



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**DEPENDÊNCIA ENTRE SÉRIES TEMPORAIS DE
TEMPERATURA, PRECIPITAÇÃO E INFESTAÇÃO POR
Aedes Aegypti PARA CONSTRUÇÃO DE MODELO
PREDITIVO**

FLÁVIA DA SILVA CORDEIRO

Orientador: Prof. Dr. José Luiz Acebal
Centro Federal de Educação Tecnológica

Coorientador: Prof. Dr. Fábio Rocha da Silva
Centro Federal de Educação Tecnológica

BELO HORIZONTE
FEVEREIRO DE 2023

FLÁVIA DA SILVA CORDEIRO

**DEPENDÊNCIA ENTRE SÉRIES TEMPORAIS DE
TEMPERATURA, PRECIPITAÇÃO E INFESTAÇÃO POR
Aedes Aegypti PARA CONSTRUÇÃO DE MODELO
PREDITIVO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional.

Linha de pesquisa: Sistemas Dinâmicos.

Orientador: Prof. Dr. José Luiz Acebal
Centro Federal de Educação Tecnológica

Coorientador: Prof. Dr. Fábio Rocha da Silva
Centro Federal de Educação Tecnológica

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL
BELO HORIZONTE
FEVEREIRO DE 2023

Cordeiro, Flávia da Silva
C794d Dependência entre séries temporais de temperatura, precipitação e infestação por *Aedes Aegypti* para construção de modelo preditivo / Flávia da Silva Cordeiro. – 2023.
138 f.

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.

Orientador: José Luiz Acebal.

Coorientador: Fábio Rocha da Silva.

Tese (doutorado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. *Aedes aegypti* – Modelos matemáticos – Teses. 2. Doenças – Processamento de dados – Teses. 3. Análise de sistema – Teses. 4. Dinâmica – Teses. I. Fernandes, José Luiz Acebal. II. Silva, Fábio Rocha da. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 511.8

Dedico a todos que querem o meu bem, em especial aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter me guiado ao longo desta trajetória e me amparado nos momentos de fraqueza e dificuldade. Aos meus pais, irmãos e cunhadas agradeço pela torcida, pelas orações e por entenderem os momentos de ausência. Às minhas sobrinhas agradeço pelos momentos leves, divertidos. À Lessy agradeço pela cia durante várias horas, sempre deitada ao meu lado.

Ao Professor Doutor José Luiz Acebal, meu orientador, agradeço pelo apoio, pelo conhecimento compartilhado desde o mestrado, pela compreensão nos momentos difíceis, pela sensibilidade ao perceber quando eu não estava bem e precisava de um tempo, pelo estímulo permanente. Acebal, você é um exemplo de orientador, de professor e de pessoa, só posso agradecer por todos estes anos que pude conviver com você. Espero que possamos trabalhar juntos em projetos futuros.

Aos professores do Cefet, obrigada por todo conhecimento e dedicação ao ato de ensinar. Em especial ao Allbens, Arthur e Rodrigo, que estiveram presentes em minhas apresentações e sempre contribuíram para a evolução do trabalho. Agradeço também aos demais professores que compuseram a banca, todas as contribuições foram valiosas.

Aos colegas do Cefet, obrigada pelo companherismo, por tornarem alguns conteúdos mais simples ao discutirmos em grupo. Em especial à Amália e Lillia, minhas companhias de pesquisa de muitos anos. Aos colegas da Unifei, obrigada por compreenderem a dificuldade em conciliar trabalho e doutorado, em especial à Ana Paula, por me ajudar em todas as apresentações.

Agradeço à equipe do Instituto de Oncologia do Hospital Felício Rocho, em especial aos meus médicos, Dr. Volney, Dr. Luiz Cláudio e Dr. Gustavo, que cuidaram de mim com muito carinho ao longo do tratamento contra o câncer de mama. Sem Deus e sem os conhecimentos de vocês, a minha cura não seria possível.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma participaram deste processo de doutoramento. Não foi fácil, mas com dedicação e sabedoria, deu certo!

*“Até quando, ó inexperientes, amareis a inexperiência e os zombadores se deleitarão em suas zombarias e os insensatos terão ódio à ciência?”
(Provérbios 1:22)*

Resumo

Os mosquitos estão entre os animais mais mortais do mundo, por serem capazes de transportar e espalhar doenças para os seres humanos, causando milhões de mortes todos os anos. Um dos mosquitos de importância mundial é o *Aedes aegypti*, vetor de doenças como dengue, zika e chikungunya. Apenas as fêmeas adultas transmitem os vírus, então sua população é um indicador de risco de infecção. As regiões tropicais e subtropicais concentram a população do vetor devido às características climáticas. Todas as fases de desenvolvimento do vetor (ovos, larvas, pupas e fase alada) guardam alguma relação com variáveis meteorológicas. Este trabalho se propõe a investigar as relações de dependência a fim de indicar possíveis relações causais entre as variáveis meteorológicas e a variação da população de fêmeas adultas de *Ae. aegypti*, utilizando tratamento de dados e modelagem matemática. Foram realizados estudos de multicolinearidade e dependência entre séries temporais de umidade, temperatura e precipitação e a série do índice de fêmeas adultas a fim de determinar, entre as variáveis meteorológicas, o melhor conjunto de preditores para a população de fêmeas. Foi confirmado por testes que a série de chuvas é tão influente na população de mosquitos quanto a série de temperatura que, por sua vez, é apresentada na literatura como importante preditor de população de *Ae. aegypti*. Na modelagem matemática, considerou-se um modelo de sistema dinâmico constituído por quatro populações dos estágios de desenvolvimento do vetor, com taxas dependentes da temperatura média e da precipitação acumulada semanalmente. As dependências com a temperatura estão na literatura e foram definidas como polinômios de grau 2 ou 4. A relação entre o ciclo do mosquito e as chuvas é complexa, e tratada de forma superficial na literatura. Foi proposta uma parametrização por lei de potência com poucos parâmetros, mas capaz de fornecer funções constantes, crescentes ou decrescentes. Os parâmetros foram definidos com base em estudos envolvendo temperatura, por comparação de resultados obtidos via simulação computacional com dados de campo de um indicador entomológico baseado no número de fêmeas capturadas por uma armadilha, monitorada por um programa de saúde pública. Os parâmetros foram otimizados via Algoritmo Genético Real Polarizado. Assim, o modelo proposto aqui é capaz de gerar uma série temporal representativa da população de fêmeas *Ae. aegypti* de uma determinada região, considerando apenas séries temporais de precipitação e temperatura. O modelo é robusto, pode ser treinado em uma cidade e aplicado em outra.

Palavras-chave: *Aedes aegypti*. Tratamento de dados. Sistemas Dinâmicos.

Abstract

Mosquitoes are among the deadliest animals in the world, as they are able to carry and detect diseases for humans, causing millions of deaths every year. One of the world's most important mosquitoes is the *Aedes aegypti*, vector of diseases such as dengue, zika and chikungunya. Only adult females transmit the virus, so their population is an indicator of risk of infection. Tropical and subtropical regions concentrate the vector population due to climatic characteristics. All stages of vector development (eggs, larvae, pupae and winged stage) are related to meteorological variables. This work proposes to investigate the dependency relationships in order to indicate possible causal relationships between the meteorological variables and the variation in the population of adult females of *Ae. aegypti*, using data processing and mathematical modeling. Studies of multicollinearity and dependence between time series of humidity, temperature and precipitation and the index series of adult females were carried out in order to determine, among the meteorological variables, the best set of predictors for the population of females. It was confirmed by tests that the rainfall series is as influential in the mosquito population as the temperature series, which, in turn, is presented in the literature as an important predictor of *Ae. aegypti*. In the mathematical modeling, a heated system model was considered for four possible vector development gains, with rates dependent on the average temperature and the weekly accumulated temperature. The dependencies with temperature are in the literature and were defined as polynomials of degree 2 or 4. The relationship between the mosquito cycle and rainfall is complex, and treated superficially in the literature. A power law parameterization was proposed with few parameters, but capable of providing constant, increasing or decreasing functions. The parameters were defined based on studies involving temperature, by comparing results obtained via computer simulation with field data from an entomological indicator based on the number of females captured by a trap, monitored by a public health program. The parameters were optimized via Polarized Real Genetic Algorithm. Thus, the model proposed here is capable of generating a time series representative of the population of females *Ae. aegypti* from a given region, considering only precipitation and temperature time series. The robust model is, it can be trained in one city and applied in another.

Keywords: *Aedes aegypti*. Data processing. Dynamic Systems.

Lista de Figuras

Figura 1	– Mapa global da distribuição de <i>Aedes aegypti</i> em 2015 considerando a probabilidade de ocorrência de 0 (azul) até 1 (vermelho), com uma resolução espacial de 5km X 5km.	22
Figura 2	– Ciclo de vida do <i>Aedes aegypti</i>	26
Figura 3	– Curva epidêmica dos casos prováveis de dengue no Brasil, por semanas epidemiológicas considerando o início dos sintomas, referentes aos anos de 2019 e 2020.	29
Figura 4	– (a) Armadilha MosquiTRAP [®] versão 3.0 e (b) Componentes da armadilha MosquiTRAP [®] (de cima para baixo): tampa, funil, suporte superior do cartão adesivo, cartão adesivo, suporte inferior do cartão adesivo, parte inferior. O destaque indica a localização do <i>AtrAedes</i> [®]	34
Figura 5	– Mapa de nível de capturas de fêmeas <i>Aedes aegypti</i> grávidas por armadilha MosquiTRAP [®] , na cidade de Porto Alegre, Brasil, no período de 07/11/2021 a 13/11/2021.	35
Figura 6	– Mapa da localização da cidade de Caratinga em Minas Gerais.	36
Figura 7	– Mapa da localização da cidade de Lavras em Minas Gerais.	37
Figura 8	– Mapa da localização da cidade de Sete Lagoas em Minas Gerais.	37
Figura 9	– Dados de precipitação acumulada semanalmente e temperatura média semanal, referentes às semanas epidemiológicas 3 de 2009 até 51 de 2010, e dados de umidade referentes às semanas epidemiológicas de 23 de 2009 a 51 de 2010, da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.	38
Figura 10	– Dados de precipitação acumulada semanalmente e temperatura média semanal, referentes às semanas epidemiológicas 42 de 2008 até 52 de 2010, e dados de umidade referentes às semanas epidemiológicas de 9 de 2009 a 52 de 2010, da cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil.	39
Figura 11	– Dados de precipitação acumulada semanalmente e temperatura média semanal, referentes às semanas epidemiológicas 45 de 2008 até 51 de 2010, e dados de umidade referentes às semanas epidemiológicas de 12 de 2009 a 51 de 2010 da cidade de Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil.	40
Figura 12	– Mapas das localizações das armadilhas MosquiTRAP [®] , monitorados pelo sistema MI- <i>Aedes</i> , nos municípios de (a) Caratinga, (b) Lavras e (c) Sete Lagoas.	41
Figura 13	– Dados de IMFA da região monitorada em Caratinga, Minas Gerais, Brasil, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010.	41
Figura 14	– Dados de IMFA da região monitorada em Lavras, Minas Gerais, Brasil, referentes às semanas epidemiológicas 9 de 2009 até 52 de 2010.	42

Figura 15 – Dados de IMFA da região monitorada em Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil, referentes às semanas epidemiológicas 12 de 2009 até 51 de 2010.	42
Figura 16 – Séries temporais de precipitação, temperatura, umidade e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Caratinga-MG, Brasil.	46
Figura 17 – Estudo da multicolinearidade entre (a) séries temporais e (b) séries temporais das diferenças de primeira ordem, considerando as séries representativas de variáveis meteorológicas (precipitação, temperatura e umidade), referentes às semanas epidemiológicas 23-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Caratinga-MG, Brasil. Os símbolos ‘*’, ‘**’ e ‘***’ representam, respectivamente, p-valores $p > 0,01$, $0,001 < p < 0,01$ e $p < 0,001$	47
Figura 18 – Séries temporais de precipitação, temperatura, umidade e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Lavras-MG, Brasil.	48
Figura 19 – Séries temporais de precipitação, temperatura, umidade e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 12-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Sete Lagoas-MG, Brasil.	48
Figura 20 – Estudo da multicolinearidade entre (a) séries temporais e (b) séries temporais das diferenças de primeira ordem, considerando as séries representativas de variáveis meteorológicas (precipitação, temperatura e umidade), referentes às semanas epidemiológicas 23-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Lavras-MG, Brasil. Os símbolos ‘*’, ‘**’ e ‘***’ representam, respectivamente, p-valores $p > 0,01$, $0,001 < p < 0,01$ e $p < 0,001$	49
Figura 21 – Estudo da multicolinearidade entre (a) séries temporais e (b) séries temporais das diferenças de primeira ordem, considerando as séries representativas de variáveis meteorológicas (precipitação, temperatura e umidade), referentes às semanas epidemiológicas 12-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Sete Lagoas-MG, Brasil. Os símbolos ‘*’, ‘**’ e ‘***’ representam, respectivamente, p-valores $p > 0,01$, $0,001 < p < 0,01$ e $p < 0,001$	49
Figura 22 – Correlação cruzada entre as séries de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil. As linhas tracejadas indicam o nível de significância K ($p < 0,05$).	51
Figura 23 – Correlação cruzada entre as séries de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil. As linhas tracejadas indicam o nível de significância K ($p < 0,05$).	52

Figura 24 – Correlação cruzada entre as séries de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil. As linhas tracejadas indicam o nível de significância K ($p < 0,05$).	52
Figura 25 – Gráfico das autocorrelações e autocorrelações parciais referentes ao modelo autorregressivo de ordem 5 ajustado à série temporal de precipitação da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.	54
Figura 26 – Gráfico das autocorrelações e autocorrelações parciais referentes ao modelo autorregressivo de ordem 12 ajustado à série temporal de precipitação da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.	55
Figura 27 – Comparação entre a série de dados de precipitação referente à cidade de Caratinga e os modelos autorregressivos de ordens 10 ($AR(10)$) e 11 ($AR(11)$).	56
Figura 28 – Comparação entre a série de dados de temperatura referente à cidade de Caratinga e os modelos autorregressivos de ordens 15 ($AR(15)$) e 19 ($AR(19)$).	57
Figura 29 – Comparação entre a série de dados de IMFA referente à cidade de Caratinga e o modelo autorregressivo de ordem 4 ($AR(4)$).	58
Figura 30 – Comparação entre a série de dados de precipitação referente à cidade de Lavras e os modelos autorregressivos de ordens 2 ($AR(2)$) e 3 ($AR(3)$).	59
Figura 31 – Comparação entre a série de dados de temperatura referente à cidade de Lavras e os modelos autorregressivos de ordens 4 ($AR(4)$) e 13 ($AR(13)$).	60
Figura 32 – Comparação entre a série de dados de IMFA referente à cidade de Lavras e os modelos autorregressivos de ordens 9 ($AR(9)$) e 14 ($AR(14)$).	61
Figura 33 – Comparação entre a série de dados de precipitação referente à cidade de Sete Lagoas e os modelos autorregressivos de ordens 3 ($AR(3)$) e 4 ($AR(4)$).	62
Figura 34 – Comparação entre a série de dados de temperatura referente à cidade de Sete Lagoas e os modelos autorregressivos de ordens 5 ($AR(5)$) e 13 ($AR(13)$).	63
Figura 35 – Comparação entre a série de dados de IMFA referente à cidade de Sete Lagoas e o modelo autorregressivo de ordem 9 ($AR(9)$).	64
Figura 36 – Correlação cruzada entre as séries branqueadas de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.	65
Figura 37 – Correlação cruzada entre as séries branqueadas de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 9 de 2009 até 52 de 2010, da cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil.	65
Figura 38 – Correlação cruzada entre as séries branqueadas de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 12 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil.	66

Figura 39 – Modelo descritivo para dados de IMFA referentes à cidade de Caratinga. (a) Comparação entre os dados de IMFA e o modelo com menor RMSE (caso 4 da Tabela 16). (b) Diagrama de dispersão de pontos de dados IMFA <i>versus</i> modelo selecionado com correlação de Pearson $R^2 = 0,938$	72
Figura 40 – Modelo descritivo para dados de IMFA referentes à cidade de Lavras. (a) Comparação entre os dados de IMFA e o modelo com menor RMSE (caso 4 da Tabela 16). (b) Diagrama de dispersão de pontos de dados IMFA <i>versus</i> modelo selecionado com correlação de Pearson $R^2 = 0,852$	73
Figura 41 – Modelo descritivo para dados de IMFA referentes à cidade de Sete Lagoas. (a) Comparação entre os dados de IMFA e o modelo com menor RMSE (caso 4 da Tabela 16). (b) Diagrama de dispersão de pontos de dados IMFA <i>versus</i> modelo selecionado com correlação de Pearson $R^2 = 0,942$	73
Figura 42 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes aegypti</i> , considerando parâmetros entomológicos do vetor dependentes de variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura).	89
Figura 43 – Ajuste da taxa de oviposição dado pelo polinômio $\phi(T) = a_4(T - T_{op})^4 + a_3(T - T_{op})^3 + a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.	96
Figura 44 – Ajuste da taxa de transição de ovo para fase aquática dado pelo polinômio $\alpha_1(T) = a_4(T - T_{op})^4 + a_3(T - T_{op})^3 + a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.	97
Figura 45 – Ajuste da taxa de transição da fase aquática para fêmeas pré-repasto sanguíneo, dado pelo polinômio $\alpha_2(T) = a_4(T - T_{op})^4 + a_3(T - T_{op})^3 + a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.	98
Figura 46 – Ajuste da taxa de transição de fêmeas pré-repasto sanguíneo para fêmeas pós-repasto sanguíneo, dado pelo polinômio $\alpha_3(T) = a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.	98
Figura 47 – Ajuste da taxa de mortalidade natural de ovos, dado pelo polinômio $\mu_E(T) = a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.	99
Figura 48 – Ajuste da taxa de mortalidade natural na fase aquática, dado pelo polinômio $\mu_A(T) = 5,77 \times 10^{-6}(T - 13,1)^4 - 2,79 \times 10^{-4}(T - 13,1)^3 + 4,59 \times 10^{-3}(T - 13,1)^2 - 2,69 \times 10^{-2}(T - 13,1) + 7,05 \times 10^{-2}$	100
Figura 49 – Ajuste da taxa de mortalidade natural na fase adulta (fêmeas pré-repasto e pós-repasto sanguíneo), dado pelo polinômio $\mu_F(T) = a_4(T - T_{op})^4 + a_3(T - T_{op})^3 + a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.	100
Figura 50 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes aegypti</i> , considerando parâmetros entomológicos do vetor dependentes da temperatura.	107

Figura 51 – Evolução do valor da função objetivo ao longo das gerações nas 30 execuções do Experimento 1.	109
Figura 52 – Histograma dos valores da função objetivo referente às 30 execuções do Experimento 1.	109
Figura 53 – Evolução do valor da função objetivo ao longo das gerações nas 30 execuções dos Experimentos 2 e 3 e nas 36 execuções do Experimento 4.	111
Figura 54 – Histogramas representando os valores da função objetivo referentes às 30 execuções nos experimentos 2 e 3 e 36 simulações no experimento 4.	111
Figura 55 – Comparação entre as séries temporais de IMFA e f_2 ao longo de 77 semanas epidemiológicas, referentes aos Experimentos 1 - 4, considerando dados de Caratinga.	113
Figura 56 – Comparação entre as série temperais de IMFA e f_2 ao longo de 77 semanas epidemiológicas, referente ao Experimento 5, considerando dados de Caratinga.	114
Figura 57 – Histogramas representativos dos 36 valores da função objetivo para (a) Caratinga, (b) Lavras e (c) Sete Lagoas.	116
Figura 58 – Evolução dos valores da função objetivo ao longo das gerações para (a) Caratinga, (b) Lavras e (c) Sete Lagoas, considerando 36 execuções em cada cidade.	116
Figura 59 – Evolução das séries temporais representativas de IMFA e f_2 ao longo de 78 semanas epidemiológicas, considerando dados de Caratinga.	117
Figura 60 – Evolução das séries temporais representativas de IMFA e f_2 ao longo de 96 semanas epidemiológicas, considerando dados de Lavras.	118
Figura 61 – Evolução das séries temporais representativas de IMFA e f_2 ao longo de 89 semanas epidemiológicas, considerando dados de Sete Lagoas.	118
Figura 62 – Evolução da população f_2 para cada uma das 36 execuções do algoritmo genético real polarizado, ao longo de 78 semanas epidemiológicas, referentes à cidade de Caratinga, com destaque para a curva representativa da média das 36 curvas.	120
Figura 63 – Comparação entre a série temporal representativa de IMFA e as séries temporais representativas de f_2 considerando um modelo envolvendo apenas temperatura e uma modelo envolvendo temperatura e precipitação, para as cidades de (a) Caratinga, (b) Lavras e (c) Sete Lagoas.	121
Figura 64 – Evolução da população f_2 considerando dados meteorológicos de Lavras e conjunto de parâmetros obtidos via AGRP referentes à Caratinga.	122

Figura 65 – Comparação entre as séries temporais representativas de f_2 , obtidas via simulação computacional, com a série temporal representativa de IMFA. Em (a), (e) e (i) foram considerados dados de apenas uma cidade, conforme as legendas. Nos demais itens, os resultados do AGRP da primeira cidade da legenda foram utilizados para obter as séries de f_2 da segunda cidade da legenda.	123
Figura 66 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes aegypti</i> , considerando parâmetros entomológicos do vetor dependentes de variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura).	127

Lista de Tabelas

Tabela 1	– Testes estatísticos utilizados ao longo deste trabalho.	43
Tabela 2	– Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de precipitação referente à cidade de Caratinga.	55
Tabela 3	– Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de temperatura referente à cidade de Caratinga.	56
Tabela 4	– Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de IMFA referente à cidade de Caratinga.	57
Tabela 5	– Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de precipitação referente à cidade de Lavras.	58
Tabela 6	– Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de temperatura referente à cidade de Lavras.	59
Tabela 7	– Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de IMFA referente à cidade de Lavras.	60
Tabela 8	– Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de precipitação referente à cidade de Sete Lagoas.	61
Tabela 9	– Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de temperatura referente à cidade de Sete Lagoas.	62

Tabela 10 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de IMFA referente à cidade de Sete Lagoas.	63
Tabela 11 – Ordem dos modelos autorregressivo ajustados aos dados de Precipitação, Temperatura e IMFA, para cada uma das três cidades estudadas.	64
Tabela 12 – Testes de causalidade de Granger para precipitação e IMFA e temperatura e IMFA, considerando dados da cidade de Caratinga, MG.	68
Tabela 13 – Testes de causalidade de Granger para precipitação e IMFA e temperatura e IMFA, considerando dados da cidade de Lavras, MG.	68
Tabela 14 – Testes de causalidade de Granger para precipitação e IMFA e temperatura e IMFA, considerando dados da cidade de Sete Lagoas, MG.	68
Tabela 15 – Informação mútua entre precipitação e IMFA e entre temperatura e IMFA para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.	70
Tabela 16 – Modelos descritivos para dados de IMFA de Lavras em função dos preditores meteorológicos precipitação e temperatura. RMSE dos modelos considerando diferentes defasagens e número de coeficientes ajustados por Levenberg-Marquardt aos dados IMFA.	72
Tabela 17 – Resumo dos resultados para Caratinga, MG.	74
Tabela 18 – Resumo dos resultados para Lavras, MG.	74
Tabela 19 – Resumo dos resultados para Sete Lagoas, MG.	75
Tabela 20 – Coeficientes para o modelo enzimático de Sharpe e DeMichele (1977) apud Focks et al. (1993b) relacionando taxas de desenvolvimento do <i>Ae. aegypti</i> à temperatura.	79
Tabela 21 – Parâmetros para o desenvolvimento embrionário do <i>Ae. aegypti</i> em função da temperatura (FARNESI et al., 2009).	80
Tabela 22 – Taxas de fertilidade (viabilidade) e mortalidade de ovos de <i>Ae. aegypti</i> mantidos sob diferentes condições de temperatura e umidade (COSTA et al., 2010).	81
Tabela 23 – Taxa de transição da fase aquática para fase adulta (π_q) considerando diversas temperaturas (YANG et al., 2009).	81
Tabela 24 – Taxa de mortalidade da fase aquática (μ_q) considerando diversas temperaturas (YANG et al., 2009).	82
Tabela 25 – Taxa de oviposição (ϕ) e mortalidade de fêmeas adultas (μ_F) considerando diversas temperaturas (YANG et al., 2009).	82
Tabela 26 – Taxa de transição da fase aquática para alada do <i>Ae. aegypti</i> , considerando a duração de cada um dos seus quatro estágios larvais e do estágio de pupa (RUEDA et al., 1990).	83

Tabela 27 – Duração (dias) das fases de ovo, larva e pupa, acompanhadas da taxa de transição (dias^{-1}) de ovo para fase aquática (α_1) e da fase aquática para adulta (α_2), considerando populações de <i>Ae. aegypti</i> da Paraíba, em cinco temperaturas (BESERRA et al., 2006).	83
Tabela 28 – Viabilidade (%) e taxa de mortalidade (dias^{-1}) das fases de ovo, larva e pupa, considerando populações de <i>Ae. aegypti</i> da Paraíba, em cinco temperaturas (BESERRA et al., 2006).	84
Tabela 29 – Longevidade, L(dias); número de ovos por fêmeas, N; taxa de oviposição, ϕ (dias^{-1}) e taxa de mortalidade de fêmeas adultas, μ_F (dias^{-1}), considerando populações de <i>Ae. aegypti</i> da Paraíba, em cinco temperaturas (BESERRA et al., 2006).	84
Tabela 30 – Duração (dias) das fases de ovo, larva e pupa, acompanhadas da taxa de transição (dias^{-1}) de ovo para fase aquática (α_1) e da fase aquática para adulta (α_2), considerando populações de <i>Ae. aegypti</i> da Paraíba, em seis temperaturas (BESERRA et al., 2009).	85
Tabela 31 – Viabilidade (%) e taxa de mortalidade (dias^{-1}) das fases de ovo, larva e pupa, de populações de <i>Ae. aegypti</i> da Paraíba, em seis temperaturas (BESERRA et al., 2009).	85
Tabela 32 – Longevidade, L(dias); número de ovos por fêmeas, N; taxa de oviposição, ϕ (dias^{-1}) e taxa de mortalidade de fêmeas adultas, μ_F (dias^{-1}), considerando populações de <i>Ae. aegypti</i> da Paraíba, em seis temperaturas (BESERRA et al., 2009).	85
Tabela 33 – Faixa de parâmetros adotados no sistema 16.	86
Tabela 34 – Faixa de parâmetros adotados no sistema 18	88
Tabela 35 – Temperatura ótima, representada por T_{op} , e coeficientes para os polinômios, representados por a_i tal que $i = 0, 1, 2, 3, 4$, referentes à parametrização da temperatura.	96
Tabela 36 – Intervalo de variação dos parâmetros entomológicos em função da precipitação.	101
Tabela 37 – Intervalo de variação de x e y para cada parâmetro do modelo, referentes aos Experimentos 1 e 2.	105
Tabela 38 – Intervalo de variação de u e v para cada parâmetro do modelo, referentes aos Experimentos 3 e 4.	106
Tabela 39 – Parâmetros do Algoritmo Genético Real Polarizado utilizados durante a execução do Experimento 1.	108
Tabela 40 – Valor ótimo de cada uma das variáveis de decisão do experimento 1.	110
Tabela 41 – Parâmetros do Algoritmo Genético Real Polarizado utilizados durante a execução dos Experimento 2-4.	110
Tabela 42 – Valores ótimos das variáveis de decisão dos experimentos 2, 3 e 4.	111

Tabela 43 – Valores ótimos obtidos via algoritmo genético real polarizado nos experimento de 1 a 4.	112
Tabela 44 – Parâmetros do Algoritmo Genético Real Polarizado.	115
Tabela 45 – Valores ótimos das variáveis de decisão do algoritmo genético real polarizado para Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.	117
Tabela 46 – Valores correspondentes ao resultado ótimo do algoritmo genético real polarizado para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.	119
Tabela 47 – Erros entre curvas geradas computacionalmente e IMFA, considerando cruzamentos entre as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, duas a duas.	124

Lista de Abreviaturas e Siglas

AGO	Autocidal Gravid Ovitrap
AIC	Critério de Informação de Akaike
CHIKV	Vírus da chikungunya
DENV	Vírus da dengue
FUNASA	Fundação Nacional de Saúde
GAR	Gravid Aedes Trap
IMFA	Índice Médio de Fêmeas Aedes
IOC	Instituto Oswaldo Cruz
LI	Levantamento de Índices
MS	Ministério da Saúde
PAr	Pesquisa em Armadilhas
PE	Pesquisa em Pontos Estratégicos
PEAa	Plano de Erradicação do <i>Aedes aegypti</i>
PIACD	Plano de Intensificação das Ações de Controle da Dengue
PNCD	Plano Nacional de Controle da Dengue
WHO	World Health Organization
YFV	Vírus da febre amarela
ZIKV	Vírus da zika

Sumário

1 – Introdução	21
1.1 Justificativa	21
1.2 Motivação	23
1.3 Objetivos	23
1.4 Organização do trabalho	24
2 – <i>Aedes aegypti</i>	25
2.1 Biologia do <i>Aedes aegypti</i>	25
2.1.1 Ovo	25
2.1.2 Larva	26
2.1.3 Pupa	27
2.1.4 Adulto	27
2.2 Importância do <i>Aedes aegypti</i> em saúde pública	28
2.3 Controle do <i>Aedes aegypti</i>	30
2.4 Monitoramento do <i>Aedes aegypti</i>	32
2.5 MosquiTRAP [®] e MI- <i>Aedes</i> [®]	33
2.5.1 MosquiTRAP [®]	33
2.5.2 MI- <i>Aedes</i> [®]	34
3 – Dados	36
3.1 Área de Estudo	36
3.1.1 Caratinga	36
3.1.2 Lavras	37
3.1.3 Sete Lagoas	37
3.2 Dados Meteorológicos	38
3.3 Dados de Monitoramento Entomológico	40
3.4 Métodos	42
3.4.1 Estatística	42
3.4.2 Modelagem Matemática	43
4 – Análise Estatística: Estudo da Relação de Dependência entre Variáveis Meteorológicas e População de <i>Aedes aegypti</i>	44
4.1 Introdução	44
4.2 Multicolinearidade	45
4.3 Correlação Cruzada	50
4.4 Modelos Autorregressivos	53

4.4.1	Caratinga	54
4.4.2	Lavras	57
4.4.3	Sete Lagoas	60
4.5	Correlação Cruzada com <i>Whitening</i>	63
4.6	Causalidade de Granger	66
4.7	Informação Mútua	69
4.8	Modelos Descritivos	70
4.9	Discussão	73
5 – Modelo Entomológico para a População de <i>Aedes aegypti</i> sob Influência de Variáveis Meteorológicas		
		76
5.1	Epidemiologia Matemática	76
5.2	Trabalhos Relacionados	77
5.3	Modelagem Matemática	88
5.3.1	Pontos de Equilíbrio	90
5.3.2	Análise de Estabilidade	91
5.4	Parametrização	95
5.4.1	Temperatura	95
5.4.2	Precipitação	101
5.5	Experimentos Computacionais	102
5.5.1	CASO 1: Experimentos 1 e 2	103
5.5.2	CASO 2: Experimentos 3 e 4	105
5.5.3	Experimento 5	106
5.6	Resultados Preliminares	108
5.7	Resultados Finais	114
5.8	Validação do Modelo Proposto	119
5.9	Análise de Robustez	122
5.10	Considerações Finais	124
6 – Conclusões		
		126
6.1	Principais Contribuições	126
6.2	Trabalhos futuros	127
Referências		
		128
Apêndices		
		135
APÊNDICE A – Otimização		
		136

1 Introdução

O termo “vírus transmitidos por artrópodes” foi introduzido em 1942, para descrever um grupo de vírus que se multiplicaram em um artrópode e foram transmitidos a um hospedeiro vertebrado (WHO, 1985). Atualmente tais vírus são conhecidos por “arbovírus” e se mantêm na natureza através de ciclos complexos envolvendo vetores artrópodes (principalmente mosquitos e carrapatos). Após a infecção, transmitem esses micro-organismos ao se alimentarem de sangue animal (principalmente de aves e mamíferos). A infecção de novos artrópodes, após se alimentarem de animais virêmicos, completa o ciclo. Pode ocorrer também a transmissão vertical, via transovariana, na qual o artrópode progenitor transmite o vírus para sua prole (FIGUEIREDO, 2007).

Os arbovírus desenvolveram várias estratégias para garantir sua dispersão e sobrevivência a longo prazo. Entre elas, podemos destacar a capacidade de se manterem por meses ou até anos em ovos de mosquitos aguardando a chegada da estação chuvosa, quando ocorre a eclosão das larvas destes mosquitos (SILVA, 1998).

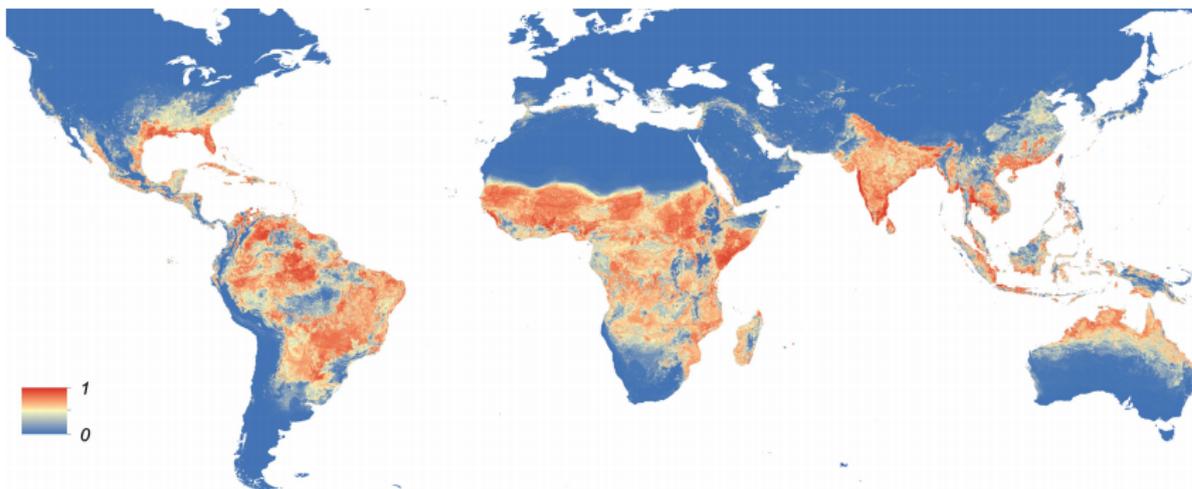
Os mosquitos estão entre os animais mais mortais do mundo devido à sua capacidade de transportar e espalhar doenças para os seres humanos, causando milhões de mortes todos os anos. Existem diferentes tipos de mosquitos e alguns têm a capacidade de transportar diversas doenças (WHO, 2019b). Quatro famílias de vírus (*Togaviridae*, *Flaviviridae*, *Bunyaviridae* e *Reoviridae*) contém a maioria dos arbovírus que causam doenças humanas/animais, sendo que os mosquitos *Aedes* e *Culex* são as espécies mais frequentemente associadas à transmissão de arbovírus aos seres humanos (115 e 105 tipos de arbovírus, respectivamente) (LIANG; GAO; GOULD, 2015). No Brasil, mais de 200 espécies diferentes de arbovírus foram isoladas e cerca de 40 causam doenças humanas (FIGUEIREDO, 2007). Um dos mosquitos de grande importância no cenário mundial é o *Aedes aegypti*, que será o foco deste trabalho.

1.1 Justificativa

O *Aedes (Stegomyia) aegypti* (*Ae. aegypti* será adotado daqui em diante), espécie de mosquito da família *Culicidae*, é o principal vetor do vírus da dengue (DENV), do vírus da febre amarela (YFV), vírus da zika (ZIKV) e vírus da chikungunya (CHIKV) (KAMAL et al., 2018; WHO, 2018; WHO, 2019a). A presença do vetor em determinada região está intimamente relacionada aos fatores meteorológicos, como temperatura, precipitação, umidade e ventos, atuando na produtividade de locais de reprodução, processos metabólicos, comportamento, etc (RIBEIRO et al., 2006).

O *Ae. aegypti* está presente, principalmente, nas regiões tropicais e subtropicais do mundo (Figura 1), devido às condições climáticas favoráveis ao desenvolvimento do vetor (BARRETO; TEIXEIRA, 2008). Estudos mostram que o ciclo de vida do mosquito é influenciado por fatores

como temperatura (BESERRA et al., 2006; BESERRA et al., 2009), precipitação (NETO; REBÊLO, 2004; KOENRAADT; HARRINGTON, 2008), umidade (COSTA et al., 2010) e ventos (SOUZA-SANTOS; CARVALHO, 2000; GOMES; SCIAVICO; EIRAS, 2006).



Fonte: Kraemer et al. (2015)

Figura 1 – Mapa global da distribuição de *Aedes aegypti* em 2015 considerando a probabilidade de ocorrência de 0 (azul) até 1 (vermelho), com uma resolução espacial de 5km X 5km.

O aumento da precipitação em uma determinada região provoca o aumento da quantidade de criadouros disponíveis para o vetor e, conseqüentemente, o aumento da população (NETO; REBÊLO, 2004). De fato, não há somente o aumento do número de criadouros, mas também o aumento do nível de água dos criadouros existentes, o que promove a eclosão de ovos depositados na parte seca dos criadouros. É natural supor que temperatura, precipitação e umidade guardem uma relação causal com a dinâmica da população de mosquitos. A observação de trabalhadores dos programas de monitoramento é que a população de mosquitos sobe poucas semanas depois das chuvas. Por outro lado, a observação de insetos demonstra agitação e aumento do *fitness* reprodutivo em momentos que antecedem precipitação. Apesar da precipitação ser um fator que influencia a população de *Ae. aegypti*, ainda há uma carência de estudos sobre dados que confirmem essa influência.

A relação de dependência existente entre o ciclo de vida do *Ae. aegypti* e a temperatura está fortemente consolidada na literatura, já a relação ciclo de vida do *Ae. aegypti* e precipitação não está consolidada. Existe uma relação entre as chuvas e a população do vetor que não está suficientemente explorada, não se conhece a dependência das taxas de desenvolvimento dos estágios do ciclo do mosquito com a precipitação. Desejamos investigar a relação causal entre variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura) e população de fêmeas *Ae. aegypti*.

1.2 Motivação

O *Ae. aegypti* está associado à transmissão de diversas arboviroses como dengue, chikungunya, zika e febre amarela. O controle ambiental é preconizado pela Organização Mundial de Saúde (OMS), então faz-se necessário entender o ciclo de vida do vetor e como este é influenciado pelos fatores meteorológicos (precipitação e temperatura). Assim, é possível tornar os métodos de monitoramento e controle do vetor em regiões infestadas mais eficientes, minimizando o custo e principalmente os impactos das doenças na população humana.

A conexão entre fatores meteorológicos e climáticos e as taxas de desenvolvimento dos estágios do ciclo de vida do *Ae. aegypti* é bem conhecida (FOCKS et al., 1993b; GUBLER, 2002). Tal conexão produz um padrão sazonal para o *Ae. aegypti* e, conseqüentemente, para o número de casos de doenças transmitidas por ele. Com o aumento dos índices pluviométricos e das temperaturas, aumentam-se as taxas de reprodução e de sobrevivência do vetor, o que acarreta o aumento considerável da população. A adaptabilidade do *Ae. aegypti* aos ambientes urbanos e aos hábitos sociais humanos geram condições que o mosquito sobreviva e produza infecções mesmo no inverno, o que lhe garante a manutenção do ciclo ao longo de todo o ano. Neste contexto, os fatores meteorológicos e climáticos causam modulação sazonal na população do mosquito. Portanto, o conhecimento da influência dos fatores meteorológicos é importante para possibilitar maior efetividade no processo de controle do vetor e, conseqüentemente, de epidemias.

Uma série de modelos matemáticos para descrever a população de *Ae. aegypti* com base em variáveis meteorológicas associadas ao seu ciclo de vida são desenvolvidos (FOCKS et al., 1993a; OTERO; SOLARI; SCHWEIGMANN, 2006; YANG et al., 2009; BARSANTE, 2012; CORDEIRO, 2015; CORDEIRO et al., 2021). É de interesse saber qual das séries temporais, considerando temperatura, precipitação e umidade, tem influência relativa mais importante sobre a infestação de mosquitos. Ou ainda, saber qual destas séries pode ser um indicador efetivo para predição do fenômeno do aumento da população. De posse desta informação, podemos desenvolver modelos matemáticos que se utilizam destas séries para fazer previsão das populações de *Ae. aegypti*. A fim de determinar as relações de dependência e lançar luz sobre relações causais entre estas séries e a série de número de fêmeas capturadas, este estudo lança mão de técnicas usadas em Teoria da Informação e Neurociências para, em seguida, propor um modelo matemático para descrever o ciclo do vetor, considerando apenas as séries temporais que, de fato, são relevantes.

1.3 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral investigar as relações de dependência e buscar possíveis relações causais entre variáveis meteorológicas (temperatura e precipitação) e variação da população de fêmeas adultas de *Ae. aegypti*, utilizando tratamento de dados e um modelo

matemático entomológico. Com os resultados obtidos, pretende-se que seja possível prever, com alguma segurança, a população de fêmeas do vetor conhecendo-se apenas os dados meteorológicos de uma determinada região. Os objetivos específicos são:

- Analisar a correlação cruzada entre séries temporais representativas de variáveis meteorológicas (temperatura e precipitação) e população de fêmeas adultas de *Ae. aegypti*.
- Fazer um estudo detalhado de como o ciclo de vida do vetor depende da temperatura.
- Validar o modelo matemático proposto, comparando a população de fêmeas adultas gerada em experimento computacional (experimento *in silico*) com a população experimental (*in vivo*).

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho é composto por seis capítulos. No [Capítulo 1](#), é feita uma introdução ao tema que será abordado, destacando a motivação e os objetivos deste trabalho. No [Capítulo 2](#) destaca-se as características do *Ae. aegypti*, como ciclo de vida e formas de monitoramento e controle do vetor. Em seguida, no [Capítulo 3](#), são descritos os dados que serão utilizados nos capítulos subsequentes. No [Capítulo 4](#) é feito um estudo estatístico para avaliar uma possível dependência e buscar possíveis relações causais entre variáveis meteorológicas e variação da população de fêmeas *Ae. aegypti*. Na sequência, o [Capítulo 5](#) traz um modelo epidemiológico que descreve a dinâmica do ciclo de vida do vetor, considerando parâmetros dependentes de precipitação e temperatura. Para avaliar a adequabilidade do modelo, são usados dados de captura de fêmeas do mosquito em campo. A conclusão do trabalho e os trabalhos futuros estão descritos no [Capítulo 6](#).

2 *Aedes aegypti*

O *Aedes aegypti* é oriundo do Velho Mundo, mais especificamente do Egito, e se espalhou pelas regiões tropicais e subtropicais do mundo, compreendidas principalmente entre os paralelos 35 °N e 35 °S. A espécie já foi encontrada até a latitude de 45 °N, no entanto, são registros esporádicos que ocorrem apenas durante a estação quente (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994; FUNASA, 2001).

No Brasil, o *Ae. aegypti* foi introduzido durante o período colonial (até o século XVIII), provavelmente trazido em embarcações que transportavam escravos. Devido a sua importância como vetor da febre amarela urbana, foi intensamente combatido, tendo sido considerado erradicado no território nacional nas décadas de 1950 e 1960. O sucesso da erradicação trouxe uma despreocupação quanto à vigilância entomológica do mosquito. No entanto, em países vizinhos como as Guianas e a Venezuela, dentre outros, não houve a erradicação. Assim, em meados dos anos setenta, a urbanização intensa e desorganizada no país favoreceu a disseminação do *Ae. aegypti* que voltou a ser preocupação no Brasil (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994; MENDONÇA; SOUZA; DUTRA, 2009). Segundo o Instituto Oswaldo Cruz (IOC), o *Ae. aegypti* está presente em todos os estados brasileiros (IOC, 2020).

Neste capítulo abordamos alguns aspectos relacionados à biologia do *Ae. aegypti*, a importância do vetor na saúde pública, destacando as principais doenças transmitidas por ele e, finalmente, algumas formas de monitoramento e controle do mosquito.

2.1 Biologia do *Aedes aegypti*

A espécie *Aedes (Stegomyia) aegypti* (Linnaeus, 1762) pertencente à família Culicidae (latim *culex* = mosquito) é conhecida, popularmente, por mosquitos, pernilongos, muriçocas, mossorongos, sovelas, mosquitos-prego, etc. (NEVES et al., 2005).

O *Ae. aegypti* se desenvolve por metamorfose completa (FUNASA, 2001) e seu ciclo de vida apresenta dois ambientes distintos: aquático, compreendendo as fases de ovo, larva (quatro estágios = L1, L2, L3 e L4) e pupa, e aéreo, compreendendo a fase alada (adulto) do vetor (NEVES et al., 2005), conforme ilustrado na Figura 2.

2.1.1 Ovo

Os ovos do *Ae. aegypti* têm formato alongado e fusiforme, são de cor preta¹ e muito pequenos, medindo aproximadamente 1mm. São depositados um a um pela fêmea nas paredes internas, preferencialmente próximos a linha d'água, de recipientes como latas e garrafas vazias, pneus, calhas, caixas d'água descobertas, pratos sob vasos de plantas, dentre outros que possam

¹ No momento da postura são brancos, mas, rapidamente, adquirem a cor preta.

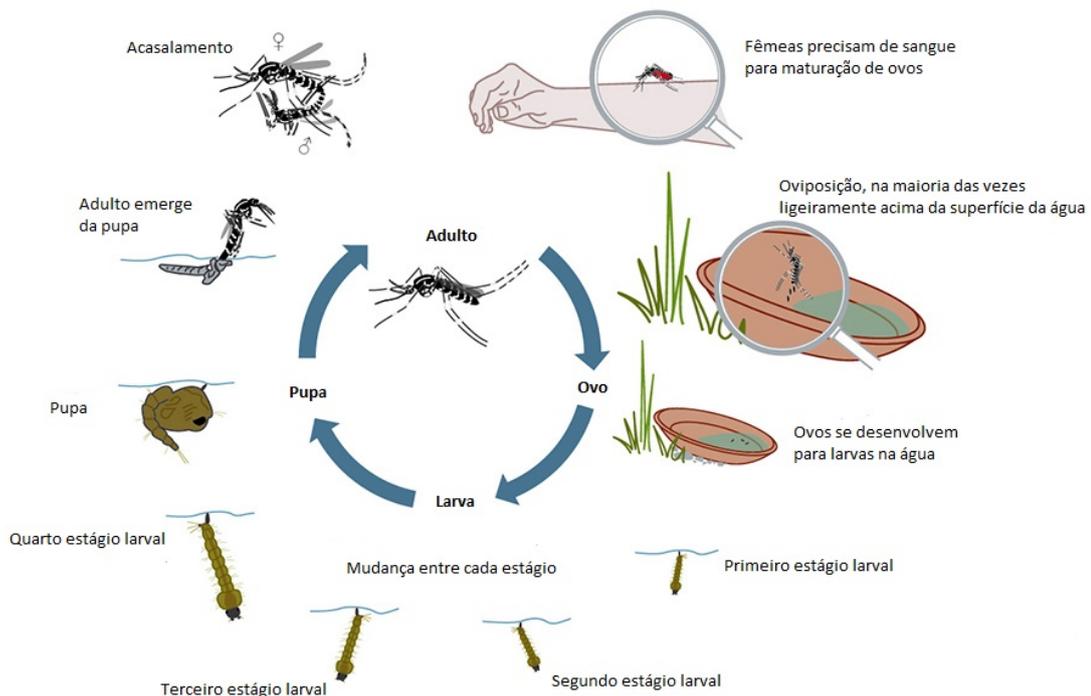


Figura 2 – Ciclo de vida do *Aedes aegypti*.

Fonte: <http://awarenessofdenguessmktj.blogspot.com.br/2015/11/denguefever.html> (acesso em 12/03/2017)

servir como criadouros (FUNASA, 2001). Apenas uma cópula é suficiente para que a fêmea produza de 60 a 120 ovos que serão fertilizados ao longo da sua vida. Os espermatozoides do macho são armazenados na fêmea em uma espermatoteca. A fecundação só ocorre no momento da postura (NEVES et al., 2005). Os ovos aderem-se fortemente às paredes do criadouro, e quando o nível da água do recipiente sobe, devido a chuva ou ação do homem, os ovos entram em contato com o meio líquido, eclodem e dão origem às larvas (TAVEIRA et al., 2001).

Em condições favoráveis, o desenvolvimento do embrião se completa entre 2 e 4 dias. Após o desenvolvimento embrionário completo, os ovos são capazes de resistir a longos períodos de dessecação. Já observou-se a eclosão de ovos com até 450 dias de dessecação, quando colocados em contato com a água. Essa capacidade de resistência dos ovos é um sério obstáculo para erradicação da espécie, pois o principal meio de dispersão do inseto é seu transporte por grandes distâncias, em recipientes secos (dispersão passiva) (FUNASA, 2001).

