} = (V_k^2 + V_m^2) g_{km} - 2V_K V_m g_{km} \cos \theta_{km} \quad (3.19)$$

$$Q_{perdas} = Q_{km} + Q_{mk} = -(V_k^2 + V_m^2) (b_{km} + b_{km}^{sh}) + 2V_K V_m b_{km} \cos \theta_{km} \quad (3.20)$$

### 3.2.3.2 Modelagem de transformadores em fase

As modelagens dos transformadores em fase e dos transformadores defasadores, que será vista em seguida, são de suma importância para a identificação de alguns parâmetros dos fluxos de potência ativa e reativa, como é o caso, por exemplo, do parâmetro  $a_{km}$ , sendo este oriundo de uma relação de transformação do transformador em fase, segundo o modelo apresentado na Figura 3.3.

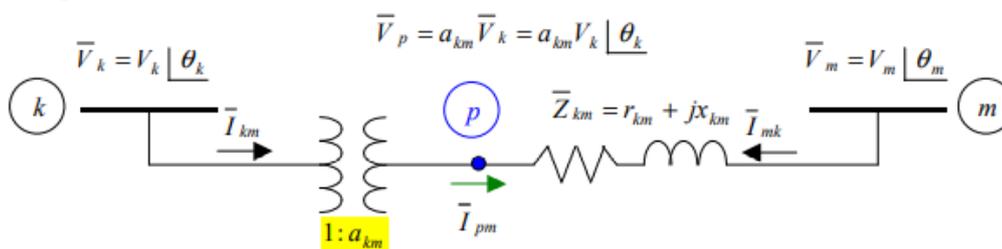


Figura 3.3 - Representação de um transformador em fase (Haffner, 2007).

Essa representação da Figura 3.3 dos transformadores em fase é de um transformador ideal com relação de transformação  $1: a_{km}$  e uma impedância série  $\bar{Z}_k$ . Além disso, segundo Haffner (2007), consideram-se as perdas no núcleo desprezadas.

Para encontrar as equações (3.23) e (3.24) das correntes desse modelo de transformador em fase, são realizadas algumas considerações, segundo Haffner (2007). Dessa forma, tem-se que:

$$\frac{\bar{V}_k}{\bar{V}_p} = \frac{1}{a_{km}} \rightarrow \bar{V}_p = a_{km} \bar{V}_k \quad (3.21)$$

$$\frac{\bar{I}_{km}}{\bar{I}_{pm}} = a_{km}^* = a_{km} \rightarrow \bar{I}_{km} = a_{km} \bar{I}_{pm} \quad (3.22)$$

Além disso, as correntes  $\bar{I}_{km}$ ,  $\bar{I}_{mk}$  e  $\bar{I}_{pm}$  são obtidas, através dos fasores tensão das barras  $k, p$  e  $m$ , sendo estes:  $\bar{V}_k = V_k \angle \theta_k$ ,  $\bar{V}_p = V_p \angle \theta_p = a_{km} V_k \angle \theta_k$  e  $\bar{V}_m = V_m \angle \theta_m$ , respectivamente, e através do valor da admitância série do modelo da Figura 3.3:  $\bar{Y}_{km} = \frac{1}{\bar{Z}_{km}}$ . Desse modo, segundo Haffner (2007), encontram-se as respectivas correntes para a representação de um transformador em fase:

$$\bar{I}_{km} = (\alpha_{km}^2 \bar{Y}_{km}) \bar{V}_k - a_{km} (\bar{Y}_{km}) \bar{V}_m \quad (3.23)$$

$$\bar{I}_{mk} = (-\alpha_{km} \bar{Y}_{km}) \bar{V}_k + (\bar{Y}_{km}) \bar{V}_m \quad (3.24)$$

Assim como apresentado para a linha de transmissão, as equações do fluxo de potência ativa e reativa da barra  $k$  para a barra  $m$ , segundo Haffner (2007) são:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - (a_{km} V_k) V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (3.25)$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km}) - (a_{km} V_k) V_m (g_{km} \text{sen} \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.26)$$

De forma análoga, da barra  $m$  para a barra  $k$ , no sentido inverso, tem-se que:

$$P_{mk} = (V_m)^2 g_{km} - (a_{km} V_k) V_m (g_{km} \cos \theta_{mk} + b_{km} \text{sen} \theta_{mk}) \quad (3.27)$$

$$Q_{mk} = -(V_m)^2 (b_{km}) - (a_{km} V_k) V_m (g_{km} \text{sen} \theta_{mk} - b_{km} \cos \theta_{mk}) \quad (3.28)$$

### 3.2.3.3 Modelagem de transformadores defasadores

A Figura 3.4 representa o modelo de um transformador defasador puro. A diferença deste para o transformador em fase consiste no fato de eles controlarem determinadas limitações, ou seja, controlar a relação de fase entre o fasor tensão do primário e do secundário.

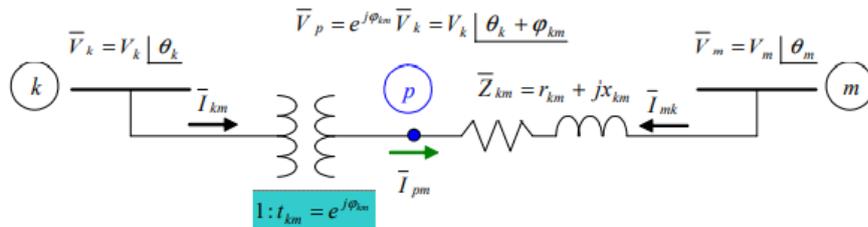


Figura 3.4 - Representação de um transformador defasador puro (Haffner, 2007).

Segundo Haffner (2007), para esse tipo de transformador, a relação de transformação é dada por um número complexo de módulo unitário e ângulo de fase  $\varphi$ , dessa forma, tem-se que a relação consiste em:

$$1: t_{km}, \text{ com } t_{km} = e^{j\varphi} \rightarrow 1: 1 \angle \varphi \quad (3.29)$$

De forma análoga ao que foi analisado no caso do transformador em fase, primeiramente é apresentada a relação do transformador ideal, segundo as equações (3.30) e (3.31) e, em seguida, são apresentadas as equações de correntes do ramo  $\bar{I}_{km}$ ,  $\bar{I}_{mk}$ , segundo as equações (3.32) e (3.33) Haffner (2007).

$$\begin{aligned} \frac{\bar{V}_k}{\bar{V}_p} &= \frac{1}{t_{km}} = \frac{1}{e^{j\varphi_{km}}} \rightarrow \bar{V}_p = t_{km} \bar{V}_k = e^{j\varphi_{km}} \bar{V}_k = 1 \angle \varphi_{km} * \bar{V}_k \angle \theta_k = \\ &= \bar{V}_k \angle \theta_k + \varphi_{km} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\frac{\bar{I}_{km}}{\bar{I}_{pm}} = t_{km}^* = e^{-j\varphi_{km}} \bar{V}_k \rightarrow \bar{I}_{km} = t_{km}^* \bar{I}_{pm} = e^{-j\varphi_{km}} \bar{I}_{pm} \quad (3.31)$$

sendo  $t_{km}^*$  o complexo conjugado da relação em (3.29) e  $\bar{I}_{pm}$  a corrente que percorre o ramo que parte da barra  $p$  até a barra  $m$ . Todas as outras variáveis já foram apresentadas nas outras seções de modelagem de linhas de transmissão e modelagem de transformadores em fase.

As correntes de interesse  $\bar{I}_{km}$ ,  $\bar{I}_{mk}$  são definidas como (Haffner, 2007):

$$\bar{I}_{km} = t_{km}^* t_{km} \bar{Y}_{km} \bar{V}_k + (-t_{km}^* \bar{Y}_{km}) \bar{V}_m \quad (3.32)$$

$$\bar{I}_{mk} = (-t_{km} \bar{Y}_{km}) \bar{V}_k + (\bar{Y}_{km}) \bar{V}_m \quad (3.33)$$

Para encontrar as equações dos fluxos de potência ativa e reativa, utiliza-se da equação (3.14) da potência complexa entre as barras  $k$  e  $m$ , encontrando (Haffner, 2007):

$$P_{km} = (V_k)^2 g_{km} - (V_k) V_m [g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + b_{km} \text{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (3.34)$$

$$Q_{km} = -(V_k)^2 (b_{km}) - (V_k) V_m [g_{km} \text{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km}) - b_{km}(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (3.35)$$

### 3.2.3.4 Expressões gerais dos fluxos

Segundo Monticelli (1983) e Haffner (2007), as expressões gerais dos fluxos de corrente e dos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos utilizados neste trabalho são representadas por  $\bar{I}_{km}$  e  $\bar{I}_{mk}$ , pelas equações (3.36) e (3.37) e por  $P_{km}$  e  $Q_{km}$ , segundo as equações (3.38) e (3.39).

$$\bar{I}_{km} = (\alpha_{km}^2 \bar{Y}_{km} + j b_{km}^{sh}) \bar{V}_k + (-a_{km} e^{j\varphi_{km}} \bar{Y}_{km}) \bar{V}_m \quad (3.36)$$

$$\bar{I}_{mk} = (-a_{km} e^{j\varphi_{km}} \bar{Y}_{km}) \bar{V}_k + (\bar{Y}_{km} + j b_{km}^{sh}) \bar{V}_m \quad (3.37)$$

Partindo-se do raciocínio já visto e da equação (3.14) da potência complexa entre as barras  $k$  e  $m$ , tem-se que:

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - (a_{km} V_k) V_m [g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + b_{km} \text{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (3.38)$$

$$Q_{km} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) - (a_{km} V_k) V_m [g_{km} \text{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (3.39)$$

Para a obtenção dessas equações, foi realizada a modelagem dos principais componentes de uma linha de transmissão, dos transformadores em fase e dos transformadores defasadores, além da formulação das equações das correntes que percorrem cada um desses modelos já apresentados.

Nota-se que as diferenças de formulação entre as equações das potências ativa e reativa para cada modelo (linhas de transmissão, transformadores em fase e transformadores defasadores), encontram-se de acordo com o tipo de equipamento presente no sistema. Logo, os parâmetros  $a_{km}$ ,  $\varphi_{km}$  e  $b_{km}^{shunt}$  assumem valores particulares, mostrados na Tabela 3.3, sendo  $a_{km}$  a relação de transformação 1:  $a_{km}$  de um transformador em fase no ramo  $km$ ,  $\varphi_{km}$  o ângulo de fase do número complexo em pu que representa a relação de transformação do transformador defasador puro do ramo  $km$ , e  $b_{km}^{shunt}$  a susceptância shunt do ramo  $km$ .

**Tabela 3.3 - Parâmetros para os diferentes equipamentos nas expressões gerais dos fluxos de potência ativa e reativa. Fonte: Adaptado de Haffner (2007).**

<b>Equipamento</b>	$\alpha_{km}$	$\varphi_{km}$	$b_{km}^{shunt}$
Linha de transmissão	1	0	
Transformador em fase		0	0
Transformador defasador puro	1		0
Transformador defasador			0

Assim, o problema do fluxo de carga consiste em resolver o sistema de equações (3.38) e (3.39) tendo como dados as variáveis descritas na Tabela 3.3.

### 3.2.3.5 Formulação matricial

Segundo Monticelli (1983), a injeção líquida de corrente na barra genérica  $k$  é obtida aplicando-se a Primeira Lei de Kirchhoff, como visto em:

$$\bar{I}_k + \bar{I}_k^{sh} = \sum_{m \in \Omega_k} \bar{I}_{km} \quad (k = 1, \dots, NB) \quad (3.40)$$

onde:

$$\bar{I}_k^{sh} = j b_k^{sh} (0 - \bar{V}_k) = -j b_k^{sh} \bar{V}_k \quad (3.41)$$

sendo  $\bar{I}_k^{sh}$  a corrente que sai da barra  $k$ , percorrendo o elemento de susceptância *shunt* ( $j b_k^{sh}$ ).

Além disso, a expressão para fasor corrente do ramo  $\bar{I}_{km}$  depende do tipo de equipamento considerado, como já visto anteriormente (equações (3.11), (3.23) e (3.32)). Logo, recapitulando, tem-se que:

$$\text{Linha de transmissão: } \bar{I}_{km} = (\bar{Y}_{km} + j b_{km}^{sh}) \bar{V}_k + (-\bar{Y}_{km}) \bar{V}_m \quad (3.42)$$

$$\bar{I}_{mk} = (-\bar{Y}_{km}) \bar{V}_k + (\bar{Y}_{km} + j b_{km}^{sh}) \bar{V}_m \quad (3.43)$$

$$\text{Transformador em fase: } \bar{I}_{km} = (\alpha_{km}^2 \bar{Y}_{km}) \bar{V}_k + (-\alpha_{km} \bar{Y}_{km}) \bar{V}_m \quad (3.44)$$

$$\bar{I}_{mk} = (-\alpha_{km} \bar{Y}_{km}) \bar{V}_k + (\bar{Y}_{km}) \bar{V}_m \quad (3.45)$$

---


$$\text{Defasador puro: } \bar{I}_{km} = (\bar{Y}_{km})\bar{V}_k + (-e^{-j\varphi_{km}}\bar{Y}_{km})\bar{V}_m \quad (3.46)$$

$$\bar{I}_{mk} = (-e^{-j\varphi_{km}}\bar{Y}_{km})\bar{V}_k + (\bar{Y}_{km})\bar{V}_m \quad (3.47)$$

Todas essas equações para cada modelo podem ser colocadas na equação geral (3.36) já vista, conforme:

$$\bar{I}_{km} = (\alpha_{km}^2\bar{Y}_{km} + jb_{km}^{sh})\bar{V}_k + (-a_{km}e^{j\varphi_{km}}\bar{Y}_{km})\bar{V}_m \quad (3.48)$$

Vale salientar, segundo Monticelli (1983), que os valores para as linhas de transmissão são  $a_{km} = 1$  e  $\varphi_{km} = 0$ ; os valores para transformadores em fase são  $b_{km}^{sh} = 0$  e  $\varphi_{km} = 0$  e, para os defasadores puros são  $b_{km}^{sh} = 0$  e  $a_{km} = 1$ . Todas essas especificações já foram apresentadas na Tabela 3.3.

Por fim, considerando  $\bar{I}_{km}$  da equação (3.48), a equação (3.40) pode ser reescrita da seguinte maneira (Haffner, 2007):

$$\bar{I}_k = [jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (\alpha_{km}^2\bar{Y}_{km} + jb_{km}^{sh})]\bar{V}_k + \sum_{m \in \Omega_k} (-a_{km}e^{-j\varphi_{km}}\bar{Y}_{km})\bar{V}_m \quad (3.49)$$

Fazendo  $k = 1, 2, \dots, NB$ , e escrevendo na forma matricial, a equação (3.49) se resume a:

$$\bar{I} = Y\bar{V} \quad (3.50)$$

sendo:

$\bar{I}$  – Vetor das injeções de corrente, cujas componentes são os fasores  $\bar{I}_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, NB$ ;

$\bar{V}$  – Vetor das tensões nodais, cujas componentes são os fasores  $\bar{V}_k = V_k \angle \theta_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, NB$ ;

$Y = G + jB$  – Matriz admitância nodal.

Os elementos da matriz admitância ( $Y$ ) podem ser descritos, segundo (Haffner, 2007):

$$Y_{km} = -a_{km}e^{-j\varphi_{km}}\bar{Y}_{km} \quad (3.51)$$

$$Y_{mk} = -a_{km}e^{-j\varphi_{km}}\bar{Y}_{km} = -a_{km}e^{j\varphi_{km}}\bar{Y}_{km} \quad (3.52)$$

$$Y_{kk} = jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} jb_{km}^{sh} + (-a_{km}^2\bar{Y}_{km}) \quad (3.53)$$

Segundo Monticelli (1983), essa matriz é esparsa, isso significa dizer que a matriz admitância possui muitos elementos nulos. Dessa forma,  $Y_{km} = 0$  entre muitos

nós  $k$  e  $m$ , representando a não existência de linhas de transmissão ou de transformadores. Além disso, para cada tipo de elemento entre as barras  $k$  e  $m$ , tem-se valores específicos de  $Y_{km}$ , conforme:

- Linha de transmissão:  $Y_{km} = -y_{km}$ ; (3.54)

- Transformador em fase:  $Y_{km} = -a_{km} y_{km}$ ; (3.55)

- Defasador puro:  $Y_{km} = -e^{j\phi_{km}} y_{km}$ . (3.56)

A simetria da matriz  $Y$  vai também depender de quais desses elementos estão presentes no sistema, logo se o sistema for formado de linhas de transmissão e transformadores em fase, a matriz  $Y$  é simétrica. Porém, caso existam defasadores, a matriz  $Y$  é assimétrica.

Por fim, modelando a injeção de corrente da  $k$  – ésima componente do vetor  $\bar{I}$  (equação (3.57)), tem-se que:

$$\bar{I}_k = Y_{kk}\bar{V}_k + \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km}\bar{V}_m = \sum_{m \in K} Y_{km}\bar{V}_m \quad (3.57)$$

onde  $K$  é o conjunto de todas as barras adjacentes à barra  $k$ , incluindo a própria barra  $k$  ( $K = \{k\} \cup \Omega_k$ ).

Além disso, sabendo que (Haffner, 2007):

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km} \text{ e } \bar{V}_m = V_m \angle \theta_m \quad (3.58)$$

$$\bar{I}_k = \sum_{m \in K} (G_{km} + jB_{km}) \bar{V}_m \angle \theta_m \quad (3.59)$$

a injeção líquida de potência  $\bar{S}_k$  é dada por:

$$\begin{aligned} \bar{S}_k &= P_k + jQ_k = \bar{V}_k \bar{I}_k^* = V_k \angle \theta_k [\sum_{m \in K} (G_{km} + jB_{km}) V_m \angle \theta_m]^* = \\ &= V_k \angle \theta_k = \sum_{m \in K} (G_{km} - jB_{km}) V_m \angle -\theta_m = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} - jB_{km}) \angle \theta_k - \theta_m \\ \bar{S}_k &= V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} - jB_{km}) (\cos \theta_{km} + j \operatorname{sen} \theta_{km}) \end{aligned} \quad (3.60)$$

Separando as partes real e imaginária da equação (3.60), tem-se:

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \operatorname{sen} \theta_{km}) \quad (3.61)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m + (G_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.62)$$

Logo, as equações (3.61) e (3.62) consistem nas equações básicas do fluxo de carga, considerando um sistema elétrico, com  $NB$  barras, para  $k = 1, 2, \dots, NB$ . Essas

---

equações são utilizadas na formulação do problema básico desse trabalho. Além disso, são utilizados métodos computacionais para o cálculo do fluxo de carga, por meio de métodos iterativos de um sistema de equações algébricas do tipo (3.61) e (3.62).

### **3.2.4 Subsistemas do problema básico**

Primeiramente é importante conhecer o estado  $(V_k, \theta_k)$  de todas as barras do sistema ( $k = 1, \dots, NB$ ). Para isso, determina-se a incógnita faltante para cada tipo de barra (tipos de barras apresentados na Tabela 3.2). Dessa forma, tem-se os seguintes valores fornecidos:

- $P_k$  e  $Q_k$  para as barras  $PQ$ ;
- $P_k$  e  $V_k$  para as barras  $PV$ ;
- $V_k$  e  $\theta_k$  para a barra  $V\theta$  (referência angular).

sendo que, deseja-se calcular:

- $V_k$  e  $\theta_k$  para as barras  $PQ$ ;
- $\theta_k$  e  $Q_k$  para as barras  $PV$ ;
- $P_k$  e  $Q_k$  para a barra  $V\theta$  (referência angular).

Apenas a partir da definição do estado  $(V_k, \theta_k)$  de todas as barras, que se torna possível o cálculo dos fluxos de potência do sistema, apresentado anteriormente.

Dessa forma, segundo Monticelli (1983) e Haffner (2007), considera-se  $NPQ$  e  $NPV$ , respectivamente, o número de barras  $PQ$  e  $PV$  da rede (como já mencionado, considera-se a existência de apenas uma barra de referência  $V\theta$ ). O fluxo de carga pode ser decomposto em dois subsistemas de equações algébricas: o Subsistema 1 (S1) e o Subsistema 2 (S2).

#### **3.2.4.1 Subsistema 1 (S1)**

Para esse subsistema denominado (S1), são fornecidos os dados  $P_k$  e  $Q_k$  nas barras  $PQ$ , e  $P_k$  e  $V_k$  nas barras  $PV$ , pretende-se calcular:

- $V_k$  e  $\theta_k$  para as barras  $PQ$ ;
- $\theta_k$  para as barras  $PV$ .

Logo, segundo Haffner (2007), o S1 consiste na resolução das seguintes equações algébricas não-lineares, com o mesmo número de incógnitas (dimensão:  $2 \times NPQ$  e  $NPV$ ):

$$(S1) \begin{cases} P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 & k \in \{\text{barras PQ e PV}\} \quad (3.63) \\ Q_k^{esp} - V_k \sum_{m \in k} V_m + (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) & k \in \{\text{barras PQ}\} \quad (3.64) \end{cases}$$

### 3.2.4.2 Subsistema 2 (S2)

O subsistema denominado (S2) é construído após a resolução do S1, ou seja, após obter  $V_k$  e  $\theta_k$  para todas as barras. Desse modo, deseja-se calcular:

- $P_k$  e  $Q_k$  para a barra  $V\theta$  (referência angular);
- $Q_k$  para as barras  $PV$ .

Logo, segundo Haffner (2007), o S2 consiste na resolução das seguintes equações algébricas não lineares com o mesmo número de incógnitas (dimensão:  $NPV + 2$ ):

$$(S2) \begin{cases} P_k = V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) & k \in \{\text{barra } V\theta\} \quad (3.65) \\ Q_k = V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) & k \in \{\text{barras PV e } V\theta\} \quad (3.66) \end{cases}$$

Diferente do S1, o S2 tem que todas suas incógnitas aparecem de forma explícita, tornando o problema trivial. Já no S1 as suas incógnitas são implícitas, demandando a sua resolução por um processo iterativo, sendo escolhido para esse trabalho o método iterativo de Newton Raphson, que será apresentado mais adiante.

Além disso, nesse processo de resolução de S1 e S2 não foram consideradas atuação de dispositivos de controle ou restrições de operação (acrescentariam inequações/equações ao problema).

A Tabela 3.4 resume as características apresentadas anteriormente dos dois subsistemas (Haffner, 2007).

Tabela 3.4 - Características dos subsistemas que constituem o fluxo de carga. Fonte: Adaptado de Haffner (2007).

Subsistema	Dimensão	Variáveis	
		Especificadas	Calculadas
S1	$2 \times NPQ + NPV$	$P_i$ e $Q_i, i \in \{\text{barras PQ}\}$ $P_j$ e $Q_j, j \in \{\text{barras PV}\}$ $V_k$ e $\theta_k, k \in \{\text{barras V}\theta\}$	$V_i$ e $\theta_i, i \in \{\text{barras PQ}\}$ $\theta_j, j \in \{\text{barras PV}\}$
S2	$NPV + 2$	$V_k$ e $\theta_k, k = 1, 2, \dots, NB$	$P_i$ e $Q_i, i \in \{\text{barras V}\theta\}$ $Q_j, j \in \{\text{barras PV}\}$

### 3.2.4.3 Organização Vetorial dos Subsistemas

Essa organização vetorial de S1 e S2 facilita a resolução do problema. Dessa forma, organizam-se as incógnitas do S1, conforme Monticelli (1983), em um vetor denominado  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\theta} \\ \bar{V} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} NPV + NPQ \\ NPV \end{array} \quad (3.67)$$

sendo:

- $\bar{\theta}$ : o vetor dos ângulos das tensões nas barras PQ e PV;
- $\bar{V}$ : o vetor das magnitudes das tensões das barras PQ.

De forma mais compacta, o S1 das equações (3.63) e (3.64), pode ser reescrito como:

$$(S1) \begin{cases} \Delta P_k = P_k^{esp} - P_k(\bar{V}, \bar{\theta}) = 0 & k \in \{\text{barras PQ e PV}\} \\ \Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k(\bar{V}, \bar{\theta}) = 0 & k \in \{\text{barras PQ}\} \end{cases} \quad (3.68)$$

Colocando as funções  $\Delta P_k$  e  $\Delta Q_k$  na forma vetorial, tem-se:

$$\Delta \bar{P} = \bar{P}^{esp} - \bar{P}(\bar{V}, \bar{\theta}) = 0 \quad (3.69)$$

$$\Delta \bar{Q} = \bar{Q}^{esp} - \bar{Q}(\bar{V}, \bar{\theta}) = 0 \quad (3.70)$$

em que  $\bar{P}$  é o vetor das injeções de potência ativa nas barras  $PQ$  e  $PV$  e  $\bar{Q}$  é o vetor das injeções de potência reativa nas barras  $PQ$ . Definindo a função vetorial  $g(\bar{x})$ , tem-se (Haffner, 2007):

$$g(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \Delta \bar{P} \\ \Delta \bar{Q} \end{bmatrix} \begin{matrix} \}NPQ + NPV \\ \}NPQ \end{matrix} \quad (3.71)$$

o S1 pode ser reescrito de forma simplificada através da seguinte expressão:

$$g(\bar{x}) = 0 \quad (3.72)$$

Esse sistema de equações algébricas não-lineares apresenta uma grande gama de métodos para a sua resolução. No caso deste trabalho, será apresentado o método de Newton Raphson, o qual consiste em um método iterativo aplicado na resolução de S1. Como já vimos, posteriormente ao resultado obtido em S1, a resolução do S2, torna-se trivial com a solução algébrica das equações (3.65) e (3.66).

### 3.3 Fluxo de Potência Ótimo

A ideia do fluxo de potência ótimo é combinar as equações de fluxo de potência com um problema de otimização, dessa forma provendo informações sobre algumas variáveis de interesse de forma a obter o valor ótimo de algum parâmetro ou indicador (Frank & Rebennack, 2016). Para a obtenção da solução ótima do problema, torna-se necessária a definição da função objetivo (ou *fitness*) do problema de otimização, das variáveis de interesse e das restrições de igualdade e desigualdade, caso estas sejam consideradas. Desse modo, este tópico apresenta as principais características da resolução de sistemas algébricos pelo método de Newton Raphson, mostrando as etapas utilizadas para sua construção no estudo de caso deste trabalho.

#### 3.3.1 Método Newton-Raphson

Após a implementação do método Newton-Raphson, que consiste em um processo iterativo de estimativa de raiz (zero) de equação, estimam-se os parâmetros que não podem ser calculados diretamente, resolvendo S1 e S2, das equações (3.63), (3.64), (3.65) e (3.66).

Como as equações de S1 (3.63) e (3.64) levam a resultados algébricos não lineares, torna-se necessário solucionar essas equações, por meio do método

---

mencionado de Newton Raphson. Logo, inicialmente, considera-se um sistema unidimensional por uma equação do tipo (Monticelli, 1983):

$$g(x) = 0 \quad (3.73)$$

sendo  $g(x)$  e  $x$  escalares. Desse modo, o objetivo é determinar o valor de  $x$  para o qual a função  $g(x)$  se anula.

### 3.3.1.1 Etapas do método Newton-Raphson

Todos os passos que são utilizados neste trabalho basearam-se na metodologia proposta por Monticelli (1983):

- i. Primeiramente, considera-se a magnitude de tensão  $v = 0$ , além de determinar uma solução inicial tal como:  $x = x^{(v)} = x^{(0)}$ ;
- ii. Calcula-se o valor da função  $g(x)$  no ponto  $x = x^{(v)}$ ;
- iii. Compara-se o valor calculado  $g(x^{(v)})$  com a tolerância especificada  $\varepsilon$ . Logo, se  $|g(x^{(v)})| \leq \varepsilon$ , então  $x = x^{(v)}$  será a solução procurada dentro da faixa de tolerância especificada  $\pm \varepsilon$ . Para este trabalho, foi escolhida uma tolerância  $\varepsilon = 1$ . Caso  $|g(x^{(v)})| > \varepsilon$ , o algoritmo deverá continuar;
- iv. De acordo com a Figura 3.5, este passo consiste em linearizar a função  $g(x)$  em torno de um ponto definido como  $(x^{(v)}; g(x^{(v)}))$ . Essa linearização ocorre por meio da seguinte série de Taylor:

$$g(x^{(v)} + \Delta x^{(v)}) \cong g(x^{(v)}) + g'(x^{(v)})\Delta x^{(v)} \quad (3.74)$$

sendo  $g'(x) = dg/dx$ ;

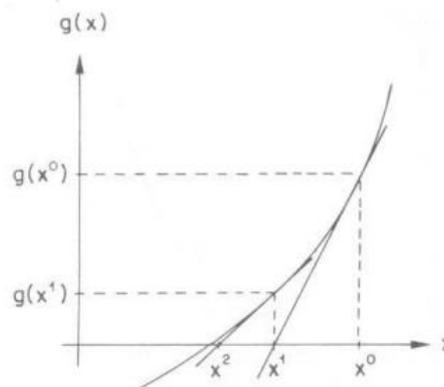


Figura 3.5 - Representação gráfica do Método de Newton-Raphson (Monticelli, 1983).

- v. Resolve-se o problema linearizado, encontrando-se  $\Delta x$ :

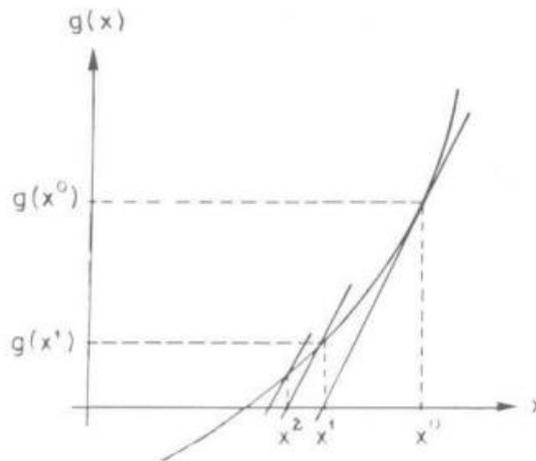
$$g(x^{(v)}) + g'(x^{(v)})\Delta x^{(v)} = 0 \quad (3.75)$$

Logo, a nova estimativa de  $x$  consiste em:

$$x^{(v+1)} = x^{(v)} + \Delta x^{(v)} \quad (3.76)$$

sendo  $\Delta x^{(v)} = -g'(x^{(v)})/g'(x^{(v)})$ ;

- vi. Nesse passo, há o reajuste de  $v + 1 \rightarrow v$ , voltando ao passo ii. Além disso, a Figura 3.6 ilustra uma variante do método de Newton-Raphson, considerando a derivada constante, ou seja, fazendo  $g'(x^{(v)}) = g'(x^{(0)})$  do passo iv. Nessa variante não é necessário que a derivada seja recalculada a cada passo.



**Figura 3.6 - Representação gráfica do Método de Newton Raphson com derivada constante (Monticelli, 1983).**

Logo, o sistema unidimensional da equação (3.73) passa a se comportar como o sistema  $n$ -dimensional:

$$\bar{g}(\bar{x}) = 0 \quad (3.77)$$

Logo, representa-se tanto  $\bar{g}(\bar{x})$  quanto  $\bar{x}$  vetorialmente, ou seja:

$$\bar{g}(\bar{x}) = [g_1(\bar{x}), g_2(\bar{x}), \dots, g_n(\bar{x})]' \quad (3.78)$$

$$\bar{x} = [x_1, x_2 \dots x_n]' \quad (3.79)$$

O caso  $n$ -dimensional, equação (3.77), segue os mesmos passos apresentados no caso unidimensional, sendo que a diferença está presente no passo (iv). Neste, tem-se a matriz jacobiana, sendo que a linearização da função  $\bar{g}(x)$  para  $\bar{x} = \bar{x}^{(v)}$ , encontra-se nos dois primeiros termos da série de Taylor. Logo, tem-se:

$$\bar{g}(\bar{x}^{(v)} + \Delta\bar{x}^{(v)}) \cong \bar{g}(\bar{x}^{(v)}) + J(\bar{x}^{(v)})\Delta\bar{x}^{(v)} \quad (3.80)$$

sendo a matriz Jacobiana  $J$  definida como:

$$J = \frac{\partial g}{\partial \bar{x}} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Por fim, sendo  $\Delta\bar{x}$  o vetor de correção, tem-se que a equação (3.82) corresponde à forma linearizada de resolver o problema  $g(\bar{x}^{(v)} + \Delta\bar{x}) = 0$ .

$$\bar{g}(\bar{x}^{(v)}) + J(\bar{x}^{(v)})\Delta\bar{x}^{(v)} = 0 \quad (3.82)$$

Logo, a Tabela 3.5 resume os 6 passos apresentados para a implementação do método de Newton Raphson, resolvendo o problema  $n$ -dimensional da equação (3.77) e que foi utilizado no estudo de caso desse trabalho.

**Tabela 3.5 - Algoritmo para a resolução do sistema de equações  $\bar{g}(\bar{x}) = 0$  do estudo de caso pelo método de Newton Raphson. Fonte: Autor (2021).**

<b>Etapas</b>	<b>Explicação</b>
<i>i)</i>	Considerar $v = 0$ , além de determinar uma solução inicial tal como: $\bar{x} = \bar{x}^{(v)} = \bar{x}^{(0)}$ ;
<i>ii)</i>	Calcular $\bar{g}(\bar{x}^{(v)})$ ;
<i>iii)</i>	Testar a convergência: se $ g_i(\bar{x}^{(v)})  \leq \varepsilon$ , para $i = 1, \dots, n$ , o processo convergiu para a solução $\bar{x}^{(v)}$ , caso contrário, passar para o passo seguinte;
<i>iv)</i>	Calcular a matriz Jacobiana $J(\bar{x}^{(v)})$ ;
<i>v)</i>	Determinar a nova solução $\bar{x}^{(v+1)}$ , segundo: $\bar{x}^{(v+1)} = \bar{x}^{(v)} + \Delta\bar{x}^{(v)}$ . Logo: $\Delta\bar{x}^{(v)} = - [J(\bar{x}^{(v)})]^{-1} \bar{g}(\bar{x}^{(v)})$ ;
<i>vi)</i>	Por fim, fazer $v + 1 \rightarrow v$ e voltar ao passo <i>ii</i> .

### 3.3.1.2 Aplicação do método Newton-Raphson ao problema do fluxo de carga

Levando-se em consideração todas as etapas do método de Newton Raphson descritas anteriormente, segundo Haffner (2007), esse método é aplicado na resolução de S1 das equações (3.63) e (3.64).