2.1.2 Larva

As larvas são aquáticas e compõem o período de alimentação e crescimento. A larva do *Ae. aegypti* é composta por cabeça, tórax e abdômen e se desenvolve em quatro estágios. A passagem de um estágio para outro se dá por meio de troca de pele, com aumento de tamanho, consequentemente, as larvas de 3^o a 4^o estágio são maiores e facilmente visíveis (FUNASA, 2001; TAVEIRA et al., 2001).

As larvas nadam ativamente e alimentam-se principalmente de resíduos de material

orgânico acumulado nas paredes e no fundo dos recipientes. Respiram colocando um sifão respiratório localizado posteriormente no corpo acima da superfície da lâmina da água. A duração dessa fase depende da temperatura, disponibilidade de alimento e densidade larvária no recipiente. Em condições ótimas esta fase não ultrapassa 5 dias. Já em baixa temperatura e escassez de alimento, pode prolongar-se por várias semanas (FUNASA, 2001; TAVEIRA et al., 2001).

2.1.3 Pupa

Na fase de pupa ocorre a metamorfose do estágio larval para o adulto. As pupas não se alimentam e ficam a maior parte do tempo imóveis, flutuando logo abaixo do nível da água e respirando através das duas trompas respiratórias. Após um período que varia de 1 a 3 dias, emerge o mosquito adulto (FUNASA, 2001; TAVEIRA et al., 2001; NEVES et al., 2005).

2.1.4 Adulto

O mosquito adulto é preto com listras e manchas brancas e representa a fase alada e reprodutora do inseto (TAVEIRA et al., 2001). Após emergir do estado pupal, o inseto pousa sobre as paredes do criadouro, onde permanece por algumas horas, até que ocorra o endurecimento do exoesqueleto, das asas e, apenas no caso dos machos, a rotação da genitália em 180°. Cerca de 24 horas após emergirem, machos e fêmeas já podem acasalar. O acasalamento acontece durante os primeiros voos, podendo, ocasionalmente, acontecer sobre uma superfície. Uma única inseminação é suficiente para fecundar todos os ovos que a fêmea venha a produzir ao longo de sua vida. Os mosquitos adultos vivem em média de 30 a 35 dias na natureza (FUNASA, 2001).

O adulto macho alimenta-se de fluidos de plantas, como o néctar. Já as fêmeas, além desses fluidos, necessitam de sangue para a maturação dos ovos (TAVEIRA et al., 2001). Ela é eclética em relação à fonte sanguínea para alimentação, mas o homem é a sua principal fonte, já que o *Ae. aegypti* adapta-se bem ao ambiente urbano, mantendo um estreito relacionamento com o homem (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994; TAVEIRA et al., 2001). A espécie é considerada, entre os culicídeos, como a mais associada ao homem (NATAL, 2002). A domesticidade do *Ae. aegypti* também se deve ao fato de ambos os sexos serem encontrados em proporções semelhantes, dentro das residências e nas regiões peridomiciliares (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994).

O vetor possui hábitos diurnos. As fêmeas têm picos de atividades hematófagas no amanhecer e pouco antes do crepúsculo vespertino. No entanto, ataca o homem a qualquer hora do dia. À noite, embora raramente, pica o homem se este se aproximar do seu abrigo. Os machos também têm hábitos diurnos, pois seguem as fêmeas para efetuarem a cópula (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994).

Na maioria das vezes, as picadas ocorrem no intradomicílio. As fêmeas do vetor picam o homem principalmente nos pés e na parte inferior das pernas, em voos próximos ao solo (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994; NATAL, 2002). A fêmea é muito ágil, dificilmente são notadas ao picar (NATAL, 2002). Se o hospedeiro faz algum movimento, mesmo que suave, a fêmea o

abandona, voltando a atacá-lo depois de cessado o perigo, ou procurando outra vítima. Assim, uma só fêmea infectada pode transmitir o(s) vírus(s) para diversos hospedeiros, enquanto procura alimentar-se satisfatoriamente (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994; FUNASA, 2001).

A oviposição acontece, geralmente, no fim da tarde. Frequentemente, a fêmea faz uma postura após cada repasto sanguíneo, podendo picar mais de uma vez entre duas sucessivas posturas, se for perturbada antes de estar completamente cheia de sangue. A fêmea distribui cada postura em diversos recipientes (FUNASA, 2001).

A capacidade de dispersão do *Ae. aegypti* pelo voo é pequena, poucas vezes excedendo 100 metros. É comum que a fêmea passe toda sua vida nas proximidades do local em que nasceu, se houver hospedeiros. No entanto, uma fêmea grávida pode voar até 3 km em busca de um local adequado para colocar seus ovos (FUNASA, 2001).

2.2 Importância do *Aedes aegypti* em saúde pública

Os arbovírus (ARthropod BORne VIRUS) são vírus transmitidos por artrópodes, geralmente por mosquitos hematófagos (DONALISIO; FREITAS; ZUBEN, 2017). Os arbovírus são motivo de preocupação para a saúde pública mundial, com impactos clínicos, econômicos e sociais (DONALISIO; FREITAS; ZUBEN, 2017; TEICH; ARINELLI; FAHHAM, 2017; GUSMÃO; PATRIOTA; CARVALHO, 2019). Esse conjunto é composto por centenas de vírus, sendo que os mais importantes para a saúde humana são os transmitidos por culicídeos, destacando-se os dos gêneros *Aedes* e *Culex* (LIANG; GAO; GOULD, 2015; DONALISIO; FREITAS; ZUBEN, 2017).

As arboviroses representam um crescente problema de saúde pública mundial principalmente devido ao seu potencial de dispersão, à capacidade de adaptação a novos ambientes e hospedeiros, à possibilidade de causar epidemias e à ocorrência do elevado número de casos graves (LIANG; GAO; GOULD, 2015; DONALISIO; FREITAS; ZUBEN, 2017).

O *Ae. aegypti* está definitivamente estabelecido nas Américas, devido, principalmente, a mudanças climáticas, desmatamentos, urbanização desorganizada, serviços sanitários deficientes e expansão de habitats vetoriais adequados (DONALISIO; FREITAS; ZUBEN, 2017; KAMAL et al., 2018). O enfrentamento das arboviroses transmitidas pelo vetor deve envolver diversos setores da sociedade, não apenas a área da saúde (DONALISIO; FREITAS; ZUBEN, 2017).

No Brasil, os arbovírus de maior circulação são DENV, CHIKV e ZIKV, além do vírus da YFV, todos transmitidos, principalmente, pelo *Ae. aegypti* (CAVALCANTE; TAUIL, 2017). Em 2019 (30/12/2018 a 30/12/2019) foram notificados 1.544.987 casos prováveis² de dengue e confirmados 782 óbitos. No mesmo período, foram notificados 132.205 casos prováveis de chikungunya e confirmados 92 óbitos. Além disso, foram notificados 10.768 casos prováveis de Zika e confirmados 3 óbitos, no período de 30/12/2018 a 16/12/2019 (MS, 2020a). Em relação à

² Casos prováveis: casos notificados exceto descartados.

febre amarela, mesmo havendo vacina, durante o monitoramento (julho/2019 a janeiro/2020), foram notificados 327 casos humanos suspeitos e apenas 1 óbito confirmado (MS, 2020b).

Ao longo das 53 semanas epidemiológicas de 2020 (29/12/2019 a 02/01/2021) foram notificados 987.173 casos prováveis de dengue no Brasil e confirmados 554 óbitos. Na Figura 3 temos os dados de casos prováveis de dengue, por semana epidemiológica, referentes aos anos de 2019 e 2020. Até a semana epidemiológica 11, a curva dos casos prováveis no ano de 2020 ultrapassa o número de casos referente ao mesmo período de 2019. No entanto, a partir da semana epidemiológica 12, podemos observar que a situação se inverteu, ou seja, a quantidade de casos prováveis de dengue em 2020 ficou abaixo da registrada em 2019. Neste período houve subnotificação de algumas doenças e esta redução pode estar associada ao contexto do enfrentamento da emergência da pandemia do coronavírus (covid-19), como, por exemplo, receio da população de procurar atendimento em uma unidade de saúde (MS, 2021b).

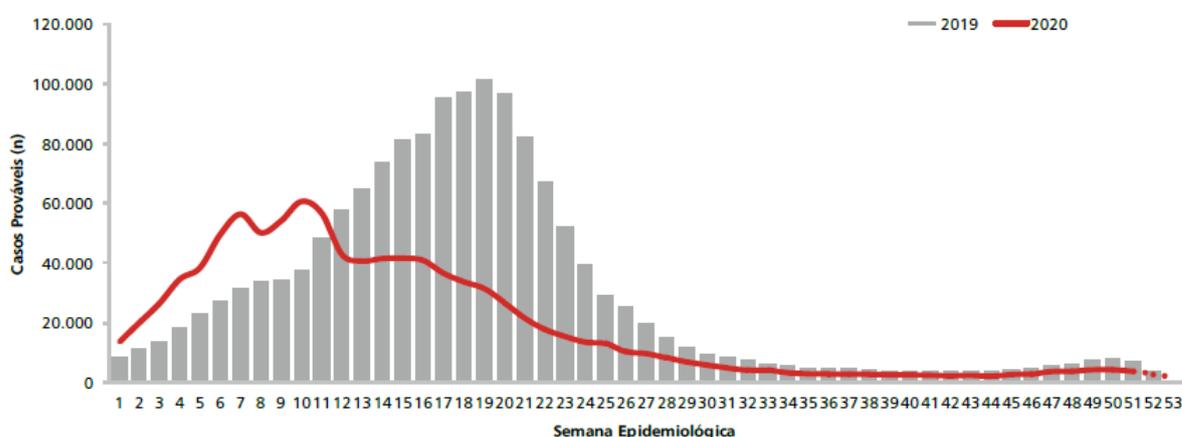


Figura 3 – Curva epidêmica dos casos prováveis de dengue no Brasil, por semanas epidemiológicas considerando o início dos sintomas, referentes aos anos de 2019 e 2020.

Fonte: Ministério da Saúde (MS, 2021b)

No Brasil, ainda considerando o ano de 2020, até a semana epidemiológica 53, foram notificados 82.419 casos prováveis de chikungunya e até a semana 51 foram notificados 7.387 casos prováveis de zika (MS, 2021b). Em 2021, no período de 03/01/2021 a 04/09/2021 (semanas epidemiológicas 1 a 35) foram notificados 465.897 casos prováveis de dengue. Comparando com o mesmo período de 2020, houve uma redução de 50,1% dos casos. No mesmo período, ocorreram 78.847 casos prováveis de chikungunya, um aumento de 22% dos casos em comparação com o mesmo período de 2020. No período de 03/01/2021 a 07/08/2021 (semanas epidemiológicas 1 a 31 de 2021) foram notificados 4.272 casos prováveis de zika, uma redução de 28,1% do número de casos, quando comparado ao número de casos notificados no mesmo período do ano de 2020 (MS, 2021a).

2.3 Controle do *Aedes aegypti*

O controle do *Ae. aegypti* é um desafio para países em desenvolvimento (DONALÍSIO; GLASSER, 2002; ZARA et al., 2016). No Brasil, em 1996, o Ministério da Saúde (MS) colocou em prática o *Plano de Erradicação do Ae. aegypti* (PEAa), com o objetivo de reduzir os casos de dengue hemorrágica. Embora os municípios tenham se esforçado, o objetivo não foi alcançado. Em 2001, o governo desistiu do plano de erradicação do vetor e implantou o *Plano de Intensificação das Ações de Controle da Dengue* (PIACD), com o objetivo de controlar a proliferação do vetor. Em 2002, foi elaborado o *Plano Nacional de Controle da Dengue* (PNCD), em função do aumento do risco de epidemias (ZARA et al., 2016); e com os objetivos de reduzir a infestação pelo *Ae. aegypti*, a incidência da dengue e a letalidade por febre hemorrágica de dengue (FUNASA, 2001). Em 2009, foram instituídas as *Diretrizes Nacionais para a Prevenção e Controle de Epidemias de Dengue* para auxiliar

estados e municípios na organização de suas atividades de prevenção e controle, em períodos de baixa transmissão ou em situações epidêmicas, contribuindo, dessa forma, para evitar a ocorrência de óbitos e para reduzir o impacto das epidemias de dengue (MS, 2009, p. 12).

Em todos os programas governamentais citados acima os principais mecanismos de controle são de natureza química com inseticidas ou mecânica com ação manual em criadouros e uso de materiais como anteparos, telas, armadilhas etc., mas existem diversos outros.

O controle do tipo biológico consiste em explorar as relações ecológicas das diversas espécies para reduzir a população de mosquitos. A relação pode ser de predação (peixes larvófagos, copépodos), parasitismo (nematóides), competição e de agentes patógenos (protozoários, fungos e vírus) que produzem enfermidades e toxinas (FUNASA, 2001). Os predadores do tipo peixe larvófagos são de fácil obtenção e manutenção, portanto, são indicados para bebedouros de grandes animais, fossos de elevador em obras, espelhos d'água/fontes ornamentais, piscinas abandonadas e depósitos de água não potável. Já os predadores como os copépodos não são de fácil aplicabilidade (DONALÍSIO; GLASSER, 2002). A bactéria do tipo *Bacillus thuringiensis israelensis* (Bti) é um larvicida biológico e seu mecanismo de atuação é baseado na produção de endotoxinas proteicas, que provocam a morte das larvas, quando ingeridas (MS, 2009). O Bti é eficaz na redução de larvas do *Aedes* em curto prazo, no entanto, não há evidências de sua eficácia em longo prazo (ZARA et al., 2016).

O controle do tipo químico consiste no uso de produtos químicos, que podem ser neurotóxicos, análogos de hormônio juvenil e inibidores de síntese de quitina, para matar larvas e insetos adultos (ZARA et al., 2016). O controle químico pode ser realizado basicamente de três formas:

- tratamento focal: eliminação das formas imaturas do vetor por meio da aplicação de um produto larvicida (químico ou biológico) nos potenciais criadouros que não possam ser eliminados mecanicamente e a flambagem da parede de recipientes não elimináveis que contenham ovos do mosquito (TEIXEIRA; BARRETO; GUERRA, 1999);

Quadro 1 – Tecnologias inovadoras para controle do *Aedes aegypti*: mecanismos, vantagens e benefícios, desvantagens e limitações.

Tecnologia	Mecanismo de controle vetorial	Principais vantagens e benefícios	Principais desvantagens e limitações
Abordagem eco-bio-social	Participação social no controle vetorial por meio do uso de ferramentas mecânicas.	É compatível com outras tecnologias, faz uso de ferramentas mecânicas, dispensa uso de inseticidas.	Depende do envolvimento de vários setores da sociedade; demanda recursos humanos; trata-se de processo educativo com resultados em médio e longo prazos; e necessita de ações recorrentes para garantir a sustentabilidade do método.
Mapeamento de risco	Ações específicas de controle vetorial em áreas de risco.	É compatível com outras tecnologias; permite análises mais precisas de situações de risco; auxilia na otimização de recursos.	É indicador de situação crítica, porém necessita de outras tecnologias para alcançar resultados satisfatórios; depende de várias fontes de dados e da qualidade dos dados secundários.
Compostos naturais	Atividade larvicida.	Constitui-se em alternativa para o controle químico; utiliza inseticidas mais seguros.	Há necessidade de estudos de eficácia e custo-efetividade em comparação ao controle químico.
Wolbachia	Bactéria que, ao colonizar os mosquitos, provoca esterilidade e redução da transmissão de arbovírus.	Faz uso de microrganismo natural; é autossustentável; dispensa sexagem dos mosquitos; não utiliza inseticidas e radiação.	As diferenças climáticas, protocolos de liberação de mosquitos, nível de urbanização e densidade humana podem limitar o potencial invasivo dos insetos nos locais de soltura.
Mosquitos dispersores de inseticida	Soltura de mosquitos impregnados com larvicida, que dispersam o produto em possíveis criadouros onde vão depositar seus ovos.	Favorece a otimização do uso de recursos humanos; é compatível com outras tecnologias; faz uso do larvicida já disponibilizado pelo Ministério da Saúde; os agentes estão familiarizados com o tipo de armadilha utilizada; os mosquitos levam larvicidas para criadouros não visíveis ou inacessíveis, que somente eles encontram.	Pode promover seleção de populações de mosquitos resistentes ao inseticida, requer uma formulação de inseticidas com concentração ideal em pequenas partículas.
Nebulização espacial intradomiciliar residual	Aplicação de inseticida residual em pontos específicos dentro dos domicílios.	Possui abrangência espacial e reduz a transmissão de doenças no momento do surto.	Pode promover seleção de populações resistentes ao inseticida; pode ser influenciada pela regulação da máquina; demanda agentes aplicadores treinados; existem apenas dois adulticidas disponíveis (piretroides e organofosforados).
Dispositivos com inseticidas	Ação adulticida por meio de dispositivos intradomiciliares de liberação lenta.	Mostra ação efetiva em 80% a 90% dos mosquitos adultos no ambiente.	Pode promover seleção de populações resistentes ao inseticida; ocorre limitação do efeito em ambientes amplos; exige substituição do dispositivo após perda do efeito do inseticida.
Mosquitos transgênicos	Produção de genes letais, esterilização de mosquitos ou introdução de gene que reduza ou bloqueie a transmissão de doenças.	Leva à redução do tempo de vida dos mosquitos; diminui a infestação de mosquitos; e dispensa uso de radiação.	Há necessidade de uso de tecnologias de sexagem dos mosquitos; depende do protocolo de soltura; requer produção e liberação constante de mosquitos no meio ambiente.
Irradiação	Esterilização de insetos por irradiação.	Reduz a infestação de mosquitos; dispensa o processo de sexagem dos mosquitos; e pode utilizar os equipamentos radiológicos já disponíveis no sistema de saúde.	Pode ocorrer substituição por população de mosquitos selvagens ao longo do tempo.
Wolbachia + irradiação	Esterilização de mosquitos e redução ou bloqueio de transmissão de patógenos.	Reduz o risco de substituição por mosquitos selvagens e reduz o risco de transmissão de patógenos; dispensa processo de sexagem.	As diferenças climáticas, protocolos de liberação de mosquitos, nível de urbanização e densidade humana podem limitar o potencial invasivo dos insetos nos locais de soltura; requer produção de mosquitos com Wolbachia e irradiados e constante liberação no meio ambiente.
Roupas impregnadas com inseticidas	Ação repelente e inseticida.	Trata-se de proteção individual; dispensa a reaplicação constante de repelentes e inseticidas; e pode ser utilizada por gestantes para tentar evitar casos de Zika e conseqüentes complicações neurológicas nos bebês.	Seleção de populações resistentes ao inseticida, contato dermatológico frequente com a substância química, produção e durabilidade da roupa, uso por crianças somente no horário de aula e nos dias letivos.
Telas impregnadas com inseticidas	Proteção mecânica, repelente e inseticida.	Combina controle mecânico e químico, e é compatível com outras tecnologias.	Pode promover a seleção de populações resistentes ao inseticida, requer instalação e manutenção das telas, há dificuldade de implantação em larga escala, dificuldade de fabricação, e apresentou pouca efetividade em locais com baixa infestação de mosquitos.

Fonte: Zara et al. (2016)

- tratamento perifocal: aplicação de uma camada de adulticida nas paredes internas e externas de recipientes preferenciais para oviposição, e no seu entorno. É indicado para localidades recém-infestadas como medida complementar ao tratamento focal em pontos estratégicos (TEIXEIRA; BARRETO; GUERRA, 1999; DONALÍSIO; GLASSER, 2002; ZARA et al., 2016);
- aplicação espacial de inseticidas a ultrabaixo volume: feito com equipamento portátil costal ou acoplado a veículos, tem como função específica eliminar formas adultas de *Ae. aegypti*. Esta técnica, indicada apenas para situações epidêmicas, pode ser utilizada no intra e peridomicílio (TEIXEIRA; BARRETO; GUERRA, 1999; ZARA et al., 2016).

O uso deste tipo de controle deve ser feito de forma racional, pois seu uso indiscriminado causa impactos ambientais e pode desenvolver a resistência do vetor aos produtos (MS, 2009).

O controle do tipo mecânico consiste, principalmente, na proteção, destruição ou destinação adequada de possíveis criadouros, drenagem de reservatórios e instalação de telas em portas e janelas (ZARA et al., 2016).

Além das formas de controles usuais, têm sido desenvolvidas tecnologias inovadoras como alternativas no controle do *Ae. aegypti*. Tais tecnologias encontram-se descritas, de forma sucinta, no Quadro 1, juntamente com suas vantagens/benefícios e suas desvantagens/limitações.

2.4 Monitoramento do *Aedes aegypti*

Segundo as *Diretrizes Nacionais para a Prevenção e Controle de Epidemias de Dengue*, a caracterização (ou monitoramento) entomológico é o conjunto das informações relativas ao vetor, tais como sua distribuição geográfica, índices de infestação e depósitos predominantes. Tais informações devem ser atualizadas constantemente, com o intuito de nortear ações de controle em regiões epidêmicas ou não (MS, 2009). O monitoramento é desenvolvido, basicamente, através de atividades de levantamento de índice, pesquisa em pontos estratégicos, pesquisa em armadilhas, pesquisa vetorial espacial e serviços complementares (FUNASA, 2001).

O Levantamento de Índices (LI) é realizado por pesquisa larvária para conhecer o grau de infestação, dispersão e densidade do vetor. A realização é bimensal nas regiões infestadas e quadrimestral nas não infestadas. A Pesquisa em Pontos Estratégicos (PE) é realizada em regiões onde há grande concentração de depósitos preferenciais para a oviposição do *Ae. aegypti*, como cemitérios, borracharias, depósitos de sucata ou materiais de construção, dentre outros. Os pontos estratégicos devem ser identificados, cadastrados e inspecionados quinzenalmente. A Pesquisa em Armadilhas (PAr) é realizada utilizando-se armadilhas (ovitampas e larvitampas) de oviposição, que são colocadas estrategicamente em localidades negativas, com o objetivo de atrair as fêmeas do vetor para a postura de ovos.

A Pesquisa Vetorial consiste na procura eventual do vetor, caso haja denúncia da sua presença em áreas não infestadas e também nos casos de suspeita de dengue ou febre amarela,

em área até então sem transmissão. Os Serviços Complementares são implementados quando alguma situação peculiar dificultar ou impedir a inspeção de depósitos pelo agente de rotina, como ocorre durante a vistoria de depósitos de difícil acesso, edifícios em construção, dentre outros. Nestes casos, o trabalho deve ser feito por equipes especiais, devidamente equipadas.

O monitoramento da população de fêmeas aladas do vetor pode ser realizado por meio da captura de vetores em uma determinada região. Esta técnica será descrita na seção seguinte, pois gera o índice que será utilizado nos capítulos seguintes deste trabalho.

2.5 MosquiTRAP[®] e MI-Aedes[®]

Historicamente, a vigilância de vetores transmissores de arboviroses, como o *Ae. aegypti*, concentrava-se nas fases imaturas do vetor. No entanto, o monitoramento da população adulta, principalmente fêmeas, faz-se necessário para avaliar o impacto das ações de controle. Além disso, trata-se de um indicador direto do risco de infecções por serem as fêmeas adultas as responsáveis pelas picadas. Assim, várias armadilhas foram desenvolvidas para monitorar populações de *Aedes* (EIRAS et al., 2018).

As armadilhas desenvolvidas para monitoramento de *Ae. aegypti* na fase alada podem ser divididas em duas classes: ativa e passiva. As armadilhas ativas utilizam dispositivo elétrico para capturar o vetor, como exemplo, tem-se a armadilha BG-Sentinel. Já as armadilhas passivas não fazem uso de eletricidade e são consideradas de baixo custo. Tais armadilhas usam funis ou cartões adesivos para capturar fêmeas grávidas, como exemplo, tem-se as armadilhas MosquiTRAP[®], *Gravid Aedes Trap (GAT)* e *Autocidal Gravid Ovitrap (AGO)* (EIRAS et al., 2018).

A armadilha MosquiTRAP[®] integra o sistema de monitoramento MI-Aedes[®], utilizado para obtenção de dados amostrais de população de fêmeas *Ae. aegypti* grávidas em determinada região. Ambos serão descritos abaixo pois foram usados para obter os dados amostrais que compõem este estudo.

2.5.1 MosquiTRAP[®]

A MosquiTRAP[®] é uma armadilha desenvolvida com base em estudos sobre o comportamento de fêmeas *Ae. aegypti* em fase de oviposição, com o objetivo de monitorar fêmeas *Ae. aegypti* grávidas. A armadilha consiste de um frasco preto fosco com 33cm de altura por 15cm de largura (Figura 4a), dividida em duas partes: a inferior que tem fundo vedado; e a superior, com uma abertura em forma de funil para facilitar a entrada dos mosquitos e impedir sua saída (Figura 4b). Na parte inferior são colocados aproximadamente 300 ml de água de torneira. Da linha de água até a parte superior é anexado um cartão adesivo inodoro, para segurar os mosquitos capturados. No cartão adesivo é anexado o dispositivo que libera o atrativo sintético de oviposição, *AtrAedes*[®], destacado na Figura 4b.

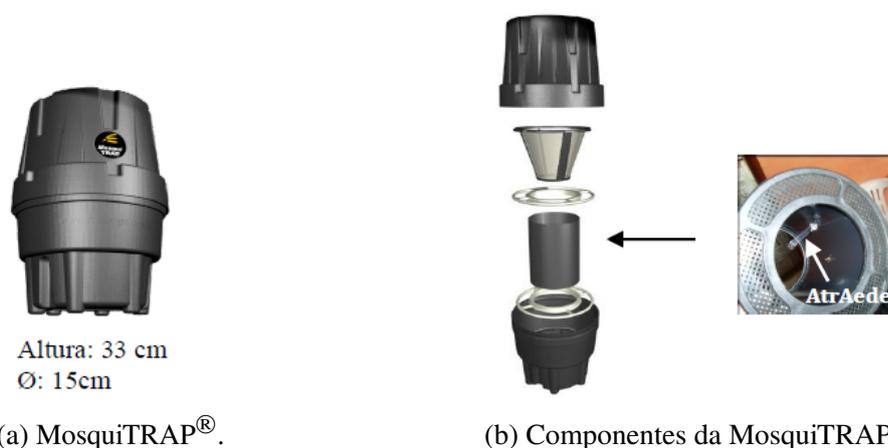


Figura 4 – (a) Armadilha MosquiTRAP[®] versão 3.0 e (b) Componentes da armadilha MosquiTRAP[®] (de cima para baixo): tampa, funil, suporte superior do cartão adesivo, cartão adesivo, suporte inferior do cartão adesivo, parte inferior. O destaque indica a localização do AtrAedes[®].

Fonte: Degener et al. (2014)

2.5.2 MI-Aedes[®]

O sistema informatizado de Monitoramento Inteligente do *Aedes*, MI-Aedes[®], consiste em um conjunto de ferramentas que permitem capturar e identificar o vetor adulto, registrando e enviando dados em planilhas eletrônicas e fornecendo índices entomológicos e mapas georreferenciados sobre as infestações, utilizando o software Geo-Dengue (Ecovec, Belo Horizonte, Brasil) (EIRAS; RESENDE, 2009). Fazem parte do MI-Aedes[®] as armadilhas MosquiTRAP[®], o atrante sintético de oviposição, a análise viral dos mosquitos e a geração de índices de infestação (ECOVEC, 2021).

As armadilhas MosquiTRAP[®] são instaladas no peridomicílio das residências (quintal da frente ou dos fundos), em local visível, altura máxima de 1,5 metros, protegidas do sol e da chuva, fora do alcance de animais domésticos e crianças (RESENDE; SILVA; EIRAS, 2010). As armadilhas são georreferenciadas por GPS e vistoriadas semanalmente pelos agentes de endemias equipados com celulares, que registram os dados de campo do *Ae. aegypti*. Os agentes realizam, em tempo real, a análise viral dos mosquitos capturados através da técnica de biologia molecular PCR, sendo possível a detecção dos vírus da dengue (sorotipos 1, 2, 3 e 4), zika e/ou chikungunya. Todo resultado do MI-Aedes[®] é geoprocessado e disponibilizado através de mapas, gráficos e tabelas, sendo possível prever o risco de epidemia (EIRAS; RESENDE, 2009; ECOVEC, 2021).

O sistema MI-Aedes[®] utiliza o Índice Médio de Fêmeas *Aedes* (IMFA) como indicador entomológico para classificar cada região do município que utiliza o sistema. O IMFA é dado por $IMFA = k/n$, sendo k o número de fêmeas *Ae. aegypti* capturadas em n armadilhas vistoriadas por semana epidemiológica em uma área de monitoramento. A predição de risco do município é classificada por verde ou satisfatória (IMFA abaixo de 0,15), amarela ou moderada (IMFA entre 0,15 e 0,30), laranja ou de alerta (IMFA entre 0,30 e 0,60), e vermelho ou crítica (IMFA igual ou

superior a 0.6) (ECOVEC, 2021). Na Figura 5 mostramos um exemplo de mapa disponibilizado pela empresa responsável pelo monitoramento, a Ecovec, que é atualizado em tempo real, de acordo com as vistorias realizadas pelos agentes de campo.

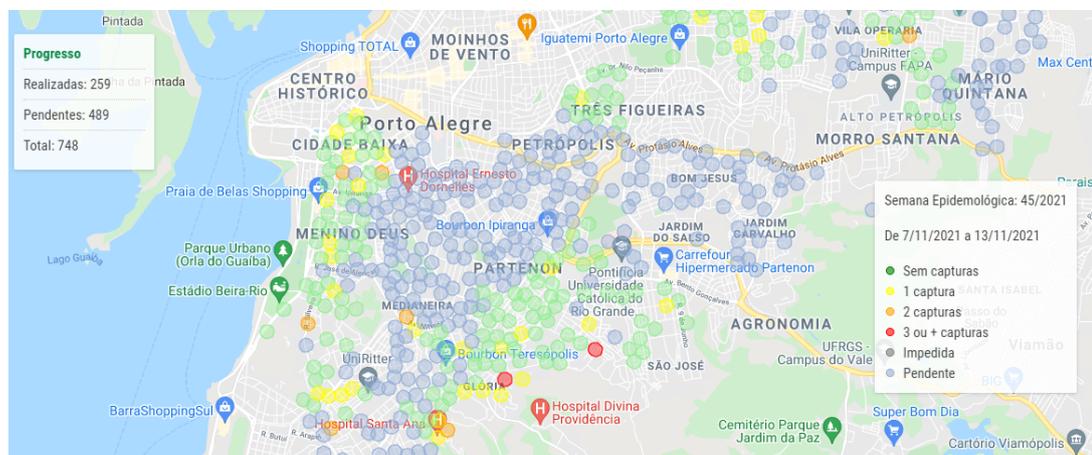


Figura 5 – Mapa de nível de capturas de fêmeas *Aedes aegypti* grávidas por armadilha MosquiTRAP[®], na cidade de Porto Alegre, Brasil, no período de 07/11/2021 a 13/11/2021.

Fonte: <https://mi2.miaedes.com.br/client/72/region/72/ondeestaoades/semanal> (acesso em 09/11/2021)

3 Dados

Neste capítulo serão descritos os dados que utilizaremos ao longo deste trabalho. Os dados meteorológicos são de precipitação, temperatura e umidade, além dos dados de monitoramento de fêmeas adultas *Ae. aegypti*. Todos são referentes a três cidades do estado de Minas Gerais no Brasil, a saber: Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

3.1 Área de Estudo

Os dados utilizados neste estudo são das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, localizadas no estado de Minas Gerais (MG), Brasil, cujas principais características serão descritas nas subseções 3.1.1, 3.1.2 e 3.1.3, respectivamente.

3.1.1 Caratinga

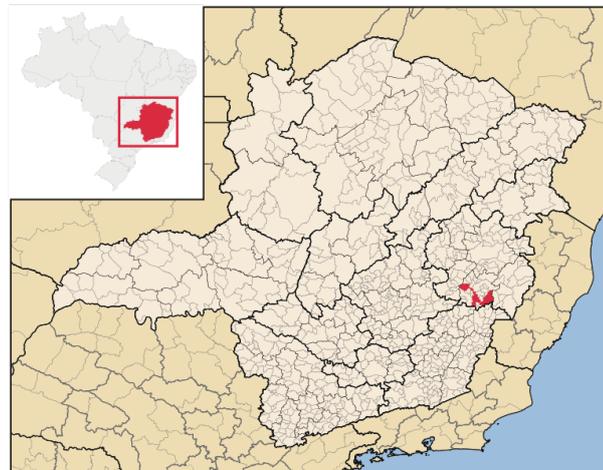


Figura 6 – Mapa da localização da cidade de Caratinga em Minas Gerais.

Fonte: <<http://www.caratinga.mg.gov.br/detalhe-da-materia/info/localizacao-e-dados-demograficos/6498>>

Acesso em: 29 de janeiro de 2020.

Caratinga (19°47'23"S, 42°08'21"W) é um município situado no Vale do Rio Doce, interior de Minas Gerais (Figura 6), com área territorial de 1.258,479 km². A população era de 85.239 habitantes em 2010, com população estimada de 92.062 habitantes em 2019 (IBGE, 2020). O clima, segundo a classificação de Köppen, é Aw, também conhecido como clima tropical, caracterizado por inverno seco e verão chuvoso. A temperatura média anual é de 22,9 °C (JÚNIOR et al., 2012).

3.1.2 Lavras



Figura 7 – Mapa da localização da cidade de Lavras em Minas Gerais.

Fonte: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Lavras>> Acesso em: 29 de janeiro de 2020

Lavras ($21^{\circ}14'43''S$, $44^{\circ}59'59''W$) situa-se na zona sul de Minas Gerais (Figura 7) e possui uma área de $564,744 \text{ km}^2$. Sua população em 2010 era de 92.200 habitantes, com estimativa de 103.773 habitantes em 2019 (IBGE, 2020; PML, 2016). O clima é classificado como *Cwa*, segundo a classificação de Köppen, caracterizado por inverno seco e verão quente (JÚNIOR et al., 2012). A temperatura média anual é $20,1^{\circ}\text{C}$, as chuvas são mais intensas no verão, sendo que a precipitação média anual é de 1.463mm e a umidade relativa média do ar é de $76,2\%$ (DANTAS; CARVALHO; FERREIRA, 2007).

3.1.3 Sete Lagoas



Figura 8 – Mapa da localização da cidade de Sete Lagoas em Minas Gerais.

Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Sete_Lagoas> Acesso em: 02 de fevereiro de 2020

Sete Lagoas ($19^{\circ}27'57''S$, $44^{\circ}14'48''W$) é um município com área territorial de $536,644 \text{ km}^2$, localizado na região centro-oeste do estado de Minas Gerais (Figura 8). Em 2010, a

população era de 214.152 habitantes, com estimativa de 239.639 pessoas em 2019 (IBGE, 2020). Segundo a classificação de Köppen, o clima é *Cwa*, ou seja, temperado, caracterizado por inverno seco e verão quente (ASSIS et al., 2007; JÚNIOR et al., 2012). A média anual de precipitação total é de 1.328,7mm, a temperatura média anual é de 20,9°C e a umidade relativa do ar é de 70,5% (ASSIS et al., 2007).

Vale ressaltar que a escolha dos municípios foi única e exclusivamente devido à disponibilidade dos dados experimentais de captura de fêmeas *Ae. aegypti*.

3.2 Dados Meteorológicos

Os dados meteorológicos amostrais que serão utilizados neste trabalho são precipitação acumulada semanalmente, P (mm); temperatura média semanal, T(°C), e umidade relativa do ar, U (%), todos obtidos no site do INMET - Instituto Nacional de Meteorologia (INMET, 2020).

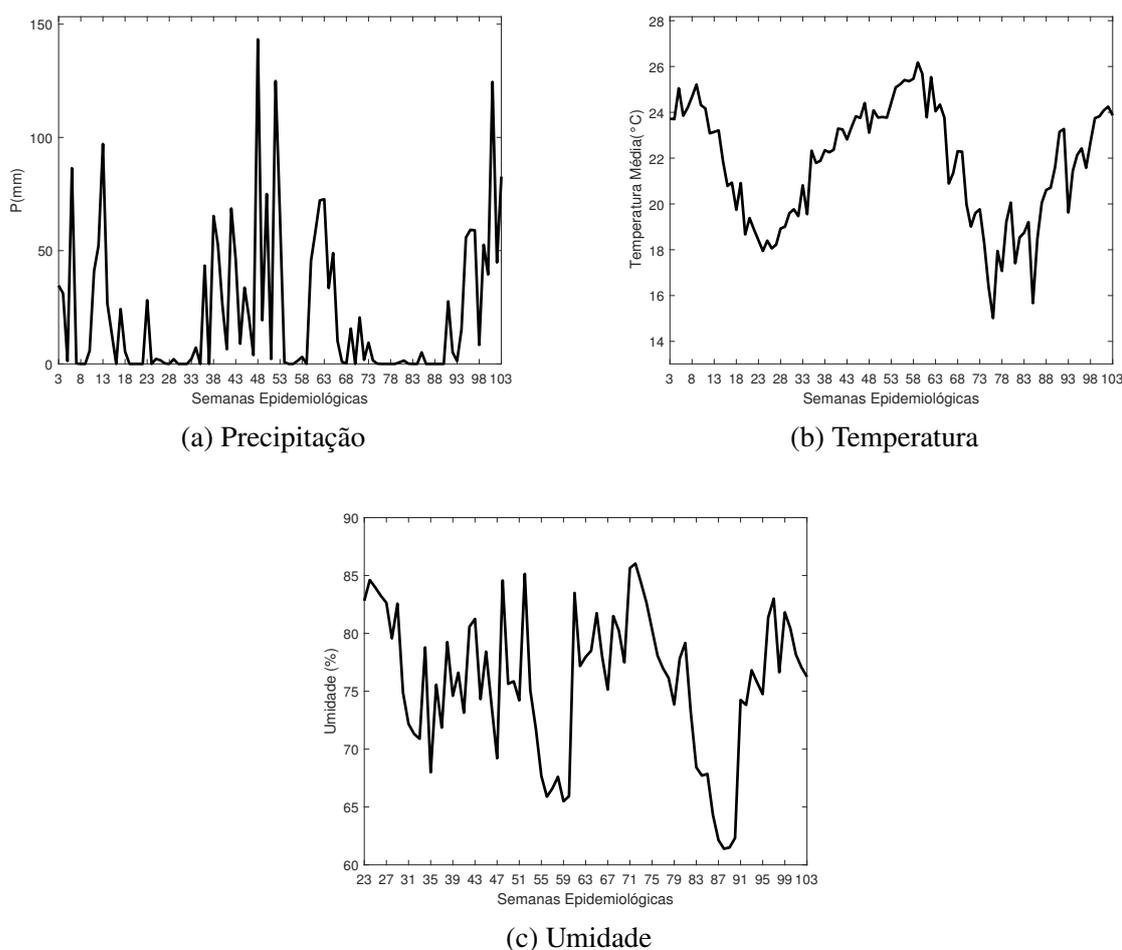


Figura 9 – Dados de precipitação acumulada semanalmente e temperatura média semanal, referentes às semanas epidemiológicas 3 de 2009 até 51 de 2010, e dados de umidade referentes às semanas epidemiológicas de 23 de 2009 a 51 de 2010, da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.

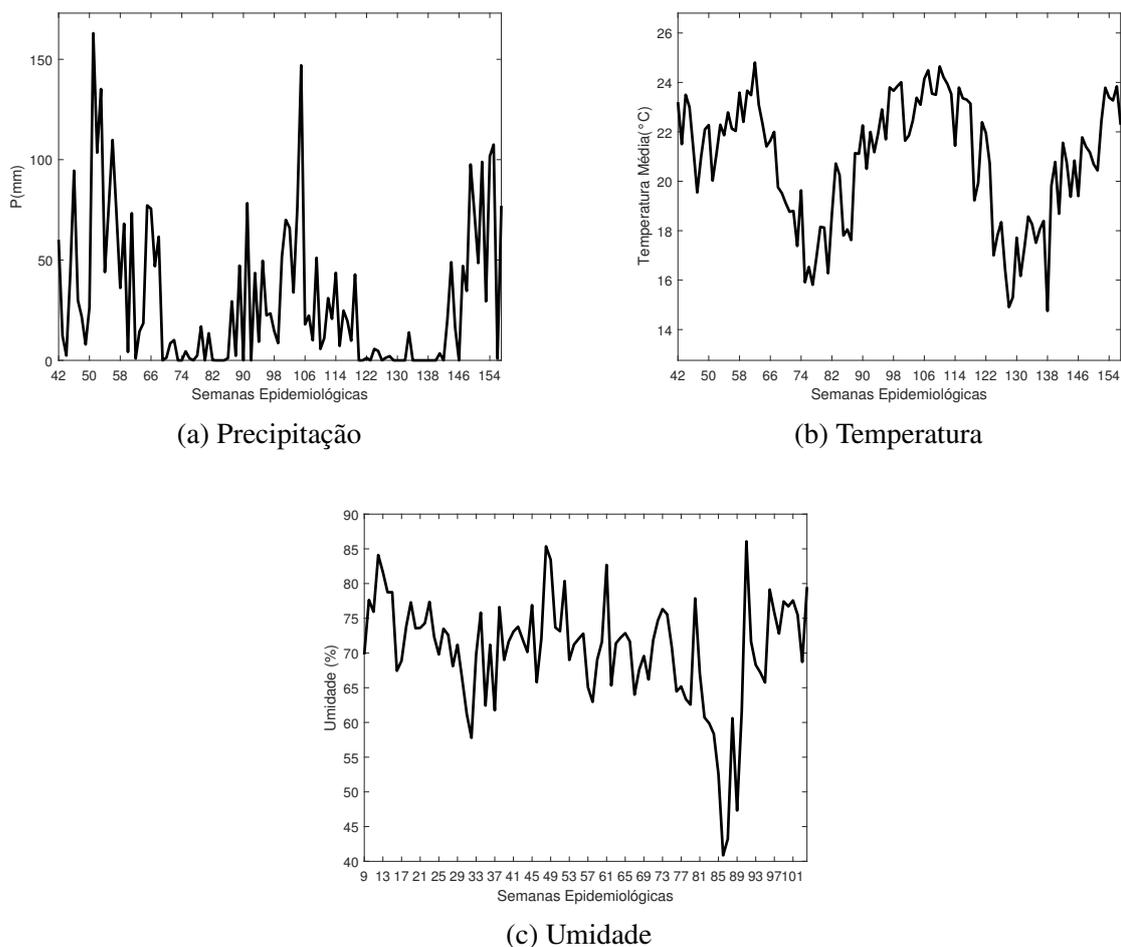


Figura 10 – Dados de precipitação acumulada semanalmente e temperatura média semanal, referentes às semanas epidemiológicas 42 de 2008 até 52 de 2010, e dados de umidade referentes às semanas epidemiológicas de 9 de 2009 a 52 de 2010, da cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil.

Para a cidade de Caratinga, os dados meteorológicos são referentes às semanas epidemiológicas 3-52 do ano de 2009 e 1-51 do ano de 2010 (Figura 9); para Lavras, os dados são das semanas epidemiológicas 42-53 do ano de 2008, 1-52 do ano de 2009 e 1-51 do ano de 2010 (Figura 10); e para Sete Lagoas, os dados meteorológicos são referentes às semanas epidemiológicas 45-53 do ano de 2008, 1-52 do ano de 2009 e 1-51 do ano de 2010 (Figura 11).

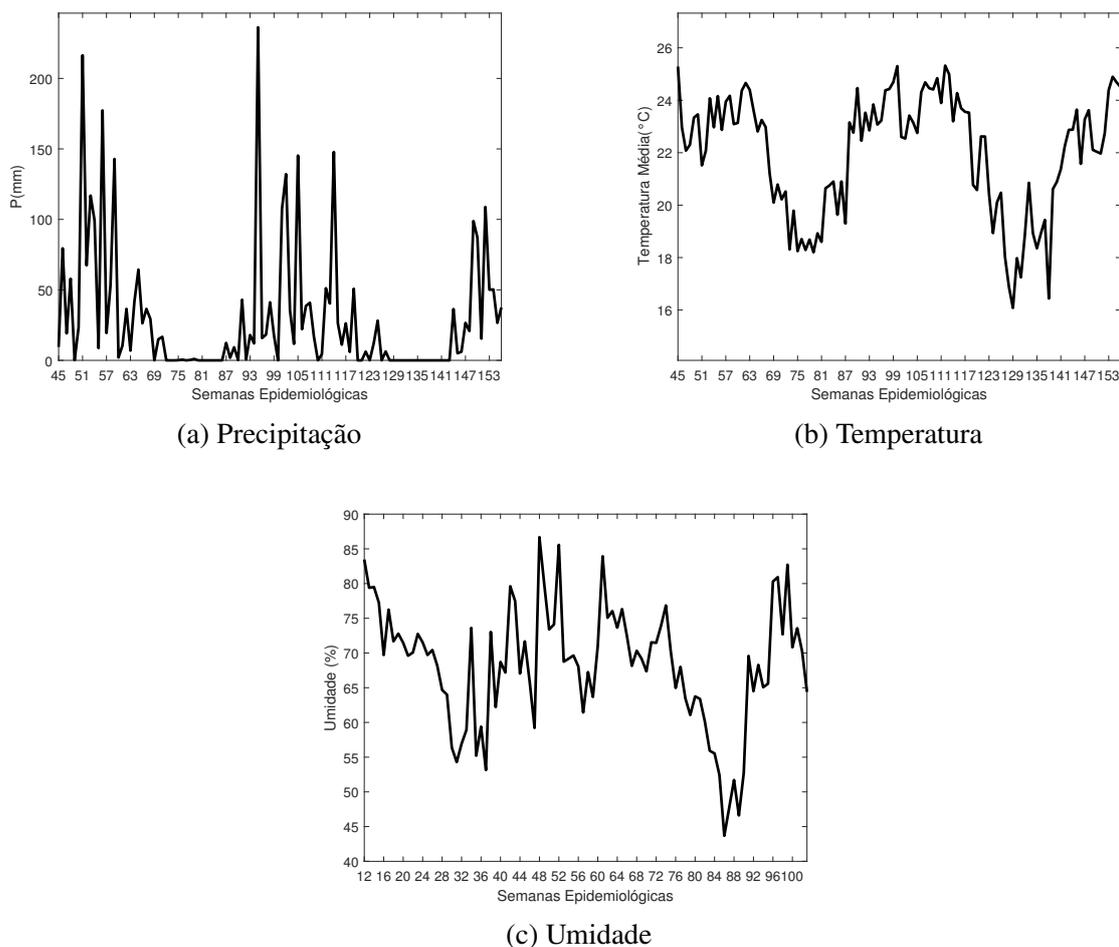


Figura 11 – Dados de precipitação acumulada semanalmente e temperatura média semanal, referentes às semanas epidemiológicas 45 de 2008 até 51 de 2010, e dados de umidade referentes às semanas epidemiológicas de 12 de 2009 a 51 de 2010 da cidade de Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil.

3.3 Dados de Monitoramento Entomológico

As armadilhas MosquiTRAP[®] foram instaladas com espaçamento de 200-250 metros, no peridomicílio de uma residência, ao longo da área de estudo de cada município, conforme a [Figura 12](#). Em Caratinga foram instaladas 162 armadilhas que foram monitoradas durante 81 semanas (semanas epidemiológicas 23/2009 a 51/2010), em Lavras foram 245 armadilhas instaladas e monitoradas durante 96 semanas epidemiológicas (9/2009 a 52/2010) e em Sete Lagoas, durante 92 semanas (semanas epidemiológicas 12/2009 a 51/2010) foram monitoradas as 497 armadilhas instaladas na região de estudo.

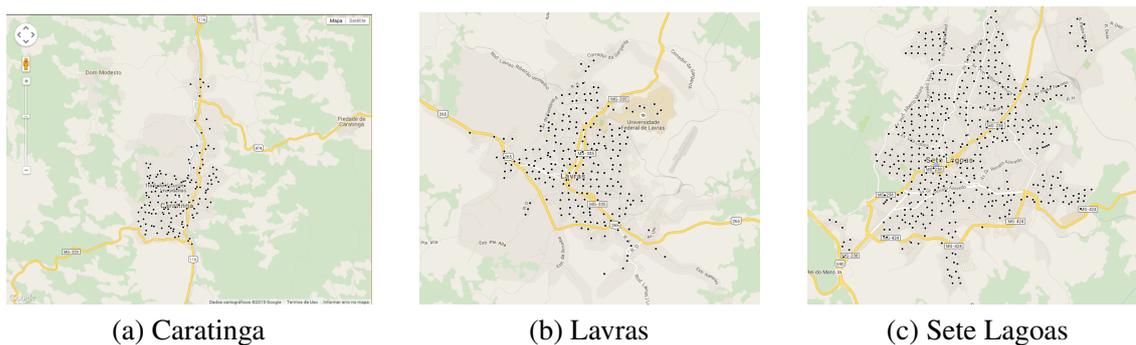


Figura 12 – Mapas das localizações das armadilhas MosquiTRAP[®], monitorados pelo sistema MI-Aedes, nos municípios de (a) Caratinga, (b) Lavras e (c) Sete Lagoas.