Para encontrar a matriz Jacobiana do problema específico do fluxo de carga, inicia-se pela determinação do vetor de correções  $\Delta \bar{x}$  e, posterior resolução do sistema linear dado pela equação (3.83), que já foi apresentada na Tabela 3.5. Logo, tem-se que:

$$g(\bar{x}^v) = -J(\bar{x}^v)\Delta \bar{x}^v \Rightarrow \Delta \bar{x}^v = [-J(\bar{x}^v)]^{-1}g(\bar{x}^v) \quad (3.83)$$

onde

$$g(\bar{x}^v) = \begin{bmatrix} \Delta \bar{P}^v \\ \Delta \bar{Q}^v \end{bmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \} PQ + PV \\ \} PQ \end{array} \right\} \quad (3.84)$$

$$(\bar{x}^v) = \begin{bmatrix} \bar{\theta}^v \\ \bar{V}^v \end{bmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \} PQ + PV \\ \} PQ \end{array} \right\} \quad (3.85)$$

$$(\Delta \bar{x}^v) = \begin{bmatrix} \Delta \bar{\theta}^v \\ \Delta \bar{V}^v \end{bmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \} PQ + PV \\ \} PQ \end{array} \right\} \quad (3.86)$$

Dessa forma, a matriz Jacobiana, consiste em

$$J(\bar{x}^v) = \frac{\partial g(x^v)}{\partial x} \quad (3.87)$$

Substituindo as equações (3.84) e (3.85) na equação (3.87), encontra-se a matriz Jacobiana, para o problema de fluxo de carga (Haffner, 2007):

$$J(\bar{x}^v) = \frac{\partial g(x^v)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\Delta \bar{P})}{\partial \bar{\theta}} & \frac{\partial(\Delta \bar{P})}{\partial \bar{V}} \\ \frac{\partial(\Delta \bar{Q})}{\partial \bar{\theta}} & \frac{\partial(\Delta \bar{Q})}{\partial \bar{V}} \end{bmatrix}^v \quad (3.88)$$

Considerando as expressões dos vetores  $\Delta \bar{P}$  e  $\Delta \bar{Q}$  e que  $\bar{P}^{esp}$  e  $\bar{Q}^{esp}$  são constantes, a matriz Jacobiana pode ser reescrita da seguinte maneira (Haffner, 2007):

$$J(\bar{x}^v) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{P}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{\theta}} & \frac{\partial \bar{P}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{V}} \\ \frac{\partial \bar{Q}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{\theta}} & \frac{\partial \bar{Q}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{V}} \end{bmatrix}^v \quad (3.89)$$

O sinal negativo presente na equação (3.89) está relacionado com a análise algébrica de S1 da equação (3.68). Dessa forma, como  $\bar{P}^{esp}$  e  $\bar{Q}^{esp}$  são constantes, ao se aplicar a derivada parcial nesses termos, tem-se como resultado o valor nulo, já que S1 resultará em:

$$(S1) \begin{cases} \Delta P_k = -P_k(\bar{V}, \bar{\theta}) = 0 & k \in \{\text{barras PQ e PV}\} \\ \Delta Q_k = -P_k(\bar{V}, \bar{\theta}) = 0 & k \in \{\text{barras PQ}\} \end{cases} \quad (3.90)$$

Para simplificar, segundo (Haffner, 2007), as submatrizes podem ser representadas como:

$$H = \frac{\partial \bar{P}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{\theta}}; N = \frac{\partial \bar{P}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{V}}; M = \frac{\partial \bar{Q}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{\theta}}; L = \frac{\partial \bar{Q}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{V}} \quad (3.91)$$

Dessa forma, a equação que define a aplicação do método de Newton ao fluxo de carga fica sendo:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P}^v \\ \Delta \bar{Q}^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^v = \begin{bmatrix} \bar{\theta}^v \\ \bar{V}^v \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

Além disso, considerando as equações já deduzidas de S2:

$$\begin{aligned} P_k &= V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = \\ &= V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \end{aligned} \quad (3.93)$$

$$\begin{aligned} Q_k &= V_k \sum_{m \in k} V_m + (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ &= -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \sin \theta_{km}) \end{aligned} \quad (3.94)$$

as submatrizes que compõem a matriz Jacobiana, segundo Haffner (2007), são dadas como:

$$H = \frac{\partial \bar{P}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{\theta}} \begin{cases} H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m \in k} V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \\ H_{kl} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_l} = V_k V_l (G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl}); l \in \Omega_k \\ H_{kl} = 0; l \notin \Omega_k \end{cases} \quad (3.95)$$

$$N = \frac{\partial \bar{P}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{V}} \left\{ \begin{array}{l} N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = 2V_k G_{kk} + \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ N_{kl} = \frac{\partial P_k}{\partial V_l} = V_k (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}); l \in \Omega_k \\ N_{kl} = 0; l \notin \Omega_k \end{array} \right. \quad (3.96)$$

$$M = \frac{\partial \bar{Q}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{\theta}} \left\{ \begin{array}{l} M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ M_{kl} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_l} = -V_k V_l (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}); l \in \Omega_k \\ M_{kl} = 0; l \notin \Omega_k \end{array} \right. \quad (3.97)$$

$$L = \frac{\partial \bar{Q}(\bar{V}, \bar{\theta})}{\partial \bar{V}} \left\{ \begin{array}{l} L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -2V_k B_{kk} + \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ L_{kl} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_l} = V_k (G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl}); l \in \Omega_k \\ L_{kl} = 0; l \notin \Omega_k \end{array} \right. \quad (3.98)$$

Essas submatrizes ( $H, M, N, L$ ) foram utilizadas neste trabalho para simplificar o cálculo da matriz Jacobiana. Além disso, após a determinação do fasor tensão de todas as barras, a solução de S2 é trivial, sendo obtida através das equações (3.65) e (3.66).

### 3.3.2 Definição da função objetivo do estudo de caso

Problemas de otimização numérica podem ser formulados genericamente segundo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimize } f(x), \quad x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T \in R^n \\ \text{Sujeito a:} \quad c_i(x) = 0, i = 1, \dots, p \\ e \quad m - p \geq \text{inequações} \quad j = p + 1, \dots, m \end{array} \right. \quad (3.99)$$

no qual a função objetivo, bem como o conjunto de restrições do problema em questão podem ser lineares ou não-lineares. Em otimização numérica, como já mencionado, as variáveis de otimização podem assumir qualquer valor (inteiro ou real) que minimize o valor da função objetivo (Lorena, 2020).

Antes de implementar a Função Objetivo a fim de se minimizar as perdas de potência ativa do sistema analisado, torna-se fundamental encontrar todos os parâmetros de cada barra e sua influência dentro do sistema, sendo esses parâmetros já mencionados: o módulo do fasor tensão da barra ( $V_k$ ), o ângulo do fasor tensão da barra ( $\theta_k$ ), a potência ativa da barra ( $P_k$ ) e a potência reativa da barra ( $Q_k$ ). Para isso,

calcula-se o fluxo de carga pelo método Newton-Raphson, determinando algumas condições iniciais.

Para este trabalho, os valores iniciais escolhidos para as  $k$  barras do sistema, sendo  $k = 1, 2, \dots, NB$  e  $NB$  o número total de barras, foram:  $v = 0$ ;  $V_k^0 = 1$  pu e  $\theta_k^0 = P_k^0 = Q_k^0 = 0$ . Note que os índices nulos nessas variáveis representam as condições iniciais de cada parâmetro.

Posteriormente, há uma leitura dos dados de todas as barras do sistema, sendo esses dados constituídos pelos parâmetros  $(V_k, \theta_k, P_k, Q_k)$  e pelos parâmetros para os diferentes equipamentos nas expressões gerais dos fluxos (vide Tabela 3.3), que são informados segundo os casos base dos sistemas de 14 e 30 barras no *open-source Matpower* do software MATLAB® da MathWorks. Em seguida, cria-se uma matriz com as condições iniciais especificadas, sendo formada pelos vetores dos parâmetros  $(V_k, \theta_k, P_k, Q_k)$ .

Definem-se os tipos de barra do sistema, conforme apresentado na Tabela 3.2 (barras  $P\theta$ ,  $PV$  ou  $PQ$ ), e as interconexões entre as barras, determinando os ramos do respectivo sistema.

Em seguida, para S1, calcula-se, segundo as equações (3.63) e (3.64),  $P_k(\bar{V}, \bar{\theta})$ , para as barras  $PVe PQ$ , e  $Q_k(\bar{V}, \bar{\theta})$ , para as barras  $PQ$ . Além disso, são determinados o vetor de resíduos  $[\Delta P_k^V, \Delta Q_k^V]$  e uma tolerância ( $\varepsilon_P = \varepsilon_Q = \varepsilon$ ), para verificar a convergência do processo e alcançar os valores finais dos parâmetros de todas as barras do sistema. O teste de convergência utilizado neste trabalho consiste no passo (iii) do método de Newton Raphson (vide Tabela 3.5). Logo, tem-se que:

$$\varepsilon_P = \varepsilon_Q = \varepsilon = 1 \quad (3.100)$$

sendo  $\varepsilon_P$  a tolerância para o vetor de potências ativas e  $\varepsilon_Q$  a tolerância para o vetor de potências reativas do sistema. Como foi especificado o mesmo valor para as duas tolerâncias, estas foram designadas apenas por  $\varepsilon$ . Além disso, o teste de convergência consiste em:

$$\begin{cases} \max \{|\Delta P_k^V|\} \leq \varepsilon_P \\ \max \{|\Delta Q_k^V|\} \leq \varepsilon_Q \end{cases} \quad (3.101)$$

Caso as condições da equação (3.101) sejam atendidas, o processo convergiu para a solução  $(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v)$ ; caso contrário, continua-se analisando o processo de convergência.

Posteriormente, calcula-se a matriz Jacobiana, especificando cada uma das submatrizes, segundo as equações (3.95), (3.96), (3.97), (3.98), ou seja, são calculados  $H(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v)$ ,  $L(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v)$ ,  $M(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v)$ ,  $N(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v)$ . Dessa forma, é possível encontrar a nova solução  $(\bar{V}^{v+1}, \bar{\theta}^{v+1})$ , onde:

$$\bar{\theta}^{v+1} = \bar{\theta}^v + \Delta \bar{\theta}^v \quad (3.102)$$

$$\bar{V}^{v+1} = \bar{V}^v + \Delta \bar{V}^v \quad (3.103)$$

sendo  $\Delta \bar{\theta}^v$  e  $\Delta \bar{V}^v$  obtidos com a seguinte solução do sistema linear:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P}^v \\ \Delta \bar{Q}^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v) & N(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v) \\ M(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v) & L(\bar{V}^v, \bar{\theta}^v) \end{bmatrix}^v \begin{bmatrix} \Delta \bar{\theta}^v \\ \Delta \bar{V}^v \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

Logo após a nova solução encontrada nas equações (3.102) e (3.103), caso não tenha acontecido convergência (vide equação (3.101)), faz-se  $v = v + 1$ , voltando para o cálculo novamente de  $P_k(\bar{V}, \bar{\theta})$  e  $Q_k(\bar{V}, \bar{\theta})$  e reiniciando todo o processo.

Após a convergência desse método iterativo e a determinação do fasor tensão de todas as barras, a solução do S2, torna-se trivial, sendo necessária apenas a substituição dos valores nas equações (3.65) e (3.66).

A partir da solução de S1 e S2 e de todos os parâmetros das barras do sistema desse trabalho, torna-se possível o cálculo das perdas, por meio do somatório de potência ativa em cada ramo do sistema ( $P_{perdas} = P_{km} + P_{mk}$ ). Isso ocorre, em função da resistência das linhas de transmissão que, com a passagem de corrente, provoca uma perda por efeito joule.

A resolução de alocação e dimensionamento ótimo de GD nos sistemas de distribuição de energia elétrica consistem em determinar, da melhor forma possível, a localização de instalação dessas fontes e a quantidade de potência que deve ser injetada, com o intuito de reduzir as perdas técnicas no sistema, sendo respeitadas as restrições inerentes de cada sistema elétrico.

Para o problema deste trabalho de redução de perdas de potência ativa nos ramos do sistema, foi proposta a função objetivo da equação (3.105), considerando a minimização das perdas de potência ativa das linhas de transmissão com a melhor alocação de geração distribuída de 1 MW. Dessa forma, baseando-se no problema de minimização da equação (3.19) das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, tem-se:

$$\text{Minimize } f(x) = \sum_{k=1}^{NB} P_{perdas_k} + (GD_k) \quad (k = 1, 2, \dots, NB) \quad (3.105)$$

---

sendo:

$NB$  – Número total de barras do sistema;

$k = 1, 2, \dots, NB$  – Índice de todas as barras do sistema, sendo  $NB$  o número de barras do sistema;

$P_{perdas_k}$  – Perdas de potência ativa em cada ramo associado à barra do sistema analisada;

$GD_k$  – Geração Distribuída (fixa em 1 MW) em cada barra do sistema;

Uma vez modelado como um problema de otimização, diversos métodos podem ser aplicados, com a finalidade de se encontrar a solução ótima.

No próximo capítulo, são apresentados os métodos de otimização inteira binária escolhidos a fim de se minimizar a função objetivo das perdas de potência ativa. Foram utilizados, para encontrar a solução ótima, dois algoritmos de otimização inteira binária: o PSO e o DE. A escolha da otimização inteira binária consiste no fato de as variáveis poderem assumir apenas dois valores diferentes; 0 não instala na barra associada à variável, ou 1, instala a geração distribuída de 1MW. Portanto, não se torna viável a utilização de outras técnicas de otimização empregadas para problemas contínuos, que apenas aproximam a solução para números inteiros.

---

## 4. ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se uma visão geral sobre a otimização, assim como conceitos básicos e critérios relacionados. Além disso, são apresentadas as principais características da programação inteira binária, sendo escolhidos para este trabalho dois algoritmos consolidados na literatura: o PSO e o DE.

### 4.1 Introdução

### 4.2 PROGRAMAÇÃO INTEIRA BINÁRIA

Otimização é uma ferramenta para projeto ou tomada de decisão que possibilita a determinação do valor ótimo de variáveis que minimizam (ou maximizam) uma função objetivo, que quantifica o grau de qualidade de uma solução, sujeito a restrições sobre os valores que essas variáveis podem assumir.

Em Takahashi (2007), este conceito de otimização está presente, definindo-se os mecanismos de otimização como a determinação da “melhor solução” de problemas abstratos, a fim de quantificar o grau de adequação de cada solução à necessidade do problema.

Segundo Ye & Luenberger (2008), o conceito de otimização está presente na análise de muitos problemas complexos de decisão ou alocação. Dessa forma, utilizando-se deste conceito, é possível abordar um problema de decisão complexo, envolvendo a seleção de valores para uma série de variáveis inter-relacionadas, focando a atenção em um único objetivo: quantificar o desempenho e medir a qualidade da decisão adotada para o problema em análise. Esse único objetivo pode ser maximizado (ou minimizado, dependendo da formulação) e sujeito às restrições que podem limitar a seleção dos valores das variáveis de decisão. Além disso, aponta-se a necessidade da habilidade em modelagem, para a captura dos elementos essenciais de um problema e o bom julgamento na interpretação dos resultados necessários para se obter as devidas conclusões. Logo, a otimização deve ser vista como uma ferramenta de conceituação e análise, e não como um princípio que produz a solução filosoficamente correta. Portanto, a habilidade e o bom senso, no que diz respeito à formulação e interpretação dos resultados, devem ser aprimorados, por meio da experiência prática concreta e uma compreensão completa da teoria.

---

### 4.2.1 Introdução

A programação inteira binária (BIP, do inglês *Binary Integer Programming*), ou programação combinatória binária, envolve problemas nos quais as variáveis de otimização só podem assumir dois valores possíveis, 0 ou 1. Esse tipo de problema aparece quando as variáveis de otimização representam decisões, falso ou verdadeiro. O problema de determinar em qual barra será colocada cada uma das gerações distribuídas se enquadra na classe de programação inteira binária, sendo que cada variável de otimização associada a cada barra pode assumir valor 0, “não coloca geração distribuída”, ou 1, “coloca geração distribuída”. Para um problema com  $n$  variáveis binárias, o número de solução possíveis é  $2^n$  e, desse modo, caso o número de variáveis seja elevado, pode não ser computacionalmente viável testar todas as combinações possíveis. Utilizar técnicas de otimização para problemas contínuos e aproximar a solução para números inteiros, no caso de programação inteira, ou para números binários, no caso de programação inteira binária, pode resultar em uma solução que não seja ótima ou até mesmo uma solução não factível, como demonstrado na Figura 4.1.

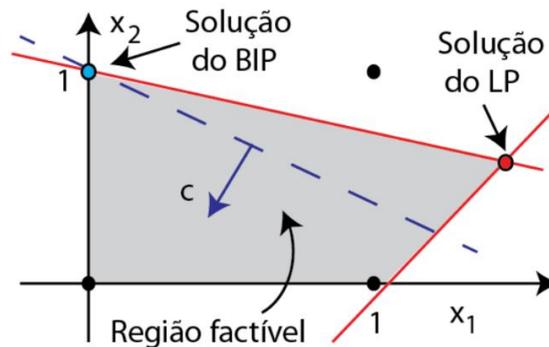


Figura 4.1 - Problema em aplicar algoritmos para variáveis reais em BIP.

Na Figura 4.1, tratando o problema BIP como um problema de programação linear (LP, do inglês *Linear Programming*) para arredondar a solução, a solução mais próxima não é factível e a solução factível mais próxima não é a solução ótima. Além disso, todas as funções de arredondamento são funções não-diferenciáveis e não convexas, que dificultam os métodos de otimização. Desse modo, é interessante resolver problemas de programação inteira binária com algoritmos especialmente desenvolvidos para esse tipo de problema.

Sabe-se que o método mais tradicional de solução de problemas de programação binária é o algoritmo Busca Tabu (Glover, 1989, 1990). Com a criação dos métodos de otimização evolucionária, entre eles o algoritmo genético (Goldberg, 1989), o algoritmo enxame de partículas (Kennedy J. &, 1995) e o algoritmo evolução diferencial (Storn R. K., 1997), foram propostos vários métodos para solução de problemas de programação binária inteira. O algoritmo genético original já possui codificação binária sendo diretamente aplicado para a BIP. Os algoritmos evolução diferencial e enxame de partículas, originalmente desenvolvidos para tratar problemas com variáveis contínuas, foram adaptados para PIB, sendo empregados neste trabalho.

#### 4.2.2 Algoritmos enxame de partículas binários

O método de otimização por enxame de partículas (PSO, do inglês *Particle Swarm Optimization*) é um algoritmo heurístico baseado no comportamento social de um bando de pássaros e foi proposto por Kennedy & Eberhart (1995), sendo seu objetivo o de buscar a solução ótima, em um espaço de busca, através da troca de informações entre indivíduos de uma população determinando qual trajetória cada um deles deverá tomar no espaço de busca. Segundo Clerc (2006), nesse algoritmo, as partículas são os indivíduos da população, dessa forma, fazendo uma analogia, são os pássaros de um bando. Além disso, esse comportamento cooperativo e de troca de informações é encontrado entre várias espécies animais, como em revoadas de pássaros, cardumes de peixes e enxames de abelhas.

No PSO, as  $N$  soluções da população são consideradas como partículas se movendo na região de busca. O movimento das soluções é dado por:

$$x_{k+1,i} = x_{k,i} + v_{k,i}, \quad i = 1, \dots, N \quad (4.1)$$

sendo  $x_{k,i} \in R^n$  a  $i$ -ésima solução da  $k$ -ésima geração e  $v_{k,i} \in R^n$  a sua velocidade. A velocidade é dada pela equação:

$$v_{k+1,i,j} = \omega v_{k,i,j} + \varphi_p \cdot (p_{i,j} - x_{k,i,j}) + \varphi_g \cdot (p_{g,j} - x_{k,i,j}) \quad (4.2)$$

para  $i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, n$ ,  $p_i$  é a melhor posição até o momento da  $i$ -ésima partícula,  $p_g$  a melhor posição de todas as partículas,  $\omega$  o coeficiente de inércia, e  $\varphi_p$  e  $\varphi_g$  são coeficientes de aceleração.

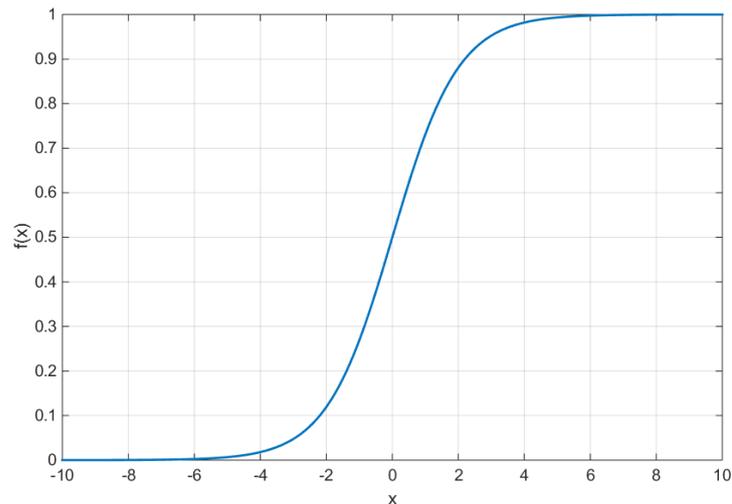
Na versão do algoritmo PSO para tratar problemas de BIP (B-PSO), as partículas são vetores de números binários e a velocidade continua sendo um vetor de variáveis reais. Logo, a equação da velocidade é mantida a mesma, mas a equação da posição é substituída pela equação (4.3) (Kennedy & Eberhart, 1997).

$$x_{k+1,i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } u < s(v_{k+1,i,j}), \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.3)$$

sendo  $u$  um número real aleatório com distribuição uniforme no intervalo  $[0, 1]$  e  $s(x)$  a função sigmoide que mapeia números reais no intervalo  $[0, 1]$ , segundo a equação:

$$s(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (4.4)$$

A Figura 4.2 apresenta a função sigmoide cuja imagem está nesse intervalo  $[0, 1]$ . Desse modo, ao invés de somar na variável a velocidade, o termo da velocidade estabelece a probabilidade de uma variável ser 1.



**Figura 4.2 - Função sigmoide.**

Segundo Nguyen (2021), tem-se a proposta de um algoritmo PSO binário com parâmetros dinâmicos (SBPSO, do inglês *Sticky Binary PSO*). A equação que representa a velocidade, denominada probabilidade, é modificada para acrescentar um parâmetro a mais relacionado com a viscosidade:

$$p_{i,j} = i_s \cdot (1 - stk_{k+1,i,j}) + i_p |p_{i,j} - x_{i,j}| + i_g |p_{g,j} - x_{i,j}| \quad (4.5)$$

para  $i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, n$ , o parâmetro associado a viscosidade é dado por:

$$stk_{k+1,i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se o bit acabou de chavear} \\ \max\left(stk_{k,i,j} - \frac{1}{ustkS}, 0\right), & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.6)$$

Os parâmetros  $ustkS$  e  $i_s$  serão ajustados dinamicamente com o índice da geração  $k$  e o número máximo de gerações  $N_g$ , conforme:

$$ustkS = ustkS_L + \frac{k}{N_g}(ustkS_U - ustkS_L), \quad (4.7)$$

$$i_s = i_{s,U} - \frac{k}{N_g}(i_{s,U} - i_{s,L}), \quad (4.8)$$

sendo  $ustkS_U$  e  $ustkS_L$  os limites inferior e superior de  $ustkS$  e  $i_{s,L}$  e  $i_{s,U}$  os limites inferior e superior de  $i_s$  que correspondem aos parâmetros de ajuste.

Dado um parâmetro de ajuste  $\alpha = i_p/i_g$ , os demais parâmetros da equação de velocidade também são ajustados dinamicamente em função de  $i_s$ , de acordo com:

$$i_p = \alpha \frac{1 - i_s}{\alpha + 1} \quad (4.9)$$

$$i_g = \frac{1 - i_s}{\alpha + 1} \quad (4.10)$$

Desse modo, a equação da probabilidade (velocidade) pode ser reescrita como:

$$p_{i,j} = \begin{cases} i_s \cdot (1 - stk_{i,j}) & \text{se } x_{i,j} = p_{i,j} = p_{g,j} \\ i_s \cdot \left(1 - stk_{i,j} - \frac{1}{\alpha + 1}\right) + \frac{1}{\alpha + 1} & \text{se } x_{i,j} = p_{i,j} \neq p_{g,j} \\ i_s \cdot \left(1 - stk_{i,j} - \frac{\alpha}{\alpha + 1}\right) + \frac{\alpha}{\alpha + 1} & \text{se } x_{i,j} = p_{g,j} \neq p_{i,j} \\ 1 - i_s \cdot stk_{i,j} & \text{se } x_{i,j} \neq p_{i,j} = p_{g,j} \end{cases} \quad (4.11)$$

A probabilidade  $p_{i,j}$  determina a probabilidade de a variável chavear, como pode ser visto:

$$x_{k+1,i,j} = \begin{cases} 1 - x_{k,i,j} & \text{se } u < p_{i,j}, \\ x_{k,i,j} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.12)$$

para  $i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, n$ ,  $u \in [0, 1]$ , sendo um número aleatório com distribuição uniforme.

---

### 4.2.3 Algoritmos evolução diferencial binários

Apresentado pela primeira vez em 1995 por Reiner Storn e Kenneth Price, o algoritmo Evolução Diferencial (DE) foi proposto como uma solução robusta para problemas de otimização contínua. Segundo Wang (2012), o DE possui como principais características:

- É um algoritmo de busca estocástica, originado dos mecanismos de seleção natural;
- O algoritmo é simples e de fácil entendimento, com poucos parâmetros de controle para conduzir à otimização;
- É eficaz para solucionar problemas de otimização com função objetivo descontínua, pois não necessita de informações sobre derivadas dela;
- Manipula uma população de soluções que utiliza diferentes regiões no espaço de busca, tornando o algoritmo robusto a mínimos locais;
- É eficaz mesmo trabalhando com uma população pequena;
- Permite às variáveis serem otimizadas como números reais, sem processamento extra.

O algoritmo evolução diferencial (DE, do inglês *differential evolution*) possui os mesmos operadores dos algoritmos genéticos: cruzamento, mutação e seleção.

A partir de uma população inicial com  $N$  soluções, distribuída de forma aleatória com distribuição uniforme no espaço de busca, é criada uma população de soluções mutantes, segundo:

$$v_{k,i} = x_{k,r_1} + F \cdot (x_{k,r_2} - x_{k,r_3}), \quad i = 1, \dots, N, \quad (4.13)$$

sendo  $F$  o fator de escala e  $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$  três inteiros aleatórios com distribuição uniforme no intervalo  $[1, N]$ . A população mutante é combinada com a população original, na operação de cruzamento, para gerar a população teste, conforme:

$$u_{k,i,j} = \begin{cases} v_{k,i,j} & \text{se } j = \delta_i \text{ ou } u < CR, \\ x_{k,i,j} & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.14)$$

para  $i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, n$ ,  $\delta_i$  é um inteiro aleatório com distribuição uniforme no intervalo  $[1, n]$ , que garante que  $u_i \neq x_i$  e  $CR$  o coeficiente de cruzamento. A população para próxima geração é obtida pela comparação entre as soluções atuais e as soluções teste, como visto em:

$$x_{k+1,i} = \begin{cases} u_{k,i} & \text{se } f(u_{k,i}) < f(x_{k,i}), \\ x_{k,i} & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.15)$$

sendo  $f(x)$  a função objetivo a ser minimizada.

Para adaptar o algoritmo DE para tratar BIP, a primeira mudança é a geração da população inicial com vetores de variáveis binárias e a segunda mudança ocorre na operação de mutação para garantir que a solução teste só possua valores binários.

Em Xingshi & Lin (2007) é apresentado um algoritmo DE binário baseado em sistema de imunidade artificial. (AIS-DE, do inglês *binary differential evolution algorithm based on artificial immune system*). A operação de mutação é implementada usando operadores lógico, conforme:

$$v_{k,i} = x_{k,r_1} + F \cdot (x_{k,r_2} \oplus x_{k,r_2}), \quad i = 1, \dots, N \quad (4.16)$$

sendo  $F$  um vetor aleatório de números binários,  $+$  o operador lógico 'ou',  $\cdot$  o operador lógico 'e' e  $\oplus$  o operador lógico 'ou-exclusivo'. Além disso, são eliminados de forma aleatória variáveis iguais a 1 até que o número de variáveis igual a 1 em  $v_{k,i}$  seja menor e igual a  $V_{max}$ , um parâmetro a ser ajustado.

Em Changshou et al. (2010) é proposto um algoritmo DE binário (B-DE) em que a operação de mutação é dada por:

$$v_{k,i,j} = \begin{cases} 1 - x_{k,r_1,j} & \text{se } x_{k,r_2,j} \neq x_{k,r_3,j} \text{ e } u < F_p, \\ x_{k,r_1,j} & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.17)$$

sendo  $F_p = 0,25$  uma probabilidade pré-definida.

Em Wang (2012), é proposto o algoritmo DE binário (NMBDE, do inglês *novel modified binary differential evolution*) com a operação de mutação presente nas equações (4.18), (4.19) e (4.20), sendo similar ao PSO binário de Kennedy & Eberhart (1995) e, também utilizando a função sigmoide.

$$MO = x_{k,r_1,j} + F \cdot (x_{k,r_2,j} - x_{k,r_3,j}) \quad (4.18)$$

$$P(x_{k,i,j}) = \frac{1}{1 + e^{\frac{2b(MO-0,5)}{1+2F}}} \quad (4.19)$$

$$v_{k,i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } u \leq P(x_{k,i,j}), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.20)$$

sendo  $b$  o fator de largura-de-faixa.

---

#### 4.2.4 Avaliação dos algoritmos evolucionários binários

Para avaliar qual algoritmo tem melhor desempenho, foram considerados dois problemas de PIB bastante conhecidos na literatura: problema da mochila 0-1 (do inglês *0-1 Knapsack problem*) com 50 itens e problema de empacotamento (do inglês *bin packing problem*) com 10 itens.

O algoritmo genético binário foi implementado conforme descrito em Takahashi (2007), com probabilidade de cruzamento de 0.6 e probabilidade de mutação 0.02.

No algoritmo enxame de partículas BPSO, foi adotado  $\omega = 0,9$  e  $\varphi_{i,j} = 2u$ ,  $i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, n$ , sendo  $u$  um número aleatório uniformemente distribuído no intervalo  $[0, 1]$ .

No algoritmo SBPSO, foram adotados  $ustkS_L = N_g/100$  e  $ustkS_U = 8N_g/100$ ,  $i_{s,L} = 0$  e  $i_{s,U} = 10/n$  e foi obtido por tentativa e erro  $\alpha = 1$  (Nguyen, 2021).

Além disso, os algoritmos de evolução diferencial utilizaram  $CR=0,2$  e  $F_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}u$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

##### 4.2.4.1 Problema da mochila 0-1

Considerando que existem  $n$  itens, cada um com um peso,  $p_i$ , e um valor,  $c_i$ , específicos, deseja-se carregar os itens em uma mochila que possui uma capacidade máxima  $M$  que é menor que a soma dos pesos de todos os itens. O objetivo é maximizar a somas dos valores dos itens a serem carregados na mochila, limitado à capacidade da mochila. Para cada item é associada uma variável de otimização,  $x_i$ , que pode assumir dois valores distintos, sendo 0 quando o item não é carregado na mochila e 1 quando o item é carregado. O problema pode ser formulado como:

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \max \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{sujeito a: } \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq M \\ x_i \in \{0,1\} \end{array} \right. \quad (4.21)$$

A restrição é tratada pelo método de penalidades, sendo a função objetivo a ser minimizada, dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 10^{12} + g & \text{se } g > 0, \\ -z & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.22)$$

sendo a variável  $g$  definida, segundo:

$$g = \sum_{i=1}^n p_i x_i - M \quad (4.23)$$

Além disso, é considerado o problema com  $n=50$  itens que significa que existem  $2^{50} = 1.125.899.906.842.624$  combinações possíveis. Foi considerado  $M=1000$  e os seguintes vetores de custo e de peso (Xingshi, 2007).

- $c=[220,208, 198, 192, 180, 180, 165, 162, 160, 158, 155, 130, 125, 122, 120, 118, 115, 110, 105, 101, 100, 100,98,96, 95,90, 88, 82, 80, 77, 75, 73, 72, 70, 69, 66, 65, 63, 60, 58, 56, 50, 30, 20, 15, 10, 8, 5, 3, 1],$
- $p=[80,82,85, 70, 72, 70, 66, 50, 55, 25, 50, 55, 40, 48, 50, 32, 22, 60, 30, 32, 40, 38, 35, 32, 25, 28, 30, 22, 25, 30, 45, 30, 60, 50, 20, 65, 20, 25, 30, 10, 20, 25, 15, 10, 10, 10, 4, 4, 2, 1].$

Para todos os algoritmos, foi considerado o tamanho da população igual a  $N=50$  e número de gerações igual a  $N_g = 600$ . Para esse problema, por tentativa e erro, o melhor resultado do método AIS-DE foi obtido sem limitar o número de variáveis iguais a 1 nas soluções mutantes. No algoritmo B-PSO, foi verificado que não é necessário limitar a velocidade.

A Tabela 4.1 apresenta os resultados obtidos com os diferentes algoritmos de otimização para 50 experimentos. Os algoritmos NMBDE e SBPSO obtiveram o melhor resultado, mas na média o algoritmo B-DE é ligeiramente melhor e com menor desvio padrão.

**Tabela 4.1 - Resultados do problema da mochila 0-1 com 50 itens.**

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>	<b>B-GA</b>
<b>Melhor</b>	3110	3118	<b>3119</b>	3113	<b>3119</b>	3057
<b>Pior</b>	3093	<b>3102</b>	3099	3086	3099	2824
<b>Média</b>	3102,6	<b>3109,7</b>	3108,9	3099,1	3109,6	2973,0
<b>Desvio padrão</b>	3,7791	<b>2,7997</b>	3,3359	7,390	<b>4,957</b>	51,46

#### 4.2.4.2 Problema de empacotamento

No problema de empacotamento, o objetivo é minimizar o número de latas ou caixas, de mesma capacidade  $B$ , para empacotar  $q$  itens de volumes diferentes,  $v_i, i = 1, \dots, q$ . O problema pode ser formulado como sendo:

$$\begin{cases} \min K = \sum_{i=1}^q y_i \\ \text{sujeito a:} & \begin{cases} \sum_{i=1}^q x_{ij}v_i \leq By_j, & j = 1, \dots, q \\ \sum_{j=1}^q x_{ij} = 1, & i = 1, \dots, q \\ y_j \in \{0,1\}, & j = 1, \dots, q \\ x_{ij} \in \{0,1\}, & i = 1, \dots, q; j = 1, \dots, q, \end{cases} \end{cases} \quad (4.24)$$

sendo  $y_j = 1$  se a  $j$ -ésima lata é utilizada e 0 caso contrário, e  $x_{ij} = 1$  se o  $i$ -ésimo item é colocado na  $j$ -ésima lata. As restrições garantem que o volume máximo de cada lata não seja ultrapassado e que cada item é colocado em uma lata e somente em uma. O número de variáveis de otimização binárias é igual a  $n = q(q + 1)$ . É considerado o caso com  $q=10$  itens, de modo que  $n=110$ . O número de combinações possíveis é  $2^{110} = 1,2981 \times 10^{33}$ . Foi considerado  $B=20$  e o vetor de volumes dos itens como sendo  $v = [1 \ 2 \ \dots \ 10]^T$ . As restrições são tratadas pela composição pelo máximo e pelo método de penalidades:

$$f(x) = \begin{cases} 10^5 + g_1 & \text{se } g_1 > 0, \\ 10^3 + g_2 & \text{se } g_1 \leq 0 \text{ e } g_2 > 0, \\ K & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.25)$$

sendo

$$g_1 = \max_j \sum_{i=1}^q x_{ij}v_i - By_j, \quad (4.26)$$

$$g_2 = \max_i \sum_{j=1}^q |x_{ij} - 1| \quad (4.27)$$

Para todos os algoritmos, foi considerado o tamanho da população igual a  $N=2n=220$  e número de gerações igual a  $N_g = 50n = 5500$ . Para esse problema, o

melhor resultado do método AIS-DE foi obtido, por tentativa e erro, limitando em 20 o número de variáveis iguais a 1 nas soluções mutantes. Os resultados para 50 experimentos são apresentados na Tabela 4.2. O algoritmo B-GA não consegue obter soluções factíveis para esse problema para as configurações testadas. O algoritmo B-PSO só consegue obter uma solução factível em 2 das 50 execuções. Para este exemplo, o algoritmo B-DE apresenta melhor desempenho em média, com menor desvio padrão, e também o melhor resultado com o uso de 3 latas. Os algoritmos AIS-DE, após o ajuste do limite de bits, e SBPSO também obtiveram soluções com 3 caixas.