Os dados de captura das armadilhas foram resumidos como taxa média de captura por armadilha por semana, calculado como a relação entre o número total de fêmeas *Ae. aegypti* capturadas durante a semana e o número de armadilhas positivas. Tal índice é chamado de IMFA - Índice Médio de Fêmeas *Aedes aegypti*.

Os dados de IMFA para cada um dos municípios foram cedidos pela empresa de biotecnologia Ecovec S. A., que é a responsável pelo monitoramento das armadilhas, e estão ilustrados na Figuras 13, 14 e 15.

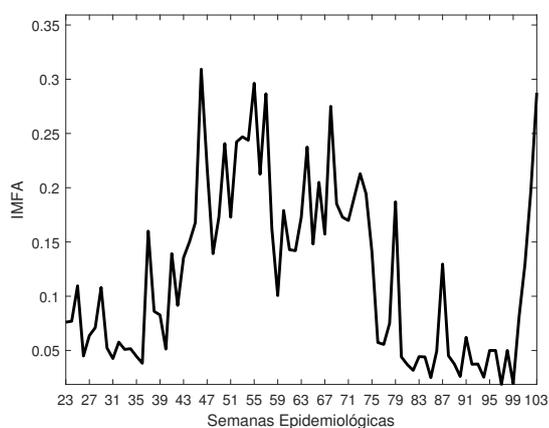


Figura 13 – Dados de IMFA da região monitorada em Caratinga, Minas Gerais, Brasil, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010.

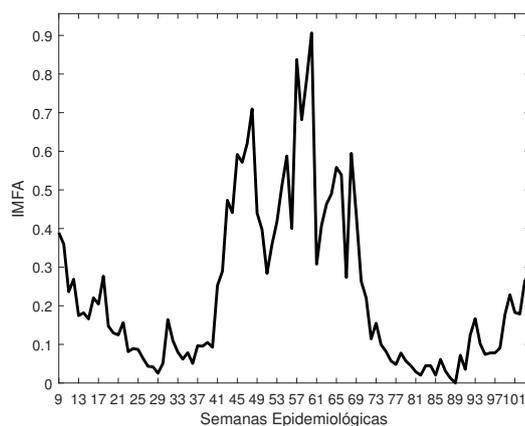


Figura 14 – Dados de IMFA da região monitorada em Lavras, Minas Gerais, Brasil, referentes às semanas epidemiológicas 9 de 2009 até 52 de 2010.

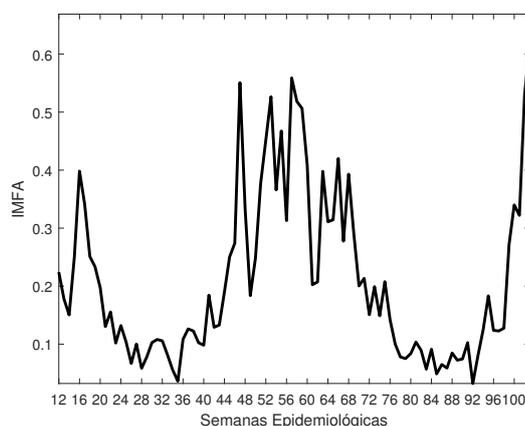


Figura 15 – Dados de IMFA da região monitorada em Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil, referentes às semanas epidemiológicas 12 de 2009 até 51 de 2010.

3.4 Métodos

O trabalho proposto aqui aborda a relação entre variáveis meteorológicas e ciclo de vida do *Ae. aegypti* sob duas óticas, estatística e matemática.

3.4.1 Estatística

Considerando a hipótese de que alterações nas variáveis meteorológicas podem influenciar no tamanho da população de *Ae. aegypti*, serão analisadas as relações entre séries temporais representativas de variáveis meteorológicas (temperatura, precipitação e umidade) e a série temporal de captura de fêmeas *Ae. aegypti* adultas (IMFA). Serão utilizados métodos de análise de séries temporais, a saber, multicolinearidade, correlação cruzada, modelos autorregressivos, correlação cruzada com branqueamento, causalidade de Granger e informação mútua. Todos

estes métodos foram implementados nos softwares Matlab (R2017b) ou R (R Core Team, 2019), utilizando bibliotecas específicas, conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Testes estatísticos utilizados ao longo deste trabalho.

Teste Estatístico	Software	Biblioteca
Multicolinearidade	R Cran	<i>PerformanceAnalytics</i>
Correlação Cruzada	Matlab	<i>crosscorr</i>
Modelos Autorregressivos	R Cran	<i>stats</i>
Correlação Cruzada com <i>Whitening</i>	Matlab	<i>crosscorr</i>
Causalidade de Granger	R Cran	<i>lmtest</i>
Informação Mútua	R Cran	FNN
Modelos Descritivos	Matlab	<i>Levenberg-Marquardt</i>

Para finalizar a análise estatística, modelos descritivos foram implementados no software Matlab[®] (R2017b), considerando variáveis meteorológicas como preditoras de IMFA. O método de Levenberg-Marquardt foi usado para otimizar os coeficientes do modelo descritivo.

3.4.2 Modelagem Matemática

Um sistema de equações diferenciais foi proposto para descrever a dinâmica do tamanho populacional de quatro estágios de desenvolvimento do *Ae. aegypti*, considerando taxas dependentes de variáveis meteorológicas. Foram determinados os pontos de equilíbrio do modelo e para cada um deles foi feita a análise de estabilidade.

A dinâmica das quatro populações do vetor foi obtida por meio do algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem. A relação entre temperatura e ciclo de vida do *Ae. aegypti* foi definida com base na literatura. O algoritmo genético real polarizado (AGRP) foi usado para otimizar as variáveis presentes nas taxas dependentes da precipitação. Tanto o Runge-Kutta quanto o AGRP foram implementados no software Matlab[®] (R2017b). Foram avaliadas três parametrizações diferentes para as taxas dependentes da precipitação.

Para verificar a qualidade dos resultados obtidos o erro quadrático médio foi avaliado considerando a série de dados experimentais (IMFA) e a série referente à população de fêmeas pós-repasto sanguíneo, gerada via simulação.

4 Análise Estatística: Estudo da Relação de Dependência entre Variáveis Meteorológicas e População de *Aedes aegypti*

Neste capítulo serão analisadas as dependências entre as séries temporais representativas das variáveis meteorológicas de temperatura, precipitação e umidade. De posse de um conjunto independente destas séries das variáveis meteorológicas, desejamos determinar qual subconjunto seria bom preditor da série de infestação por *Ae. aegypti* representada pela população de fêmeas. Para isso, serão utilizados métodos de análise de séries temporais, comumente adotados em Processamento de Sinais, Teoria da Informação e Neurociência. Sob a hipótese de que variáveis meteorológicas podem causar alterações na população de *Ae. aegypti*, os testes de multicolinearidade, correlação cruzada, modelos autorregressivos, correlação cruzada com branqueamento, causalidade de Granger e informação mútua foram aplicados para verificar se as variáveis meteorológicas podem influenciar a abundância de fêmeas *Ae. aegypti* adultas e quais delas devem ser consideradas em modelos descritivos.

4.1 Introdução

Os métodos de análise de séries temporais têm sido utilizados em diversas áreas, e na grande maioria dos casos o principal uso é a obtenção de modelos para busca de padrões. Assim, eventos futuros podem ser preditos por eventos passados. Tais modelos são usados também em estudos de séries epidemiológicas, possibilitando a análise da relação ou efeito de outros fatores com ocorrência de doenças (EL-GOHARY et al., 2006; GOTO et al., 2013; HOANG et al., 2016).

No estudo de sistemas biológicos, frequentemente sob a hipótese de que se tenha um mecanismo biologicamente plausível que relacione dois fenômenos, deseja-se investigar a existência de alguma relação entre dois fenômenos ou processos distintos de interesse. Essa relação entre dois ou mais eventos ocorre quando um(s) determina, qualifica ou quantifica a ocorrência de outro(s) por meio de uma ação dinâmica (ou cinemática) (HLAVÁČKOVÁ-SCHINDLER et al., 2007). Porém, em Estatística e demais ciências de casos, são abundantes os métodos que testam dependência entre variáveis, mas não exatamente a relação causal. Portanto, caso seja determinada a dependência entre eventos, o escrutínio sobre a razoabilidade da existência da relação causal poderá ser matéria de estudos específicos adicionais. No estudo da dependência entre séries para avaliar a possibilidade de haver relações causais, a estimativa do tempo (tempo de atraso, *time lag*) entre eventos desempenha um papel central, pois um fenômeno que é causa de outro deve anteceder este outro.

Diversos modelos estatísticos e, ou, matemáticos já foram desenvolvidos para descrever a dinâmica populacional do *Ae. aegypti* e também a incidência dos casos de dengue (FOCKS et al., 1993b; OTERO; SOLARI; SCHWEIGMANN, 2006; YANG et al., 2009; SIMOES et al., 2013; FERREIRA et al., 2017; YANG, 2017; SILVA et al., 2018). Na grande maioria deles, apenas a variável meteorológica temperatura foi considerada. Em alguns, além da temperatura, também foi considerada a umidade. E poucos trabalhos consideram temperatura e precipitação, talvez devido à complexidade de se trabalhar com a variável meteorológica precipitação (WALDOCK et al., 2013; SILVA et al., 2018). Tais estudos não apresentam resultados convergentes, portanto, surge a questão sobre quais variáveis meteorológicas devem ser consideradas como preditoras para a dinâmica do tamanho da população de fêmeas adultas, ou seja, quais variáveis devem ser consideradas em modelos capazes de estimar a população de fêmeas adultas de *Ae. aegypti*. Na tentativa de fornecer alguma resposta para esse questionamento e nos direcionar para o próximo capítulo, a relação entre variáveis meteorológicas e dinâmica populacional de fêmeas adultas *Ae. aegypti* será estudada neste capítulo. Serão consideradas as séries temporais representativas das variáveis meteorológicas precipitação, temperatura e umidade e também a série representativa da população de fêmeas *Ae. aegypti*, dada pelo IMFA, das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, no estado de Minas Gerais, no Brasil.

Na Seção 4.2 verificaremos se há multicolinearidade entre variáveis meteorológicas e população de fêmeas *Ae. aegypti* grávidas. Na Seção 4.3 serão avaliadas as correlações entre precipitação e IMFA e também entre temperatura e IMFA. Como a significância das correlações podem ser causadas por autocorrelações, os modelos autorregressivos (Seção 4.4) serão utilizados para eliminar possíveis autocorrelações. Assim, na Seção 4.5 serão avaliadas correlações cruzadas entre séries temporais de variáveis meteorológicas e população de fêmeas *Ae. aegypti* após a exclusão de autocorrelações. Na Seção 4.6 o teste estatístico de Causalidade de Granger será usado para avaliar uma possível relação de causa/efeito entre as variáveis meteorológicas e a população de fêmeas *Ae. aegypti*. Tal relação será avaliada também pela análise da informação mútua, na Seção 4.7. Toda esta abordagem estatística será feita com o intuito de avaliar se as variáveis meteorológicas podem influenciar a abundância de mosquitos e também, se são bons preditores para a construção de modelos para a estimativa da população de mosquitos.

4.2 Multicolinearidade

Desejamos usar as séries de precipitação, temperatura e umidade como preditores para fazer inferências sobre os valores da série de IMFA. Para isso, é preciso saber se as séries preditoras guardam entre si uma dependência muito grande de modo que seu uso possa constituir um conjunto redundante, isto é, que apresenta a mesma informação.

Um modelo de regressão múltipla consiste em representar o comportamento de uma série temporal de combinação linear com *lags* de termos de outras séries chamadas preditoras. Assim, geralmente, a série representada depende explícita ou implicitamente de estimativas dos

coeficientes dos termos das séries predictoras. Quando não há dependência entre os preditores, eles são ditos ortogonais e, neste caso, os coeficientes são muito pequenos e inferências podem ser feitas com facilidade. No entanto, em grande parte das aplicações envolvendo regressão, preditores não são ortogonais, ou independentes entre si. Em geral a falta de ortogonalidade não gera grandes problemas, mas quando os preditores são altamente correlacionados, diz-se que há multicolinearidade. Os preditores dependentes tornam o modelo impreciso e as inferências podem ser enganosas (MONTGOMERY; PECK; VINING, 2012).

A multicolinearidade acontece quando o modelo inclui fatores correlacionados não apenas à variável resposta, mas também entre si. Em outras palavras, acontece quando os preditores do modelo são, de certa forma, redundantes. O teste usado aqui para identificar multicolinearidade é baseado no cálculo das correlações de Pearson entre os muitos pares de séries temporais candidatas às variáveis do descritor, juntamente com a determinação dos respectivos níveis de significância. O teste de multicolinearidade foi implementado no software R[®], utilizando a biblioteca *PerformanceAnalytics* (R Core Team, 2019).

Inicialmente, vamos considerar os gráficos de séries temporais de precipitação, temperatura, umidade e IMFA, referentes à cidade de Caratinga (Figura 16). Há similaridade em relação à ocorrência de picos quando comparamos as séries de IMFA e precipitação. Já quando comparamos IMFA e temperatura, e IMFA e umidade, as semelhanças aparecem apenas na linha de base ondulatória da curva.

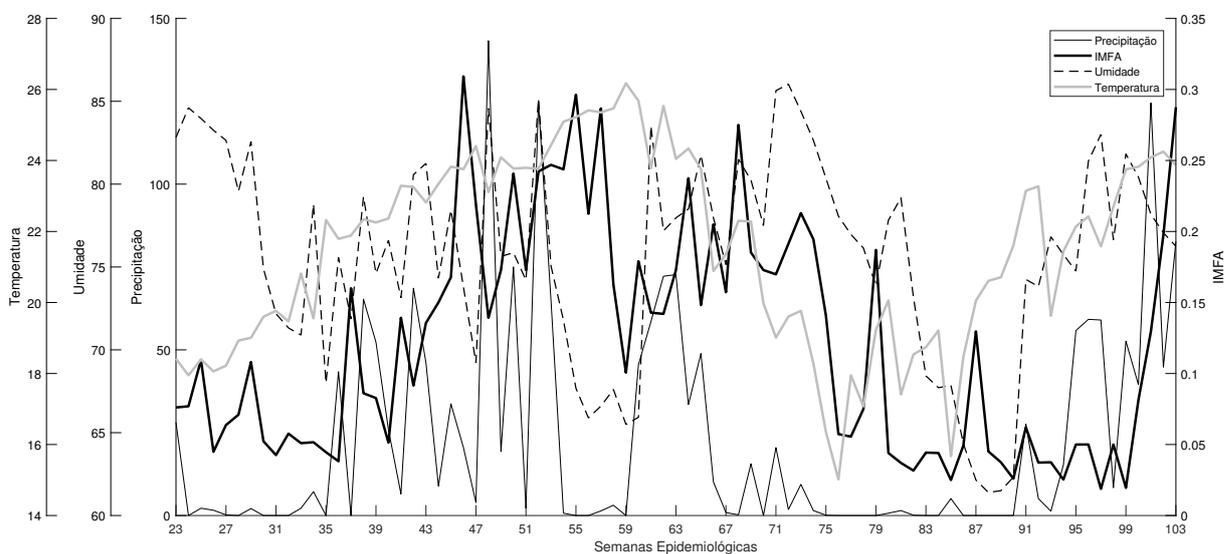


Figura 16 – Séries temporais de precipitação, temperatura, umidade e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Caratinga-MG, Brasil.

A temperatura está bem estabelecida como uma variável importante que afeta a fisiologia do vetor, então deve ser usada como variável preditora da infestação do vetor (FOCKS et al., 1993a; FOCKS et al., 1993b; OTERO; SOLARI; SCHWEIGMANN, 2006; BESERRA et al., 2006; BESERRA et al., 2009; YANG et al., 2007; YANG et al., 2009; YANG, 2017). Em relação

às variáveis precipitação e umidade, vamos verificar se há o problema da multicolinearidade, ou se ambas devem ser usadas como predictoras.

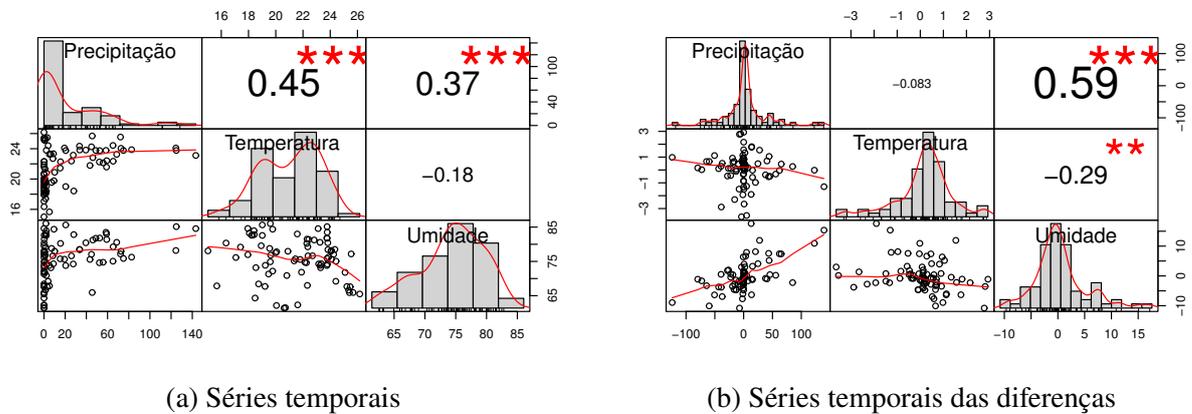


Figura 17 – Estudo da multicolinearidade entre (a) séries temporais e (b) séries temporais das diferenças de primeira ordem, considerando as séries representativas de variáveis meteorológicas (precipitação, temperatura e umidade), referentes às semanas epidemiológicas 23-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Caratinga-MG, Brasil. Os símbolos ‘*’, ‘**’ e ‘***’ representam, respectivamente, p-valores $p > 0,01$, $0,001 < p < 0,01$ e $p < 0,001$.

O teste de multicolinearidade foi realizado entre os pares de séries temporais (Figura 17a) e entre os pares de séries temporais das diferenças (Figura 17b). A análise das séries das diferenças é importante para avaliar a dinâmica dos fenômenos, observando os efeitos dos picos na série temporal. O par precipitação e temperatura mostrou dependência no caso das variáveis, no entanto, comportamento oposto foi verificado no caso das variações. O par temperatura e umidade não apresentou correlação linear significativa para as variáveis e pouco significativa para variações. Já o par precipitação e umidade apresenta correlação significativa tanto para as variáveis quanto para as variações, indicando dependência. Assim, não é recomendável que precipitação e umidade sejam usadas juntas como variáveis predictoras.

Agora vamos considerar dados meteorológicos (precipitação, temperatura e umidade) e de IMFA das cidades de Lavras e Sete Lagoas. Nas Figuras 18 e 19 estão as séries temporais representativas dos dados de precipitação, temperatura, umidade e IMFA, para as cidades de Lavras e Sete Lagoas, respectivamente. Em ambos os casos há similaridade de picos quando comparamos as séries de precipitação e IMFA. No entanto, quando a série temporal de IMFA é comparada com as demais variáveis meteorológicas (temperatura e umidade), percebe-se que as semelhanças acontecem apenas na base ondulatória da curva, como foi observado no caso de Caratinga.

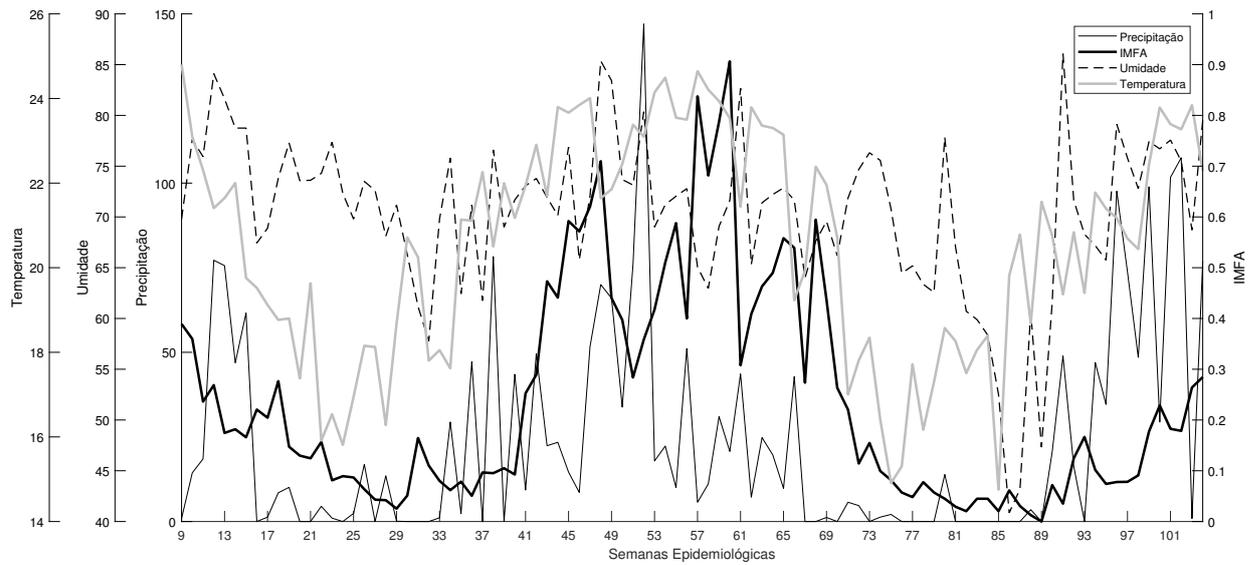


Figura 18 – Séries temporais de precipitação, temperatura, umidade e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Lavras-MG, Brasil.

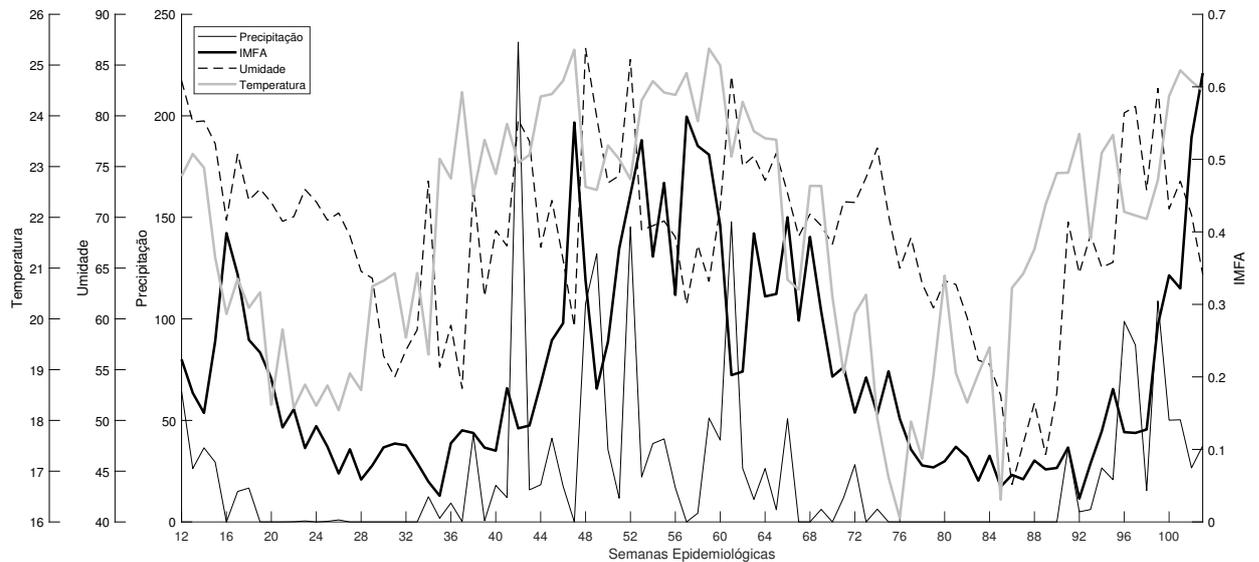


Figura 19 – Séries temporais de precipitação, temperatura, umidade e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 12-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Sete Lagoas-MG, Brasil.

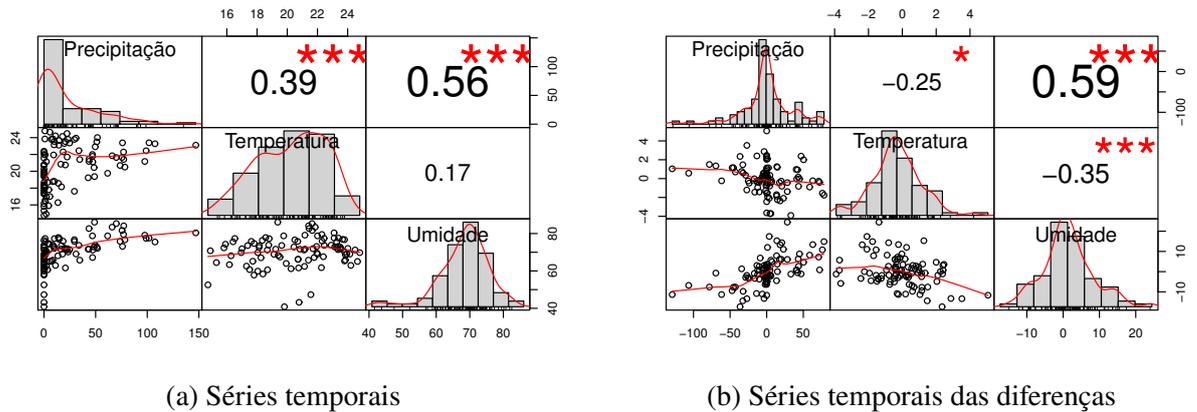


Figura 20 – Estudo da multicolinearidade entre (a) séries temporais e (b) séries temporais das diferenças de primeira ordem, considerando as séries representativas de variáveis meteorológicas (precipitação, temperatura e umidade), referentes às semanas epidemiológicas 23-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Lavras-MG, Brasil. Os símbolos ‘*’, ‘**’ e ‘***’ representam, respectivamente, p-valores $p > 0,01$, $0,001 < p < 0,01$ e $p < 0,001$.

O teste de multicolinearidade, para as cidades de Lavras e Sete Lagoas, foi realizado entre os pares de séries temporais (Figuras 20a e 21a) e também entre os pares de séries temporais das diferenças (Figuras 20b e 21b). Em ambos os casos, o par de variáveis meteorológicas precipitação e temperatura apresentou alta dependência (correlação), no entanto, para o caso das variações, o comportamento foi oposto, não havendo dependência. O par temperatura e umidade não apresentou correlação significativa para as variáveis mas apresentou dependência no caso das variações. Já o par precipitação e umidade apresenta correlação significativa tanto para as variáveis quanto para as variações, indicando dependência. Assim, é recomendável que as variáveis meteorológicas precipitação e umidade não sejam usadas juntas como variáveis preditoras.

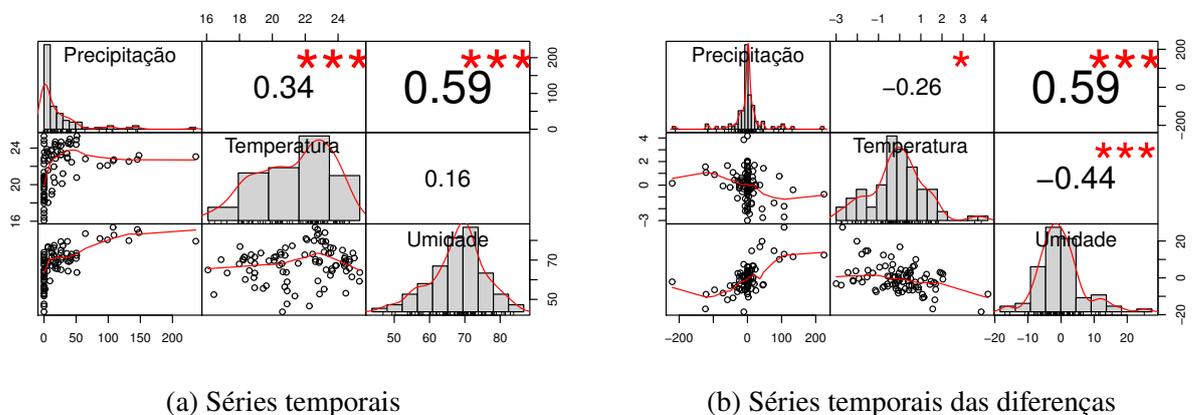


Figura 21 – Estudo da multicolinearidade entre (a) séries temporais e (b) séries temporais das diferenças de primeira ordem, considerando as séries representativas de variáveis meteorológicas (precipitação, temperatura e umidade), referentes às semanas epidemiológicas 12-52 de 2009 e 1-51 de 2010 da cidade de Sete Lagoas-MG, Brasil. Os símbolos ‘*’, ‘**’ e ‘***’ representam, respectivamente, p-valores $p > 0,01$, $0,001 < p < 0,01$ e $p < 0,001$.

Para as três cidades analisadas, Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, as variáveis meteorológicas precipitação e umidade mostraram-se razoavelmente equivalentes. Considerando tal fato, e a importância da precipitação no enchimento de recipientes de água, gerando um aumento do número de possíveis criadouros para o vetor, parece plausível que as variáveis temperatura e precipitação sejam usadas como preditoras. Assim, daqui em diante, apenas as variáveis meteorológicas precipitação e temperatura serão consideradas.

4.3 Correlação Cruzada

Desejamos saber quais são os intervalos de tempo de atraso (*lags*) em que um evento das séries preditoras, temperatura e precipitação está correlacionado com evento na série descrita, a população de fêmeas IMFA. Assim, a técnica de correlação cruzada faz uma sucessão de testes de correlação à medida que atrasos sucessivos são feitos na série preditora por meio de translação.

O método da correlação cruzada é um estudo de dependência linear e, com o necessário raciocínio adicional, o método pode fornecer *insights* sobre a relação causal entre processos, pois estuda a correlação entre duas séries temporais com diferentes parâmetros de translação relativa entre elas. O método pode determinar a existência de dependência entre duas séries e lançar luz sobre possível relação de causalidade entre os dois processos que geraram as séries. A correlação cruzada é um indicador de relações positivas ou negativas entre séries temporais. Havendo relação causal e linearidade, haverá correlação positiva ou negativa. A recíproca nem sempre é verdadeira.

A função de correlação cruzada pode ser usada para determinar quais *lags* de uma série temporal, X , melhoram a previsão de uma série temporal Y . No entanto, se uma das duas séries temporais, X ou Y contiver autocorrelações, a identificação das relações significativas torna-se complexa, fazendo-se necessário o chamado branqueamento das séries, ou seja, a eliminação das autocorrelações significativas. A ocorrência de várias correlações significativas diminuindo suavemente e se aproximando de zero é um indicativo de existência de autocorrelação em uma das séries ou em ambas.

A correlação cruzada foi avaliada com o software Matlab[®] R2017b. A correlação será considerada significativa, ao nível de 5%, se seu valor absoluto for superior a K , dado por

$$K = \frac{1,96}{\sqrt{n - L}}, \quad (1)$$

em que n é o número de observações da série e L é o *lag*. O *lag* é a defasagem entre as duas séries, e consideramos sua variação de 0 a 20. A série de IMFA não causará impacto nas séries de variáveis meteorológicas, então defasagens negativas foram desconsideradas.

A [Figura 22](#) ilustra a correlação entre cada uma das variáveis meteorológicas e o IMFA, referentes à cidade de Caratinga. A linha tracejada representa o valor de K em função do *lag*. Assim, correlações acima da linha tracejadas são significativas. Tanto para precipitação e

IMFA (Figura 22a) quanto para temperatura e IMFA (Figura 22b), há *lags* que geram valores significantes para efeitos em curto prazo (0 a 3 semanas), médio prazo (4 a 8 semanas) e longo prazo (9 a 16 semanas). A correlação entre precipitação e IMFA mostrou-se significativa para *lags* de $L = 1$ a $L = 12$, com pico em $L = 7$ semanas. Para temperatura e IMFA, a correlação mostrou-se significativa para *lags* de $L = 0$ a $L = 16$, com pico em $L = 8$ semanas e níveis semelhantes para $L = 6$ e $L = 7$.

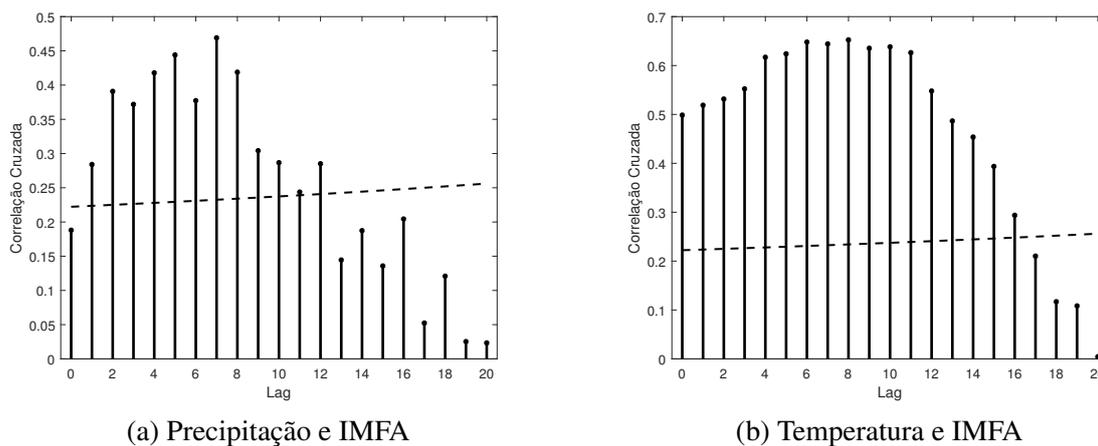


Figura 22 – Correlação cruzada entre as séries de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil. As linhas tracejadas indicam o nível de significância K ($p < 0,05$).

A Figura 23 ilustra a correlação cruzada entre as variáveis meteorológicas e o IMFA para a cidade de Lavras. Observam-se valores significativos para efeitos de curto, médio e longo prazo. A correlação entre precipitação e IMFA (Figura 23a) mostrou-se significativa para *lags* de $L = 2$ a $L = 12$, com pico em $L = 8$ semanas. Para temperatura e IMFA (Figura 23a), a correlação é significativa para *lags* de $L = 0$ a $L = 15$, com pico em $L = 3$ semanas e níveis semelhantes para $L = 1$, $L = 4$ e $L = 6$.

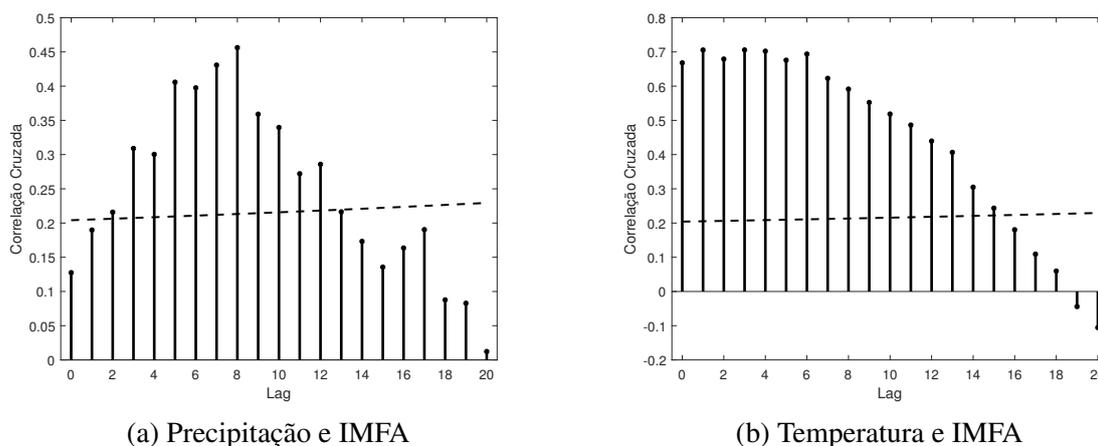


Figura 23 – Correlação cruzada entre as séries de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil. As linhas tracejadas indicam o nível de significância K ($p < 0,05$).

A correlação cruzada entre as variáveis meteorológicas e os dados de IMFA, referentes à cidade de Sete Lagoas, estão ilustradas na Figura 24. Assim como para as cidades de Caratinga e Lavras, neste caso também observa-se efeitos de curto, médio e longo prazo. Para precipitação e IMFA (Figura 24a) os lags de $L = 1$ até $L = 11$ foram significativos, com pico em $L = 5$ semanas. Para temperatura e IMFA os lags foram significativos de $L = 0$ até $L = 16$, com pico em $L = 8$ semanas e níveis semelhantes para $L = 6$ e $L = 7$.

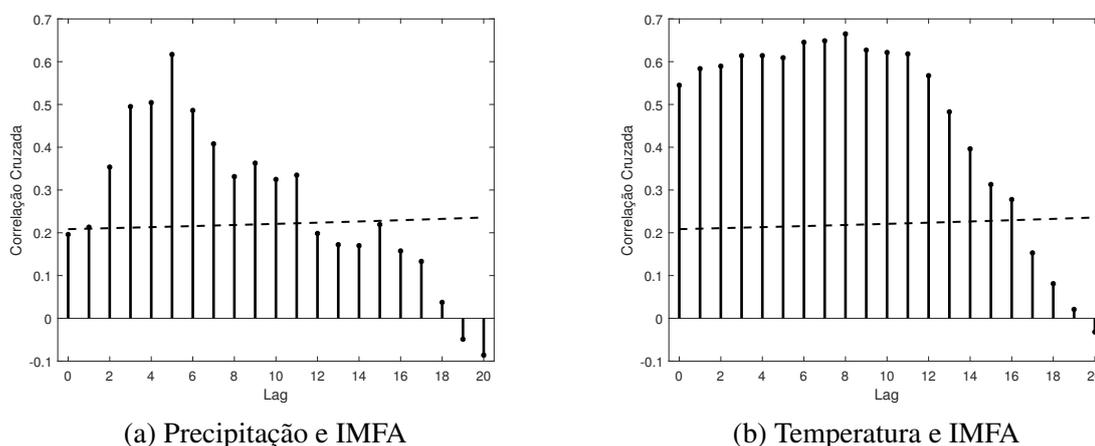


Figura 24 – Correlação cruzada entre as séries de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil. As linhas tracejadas indicam o nível de significância K ($p < 0,05$).

Nos três casos (Caratinga, Lavras e Sete Lagoas), apenas defasagens positivas foram consideradas, pois espera-se que variáveis meteorológicas estejam entre as causas da dinâmica populacional (representada por IMFA). Os resultados sugerem que exista algum grau de dependência entre precipitação e IMFA e também entre temperatura e IMFA. No entanto, o grande número de lags nos quais a correlação é significativa foi provavelmente causado pelas

autocorrelações presentes nas séries temporais. As autocorrelações são correlações presentes na própria série em que seus eventos são associados a novos eventos tardios da mesma série. Quando isso ocorre repetidamente em ambas as séries, multiplicam-se as ocorrências de correlação cruzada. Torna-se, portanto, necessário fazer o branqueamento que corresponde a limpar a série das suas autocorrelações.

4.4 Modelos Autorregressivos

Para avaliar em quais *lags* as séries realmente apresentam relações causais, é necessário um estudo adicional para extrair as autocorrelações. Aqui usaremos os modelos autorregressivos para realizar tal processo.

Os modelos autorregressivos constituem um modo de representar valores de séries temporais em termos de seus valores passados. Em tais modelos busca-se prever valores de interesse da série a partir de uma combinação linear de seus valores passados, ou seja, são usados valores passados para prever o futuro (SOUZA; SÁFADI, 2004).

Considerando uma série temporal X_t , os modelos autorregressivos baseiam-se na ideia de que os valores desta série podem ser explicados como uma função de p valores passados, X_{t-1} , X_{t-2} , \dots , X_{t-p} , em que p é a quantidade de etapas passadas necessárias para prever o valor atual.

Dizemos que X_t satisfaz um modelo autorregressivo de ordem p , denotado por $AR(p)$, se

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t; \quad (2)$$

em que X_t é uma série estacionária, $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ é um ruído branco e $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ são constantes e $\phi_p \neq 0$.

Os modelos $AR(p)$ serão ajustados para precipitação, temperatura e IMFA, considerando cada uma das três cidades (Caratinga, Lavras e Sete Lagoas). A determinação de um modelo AR de ordem p , $AR(p)$, que seja adequado a cada uma das séries temporais envolve três etapas principais: identificação da ordem, estimação dos parâmetros e verificação do modelo ajustado.

As três etapas foram implementadas no *software* R 3.6.1 utilizando a biblioteca *stats* (R Core Team, 2019). A identificação das possíveis ordens do modelo foi baseada no Critério de Informação de Akaike (AIC), descrito em Akaike (1974), e nos gráficos das autocorrelações e das autocorrelações parciais, utilizando as funções *ar.burg*, *acf* e *pacf*. Para a estimação dos parâmetros utilizou-se a função *arima*. Por fim, a análise gráfica e o princípio da parcimônia foram usados para definir o modelo mais adequado para cada ajuste e também para verificação do modelo ajustado.

Para cada uma das séries temporais (precipitação, temperatura e IMFA), serão analisados os modelos autorregressivos com ordens variando de 1 a 20. Considerando apenas os modelos capazes de extrair todas as autocorrelações e autocorrelações parciais, será feita a análise dos

valores de AIC, para definição da ordem do modelo autorregressivo que deverá ser ajustado aos dados. O método AIC possibilita otimizar o número ótimo de parâmetros e, portanto, a ordem k do modelo autorregressivo $AR(k)$. Para verificar a adequação do modelo, será feita uma comparação entre os gráficos de cada série temporal e o respectivo modelo autorregressivo ajustado.

4.4.1 Caratinga

Inicialmente ajustamos modelos autorregressivos aos dados de precipitação, considerando ordens variantes de 1 a 20, que serão denotados por $AR(1)$, $AR(2)$, \dots , $AR(20)$. Para cada modelo ajustado analisamos os gráficos de autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, considerando *lags* variando de 1 a 20 semanas. Para exemplificar, considere as Figuras 25 e 26 que mostram as autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos de $AR(5)$ e $AR(12)$, respectivamente. As linhas horizontais são dadas por $\pm \frac{1,96}{\sqrt{n}}$, sendo n a quantidade de dados da série temporal de precipitação. *Lags* que geram valores de autocorrelação ou autocorrelação parcial abaixo de $-\frac{1,96}{\sqrt{n}}$ ou acima de $\frac{1,96}{\sqrt{n}}$ são considerados significativos ao nível de 5%. Na Figura 25 percebemos que o *lag* 10 é significativo tanto para autocorrelação quanto para autocorrelação parcial. Já na Figura 26 não existem *lags* significativos. Como nosso intuito é ajustar um modelo autorregressivo capaz de extrair as autocorrelações e as autocorrelações parciais, vamos descartar o $AR(5)$ e manter o $AR(12)$. Utilizando o mesmo critério, os modelos mantidos foram $AR(10)$, $AR(11)$, \dots , $AR(20)$.

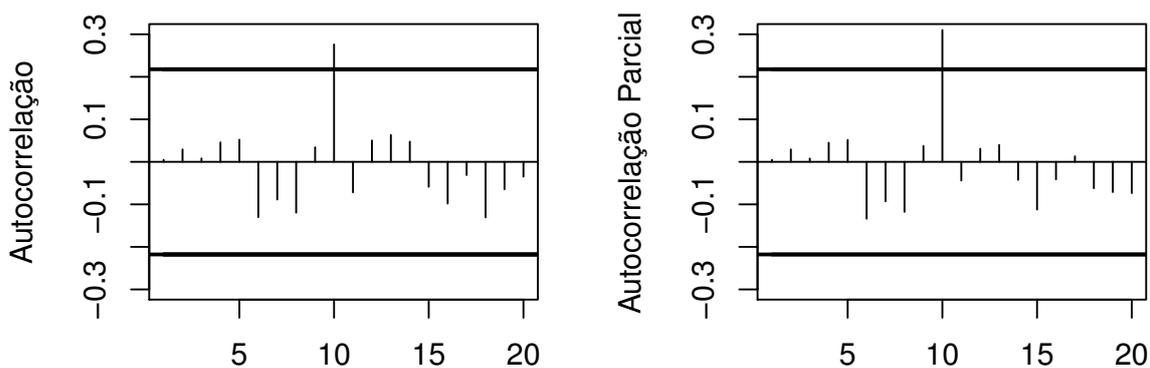


Figura 25 – Gráfico das autocorrelações e autocorrelações parciais referentes ao modelo autorregressivo de ordem 5 ajustado à série temporal de precipitação da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.

Para definir, dentre os modelos autorregressivos mantidos, qual é o mais adequado para descrever os dados de precipitação, utilizamos o critério AIC, a análise de gráficos e o princípio da parcimônia.

A Tabela 2 mostra os valores de AIC para os modelos autorregressivos que atendem ao nosso objetivo (eliminar autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos do ajuste).

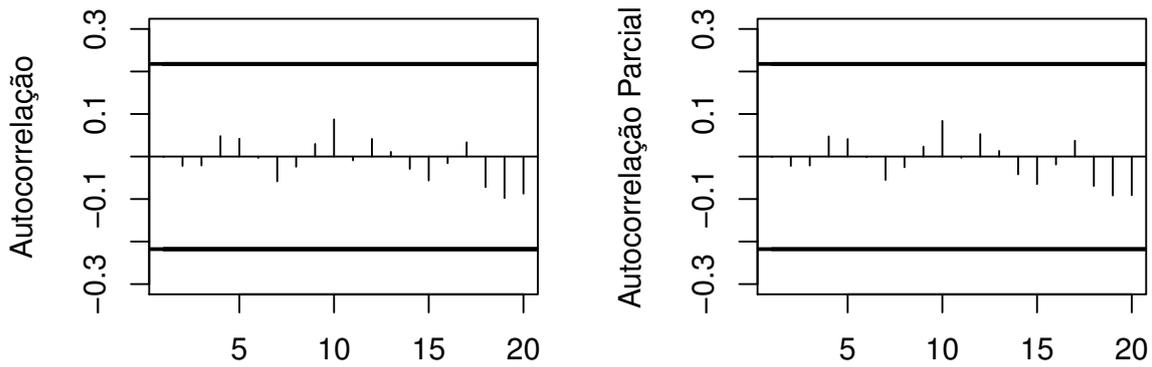


Figura 26 – Gráfico das autocorrelações e autocorrelações parciais referentes ao modelo autorregressivo de ordem 12 ajustado à série temporal de precipitação da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.

O menor valor de AIC acontece para ordem 11, $AR(11)$, e a menor ordem que satisfaz nosso objetivo é 10, $AR(10)$. Assim, vamos comparar os modelos $AR(10)$ e $AR(11)$.

Tabela 2 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de precipitação referente à cidade de Caratinga.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
10	2,74	14	3,94	18	9,45
11	2,66	15	5,10	19	10,30
12	3,10	16	6,95	20	10,61
13	4,89	17	8,93		

Na [Figura 27](#) temos os dados de precipitação juntamente com os modelos autorregressivos $AR(10)$ e $AR(11)$. Os modelos autorregressivos não conseguem alcançar alguns picos dos dados de precipitação, mas descrevem de forma razoável as características gerais dos dados. Comparando $AR(10)$ com $AR(11)$ percebemos pequenas diferenças entre as curvas, mas que não melhoram de forma significativa a representação dos dados de precipitação. Sendo assim, pelo princípio da parcimônia, escolhemos o modelo $AR(10)$ para descrever os dados de precipitação de Caratinga.

Agora vamos considerar a série de dados de temperatura. Assim como foi feito para os dados de precipitação, consideramos modelos autorregressivos com ordem variando de 1 a 20 ($AR(1)$, $AR(2)$, \dots , $AR(20)$). Os modelos capazes de extrair tanto as autocorrelações significativas quanto as autocorrelações parciais significativas, ao nível de 5%, foram $AR(15)$, $AR(16)$, \dots , $AR(20)$. Na [Tabela 3](#) temos os valores de AIC para cada um destes modelos. O menor valor de AIC acontece para $AR(19)$ e a menor ordem que satisfaz nosso objetivo é 15 ($AR(15)$). Assim, vamos comparar os modelos $AR(15)$ e $AR(19)$.

Na [Figura 28](#) temos os dados de temperatura juntamente com os modelos $AR(15)$ e $AR(19)$. Tanto o $AR(15)$ quanto o $AR(19)$ representam bem os dados de temperatura, havendo

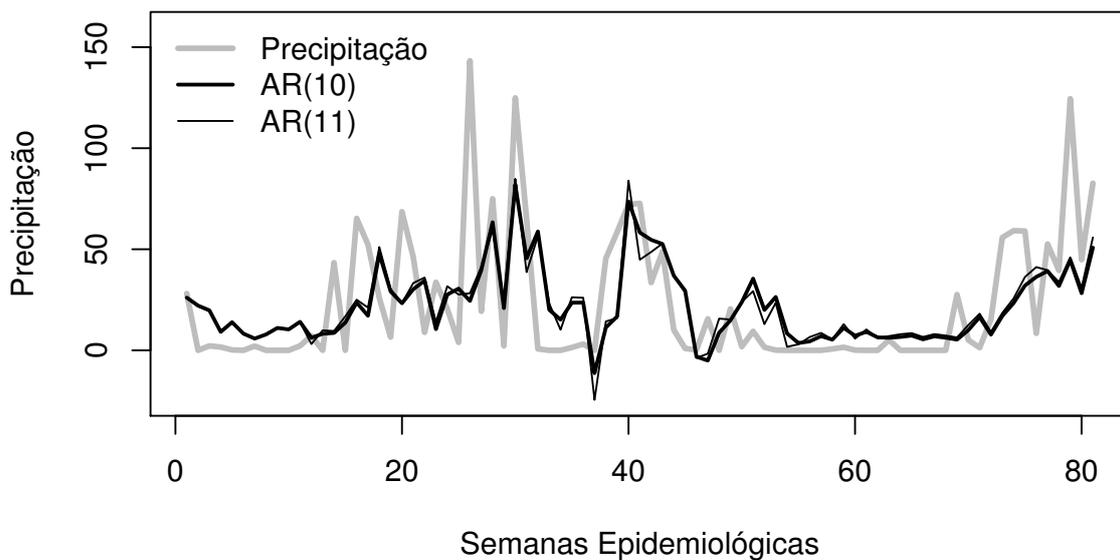


Figura 27 – Comparação entre a série de dados de precipitação referente à cidade de Caratinga e os modelos autorregressivos de ordens 10 ($AR(10)$) e 11 ($AR(11)$).

Tabela 3 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de temperatura referente à cidade de Caratinga.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
15	4,90	17	1,66	19	0
16	2,37	18	2,07	20	0,67

poucas diferenças entre os modelos ajustados e os dados. Como as curvas dos modelos $AR(15)$ e $AR(19)$ são bem semelhantes, usaremos o $AR(15)$, pelo princípio da parcimônia, para representar os dados de temperatura da cidade de Caratinga.

Por fim, vamos considerar a série de dados de IMFA da cidade de Caratinga. Consideramos modelos autorregressivos com ordem variando de 1 a 20 e apenas os modelos $AR(1)$, $AR(2)$ e $AR(3)$ não extraíram todas as autocorrelações e autocorrelações parciais, significativas ao nível de 5%, dos resíduos. Assim, vamos avaliar os valores de AIC para $AR(4)$, $AR(5)$, \dots , $AR(20)$; que estão listados na Tabela 4. O menor valor de AIC coincide com a menor ordem do modelo que satisfaz nosso objetivo, indicando que $AR(4)$ deve ser usado para representar os dados de IMFA.

Na Figura 29 temos a comparação entre a série temporal referente aos dados de IMFA com a série gerada pelo modelo autorregressivo $AR(4)$. Como as duas séries são semelhantes, o modelo autorregressivo de ordem 4, $AR(4)$, será usado para descrever os dados de IMFA da cidade de Caratinga.

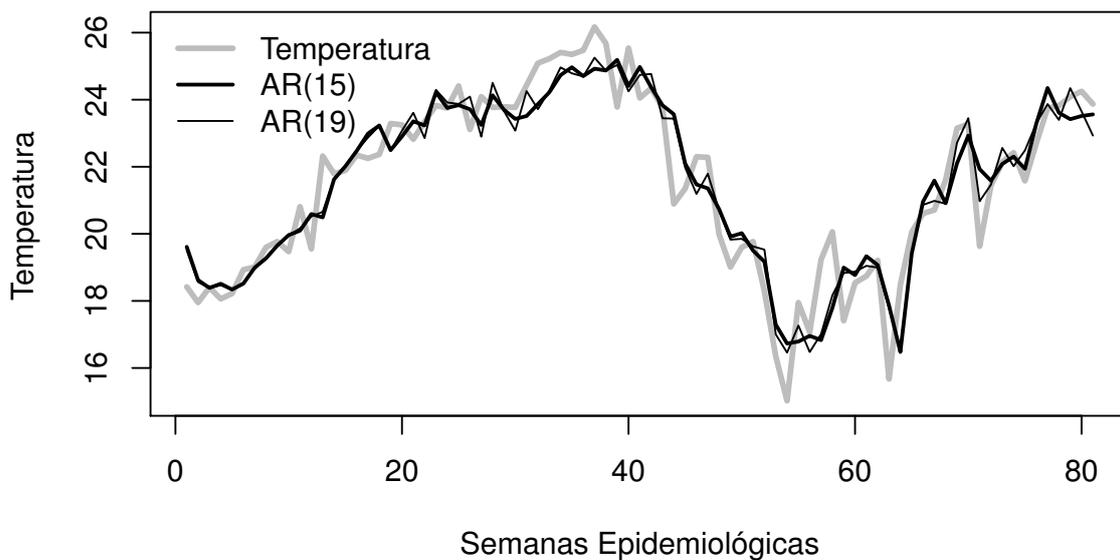


Figura 28 – Comparação entre a série de dados de temperatura referente à cidade de Caratinga e os modelos autorregressivos de ordens 15 ($AR(15)$) e 19 ($AR(19)$).

Tabela 4 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de IMFA referente à cidade de Caratinga.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
4	2,63	10	10,11	16	15,53
5	4,59	11	11,60	17	17,29
6	5,77	12	9,67	18	19,22
7	7,77	13	11,53	19	18,06
8	9,70	14	13,09	20	13,70
9	11,58	15	14,42		

4.4.2 Lavras

Assim como fizemos para a cidade de Caratinga, iremos ajustar modelos autorregressivos às séries temporais de precipitação, temperatura e IMFA referentes à cidade de Lavras. Em todos os casos vamos considerar a ordem dos modelos autorregressivos variando de 1 a 20.

Vamos começar ajustando modelos autorregressivos aos dados de precipitação. Apenas os modelos de ordem 1, 4, 9, 18 e 20 não extraíram as autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%. Os valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos que foram capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos estão listados na [Tabela 5](#). A menor ordem que satisfaz nosso objetivo é 2, ou seja, $AR(2)$. Já o menor valor de AIC acontece para ordem 3, ou seja, $AR(3)$. Assim, vamos comparar os modelos autorregressivos de ordens 2 e 3 com os dados de precipitação, para então definirmos qual modelo será usado.

Na [Figura 30](#) temos a representação gráfica da série de dados de precipitação juntamente

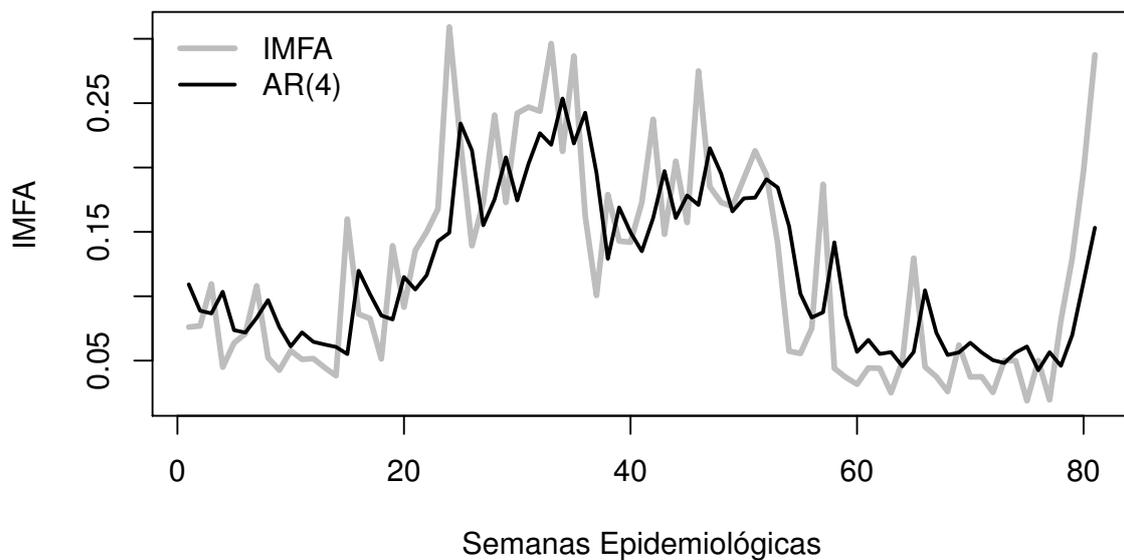


Figura 29 – Comparação entre a série de dados de IMFA referente à cidade de Caratinga e o modelo autorregressivo de ordem 4 ($AR(4)$).

Tabela 5 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de precipitação referente à cidade de Lavras.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
2	0,01	8	5,46	14	10,87
3	0	10	8,32	15	6,18
5	3,06	11	10,30	16	7,41
6	2,46	12	10,97	17	7,67
7	3,94	13	10,95	19	8,62

com os modelos autorregressivos de ordens 2 e 3, representados por $AR(2)$ e $AR(3)$, respectivamente. Podemos perceber que os modelos autorregressivos não conseguem reproduzir a maioria dos picos dos dados de precipitação, mas conseguem fornecer uma ideia do comportamento geral dos dados. Como entre os modelos $AR(2)$ e $AR(3)$ as diferenças são mínimas, pelo princípio da parcimônia, vamos utilizar $AR(2)$ para representar os dados de precipitação de Lavras.

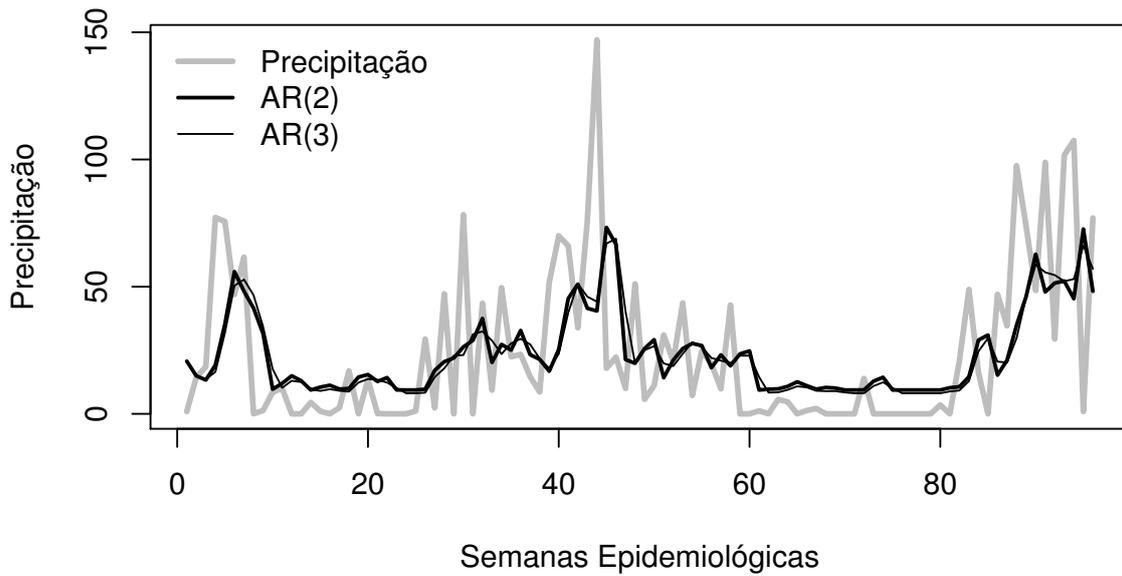


Figura 30 – Comparação entre a série de dados de precipitação referente à cidade de Lavras e os modelos autorregressivos de ordens 2 ($AR(2)$) e 3 ($AR(3)$).

Para ajustar um modelo autorregressivo aos dados de temperatura da cidade de Lavras, consideramos modelos autorregressivos com ordem variando de 1 a 20 ($AR(1)$, $AR(2)$, \dots , $AR(20)$). Ao nível de significância de 5%, os modelos com ordens de 4 até 20 foram capazes de extrair tanto as autocorrelações quanto as autocorrelações parciais dos resíduos e seus respectivos valores de AIC estão listados na [Tabela 6](#).

Tabela 6 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de temperatura referente à cidade de Lavras.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
4	1,90	10	5,27	16	3,28
5	3,14	11	1,94	17	4,64
6	2,54	12	3,08	19	7,34
7	1,91	13	1,47	20	8,64
8	2,53	14	3,14		
9	3,86	15	2,21		

Analisando as informações da [Tabela 6](#) percebemos que os menores valores de AIC acontecem para as ordens 4 e 13, sendo que a ordem 4 é também a menor ordem que satisfaz nosso objetivo. Assim, faremos uma comparação entre as curvas referentes aos modelos $AR(4)$ e $AR(13)$ e a curva referente aos dados de temperatura ([Figura 31](#)).

Na [Figura 31](#) é possível perceber que $AR(4)$ e $AR(13)$ apresentam comportamentos semelhantes e que ambos descrevem bem os dados de temperatura. Portanto, pelo princípio da parcimônia, o modelo autorregressivo de ordem 4, $AR(4)$, será usado para representar os dados de temperatura de Lavras.

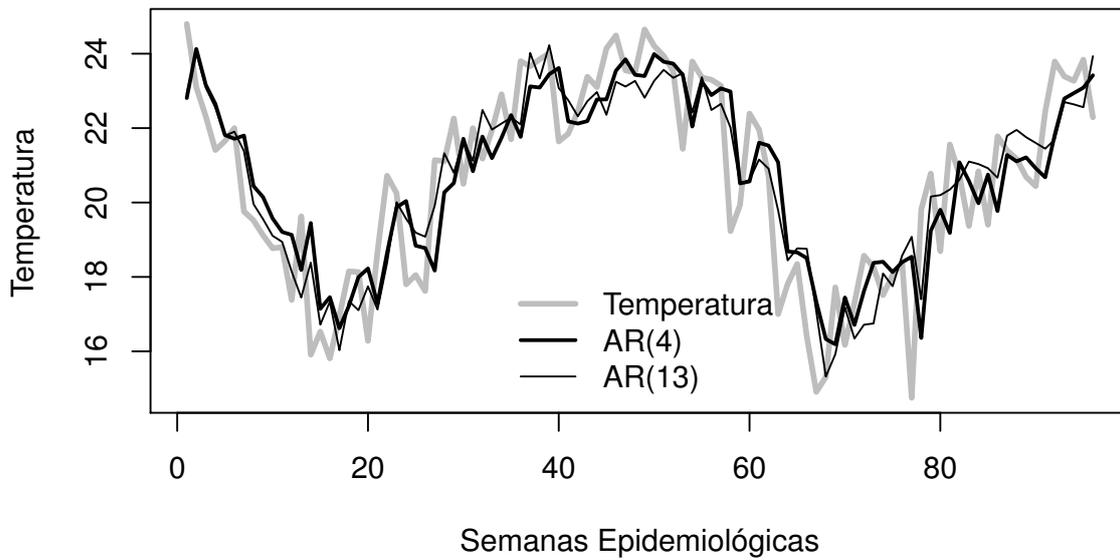


Figura 31 – Comparação entre a série de dados de temperatura referente à cidade de Lavras e os modelos autorregressivos de ordens 4 ($AR(4)$) e 13 ($AR(13)$).

Por fim, um modelo autorregressivo será ajustado aos dados de IMFA de Lavras. Considerando ordens variantes de 1 a 20, apenas os modelos autorregressivos $AR(9)$, $AR(10)$, \dots , $AR(20)$ foram capazes de excluir autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível 5%. Na Tabela 7 estão os valores de AIC para tais modelos autorregressivos.

Tabela 7 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de IMFA referente à cidade de Lavras.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
9	2,76	13	1,75	17	3,71
10	3,21	14	0	18	4,49
11	2,32	15	1,07	19	5,96
12	1,70	16	3,04	20	7,79

Segundo as informações contidas na Tabela 7, a menor ordem é 9 e o menor AIC acontece para ordem 14. Para determinar qual dos dois modelos é mais adequado para representar os dados de IMFA, faremos uma comparação entre as curvas de $AR(9)$, $AR(14)$ e IMFA (Figura 32).

Analisando as curvas da Figura 32 percebemos que as diferenças entre os modelos $AR(9)$ e $AR(14)$ são mínimas e que ambos representam bem a curva de IMFA. Sendo assim, $AR(9)$ será usado para descrever os dados de IMFA de Lavras.

4.4.3 Sete Lagoas

Finalmente, iremos ajustar modelos autorregressivos aos dados de precipitação, temperatura e IMFA referentes à cidade de Sete Lagoas. Para precipitação, consideramos a ordem variando

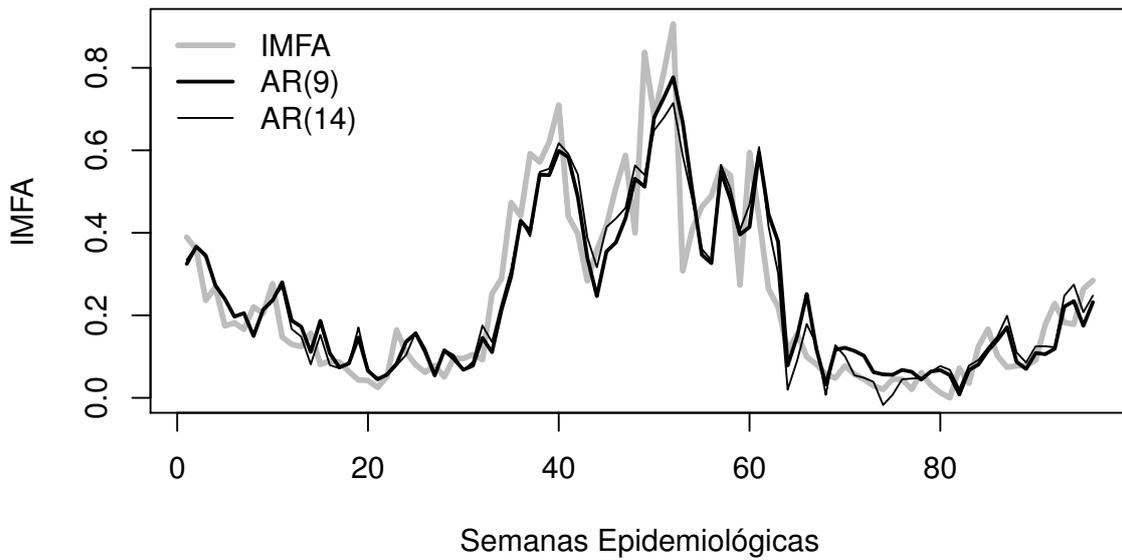


Figura 32 – Comparação entre a série de dados de IMFA referente à cidade de Lavras e os modelos autorregressivos de ordens 9 ($AR(9)$) e 14 ($AR(14)$).

de 1 a 20 e todos os modelos que extraíram tanto as autocorrelações quanto as autocorrelações parciais, ao nível de 5%, tiveram seu AIC calculado (Tabela 8).

Tabela 8 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de precipitação referente à cidade de Sete Lagoas.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
3	0	7	2,64	11	7,88
4	0,89	8	3,92	12	9,59
5	2,61	9	5,39	19	10,47
6	2,77	10	6,14	20	10,37

Analisando os dados da Tabela 8 percebemos que o menor valor de AIC coincide com a menor ordem de modelo autorregressivo que atende nossa condição, indicando que $AR(3)$ deve ser usado para descrever os dados de precipitação. No entanto, $AR(4)$ apresenta valor de AIC muito próximo ao valor de AIC para $AR(3)$. Assim, será feita uma comparação entre os dois modelos.

Na Figura 33 estão as curvas referentes aos modelos $AR(3)$ e $AR(4)$, além da curva de precipitação. Os modelos autorregressivos não conseguem alcançar os picos dos dados de precipitação, mas descrevem o comportamento dos dados de uma forma geral. Como os dois modelos são muito semelhantes, pelo princípio da parcimônia, o modelo $AR(3)$ será usado para representar os dados de precipitação.

Agora vamos ajustar um modelo autorregressivo aos dados de temperatura de Sete Lagoas. Considerando a ordem do modelo autorregressivo variando de 1 a 20, apenas os modelos de ordem 1, 2, 3 ou 4 não extraíram, ao nível de 5%, as autocorrelações e autocorrelações parciais dos

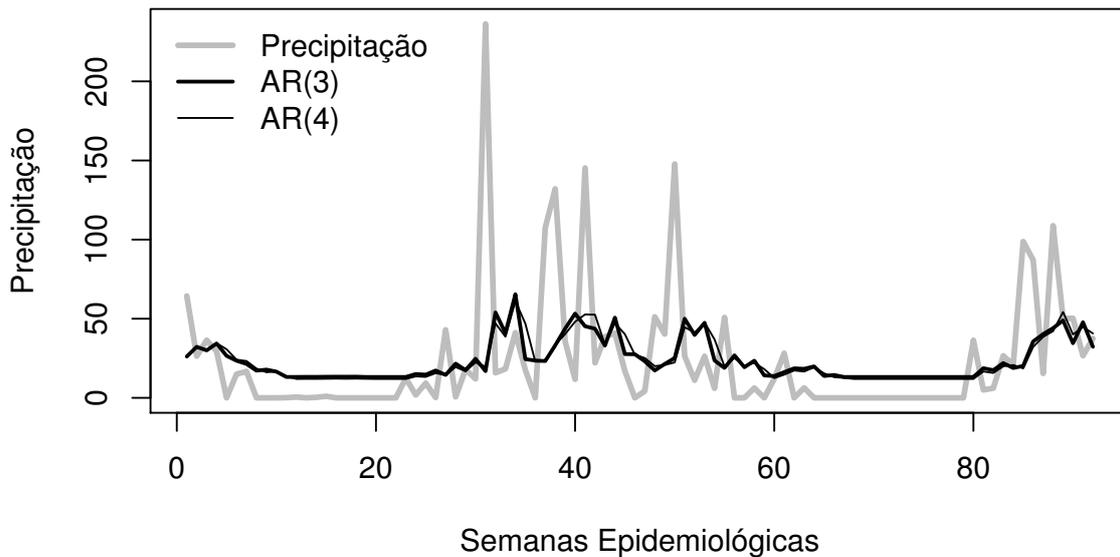


Figura 33 – Comparação entre a série de dados de precipitação referente à cidade de Sete Lagoas e os modelos autorregressivos de ordens 3 ($AR(3)$) e 4 ($AR(4)$).

resíduos. Para determinar qual modelo deverá ser usado para descrever os dados de temperatura, analisaremos os valores de AIC (Tabela 9).

Tabela 9 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de temperatura referente à cidade de Sete Lagoas.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
5	2,36	11	5,21	17	6,95
6	4,08	12	3,52	18	8,06
7	3,57	13	1,55	19	7,86
8	5,40	14	3,02	20	9,85
9	5,87	15	4,61		
10	5,74	16	4,96		

Analisando os dados da Tabela 9, percebemos que o menor valor de AIC acontece para ordem 13 e a menor ordem que satisfaz nosso objetivo é 5. Assim, faremos uma comparação entre a curva referente aos dados de temperatura e as curvas referentes aos modelos $AR(5)$ e $AR(13)$ (Figura 34).

Na Figura 34 é possível perceber que tanto $AR(5)$ quanto $AR(13)$ representam de forma satisfatória os dados de temperatura. Comparando $AR(5)$ com $AR(13)$ percebemos que na maior parte do intervalo as curvas estão sobrepostas ou apresentam diferenças mínimas. Portanto, pelo princípio da parcimônia, o modelo $AR(5)$ será usado para descrever os dados de temperatura de Sete Lagoas.

Por fim, para ajustar um modelo autorregressivo aos dados de IMFA, também consideramos ordem variante de 1 a 20. Apenas os modelos $AR(9)$, $AR(10)$, $AR(11)$ e $AR(12)$ foram capazes

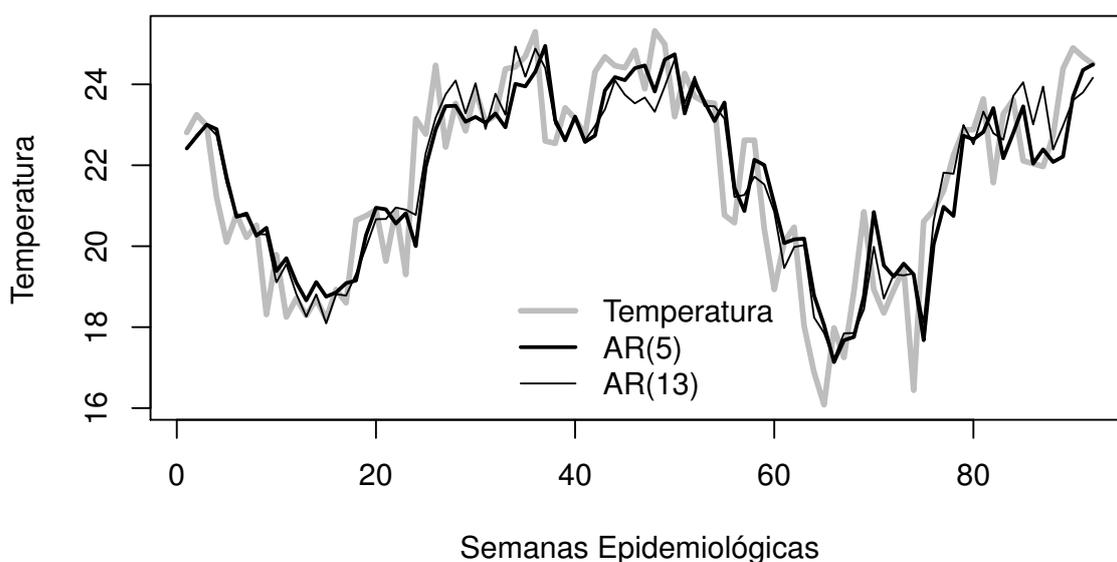


Figura 34 – Comparação entre a série de dados de temperatura referente à cidade de Sete Lagoas e os modelos autorregressivos de ordens 5 ($AR(5)$) e 13 ($AR(13)$).

de extrair as autocorrelações e as autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%.

Tabela 10 – Valores de AIC correspondentes às ordens dos modelos autorregressivos capazes de extrair autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos, ao nível de 5%, considerando a série temporal de IMFA referente à cidade de Sete Lagoas.

Ordem	AIC	Ordem	AIC	Ordem	AIC
9	5,57	11	8,98	12	8,61
10	7,53				

Na [Tabela 10](#) estão os valores de AIC para cada um dos modelos que satisfaz nosso objetivo. A menor ordem coincide com o menor valor de AIC, indicando que $AR(9)$ deve ser usado para representar os dados de IMFA de Sete Lagoas. De fato, na [Figura 35](#) percebemos que $AR(9)$ se ajusta muito bem aos dados de IMFA, portanto, $AR(9)$ será usado para descrever IMFA.

A [Tabela 11](#) resume os resultados desta seção. Nela estão indicados os modelos autorregressivos que serão utilizados para descrever os dados de precipitação, temperatura e IMFA para cada uma das três cidades estudadas: Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. Todos os modelos extraem as autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos.

4.5 Correlação Cruzada com *Whitening*

Os resultados da [Seção 4.3](#) sugeriram alto grau de dependência entre precipitação e IMFA, e também entre temperatura e IMFA, para uma grande quantidade de *lags*. No entanto, tal resultado pode estar relacionado às autocorrelações presentes nas séries temporais. Assim,

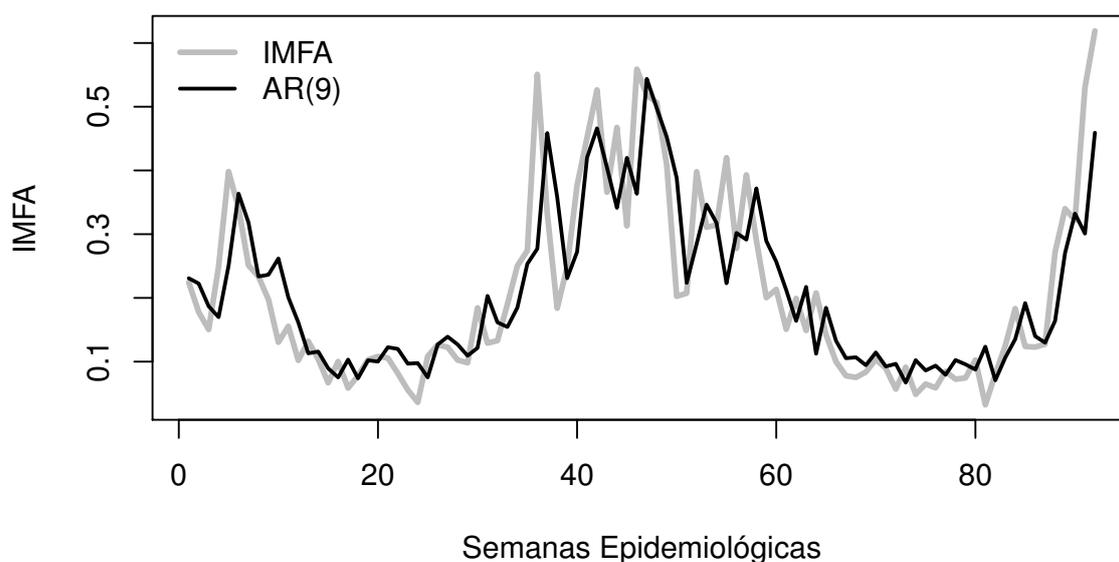


Figura 35 – Comparação entre a série de dados de IMFA referente à cidade de Sete Lagoas e o modelo autorregressivo de ordem 9 ($AR(9)$).

Tabela 11 – Ordem dos modelos autorregressivo ajustados aos dados de Precipitação, Temperatura e IMFA, para cada uma das três cidades estudadas.

	Caratinga	Lavras	Sete Lagoas
Precipitação	$AR(10)$	$AR(2)$	$AR(3)$
Temperatura	$AR(15)$	$AR(4)$	$AR(5)$
IMFA	$AR(4)$	$AR(9)$	$AR(9)$

para avaliar em quais *lags* as séries realmente apresentam relações causais, as autocorrelações foram extraídas, conforme o estudo descrito na Seção 4.4. As séries temporais de precipitação, temperatura e IMFA serão representadas por séries livres de autocorrelações significativas e o estudo sobre correlação cruzada será feito aqui.

As séries de precipitação, temperatura e IMFA serão representadas por séries branqueadas, ou seja, livres de autocorrelações e autocorrelações parciais. O método de correlação cruzada será avaliado com o auxílio do *software* Matlab2017b e a correlação será considerada significativa, ao nível de 5%, se seu valor absoluto for superior a K , dado pela equação 1.

Para as séries de precipitação, temperatura e IMFA, referentes à cidade de Caratinga, foram usados modelos autorregressivos de ordens 10, 15 e 4, respectivamente. As correlações cruzadas foram realizadas e são mostradas na Figura 36a para precipitação e IMFA, e na Figura 36b, para temperatura e IMFA. As correlações significativas ocorrem para *lags* 2 e 7 para precipitação e IMFA, indicando que variações na precipitação podem causar alterações no IMFA com respostas retardadas em curto (2 semanas) e médio (7 semanas) prazo. Já para temperatura e IMFA não foram observadas correlações significativas, indicando que, ao nível de 5%, não foram percebidas no conjunto de dados evidências estatísticas de que a alteração na temperatura cause uma variação no IMFA. Pode ser simplesmente que no período observado a temperatura permaneceu mais

estável e não produziu efeitos.

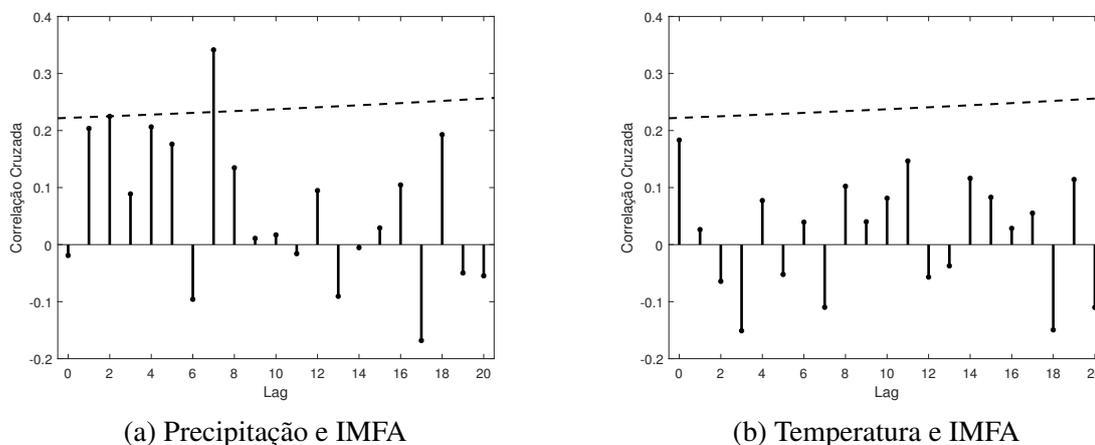


Figura 36 – Correlação cruzada entre as séries branqueadas de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 23 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.

Para a cidade de Lavras, serão usados modelos autorregressivos de ordens 2, 4 e 9 para as séries de precipitação, temperatura e IMFA, respectivamente. A [Figura 37a](#) mostra as correlações entre precipitação e IMFA. Existem correlações significativas para *lags* 3 e 5, indicando que alterações na precipitação podem causar variações no IMFA, com retardos de curto (3 semanas) e médio (5 semanas) prazo. As correlações entre temperatura e IMFA estão mostradas na [Figura 37b](#). Para *lags* 0, 1, 4 e 13 as correlações são significativas, ao nível de 5%, indicando que variações na temperatura podem causar alterações no IMFA com retardos de curto (0 ou 1 semana), médio (4 semanas) e longo (13 semanas) prazo.

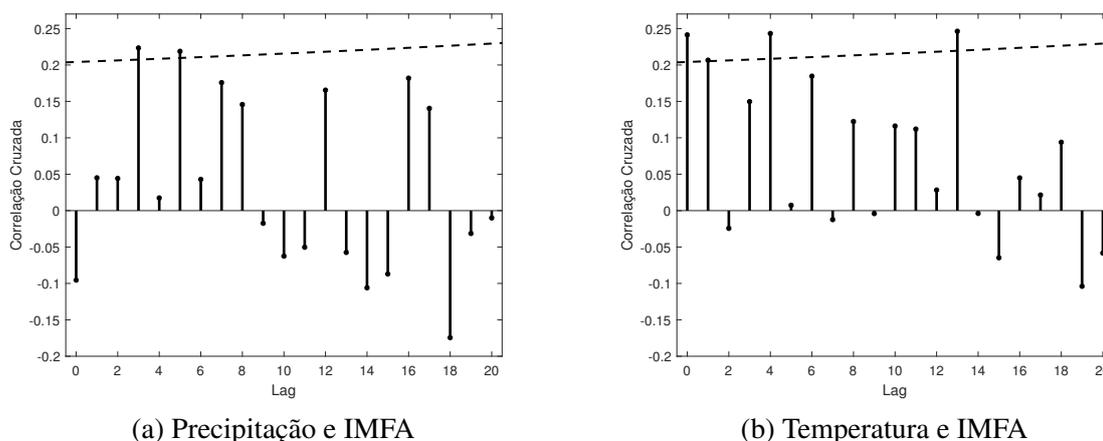


Figura 37 – Correlação cruzada entre as séries branqueadas de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 9 de 2009 até 52 de 2010, da cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil.

Para as séries temporais de precipitação, temperatura e IMFA referentes à cidade de Sete Lagoas foram usados modelos autorregressivos de ordens 3, 5 e 9, respectivamente. As

correlações cruzadas foram realizadas e são mostradas na [Figura 38a](#) para precipitação e IMFA, e na [Figura 38b](#) para temperatura e IMFA. As correlações significativas ocorrem para as defasagens 3 e 5 para precipitação e IMFA, e apenas para defasagem 16 para temperatura e IMFA. Estes resultados indicam que variações na precipitação e na temperatura podem causar alterações no IMFA, com respostas retardadas dadas pelas respectivas defasagens significativas. Tais dependências ocorrem em curto e médio prazo para precipitação e IMFA, e em longo prazo para temperatura e IMFA.

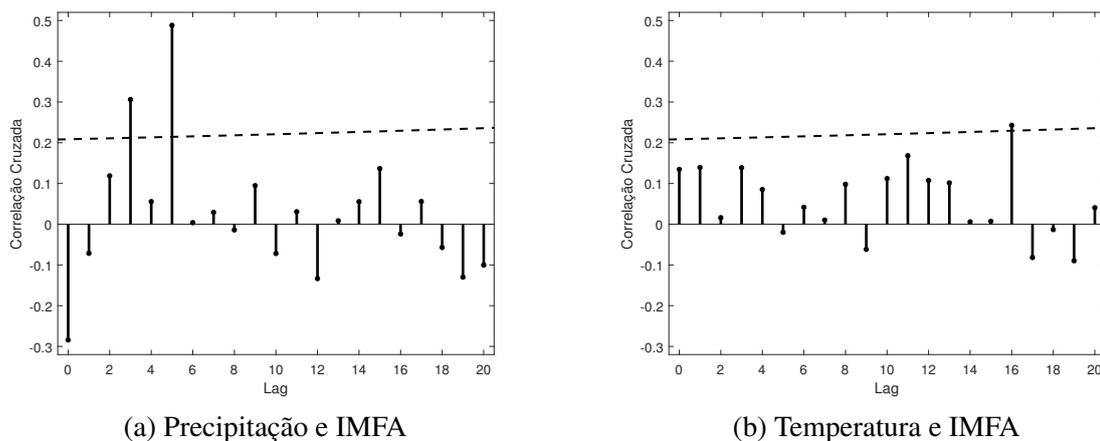


Figura 38 – Correlação cruzada entre as séries branqueadas de (a) Precipitação e IMFA e (b) Temperatura e IMFA, referentes às semanas epidemiológicas 12 de 2009 até 51 de 2010, da cidade de Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil.

Embora a literatura indique prevalência bem embasada sobre a dependência das populações de *Ae. aegypti* com temperatura (([BESERRA et al., 2009](#); [YANG et al., 2009](#))), a técnica de correlação com *whitening*² indicou que a série de precipitação se mostrou um preditor com dependências mais acentuadas com a séries de IMFA do que a temperatura, no conjunto de dados durante o tempo de observação.

4.6 Causalidade de Granger

Na [Seção 4.5](#) vimos que a variação das variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura) podem causar variações no IMFA. Nesta seção vamos usar o teste estatístico de Causalidade de Granger para verificar se existe relação de causalidade (causa/efeito) entre as variáveis meteorológicas e o tamanho da população de fêmeas *Ae. aegypti* adultas, dado pelo IMFA.

Causalidade, no sentido de Granger, é a capacidade de prever o comportamento de uma variável Y_t , dado o comportamento de outra variável de interesse X_t ([SANTOS; JACINTO; TEJADA, 2012](#)). Ou seja, um processo X_t causa outro processo Y_t se os valores futuros de Y_t são mais provavelmente previstos se os valores passados de X_t e Y_t são conhecidos do que

² Branqueamento

quando apenas os valores passados de Y_t são usados. O método de Causalidade de Granger é um teste de hipóteses baseado na comparação dos resíduos entre ϵ_t e ϵ'_t referentes, nesta ordem, à regressão linear da série temporal Y_t em termos apenas de seus valores anteriores, e à regressão linear de Y_t em termos dos valores anteriores de Y_t e X_t , conforme as equações 3 e 4 (HLAVÁČKOVÁ-SCHINDLER et al., 2007).

$$Y_t = \sum_{l=1}^L \alpha_l Y_{t-l} + \epsilon_t . \quad (3)$$

$$Y_t = \sum_{l=1}^L \alpha_l Y_{t-l} + \sum_{l=1}^L \beta_l X_{t-l} + \epsilon'_t , \quad (4)$$

Se a descrição de Y_t , dada pela equação 4 tem a variância dos resíduos significativamente menor, de acordo com o teste F , pode-se dizer que X_t melhora a previsão de Y_t . Assim, no sentido de Granger, X_t é uma causa de Y_t . O teste para causalidade de Granger foi realizado no *software* R 4.0.3 utilizando a função *grangertest* da biblioteca *lmtest* (R Core Team, 2019).

A causalidade de Granger tem potencial para trazer mais certeza sobre a relação entre variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura) e IMFA. Para verificar as dependências, as variáveis serão usadas aos pares: precipitação e IMFA, e temperatura e IMFA. Considerando os resultados da Correlação Cruzada com *Whitening* (Seção 4.5 para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, ilustrados nas Figuras 36, 37 e 38, respectivamente, a maior defasagem significativa ao nível de 5% foi de 16. Sendo assim, 16 será o maior *lag* usado no teste de causalidade de Granger para as três cidades.

Na Tabela 12 temos os valores da estatística F , com seu respectivo p – *valor*, tanto para precipitação e IMFA, quanto para temperatura e IMFA, referentes à cidade de Caratinga. Considerando o nível de significância de 5%, a precipitação melhorou a previsão do IMFA para defasagens $l = 1$ a $l = 16$, já a temperatura melhorou a previsão do IMFA apenas para defasagens $l = 1$ e $l = 4$. Os resultados indicam que a precipitação tem influência sobre o IMFA a curto, médio e longo prazos, já a temperatura tem influência apenas a curto prazo.

Na Tabela 13 temos os resultados para os testes de causalidade de Granger para precipitação e IMFA, e temperatura e IMFA, referentes à cidade de Lavras e considerando *lag* variando de 1 a 16. Ao nível de significância de 5%, a precipitação melhorou a previsão de IMFA para as defasagens $l = 5, 6, 7, 8, 12$, e 13 , já a temperatura melhorou a previsão de IMFA para as defasagens $l = 1$ a $l = 11$. Os resultados indicam efeitos a médio e longo prazos para precipitação e IMFA, e efeitos a curto, médio e longo prazos para temperatura e IMFA.

Na Tabela 14 temos os valores da estatística F , com seu respectivo p – *valor*, resultantes dos testes de causalidade para precipitação e IMFA, e temperatura e IMFA, referentes à cidade de Sete Lagoas. Considerando o nível de significância de 5%, a precipitação melhorou a previsão do IMFA para defasagens $l = 2$ a $l = 16$, e a temperatura melhorou a previsão do IMFA para defasagens $l = 1$ a $l = 6$. Os resultados indicam efeitos a curto, médio e longo prazos para precipitação e IMFA; já para temperatura e IMFA os efeitos são de curto e médio prazos.

Tabela 12 – Testes de causalidade de Granger para precipitação e IMFA e temperatura e IMFA, considerando dados da cidade de Caratinga, MG.

Lag	Precipitação e IMFA		Temperatura e IMFA	
	Estatística F	P-valor	Estatística F	P-valor
1	6,2538	$1,45 \times 10^{-2}$	6,1633	$1,52 \times 10^{-2}$
2	6,7461	$2,04 \times 10^{-3}$	2,7212	$7,24 \times 10^{-2}$
3	5,1128	$2,93 \times 10^{-3}$	2,0732	$1,11 \times 10^{-1}$
4	4,8992	$1,57 \times 10^{-3}$	2,8058	$3,23 \times 10^{-2}$
5	4,7508	$9,24 \times 10^{-4}$	2,2539	$5,93 \times 10^{-2}$
6	3,6931	$3,35 \times 10^{-3}$	2,0341	$7,43 \times 10^{-2}$
7	4,5261	$4,30 \times 10^{-4}$	1,7215	$1,21 \times 10^{-1}$
8	5,2656	$6,18 \times 10^{-5}$	1,4308	$2,04 \times 10^{-1}$
9	4,4153	$2,44 \times 10^{-4}$	1,2335	$2,95 \times 10^{-1}$
10	3,8812	$6,16 \times 10^{-4}$	1,3375	$2,37 \times 10^{-1}$
11	3,8998	$4,92 \times 10^{-4}$	1,2958	$2,57 \times 10^{-1}$
12	3,3279	$1,71 \times 10^{-3}$	1,1103	$3,76 \times 10^{-1}$
13	3,0914	$2,89 \times 10^{-3}$	0,9540	$5,10 \times 10^{-1}$
14	3,2408	$1,98 \times 10^{-3}$	1,0302	$4,46 \times 10^{-1}$
15	3,1692	$2,45 \times 10^{-3}$	1,0581	$4,26 \times 10^{-1}$
16	2,9902	$4,07 \times 10^{-3}$	0,9312	$5,45 \times 10^{-1}$

Tabela 13 – Testes de causalidade de Granger para precipitação e IMFA e temperatura e IMFA, considerando dados da cidade de Lavras, MG.

Lag	Precipitação e IMFA		Temperatura e IMFA	
	Estatística F	P-valor	Estatística F	P-valor
1	2,6399	$1,08 \times 10^{-1}$	13,4810	$4,04 \times 10^{-4}$
2	1,1873	$3,10 \times 10^{-1}$	8,1249	$5,74 \times 10^{-4}$
3	2,5369	$6,20 \times 10^{-2}$	6,0663	$8,53 \times 10^{-4}$
4	2,2130	$7,46 \times 10^{-2}$	4,7135	$1,78 \times 10^{-3}$
5	3,1318	$1,24 \times 10^{-2}$	4,0569	$2,48 \times 10^{-3}$
6	2,6643	$2,11 \times 10^{-2}$	3,5329	$3,84 \times 10^{-3}$
7	2,6923	$1,53 \times 10^{-2}$	3,0562	$7,00 \times 10^{-3}$
8	2,3364	$2,74 \times 10^{-2}$	2,5884	$1,53 \times 10^{-2}$
9	1,8957	$6,73 \times 10^{-2}$	2,9918	$4,62 \times 10^{-3}$
10	1,5323	$1,48 \times 10^{-1}$	2,5929	$1,04 \times 10^{-2}$
11	1,5729	$1,29 \times 10^{-1}$	2,0317	$3,99 \times 10^{-2}$
12	2,0003	$4,02 \times 10^{-2}$	1,6697	$9,74 \times 10^{-2}$
13	2,0085	$3,68 \times 10^{-2}$	1,4891	$1,51 \times 10^{-1}$
14	1,6565	$9,42 \times 10^{-2}$	1,1781	$3,19 \times 10^{-1}$
15	1,4188	$1,75 \times 10^{-1}$	0,9757	$4,93 \times 10^{-1}$
16	1,7538	$6,88 \times 10^{-2}$	0,9696	$5,03 \times 10^{-1}$

Tabela 14 – Testes de causalidade de Granger para precipitação e IMFA e temperatura e IMFA, considerando dados da cidade de Sete Lagoas, MG.

Lag	Precipitação e IMFA		Temperatura e IMFA	
	Estatística F	P-valor	Estatística F	P-valor
1	0,8352	$3,63 \times 10^{-1}$	9,2907	$3,04 \times 10^{-3}$
2	4,4874	$1,40 \times 10^{-2}$	4,7475	$1,11 \times 10^{-2}$
3	8,5341	$5,35 \times 10^{-5}$	3,7618	$1,39 \times 10^{-2}$

4.7 Informação Mútua

Métodos que envolvem o coeficiente de correlação de Pearson e modelos regressivos lineares podem ter deficiências, perdendo comportamentos mais complexos da dinâmica do sistema (FIEDOR, 2014). Dependências não lineares mais complexas podem ser determinadas pelo método da Informação Mútua. Nesse método, um papel fundamental é desempenhado pela entropia da informação $H(x)$, que é uma medida de quantos estados diferentes um sistema pode ter, ou quantas categorias diferentes fazem parte da distribuição e qual a frequência delas. Uma distribuição mais larga com mais categorias é mais rica em informação codificável com uso destas categorias. Por exemplo, ocorrência de palavras em textos e suas frequências. Se o vocabulário é mais extenso, a distribuição é mais larga e o volume de informação é maior (PENNY, 2000). A entropia pode ser, portanto, associada à largura da distribuição e, assim, à medida da incerteza de uma variável aleatória. Ou ainda, é uma medida da quantidade de informação necessária para descrever a distribuição da variável aleatória. Seja X uma variável aleatória discreta com probabilidade $p(x)$, a entropia, denotada por $H(X)$, é dada por (COVER; THOMAS, 2006):

$$H(X) = - \sum p(x) \cdot \log_2 p(x).$$

Por exemplo, o lançamento de uma moeda tem 2 estados, logo $H = 1 \text{ bit}$, duas moedas, 4 estados e $H = 2 \text{ bits}$; e um dado, $H = 2,585 \text{ bits}$, correspondendo à quantidade de informação que se pode codificar nesses sistemas.

A informação mútua é um caso especial de uma quantidade mais geral chamada entropia relativa, que é uma medida da distância entre duas distribuições de probabilidade, ou seja, é uma medida da quantidade de informação que uma variável aleatória contém sobre outra variável aleatória. A informação mútua entre duas séries temporais corresponde à informação que se pode ter da série Y_t , visto que a série X_t é conhecida, ou seja, a informação mútua é a redução na incerteza de Y_t devido ao conhecimento de X_t . Dadas duas variáveis aleatórias X e Y com distribuição conjunta de probabilidades dada por $p(x, y)$ e probabilidades marginais $p(x)$ e $p(y)$, a informação mútua, $I(X, Y)$, é a entropia relativa entre a distribuição conjunta e a distribuição do produto $p(x) \cdot p(y)$ (COVER; THOMAS, 2006):

$$I(X, Y) = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} p(x, y) \log_2 \left(\frac{p(x, y)}{p(x) p(y)} \right);$$

que também pode ser escrita em função das entropias de X e Y , $H(X)$ e $H(Y)$; e da entropia conjunta, $H(X, Y)$, como:

$$I(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y);$$

para quaisquer duas variáveis aleatórias, X e Y , $I(X, Y) \geq 0$, com igualdade se, e somente se, X e Y são independentes (COVER; THOMAS, 2006).