**Tabela 4.2 - Resultados para o problema de empacotamento de 10 itens.**

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>
<b>Melhor</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	4	6	<b>3</b>
<b>Pior</b>	5	<b>4</b>	5	100001	5
<b>Média</b>	4,08	<b>3,90</b>	4,14	12848	4,00
<b>Desvio padrão</b>	0,3959	<b>0,3030</b>	0,3505	32511	0,452

Uma das soluções ótimas que utilizam apenas 3 caixas obtida pelo B-DE é dada por:

$$y = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T \quad (4.28)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

O total da caixa 1 é  $1+3+5+10=19$ , da caixa 3 é  $4+7+9=20$  e da caixa 9  $2+6+8=16$ , atendendo as restrições de volume igual ou menor que 20. Como o volume total é 55, não seria viável distribuí-lo em duas caixas com capacidade de 20.

Essas conclusões da utilização dos algoritmos binários em casos práticos (no problema do empacotamento e da mochila 0-1) serviram de base para os estudos de caso desse trabalho e para as análises dos resultados encontrados.

---

#### **4.2.5 Conclusão**

Com base na análise efetuada dos algoritmos evolucionários binários, pode-se concluir que as adaptações tanto do algoritmo evolução diferencial como do algoritmo enxame de partícula, inicialmente desenvolvidos para problemas com variáveis reais, tem bons desempenhos para a solução de problemas inteiros binários. Desse modo, existem bons algoritmos, de fácil implementação, para tratar o problema considerado nesta dissertação.

O algoritmo B-DE de Changshou et al. (2010) apresentou os melhores resultados sem necessidade de ter que ajustar o número de bits 1 nas soluções mutantes como no algoritmo AIS-DE de Xingshi & Lin (2007). O algoritmo SBPSO de Nguyen et al. (2021) apresentou resultados próximos ao do B-DE.

---

## 5. ESTUDOS DE CASO

Neste capítulo, são apresentados dois estudos de caso considerando os sistemas de subtransmissão com 14 e 30 barras. Como discutido nos capítulos anteriores, o objetivo é determinar a alocação ótima de um número determinado de gerações distribuídas de 1 MW com objetivo de minimizar as perdas técnicas do sistema. Será realizada uma comparação dos resultados obtidos com a implementação dos métodos de otimização não linear inteira binária, apresentados no capítulo anterior, baseados nos algoritmos PSO e no algoritmo DE. Os resultados produzidos estão apresentados em forma de tabelas e gráficos, nos quais encontram-se comparações entre os resultados obtidos pela metodologia proposta e os resultados encontrados na literatura. Para o cálculo das perdas, é utilizado o programa *open-source Matpower* do software MATLAB® da MathWorks bastante utilizado em outros trabalhos, possuindo mais de 3.900 citações, dentre esses trabalhos destacam-se alguns como o de Zhang et al. (2020), Swain et al. (2022), Peanviboon & Tayjasanant (2021) e Ray D. Zimmerman (2021).

### 5.1 Simulação dos Sistemas IEEE 14 e 30 barras

Nesta seção, são apresentados os dois sistemas de subtransmissão de 14 e 30 barras, com seus respectivos resultados das perdas técnicas, além das análises quantitativas e qualitativas.

#### 5.1.1 Sistema IEEE 14 barras

A partir dos parâmetros previamente conhecidos sobre as linhas de transmissão, barras e transformadores, vistos no Anexo A1 e presentes no caso base de 14 barras do programa *Matpower*, simulou-se o sistema da Figura 5.1, de forma a se conhecer as potências ativas, reativas, tensões e ângulos desconhecidos.

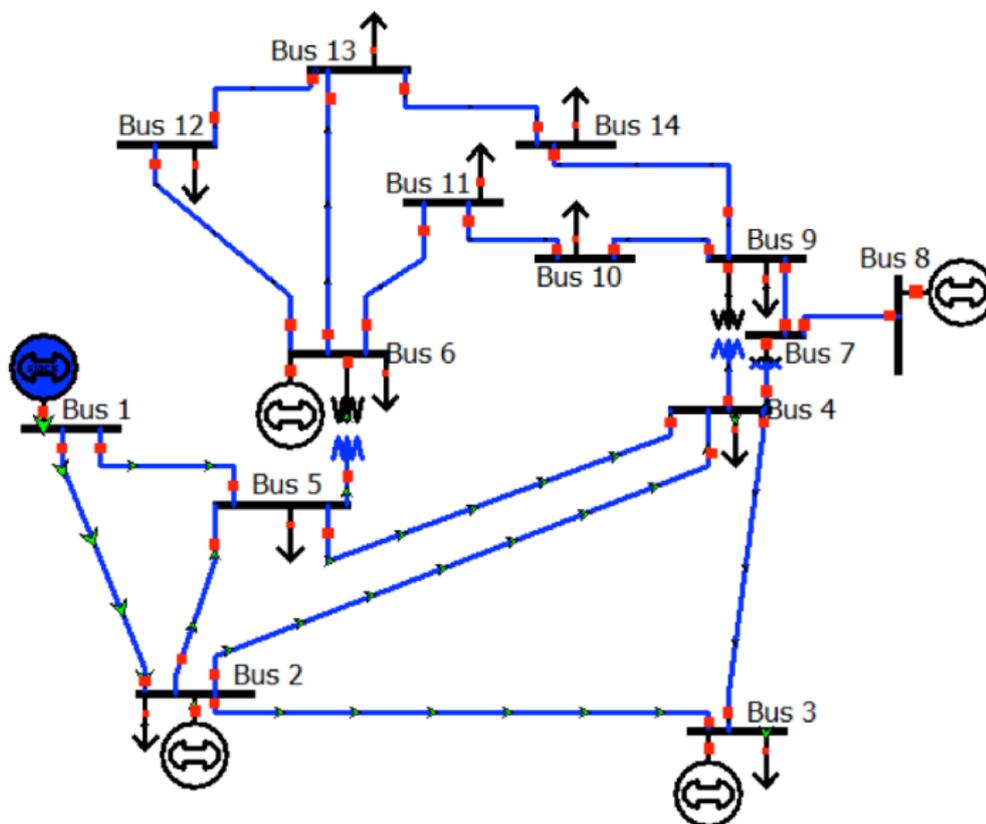


Figura 5.1 – Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 14 barras. Fonte: Panumpabi (2022).

Pode ser observado, a partir da análise do diagrama unifilar do Sistema IEEE 14 barras da Figura 5.1 e dos dados resultantes do fluxo de potência do programa *Matpower*, segundo o Anexo A1, que o sistema possui cinco barras com geradores, sendo essas barras {1, 2, 3, 6 e 8}. Além disso, na Tabela 5.1, a seguir, assim como apresentado no Anexo A2, tem-se alguns dados importantes desse sistema, como a potência ativa e reativa dos geradores e cargas, quantidade de transformadores, entre outros.

Tabela 5.1 – Especificações técnicas do Sistema IEEE 14 barras. Fonte: Autor.

	Quantidade	Potência Ativa (MW)	Potência Reativa (MVar)
<b>Barras</b>	14	772,4	-52,0 a 148,0
<b>Geradores</b>	5	772,4	-52,0 a 148,0
<b>Cargas</b>	11	259,0	73,5
<b>Ramos</b>	20	13,39	54,54
<b>Tranformadores</b>	3	-	24,4

### 5.1.2 Sistema IEEE 30 barras

A partir dos parâmetros previamente conhecidos sobre as linhas de transmissão, barras e transformadores, vistos no Anexo A2, simulou-se o sistema IEEE 30 barras da Figura 5.2, de forma a se conhecer as potências ativas, reativas, tensões e ângulos desconhecidos.

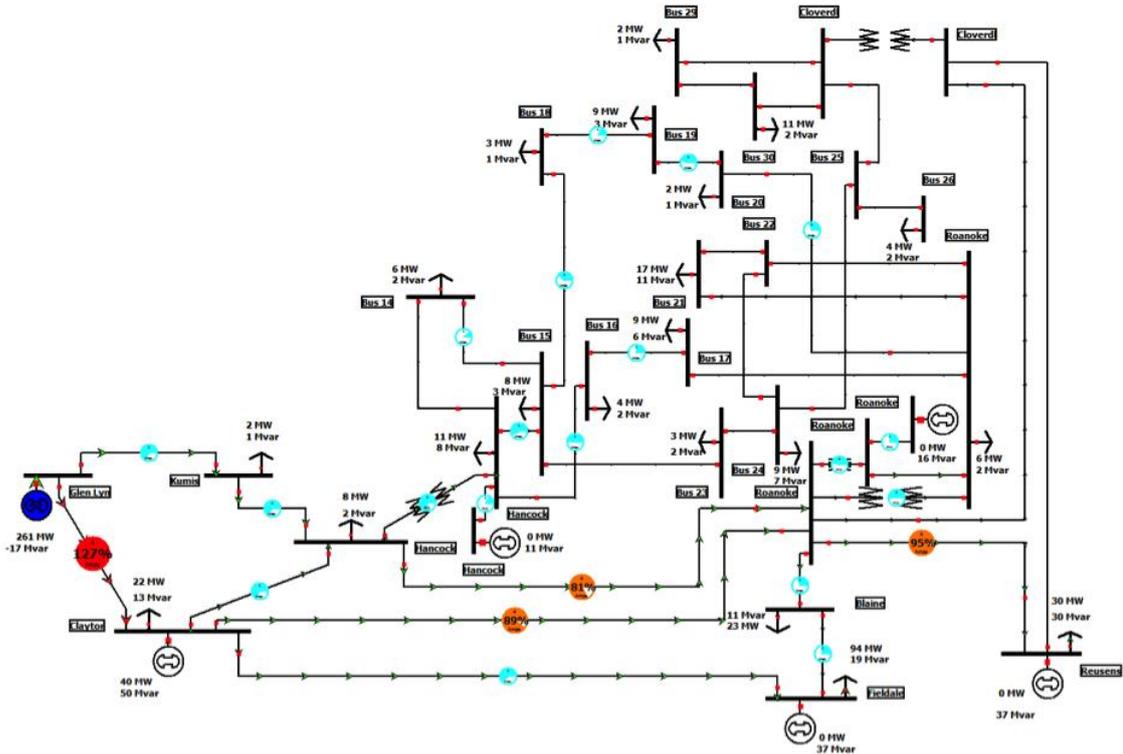


Figura 5.2 – Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 30 barras. Fonte: Panumpabi (2022).

Pode ser observado, a partir da análise do diagrama unifilar do Sistema IEEE 30 barras da Figura 5.2 e dos dados resultantes do fluxo de potência do programa *Matpower*, segundo o Anexo A2, que o sistema possui seis barras com geradores, sendo essas barras {1, 2, 13, 22, 23 e 27}. Além disso, na Tabela 5.2, a seguir, assim como apresentado no Anexo A2, tem-se alguns dados importantes desse sistema, como a potência ativa e reativa dos geradores e cargas, quantidade de transformadores, entre outros.

Tabela 5.2 – Especificações técnicas do Sistema IEEE 30 barras. Fonte: Autor.

	Quantidade	Potência Ativa (MW)	Potência Reativa (MVar)
Barras	30	335,0	-95,0 a 405,9
Geradores	6	335,0	-95,0 a 405,9
Cargas	20	189,2	100,4
Ramos	41	2,44	8,99
Tranformadores	0	-	15,6

## 5.2 Otimização da alocação de geração distribuída

Dado um número especificado de gerações distribuídas com capacidade fixa, deseja-se definir em quais barras devem ser posicionadas de modo a minimizar as perdas do sistema. Trata-se de um problema de otimização inteira binária, com uma variável para cada barra, sendo que as variáveis podem assumir apenas dois valores diferentes; 0 não instala na barra associada à variável, ou 1, instala, como já mencionado.

Para os estudos de caso, são considerados os sistemas IEEE de 14 e 30, descritos na seção anterior, e a alocação de gerações distribuídas com capacidade de 1 MW. No caso do sistema de 30 barras, considera-se a alocação em vinte e nove das trinta barras. Logo, existem mais de quinhentos milhões de combinações possíveis.

Utilizou-se um programa computacional *open-source Matpower* do software MATLAB® da MathWorks, para possibilitar os cálculos e análises do fluxo de potência, por meio do método iterativo de Newton Raphson e a resolução dos Subsistemas 1 e 2. A partir dos resultados obtidos, com as perdas de potência ativa das linhas de transmissão, foram avaliados métodos computacionais de otimização inteira binária para a melhor alocação possível da geração distribuída de 1 MW, a fim de se minimizar essas perdas.

### 5.2.1 Resultados e Discussões

Nessa seção, são apresentados os resultados oriundos do problema de minimização de perdas em sistemas de distribuição pela inclusão de geração distribuída de 1 MW, para os dois sistemas considerados nos estudos de caso.

---

Para esse problema foi implementado inicialmente o método Newton Raphson, por meio do *open-source Matpower*, a fim de se analisar o fluxo de potência dos sistemas IEEE 14 e 30 barras. A rotina também elabora a matriz de admitância ( $Y$ ), necessária para o cálculo dos parâmetros citados anteriormente.

Para resolver o problema de minimização de perdas, foram implementados cinco algoritmos de otimização não linear inteira binária, sendo eles o B-PSO de Kennedy & Eberhart (1995, 1997), o AIS-DE de Xingshi & Lin (2007), o B-DE de Changshou et al. (2010), o NMBDE de Wang et al. (2012) e o SBPSO de Nguyen et al. (2021).

Para os cinco algoritmos de otimização avaliados, para a minimização das perdas de potência ativa evidenciadas no Anexo A, foi adotado tamanho da população igual a 30 e número de gerações igual a 100, após testes para determinação dos valores mais adequados.

Para os sistemas de 14 e 30 barramentos, no algoritmo enxame de partículas BPSO, foram adotados  $\omega = 0,9$  e  $\varphi_{i,j} = 2u, i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, n$ , sendo  $u$  um número aleatório uniformemente distribuído no intervalo  $[0, 1)$ . No algoritmo SBPSO, foram adotados  $ustkS_L = N_g/100$ ,  $ustkS_U = 8N_g/100$ ,  $i_{s,L} = 0$ ,  $i_{s,U} = 10/n$  e  $\alpha = 1$ . Nos algoritmos DE, foi adotado, por tentativa e erro,  $Cr=0,2$ . No algoritmo AIS-DS, foi adotado, após tentativa e erro, o número máximo de variáveis igual a 1 das soluções mutantes igual ao número de GDs.

### **5.2.1.1 Resultados do sistema IEEE 14 barras**

Os resultados obtidos para os cinco algoritmos de otimização avaliados são apresentados nas Tabelas 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7 para os casos de alocação de 3, 5, 7, 9 e 11 GDs de 1 MW, respectivamente. Os algoritmos podem ser classificados de acordo com o número de destaques em negrito nas tabelas de resultados: AIS-DE, B-DE, NMBDE, B-PSO, SBPSO. Além disso, foram realizadas 20 iterações, para cada algoritmo de otimização e os resultados de cada execução foram armazenados para o cálculo posterior da média e desvio padrão.

Tabela 5.3 - Total de perdas para alocação de 3 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>
<b>Melhor</b>	<b>13,0046</b>	<b>13,0046</b>	<b>13,0046</b>	<b>13,0046</b>	<b>13,0046</b>
<b>Pior</b>	<b>13,0075</b>	13,0271	<b>13,0075</b>	13,1461	<b>13,0075</b>
<b>Média</b>	13,0049	13,0054	13,0050	13,0528	<b>13,0048</b>
<b>Desvio padrão</b>	$8,7688 \times 10^{-4}$	0,0041	$9,9360 \times 10^{-4}$	0,0318	<b><math>6,4260 \times 10^{-4}</math></b>

Tabela 5.4 - Total de perdas para alocação de 5 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>
<b>Melhor</b>	<b>12,7829</b>	<b>12,7829</b>	<b>12,7829</b>	12,7830	<b>12,7829</b>
<b>Pior</b>	<b>12,7830</b>	12,7839	12,7889	12,8694	<b>12,7830</b>
<b>Média</b>	<b>12,7829</b>	12,7832	12,7832	12,8139	<b>12,7829</b>
<b>Desvio padrão</b>	$2,9828 \times 10^{-5}$	$3,5873 \times 10^{-5}$	0,0012	0,0196	<b><math>2,6289 \times 10^{-5}</math></b>

Tabela 5.5 - Total de perdas para alocação de 7 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>
<b>Melhor</b>	<b>12,5670</b>	<b>12,5670</b>	<b>12,5670</b>	<b>12,5670</b>	<b>12,5670</b>
<b>Pior</b>	<b>12,5670</b>	<b>12,5670</b>	12,5706	12,6663	12,5706
<b>Média</b>	<b>12,5670</b>	<b>12,5670</b>	12,5671	12,6029	12,5672
<b>Desvio padrão</b>	$1,8067 \times 10^{-5}$	<b><math>1,8067 \times 10^{-15}</math></b>	$6,5140 \times 10^{-4}$	0,0273	$7,9780 \times 10^{-4}$

Tabela 5.6 - Total de perdas para alocação de 9 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>
<b>Melhor</b>	<b>12,3737</b>	<b>12,3737</b>	<b>12,3737</b>	<b>12,3737</b>	<b>12,3737</b>
<b>Pior</b>	12,3743	<b>12,3737</b>	12,4109	12,5885	<b>12,3737</b>
<b>Média</b>	<b>12,3737</b>	<b>12,3737</b>	12,3766	12,4696	<b>12,3737</b>
<b>Desvio padrão</b>	$1,2684 \times 10^{-4}$	<b><math>1,8067 \times 10^{-15}</math></b>	0,0096	0,0568	$3,6450 \times 10^{-15}$

Tabela 5.7 - Total de perdas para alocação de 11 GD de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	AIS-DE	B-DE	NMBDE	B-PSO	SBPSO
<b>Melhor</b>	<b>12,2327</b>	<b>12,2327</b>	<b>12,2327</b>	12,3415	12,3737
<b>Pior</b>	<b>12,2327</b>	<b>12,2327</b>	<b>12,2327</b>	12,5885	12,3737
<b>Média</b>	<b>12,2327</b>	<b>12,2327</b>	<b>12,2327</b>	12,4555	12,3737
<b>Desvio padrão</b>	<b><math>7,2269 \times 10^{-15}</math></b>	<b><math>7,2269 \times 10^{-15}</math></b>	<b><math>7,2269 \times 10^{-15}</math></b>	0,0579	<b><math>7,2269 \times 10^{-15}</math></b>

Observando os resultados encontrados para a alocação de 11 GDs, tem-se uma menor redução das perdas técnicas, no caso da utilização dos algoritmos AIS-DE, B-DE e NMBDE, consistindo em 12,2327 MW.