Como já foi dito anteriormente, a relação entre precipitação e infestação por *Ae. aegypti* é pouco estudada, talvez devido a sua complexidade (WALDOCK et al., 2013). Já a temperatura

está bem estabelecida como uma variável que afeta a população de mosquito. Assim, a informação mútua será utilizada aqui com o intuito de analisar dependências não lineares mais complexas entre variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura) e população adulta de fêmeas *Ae. aegypti* (IMFA), ou seja, vamos comparar o nível de influência da temperatura na infestação e da precipitação na infestação. Para o cálculo da informação mútua foi usada a função *mutinfo* da biblioteca FNN do *software* R 4.0.3 (R Core Team, 2019).

Na Tabela 15 temos os valores da informação mútua entre precipitação e IMFA e entre temperatura e IMFA, para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. Para a cidade de Lavras, o método mostrou que ambas as variáveis meteorológicas têm nível de influência muito semelhante no IMFA, se contabilizadas por dependências não lineares. Já para as cidades de Caratinga e Sete Lagoas, a precipitação apresentou maior influência sobre o IMFA, já que quanto mais próximo o resultado estiver de zero, mais independentes são os dados, considerando dependências não lineares. Portanto, apesar de complexa e pouco estudada, a variável precipitação tem papel importante na infestação por *Ae. aegypti* e deve ser considerada em modelos epidemiológicos, por exemplo.

Tabela 15 – Informação mútua entre precipitação e IMFA e entre temperatura e IMFA para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

	Precipitação e IMFA	Temperatura e IMFA
Caratinga	0,1637494	0,0186577
Lavras	0,1453237	0,1335019
Sete Lagoas	0,1717877	0,056784

4.8 Modelos Descritivos

Na Seção 4.5 estudamos a correlação cruzada entre as séries temporais branqueadas de temperatura e IMFA; e precipitação e IMFA, para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. Com o objetivo de aprofundarmos os estudos sobre o papel das variáveis meteorológicas na população de fêmeas *Ae. aegypti* adultas, um conjunto de modelos descritivos foi desenvolvido para ajustar os dados de IMFA. Em particular, estivemos interessados na determinação de bons preditores entre as variáveis meteorológicas para descrever a evolução temporal da população de fêmeas

Os modelos descritivos são uma classe de modelos que fazem uso de valores passados de séries temporais para estimar os valores futuros de uma série de interesse. Aqui, valores passados de IMFA serão utilizados para estimar valores futuros corrigidos exclusivamente por meio dos descritores: precipitação e temperatura. Os termos de correção são escritos como somas de variáveis meteorológicas nas defasagens significativas, de acordo com os resultados da otimização.

Sejam I_t , P_t e T_t as representações das séries de IMFA, precipitação e temperatura, respectivamente. Então, um modelo descritivo adequado, seguido pelas condições para otimização dos coeficientes, é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_t = \text{IMFA}_{t-t_0} + \sum_{l \in \Lambda_P} \pi_l \tilde{P}_{t-l} + \sum_{m \in \Lambda_T} \theta_m \tilde{T}_{t-m}, \\ \arg \min_{\{\pi_l, \theta_m\}} \left(\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{t=1}^N (I_t - \text{MFAI}_t)^2} \right), \\ \text{sujeito a } -1 \leq \pi_l, \theta_m \leq 1, \quad l \in \Lambda_P, m \in \Lambda_T. \end{array} \right. \quad (5)$$

Na equação, a infestação futura estimada, I_t , é representada pelos valores de IMFA de t_0 semanas anteriores, IMFA_{t-t_0} , corrigida pela soma dos valores defasados \tilde{P}_{t-l} e \tilde{T}_{t-m} . O til na notação corresponde à precipitação e temperatura redimensionadas pela divisão por seu próprio desvio-padrão. A soma é realizada sobre as defasagens l e m de precipitação e temperatura, respectivamente, pertencentes aos conjuntos de defasagens Λ_P e Λ_T . Essas defasagens são supostamente importantes para a estimativa dos dados futuros de I_t . Os coeficientes π_l e θ_m explicam o grau de relevância das respectivas séries defasadas nas correções do IMFA. Na segunda equação do sistema, RMSE é a raiz do erro quadrático médio.

Considerando os resultados obtidos no estudo da correlação cruzada com *whitening* (Seção 4.5) para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, os *lags* significativos foram 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 13 e 16. Sabendo que, dentre as 3 cidades, Lavras possui a maior base de dados, usaremos Lavras como cidade base e 16 como maior *lag*, tanto para precipitação quanto para temperatura. A otimização dos coeficientes do modelo descritivo será realizada pelo método *Levenberg-Marquardt* do *software* Matlab (R2017b), considerando condição inicial aleatória.

Para definição das defasagens relevantes para o modelo descritivo, uma sucessão de modelos foi examinada. Os modelos estimam I_t com base no valor de IMFA referente a 4 semanas anteriores, além dos valores referentes à precipitação e temperatura, considerando *lags* de 0 a 16, inicialmente. Na análise, o número de termos corrigidos defasados foi selecionado de acordo com um critério de magnitude de seus coeficientes, de forma que, a cada etapa, os termos menos importantes foram cortados à medida que o RMSE do ajuste foi avaliado para busca de um mínimo.

O primeiro modelo descritivo considera *lags* de 0 a 16 tanto para precipitação quanto para temperatura e está representado como caso 1 na Tabela 16. Dentre os 34 coeficientes do modelo do caso 1, eliminamos todos que representavam, em módulo, menos de 1% da soma dos coeficientes. Assim, no caso 2, todos os *lags* considerados têm magnitude maior que 1%. O mesmo procedimento foi utilizado nos casos 3, 4 e 5, considerando magnitudes de 3%, 5% e 6%, respectivamente. Para todos os casos calculamos o RMSE. Analisando a Tabela 16 percebemos que o menor RMSE ocorreu no caso 4, portanto, o modelo descritivo referente a este caso será

Tabela 16 – Modelos descritivos para dados de IMFA de Lavras em função dos preditores meteorológicos precipitação e temperatura. RMSE dos modelos considerando diferentes defasagens e número de coeficientes ajustados por Levenberg-Marquardt aos dados IMFA.

Modelo Caso	Termos do modelo (lags)		RMSE	Critério de Magnitude
	Precipitação	Temperatura		
1	0, 1, ..., 16	0, 1, ..., 16	0,15002	
2	0, ..., 4, 6, ..., 10 12, 14, 16	0, ..., 9, 11, 12, 13, 16	0,14978	> 1%
3	4, 6, 7, 8, 10, 14	0, 1, 2, 7, 11, 13	0,12331	> 3%
4	4, 6, 7, 8, 10, 14	0, 1, 7, 11	0,12316	> 5%
5	4, 6, 7, 8, 10	0, 1, 7, 11	0,12369	> 6%

usado para as três cidades: Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

As Figuras 39, 40 e 41 mostram a comparação entre os dados de IMFA e o modelo preditivo para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, respectivamente. O IMFA estimado, I_t , é ajustado sobre os dados de IMFA nas Figuras 39a, 40a e 41a. Já as Figuras 39b, 40b e 41b mostram um diagrama de dispersão dos dados de IMFA *vs* dados estimados pelo modelo preditivo. Nos três casos percebemos que o modelo preditivo se ajusta bem aos dados. Existem algumas discrepâncias mais significativas no caso da cidade de Lavras (Figura 40), mas ainda assim podemos considerar que o modelo representa os dados de forma satisfatória. Os resultados indicam a relevância dos preditores meteorológicos (precipitação e temperatura) em curto, médio e longo prazos.

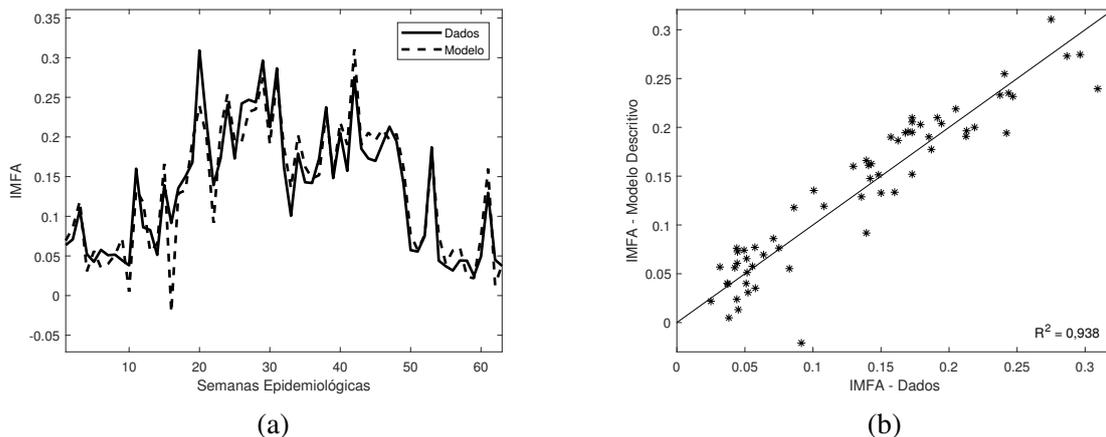


Figura 39 – Modelo descritivo para dados de IMFA referentes à cidade de Caratinga. (a) Comparação entre os dados de IMFA e o modelo com menor RMSE (caso 4 da Tabela 16). (b) Diagrama de dispersão de pontos de dados IMFA *versus* modelo selecionado com correlação de Pearson $R^2 = 0,938$.

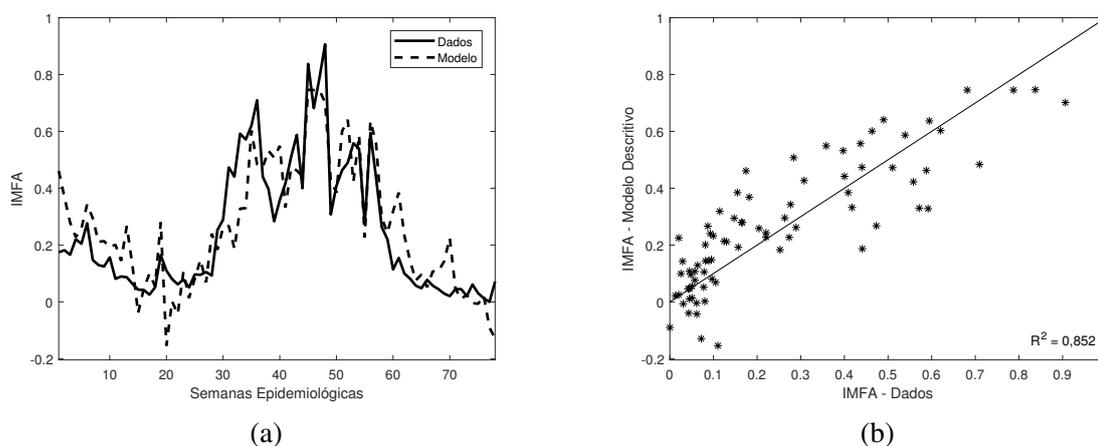


Figura 40 – Modelo descritivo para dados de IMFA referentes à cidade de Lavras. (a) Comparação entre os dados de IMFA e o modelo com menor RMSE (caso 4 da Tabela 16). (b) Diagrama de dispersão de pontos de dados IMFA *versus* modelo selecionado com correlação de Pearson $R^2 = 0,852$.

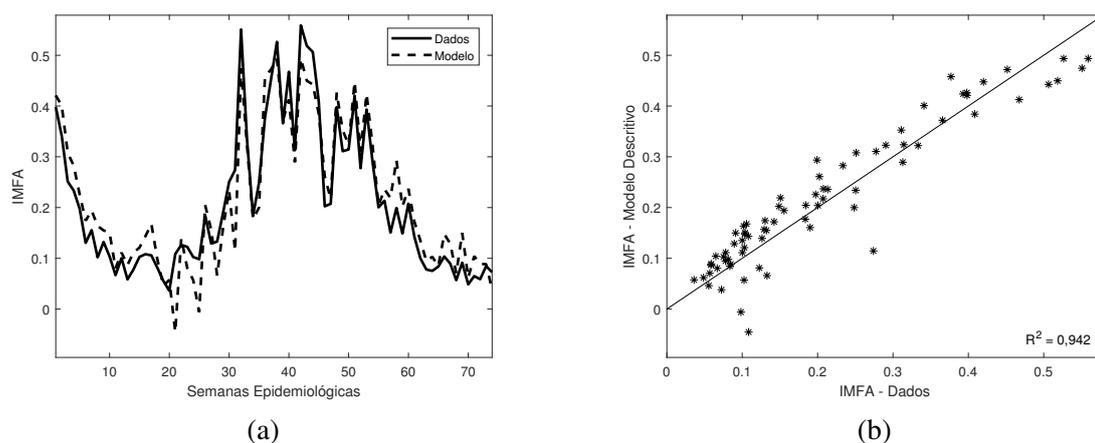


Figura 41 – Modelo descritivo para dados de IMFA referentes à cidade de Sete Lagoas. (a) Comparação entre os dados de IMFA e o modelo com menor RMSE (caso 4 da Tabela 16). (b) Diagrama de dispersão de pontos de dados IMFA *versus* modelo selecionado com correlação de Pearson $R^2 = 0,942$.

4.9 Discussão

Em estudo sobre a fisiologia do *Ae. aegypti*, a temperatura está bem estabelecida por afetar o ciclo de vida de diversas maneiras (BESERRA et al., 2009; YANG, 2017; SILVA et al., 2018), portanto esta variável meteorológica é usada como referência de dependência. A umidade também é conhecida por afetar o ciclo de vida do vetor (COSTA et al., 2010). A precipitação, por sua vez, é de padrão complexo e difícil de ser controlada experimentalmente (WALDOCK et al., 2013).

Nos testes de colinearidade, precipitação e umidade aferimos o nível de dependência entre os candidatos a descritores (temperatura, precipitação e umidade). A relação das variáveis precipitação e umidade com a temperatura foi de dependência semelhante. A decisão de usar o par de precipitação e temperatura foi tomada por dois motivos: (1) a precipitação tem um padrão de picos nas séries temporais, identificados também nas séries temporais de IMFA, diferindo do padrão mais suave das séries temporais representativas da temperatura; (2) a precipitação enche possíveis criadouros do vetor, impactando sua densidade populacional. Essa decisão mostrou-se adequada, pois na avaliação da informação mútua, que é sensível a dependências não lineares mais complexas, a precipitação mostrou-se uma variável influente na população de *Ae. aegypti*, com nível de dependência com a infestação mais elevado que o nível de dependência entre temperatura e infestação.

Tabela 17 – Resumo dos resultados para Caratinga, MG.

Métodos	Precipitação e IMFA	Temperatura e IMFA
Correlação Cruzada	$l_P = 1, 2, \dots, 12$ ($p < 0,05$)	$l_T = 0, 1, \dots, 16$ ($p < 0,05$)
Correlação Cruzada com Whitening	$l_P = 2, 7$ ($p < 0,05$)	-
Causalidade de Granger	$l_P = 1, 2, \dots, 16$ ($p < 0,05$)	$l_T = 1, 4$ ($p < 0,05$)
Informação Mútua	$IM(P, IMFA) = 0,1637$	$IM(T, IMFA) = 0,0187$
Modelos Descritivos	$l_P = 4, 6, 7, 8, 10, 14$	$l_T = 0, 1, 7, 11$

Tabela 18 – Resumo dos resultados para Lavras, MG.

Métodos	Precipitação e IMFA	Temperatura e IMFA
Correlação Cruzada	$l_P = 2, 3, \dots, 12$ ($p < 0,05$)	$l_T = 0, 1, \dots, 15$ ($p < 0,05$)
Correlação Cruzada com Whitening	$l_P = 3, 5$ ($p < 0,05$)	$l_T = 0, 1, 4, 13$
Causalidade de Granger	$l_P = 5, 6, 7, 8, 12, 13$ ($p < 0,05$)	$l_T = 1, \dots, 11, 13$ ($p < 0,05$)
Informação Mútua	$IM(P, IMFA) = 0,1453$	$IM(T, IMFA) = 0,1335$
Modelos Descritivos	$l_P = 4, 6, 7, 8, 10, 14$	$l_T = 0, 1, 7, 11$

Embora por meios mais complexos, o efeito da precipitação na infestação por *Ae. aegypti* mostrou-se significativo (ou importante) por vários métodos (veja as Tabelas 17, 18 e 19, referentes aos resultados de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, respectivamente). O padrão sazonal dos dados aliado ao poder dos testes foi favorável a tal avaliação. Para as três cidades, considerando as técnicas adotadas, as defasagens das dependências foram significativas em curto, médio e longo prazos. No entanto, as defasagens exatas apareceram nos resultados de forma difusa para os vários métodos. Ainda assim, recomenda-se que a variável precipitação seja considerada um preditor de infestação por programas de saúde pública, se possível, ponderando tal variedade de desfechos.

Em particular, os efeitos de longo prazo de atrasos, cerca de 10 a 16 semanas, correspondem a muitos ciclos de vida médios do mosquito, sendo interessante considerá-los no planejamento e controle ambiental. É provável que seja um efeito de longa latência da população de ovos. Esse efeito pode ser estudado adequadamente com modelos entomológicos, por exemplo.

Tabela 19 – Resumo dos resultados para Sete Lagoas, MG.

Métodos	Precipitação e IMFA	Temperatura e IMFA
Correlação Cruzada	$l_P = 1, 2, \dots, 11$ ($p < 0,05$)	$l_T = 0, 1, \dots, 16$ ($p < 0,05$)
Correlação Cruzada com Whitening	$l_P = 3, 5$ ($p < 0,05$)	$l_T = 16$
Causalidade de Granger	$l_P = 2, 3, \dots, 16$ ($p < 0,05$)	$l_T = 1, 2, \dots, 6$ ($p < 0,05$)
Informação Mútua	$IM(P, IMFA) = 0,1718$	$IM(T, IMFA) = 0,0568$
Modelos Descritivos	$l_P = 4, 6, 7, 8, 10, 14$	$l_T = 0, 1, 7, 11$

O par eleito de preditores (precipitação e temperatura) foi testado com muitos *lags* em um modelo regressivo linear otimizado para estimar os valores futuros do indicador entomológico IMFA. Para a cidade de Lavras (maior banco de dados), o modelo foi atualizado sistematicamente eliminando os coeficientes com menores valores absolutos e avaliando o erro (RMSE). O modelo preditivo que apresentou RMSE mínimo foi utilizado para as três cidades e em todas verificou-se forte correlação entre o valor estimado e os dados de IMFA, comprovando o sucesso da utilização do par de preditores. A abordagem simples utilizada não necessariamente encontra o melhor modelo, mas mostra que a construção de um modelo muito bom é possível.

As variáveis temperatura e precipitação afetam a população de fêmeas adultas de *Ae. aegypti*, portanto, afetam a proliferação do vetor e, conseqüentemente, das doenças por ele transmitidas. Assim, modelos populacionais que busquem compreender o ciclo de vida do *Ae. aegypti*, a fim de realizar um controle mais eficaz do vetor, devem considerar essas duas variáveis meteorológicas.

No próximo capítulo é proposto um modelo matemático para descrever a dinâmica do ciclo de vida da fêmea *Ae. aegypti*, considerando que os parâmetros entomológicos do vetor são dependentes de precipitação e temperatura. Os dados de captura de fêmeas em campo (IMFA) serão utilizadas para avaliar a capacidade preditiva do modelo.

5 Modelo Entomológico para a População de *Aedes aegypti* sob Influência de Variáveis Meteorológicas

As fêmeas adultas do *Ae. aegypti* são responsáveis pela transmissão dos vírus causadores de doenças como dengue, zika, chikungunya, febre amarela, dentre outras. Assim, sua população constitui-se de um indicador direto do risco de infecção e, portanto, é monitorada por alguns programas de vigilância de vetores. Neste capítulo, os dados de captura de fêmeas em campo serão utilizados para avaliar se um sistema dinâmico não linear é capaz de prever a população de fêmeas *Ae. aegypti* em campo. O sistema é composto por quatro equações e cada uma delas representa a população de um estágio de desenvolvimento do mosquito. As taxas envolvidas no sistema são dependentes da temperatura média semanal e da precipitação acumulada semanalmente. A relação do ciclo de vida do *Ae. aegypti* com a temperatura está bem consolidada na literatura e a dependência será modelada sob o pressuposto da existência de uma temperatura ótima para as taxas, piorando para temperaturas extremas. Já a dependência da precipitação é pouco abordada na literatura, talvez devido à complexidade de se realizar experimentos, e será modelada por lei de potência com valores iniciais estimados em ordens de magnitude a partir de dados da literatura. Tais valores serão otimizados por um algoritmo genético real polarizado. Finalmente, a população de fêmeas *Ae. aegypti* pós-repasto sanguíneo gerada computacionalmente será comparada à população média de fêmeas em campo (IMFA) das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

5.1 Epidemiologia Matemática

A palavra epidemiologia vem de três palavras gregas, a saber, *epi*, que significa em ou sobre, *demos*, significando pessoas, e *logos*, que significa o estudo de. Assim, epidemiologia tem suas raízes no estudo do que acontece em uma população (DICKER et al., 2006). Ao longo dos anos surgiram muitas definições para epidemiologia, mas nos últimos 50 anos, aproximadamente, a definição da palavra epidemiologia foi ampliada, passando da preocupação com as epidemias de doenças transmissíveis para a preocupação com todos os fenômenos relacionados à saúde nas populações (LAST et al., 2001). Atualmente, a Epidemiologia pode ser definida como

o estudo da distribuição e determinantes de estados ou eventos relacionados à saúde em populações especificadas e a aplicação deste estudo ao controle de problemas de saúde. Traduzido de Last et al. (2001);

estudo inclui vigilância, observação, teste de hipóteses, pesquisa analítica e experimentos. *Distribuição* refere-se à análise por tempo, local e classes de pessoas infectadas. *Determinantes* são os fatores físicos, biológicos, sociais, culturais e comportamentais que influenciam a saúde. *Estados e eventos relacionados à saúde* incluem doenças, hábitos de vida, fornecimento e uso de serviços

de saúde. *Populações especificadas* são aquelas com características identificáveis. Finalmente, *aplicação para controlar problemas de saúde* torna explícito o objetivo da Epidemiologia: promover, proteger e restaurar a saúde (LAST et al., 2001).

Os estudos epidemiológicos tiveram início quando percebeu-se que doenças com alto grau de mortalidade eram mais eficazmente combatidas quando medidas profiláticas eram adotadas. No entanto, apenas compreender o mecanismo de funcionamento das doenças não bastava. Também era necessário considerar o problema da doença do ponto quantitativo, para assim decidir, por exemplo, sobre vacinações. E assim os modelos matemáticos começaram a ser utilizados na epidemiologia, originando a Epidemiologia Matemática (BARROS, 2007).

Os primeiros estudos em Epidemiologia Matemática parecem ter sido realizados por Daniel Bernoulli, no século XVIII, quando houveram avanços do conhecimento médico sobre doenças infecciosas e Bernoulli utilizou um método matemático para avaliar a eficiência de políticas públicas no tratamento de varíola. No início do século XX a transmissão de doenças infecciosas era investigada por meio de modelos matemáticos simples. A partir da segunda metade do século XX, a Epidemiologia Matemática se desenvolveu rapidamente e, atualmente, é aplicada em modelo epidêmicos, espalhamento espacial de doenças, investigação de mecanismos de sazonalidade de epidemias, dentre outros. Os modelos matemáticos são capazes de representar características do sistema, facilitando seu monitoramento e permitindo que sejam feitos prognósticos sobre seu comportamento futuro, ou sua reação a algum tipo de perturbação (NEPOMUCENO, 2005; BARROS, 2007).

A epidemiologia matemática é uma área de caráter interdisciplinar, envolvendo epidemiologistas, matemáticos, biólogos, físicos, dentre outros. Na área de doenças infecciosas, a modelagem matemática se mostrou útil para a compreensão dos mecanismos de propagação de epidemias e no planejamento de estratégias de controle e avaliação do impacto destas (BARROS, 2007).

Neste capítulo, vamos utilizar a epidemiologia matemática para analisar um modelo capaz de descrever o ciclo de vida do *Ae. aegypti* em função de dados meteorológicos de temperatura e precipitação. O modelo é composto por quatro compartimentos gerando um sistema dinâmico não linear. A validação do modelo será feita comparando-se a população de fêmeas adultas (pós-repasto sanguíneo) com a população de fêmeas no ambiente (dada aproximadamente pelo IMFA).

5.2 Trabalhos Relacionados

Diversos trabalhos encontrados na literatura apresentam estudos e/ou resultados relevantes para este trabalho. Alguns deles serão apresentados aqui, sendo que os utilizados ao longo deste capítulo serão descritos mais detalhadamente, incluindo modelos matemáticos e tabelas, por exemplo.

A maioria dos estudos sobre a capacidade das populações de insetos para transmitir

doenças consideram apenas temperaturas constantes e descartam as flutuações diárias de temperatura, que podem afetar as interações vírus-vetor. As flutuações diárias de temperatura e sua influência na transmissão do vírus da dengue foram investigadas por [Lambrechts et al. \(2011\)](#). Avaliou-se, experimentalmente, o efeito da faixa de temperatura diurna (*FTD*) sobre o potencial de transmissão de dengue, por *Ae. aegypti*, sob três regimes de temperatura. Cada tratamento teve a mesma temperatura média (26 °C), mas uma amplitude diferente de variação diária: controlada (*FTD* = 0 °C), moderada (*FTD* = 10 °C) e grande (*FTD* = 20 °C). Em um dos experimentos, constatou-se que, em média, 97,1%; 94,9% e 78,9% das fêmeas foram infectadas pelo vírus DENV-2 sob *FTD* de 0 °C, 10 °C e 20 °C, respectivamente. A *FTD* teve influência significativa nas taxas de sobrevivência do vetor. Apenas 30% das fêmeas sobreviveram até o final do experimento sob *FTD* de 20 °C, enquanto 50% e 70% sobreviveram sob *FTD* de 10 °C e 0 °C, respectivamente.

Um modelo de simulação dinâmica do mosquito *Ae. aegypti* habitante em contêineres, chamado de CIMSIM, foi estudado por [Focks et al. \(1993b\)](#). O modelo foi projetado para fornecer uma estrutura aos modelos relacionados aos mosquitos que habitam recipientes artificiais e naturais. As taxas de desenvolvimento de ovos, larvas, pupas e ciclo gonotrófico foram baseadas na temperatura, usando uma abordagem cinética enzimática, conforme a equação

$$r(T_t) = \frac{\rho_{25^\circ\text{C}} \cdot \left(\frac{T_t}{298}\right) \cdot \exp\left[\left(\frac{\Delta H_A}{R}\right) \cdot \left(\frac{1}{298} - \frac{1}{T_t}\right)\right]}{1 + \exp\left[\left(\frac{\Delta H_H}{R}\right) \cdot \left(\frac{1}{T_{H/2}} - \frac{1}{T_t}\right)\right]}, \quad (6)$$

em que $r(T_t)$ representa a taxa de desenvolvimento (h^{-1}) para a temperatura média T_t (K) no dia t , $\rho_{25^\circ\text{C}}$ é a taxa de desenvolvimento (h^{-1}) a 25 °C, supondo que não há inativação da enzima crítica, ΔH_A é a entalpia de ativação da reação que é catalisada pela enzima (cal mol^{-1}), ΔH_H é a variação da entalpia associada à inativação da enzima por alta temperatura (cal mol^{-1}), $T_{H/2}$ é a temperatura (K) em que 50% da enzima é inativada pela temperatura elevada e R é a constante universal dos gases ($1,987 \text{cal} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$). A [Equação \(6\)](#) é uma versão simplificada por [Schoolfield, Sharpe e Magnuson \(1981\)](#) e os valores dos parâmetros que devem ser utilizados para cada um dos estágios do ciclo do mosquito encontram-se na [Tabela 20](#). O modelo fornece estimativas da densidade específica de cada estágio de vida do mosquito dentro de uma área representativa de 1ha. O CIMSIM é um modelo interativo e o usuário especifica uma região do mundo de interesse, obtendo uma lista de países e cidades associadas que possuem dados históricos sobre clima, habitat larval e densidades humanas. Além das informações meteorológicas e ambientais, o modelo utiliza arquivos biológicos contendo valores específicos de uma determinada espécie para cada um dos parâmetros da [Equação \(6\)](#). Este artigo descreve apenas o desenvolvimento do CIMSIM baseado na biologia do *Ae. aegypti*. Um trabalho complementar fornece uma validação do modelo usando dados de vários locais do mundo ([FOCKS et al., 1993a](#)).

Tabela 20 – Coeficientes para o modelo enzimático de [Sharpe e DeMichele \(1977\)](#) apud [Focks et al. \(1993b\)](#) relacionando taxas de desenvolvimento do *Ae. aegypti* à temperatura.

Estágios do processo	Parâmetros			
	$\rho_{25^\circ\text{C}}$	ΔH_A	ΔH_H	$T_{H/2}$
Eclosão dos Ovos	0,01066	10798,18	100000,00	14184,50
Desenvolvimento Larval	0,00873	26018,51	55990,75	304,58
Desenvolvimento Pupal	0,01610	14931,94	- 472379,00	148,45
Ciclo Gonotrófico	0,00898	15725,23	1756481,07	447,17

Um modelo estocástico de dinâmica populacional para o *Ae. aegypti*, composto por cinco populações: ovos (E), larvas (L), pupas (P), fêmeas adultas que não tenham colocados ovos ($A1$) e fêmeas adultas que tenham colocados ovos ($A2$) foi proposto por [Otero, Solari e Schweigmann \(2006\)](#). Para descrever a dinâmica do ciclo de vida do mosquito foi usado o sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = egn(ovr1 \times A1 + ovr2 \times A2) - me \times E - elr(1 - \gamma(L))E, \\ \frac{dL}{dt} = elr(1 - \gamma(L))E - ml \times L - \alpha \times L^2 - lpr \times L, \\ \frac{dP}{dt} = lpr \times L - mp \times P - par \times P, \\ \frac{dA1}{dt} = par \times ef \times P/2 - ma \times A1 - ovr1 \times A1, \\ \frac{dA2}{dt} = ovr1 \times A1 - ma \times A2. \end{array} \right. \quad (7)$$

Os coeficientes do modelo são: $ovr1$, $ovr2$: coeficientes do ciclo gonotrófico para fêmeas adultas nos estágios 1 e 2; egn : número médio de ovos depositados em uma oviposição; me : mortalidade de ovos; elr : taxa de eclosão; $\gamma(L)$: mortalidade dependente da densidade de larvas; lpr : taxa de desenvolvimento larval; mp : mortalidade de pupas; par : coeficiente de desenvolvimento das pupas em adultos; ef : fator de emergência e ma : mortalidade dos adultos. Todos os coeficientes dependem da temperatura, mas os que nos interessa são apenas as taxas de

mortalidade dos ovos (me), larvas (ml), pupas (mp) e adultos (ma), dadas, em $dias^{-1}$, por

$$me = 0,01, \quad (8)$$

$$ml = mp = 0,01 + 0,9725 \cdot \exp\left(-\frac{(T - 278)}{2,7035}\right), \quad (9)$$

$$ma = 0,09. \quad (10)$$

e válidas para $278K \leq T \leq 303K$. Finalmente, o modelo proposto foi utilizado para estabelecer critérios para a persistência da população de *Ae. aegypti* em determinada região.

A influência de diferentes temperaturas constantes na viabilidade e no tempo de eclosão dos ovos foi avaliada por [Farnesi et al. \(2009\)](#). Parâmetros relevantes da embriogênese para as temperaturas de 16 °C, 22 °C, 25 °C, 28 °C, 31 °C, 35 °C e 36 °C são mostrados na [Tabela 21](#). Para temperaturas entre 22 °C e 28 °C foram observadas taxas de eclosão superiores a 90%, enquanto para temperaturas de 16 °C e 31 °C essa taxa caiu para aproximadamente 80%. Aos 35 °C apenas 50% dos ovos eclodiram e aos 36 °C não houve eclosão, portanto, 35 °C foi definida como a temperatura máxima suportada para o desenvolvimento embrionário do *Ae. aegypti*. A velocidade do desenvolvimento embrionário completo é diretamente proporcional à temperatura, exceto a 35 °C, quando o desenvolvimento completo é mais lento que a 31 °C. Os resultados do trabalho corroboram o fato de o *Ae. aegypti* estar presente nas regiões tropicais e subtropicais.

Tabela 21 – Parâmetros para o desenvolvimento embrionário do *Ae. aegypti* em função da temperatura ([FARNESI et al., 2009](#)).

Temperatura (°C)	Conclusão da Embriogênese (horas)	Eclosão (%)	Taxa de Conclusão Embrionária (dias ⁻¹)	Taxa de Mortalidade dos Ovos (dias ⁻¹)
16	489 ± 0,6	81,1	0,049050	0,010275
22	98,3 ± 0,7	93,9	0,244151	0,015366
25	77,4 ± 0,8	96,0	0,310078	0,012724
28	61,6 ± 1,2	93,3	0,389610	0,027020
31	48,4 ± 0,5	82,8	0,495868	0,093591
35	50,3 ± 0,3	48,5	0,477137	0,345260
36	-	-	-	-

A influência de pequenas variações de temperatura e umidade na fecundidade, fertilidade e sobrevivência do *Ae. aegypti* foi estudada por [Costa et al. \(2010\)](#). Esses parâmetros foram analisados usando-se fêmeas individuais nas temperaturas de 25 ± 2 °C, 30 ± 2 °C e 35 ± 2 °C associadas à umidade relativa de 60 ± 8% e 80 ± 6%. As taxas de fertilidade dos ovos mantidos sob diferentes temperaturas e umidade estão listadas na [Tabela 22](#). A porcentagem de larvas obtidas a partir de ovos mantidos à 60% de umidade reduz gradualmente com o aumento da temperatura. Verificou-se também que a 25 °C e 80% de umidade as fêmeas sobreviveram duas vezes mais a produziram 40% mais ovos, comparadas às que foram mantidas a 35 °C e 80% de umidade, indicando quais são as condições meteorológicas mais favoráveis à proliferação do vetor.

Tabela 22 – Taxas de fertilidade (viabilidade) e mortalidade de ovos de *Ae. aegypti* mantidos sob diferentes condições de temperatura e umidade (COSTA et al., 2010).

Umidade (%)	Temperatura (°C)	Viabilidade (%)	Mortalidade (dias ⁻¹)
60	25	62,77	0,465693
	30	58,63	0,533924
	35	42,71	0,850737
80	25	58,88	0,529669
	30	70,67	0,347149
	35	43,08	0,842111

A incidência de dengue mostra uma dependência da variação sazonal. Como a temperatura afeta esta incidência? Yang et al. (2009) tratou esta questão indiretamente, estimando o tamanho da população de *Ae. aegypti* para diferentes temperaturas. O modelo matemático proposto para descrever a dinâmica populacional do vetor é composto por um sistema dinâmico com duas equações diferenciais, dado por

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = kf\phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) M - (\pi_q + \mu_q), \\ \frac{dM}{dt} = \pi_q A - \mu_F M. \end{cases} \quad (11)$$

A população da fase aquática no tempo t , $A(t)$, aumenta com o fator $\phi (1 - A/C)$, em que ϕ é a taxa de oviposição e C é a capacidade de carga; e decresce com a transição de pupa para adulto, π_q , e com a mortalidade de pupas, μ_q . O fator k , tal que $0 < k < 1$, representa a fração de ovos eclodidos e o fator f , tal que $0 < f < 1$, representa a fração de fêmeas que eclodiram dos ovos. A população de fêmeas no tempo t , $M(t)$, aumenta com o fator π_q e diminui com a mortalidade de fêmeas adultas, μ_F . Os parâmetros entomológicos (taxas de mortalidade, transição e oviposição) foram determinados para diferentes temperaturas, conforme as tabelas 23-25.

Tabela 23 – Taxa de transição da fase aquática para fase adulta (π_q) considerando diversas temperaturas (YANG et al., 2009).

T (°C)	π_q (dias ⁻¹)	T (°C)	π_q (dias ⁻¹)	T (°C)	π_q (dias ⁻¹)
10	-	19,04	0,06231	34,95	0,19529
10,38	-	19,18	0,06064	36,47	0,12323
10,45	-	26,56	0,09988	36,55	0,15947
14,74	0,01620	26,84	0,10839	39,95	-
14,84	0,02519	26,85	0,11975	40,16	-
14,92	0,01185	30,83	0,15846	40,64	-
18,86	0,06647	31,61	0,13521		

Tabela 24 – Taxa de mortalidade da fase aquática (μ_q) considerando diversas temperaturas (YANG et al., 2009).

T (°C)	μ_q (dias ⁻¹)						
10	0,16173	10,45	0,20706	19,18	0,03310	34,95	0,11567
10	0,09729	14,74	0,02087	25,56	0,06779	36,47	0,07062
10	0,08170	14,84	0,02344	26,84	0,06311	36,55	0,09993
10	0,22253	14,92	0,01809	26,85	0,06388	39,95	0,31994
10,38	0,46886	18,86	0,03672	30,83	0,10498	40,16	0,26644
10,45	0,17455	19,04	0,02063	31,61	0,05936	40,64	0,28482

Tabela 25 – Taxa de oviposição (ϕ) e mortalidade de fêmeas adultas (μ_F) considerando diversas temperaturas (YANG et al., 2009).

T (°C)	ϕ (por dia por fêmea)	μ_F (dias ⁻¹)	T (°C)	ϕ (por dia por fêmea)	μ_F (dias ⁻¹)
10,54	-	0,07585	25,64	6,9847	0,03043
10,76	-	0,09169	27,64	7,5997	0,02709
15,30	0,3548	0,03608	31,33	9,5762	0,04391
16,52	1,1208	0,03266	31,65	7,2770	0,03417
20,05	3,3668	0,04216	32,55	11,2240	0,04438
21,79	3,5931	0,03718	33,41	7,2745	0,04983

Considerando os dados das tabelas 23, 24 e 25 foram ajustados polinômios para cada um dos parâmetros entomológicos, em função da temperatura, conforme as equações 12-15, que serão utilizadas ao longo deste trabalho.

$$\pi_q(T) = 1,310 \times 10^{-1} - 5,723 \times 10^{-2}T + 1,164 \times 10^{-2}T^2 - 1,341 \times 10^{-3}T^3 + 8,723 \times 10^{-5}T^4 - 3,017 \times 10^{-6}T^5 + 5,153 \times 10^{-8}T^6 - 3,420 \times 10^{-10}T^7, \quad (12)$$

$$\mu_q(T) = 2,130 - 3,797 \times 10^{-1}T + 2,457 \times 10^{-2}T^2 - 6,778 \times 10^{-4}T^3 + 6,794 \times 10^{-6}T^4, \quad (13)$$

$$\phi(T) = -5,400 + 1,800T - 2,124 \times 10^{-1}T^2 + 1,015 \times 10^{-2}T^3 - 1,515 \times 10^{-4}T^4, \quad (14)$$

$$\mu_F(T) = 8,692 \times 10^{-1} - 1,5900 \times 10^{-1}T + 1,116 \times 10^{-2}T^2 - 3,408 \times 10^{-4}T^3 + 3,809 \times 10^{-6}T^4. \quad (15)$$

No estudo de Rueda et al. (1990) analisou-se, em condições laboratoriais, o efeito de temperaturas constantes sobre as taxas de desenvolvimento, crescimento e sobrevivência dos estágios imaturos do *Ae. aegypti*. Foi contabilizado o número de dias para completar cada um dos quatro estágios larvais e também o estágio de pupa, em seis temperaturas constantes (15 °C,

Tabela 26 – Taxa de transição da fase aquática para alada do *Ae. aegypti*, considerando a duração de cada um dos seus quatro estágios larvais e do estágio de pupa (RUEDA et al., 1990).

T (°C)	Dias para completar cada estágio de vida					Pupa	Total	α_2 (dias ⁻¹)
	Primeiro estágio	Segundo estágio	Terceiro estágio	Quarto estágio				
15	7,68	8,19	13,92	16,03	8,46	54,28	0,018423	
20	2,55	1,45	1,61	3,45	3,04	12,10	0,082645	
25	2,69	1,27	1,48	3,26	2,98	11,68	0,085616	
27	0,98	0,71	0,99	1,78	1,81	6,27	0,159490	
30	1,16	0,86	0,93	1,91	1,79	6,65	0,150376	
34	1,40	1,31	0,85	1,48	1,05	6,09	0,164204	

20 °C, 25 °C, 27 °C, 30 °C e 34 °C), conforme a Tabela 26. De 15 °C para 20 °C verificou-se uma diminuição significativa no número de dias necessários para o desenvolvimento no segundo e no terceiro estágios. Já para temperaturas de 25 °C a 34 °C, nenhuma diminuição significativa foi observada. O parâmetro α_2 representa a taxa de transição da fase aquática para fase alada do vetor, dada pelo inverso do total de dias necessários para atingir a fase alada.

O trabalho de Beserra et al. (2006) teve como principal objetivo determinar como a temperatura influencia o desenvolvimento e o número de gerações anuais de *Ae. aegypti*. A pesquisa foi conduzida com populações do mosquito coletadas em cinco municípios pertencentes a quatro regiões bioclimáticas da Paraíba: Boqueirão, Brejo dos Santos, Campina Grande, Itaporanga e Remígio. O ciclo biológico das populações do vetor foi estudado em câmaras climatizadas e em salas de criação reguladas a 18 °C, 22 °C, 26 °C, 30 °C e 34 °C. Avaliou-se, diariamente, o período de desenvolvimento e a viabilidade da fase de ovo, sobrevivência de larva e pupa, longevidade e fecundidade dos adultos. Os resultados estão resumidos nas tabelas 27 - 29. Verificou-se que a temperatura favorável ao desenvolvimento do *Ae. aegypti* está entre 21 °C e 29 °C, já para longevidade e fecundidade dos adultos está entre 22 °C e 30 °C.

Tabela 27 – Duração (dias) das fases de ovo, larva e pupa, acompanhadas da taxa de transição (dias⁻¹) de ovo para fase aquática (α_1) e da fase aquática para adulta (α_2), considerando populações de *Ae. aegypti* da Paraíba, em cinco temperaturas (BESERRA et al., 2006).

T (°C)	Ovo (dias)	Fase Larval (dias)	Fase Pupal (dias)	Larva + Pupa (dias)	α_1 (dias ⁻¹)	α_2 (dias ⁻¹)
18	9,05	19,34	6,64	25,98	0,110498	0,038491
22	5,74	13,20	3,12	16,32	0,174216	0,061274
26	4,34	8,24	2,36	10,60	0,230415	0,094340
30	3,30	6,28	1,48	7,76	0,303030	0,128866
34	3,08	7,22	1,34	8,56	0,324675	0,116822

Assim como no trabalho de Beserra et al. (2006), o trabalho de Beserra et al. (2009) avaliou como o ciclo de vida e o número de gerações anuais do *Ae. aegypti* dependem da temperatura. As amostras das populações do mosquito foram obtidas a partir de ovos coletados

Tabela 28 – Viabilidade (%) e taxa de mortalidade (dias^{-1}) das fases de ovo, larva e pupa, considerando populações de *Ae. aegypti* da Paraíba, em cinco temperaturas (BESERRA et al., 2006).

T (°C)	Ovo		Larva		Pupa	
	Viabilidade	Mortalidade	Viabilidade	Mortalidade	Viabilidade	Mortalidade
18	22,65	0,148501	95,80	0,002219	88,62	0,018195
22	76,30	0,027050	94,64	0,004173	99,04	0,003092
26	70,74	0,034616	96,64	0,004148	97,90	0,008993
30	72,14	0,032656	97,80	0,003542	99,62	0,002572
34	62,92	0,046331	95,46	0,006435	98,16	0,013859

Tabela 29 – Longevidade, L(dias); número de ovos por fêmeas, N; taxa de oviposição, ϕ (dias^{-1}) e taxa de mortalidade de fêmeas adultas, μ_F (dias^{-1}), considerando populações de *Ae. aegypti* da Paraíba, em cinco temperaturas (BESERRA et al., 2006).

T (°C)	Boqueirão		Brejo dos Santos		Campina Grande	
	N	L	N	L	N	L
18	31,0	43,6 ± 2,36	21,6	36,5 ± 1,73	2,2	33,5 ± 2,21
22	99,0	38,5 ± 2,38	80,6	37,7 ± 1,43	104,6	53,3 ± 0,45
26	238,6	43,3 ± 4,01	169,5	38,2 ± 1,09	271,9	32,9 ± 2,62
30	72,5	20,0 ± 1,38	66,2	28,4 ± 0,79	132,1	23,4 ± 1,41
34	18,9	17,4 ± 0,68	30,8	20,6 ± 0,74	6,3	10,2 ± 1,02

T (°C)	Itaporanga		Remígio		ϕ (dias^{-1})	μ_F (dias^{-1})
	N	L	N	L		
18	18,7	46,2 ± 2,24	20,5	56,2 ± 2,38	0,4276	0,0226
22	93,8	32,4 ± 0,81	66,1	36,5 ± 1,64	2,2756	0,0248
26	242,2	43,7 ± 1,84	260,4	46,1 ± 1,74	5,8806	0,0238
30	49,9	20,8 ± 1,29	132	31,7 ± 1,60	3,6329	0,0392
34	36,7	31,2 ± 1,27	12,6	18,9 ± 1,53	1,0084	0,0495

em três municípios da Paraíba: Boqueirão, Campina Grande e Remígio. O estudo de cada população foi realizado em câmaras climatizadas reguladas a $18 \pm 2^\circ\text{C}$, $22 \pm 2^\circ\text{C}$, $26 \pm 2^\circ\text{C}$, $28 \pm 2^\circ\text{C}$, $32 \pm 2^\circ\text{C}$ e $34 \pm 2^\circ\text{C}$. Os resultados obtidos para o tempo de desenvolvimento e viabilidade das fases de ovo, larva e pupa; e para longevidade e fecundidade das fêmeas estão resumidos nas tabelas 30 - 32. Verificou-se que a temperatura favorável ao desenvolvimento do *Ae. aegypti* encontra-se entre 22°C e 32°C , já para longevidade e fecundidade dos adultos, entre 22°C e 28°C .

Tabela 30 – Duração (dias) das fases de ovo, larva e pupa, acompanhadas da taxa de transição (dias⁻¹) de ovo para fase aquática (α_1) e da fase aquática para adulta (α_2), considerando populações de *Ae. aegypti* da Paraíba, em seis temperaturas (BESERRA et al., 2009).

T (°C)	Ovo (dias)	Fase Larval (dias)	Fase Pupal (dias)	Larva + Pupa (dias)	α_1 (dias ⁻¹)	α_2 (dias ⁻¹)
18	12,04	11,41	4,98	16,39	0,083033	0,061038
22	8,09	7,11	3,23	10,34	0,123660	0,096743
26	5,47	5,15	1,71	6,86	0,182815	0,145843
28	3,24	4,50	1,67	6,17	0,308960	0,162162
32	3,63	3,76	1,48	5,24	0,275735	0,191083
34	4,27	3,40	1,45	4,85	0,234375	0,206327

Tabela 31 – Viabilidade (%) e taxa de mortalidade (dias⁻¹) das fases de ovo, larva e pupa, de populações de *Ae. aegypti* da Paraíba, em seis temperaturas (BESERRA et al., 2009).

T (°C)	Ovo		Larva		Pupa	
	Viabilidade	Mortalidade	Viabilidade	Mortalidade	Viabilidade	Mortalidade
18	57,76	0,027444	99,44	0,000492	93,15	0,021964
22	67,61	0,019571	99,55	0,000634	93,28	0,021537
26	89,32	0,005647	98,05	0,003824	95,95	0,024177
28	92,74	0,003769	97,11	0,006517	85,43	0,094295
32	77,30	0,012874	90,33	0,027048	94,12	0,040946
34	68,18	0,019151	95,73	0,012835	91,40	0,062017

Tabela 32 – Longevidade, L(dias); número de ovos por fêmeas, N; taxa de oviposição, ϕ (dias⁻¹) e taxa de mortalidade de fêmeas adultas, μ_F (dias⁻¹), considerando populações de *Ae. aegypti* da Paraíba, em seis temperaturas (BESERRA et al., 2009).

T (°C)	Boqueirão		C. Grande		Remígio		ϕ (dias ⁻¹)	μ_F (dias ⁻¹)
	N	L	N	L	N	L		
18	46,9	21,90 ± 1,6	3,9	15,71 ± 2,5	69,7	22,67 ± 0,3	1,8214	0,0480
22	67,4	27,52 ± 2,4	117,9	27,30 ± 1,9	14,8	24,74 ± 1,7	2,4553	0,0363
26	610,6	25,46 ± 4,2	89,4	40,54 ± 2,1	214,7	38,36 ± 2,7	10,5950	0,0276
28	66,6	13,81 ± 0,5	84,1	1,521,44 ±	389,2	22,36 ± 2,3	8,7171	0,0503
32	50,6	13,44 ± 0,6	13,4	16,76 ± 3,6	25,3	11,22 ± 1,1	2,2731	0,0680
34	97,9	13,48 ± 1,2	3,4	12,16 ± 1,4	1,8	10,92 ± 0,7	2,5690	0,0785

Um modelo determinístico para as populações dos estágios de desenvolvimento do *Ae. aegypti* e do *Ae. albopictus* foi proposto por Silva et al. (2018). O modelo é composto por quatro populações (ovos (E), larvas e pupas (A), fêmeas pré-repasto sanguíneo (F_1) e fêmeas pós-repasto sanguíneo (F_2)) e considera parâmetros entomológicos dependentes da precipitação (P), conforme o sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \phi(P(t)) \left(1 - \frac{E(t)+A(t)}{C(t)}\right) F_2(t) - (\alpha_1(P(t)) + \mu_E(P(t)) + \eta_E(t)) E(t), \\ \frac{dA}{dt} = \alpha_1(P(t))E(t) - (\alpha_2(P(t)) + \mu_A(P(t)) + \eta_A(t)) A(t), \\ \frac{dF_1}{dt} = \alpha_2(P(t))A(t) - (\alpha_3(P(t)) + \mu_{F_1}(P(t)) + \eta_{F_1}(t)) F_1(t), \\ \frac{dF_2}{dt} = \alpha_3(P(t))F_1(t) - (\mu_{F_2}(P(t)) + \eta_{F_2}(t)) F_2(t), \\ E, A, F_1, F_2 \geq 0 \quad \text{e} \quad 0 \leq E + A \leq C. \end{array} \right. \quad (16)$$

No modelo, a taxa de oviposição é dada por ϕ e as taxas de desenvolvimento dos mosquitos são dadas por α_1 , α_2 e α_3 . As taxas de mortalidade natural e adicional são dadas por μ e η , respectivamente, e são específicas para cada compartimento. O termo $\left(1 - \frac{E(t)+A(t)}{C(t)}\right)$ representa um fator logístico que atenua a taxa ϕ , caso a população $E(t) + A(t)$ seja suficientemente grande quando comparada à capacidade do meio ($C(t)$).

As populações de *Ae. aegypti* e *Ae. albopictus* são muito sensíveis a poucas chuvas, no entanto, não guarda a mesma sensibilidade para quantidades maiores de chuvas. Sendo assim, a relação da dependência dos parâmetros com a precipitação é dada pela seguinte lei de potência

$$\pi = \pi_{min} + (\pi_{max} - \pi_{min}) \left(\frac{P - P_0}{P_1 - P_0}\right)^{r_\pi} \quad (17)$$

em que π representa, genericamente, os parâmetros entomológicos ϕ , α_1 , α_2 e α_3 , π_{min} e π_{max} representam, respectivamente, o valor mínimo e o valor máximo do parâmetro, P é a pluviosidade acumulada semanalmente, P_0 e P_1 são os valores mínimo e máximo da pluviosidade, considerando a cidade em estudo; e $r_\pi \in [0,1]$. Para os demais parâmetros entomológicos, adotou-se uma relação linear com a precipitação semanal.

Tabela 33 – Faixa de parâmetros adotados no sistema 16.

Parâmetro	Faixa	Parâmetro	Faixa
ϕ	0,5 – 11,2	μ_A	0,164 – 0,132
C	1	μ_E	0,01
α_1	0,2 – 0,5	$\mu_{F_1} = \mu_{F_2}$	0,0588 – 0,0286
α_2	0,0385 – 0,1670	α_3	0,5 – 1,0

O sistema foi resolvido numericamente através do algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem com passo de 0,01. Os valores máximos e mínimos dos parâmetros entomológicos estão na Tabela 33. Os dados de precipitação usados foram referentes às cidades de Caratinga e Sete Lagoas.

A população de fêmeas pós-repasto sanguíneo gerada pela simulação computacional foi comparada aos dados amostrais de IMFA (índice correspondente à razão entre o número de fêmeas *Aedes* em fase de oviposição capturadas pela armadilha MosquiTRAP e o número total de armadilhas instaladas na região de estudo) no horizonte de estudo das duas cidades.

Os autores verificaram que a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo acompanha os dados amostrais de IMFA com um atraso médio entre picos de duas semanas para a cidade de Caratinga e de 3 semanas para a cidade de Sete Lagoas. Os resultados foram considerados satisfatórios uma vez que a influência do controle e de outros fatores meteorológicos foram desconsiderados. Além disso, os dados amostrais de IMFA podem sofrer influências tecnológicas, humanas e climáticas.

Assim como [Silva et al. \(2018\)](#), [Vasconcelos et al. \(2021\)](#) propôs um modelo entomológico composto por 4 populações (E-ovos, A-fase aquática, F_1 -fêmeas pré-repasto sanguíneo e F_2 -fêmeas pós-repasto sanguíneo) para descrever o ciclo de vida do *Ae. aegypti*. O modelo dinâmico é dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \phi(r) \left(1 - \frac{E(t)}{C(t)}\right) F_2(t) - \alpha_1(r)E(t) - \mu_E(t)(E(t)) - u_1(t)E(t), \\ \frac{dA}{dt} = \alpha_1(r)E(t) - \alpha_2(r)A(t) - \mu_A(t)A(t) - u_1(t)A(t), \\ \frac{dF_1}{dt} = \alpha_2(r)A(t) - \alpha_3(t)F_1(t) - \mu_{F_1}(r)F_1(t) - u_2(t)F_1(t), \\ \frac{dF_2}{dt} = \alpha_3(r)F_1(t) - \mu_{F_2}(r)F_2(t) - u_2(t)F_2(t), \\ E, A, F_1, F_2 \geq 0 \quad F_2 > 0 \quad \text{e} \quad 0 < E < C; \end{array} \right. \quad (18)$$

em que alguns parâmetros entomológicos dependem da precipitação acumulada r , que é dependente do tempo t , e os demais dependem apenas do tempo t . A taxa de oviposição é representada por ϕ , as taxas de desenvolvimento são dadas por α_1 , α_2 e α_3 , as taxas de mortalidade natural são dadas por μ_E , μ_A , μ_{F_1} e μ_{F_2} , e a capacidade de suporte ambiental é representada por C . As taxas de mortalidade devido às ações de controle são representadas por u_1 (para populações de ovos e fase aquática) e u_2 (para populações de fêmeas pré e pós-repasto sanguíneo).

A relação de dependência dos parâmetros com a precipitação foi definida por uma lei de potência, assim como no trabalho de [Silva et al. \(2018\)](#), devido à capacidade de representar uma grande variedade de comportamentos de função. Considerando que π representa genericamente os parâmetros entomológicos dependentes da precipitação ($\pi = \{\phi, \alpha_1, \alpha_2, \mu_{F_1}, \mu_{F_2}\}$), temos

$$\pi(r) = \pi_{\min} + (\pi_{\max} - \pi_{\min}) \left(\frac{r - r_0}{r_1 - r_0} \right)^y, \quad (19)$$

sendo que os valores dos parâmetros estão na Tabela 34. Para os parâmetros constantes adotou-se $\alpha_3 = 0,2 \text{ dias}^{-1}$, $\mu_E = 0,01 \text{ dias}^{-1}$ e $\mu_A = 0,164 \text{ dias}^{-1}$.

Tabela 34 – Faixa de parâmetros adotados no sistema 18

Parâmetro	Faixa
ϕ	0,56 – 11,2
α_1	0,01 – 0,5
α_2	0,06 – 0,16
μ_{F_1}	0,043 – 0,17
μ_{F_2}	0,057 – 0,17

A determinação do limiar populacional que proporcionaria uma possível infestação por *Ae. aegypti* não é uma tarefa trivial, portanto, foi proposto um problema de otimização com o objetivo de encontrar a quantidade mínima de inseticida e seu tempo de aplicação suficientes para evitar o crescimento da população de fêmeas acasaladas, evitando, conseqüentemente, a disseminação dos arbovírus.

O problema de otimização é dado por

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & J(\mu_1(t), \mu_2(t)) = \frac{1}{2} \int_0^T (s_1^2 \mu_1^2 + s_2 \mu_2^2 + \bar{s}_3^2 F_2^2) d\tau, \\ \text{sujeito a: } & \begin{cases} \text{sistema dinâmico (18),} \\ 0 \leq u_1 \leq \bar{u}_1, & 0 \leq u_2 \leq \bar{u}_2, \\ 0 \leq t_1 \leq \bar{t}_1, & 0 \leq t_2 \leq \bar{t}_2. \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

em que μ_i ($i = 1, 2$) representam abordagens de controle, s_i ($i = 1, 2, 3$) representam custos e t_i ($i = 1, 2$) representam o tempo de duração do controle. As soluções para o problema de otimização foram determinadas via Algoritmo Genético Real Polarizado (AGRP). Verificou-se que a abordagem de controle realizado continuamente durante o maior período de tempo possível apresentou maior eficiência com menor custo total em todas as estações consideradas. No entanto, tal abordagem não é realista, pois propõe o uso de altas taxas de controle para mosquitos imaturos e adultos por um longo período de tempo.

5.3 Modelagem Matemática

O modelo matemático proposto neste trabalho descreve a dinâmica do ciclo de vida da fêmea *Ae. aegypti*, considerando que os parâmetros entomológicos do vetor são dependentes de variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura). Para representar o modelo, será usado um sistema com quatro compartimentos (Figura 42). O compartimento $E(t)$ representa a população de ovos do mosquito no tempo t , $A(t)$ representa a população aquática, composta por larvas e pupas, no tempo t e os compartimentos $F_1(t)$ e $F_2(t)$ representam, respectivamente, as populações adultas de fêmeas pré-repasto sanguíneo e pós-repasto sanguíneo, no tempo t . A população de

fêmeas adultas foi dividida em pré e pós repasto pois os resultados do modelo serão comparados aos dados experimentais de IMFA, que são referentes às fêmeas que estão em busca de um local para realizarem a oviposição.

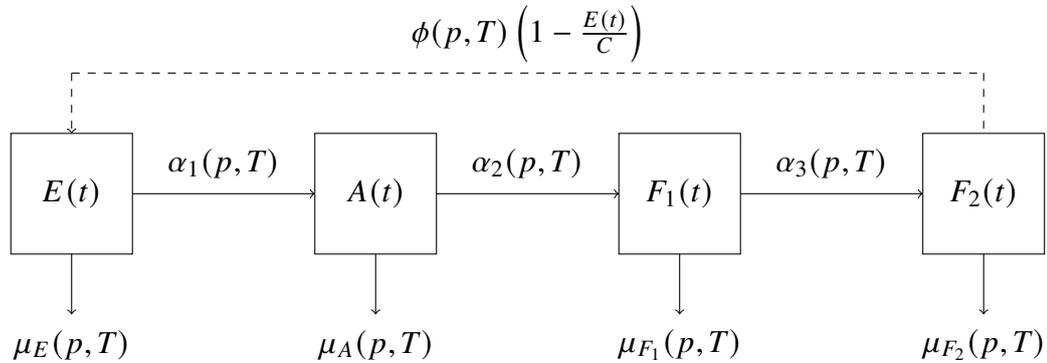


Figura 42 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes aegypti*, considerando parâmetros entomológicos do vetor dependentes de variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura).

As taxas entomológicas, que são dependentes das variáveis meteorológicas precipitação (p) e temperatura (T), são dadas por:

- ϕ : oviposição por unidade de fêmea pós-repasto sanguíneo;
- α_1 : desenvolvimento da população de ovos para fase aquática;
- α_2 : desenvolvimento da população aquática para fêmea pré-repasto sanguíneo;
- α_3 : desenvolvimento da população pré-repasto sanguíneo para pós-repasto sanguíneo;
- μ_E : mortalidade natural da população de ovos;
- μ_A : mortalidade natural da população aquática;
- μ_{F_1} : mortalidade natural da população pré-repasto sanguíneo;
- μ_{F_2} : mortalidade natural da população pós-repasto sanguíneo.

O parâmetro C representa a capacidade do meio (também chamada de capacidade suporte), que está associada às condições ambientais dos potenciais criadouros, como abundância de nutrientes.

O sistema de equações diferenciais não lineares que representa a dinâmica populacional do vetor é dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \phi(p, T) \left(1 - \frac{E(t)}{C(p, T)}\right) F_2(t) - \alpha_1(p, T)E(t) - \mu_E(p, T)E(t), \\ \frac{dA}{dt} = \alpha_1(p, T)E(t) - \alpha_2(p, T)A(t) - \mu_A(p, T)A(t), \\ \frac{dF_1}{dt} = \alpha_2(p, T)A(t) - \alpha_3(p, T)F_1(t) - \mu_{F_1}(p, T)F_1(t), \\ \frac{dF_2}{dt} = \alpha_3(p, T)F_1(t) - \mu_{F_2}(p, T)F_2(t), \\ C, \phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2} \geq 0, \quad \forall p, T, t \in \mathbb{R}_+. \end{array} \right. \quad (21)$$

A taxa de variação da população de ovos está representada na primeira equação do sistema 21. A população $E(t)$ é abastecida pelos ovos depositados pela população de fêmeas pós-repasto sanguíneo, $F_2(t)$, a uma taxa $\phi(p, T)$. O fator $\left(1 - \frac{E}{C(t)}\right)$ atenua ϕ , se a população de ovos for suficientemente grande quando comparada à capacidade do meio (C) para manter os indivíduos desta população vivos, considerando abundância de nutrientes, quantidades de criadouros, dentre outros. A população de ovos decresce segundo as taxas $\alpha_1(p, T)$ e $\mu_E(p, T)$, que representam, respectivamente, a taxa com que os indivíduos evoluem para a fase aquática e a taxa de mortalidade natural dos ovos.

A segunda equação do sistema (21) representa a taxa de variação da população aquática, $A(t)$. Esta população sofre um acréscimo segundo a taxa $\alpha_1(p, T)$, que representa os ovos que eclodiram. O decréscimo da população aquática ocorre devido à taxa com que os indivíduos desta fase evoluem para a fase alada, $F_1(t)$, e à taxa de mortalidade natural, $\mu_A(t)$.

A taxa de variação da população de fêmeas pré-repasto sanguíneo, $F_1(t)$, está representada na terceira equação do sistema (21). A população $F_1(p, T)$ sofre um acréscimo segundo a taxa $\alpha_2(p, T)$, que representa os indivíduos da fase aquática que evoluíram para a fase alada. Os decréscimos desta fase ocorrem segundo as taxas $\alpha_3(p, T)$ e $\mu_{F_1}(p, T)$, que representam a taxa de fêmeas que realizaram repasto sanguíneo e a taxa de mortalidade natural, respectivamente.

Finalmente, a última equação do sistema (21) representa a taxa de variação da população de fêmeas pós repasto sanguíneo, $F_2(t)$. Esta população sofre acréscimo segundo a taxa $\alpha_3(p, T)$, que representa a taxa de fêmeas pré-repasto que realizaram repasto sanguíneo. O decréscimo ocorre apenas por mortalidade natural da fêmea pós-repasto, representada por μ_{F_2} .

5.3.1 Pontos de Equilíbrio

O sistema de equações (21) pode ser reescrito como

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}), \quad \text{onde } \mathbf{X} = (E, A, F_1, F_2). \quad (22)$$

A condição $\mathbf{f}(\mathbf{X}) = 0$ revela dois pontos críticos, uma trivial, dado por P_0 (Equação (23)), e um não trivial, P_1 (Equação (24)).

$$P_0 = (E^*, A^*, F_1^*, F_2^*) = (0, 0, 0, 0) \quad (23)$$

$$P_1 = (E^{**}, A^{**}, F_1^{**}, F_2^{**}) = \left(\left(1 - \frac{1}{Q_0}\right)C, \frac{\alpha_1}{\alpha_2 + \mu_A}E^{**}, \frac{\alpha_2}{\alpha_3 + \mu_{F_1}}A^{**}, \frac{\alpha_3}{\mu_{F_2}}F_1^{**} \right) \quad (24)$$

em que Q_0 é o número de descendentes basal do vetor, dado por

$$Q_0 = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \mu_E} \right) \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \mu_A} \right) \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_3 + \mu_{F_1}} \right) \left(\frac{\phi}{\mu_{F_2}} \right). \quad (25)$$

O ponto P_0 representa a extinção da população de mosquitos e P_1 é um ponto de equilíbrio com infestação de mosquitos. As simbologias (*) e (**) indicam a população no ponto de equilíbrio trivial e não trivial, respectivamente.

5.3.2 Análise de Estabilidade

A análise de estabilidade dos pontos críticos P_0 e P_1 será baseada no *Critério de Estabilidade de Hurwitz*, que utiliza os coeficientes do polinômio característico da matriz jacobiana associada ao respectivo ponto crítico para caracterizá-lo em relação à estabilidade (WIGGINS, 2003).

Após a expansão na vizinhança dos pontos de equilíbrio P_k , $k = 0, 1$ e computação das matrizes jacobianas $B_{P_k} = \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right]_{P_k}$, $k = 0, 1$, seus polinômios característicos são dados por

$$\Phi_{P_k}(\lambda) = a_{k4}\lambda^4 + a_{k3}\lambda^3 + a_{k2}\lambda^2 + a_{k1}\lambda + a_{k0}; \quad k = 0, 1. \quad (26)$$

Para P_0 , os coeficientes do polinômio característico (Equação 26) são dados por

$$\begin{aligned} a_{04} &= 1, \\ a_{03} &= \alpha_1 + \mu_E + \alpha_2 + \mu_A + \alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}, \\ a_{02} &= (\alpha_1 + \mu_E)\mu_{F_2} + (\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1})(\alpha_1 + \mu_E + \mu_{F_2}) + (\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1}), \\ a_{01} &= (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) + (\alpha_1 + \alpha_2 + \mu_E + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}, \\ a_{00} &= (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}(1 - Q_0); \end{aligned}$$

e para P_1 ,

$$\begin{aligned} a_{14} &= 1, \\ a_{13} &= (\alpha_1 + \mu_E)Q_0 + \alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}, \\ a_{12} &= (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})Q_0 + (\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) + (\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}, \\ a_{11} &= (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})Q_0 + ((\alpha_1 + \mu_E)Q_0 + \alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}, \\ a_{10} &= \phi\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right). \end{aligned}$$

A estabilidade de cada ponto de equilíbrio P_k pode ser avaliada a partir do sinal da parte real de seus respectivos autovalores. O polinômio Φ_{P_k} (Equação 26) terá raízes com parte real estritamente menor que zero se, e somente se, todos os elementos na primeira coluna da *Tabela de Routh* (Equação 27) forem diferentes de zero e tiverem o mesmo sinal (WIGGINS, 2003).

$$R^{(k)} = \begin{bmatrix} 1 & a_{k2} & a_{k0} \\ a_{k3} & a_{k1} & 0 \\ \frac{a_{k2}a_{k3} - a_{k1}}{a_{k3}} & a_{k0} & 0 \\ a_{k1} - \frac{a_{k3}^2 a_{k0}}{a_{k2}a_{k3} - a_{k1}} & 0 & 0 \\ a_{k0} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad k = 0,1. \quad (27)$$

Os elementos $R_{11}^{(k)} = 1 > 0$, para $k = 0,1$, portanto são positivos. Como todas as taxas do modelo permanecem positivas por definição, $R_{21}^{(k)} > 0$, para $k = 0,1$. Como consequência, $R_{31}^{(k)}$, $k = 0,1$, são positivos se $a_{k2}a_{k3} - a_{k1} > 0$. Para $k = 0$, tem-se

$$\begin{aligned} a_{02}a_{03} - a_{01} &= 2(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1})\mu_{F_2} \\ &+ 2(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})(\alpha_1 + \mu_E + \mu_{F_2}) \\ &+ (\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) \\ &+ (\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_1 + \alpha_3 + \mu_E + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) \\ &+ (\alpha_3 + \mu_{F_1})^2(\alpha_1 + \alpha_2 + \mu_E + \mu_A + \mu_{F_2}) \\ &+ (\mu_{F_2})^2(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \mu_E + \mu_A + \mu_{F_1}) > 0. \end{aligned}$$

No caso $k = 1$, tem-se

$$\begin{aligned} a_{12}a_{13} - a_{11} &= (\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})Q_0^2 + 2(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2} \\ &+ (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1})Q_0 \\ &+ (\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) + \mu_{F_2}^2((\alpha_1 + \mu_E)Q_0 + \alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1}) \\ &+ (\alpha_3 + \mu_{F_1})^2(\alpha_2 + \mu_A + \mu_{F_2}) + (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1})\mu_{F_2}Q_0 > 0. \end{aligned}$$

Consequentemente, $R_{31}^{(k)} > 0$, $k = 0,1$. Como $a_{k2}a_{k3} - a_{k1} > 0$, $k = 0,1$, a análise de $R_{41}^{(k)}$ está restrita à verificação de $a_{k1}a_{k2}a_{k3} - a_{k01}^2 - a_{k3}^2 a_{k0} > 0$, $k = 0,1$. Para $k = 0$ tem-se

$$\begin{aligned}
a_{01}a_{02}a_{03} - a_{01}^2 - a_{03}^2a_{00} = & (\alpha_1 + \mu_E)^3(\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) \\
& + (\alpha_1 + \mu_E)^3(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2(\alpha_2 + \mu_A + \mu_{F_2}) \\
& + (\alpha_1 + \mu_E)^3(\mu_{F_2})^2(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1}) \\
& + 2(\alpha_1 + \mu_E)^3(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2} \\
& + (\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_2 + \mu_A)^3(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) \\
& + (\alpha_2 + \mu_A)^3(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2(\alpha_1 + \mu_E + \mu_{F_2}) \\
& + (\alpha_2 + \mu_A)^3\mu_{F_2}^2(\alpha_1 + \alpha_3 + \mu_E + \mu_{F_1}) \\
& + 2(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)^3(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2} \\
& + (\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})^3(\alpha_2 + \mu_A + \mu_{F_2}) \\
& + (\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})^3(\alpha_1 + \mu_E + \mu_{F_2}) \\
& + (\alpha_3 + \mu_{F_1})^3\mu_{F_2}^2(\alpha_1 + \alpha_2 + \mu_E + \mu_A) \\
& + 2(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})^3\mu_{F_2} \\
& + (\alpha_1 + \mu_E)^2\mu_{F_2}^3(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1}) \\
& + (\alpha_2 + \mu_A)^2\mu_{F_2}^3(\alpha_1 + \alpha_3 + \mu_E + \mu_{F_1}) \\
& + (\alpha_3 + \mu_{F_1})^2\mu_{F_2}^3(\alpha_1 + \alpha_2 + \mu_E + \mu_A) \\
& + 2(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}^3 \\
& + 4(\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}(\alpha_2 + \mu_A + \mu_{F_2}) \\
& + 4(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) \\
& + 4(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2\mu_{F_2}(\alpha_1 + \mu_E + \mu_{F_2}) \\
& + \phi\alpha_1\alpha_2\alpha_3(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_E + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})^2 > 0.
\end{aligned}$$

A expressão é positiva pois todos os parâmetros do modelo são positivos. No caso $k = 1$,

tem-se

$$\begin{aligned}
a_{11}a_{12}a_{13} - a_{11}^2 - a_{10}a_{13}^2 &= (\alpha_1 + \mu_E)^3(\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})Q_0^3 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)^3(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2(\alpha_2 + \mu_A + \mu_{F_2})Q_0^3 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)^3\mu_{F_2}^2(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1})Q_0^3 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)^3(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}Q_0^2(2Q_0 + 1) \\
&+ 2(\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2Q_0^2 \\
&+ 2(\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_2 + \mu_A)^2\mu_{F_2}^2Q_0^2 \\
&+ 2(\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2\mu_{F_2}^2Q_0^2 \\
&+ 4(\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})Q_0^2 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_2 + \mu_A)^3(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})Q_0^2 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})^3(\alpha_2 + \mu_A + \mu_{F_2})Q_0^2 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)^2\mu_{F_2}^3(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1})Q_0^2 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)^3(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \mu_{F_2})^2Q_0 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_3 + \mu_{F_1})^3(\alpha_2 + \mu_A + \mu_{F_2})^2Q_0 \\
&+ (\alpha_1 + \mu_E)\mu_{F_2}^3(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1})^2Q_0 \\
&+ 2(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2\mu_{F_2}(2Q_0 + 1) \\
&+ 2(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}^2(2Q_0 + 1) \\
&+ 2(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2\mu_{F_2}^2(2Q_0 + 1) \\
&+ (\alpha_2 + \mu_A)^3(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}(\alpha_1 + \alpha_3 + \mu_E + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) \\
&+ (\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})^3\mu_{F_2}(\alpha_1 + \alpha_2 + \mu_E + \mu_A + \mu_{F_2}) \\
&+ (\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})\mu_{F_2}^3(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \mu_E + \mu_A + \mu_{F_1}) \\
&+ 2(\alpha_2 + \mu_A)^2(\alpha_3 + \mu_{F_1})^2\mu_{F_2}^2 \\
&+ 2\phi\alpha_1\alpha_2\alpha_3(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \alpha_3 + \mu_A + \mu_{F_1} + \mu_{F_2}) > 0.
\end{aligned}$$

A expressão é positiva porque todos os parâmetros do modelo são positivos.

Finalmente, para $k = 0$, $R_{51}^{(0)} = a_{00} = (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1})(\mu_{F_2})(1 - Q_0)$ e para $k = 1$, $R_{51}^{(1)} = a_{10} = \phi\alpha_1\alpha_2\alpha_3\left(1 - \frac{1}{Q_0}\right)$. Nos dois casos, o sinal do elemento da matriz dependerá de Q_0 ser $0 < Q_0 < 1$ ou $Q_0 > 1$ ¹. Além disso, os fatores $(1 - Q_0)$ e $\left(1 - \frac{1}{Q_0}\right)$ têm sinais opostos nesses casos. Portanto, no caso $0 < Q_0 < 1$, $R_{51}^{(0)} > 0$ e a primeira coluna da *Tabela de Routh*, para $k = 0$, será estritamente positiva, fazendo com que P_0 seja estável. No entanto, para $k = 1$, no mesmo caso, $R_{51}^{(1)} < 0$, e haverá uma mudança de sinal no último elemento da primeira coluna da *Tabela de Routh*, fazendo com que P_1 fique instável.

Agora, voltando ao caso $Q_0 > 1$, temos $R_{51}^{(0)} < 0$ para $k = 0$ e $R_{51}^{(1)} > 0$ para $k > 1$. Portanto, a mudança de sinal na primeira coluna da *Tabela de Routh* se inverte, ou seja, agora P_0 se torna instável e P_1 se torna estável. No caso $Q_0 = 1$, $R_{51}^{(k)} = 0$, para $k = 0, 1$, logo P_0 e P_1 são coincidentes e triviais. Neste caso, os termos independentes a_{k0} do polinômio característico $\Phi_{P_k}(\lambda)$, $k = 0, 1$, desaparecem e ocorre um autovalor nulo, $\lambda = 0$. Esse fato, juntamente com a

¹ Vale ressaltar que Q_0 é composto apenas por taxas positivas, logo, $Q_0 > 0$. Caso contrário, o sistema 21 não seria biologicamente plausível.

mudança de estabilidade em $Q_0 = 1$, é suficiente para caracterizar o ponto como um ponto de bifurcação transcritical.

5.4 Parametrização

Como já foi dito algumas vezes ao longo deste trabalho, a relação entre o ciclo de vida do *Ae. aegypti* e a temperatura está fortemente consolidada na literatura (RIBEIRO et al., 2006; BESERRA et al., 2009; YANG et al., 2009; COSTA et al., 2010). Já a relação entre a população de *Ae. aegypti* e precipitação não foi suficientemente estudada em experimentos de campo (WALDOCK et al., 2013), sendo considerada em poucos trabalhos, até o momento, como no trabalho proposto por Silva et al. (2018).

Seja $\Pi = (\phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2})$ uma representação geral das taxas do sistema 21 e sejam $\Psi = \Psi(p)$ e $\Gamma = \Gamma(T)$ as dependências paramétricas das taxas em função da precipitação e da temperatura, respectivamente. Então, a dependência da taxa Π em p e T pode ser construída supondo-se uma função suficientemente bem comportada (analítica ou classe C^n), tal que $\Pi(\Psi, \Gamma) = a_0 + a_1\Psi + b_1\Gamma + O(\Psi^2, \Gamma^2)$. Assim, a associação das dependências das taxas do modelo em p e T é considerada de forma geral. Por simplicidade, como hipótese de trabalho, e porque as taxas diárias do modelo, Π , são tipicamente menores que um, retemos a parte linear para o propósito da associação:

$$\Pi(p, T) = \Psi(p) + \Gamma(T). \quad (28)$$

Assim, as dependências de p e T tornam-se aditivas, como se fossem as próprias taxas em associação paralela. Além disso, tal abordagem auxilia na minimização do número de parâmetros livres.

5.4.1 Temperatura

Para determinar como cada um dos parâmetros entomológicos do modelo proposto (Figura 42) se relacionam com a temperatura utilizamos os trabalhos de Smith et al. (1988), Rueda et al. (1990), Focks et al. (1993b), Otero, Solari e Schweigmann (2006), Beserra et al. (2006), Yang et al. (2007), Beserra et al. (2009), Farnesi et al. (2009) e Yang et al. (2009), em que as taxas de mortalidade, transição e oviposição foram determinadas para diferentes temperaturas. Para ajustar estes parâmetros entomológicos vamos usar um polinômio de grau n dado por

$$\Gamma_n(T) = \sum_{i=0}^n a_i T^i = a_n T^n + a_{n-1} T^{n-1} + \dots + a_1 T + a_0, \quad (29)$$

em que T é a temperatura (em °C) e os coeficientes a_i com $i = 0, 1, \dots, n$ são estimados pela função *polyfit* do Matlab. O grau do polinômio, n , deve ser escolhido de forma adequada. O aumento do grau do polinômio melhora o ajuste, no entanto, pode gerar valores negativos para

a função polinomial, o que não é desejável neste estudo. Considerando tais aspectos, vamos apresentar as curvas dos polinômios para cada um dos parâmetros do modelo. Na [Tabela 35](#) estão os coeficientes de todos polinômios.

Tabela 35 – Temperatura ótima, representada por T_{op} , e coeficientes para os polinômios, representados por a_i tal que $i = 0, 1, 2, 3, 4$, referentes à parametrização da temperatura.

Γ	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	T_{op}
ϕ	$-2,89 \times 10^{-4}$	$6,98 \times 10^{-4}$	$5,13 \times 10^{-2}$	$3,79 \times 10^{-1}$	1,08	17,6
α_1	$-7,04 \times 10^{-6}$	$1,73 \times 10^{-4}$	$-1,03 \times 10^{-3}$	$1,69 \times 10^{-2}$	$1,88 \times 10^{-1}$	21,6
α_2	$-2,69 \times 10^{-6}$	$-2,87 \times 10^{-5}$	$3,19 \times 10^{-4}$	$1,01 \times 10^{-2}$	$9,07 \times 10^{-2}$	23,5
α_3	-	-	$-3,2 \times 10^{-3}$	$5,77 \times 10^{-2}$	$2,40 \times 10^{-1}$	18,5
μ_E	-	-	$2,92 \times 10^{-4}$	$-7,15 \times 10^{-3}$	$5,47 \times 10^2$	4,1
μ_A	$5,77 \times 10^{-6}$	$-2,79 \times 10^{-4}$	$4,59 \times 10^{-3}$	$-2,69 \times 10^{-2}$	$7,05 \times 10^{-2}$	13,1
μ_F	$1,86 \times 10^{-6}$	$-7,73 \times 10^{-5}$	$1,24 \times 10^{-3}$	$-8,97 \times 10^3$	$5,67 \times 10^{-2}$	12,8

Para determinar o polinômio representativo da taxa de oviposição, parâmetro ϕ , foram considerados dados experimentais dos trabalhos realizados por [Beserra et al. \(2006\)](#), [Beserra et al. \(2009\)](#) e [Yang et al. \(2009\)](#). Os dados experimentais foram plotados e, em seguida, utilizando a função *polyfit* do software MATLAB, foi feito um ajuste polinomial aos dados, representado pela curva contínua no gráfico da [Figura 43](#). Observamos que para temperaturas entre 15 °C e 30 °C o aumento da taxa de oviposição é quase linear, para temperaturas inferiores a 15 °C a taxa de oviposição é bem próxima de zero e para valores superiores a 30 °C ocorre uma diminuição abrupta, até atingir $\phi = 0$ em 35 °C. O comportamento identificado é bem semelhante ao encontrado por [Yang et al. \(2007\)](#), representado, na mesma figura, pela curva tracejada.

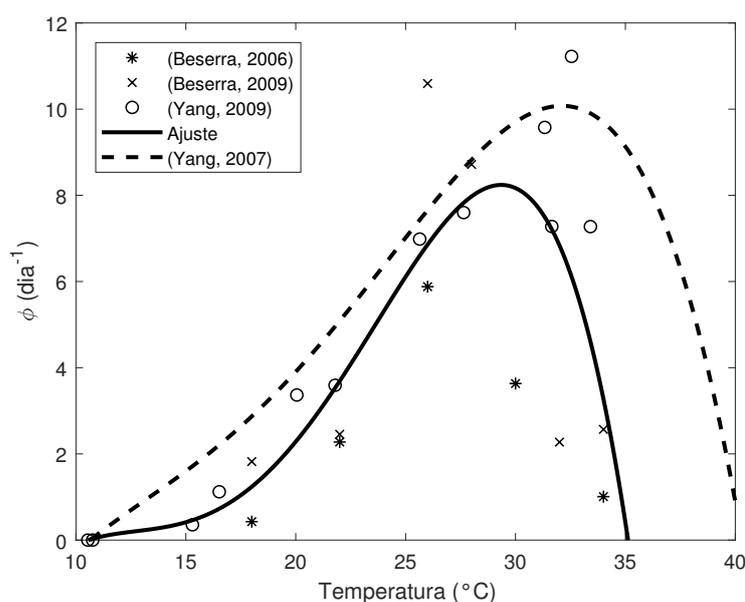


Figura 43 – Ajuste da taxa de oviposição dado pelo polinômio $\phi(T) = a_4(T - T_{op})^4 + a_3(T - T_{op})^3 + a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na [Tabela 35](#).

O polinômio representativo da taxa de transição de ovo para fase aquática, parâmetro α_1 , foi definido considerando-se dados encontrados nos trabalhos realizados por [Smith et al. \(1988\)](#), [Focks et al. \(1993b\)](#), [Beserra et al. \(2006\)](#), [Beserra et al. \(2009\)](#) e [Farnesi et al. \(2009\)](#), que estão plotados na [Figura 44](#). Um ajuste polinomial, usando a função *polyfit* do software MATLAB, foi realizado e está representado pela curva contínua. A curva tracejada foi proposta por [Focks et al. \(1993b\)](#). Observamos que no intervalo de $20\text{ °C} \leq T \leq 35\text{ °C}$, faixa de temperatura mais comum para o clima tropical e subtropical, o ajuste proposto aqui é muito semelhante ao resultado encontrado por [Focks et al. \(1993b\)](#). Para valores superiores a 35 °C o ajuste é crescente até atingir a temperatura de $37,8\text{ °C}$, então começa a decrescer rapidamente, atingindo o valor 0 quando $T = 46\text{ °C}$, temperatura letal ao mosquito ([SMITH et al., 1988](#)). Para valores inferiores a 20 °C há uma discordância entre o ajuste proposto aqui e o proposto por [Focks et al. \(1993b\)](#).

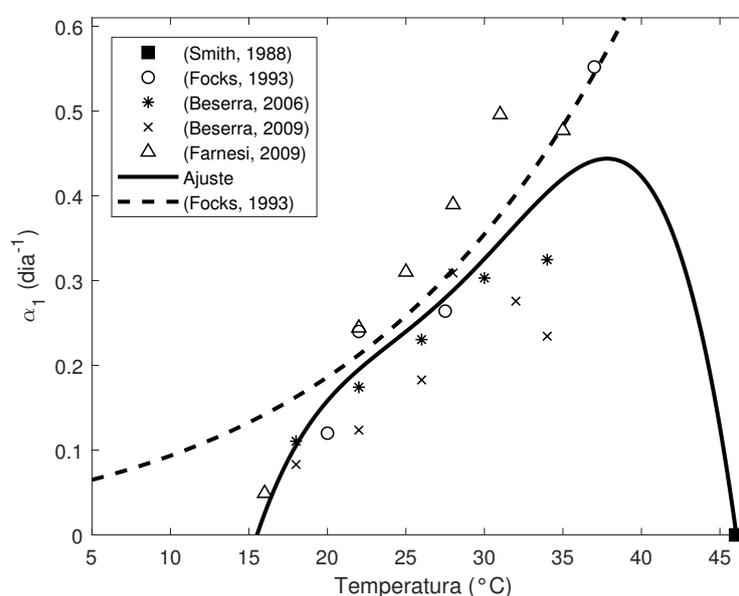


Figura 44 – Ajuste da taxa de transição de ovo para fase aquática dado pelo polinômio $\alpha_1(T) = a_4(T - T_{op})^4 + a_3(T - T_{op})^3 + a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na [Tabela 35](#).

A taxa de transição da fase aquática para fêmeas pré-repasto sanguíneo, parâmetro α_2 , foi ajustada considerando-se dados dos trabalhos de [Rueda et al. \(1990\)](#), [Beserra et al. \(2006\)](#), [Beserra et al. \(2009\)](#) e [Yang et al. \(2009\)](#). Conforme mostrado na [Figura 45](#), os dados foram plotados no MATLAB e o ajuste, representado pela curva contínua, foi feito utilizando a função *polyfit*. A curva tracejada foi proposta por [Focks et al. \(1993b\)](#). No intervalo $15\text{ °C} \leq T \leq 37\text{ °C}$ as duas curvas se assemelham bastante. Já para valores de $T < 15\text{ °C}$ e $T > 37\text{ °C}$ a curva tracejada decresce de forma mais suave. Uma possível explicação para esta diferença é o fato de [Yang et al. \(2009\)](#) ter constatado que a 10 °C e a 40 °C não houve transição da fase aquática para fase adulta, fazendo com que o ajuste proposto aqui atingisse o mínimo nestes extremos. No trabalho de [Focks et al. \(1993b\)](#), valores extremos, tanto máximos quanto mínimos, não foram tratados de forma explícita.

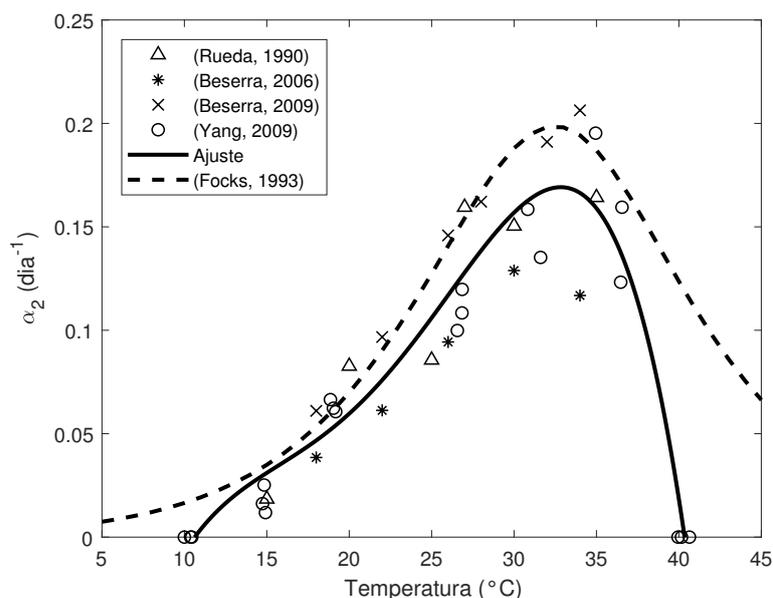


Figura 45 – Ajuste da taxa de transição da fase aquática para fêmeas pré-repasto sanguíneo, dado pelo polinômio $\alpha_2(T) = a_4(T - T_{op})^4 + a_3(T - T_{op})^3 + a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.

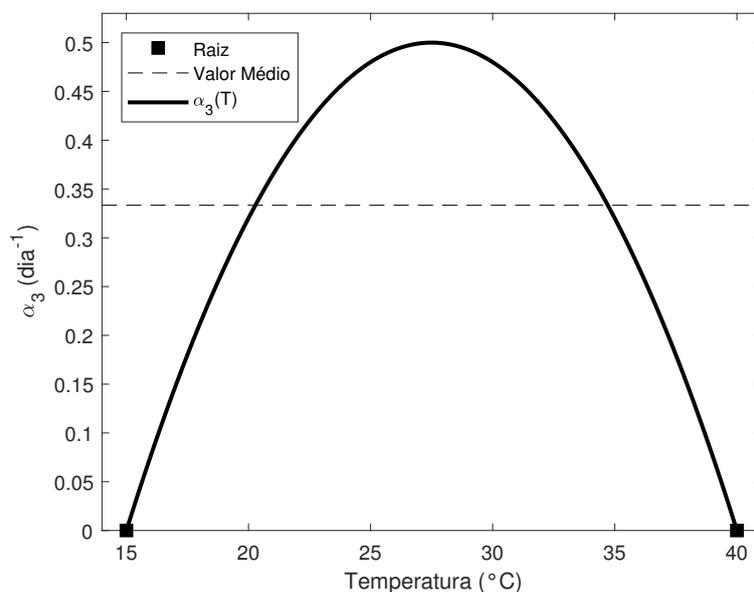


Figura 46 – Ajuste da taxa de transição de fêmeas pré-repasto sanguíneo para fêmeas pós-repasto sanguíneo, dado pelo polinômio $\alpha_3(T) = a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.

Para o parâmetro α_3 , que representa a passagem de fêmeas pré-repasto sanguíneo para pós-repasto sanguíneo, não foram encontrados estudos específicos sobre sua variação em função da variação da temperatura. Sendo assim, o ajuste feito aqui é diferente do ajuste feito nos demais casos. Será ajustado um polinômio de grau 2 impondo duas condições. A primeira é que as raízes serão as temperaturas de 15 °C e 40 °C, pois abaixo do primeiro valor e acima do segundo as fêmeas não realizam o repasto sanguíneo (não picam) (CHRISTOPHERS, 1960; SMITH et al.,

1988). Christophers (1960) apresenta resultados de diversos trabalhos sobre quanto tempo depois de se tornar adulta, a fêmea realiza o primeiro repasto sanguíneo. Os tempos variam de 1 a 5 dias, sendo assim, a segunda condição imposta é que o tempo médio para a fêmea passar do estágio pré-repasto para pós-repasto seja de 3 dias ($\alpha_3 = 1/3$). Na Figura 46 estão representadas as duas condições impostas, assim como o polinômio definido por elas, representativo do parâmetro α_3 .

O parâmetro μ_E , que representa a taxa de mortalidade de ovos, foi ajustado considerando-se os dados dos trabalhos de Beserra et al. (2006), Beserra et al. (2009), Farnesi et al. (2009) e Costa et al. (2010). Na Figura 47 estão representados os dados utilizados para o ajuste polinomial, obtido usando-se a função *polyfit*, dado pela curva contínua e a taxa de mortalidade proposta por Otero, Solari e Schweigmann (2006), dada pela linha tracejada. O ajuste proposto aqui não se assemelha ao proposto por Otero, Solari e Schweigmann (2006), mas parece ser mais plausível do ponto de vista biológico. Afinal, é mais provável que a mortalidade dos ovos seja maior a 5 °C do que a 23 °C, por exemplo, que é uma temperatura favorável ao desenvolvimento do vetor.

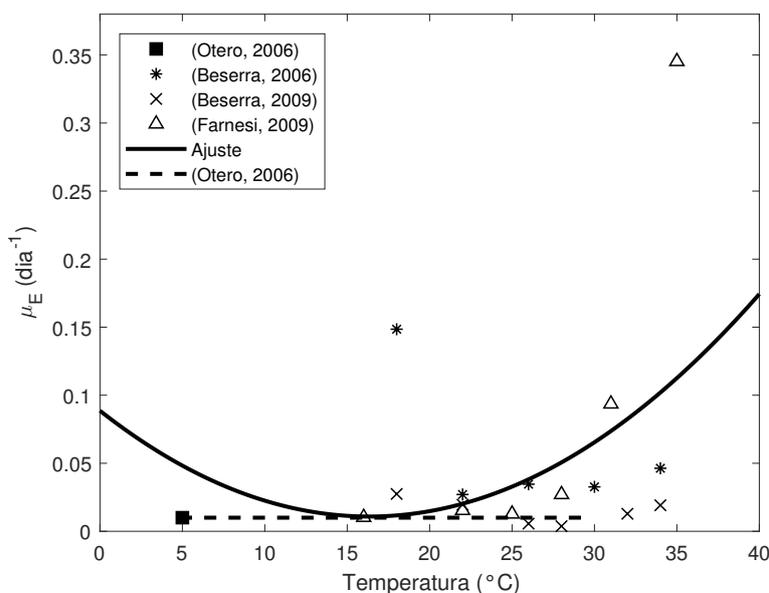


Figura 47 – Ajuste da taxa de mortalidade natural de ovos, dado pelo polinômio $\mu_E(T) = a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.

O parâmetro μ_A , taxa de mortalidade da fase aquática, foi ajustado considerando experimentos realizados por Beserra et al. (2006), Beserra et al. (2009) e Yang et al. (2009). Os dados foram plotados no MATLAB e então foi ajustado um polinômio de grau 4, utilizando a função *polyfit*, representado pela curva com traço contínuo na Figura 48. Observamos uma forma de bacia para a sobrevivência ótima da fase aquática, ou seja, a taxa de mortalidade é pequena para $15^\circ\text{C} \leq T \leq 35^\circ\text{C}$, já para $T < 15^\circ\text{C}$ ou $T > 35^\circ\text{C}$ observamos que a taxa de mortalidade aumenta rapidamente. A curva representada com tracejado foi proposta por Otero, Solari e Schweigmann (2006) e é válida apenas no intervalo $4,85^\circ\text{C} \leq T \leq 29,85^\circ\text{C}$. Percebe-se que as duas curvas se assemelham principalmente para temperatura até 20°C .

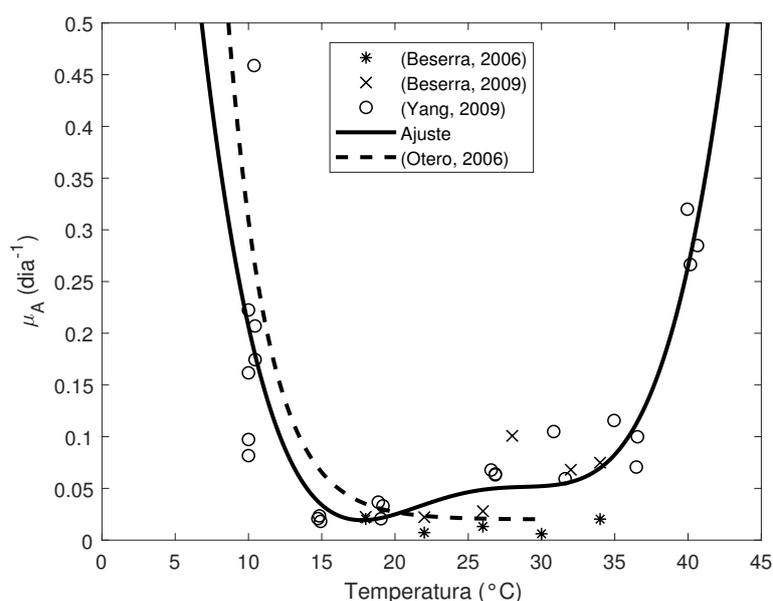


Figura 48 – Ajuste da taxa de mortalidade natural na fase aquática, dado pelo polinômio $\mu_A(T) = 5,77 \times 10^{-6}(T - 13,1)^4 - 2,79 \times 10^{-4}(T - 13,1)^3 + 4,59 \times 10^{-3}(T - 13,1)^2 - 2,69 \times 10^{-2}(T - 13,1) + 7,05 \times 10^{-2}$.

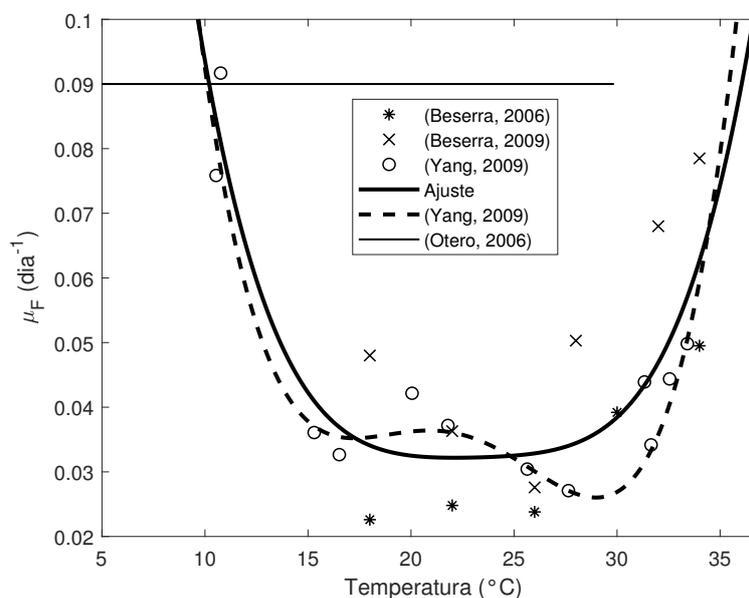


Figura 49 – Ajuste da taxa de mortalidade natural na fase adulta (fêmeas pré-repasto e pós-repasto sanguíneo), dado pelo polinômio $\mu_F(T) = a_4(T - T_{op})^4 + a_3(T - T_{op})^3 + a_2(T - T_{op})^2 + a_1(T - T_{op}) + a_0$, sendo que todos os coeficientes estão listados na Tabela 35.