A Tabela 5.8 apresenta as perdas totais em (MW), para a alocação de diferentes quantidades de GDs, evidenciando as barras de melhor solução e a redução das perdas (%) em comparação com as perdas do sistema original.

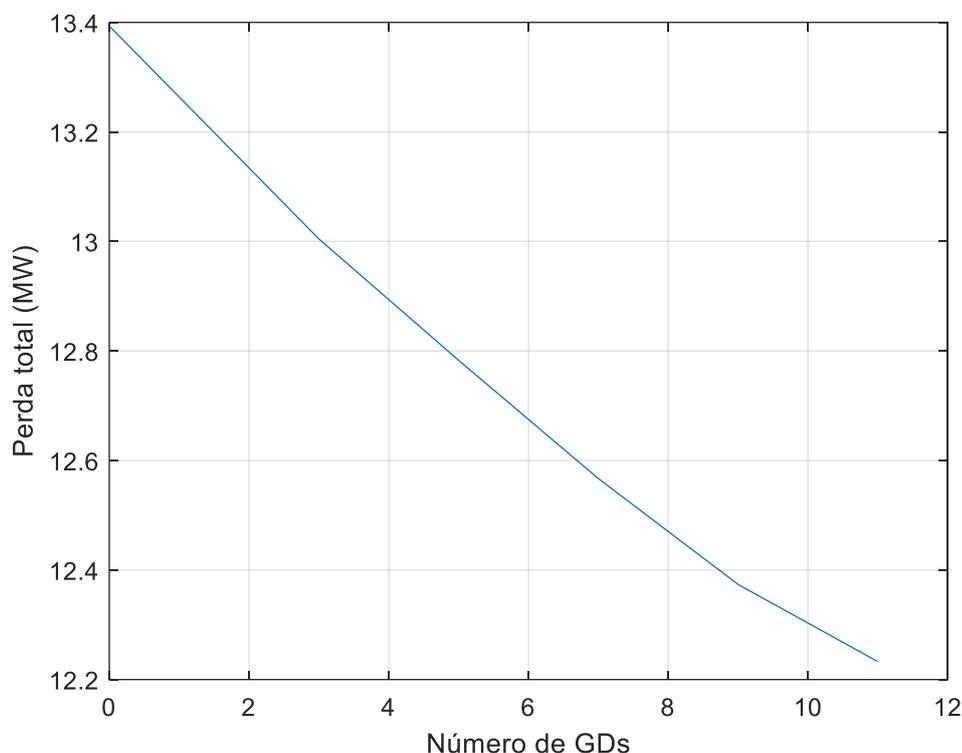
Tabela 5.8 - Alocação de Potência Ativa no sistema de 14 barras. Fonte: Autor.

Quantidade de GDs alocadas de 1 MW	Barras com alocação para a menor perda possível	Perdas (MW)	Porcentagem de redução das perdas (%)
<b>0 GDs</b>	-	13,3933	-
<b>3 GDs</b>	{2,10,11}	13,0046	2,9022
<b>5 GDs</b>	{2,3,7,10,11}	12,7829	4,5575
<b>7 GDs</b>	{2,3,6,7,9,10,11}	12,5670	6,1695
<b>9 GDs</b>	{2,3,5,6,7,8,9,10,11}	12,3737	7,6128
<b>11 GDs</b>	{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}	12,2327	8,6655

Como pode ser verificado na Tabela 5.8, houve uma redução máxima das perdas de potência ativa de 13,3933 MW para 12,2327 MW, correspondendo a uma redução de aproximadamente 8,66% de perdas. Para alocação de 3 GDs de 1 MW, a melhor solução foi aplicar as GDs nas barras {2,10,11}, com perda total de 13,0046 MW; para 5 GDs de 1MW, a melhor solução inclui as barras {2,3,7,10,11} com perda total de 12,7829 MW; para 7 GDs de 1 MW, a melhor solução obtida seleciona as barras {2,3,6,7,9,10,11} com perda total 12,5670 MW; para 9 GDs, a melhor solução indica as barras {2,3,5,6,7,8,9,10,11}, com perda total de 12,3737 MW; e para 11 GDs, a melhor solução é colocar as GDs nas barras {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}, com perda total de 12,2327 MW.

---

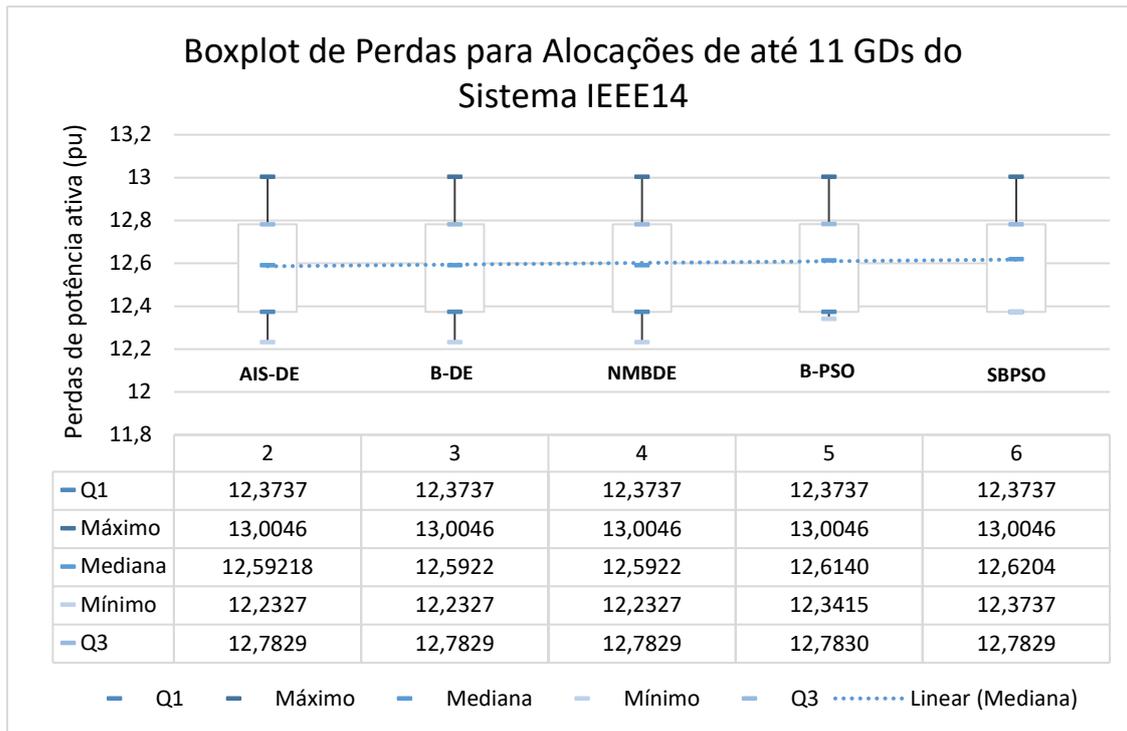
A Figura 5.3 apresenta o gráfico da perda total em função do número de GDs incluídas no sistema de 14 barras para as configurações ótimas obtidas pelos algoritmos de otimização. Pode ser observado como a perda total é reduzida pelo acréscimo das GDs nas barras definidas pelos algoritmos de otimização implementados.



**Figura 5.3 - Perda total ótima em função do número de GDs incluídas no sistema de 14 barras.**

**Fonte: Autor.**

Na Figura 5.4, tem-se um *boxplot* das Perdas de potência ativa (MW) para alocações nas barras de até 11 GDs no Sistema IEEE 14 barras. Esse gráfico permite uma análise estatística dos resultados de perdas de potência ativa, identificando o valor de mediana (ou segundo quartil) das perdas dos cinco algoritmos analisados (SBPSO, B-DE, AIS-DE, BPSO e NMBDE), além de outras informações como: o valor de primeiro quartil (Q1) e de terceiro quartil (Q3). O primeiro quartil até a mediana representa 25% dos valores de perdas dentro da amostra de resultados. Além disso, o primeiro quartil até o terceiro quartil, ou seja, a caixa do *boxplot* representativa da Figura 5.4, apresenta 50% dos resultados obtidos de perdas. Por fim, do valor mínimo de perdas de 12,2327 MW, em todos os cinco algoritmos, até o valor de Q3, tem-se a representação de 75% dos resultados de perdas de potência ativa.



**Figura 5.4 - Boxplot de Perdas para alocações de até 11 GDs do Sistema IEEE 14. Fonte: Autor.**

Percebe-se um comportamento similar de resultados de valor máximo, Q1, mediana e Q3 para os cinco algoritmos, como pode ser observado na tabela de dados da Figura 5.4. Todavia, os algoritmos B-PSO e SBPSO possuem valores um pouco maiores de mediana (12,6140 MW e 12,6204 MW, respectivamente) e valores também maiores de mínimo (12,3415 MW e 12,3737 MW, respectivamente), em comparação aos demais algoritmos.

Na Figura 5.5, tem-se uma análise do tempo computacional do sistema IEEE14 barras, tendo como referência os cinco algoritmos SBPSO, B-DE, B-PSO, NMBDE, AIS-DE e B-PSO. Para cada quantidade específica de geração distribuída alocada no sistema de 14 barras, variando as alocações de 3 GDs até 11 GDs, foram realizadas 30 simulações. Por fim, foi encontrada uma média do tempo computacional em segundos variando até o máximo de aproximadamente 10 segundos para até 11 GDs alocadas no sistema. Além disso, o desvio padrão é representado no gráfico pelas linhas de grade em vermelho, sendo o menor desvio correspondente à 0,0202 segundos para o caso de 3 GDs alocadas do SBPSO. Percebe-se ainda que o algoritmo AIS-DE até a alocação de 5 GDs alcançou a menor média de tempo computacional em segundos e o SBPSO alcançou menor média de tempo computacional entre 6 GDs até 11 GDs alocadas no sistema.

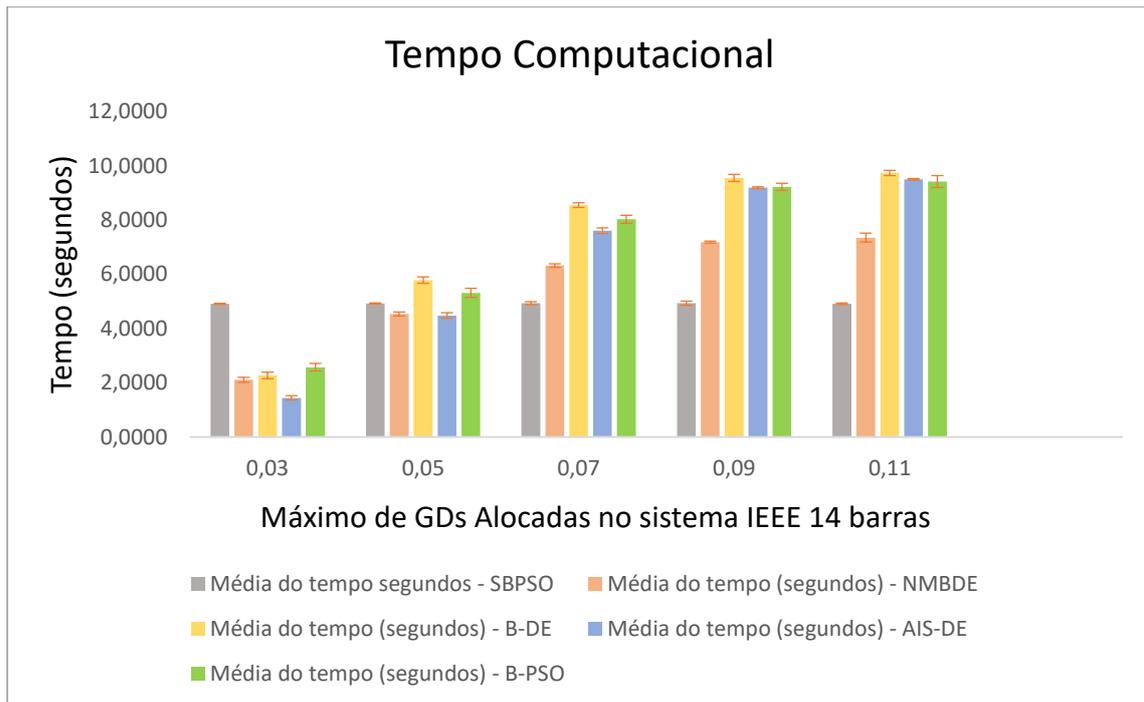


Figura 5.5 – Tempo Computacional para os algoritmos SBPSO, B-DE, B-PSO, NMBDE, AIS-DE e B-PSO do Sistema IEEE 14. Fonte: Autor.

### 5.2.1.2 Resultados do sistema IEEE 30 barras

Os resultados obtidos para os cinco algoritmos de otimização avaliados são apresentados nas Tabelas 5.9 a 5.12 para os casos de alocação de 5, 10, 15 e 20 GDs de 1 MW, respectivamente. Todos os algoritmos apresentaram resultados satisfatórios e os algoritmos AIS-DE, B-DE e NMBDE não obtiveram o melhor valor encontrado em pelo menos uma das 20 execuções. Os algoritmos podem ser classificados de acordo com o número de destaques em negrito nas tabelas de resultados: SBPSO, B-DE, AIS-DE, BPSO e NMBDE.

Tabela 5.9 - Total de perdas para alocação de 5 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	AIS-DE	B-DE	NMBDE	B-PSO	SBPSO
<b>Melhor</b>	2,2334	2,2248	2,1970	<b>2,1950</b>	<b>2,1950</b>
<b>Pior</b>	2,2334	2,2248	2,2517	<b>2,1950</b>	2,1970
<b>Média</b>	2,2334	2,2248	2,2276	<b>2,1950</b>	2,1955
<b>Desvio padrão</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	0,0114	<b>0</b>	<b>0</b>

Tabela 5.10 - Total de perdas para alocação de 10 GDs de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>
<b>Melhor</b>	2,0596	2,0839	2,0531	<b>2,0272</b>	<b>2,0272</b>
<b>Pior</b>	2,0596	2,0839	2,1213	<b>2,0272</b>	<b>2,0272</b>
<b>Média</b>	2,0596	2,0839	2,0829	<b>2,0272</b>	<b>2,0272</b>
<b>Desvio padrão</b>	0	0	0,0188	<b>4,5168x10<sup>-16</sup></b>	<b>4,5168x10<sup>-16</sup></b>

Tabela 5.11 - Total de perdas para alocação de 15 GD de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>
<b>Melhor</b>	1,9886	2.0069	1,9741	<b>1,9125</b>	<b>1,9125</b>
<b>Pior</b>	1,9886	2.0069	2,0398	<b>1,9125</b>	<b>1,9125</b>
<b>Média</b>	1,9886	2.0069	2,0074	<b>1,9125</b>	<b>1,9125</b>
<b>Desvio padrão</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	0,0168	<b>0</b>	<b>0</b>

Tabela 5.12 - Total de perdas para alocação de 20 GD de 1 MW em [MW]. Fonte: Autor.

	<b>AIS-DE</b>	<b>B-DE</b>	<b>NMBDE</b>	<b>B-PSO</b>	<b>SBPSO</b>
<b>Melhor</b>	1,9601	1,9601	1,9601	<b>1,8824</b>	<b>1,8824</b>
<b>Pior</b>	1,9601	1,9601	2,0398	<b>1,8824</b>	<b>1,8824</b>
<b>Média</b>	1,9601	1,9601	1,9985	<b>1,8824</b>	<b>1,8824</b>
<b>Desvio padrão</b>	0	0	0,0233	<b>1,3550x10<sup>-15</sup></b>	<b>1,3550x10<sup>-15</sup></b>

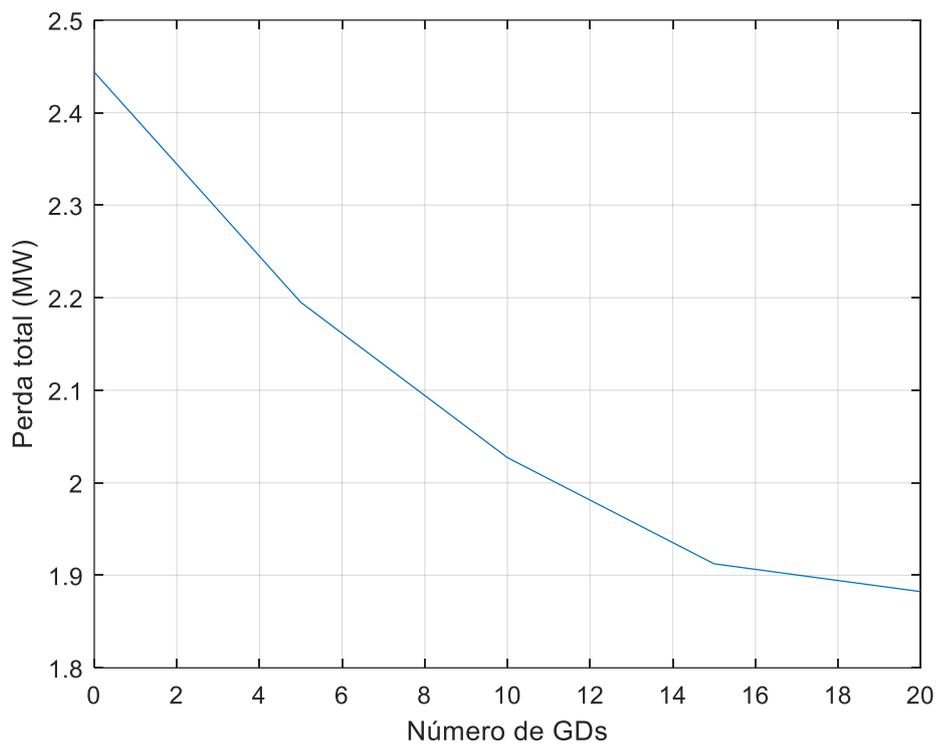
A Tabela 5.13 apresenta as perdas totais (MW) para a alocação de diferentes quantidades de GDs, evidenciando as barras de melhor solução e a redução das perdas (%) em comparação com as perdas do sistema original.