Os dados contidos nos trabalhos de Beserra et al. (2006), Beserra et al. (2009) e Yang et al. (2009) foram utilizados para ajustar a taxa de mortalidade de fêmeas adultas, representadas por μ_{F_1} (fêmeas pré-repasto sanguíneo) e μ_{F_2} (fêmeas pós-repasto sanguíneo). A Figura 49 ilustra o ajuste da taxa de mortalidade em função da temperatura, dado pela curva com traço contínuo. Observamos que o ajuste apresenta comportamento semelhante ao encontrado para a taxa de mortalidade da fase aquática, ou seja, para temperaturas entre 15 °C e 30 °C a taxa

de mortalidade de fêmeas adultas é pequena e quase constante, já para temperaturas fora deste intervalo, a taxa de mortalidade cresce rapidamente. A curva tracejada representa o polinômio proposto por [Yang et al. \(2009\)](#) para representar a taxa de mortalidade de vetores adultos. Os dois polinômios apresentam comportamento semelhante, indicando que o ajuste proposto aqui é plausível.

5.4.2 Precipitação

A relação do ciclo de vida do *Ae. aegypti* com a precipitação é muito complexa ([WALDOCK et al., 2013](#)) e não encontramos na literatura valores para as taxas do sistema 21 em função desta variável meteorológica. Sendo assim, inicialmente, para todas as taxas do sistema 21, $\Pi = \{\phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2}\}$, a função $\Psi(p)$ foi parametrizado por lei de potência, como

$$\Psi(p) = \Psi_0 + (\Psi_1 - \Psi_0) \cdot \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_\Psi}; \quad p \geq p_0, \quad (30)$$

em que p_0 é a precipitação mínima da cidade em estudo (geralmente $p_0 = 0$), p_1 é o limite de precipitação, em base semanal, de regiões tropicais/subtropicais, dado por $\frac{1800}{52}$ ([NOGUCHI; NIK; TANI, 2003](#)). Os valores de Ψ_0 e Ψ_1 foram obtidos na literatura ([Tabela 36](#)) e, neste trabalho, serão associados a p_0 e p_1 , respectivamente. Esta parametrização por lei de potência pode fornecer funções constantes, crescentes ou decrescentes, que podem ter concavidade para cima ou para baixo. Neste trabalho, vamos considerar apenas funções crescentes, ou seja, $r_\Psi > 0$.

Tabela 36 – Intervalo de variação dos parâmetros entomológicos em função da precipitação.

Parâmetros	Ψ_0 (dias ⁻¹)	Ψ_1 (dias ⁻¹)
C	1	1
ϕ	0,5 (YANG, 2017)	8,3 (YANG, 2017)
α_1	0,07 (BESERRA et al., 2009)	0,55 (FOCKS et al., 1993b)
α_2	0,0366 (YANG, 2017)	0,167 (YANG, 2017)
α_3	0,2 (TRAN et al., 2013)	1 (TRAN et al., 2013)
μ_E	0,01 (FERREIRA; YANG, 2003)	0,01 (FERREIRA; YANG, 2003)
μ_A	0,132 (TRAN et al., 2013)	0,164 (TRAN et al., 2013)
μ_{F_1}	0,045 (BESERRA et al., 2009)	0,1315 (COUTINHO et al., 2006)
μ_{F_2}	0,045 (BESERRA et al., 2009)	0,1315 (COUTINHO et al., 2006)

Os valores listados na [Tabela 36](#) pertencem a diversos estudos, independentemente de estarem relacionados à precipitação, ou seja, as faixas de valores relativos a esta variável meteorológica ainda são desconhecidas. Devido a esta falta de valores exatos, a equação 30 será substituída por

$$\Psi(p) = s_1 \cdot \Psi_0 + s_2 \cdot (\Psi_1 - \Psi_0) \cdot \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_\Psi}, \quad (31)$$

em que $s_1, s_2 \in \mathbb{R}$ e os demais parâmetros são definidos como na equação 30.

Assim será possível obtermos relações mais exatas para as dependências entre taxas e precipitação, via otimização. Para isso, vamos considerar 2 casos.

- **CASO 1:** Busca Geométrica

Neste primeiro caso, faremos um estudo em busca de escalas de valores para as taxas Ψ_0 e Ψ_1 , considerando $s_1 = 2^{x_\Psi}$ e $s_2 = 2^{y_\Psi}$, ou seja,

$$\Psi(p) = 2^{x_\Psi} \cdot \Psi_0 + 2^{y_\Psi} \cdot (\Psi_1 - \Psi_0) \cdot \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_\Psi}, \quad p \geq p_0 \quad \text{e} \quad x_\Psi, y_\Psi \in \mathbb{R} \quad (32)$$

- **CASO 2:** Busca Aritmética

Neste caso, vamos em busca de intervalos menos abrangentes para as taxas Ψ_0 e Ψ_1 , então s_1 e s_2 serão números reais pertencentes a intervalos definidos com base nos resultados do caso anterior. A equação 31 será então dada por:

$$\Psi(p) = u_\Psi \cdot \Psi_0 + v_\Psi \cdot (\Psi_1 - \Psi_0) \cdot \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_\Psi}, \quad p \geq p_0 \quad \text{e} \quad u_\Psi, v_\Psi \in \mathbb{R} \quad (33)$$

Nos dois casos, por simplicidade, a capacidade de carga foi considerada constante e igual a 1, $C(p, T) = 1$, ou seja, estamos considerando a capacidade de carga como relativa às melhores condições ambientais, que ocorre quando todos os recipientes de água existentes estão disponíveis, com água e nutrientes suficientes para as larvas.

5.5 Experimentos Computacionais

Os experimentos computacionais foram implementados no *software* Matlab[®] (R2018b), considerando técnicas de métodos numéricos para resolução de sistemas de equações diferenciais e de otimização, que já foram utilizadas em trabalhos semelhantes ao proposto aqui, como em [Silva et al. \(2018\)](#) e [Vasconcelos et al. \(2021\)](#).

Os métodos numéricos podem ser usados na obtenção de uma aproximação precisa da solução de um sistema de equações diferenciais, sendo que o método clássico de Runge-Kutta de quarta ordem em quatro estágios, ou simplesmente método de Runge-Kutta, destaca-se por ser relativamente simples de usar e suficientemente preciso para tratar muitos problemas de maneira eficiente ([BOYCE; DIPRIMA, 2015](#)). Portanto, para obtermos uma aproximação para a solução do sistema de equações diferenciais (21) utilizaremos o algoritmo de *Runge-Kutta* de quarta ordem (descrito detalhadamente em [Filho \(2010\)](#)), com passo $h = 0,001$ e condição inicial dada pelo ponto de equilíbrio não-trivial do modelo (equação 24) considerando os dados amostrais da primeira semana epidemiológica da cidade em questão.

Na análise dos resultados, estamos interessados apenas na evolução da população $F_2(t)$, uma vez que os dados experimentais de IMFA são referentes à captura de fêmeas grávidas que

procuram a armadilha para depositar seus ovos. Assim, o modelo será avaliado de forma a minimizar o erro quadrático médio, dado por:

$$S^2 = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (I(k) - \lambda F_2(k-L))^2, \quad (34)$$

em que N é o número de semanas epidemiológicas dos dados, F_2 é a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo gerada pela simulação e I representa os dados experimentais de *IMFA*. Como o monitoramento semanal das armadilhas leva um certo tempo, vamos considerar L como a defasagem entre o modelo e os dados experimentais. A escala do modelo está arbitrariamente relacionada à capacidade ambiental, portanto, para ajustar a escala aos dados de captura (*IMFA*) será considerado o fator λ . Considerando a condição $\frac{\partial S^2}{\partial \lambda} = 0$, temos

$$\lambda_L = \frac{\sum_{k=1}^N I(k)F_2(k-L)}{\sum_{k=1}^N (F_2(k-L))^2}. \quad (35)$$

Considerando L_{\max} como o valor para o qual a correlação cruzada entre as séries de *IMFA* e de F_2 atinge o valor máximo, o fator de escala será fixado como $\lambda = \lambda_{L_{\max}}$. Definiremos a população f_2 como sendo a população F_2 transladada de L e multiplicada por λ , ou seja, $f_2 = (\lambda \cdot F_2)_L$. Assim, na próxima seção, em que apresentaremos os resultados dos experimentos, faremos a comparação entre as séries temporais de *IMFA* e f_2 para avaliarmos se a série gerada computacionalmente tem comportamento semelhante ao da série de dados experimentais.

Para determinarmos os valores de x_Ψ , y_Ψ , u_Ψ , v_Ψ e r_Ψ das equações (32) e (33) utilizaremos o Algoritmo Genético Real Polarizado - AGRP, que é um método de otimização mono-objetiva. No Apêndice A há uma breve introdução sobre Otimização e AGRP, com indicação de algumas referências sobre o assunto.

5.5.1 CASO 1: Experimentos 1 e 2

O modelo descrito pelo sistema 21 será simulado considerando os polinômios referentes à parametrização da temperatura (subseção 5.4.1) e a parametrização da precipitação dada pela equação 32. Assim, as taxas representadas genericamente por $\Pi(p,T) = \Psi(p) + \Gamma(T)$ serão dadas por:

$$\begin{aligned} \phi(p,T) = & -2,89 \times 10^{-4}(T - 17,6)^4 + 6,98 \times 10^{-4}(T - 17,6)^3 + 5,13 \times 10^{-2}(T - 17,6)^2 \\ & + 3,79 \times 10^{-1}(T - 17,6) + 1,08 + 2^{x_\phi} \cdot 0,5 + 2^{y_\phi} \cdot 7,8 \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_\phi} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1(p,T) = & -7,04 \times 10^{-6}(T - 21,6)^4 + 1,73 \times 10^{-4}(T - 21,6)^3 - 1,03 \times 10^{-3}(T - 21,6)^2 \\ & + 1,69 \times 10^{-2}(T - 21,6) + 1,88 \times 10^{-1} + 0,07 \cdot 2^{x_{\alpha_1}} + 0,48 \cdot 2^{y_{\alpha_1}} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\alpha_1}} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2(p, T) = & -2,69 \times 10^{-6}(T - 23,5)^4 - 2,87 \times 10^{-5}(T - 23,5)^3 + 3,19 \times 10^{-4}(T - 23,5)^2 \\ & + 1,01 \times 10^{-2}(T - 23,5) + 0,0907 + 0,0366 \cdot 2^{x_{\alpha_2}} + 0,1304 \cdot 2^{y_{\alpha_2}} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\alpha_2}} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3(p, T) = & -3,20 \times 10^{-3}(T - 18,5)^2 + 5,77 \times 10^{-2}(T - 18,5) + 2,4 \times 10^{-1} + 0,2 \cdot 2^{x_{\alpha_3}} \\ & + 0,8 \cdot 2^{y_{\alpha_3}} \cdot \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\alpha_3}} \end{aligned} \quad (39)$$

$$\mu_E(p, T) = 2,92 \times 10^{-4}(T - 4,1)^2 - 7,15 \times 10^{-3}(T - 4,1) + 5,47 \times 10^{-2} + 0,01 \times 2^{x_{\mu_E}} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \mu_A(p, T) = & 5,77 \times 10^{-6}(T - 13,1)^4 - 2,79 \times 10^{-4}(T - 13,1)^3 + 4,59 \times 10^{-3}(T - 13,1)^2 \\ & - 2,69 \times 10^{-2}(T - 13,1) + 0,0705 + 0,132 \cdot 2^{x_{\mu_A}} + 0,032 \cdot 2^{y_{\mu_A}} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\mu_A}} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \mu_{F_1}(p, T) = & 1,86 \times 10^{-6}(T - 12,8)^4 - 7,73 \times 10^{-5}(T - 12,8)^3 + 1,24 \times 10^{-3}(T - 12,8)^2 \\ & - 8,97 \times 10^{-3}(T - 12,8) + 0,0567 + 0,045 \cdot 2^{x_{\mu_{F_1}}} + 0,0865 \cdot 2^{y_{\mu_{F_1}}} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\mu_{F_1}}} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \mu_{F_2}(p, T) = & 1,86 \times 10^{-6}(T - 12,8)^4 - 7,73 \times 10^{-5}(T - 12,8)^3 + 1,24 \times 10^{-3}(T - 12,8)^2 \\ & - 8,97 \times 10^{-3}(T - 12,8) + 0,0567 + 0,045 \cdot 2^{x_{\mu_{F_2}}} + 0,0865 \cdot 2^{y_{\mu_{F_2}}} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\mu_{F_2}}} \end{aligned} \quad (43)$$

A equação (44) descreve uma formulação geral da função objetivo, sujeita às restrições do sistema dinâmico (45). Os parâmetros do modelo são dependentes de x , y e r , conforme as equações 36 - 43. Inicialmente estabelecemos valores mínimos e máximos arbitrários para x , y e r , que foram refinados a partir da repetição do experimento.

$$\text{Minimizar} \quad S^2 = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (I(k) - \lambda F_2(k - L))^2; \quad (44)$$

$$\text{sujeito a:} \quad \begin{cases} \frac{dE}{dt} = \phi(p, T) \left(1 - \frac{E(t)}{C(p, T)} \right) F_2(t) - \alpha_1(p, T)E(t) - \mu_E(p, T)E(t), \\ \frac{dA}{dt} = \alpha_1(p, T)E(t) - \alpha_2(p, T)A(t) - \mu_A(p, T)A(t), \\ \frac{dF_1}{dt} = \alpha_2(p, T)A(t) - \alpha_3(p, T)F_1(t) - \mu_{F_1}(p, T)F_1(t), \\ \frac{dF_2}{dt} = \alpha_3(p, T)F_1(t) - \mu_{F_2}(p, T)F_2(t), \\ C, \phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2} \geq 0, \quad \forall p, T, t \in \mathbb{R}_+. \end{cases} \quad (45)$$

No *Experimento 1* consideramos $-4 \leq x_\Psi, y_\Psi \leq 4$ para todo Ψ . A partir da análise dos resultados do AGRP, os intervalos de variação para x_Ψ e y_Ψ foram refinados (veja tabela 37) e utilizados na execução do *Experimento 2*. Em ambos os casos, consideramos $0,5 \leq r_\Psi \leq 2$ para todo Ψ .

Tabela 37 – Intervalo de variação de x e y para cada parâmetro do modelo, referentes aos Experimentos 1 e 2.

Ψ	Experimento 1		Experimento 2	
	x_Ψ	y_Ψ	x_Ψ	y_Ψ
ϕ	[-4; 4]	[-4; 4]	[-3; 3]	[-4; 3]
α_1	[-4; 4]	[-4; 4]	[-3; 3]	[-3; 1]
α_2	[-4; 4]	[-4; 4]	[-2; 1]	[-2; 2]
α_3	[-4; 4]	[-4; 4]	[-3; 6]	[-3; 3]
μ_E	[-4; 4]	[-4; 4]	[-5; 1]	[-1; 2]
μ_A	[-4; 4]	[-4; 4]	[0; 6]	[-1; 2]
μ_{F_1}	[-4; 4]	[-4; 4]	[-2; 2]	[-1; 1]
μ_{F_2}	[-4; 4]	[-4; 4]	[-5; -1]	[-3; 0]

5.5.2 CASO 2: Experimentos 3 e 4

O modelo descrito pelo sistema 21 também será simulado considerando os polinômios referentes à parametrização da temperatura (Subseção 5.4.1) e a parametrização da precipitação dada pela equação 33. As taxas do modelo, representadas genericamente por $\Pi(p, T)$, serão dadas por:

$$\begin{aligned} \phi(p, T) = & -2,89 \times 10^{-4}(T - 17,6)^4 + 6,98 \times 10^{-4}(T - 17,6)^3 + 5,13 \times 10^{-2}(T - 17,6)^2 \\ & + 3,79 \times 10^{-1}(T - 17,6) + 1,08 + 0,5u_\phi + 7,8v_\phi \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_\phi} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1(p, T) = & -7,04 \times 10^{-6}(T - 21,6)^4 + 1,73 \times 10^{-4}(T - 21,6)^3 - 1,03 \times 10^{-3}(T - 21,6)^2 \\ & + 1,69 \times 10^{-2}(T - 21,6) + 1,88 \times 10^{-1} + 0,07u_{\alpha_1} + 0,48v_{\alpha_1} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\alpha_1}} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2(p, T) = & -2,69 \times 10^{-6}(T - 23,5)^4 - 2,87 \times 10^{-5}(T - 23,5)^3 + 3,19 \times 10^{-4}(T - 23,5)^2 \\ & + 1,01 \times 10^{-2}(T - 23,5) + 0,0907 + 0,0366u_{\alpha_2} + 0,1304v_{\alpha_2} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\alpha_2}} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3(p, T) = & -3,20 \times 10^{-3}(T - 18,5)^2 + 5,77 \times 10^{-2}(T - 18,5) + 2,4 \times 10^{-1} + 0,2u_{\alpha_3} \\ & + 0,8v_{\alpha_3} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\alpha_3}} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\mu_E(p, T) = 2,92 \times 10^{-4}(T - 4,1)^2 - 7,15 \times 10^{-3}(T - 4,1) + 5,47 \times 10^{-2} + 0,01u_{\mu_E} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \mu_A(p, T) = & 5,77 \times 10^{-6}(T - 13,1)^4 - 2,79 \times 10^{-4}(T - 13,1)^3 + 4,59 \times 10^{-3}(T - 13,1)^2 \\ & - 2,69 \times 10^{-2}(T - 13,1) + 0,0705 + 0,132u_{\mu_A} + 0,032v_{\mu_A} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\mu_A}} \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \mu_{F_1}(p, T) = & 1,86 \times 10^{-6}(T - 12,8)^4 - 7,73 \times 10^{-5}(T - 12,8)^3 + 1,24 \times 10^{-3}(T - 12,8)^2 \\ & - 8,97 \times 10^{-3}(T - 12,8) + 0,0567 + 0,045u_{\mu_{F_1}} + 0,0865v_{\mu_{F_1}} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\mu_{F_1}}} \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \mu_{F_2}(p, T) = & 1,86 \times 10^{-6}(T - 12,8)^4 - 7,73 \times 10^{-5}(T - 12,8)^3 + 1,24 \times 10^{-3}(T - 12,8)^2 \\ & - 8,97 \times 10^{-3}(T - 12,8) + 0,0567 + 0,045u_{\mu_{F_2}} + 0,0865v_{\mu_{F_2}} \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_{\mu_{F_2}}} \end{aligned} \quad (53)$$

A função objetivo é dada pela equação 44 com condições de restrições dadas por 45, assim como no caso 1. Os parâmetros do modelo são dependentes de u , v e r , conforme as equações 46 - 53. Para execução do *Experimento 3*, estabelecemos valores mínimos e máximos para u e v , com base nos resultados do Experimento 2, conforme a tabela 38 e mantivemos $0,5 \leq r_{\Psi} \leq 2$.

Tabela 38 – Intervalo de variação de u e v para cada parâmetro do modelo, referentes aos Experimentos 3 e 4.

Ψ	Experimento 3		Experimento 4	
	u_{Ψ}	v_{Ψ}	u_{Ψ}	v_{Ψ}
ϕ	[0; 3]	[0; 2,5]	[0; 3]	[-1; 2]
α_1	[1; 3]	[0; 1]	[1; 3]	[0; 1]
α_2	[0; 1]	[1; 3]	[0; 1]	[0; 2,5]
α_3	[0; 5]	[0; 2]	[0; 3]	[-1; 2]
μ_E	[2,5; 5]	[0; 5]	[3,5; 5]	[-1; 3]
μ_A	[2; 12]	[0; 18]	[2; 8]	[0; 8]
μ_{F_1}	[0; 2,5]	[0,8; 1,2]	[0,5; 3]	[0; 2]
μ_{F_2}	[0; 1]	[0; 0,5]	[0; 1]	[0; 2]

No *Experimento 4*, consideramos $0,5 \leq r_{\phi}, r_{\alpha_1}, r_{\alpha_3}, r_{\mu_{F_1}}, r_{\mu_{F_2}} \leq 2$ e $0 \leq r_{\alpha_2}, r_{\mu_E}, r_{\mu_A} \leq 2$, além de refinarmos os intervalos de variação de u e v (Tabela 38) com base nos resultados do AGRP para o Experimento 3.

Com o intuito de verificar que, de fato, o modelo entomológico representado na Figura 42 deve considerar tanto os dados meteorológicos de temperatura quanto os de precipitação, vamos considerar mais 2 experimentos, considerando apenas uma variável meteorológica em cada um deles.

5.5.3 Experimento 5

Neste experimento vamos considerar que os parâmetros entomológicos do *Ae. aegypti* dependem apenas da temperatura. A dinâmica do ciclo de vida do vetor será representada pela Figura 50.

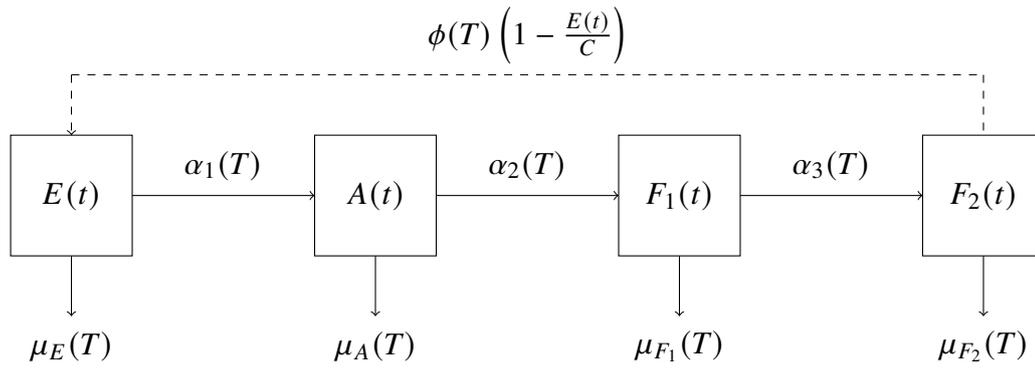


Figura 50 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes aegypti*, considerando parâmetros entomológicos do vetor dependentes da temperatura.

Assim, o sistema de equações diferenciais não lineares que representa a dinâmica populacional do vetor é dado por

$$\text{Minimizar } S^2 = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (I(k) - \lambda F_2(k - L))^2; \quad (54)$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} \frac{dE}{dt} = \phi(T) \left(1 - \frac{E(t)}{C(T)}\right) F_2(t) - \alpha_1(T)E(t) - \mu_E(T)E(t), \\ \frac{dA}{dt} = \alpha_1(T)E(t) - \alpha_2(T)A(t) - \mu_A(T)A(t), \\ \frac{dF_1}{dt} = \alpha_2(T)A(t) - \alpha_3(T)F_1(t) - \mu_{F_1}(T)F_1(t), \\ \frac{dF_2}{dt} = \alpha_3(T)F_1(t) - \mu_{F_2}(T)F_2(t), \\ C, \phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2} \geq 0, \forall T, t \in \mathbb{R}_+, \end{cases} \quad (55)$$

Assim, as taxas do modelo serão:

$$\begin{aligned} \phi(T) = & -2,89 \times 10^{-4}(T - 17,6)^4 + 6,98 \times 10^{-4}(T - 17,6)^3 + 5,13 \times 10^{-2}(T - 17,6)^2 \\ & + 3,79 \times 10^{-1}(T - 17,6) + 1,08 \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1(p, T) = & -7,04 \times 10^{-6}(T - 21,6)^4 + 1,73 \times 10^{-4}(T - 21,6)^3 - 1,03 \times 10^{-3}(T - 21,6)^2 \\ & + 1,69 \times 10^{-2}(T - 21,6) + 1,88 \times 10^{-1} \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2(p, T) = & -2,69 \times 10^{-6}(T - 23,5)^4 - 2,87 \times 10^{-5}(T - 23,5)^3 + 3,19 \times 10^{-4}(T - 23,5)^2 \\ & + 1,01 \times 10^{-2}(T - 23,5) + 0,0907 \end{aligned} \quad (58)$$

$$\alpha_3(p, T) = -3,20 \times 10^{-3}(T - 18,5)^2 + 5,77 \times 10^{-2}(T - 18,5) + 2,4 \times 10^{-1} \quad (59)$$

$$\mu_E(p, T) = 2,92 \times 10^{-4}(T - 4,1)^2 - 7,15 \times 10^{-3}(T - 4,1) + 5,47 \times 10^{-2} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \mu_A(p, T) = & 5,77 \times 10^{-6}(T - 13,1)^4 - 2,79 \times 10^{-4}(T - 13,1)^3 + 4,59 \times 10^{-3}(T - 13,1)^2 \\ & - 2,69 \times 10^{-2}(T - 13,1) + 0,0705 \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \mu_{F_1}(p, T) = & 1,86 \times 10^{-6}(T - 12,8)^4 - 7,73 \times 10^{-5}(T - 12,8)^3 + 1,24 \times 10^{-3}(T - 12,8)^2 \\ & - 8,97 \times 10^{-3}(T - 12,8) + 0,0567 \end{aligned} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \mu_{F_2}(p, T) = & 1,86 \times 10^{-6}(T - 12,8)^4 - 7,73 \times 10^{-5}(T - 12,8)^3 + 1,24 \times 10^{-3}(T - 12,8)^2 \\ & - 8,97 \times 10^{-3}(T - 12,8) + 0,0567 \end{aligned} \quad (63)$$

Vale ressaltar que neste caso não aplicaremos o AGRP pois a relação entre os parâmetros e a temperatura está bem estabelecida na literatura.

5.6 Resultados Preliminares

Nesta seção apresentaremos resultados importantes deste trabalho em paralelo a algumas conclusões. Serão apresentados os resultados dos experimentos de 1 a 5 considerando dados meteorológicos e de IMFA da cidade de Caratinga. Após análise dos resultados, serão definidos os experimentos que devem ser simulados para as cidades de Lavras e Sete Lagoas. Por fim, será feita uma análise de robustez do modelo.

As simulações foram realizadas em um computador com sistema operacional Windows 10 Home Single Language de 64bits, processador Intel[®] Core[™] i5-3230M; 2,60GHz, com memória RAM de 8GB. O número de execuções do AGRP foi definido de acordo com a necessidade em cada experimento. Em todos os casos o critério de parada do algoritmo foi definido como *atingir o número máximo de gerações*.

Tabela 39 – Parâmetros do Algoritmo Genético Real Polarizado utilizados durante a execução do Experimento 1.

Parâmetros	Valores
Número de execuções	30
Número máximo de gerações	100
Tamanho da população	100
Probabilidade de ocorrer cruzamento	90%
Probabilidade de ocorrer polarização	30%
Probabilidade de ocorrer mutação	5%
Tamanho da mutação	0,05
Fator de dispersão na função de aptidão	1,8
Fator de extrapolação no cruzamento	0,2

No Experimento 1, para execução do algoritmo genético foram considerados os valores de parâmetros apresentados na [Tabela 39](#). A [Figura 51](#) mostra um conjunto de boxplots referentes

ao valor da função objetivo (equação 44) ao longo das gerações das 30 simulações. O valor do funcional diminuiu com o aumento do número de gerações. Também ocorreu uma relação de sua variabilidade, comprovada pela diminuição do tamanho da caixa boxplot. Há uma convergência do valor da função objetivo, sendo que a partir da geração de número 50 a redução do funcional é pouco significativa.

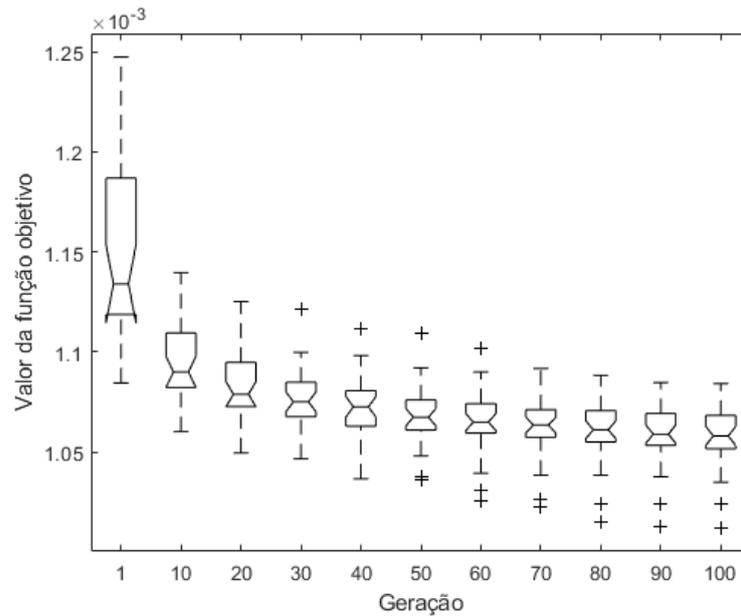


Figura 51 – Evolução do valor da função objetivo ao longo das gerações nas 30 execuções do Experimento 1.

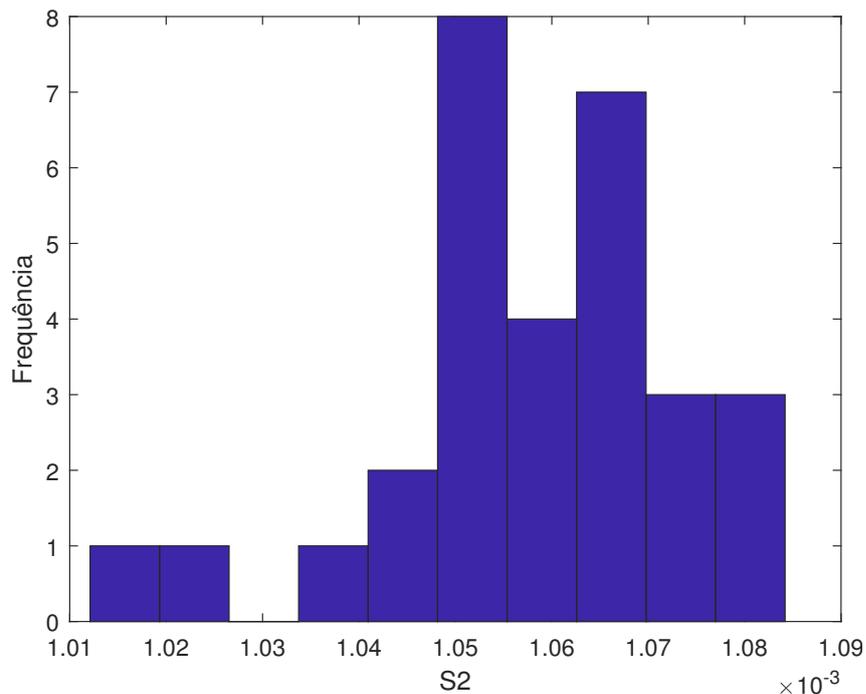


Figura 52 – Histograma dos valores da função objetivo referente às 30 execuções do Experimento 1.

O histograma da [Figura 52](#) é referente aos valores da função objetivo das 30 execuções do experimento 1. Há uma variabilidade de resultados e, apesar do valor mínimo de S^2 ser pouco frequente, ele será usado para analisarmos a qualidade do nosso resultado. Os valores ótimos encontrados pelo AGRP estão apresentados na [Tabela 40](#).

Tabela 40 – Valor ótimo de cada uma das variáveis de decisão do experimento 1.

Valores de x_{Ψ}							
x_{ϕ}	x_{α_1}	x_{α_2}	x_{α_3}	x_{μ_E}	x_{μ_A}	$x_{\mu_{F_1}}$	$x_{\mu_{F_2}}$
-1,9171	0,8234	0,5607	3,8888	-3,0156	3,9482	-1,1575	-3,9999
Valores de y_{Ψ}							
y_{ϕ}	y_{α_1}	y_{α_2}	y_{α_3}	y_{μ_E}	y_{μ_A}	$y_{\mu_{F_1}}$	$y_{\mu_{F_2}}$
-1,8912	0,2047	-1,5130	1,9119	0,4626	-3,4701	0,1712	-1,9784
Valores de r_{Ψ}							
r_{ϕ}	r_{α_1}	r_{α_2}	r_{α_3}	r_{μ_E}	r_{μ_A}	$r_{\mu_{F_1}}$	$r_{\mu_{F_2}}$
1,8103	0,5803	1,9981	1,6221	1,3729	0,8517	0,5015	1,7573

As simulações iniciais dos Experimentos de 1 a 5 foram realizadas apenas para definirmos o modelo que iríamos usar nas simulações finais. Apresentaremos os resultados destas simulações de forma condensada. Com base na [Figura 51](#) e no tempo computacional do experimento 1, optamos por reduzir o tamanho da população e o número máximo de gerações nos experimentos de 2 a 4. Na [Tabela 41](#) estão os valores dos parâmetros utilizados para execução do algoritmo genético nos experimentos de 2 a 4. Vale lembrar que no experimento 5 não precisamos executar o AGRP.

Tabela 41 – Parâmetros do Algoritmo Genético Real Polarizado utilizados durante a execução dos Experimento 2-4.

Parâmetros	Valores
Número máximo de gerações	20
Tamanho da população	20
Probabilidade de ocorrer cruzamento	90%
Probabilidade de ocorrer polarização	30%
Probabilidade de ocorrer mutação	5%
Tamanho da mutação	0,05
Fator de dispersão na função de aptidão	1,8
Fator de extrapolação no cruzamento	0,2

Nos experimentos 2 e 3 foram realizadas 30 execuções, já no experimento 4 foram 36 execuções. A [Tabela 42](#) mostra os valores ótimos das variáveis de decisão para cada um dos experimentos.

A figura [Figura 53](#) mostra, para cada um dos experimentos, um conjunto de boxplots referentes ao valor da função objetivo para algumas gerações ao longo das execuções. Com o

Tabela 42 – Valores ótimos das variáveis de decisão dos experimentos 2, 3 e 4.

Ψ	Experimento 2			Experimento 3			Experimento 4		
	x_Ψ	y_Ψ	r_Ψ	x_Ψ	y_Ψ	r_Ψ	x_Ψ	y_Ψ	r_Ψ
ϕ	2,3950	-1,5504	1,6328	2,5027	0,2024	1,4266	0,3476	0,3605	1,3248
α_1	-0,3288	-0,2270	0,8182	1,7020	0,1177	1,4466	1,6642	0,9952	0,9429
α_2	0,8541	-0,9070	0,7518	0,3388	2,0256	0,5660	0,9820	0,9510	0,0136
α_3	1,9615	-1,0977	1,0961	1,1899	0,0175	0,7879	2,7080	0,8983	1,0381
μ_E	-0,8206	0,3482	0,7185	4,6612	0,1959	0,6261	4,4688	2,8779	1,9002
μ_A	5,4575	0,5759	0,8723	11,4840	0,2575	0,1381	2,4836	5,4914	0,0541
μ_{F_1}	0,9925	0,7414	1,3915	2,3217	1,0160	1,7528	2,1724	0,4263	1,9491
μ_{F_2}	-4,1976	-2,8607	1,4361	0,0047	0,0262	1,1347	0,0258	0,0084	0,5135

aprimoramento do experimento, verificamos que a amplitude das caixas dos box-plots diminuíram, indicando redução de variabilidade dos valores da função objetivo.

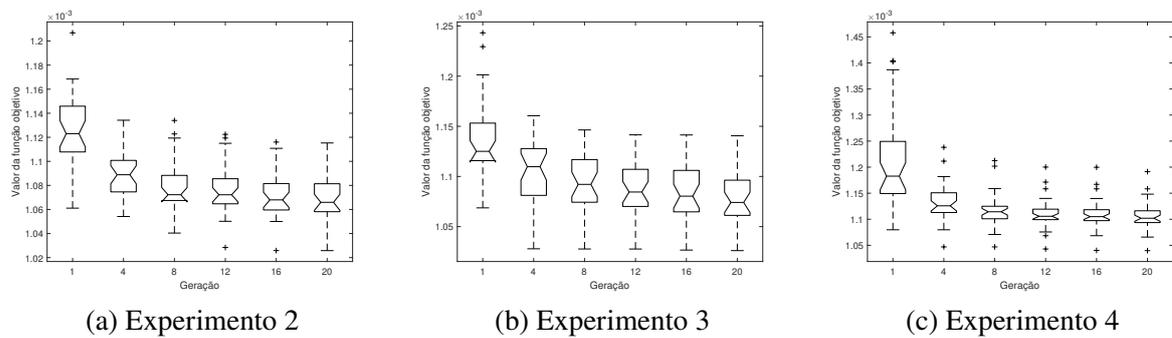


Figura 53 – Evolução do valor da função objetivo ao longo das gerações nas 30 execuções dos Experimentos 2 e 3 e nas 36 execuções do Experimento 4.

Os histogramas da Figura 54 são referentes aos valores da função objetivo nas 30 execuções dos experimentos 2 e 3 e das 36 execuções do experimento 4. Em todos os casos há variabilidade de resultados e o valor ótimo da função objetivo está relativamente distante da média dos resultados. O histograma referente ao experimento 4 concentra a maior parte dos valores de S^2 em torno da média, com frequência reduzida para valores distantes da média.

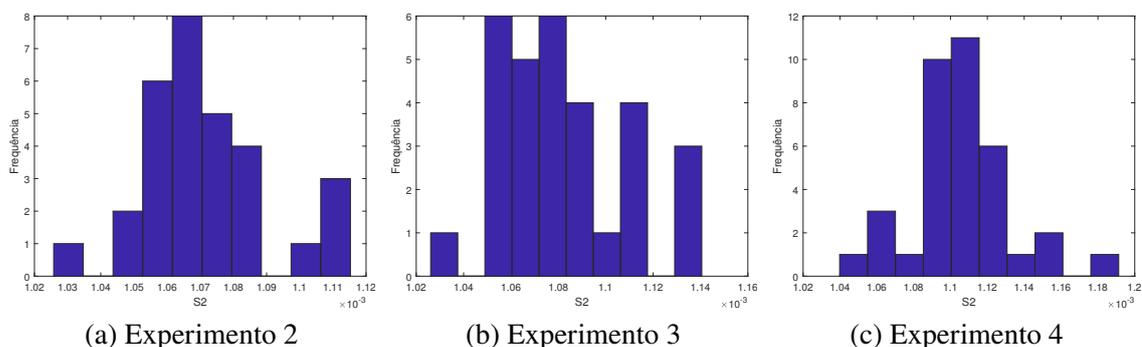


Figura 54 – Histogramas representando os valores da função objetivo referentes às 30 execuções nos experimentos 2 e 3 e 36 simulações no experimento 4.

Na [Tabela 43](#) temos um comparativo entre os resultados obtidos nos experimentos de 1 a 4, considerando o valor ótimo da função objetivo (S^2), o *lag* e a correlação cruzada. O valor ótimo da função objetivo aumentou de forma pouco significativa com o aprimoramento do experimento, o lag foi alterado apenas do experimento 1 para o experimento 2, mantendo-se constante nos demais experimentos. A correlação cruzada teve uma pequena redução ao longo da evolução dos experimentos.

Tabela 43 – Valores ótimos obtidos via algoritmo genético real polarizado nos experimento de 1 a 4.

Experimento	S^2	Lag	Correlação Cruzada
1	$1,0121 \times 10^{-3}$	4	82,92%
2	$1,0258 \times 10^{-3}$	3	82,83%
3	$1,0261 \times 10^{-3}$	3	82,77%
4	$1,0398 \times 10^{-3}$	3	82,38%

Na [Figura 55](#) temos as comparações entre as séries temporais de IMFA e f_2 ao longo de 77 semanas epidemiológicas. Em todos os casos a série f_2 segue o comportamento de IMFA, porém de forma suave, ou seja, a curva gerada computacionalmente não consegue reproduzir os picos da curva referente aos dados experimentais. Apesar do aumento no valor de S^2 ao longo dos experimentos ([Tabela 43](#)), percebemos que a série representativa de f_2 se aproximou um pouco mais da série representativa de IMFA com a evolução dos experimentos. É possível visualizar uma melhora significativa na reprodução de picos entre as semanas epidemiológicas 51 e 55 e também entre as semanas 63 e 67.

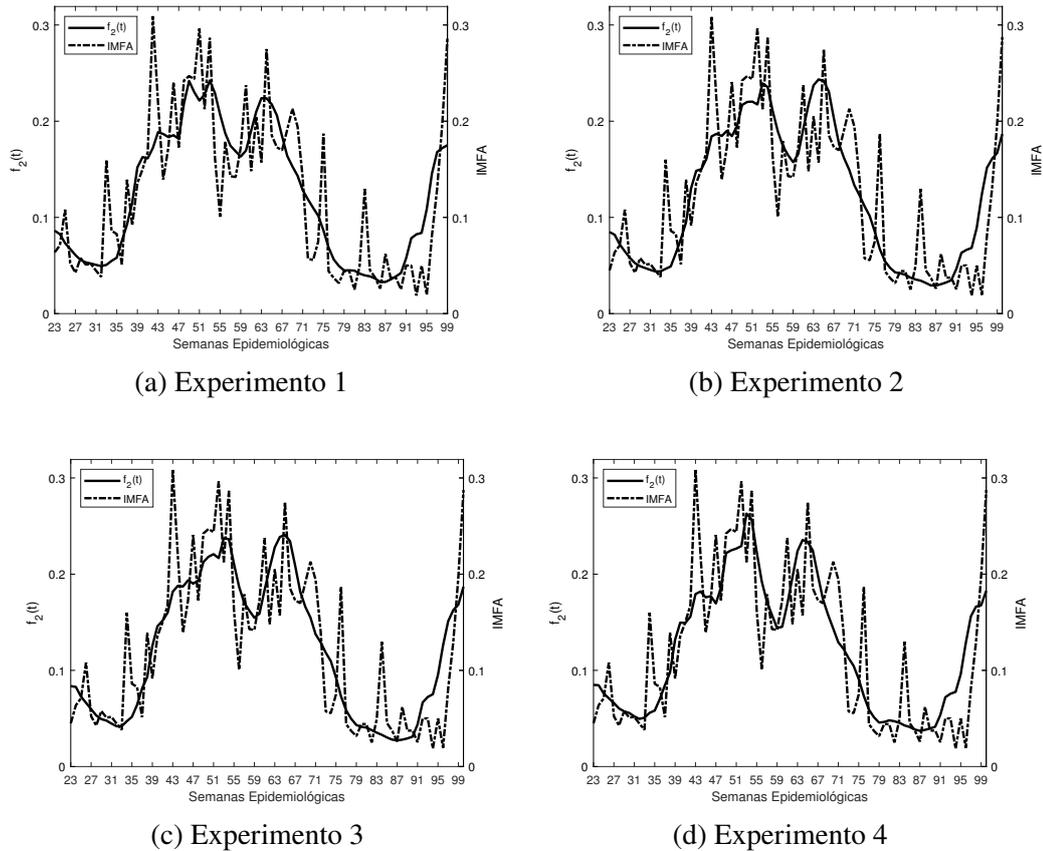


Figura 55 – Comparação entre as séries temporais de IMFA e f_2 ao longo de 77 semanas epidemiológicas, referentes aos Experimentos 1 - 4, considerando dados de Caratinga.

No Experimento 5 os parâmetros são dependentes apenas da variável meteorológica temperatura. A [Figura 56](#) mostra as séries de IMFA e f_2 ao longo de 77 semanas epidemiológicas. A curva referente à população f_2 tem um comportamento semelhante ao da curva de IMFA, no entanto, os valores são bem distintos, f_2 é suave, já a curva de IMFA tem diversos picos.

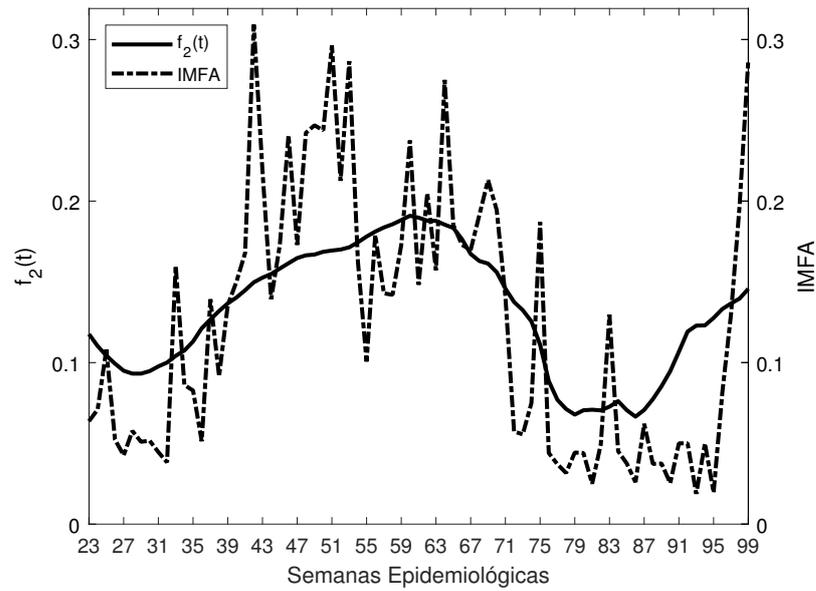


Figura 56 – Comparação entre as série temperais de IMFA e f_2 ao longo de 77 semanas epidemiológicas, referente ao Experimento 5, considerando dados de Caratinga.

Comparando os gráficos da [Figura 55](#) com o gráfico da [Figura 56](#) fica evidente que o modelo proposto aqui deve considerar dados de temperatura e precipitação. Não consideramos um modelo em que os parâmetros fossem dependentes apenas da precipitação pois, como já vimos na [Seção 5.2](#), a relação entre temperatura e o ciclo do *Ae. aegypti* está consolidada.

Analisando os resultados dos experimentos de 1 a 5, principalmente os gráficos das figuras [55](#) e [56](#), concluímos que o experimento 4 gerou a curva de f_2 que mais se assemelhou à curva de IMFA. Portanto, o experimento 4 será utilizado para gerar os resultados finais deste trabalho, apresentados na próxima seção.

5.7 Resultados Finais

Nesta seção serão apresentados os resultados do Experimento 4 considerando dados meteorológicos (temperatura e precipitação) e de IMFA das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. Para facilitar a compreensão dos resultados, vamos repetir aqui as informações importantes para a simulação do experimento 4, já apresentadas na [Seção 5.6](#). O problema de otimização mono-objetivo a ser resolvido tem função objetivo dada pela equação

$$\text{Minimizar } S^2 = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (I(k) - \lambda F_2(k - L))^2; \quad (64)$$

sujeito a:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{dE}{dt} = \phi(p, T) \left(1 - \frac{E(t)}{C(p, T)} \right) F_2(t) - \alpha_1(p, T)E(t) - \mu_E(p, T)E(t), \\
 \frac{dA}{dt} = \alpha_1(p, T)E(t) - \alpha_2(p, T)A(t) - \mu_A(p, T)A(t), \\
 \frac{dF_1}{dt} = \alpha_2(p, T)A(t) - \alpha_3(p, T)F_1(t) - \mu_{F_1}(p, T)F_1(t), \\
 \frac{dF_2}{dt} = \alpha_3(p, T)F_1(t) - \mu_{F_2}(p, T)F_2(t), \\
 C, \phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2} \geq 0, \quad \forall p, T, t \in \mathbb{R}_+. \\
 \Psi(p, T) = a_4(T - T_{Op})^4 + a_3(T - T_{Op})^3 + a_2(T - T_{Op})^2 + a_1(T - T_{Op}) + k + b_1 \cdot u_\Psi + b_2 \cdot v_\Psi \cdot \left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} \right)^{r_\Psi} \\
 \begin{array}{llll}
 0 \leq u_\phi \leq 3 & 1 \leq u_{\alpha_1} \leq 3 & 0 \leq u_{\alpha_2} \leq 1 & 0 \leq u_{\alpha_3} \leq 3 \\
 3,5 \leq u_{\mu_E} \leq 5 & 2 \leq u_{\mu_A} \leq 8 & 0,5 \leq u_{\mu_{F_1}} \leq 3 & 0 \leq u_{\mu_{F_2}} \leq 1 \\
 -1 \leq v_\phi \leq 2 & 1 \leq v_{\alpha_1} \leq 1 & 0 \leq v_{\alpha_2} \leq 2,5 & -1 \leq v_{\alpha_3} \leq 2 \\
 -1 \leq v_{\mu_E} \leq 3 & 0 \leq v_{\mu_A} \leq 8 & 0 \leq v_{\mu_{F_1}} \leq 2 & 0 \leq v_{\mu_{F_2}} \leq 2 \\
 0,5 \leq r_\phi, r_{\alpha_1}, r_{\alpha_3}, r_{\mu_{F_1}}, r_{\mu_{F_2}} \leq 2 & & 0 \leq r_{\alpha_2}, r_{\mu_E}, r_{\mu_A} \leq 2 &
 \end{array}
 \end{array} \right. \quad (65)$$

Tabela 44 – Parâmetros do Algoritmo Genético Real Polarizado.