**Tabela 5.13 - Alocação de Potência Ativa no sistema de 30 barras. Fonte: Autor.**

<b>Quantidade de GDs alocadas de 1 MW</b>	<b>Barras com alocação para a menor perda possível</b>	<b>Perdas (MW)</b>	<b>Porcentagem de redução das perdas (%)</b>
<b>0 GDs</b>	-	2,4438	-
<b>5 GDs</b>	{11, 12, 13, 14, 20}	2,1950	10,1808
<b>10 GDs</b>	{4, 6, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 20}	2,0272	17,0472
<b>15 GDs</b>	{4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20}	1,9125	21,7407
<b>20 GDs</b>	{4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20}	1,8824	22,9724

Para alocação de 5 GDs de 1 MW, a melhor solução foi aplicar as GDs nas barras {11, 12, 13, 14, 20} com perda total de 2,1950 MW; para 10 GDs de 1 MW, a melhor solução inclui as barras {4, 6, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 20} com perda total de 2,0272 MW; para 15 GDs de 1 MW, a melhor solução obtida seleciona as barras {4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20} com perda total de 1,9125 MW e para 20 GDs, a melhor solução indica as barras {4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20}, com perda total de 1,8824 MW.

A Figura 5.6 apresenta o gráfico da perda total em função do número de GDs incluídas no sistema de 30 barras para as configurações ótimas obtidas pelos algoritmos de otimização. Pode ser observado como a perda total é reduzida pelo acréscimo das GDs nas barras definidas pelos algoritmos de otimização.

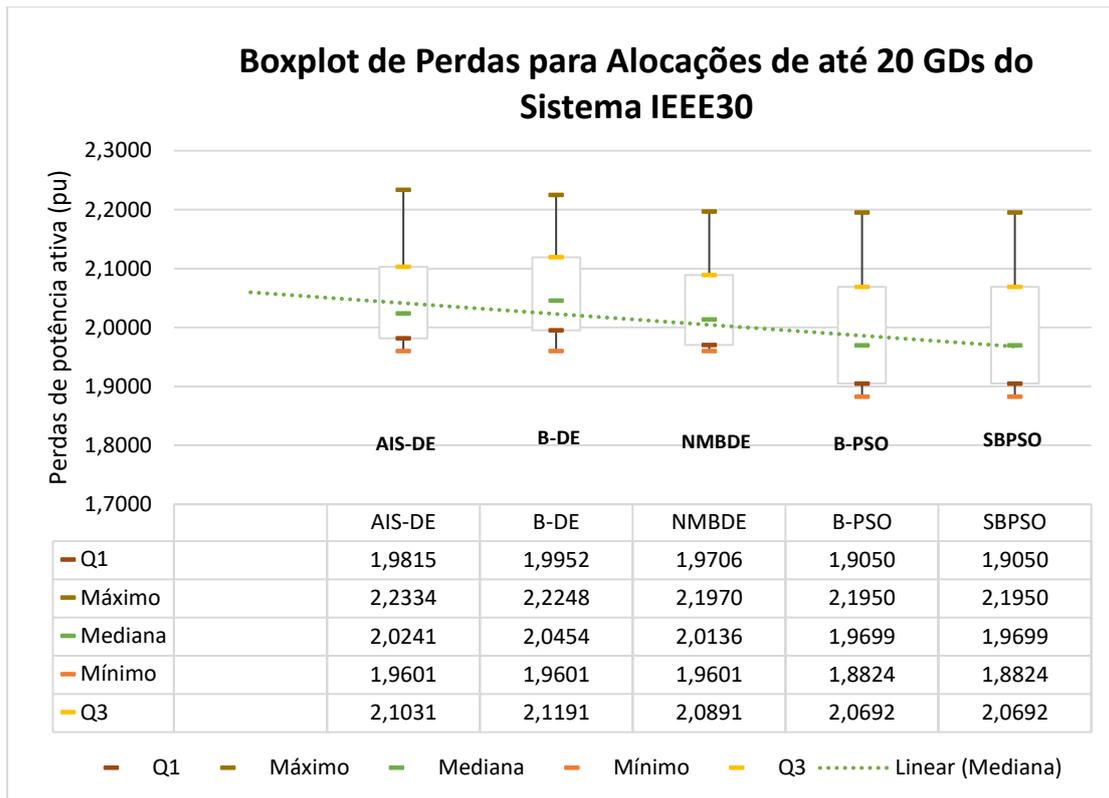


**Figura 5.6 - Perda total ótima em função do número de GDs incluídas no sistema de 30 barras.**

**Fonte: Autor.**

Essa redução de perda total ótima, ao ser comparada com o sistema original com perda de potência ativa de 2,4438 MW, consistiu em aproximadamente 22,97%, resultando em perdas de potência ativa de 1,8824 MW.

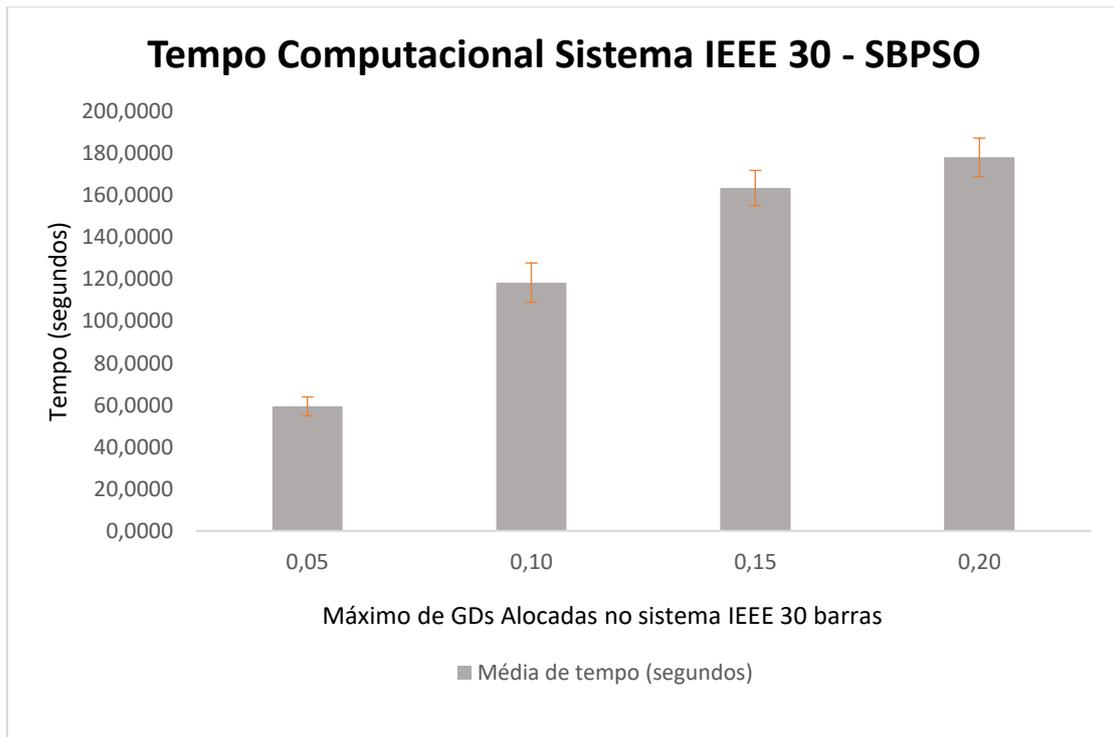
Na Figura 5.7, tem-se um *boxplot* das Perdas de potência ativa (pu) para até 25 GDs alocadas no Sistema IEEE 30 barras. Percebe-se que do valor mínimo de perdas de 1,8824 MW, em todos os cinco algoritmos, até o valor de Q3, tem-se a representação de 75% dos resultados de perdas de potência ativa.



**Figura 5.7 - Boxplot de Perdas para alocações de até 20 GDs do Sistema IEEE 30. Fonte: Autor.**

Percebe-se que o algoritmo B-DE possui um valor um pouco maior de mediana (2,0454 MW) e um valor também um pouco maior de Q3 (2,1191 MW), em comparação aos demais algoritmos.

Na Figura 5.8, tem-se uma análise do tempo computacional do sistema IEEE 30 barras, tendo como referência o algoritmo SBPSO de Nguyen et al. (2021). Para cada quantidade específica de geração distribuída alocada no sistema de 30 barras, variando as alocações de 5 GDs, 10 GDs, 15 GDs e 20 GDs, foram realizadas 45 simulações. Por fim, foi encontrada uma média do tempo computacional em segundos variando de 59,5683 segundos para o caso de 5 GDs até 178,7868 segundos para o caso de 20 GDs alocadas no sistema. Além disso, o desvio padrão representado no gráfico pelas linhas de grade em vermelho, varia de 4,7580 segundos para o caso de 5 GDs até 10,8631 segundos para o caso de 20 GDs.



**Figura 5.8 – Tempo Computacional para o algoritmo SBPSO de Nguyen et al. (2021) do Sistema IEEE 30. Fonte: Autor.**

---

## 6. CONCLUSÕES

### 6.1 Conclusões gerais

Esta pesquisa teve como objetivo principal avaliar a aplicação de algoritmos de otimização binária para alocação de geração distribuída de valor fixo para a minimização de perdas em sistemas de distribuição de energia. Para isso foram considerados dois estudos de caso, os sistemas elétricos de subtransmissão IEEE 14 e 30 barras. Buscou-se uma redução otimizada das perdas de potência ativa dos sistemas, utilizando-se de cinco métodos de otimização não linear inteira binária (baseados nos algoritmos de enxame de partículas e no algoritmo evolução diferencial), para valores que dependem do limite de fontes de 1 MW. Vale salientar que a escolha da geração distribuída de 1 MW presente neste trabalho esteve relacionada à importância do incentivo governamental fixado pela Resolução Normativa nº 687/2015 da ANEEL. Nesta lei, empreendimentos, cuja potência injetada nos sistemas de transmissão ou distribuição seja menor a 1 MW, terão percentual de redução não inferior a 50% (cinquenta por cento) a ser aplicado às tarifas de uso dos sistemas elétricos de transmissão e de distribuição, sendo este percentual estipulado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL, 2020).

O problema em estudo, considerando o caso do sistema IEEE 30 barras, apresenta mais de quinhentos milhões de combinações possíveis. Logo, o problema se torna difícil de ser solucionado, sendo classificado matematicamente como um problema de programação não linear inteira binária, onde as variáveis podem assumir apenas dois valores diferentes: 0 não instala na barra associada à variável, ou 1, instala.

A respeito dos objetivos específicos deste trabalho, inicialmente foi realizada uma revisão da literatura teórica, para a compreensão da teoria e de conceitos pertinentes para o desenvolvimento dos estudos de caso. Dessa forma, inicialmente foi apresentada uma definição acerca da geração distribuída (GD), especificando algumas questões relevantes para a sua definição como: o propósito da GD, a localização e o seu tamanho, segundo a ANEEL (2018) e trabalhos presentes na literatura. Além disso, realizou-se uma breve fundamentação sobre a análise estática de sistemas elétricos de potência, avaliando-se a condição de operação em regime permanente, sendo apresentado o método utilizado nesse trabalho para a resolução do sistema algébrico não linear de cálculo do fluxo de potência em uma rede de

---

energia elétrica: o método de Newton-Raphson. Posteriormente, foram apresentadas as principais características da programação inteira binária, sendo escolhidos dois algoritmos presentes na literatura: o algoritmo de enxame de partículas (PSO) e o algoritmo evolução diferencial (DE). De acordo com a análise efetuada dos algoritmos evolucionários binários, concluiu-se que as adaptações nos dois algoritmos, inicialmente desenvolvidos para problemas com variáveis reais, resultaram em bons desempenhos para a solução de problemas inteiros binários, garantindo bons algoritmos, de fácil implementação, para tratar o problema considerado nesta dissertação.

Por fim, após a revisão bibliográfica apresentada, foi realizada a comparação dos resultados obtidos com a implementação dos métodos de otimização não linear inteira binária, baseados nos algoritmos PSO e DE, sendo simulados os sistemas de subtransmissão de 14 e 30 barras, para o estudo de caso de alocação de gerações distribuídas com capacidade de 1 MW. Vale salientar que, todos os algoritmos de otimização foram implementados e validados pelos problemas clássicos de otimização inteira binária vistos nesse trabalho, para depois serem aplicados nos problemas de alocação de GDs. Desse modo, após a implementação dos cinco algoritmos evolucionários de otimização inteira binária, a fim de se alcançar a redução das perdas, foram obtidos resultados satisfatórios, mostrando a viabilidade da metodologia apresentada.

Analisando os cinco algoritmos desse trabalho, percebe-se que, à medida em que há o aumento de barras no sistema, a otimização não linear inteira binária PSO é capaz de gerar valores menores de perdas técnicas. Já no caso de sistemas com menos barras, como o Sistema IEEE14, os algoritmos DE geram resultados mais satisfatórios de perdas de potência ativa. Apesar das diferenças entre os valores ótimos obtidos, pode-se concluir que tanto o DE quanto o PSO são capazes de obter soluções satisfatórias para o problema qualquer que seja sua dimensão. No entanto, alguns autores favoráveis ao PSO defendem que o desempenho deste pode ser melhor que o DE para problemas com maior número de variáveis. Como o sistema de 30 barras tem maiores possibilidades de inclusão de GDs, 29 em relação a 13 do sistema de 14 barras, é possível ter uma maior redução de perdas de potência ativa.

## **6.2 Publicação em congresso internacional**

O artigo “MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS DE POTÊNCIA NO SISTEMA IEEE 30 BARRAS ATRAVÉS DA ALOCAÇÃO DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA UTILIZANDO

---

MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR” foi aceito no XXXVII Congresso Argentino de Mecânica Computacional de 2021.

A respeito desse artigo, ele apresentou um estudo para a redução das perdas de potência em sistemas elétricos de potência, considerando o sistema IEEE 30 barras e alocação de geração distribuída com a capacidade de 1 MW. Foi elaborado um programa computacional para os cálculos e análises do fluxo de potência (método Newton Raphson), sendo que, a partir dos resultados obtidos, com as perdas de potência ativa das linhas de transmissão, foi possível analisar os métodos computacionais de otimização inteira binária, objetivando a melhor alocação possível da GD, a fim de minimizar essas perdas. Foram utilizados métodos de otimização não linear inteira binária, baseados nos algoritmos de enxame de partículas (PSO) e no algoritmo evolução diferencial (DE). Por fim, após os cálculos e análises do fluxo de potência ativa deste sistema e utilização dos algoritmos de otimização inteira binária, foram obtidos resultados satisfatórios de redução das perdas, demonstrando a viabilidade da metodologia apresentada.

### **6.3 Proposta de trabalhos futuros**

Como desenvolvimento futuro, sugere-se a aplicação de dispositivos de controle de tensão, como reguladores de tensão, durante a modelagem do fluxo de potência, além da consideração de patamares de carga, enriquecendo a pesquisa e deixando a modelagem do sistema de distribuição mais realista.

Além disso, seria importante e mais enriquecedor para esses estudos de caso abordados nesse trabalho, avaliar os algoritmos utilizados, para a sua aplicação em sistemas elétricos de maior porte.

Uma outra proposta para trabalhos futuros consiste em otimizar as perdas, mas considerando restrições sobre os valores de tensão, para garantir que elas permaneçam dentro das faixas aceitáveis.

Por fim, considerando os estudos atuais de análise de sensibilidade presentes na literatura, seria interessante um estudo para a redução do número de barras candidatas, determinando aquelas mais sensíveis à injeção de potência. Esta redução do número de barras, logo, das possibilidades de alocação de GD, possibilita ao algoritmo de otimização se concentrar nas barras que permitem a maior redução de perdas no sistema elétrico de potência.

---

## REFERÊNCIAS

- Ackermann, T., Andersson, G., & Söder, L. (2001). Distributed generation: a definition. *Electric Power Systems Research*, v. 57, n. 3, p. 195-204.
- Aneel. (2020). Agência Nacional de Energia Elétrica. Fonte: Resolução Normativa nº 687/2015.
- Aneel. (2018). Módulos 8, Procedimentos de Distribuição Módulos 1 a 10, Procedimentos de Distribuição.
- Changshou, D., Changyong L., Yanling Y., Bingyan Z., Hai Z. (2010). Binary differential evolution algorithm with new mutation operator. In 2010 IEEE International Conference on Intelligent Computing and Intelligent Systems.
- Clerc, M. (2006). Particle Swarm Optimization. EUA; ISTE Ltd.
- Colmenar-Santos, A., Reino-Rio, C., Borge-Diez, D., & Collado - Fernández, E. (2016). Distributed generation: A review of factors that can contribute most to achieve a scenario of DG units embedded in the new distribution networks. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 59, p. 1130-1148.
- COPEL, C. P. (1999). Projeto de Redes de Distribuição. NTC 841001.
- Costa, J. S. (2008). Reconfiguração ótima de sistemas de distribuição de energia elétrica. *Anais do XVII CBA*.
- Daniel, L. C. (2005). Distribution network reconfiguration for loss reduction using ant colony system algorithm. *IEEE Indicon Conference*.
- Frank, S., & Rebennack, S. (2016). An introduction to optimal power flow: Theory, formulation, and examples. *IIE Transactions*, v. 48, n, 1172–1197, ISSN 0740-817X, p. 12.
- Gallego, L. A. F. (2008). Voltage Regulator Modeling for the Three-Phase Poer flow in Distribution Networks. *Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*, vol. 1, pp. 1-6, Augus.
- Glover, F. (1989). Tabu search—part I. *ORSA Journal on computing*, 1(3), 190-206.
- Glover, F. (1990). Tabu search—part II. *ORSA Journal on computing*, 2(1), 4-32.
- Goldberg, D. E. (1989). Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison. Reading.
- Guimarães, M. A. (2008). Minimização de perdas de potência ativa em sistemas de distribuição utilizando reconfiguração e alocação de capacitores. *Anais do XVII CBA*.

- 
- Haffner, S. (2007). Modelagem e Análise de Sistemas Elétricos em Regime Permanente. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Sistemas de Energia.
- IEA, I.E. (1997). Energy Technologies for the 21st Century. Paris.
- INEE, I. N. (2021). Pesquisa geral no site. Retrieved from Disponível em: <[http://www.inee.org.br/forum\\_ger\\_distrib.asp](http://www.inee.org.br/forum_ger_distrib.asp)>.
- Jordehi. (2016). Allocation of distributed generation units in electric power systems: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 56, p. 893-905.
- Kagan, N., Oliveira, C. C., & Robra, E. J. (2010). Introdução aos Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica. 2ª. ed. São Paulo: Edgard Blucher.
- Kennedy, J. & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In *Proceedings of the IEEE international conference on neural networks* (Vol. 4, pp. 1942-1948).
- Kennedy, J. & Eberhart, R. (1997). A discrete binary version of the particle swarm algorithm. In *1997 IEEE International conference on systems, man, and cybernetics. Computational cybernetics and simulation* (Vol. 5, pp. 4104-4108).
- Kersting, W. H. (2002). *Distribution System Modeling and Analysis*. New York: CRC Press LCC.
- Khoa, T. Q. (2006). Ant colony search-based loss minimum for reconfiguration of distribution systems. *IEEE Power India Conference*.
- Kojovic, L. (2002). Impact of DG on Voltage Regulation. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*. vol. 1, pp. pp.97 - 102.
- Liu B, W. L. (2005). Designing neural networks using hybrid particle swarm optimization. *Lecture Notes in Computer Science*, Berlin: Springer: pp.391-397.
- Lorena, A.C. (2020). Algoritmos Evolutivos para Problemas de Otimização Numérica com Restrições. Laboratório Associado de Computação de Computação e Matemática Aplicada Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). Área de Pesquisa Operacional.
- Monticelli, A. J. (1983). Fluxo de carga em redes de energia elétrica. São Paulo: Edgard Blucher.
- Nguyen, B. H., Xue, B., Andreae, P., Zhang, M. (2021). A new binary particle swarm optimization approach: momentum and dynamic balance between exploration and exploitation. *IEEE transactions on cybernetics*, Vol. 51 (2), pp. 589-603.
- Oliveira, L. W. (2010). Optimal reconfiguration and capacitor allocation in radial distribution systems for energy losses minimization. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*.

- 
- Omran M., Engelbrecht, & Konar A. (2005). Differential evolution methods for unsupervised image classification. Proc. Seventh Congress on Evolutionary Computation. IEEE Press.
- Panumpabi, P. (2022). Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG). Fonte: Information Trust Institute: <https://icseg.iti.illinois.edu/power-cases/>.
- Peanviboon, K., & Tayjasanant, T. (2021). Multiple Distributed Generation Allocation in Radial Distribution Networks by Considering Loss Reduction and Curtailment. TENCON 2021 - IEEE Region 10 Conference (TENCON).
- Pepermans, G. (2005). Distributed generation: definition, benefits and issues. Energy policyv. 33, n. 6, p. 787-798.
- Ray D. Zimmerman, M. I.-S. (2021). Matpower: Steady-State Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.26.
- Sarfi, R. S. (1993). Loos reduction in distribution systems: a new approach using partitioning techniques. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting., pp. Vol.2,pp.1439-1444.
- Short, T. (2004). Electric Power Distribution Handbook. New York: CRC Press LLC.
- Silva, J. V. (2018). Estudo da Estabilidade de Tensão em Redes de Distribuição com Geração Distribuída. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, p. p.89.
- Souza, A. R. (1996). Alocação de geração distribuída em utilizando fluxo de potência ótimo e algoritmos genéticos. XX SNPTE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica.
- Storn, R. & Price, K. (1997). Differential Evolution-A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. Journal of global optimization, pp. 11, pp.241-354.
- Swain, R. R., Samal, P., Jena, C., Sinha, p., Swain, s. c., & Mishra, s. (2022). Optimal allocation of Distributed Generation in Unbalanced Radial Distribution Systems by using Exhaustive Search Technique. International Conference for Advancement in Technology (ICONAT).
- Takahashi, R.H. (Janeiro de 2007). Notas de Aula. Otimização Escalar e Vetorial. Volume 1: Conceitos Preliminares. Universidade Federal de Minas Gerais. Departamento de Matemática.
- Versterstrom, J. (2004). A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithm on numerical benchmark problems. Evolutionary Computation, CEC. . Portland OR: IEEE press, 2004,2: 1980-1987.

- 
- Viawan, F. (2008). Voltage Control and Voltage Stability of Power Distribution System in the Presence of Distributed Generation. Thesis - Division of Electric Power Engineering - Chalmers University of Technology, Goteborg.
- Wang, L., Fu, X., Mao, Y., Menhas M., Fei M. (2012). A novel modified binary differential evolution algorithm and its applications. *Neurocomputing*, 98, 55-75.
- Xingshi, H. & Lin, H. (2007). A novel binary differential evolution algorithm based on artificial immune system. *IEEE Congress on Evolutionary Computation* (pp. 2267-2272). *Energy Technologies for the 21st Century*. Paris.
- Ye, David G., & Luenberger. Yinyu. (2008). *Linear and Nonlinear Programming*. International Series in operations research and management science. Fourth Edition.
- Zhang, S., Chen, F., Wang, X., & Zhong, J. (2020). Study on Loss Allocation Method of Distribution Network with Considering of Distributed Generation. *IEEE/IAS Industrial and Commercial Power System Asia (I&CPS Asia)*.

# ANEXO A – DADOS DOS SISTEMAS ELÉTRICOS

## A1 Sistema de 14 barras

```
>> results = runpf('case14',mpoption('pf.enforce_q_lims',0))
```

```
MATPOWER Version 7.1, 08-Oct-2020 -- AC Power Flow (Newton)
```

```
Newton's method power flow (power balance, polar) converged in 2 iterations.
```

```
Converged in 0.02 seconds
```

```
=====
|      System Summary                                     |
=====
```

How many?		How much?	P (MW)	Q (MVar)
Buses	14	Total Gen Capacity	772.4	-52.0 to 148.0
Generators	5	On-line Capacity	772.4	-52.0 to 148.0
Committed Gens	5	Generation (actual)	272.4	82.4
Loads	11	Load	259.0	73.5
Fixed	11	Fixed	259.0	73.5
Dispatchable	0	Dispatchable	-0.0 of -0.0	-0.0
Shunts	1	Shunt (inj)	-0.0	21.2
Branches	20	Losses (I <sup>2</sup> * Z)	13.39	54.54
Transformers	3	Branch Charging (inj)	-	24.4
Inter-ties	0	Total Inter-tie Flow	0.0	0.0
Areas	1			

	Minimum	Maximum
Voltage Magnitude	1.010 p.u. @ bus 3	1.090 p.u. @ bus 8
Voltage Angle	-16.03 deg @ bus 14	0.00 deg @ bus 1
P Losses (I <sup>2</sup> *R)	-	4.30 MW @ line 1-2
Q Losses (I <sup>2</sup> *X)	-	13.12 MVar @ line 1-2

Bus Data						
Bus #	Voltage		Generation		Load	
	Mag (pu)	Ang (deg)	P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)
1	1.060	0.000*	232.39	-16.55	-	-
2	1.045	-4.983	40.00	43.56	21.70	12.70
3	1.010	-12.725	0.00	25.08	94.20	19.00
4	1.018	-10.313	-	-	47.80	-3.90
5	1.020	-8.774	-	-	7.60	1.60
6	1.070	-14.221	0.00	12.73	11.20	7.50
7	1.062	-13.360	-	-	-	-
8	1.090	-13.360	0.00	17.62	-	-
9	1.056	-14.939	-	-	29.50	16.60
10	1.051	-15.097	-	-	9.00	5.80
11	1.057	-14.791	-	-	3.50	1.80
12	1.055	-15.076	-	-	6.10	1.60
13	1.050	-15.156	-	-	13.50	5.80
14	1.036	-16.034	-	-	14.90	5.00
Total:			272.39	82.44	259.00	73.50

Branch Data								
Brnch #	From Bus	To Bus	From Bus Injection		To Bus Injection		Loss (I <sup>2</sup> * Z)	
			P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)
1	1	2	156.88	-20.40	-152.59	27.68	4.298	13.12
2	1	5	75.51	3.85	-72.75	2.23	2.763	11.41
3	2	3	73.24	3.56	-70.91	1.60	2.323	9.79
4	2	4	56.13	-1.55	-54.45	3.02	1.677	5.09
5	2	5	41.52	1.17	-40.61	-2.10	0.904	2.76
6	3	4	-23.29	4.47	23.66	-4.84	0.373	0.95
7	4	5	-61.16	15.82	61.67	-14.20	0.514	1.62
8	4	7	28.07	-9.68	-28.07	11.38	0.000	1.70
9	4	9	16.08	-0.43	-16.08	1.73	0.000	1.30
10	5	6	44.09	12.47	-44.09	-8.05	0.000	4.42
11	6	11	7.35	3.56	-7.30	-3.44	0.055	0.12
12	6	12	7.79	2.50	-7.71	-2.35	0.072	0.15
13	6	13	17.75	7.22	-17.54	-6.80	0.212	0.42
14	7	8	-0.00	-17.16	0.00	17.62	0.000	0.46
15	7	9	28.07	5.78	-28.07	-4.98	0.000	0.80
16	9	10	5.23	4.22	-5.21	-4.18	0.013	0.03
17	9	14	9.43	3.61	-9.31	-3.36	0.116	0.25
18	10	11	-3.79	-1.62	3.80	1.64	0.013	0.03
19	12	13	1.61	0.75	-1.61	-0.75	0.006	0.01
20	13	14	5.64	1.75	-5.59	-1.64	0.054	0.11
Total:							13.393	54.54

>>

## A2 Sistema de 30 barras

```
>> results = runpf('case30',mpoption('pf.enforce_q_lims',0))
```

MATPOWER Version 7.1, 08-Oct-2020 -- AC Power Flow (Newton)

Newton's method power flow (power balance, polar) converged in 3 iterations.

Converged in 0.07 seconds

```
=====
|      System Summary      |
=====
```

How many?		How much?	P (MW)	Q (MVar)
Buses	30	Total Gen Capacity	335.0	-95.0 to 405.9
Generators	6	On-line Capacity	335.0	-95.0 to 405.9
Committed Gens	6	Generation (actual)	191.6	100.4
Loads	20	Load	189.2	107.2
Fixed	20	Fixed	189.2	107.2
Dispatchable	0	Dispatchable	-0.0 of -0.0	-0.0
Shunts	2	Shunt (inj)	-0.0	0.2
Branches	41	Losses (I <sup>2</sup> * Z)	2.44	8.99
Transformers	0	Branch Charging (inj)	-	15.6
Inter-ties	7	Total Inter-tie Flow	33.2	27.1
Areas	3			

	Minimum	Maximum
Voltage Magnitude	0.961 p.u. @ bus 8	1.000 p.u. @ bus 1
Voltage Angle	-3.96 deg @ bus 19	1.48 deg @ bus 13
P Losses (I <sup>2</sup> *R)	-	0.29 MW @ line 2-6
Q Losses (I <sup>2</sup> *X)	-	2.10 MVar @ line 12-13

```
=====
|      Bus Data      |
=====
```

Bus #	Voltage		Generation		Load	
	Mag (pu)	Ang (deg)	P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)
1	1.000	0.000*	25.97	-1.00	-	-
2	1.000	-0.415	60.97	32.00	21.70	12.70
3	0.983	-1.522	-	-	2.40	1.20
4	0.980	-1.795	-	-	7.60	1.60
5	0.982	-1.864	-	-	-	-
6	0.973	-2.267	-	-	-	-
7	0.967	-2.652	-	-	22.80	10.90
8	0.961	-2.726	-	-	30.00	30.00
9	0.981	-2.997	-	-	-	-
10	0.984	-3.375	-	-	5.80	2.00
11	0.981	-2.997	-	-	-	-
12	0.985	-1.537	-	-	11.20	7.50
13	1.000	1.476	37.00	11.35	-	-
14	0.977	-2.308	-	-	6.20	1.60
15	0.980	-2.312	-	-	8.20	2.50

16	0.977	-2.644	-	-	3.50	1.80
17	0.977	-3.392	-	-	9.00	5.80
18	0.968	-3.478	-	-	3.20	0.90
19	0.965	-3.958	-	-	9.50	3.40
20	0.969	-3.871	-	-	2.20	0.70
21	0.993	-3.488	-	-	17.50	11.20
22	1.000	-3.393	21.59	39.57	-	-
23	1.000	-1.589	19.20	7.95	3.20	1.60
24	0.989	-2.631	-	-	8.70	6.70
25	0.990	-1.690	-	-	-	-
26	0.972	-2.139	-	-	3.50	2.30
27	1.000	-0.828	26.91	10.54	-	-
28	0.975	-2.266	-	-	-	-
29	0.980	-2.128	-	-	2.40	0.90
30	0.968	-3.042	-	-	10.60	1.90
Total:			191.64	100.41	189.20	107.20

Branch Data									
Brnch #	From Bus	To Bus	From Bus Injection		To Bus Injection		Loss (I <sup>2</sup> * Z)		
			P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)	
1	1	2	10.89	-5.09	-10.86	2.17	0.026	0.08	
2	1	3	15.08	4.09	-14.96	-5.57	0.127	0.48	
3	2	4	16.07	5.21	-15.89	-6.66	0.178	0.50	
4	3	4	12.56	4.37	-12.54	-4.30	0.018	0.07	
5	2	5	13.79	4.51	-13.68	-6.03	0.110	0.44	
6	2	6	20.28	7.42	-19.99	-8.50	0.289	0.87	
7	4	6	22.50	11.38	-22.43	-11.12	0.066	0.26	
8	5	7	13.68	6.21	-13.56	-6.88	0.120	0.29	
9	6	7	9.27	3.17	-9.24	-4.02	0.031	0.08	
10	6	8	24.82	24.43	-24.69	-23.92	0.128	0.51	
11	6	9	5.79	-3.36	-5.79	3.46	0.000	0.10	
12	6	10	3.31	-1.92	-3.31	2.00	0.000	0.09	
13	9	11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000	0.00	
14	9	10	5.79	-3.46	-5.79	3.51	-0.000	0.05	
15	4	12	-1.67	-2.02	1.67	2.04	0.000	0.02	
16	12	13	-37.00	-9.26	37.00	11.35	0.000	2.10	
17	12	14	5.39	0.88	-5.35	-0.80	0.037	0.08	
18	12	15	9.48	-1.06	-9.41	1.19	0.066	0.12	
19	12	16	9.26	-0.10	-9.18	0.28	0.080	0.18	
20	14	15	-0.85	-0.80	0.85	0.80	0.003	0.00	
21	16	17	5.68	-2.08	-5.65	2.15	0.031	0.07	
22	15	18	9.16	0.76	-9.07	-0.57	0.097	0.19	
23	18	19	5.87	-0.33	-5.85	0.38	0.022	0.05	
24	19	20	-3.65	-3.78	3.66	3.80	0.009	0.02	
25	10	20	5.92	4.62	-5.86	-4.50	0.052	0.12	
26	10	17	3.37	8.01	-3.35	-7.95	0.023	0.06	
27	10	21	-2.23	-11.67	2.28	11.77	0.044	0.10	
28	10	22	-3.75	-8.48	3.82	8.62	0.062	0.13	
29	21	22	-19.78	-22.97	19.87	23.16	0.093	0.19	

---

30	15	23	-8.81	-5.25	8.91	5.47	0.109	0.22
31	22	24	-2.10	7.80	2.18	-7.68	0.078	0.12
32	23	24	7.09	0.88	-7.02	-0.75	0.066	0.14
33	24	25	-3.86	1.77	3.89	-1.71	0.035	0.06
34	25	26	3.55	2.37	-3.50	-2.30	0.046	0.07
35	25	27	-7.44	-0.66	7.50	0.78	0.063	0.12
36	28	27	-6.11	-6.08	6.11	6.40	0.000	0.31
37	27	29	6.17	1.68	-6.08	-1.51	0.090	0.17
38	27	30	7.12	1.67	-6.95	-1.35	0.171	0.32
39	29	30	3.68	0.61	-3.65	-0.55	0.035	0.07
40	8	28	-5.31	-6.08	5.34	4.33	0.036	0.12
41	6	28	-0.77	-2.70	0.77	1.75	0.001	0.00
							-----	-----
						Total:	2.444	8.99

>>