Parâmetros	Valores
Número de execuções	36
Número máximo de gerações	100
Tamanho da população	100
Probabilidade de ocorrer cruzamento	90%
Probabilidade de ocorrer polarização	30%
Probabilidade de ocorrer mutação	5%
Tamanho da mutação	0,05
Fator de dispersão na função de aptidão	1,8
Fator de extrapolação no cruzamento	0,2

As simulações foram realizadas em um computador com sistema operacional Windows 10 Home Single Language de 64bits, processador Intel® Core™ i5-3230M; 2,60GHz, com memória RAM de 8GB. Os parâmetros do AGRP utilizados em todas as simulações desta seção estão listados na [Tabela 44](#). Em todas as simulações o critério de parada do algoritmo foi definido como *atingir o número máximo de gerações*.

Os histogramas da [Figura 57](#) são referentes aos valores da função objetivo obtidos em cada uma das 36 execuções do AGRP, considerando dados meteorológicos (precipitação e temperatura) das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. Em todos os casos há variabilidade razoável no valor da função objetivo. A solução ótima pertence a um intervalo com frequência mínima, ainda assim, tal solução será usada para compararmos resultados.

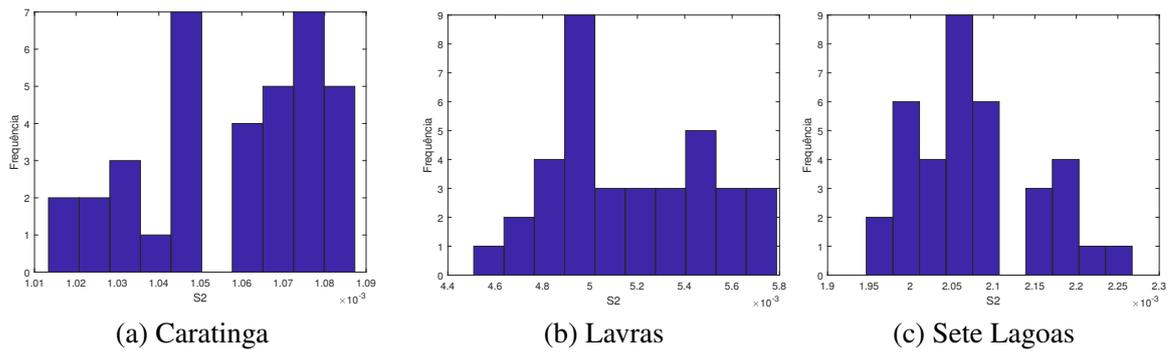


Figura 57 – Histogramas representativos dos 36 valores da função objetivo para (a) Caratinga, (b) Lavras e (c) Sete Lagoas.

Na Figura 58 temos, para cada cidade, um conjunto de box-plots referentes ao valor da função objetivo para algumas gerações ao longo das 36 execuções. Nos 3 casos, a medida que o número de gerações aumentou, verificou-se uma melhora no valor da função objetivo. Percebe-se também uma redução em sua variabilidade, já que a amplitude da caixa box-plot diminuiu. Para a cidade de Caratinga, a partir da geração de número 40 a redução do valor da função objetivo é pouco significativo e quase nulo a partir da geração 80. Para Lavras, a partir da geração número 80 identificamos uma redução apenas no valor máximo da função objetivo, sendo que o valor mínimo e o tamanho da caixa do boxplot praticamente não se alteraram. Para Sete Lagoas, os valores máximos e mínimos da função objetivo, a partir da geração de número 80, se mantiveram aproximadamente constantes. No entanto, o tamanho da caixa box-plot continuou diminuindo. Considerando o tempo computacional para a realização das 36 execuções e a qualidade satisfatória dos resultados, não vimos necessidade de aumentar o número de execuções.

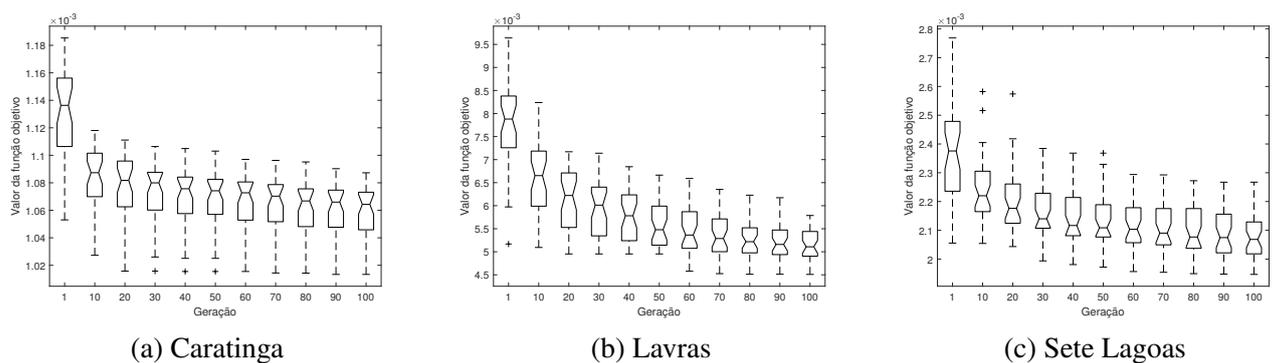
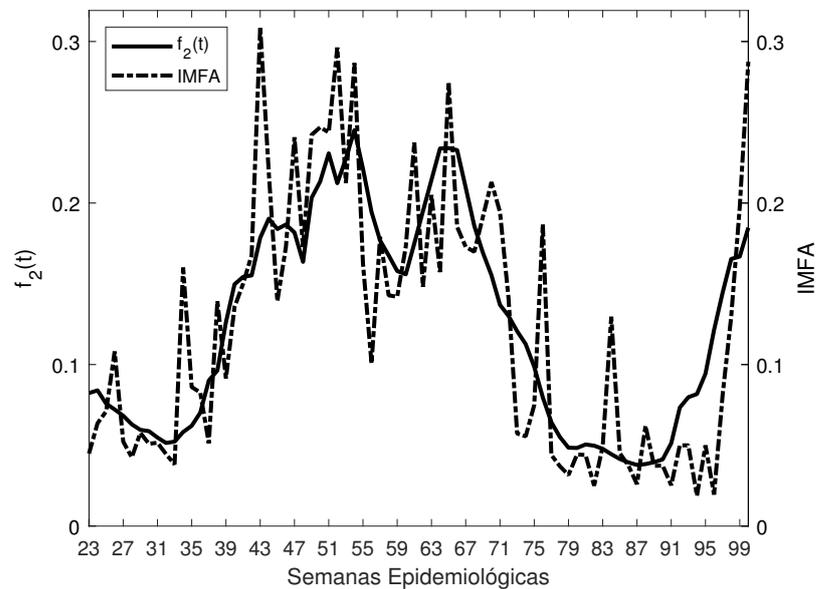


Figura 58 – Evolução dos valores da função objetivo ao longo das gerações para (a) Caratinga, (b) Lavras e (c) Sete Lagoas, considerando 36 execuções em cada cidade.

Tabela 45 – Valores ótimos das variáveis de decisão do algoritmo genético real polarizado para Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

Ψ	Caratinga			Lavras			Sete Lagoas		
	x_Ψ	y_Ψ	r_Ψ	x_Ψ	y_Ψ	r_Ψ	x_Ψ	y_Ψ	r_Ψ
ϕ	0,0243	1,0415	1,0626	1,8868	0,1613	1,7853	2,9977	1,9606	0,7164
α_1	2,9730	0,8834	1,9869	1,2162	0,6664	0,6166	2,8879	0,4484	0,5030
α_2	0,4507	1,0244	0,1625	0,0694	0,2723	0,9155	0,0759	1,2504	1,9420
α_3	2,8229	-0,4954	0,5916	0,0018	0,3301	0,6878	2,9724	0,3465	0,5380
μ_E	3,9735	1,0648	1,3844	3,8954	-0,5091	1,9078	3,8584	-0,9716	0,0750
μ_A	5,7916	3,3951	0,1662	7,7499	2,2623	1,3958	2,6936	7,9765	0,2474
μ_{F_1}	1,6872	1,9426	1,9965	2,9706	0,8009	0,7613	0,5102	0,5761	1,6827
μ_{F_2}	0,0192	0,0001	1,8594	0,5123	0,8456	1,5293	0,3278	0,0007	1,9868

Figura 59 – Evolução das séries temporais representativas de IMFA e f_2 ao longo de 78 semanas epidemiológicas, considerando dados de Caratinga.

A Figura 59 mostra a série temporal referente aos dados experimentais de IMFA de Caratinga e a série temporal de f_2 , obtida por simulação computacional, considerando dados meteorológicos (temperatura e precipitação) também da cidade de Caratinga. A curva referente a f_2 segue o comportamento de IMFA, reproduzindo com qualidade aceitável alguns picos, como os localizados entre as semanas epidemiológicas 49 e 55, mas sem conseguir reproduzir picos consideráveis, como os ocorridos nas semanas 43 e 84, por exemplo.

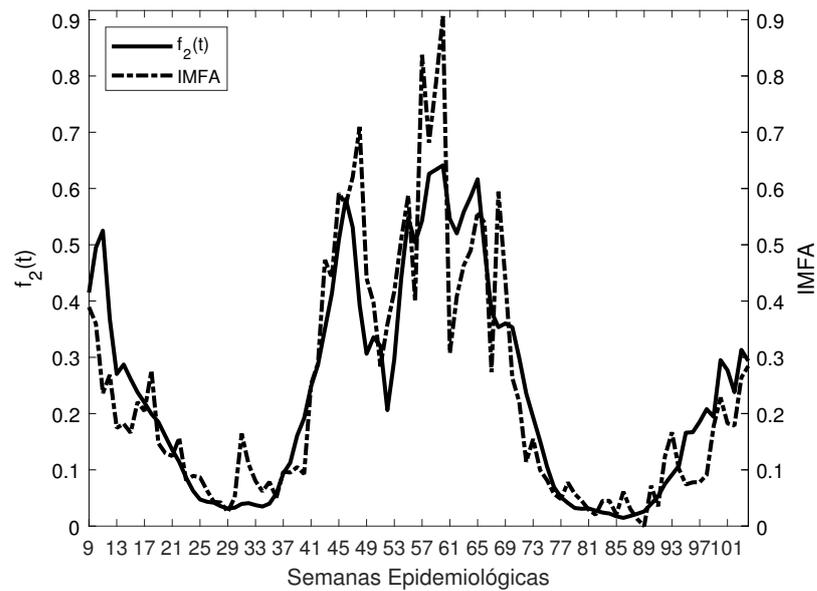


Figura 60 – Evolução das séries temporais representativas de IMFA e f_2 ao longo de 96 semanas epidemiológicas, considerando dados de Lavras.

Na Figura 60 temos as séries temporais de IMFA e f_2 , referentes à cidade de Lavras. A série gerada computacionalmente, f_2 , segue de forma aceitável o comportamento dos dados experimentais, conseguindo reproduzir o formato dos picos, mas sem atingir os valores máximos de IMFA, como entre as semanas 57 e 61.

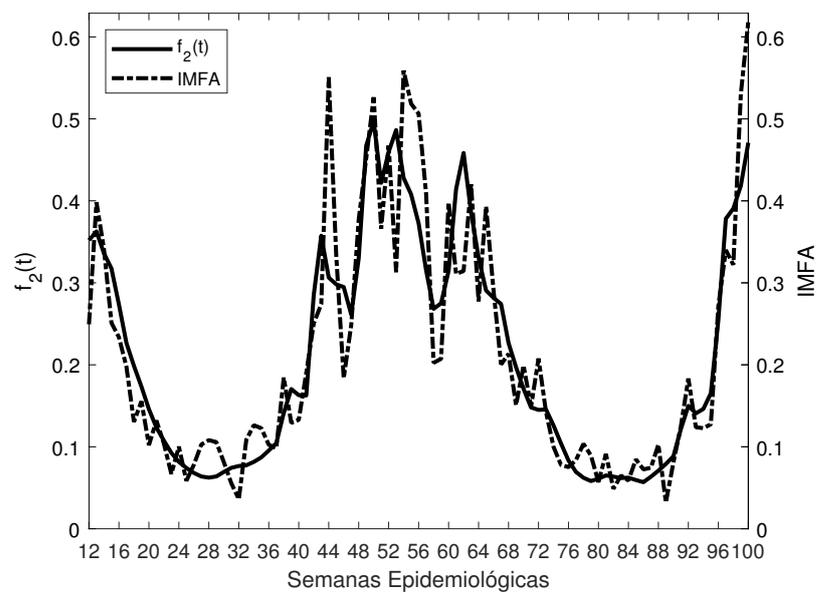


Figura 61 – Evolução das séries temporais representativas de IMFA e f_2 ao longo de 89 semanas epidemiológicas, considerando dados de Sete Lagoas.

As séries temporais de IMFA e f_2 referentes à cidade de Sete Lagoas estão representadas na Figura 61. Analisando as duas curvas verificamos que a série referente à f_2 , gerada computacionalmente, segue de forma aceitável o comportamento dos dados experimentais, conseguindo reproduzir o formato dos picos, mas sem atingir os valores máximos de IMFA, como entre as semanas 56 e 60.

cionalmente, segue o comportamento de IMFA, reproduzindo a ocorrência de picos de forma satisfatória, apesar de não atingir o valor máximo dos picos entre as semanas 44 e 56.

Tabela 46 – Valores correspondentes ao resultado ótimo do algoritmo genético real polarizado para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

Cidade	S^2	Lag	Correlação Cruzada
Caratinga	$1,0134 \times 10^{-3}$	3	82,91%
Lavras	$4,5092 \times 10^{-3}$	0	89,28%
Sete Lagoas	$1,9467 \times 10^{-3}$	3	90,47%

Na [Tabela 46](#) temos os valores ótimos da função objetivo (S^2) com os respectivos valores de *lag* e correlação cruzada, para as cidades de Caratinga e Sete Lagoas foram bem semelhantes, já para a cidade de Lavras o valor de S^2 foi bem superior. Os valores de S^2 foram usados para nortear nossas análises até aqui, no entanto, se trata de um resultado esporádico, que não traz informação significativa sobre o comportamento geral do modelo. Assim, na próxima seção, faremos a validação do modelo considerando, além da solução ótima, a média das soluções.

5.8 Validação do Modelo Proposto

Na seção anterior realizamos as simulações do AGRP para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas e analisamos os resultados considerando apenas a solução ótima do algoritmo. No entanto, como realizamos 36 execuções do algoritmo genético, temos 36 conjuntos de resultados para os parâmetros u , v e r . Aqui vamos analisar o conjunto de resultados com intuito de validar o modelo proposto. Faremos uma análise comparativa entre os dados experimentais de IMFA e os seguintes resultados:

1. Temperatura

Neste caso utilizaremos os resultados do Experimento 5, descrito na [Seção 5.6](#).

2. Solução ótima

Dentre as 36 execuções do AGRP, a solução ótima é dada pelo conjunto de parâmetros (u , v , r) que geram o menor valor de S^2 . A solução ótima já foi apresentada na [Seção 5.7](#).

3. Média dos Parâmetros

Para cada parâmetro m_Ψ , n_Ψ e r_Ψ , sendo $\Psi = \{\phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2}\}$ vamos considerar a média aritmética dos 36 valores, ou seja,

- $m_\Psi = \frac{m_{\Psi_1} + m_{\Psi_2} + \dots + m_{\Psi_{36}}}{36}$
- $n_\Psi = \frac{n_{\Psi_1} + n_{\Psi_2} + \dots + n_{\Psi_{36}}}{36}$
- $r_\Psi = \frac{r_{\Psi_1} + r_{\Psi_2} + \dots + r_{\Psi_{36}}}{36}$

4. Média das Soluções

Para cada conjunto de parâmetros resultante de cada execução do AGRP foi gerada uma série representativa de f_2 , então, temos 36 séries. Para cada semana epidemiológica fizemos a média entre os 36 valores e obtivemos uma série representativa da média das soluções.

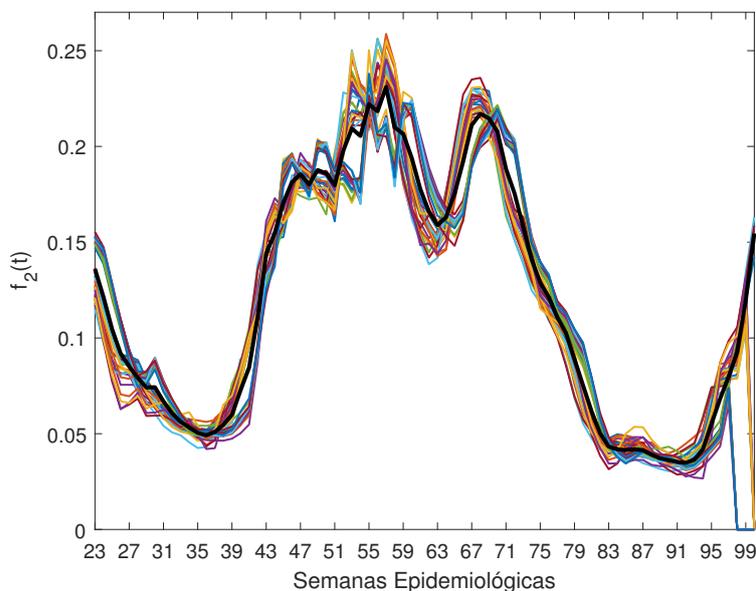


Figura 62 – Evolução da população f_2 para cada uma das 36 execuções do algoritmo genético real polarizado, ao longo de 78 semanas epidemiológicas, referentes à cidade de Caratinga, com destaque para a curva representativa da média das 36 curvas.

Na [Figura 62](#) temos as 36 séries referentes às 36 execuções do AGRP considerando 78 semanas epidemiológicas da cidade de Caratinga. A curva em destaque é referente à média das demais curvas e é ela que será usada para representar a média das soluções.

5. Intervalo de Confiança

O intervalo de confiança foi definido em função da média das 36 soluções do AGRP, ao nível de significância de 5%, como

$$IC(\mu, 95\%) = \left[\bar{X} - \frac{1,96 \cdot \sigma}{\sqrt{36}}, \bar{X} + \frac{1,96 \cdot \sigma}{\sqrt{36}} \right]; \quad (66)$$

sendo que \bar{X} é a média amostral, ou seja, a média das soluções, σ é o desvio padrão e μ é a média populacional. O valor 1,96 é referente ao nível de significância de 5% e 36 é o tamanho da amostra.

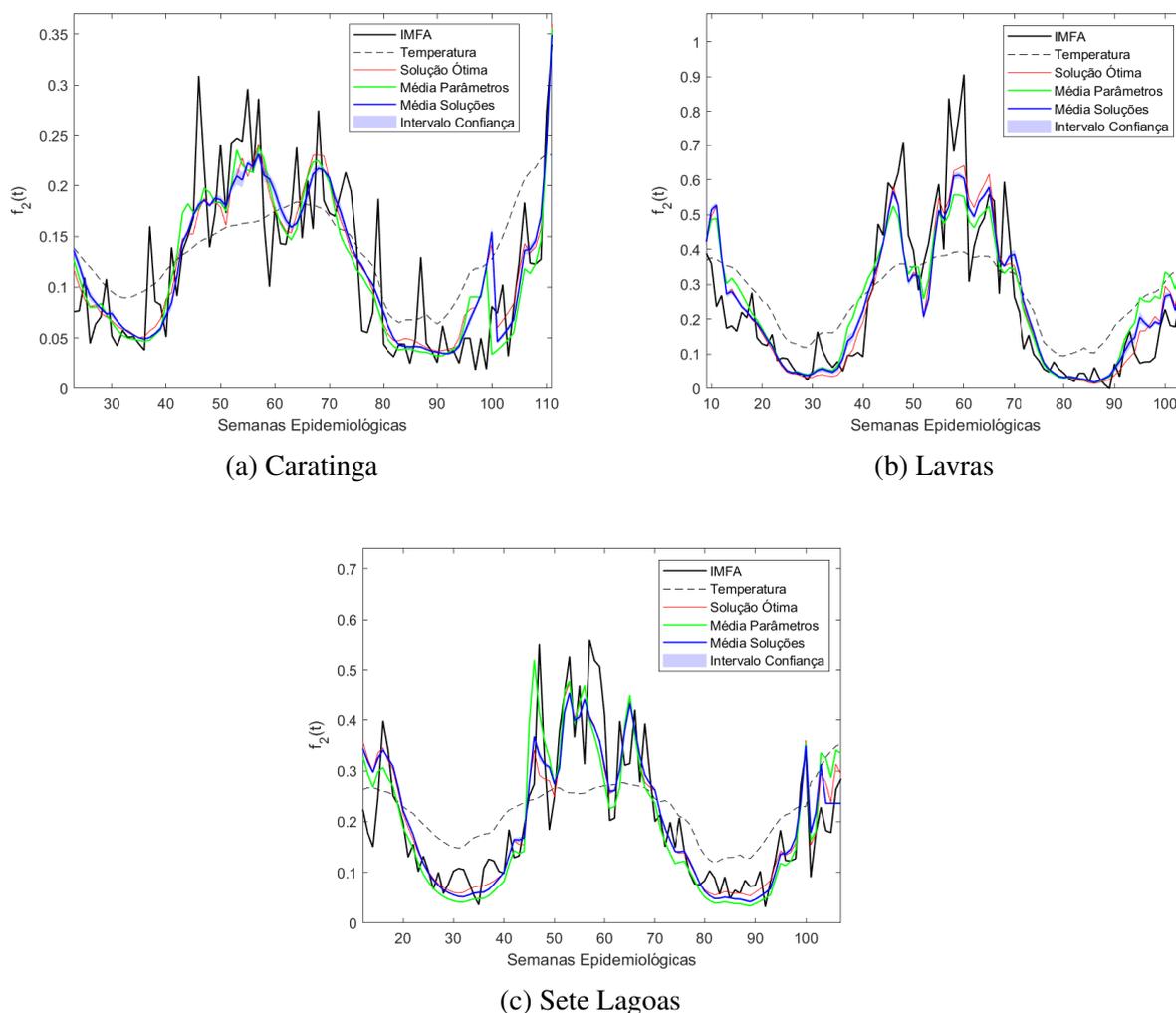


Figura 63 – Comparação entre a série temporal representativa de IMFA e as séries temporais representativas de f_2 considerando um modelo envolvendo apenas temperatura e uma modelo envolvendo temperatura e precipitação, para as cidades de (a) Caratinga, (b) Lavras e (c) Sete Lagoas.

Na [Figura 63](#) temos um comparativo entre resultados obtidos de dois modelos: o primeiro com parâmetros dependentes apenas da temperatura e o segundo com parâmetros dependentes da temperatura e da precipitação. Para as três cidades, o resultado obtido quando apenas a variável meteorológica temperatura é considerada é muito discrepante das séries representativas dos dados experimentais de IMFA.

Os resultados envolvendo precipitação e temperatura (solução ótima, média dos parâmetros, média das soluções e intervalo de confiança) são bem semelhantes e analisando-os é possível concluir que a inclusão da variável meteorológica precipitação melhora de forma significativa os resultados. Apesar de encontrarmos na literatura muitos trabalhos evidenciando a relação entre temperatura e *Aedes aegypti* e poucos trabalhos abordando a relação do mosquito com a precipitação, fica evidente que a precipitação interfere na densidade populacional de fêmeas do vetor de forma significativa, validando o modelo entomológico proposto neste trabalho.

5.9 Análise de Robustez

Ao longo de todo o trabalho realizamos experimentos disjuntos considerando os dados de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. No entanto, como estamos trabalhando com o ciclo do *Ae. aegypti*, é de extrema importância que os resultados obtidos neste estudo possam ser aplicados em outras cidades, além das analisadas.

Para analisar a robustez dos nossos resultados, vamos fazer o cruzamento dos resultados. Em relação à variável temperatura, os resultados são dependentes apenas dos dados de cada cidade. Em relação à precipitação, os resultados são dependentes do algoritmo genético real polarizado. Assim, considerando o conjunto de parâmetros obtidos via AGRP para a cidade de Caratinga, vamos fazer simulações para Lavras e Sete Lagoas. O mesmo será feito considerando os conjuntos de parâmetros obtidos para Lavras e Sete Lagoas.

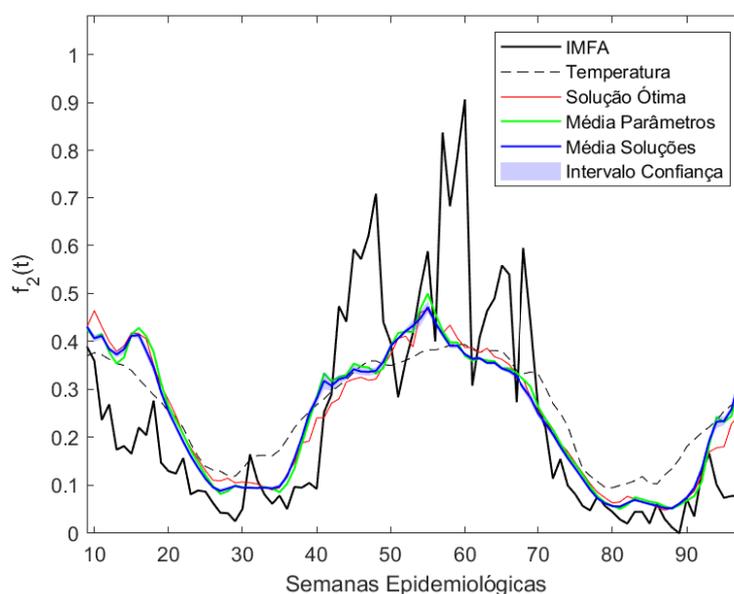


Figura 64 – Evolução da população f_2 considerando dados meteorológicos de Lavras e conjunto de parâmetros obtidos via AGRP referentes à Caratinga.

Na seção 5.7, as equações dos parâmetros, representadas genericamente por $\Psi(p,T)$, são dependentes de u_Ψ , v_Ψ e r_Ψ . Considerando os valores de u_Ψ , v_Ψ e r_Ψ , obtidos via AGRP, para a cidade de Caratinga, fizemos as simulações da população f_2 para a cidade de Lavras. Os resultados estão na Figura 64. A curva *Temperatura* representa o resultado da simulação em que apenas a variável temperatura é considerada e, neste caso, não há cruzamento de cidades. Os dados de IMFA são da cidade de Lavras. Percebemos que os resultados das simulações que envolvem a precipitação, além da temperatura, mesmo que tenham sido baseados em dados de outra cidade, ainda são significativamente melhores que os resultados de simulações envolvendo apenas temperatura. O mesmo estudo foi feito considerando as demais combinações entre as três cidades.

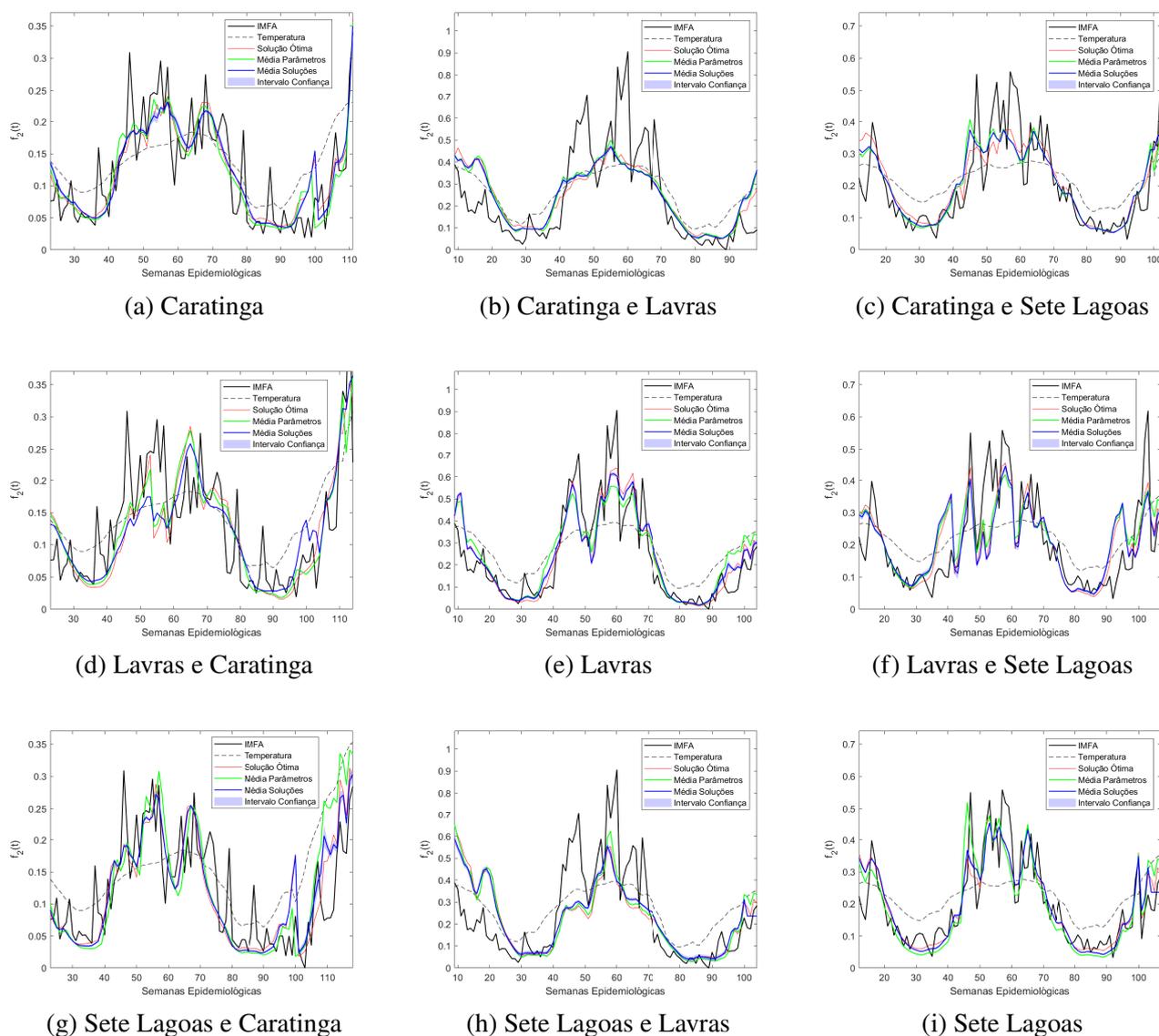


Figura 65 – Comparação entre as séries temporais representativas de f_2 , obtidas via simulação computacional, com a série temporal representativa de IMFA. Em (a), (e) e (i) foram considerados dados de apenas uma cidade, conforme as legendas. Nos demais itens, os resultados do AGRP da primeira cidade da legenda foram utilizados para obter as séries de f_2 da segunda cidade da legenda.

Na Figura 65 temos os resultados para todos os cruzamentos considerando as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. Na diagonal os gráficos são referentes a uma única cidade. Nos demais gráficos, os valores de u_ψ , v_ψ e r_ψ referentes a primeira cidade foram usados para as simulações da segunda cidade. Assim, a Figura 65b é idêntica à Figura 64, que já foi explicada em detalhes.

Em todos os gráficos da Figura 63 percebemos que a curva referente à simulação envolvendo apenas a temperatura não se aproxima da curva de IMFA, ao passo que as demais curvas, referentes às simulações envolvendo precipitação e temperatura se aproximam da curva de IMFA com boa qualidade.

Ainda com a intenção de analisar a qualidade dos ajustes entre as curvas geradas computacionalmente e a curva de IMFA, definimos o erro

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (f_2 - IMFA)^2}{n}} \quad (67)$$

Tabela 47 – Erros entre curvas geradas computacionalmente e IMFA, considerando cruzamentos entre as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, duas a duas.

		Caratinga	Lavras	Sete Lagoas
	Temperatura	0,0559	0,1490	0,1035
Caratinga	Ótima	0,0436	0,1473	0,0765
	Média Parâmetros	0,0416	0,1456	0,0694
Lavras	Ótima	0,0608	0,0950	0,0954
	Média Parâmetros	0,0575	0,1084	0,0971
Sete Lagoas	Ótimo	0,0499	0,1701	0,0646
	Média Parâmetros	0,0503	0,1610	0,0711

Na [Tabela 47](#) estão representados os erros, calculados conforme a [Equação \(67\)](#), correspondente aos gráficos da [Figura 65](#). Na primeira coluna estão as cidades que foram usadas para gerar os valores de u_Ψ , v_Ψ e r_Ψ ; e na primeira linha as cidades cujos dados foram usados para as simulações da população f_2 . Em destaque estão os resultados correspondentes aos casos em que não houve cruzamento de dados. Na grande maioria dos casos, mesmo com o cruzamento dos dados, obtivemos resultados melhores que os obtidos quando apenas a temperatura foi considerada.

Diante de tais resultados, podemos afirmar que construímos um modelo dinâmico, dependente de temperatura e precipitação, capaz de descrever a população de fêmeas *Ae. aegypti* de modo satisfatório.

5.10 Considerações Finais

Neste capítulo, foi proposto um modelo epidemiológico para descrever o ciclo de vida do *Ae. aegypti* em função de variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura). Como o ciclo do vetor sofre influência direta destas variáveis, os parâmetros do modelo são dependentes de precipitação e temperatura.

A relação entre temperatura e o ciclo do vetor é amplamente estudada. Selecionamos alguns trabalhos que abordam de forma detalhada esta dependência e unificamos seus resultados. Cada parâmetro do modelo foi escrito, de forma explícita, em função da temperatura.

A precipitação, embora exerça influência sobre o ciclo de vida do vetor, é pouco estudada. Alguns trabalhos citam que há relação, mas não encontramos nenhum que trate desta relação de forma detalhada. Com base nos poucos estudos do ciclo de vida do *Ae. aegypti* envolvendo

precipitação e nos muitos estudos envolvendo temperatura, foi proposta uma parametrização inicial para descrever os parâmetros do modelo em função da precipitação. A otimização mono-objetivo foi usada para aperfeiçoamento desta parametrização.

Os resultados obtidos neste capítulo evidenciaram que, apesar de poucos estudos tratarem da relação entre precipitação e ciclo de vida do *Ae. aegypti*, esta variável meteorológica exerce influência significativa sobre o ciclo de vida do vetor. Além disso, o modelo proposto aqui, após ser treinado com dados de uma cidade específica, poderá ser usado em outras cidades. Assim, conhecendo apenas os dados meteorológicos de uma cidade, o comportamento da população de fêmeas *Ae. aegypti* poderá ser descrito de maneira satisfatória.

6 Conclusões

O *Aedes aegypti* está presente principalmente nas regiões tropicais e subtropicais do mundo. A presença do mosquito nestas regiões está relacionada aos fatores meteorológicos, como precipitação, temperatura e umidade, que interferem diretamente em seu ciclo de vida. Entender e representar, em um modelo matemático preditivo, como as etapas do ciclo do vetor são afetadas pelos fatores climáticos é um trabalho complexo, que envolve diversas áreas de conhecimento, como biologia, modelagem matemática e computação.

Além dos fatores climáticos, a população de *Ae. aegypti* sofre variação devido às decisões tomadas por gestores de saúde, por medidas de combate ao vetor ou controle do mesmo, dentre tantas outras variáveis que podem interferir na densidade populacional do mosquito, reforçando a complexidade de se representar uma situação do mundo real por um modelo matemático.

Ainda assim, considerando técnicas de estatística, modelagem matemática e simulação computacional, este trabalho gerou resultados de suma importância, que podem inclusive serem utilizados para auxiliar gestores de saúde em programas de monitoramento do *Aedes aegypti*.

6.1 Principais Contribuições

O trabalho foi dividido em 2 partes, uma de análise de dados e outra modelagem matemática. Na primeira parte analisamos a relação entre variáveis meteorológicas e a população de *Ae. aegypti*, representada pelo IMFA. Considerando métodos estatísticos para análise de séries temporais, mostramos que a precipitação é tão influente na densidade populacional de mosquitos quanto a temperatura que, por sua vez, é mais apresentada na literatura como preditor do vetor e, conseqüentemente, das doenças transmitidas por ele.

Além disso, construímos um modelo regressivo muito preciso, mas pouco informativo do ponto de vista entomológico. Apesar de ser um modelo com boa capacidade de previsão, gera pouca informação sobre a biologia do vetor e sua relação com as variáveis meteorológicas.

Na parte matemática, construímos uma função para a dependência das taxas de desenvolvimento do vetor em relação às chuvas, já que na literatura vários trabalhos tratam da relação do ciclo do vetor com a temperatura, mas devido à complexidade da realização de estudos envolvendo chuvas, esta relação não foi encontrada.

Por fim, construímos um modelo dinâmico capaz de gerar uma série temporal representativa da população de fêmeas *Ae. aegypti* de uma determinada região, com base apenas em dados meteorológicos (precipitação e temperatura). Embora a definição das dependências das taxas do modelo tenham sido submetidas a suposições simplificadoras e, portanto, de realismo limitado, a capacidade do modelo de reproduzir e prever a densidade populacional do vetor é satisfatória. O modelo pode ser treinado em uma cidade e aplicado em outra. Em outras palavras: o modelo pode não ser único, mas funciona. Mas, o de temperatura também é assim: exponencial,

polinomial, de segundo, quarto grau etc.

Ressaltamos que este trabalho difere de Focks et al. (1993b) etc por que não é apenas fisiológico. Aliás, não conhecemos a relação fisiológica exata, embora saibamos que as chuvas influenciam de diversas maneiras. A mais óbvia é a oferta de criadouros, mas o *fitness* dos mosquitos também mudam e, indiretamente, as chuvas alteram a umidade. Assim, o modelo é Entomológico e Ecológico.

6.2 Trabalhos futuros

O trabalho proposto aqui abre possibilidades para alguns outros estudos. O modelo matemático para descrever a dinâmica do ciclo de vida do *Ae. aegypti*, considerando parâmetros entomológicos dependentes de precipitação e temperatura, pode ser adaptado para o ilustrado no Figura 66. O compartimento $E(t)$ representa a população de ovos do mosquito, $L(t)$ representa a população de larvas, $P(t)$ representa a população de pupas e $F(t)$ a população de fêmeas, todas no tempo t .

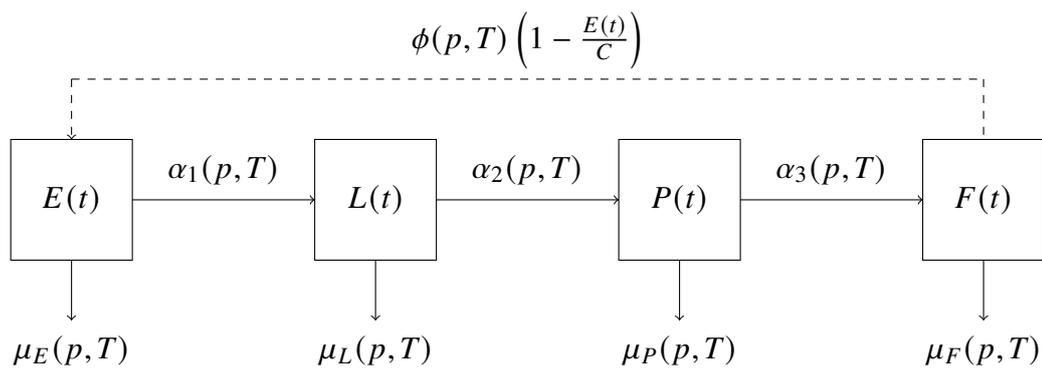


Figura 66 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes aegypti*, considerando parâmetros entomológicos do vetor dependentes de variáveis meteorológicas (precipitação e temperatura).

Além disso, podemos considerar na população de ovos, o período de quiescência, trazendo uma complexidade maior para o modelo, mas também uma representação mais próxima da realidade.

Referências

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE transactions on automatic control**, Ieee, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974. Citado na página 53.

ASSIS, E. S. et al. Aplicação de dados do clima urbano no desenvolvimento de planos diretores de cidades mineiras. **Encontro Nacional de Conforto no Ambiente Construído**, v. 9, p. 152–161, 2007. Citado na página 38.

BARRETO, M. L.; TEIXEIRA, M. G. Dengue no Brasil: situação epidemiológica e contribuições para uma agenda de pesquisa. **Estudos avançados**, SciELO Brasil, v. 22, n. 64, p. 53–72, 2008. Citado na página 21.

BARROS, A. M. R. de. Modelos matemáticos de equações diferenciais ordinárias aplicados à epidemiologia. **Revista de Ciências Exatas e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 62–67, 2007. Citado na página 77.

BARSANTE, L. dos S. **Dependência entre pluviosidade e população de fêmeas *Aedes aegypti* grávidas descritas através de um sistema dinâmico não linear**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012. Citado na página 23.

BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D.; SHETTY, C. M. **Nonlinear programming: theory and algorithms**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 136 e 137.

BESERRA, E. B. et al. Biologia e exigências térmicas de *Aedes aegypti* (L.) (diptera: Culicidae) provenientes de quatro regiões bioclimáticas da Paraíba. **Neotrop Entomol**, SciELO Brasil, v. 35, p. 853–860, 2006. Citado 10 vezes nas páginas 16, 22, 46, 83, 84, 95, 96, 97, 99 e 100.

BESERRA, E. B. et al. Efeitos da temperatura no ciclo de vida, exigências térmicas e estimativas do número de gerações anuais de *Aedes aegypti* (diptera, culicidae). **Iheringia. Série Zoologia**, Fundação Zoobotânica do Rio Grande do Sul, 2009. Citado 13 vezes nas páginas 16, 22, 46, 66, 73, 83, 85, 95, 96, 97, 99, 100 e 101.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015. Citado na página 102.

CAVALCANTE, K. R. L. J.; TAUIL, P. L. Risco de reintrodução da febre amarela urbana no Brasil. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, SciELO Public Health, v. 26, p. 617–620, 2017. Citado na página 28.

CHRISTOPHERS, S. R. ***Aedes aegypti*: the yellow fever mosquito**. [S.l.]: CUP Archive, 1960. Citado 2 vezes nas páginas 98 e 99.

CONSOLI, R. A.; OLIVEIRA, R. L. de. **Principais mosquitos de importância sanitária no Brasil**. [S.l.]: SciELO-Editora FIOCRUZ, 1994. Citado 3 vezes nas páginas 25, 27 e 28.

CORDEIRO, F. da S. **Modelo preditivo para a população de mosquitos *Aedes aegypti* sob influência de variáveis climáticas: temperatura e pluviosidade**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Janeiro 2015. Citado na página 23.

- CORDEIRO, F. S. et al. A model for *Aedes aegypti* infestation according to meteorological variables: Case of Caratinga (Minas Gerais-Brazil). **Trends in Computational and Applied Mathematics**, SciELO Brasil, v. 22, p. 61–78, 2021. Citado na página 23.
- COSTA, E. A. P. d. A. et al. Impact of small variations in temperature and humidity on the reproductive activity and survival of *Aedes aegypti* (diptera, culicidae). **Revista Brasileira de Entomologia**, SciELO Brasil, v. 54, n. 3, p. 488–493, 2010. Citado 7 vezes nas páginas 15, 22, 73, 80, 81, 95 e 99.
- COUTINHO, F. et al. Threshold conditions for a non-autonomous epidemic system describing the population dynamics of dengue. **Bulletin of mathematical biology**, Springer, v. 68, n. 8, p. 2263–2282, 2006. Citado na página 101.
- COVER, T. M.; THOMAS, J. A. **Elements of information theory**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006. Citado na página 69.
- DANTAS, A. A. A.; CARVALHO, L. d.; FERREIRA, E. Classificação e tendências climáticas em Lavras, MG. **Ciência e Agrotecnologia**, Editora da Universidade Federal de Lavras, v. 31, n. 6, p. 1862–1866, 2007. Citado na página 37.
- DEGENER, C. M. et al. Avaliação das armadilhas MosquiTRAP, BG-Sentinel e BG-Mosquitito como possíveis ferramentas no controle de *Aedes aegypti*. Universidade Federal de Minas Gerais, 2014. Citado na página 34.
- DICKER, R. C. et al. Principles of epidemiology in public health practice; an introduction to applied epidemiology and biostatistics. 2006. Citado na página 76.
- DONALISIO, M. R.; FREITAS, A. R. R.; ZUBEN, A. P. B. V. Arboviruses emerging in Brazil: challenges for clinic and implications for public health. **Revista de Saúde Pública**, SciELO Public Health, v. 51, n. 30, p. 1–6, 2017. Citado na página 28.
- DONALÍSIO, M. R.; GLASSER, C. M. Vigilância entomológica e controle de vetores do dengue. **Rev bras epidemiol**, p. 259–272, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 32.
- ECOVEC. **M.I. AEDES**. 2021. Disponível em: <<http://ecovec.com/solucoes/>>. Acesso em: 08 de novembro de 2021. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.
- EIRAS, Á. E.; RESENDE, M. C. Preliminary evaluation of the “Dengue-MI” technology for *Aedes aegypti* monitoring and control. **Cadernos de Saúde Pública**, SciELO Brasil, v. 25, p. S45–S58, 2009. Citado na página 34.
- EIRAS, A. E. et al. New cost-benefit of brazilian technology for vector surveillance using trapping system. In: **Malaria**. [S.l.]: IntechOpen, 2018. Citado na página 33.
- EL-GOHARY, M. et al. Time delay and causality in biological systems using whitened cross-correlation analysis. In: IEEE. **Engineering in Medicine and Biology Society, 2006. EMBS'06. 28th Annual International Conference of the IEEE**. [S.l.], 2006. p. 6169–6172. Citado na página 44.
- FARNESI, L. C. et al. Embryonic development of *Aedes aegypti* (diptera: Culicidae): influence of different constant temperatures. **Memórias do Instituto Oswaldo Cruz**, SciELO Brasil, v. 104, n. 1, p. 124–126, 2009. Citado 5 vezes nas páginas 15, 80, 95, 97 e 99.

- FERREIRA, C.; YANG, H. Estudo da transmissão da dengue entre os indivíduos em interação com a população de mosquitos *aedes aegypti*. **TEMA-Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 4, n. 3, p. 323–332, 2003. Citado na página 101.
- FERREIRA, D. A. da C. et al. Meteorological variables and mosquito monitoring are good predictors for infestation trends of *Aedes aegypti*, the vector of dengue, chikungunya and zika. **Parasites & vectors**, BioMed Central, v. 10, n. 1, p. 78, 2017. Citado na página 45.
- FIEDOR, P. Networks in financial markets based on the mutual information rate. **Physical Review E**, APS, v. 89, n. 5, p. 052801, 2014. Citado na página 69.
- FIGUEIREDO, L. T. M. Emergent arboviruses in Brazil. **Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical**, SciELO Brasil, v. 40, n. 2, p. 224–229, 2007. Citado na página 21.
- FILHO, F. F. C. **Algoritmos Numéricos**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010. Citado na página 102.
- FOCKS, D. et al. Dynamic life table model for *Aedes aegypti* (diptera: Culicidae): simulation results and validation. **Journal of medical entomology**, The Oxford University Press, v. 30, n. 6, p. 1018–1028, 1993. Citado 3 vezes nas páginas 23, 46 e 78.
- FOCKS, D. A. et al. Dynamic life table model for *Aedes aegypti* (diptera: Culicidae): analysis of the literature and model development. **Journal of medical entomology**, The Oxford University Press, v. 30, n. 6, p. 1003–1017, 1993. Citado 10 vezes nas páginas 15, 23, 45, 46, 78, 79, 95, 97, 101 e 127.
- FUNASA. **Dengue - instruções para pessoal de combate ao vetor: manual de normas técnicas**. [S.l.]: Brasília. Ministério da Saúde, 2001. Citado 6 vezes nas páginas 25, 26, 27, 28, 30 e 32.
- GOMES, A. d. S.; SCIAVICO, C. J.; EIRAS, Á. E. Periodicity of oviposition of females of *aedes aegypti* (linnaeus, 1762)(diptera: Culicidae) in laboratory and field. **Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical**, SciELO Brasil, v. 39, n. 4, p. 327–332, 2006. Citado na página 22.
- GOTO, K. et al. Analysis of effects of meteorological factors on dengue incidence in Sri Lanka using time series data. **PLoS One**, Public Library of Science, v. 8, n. 5, p. e63717, 2013. Citado na página 44.
- GUBLER, D. J. The global emergence/resurgence of arboviral diseases as public health problems. **Archives of medical research**, Elsevier, v. 33, n. 4, p. 330–342, 2002. Citado na página 23.
- GUSMÃO, C. M. G. de; PATRIOTA, A. C. d. L. S.; CARVALHO, I. de L. *Aedes aegypti* e arboviroses no Brasil: uma revisão bibliográfica focada no Zika vírus. **Revista Brasileira de Inovação Tecnológica em Saúde-ISSN: 2236-1103**, p. 1–23, 2019. Citado na página 28.
- HLAVÁČKOVÁ-SCHINDLER, K. et al. Causality detection based on information-theoretic approaches in time series analysis. **Physics Reports**, Elsevier, v. 441, n. 1, p. 1–46, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 67.
- HOANG, P. N. et al. Causality analysis between climatic factors and dengue fever using the granger causality. In: IEEE. **Computing & Communication Technologies, Research, Innovation, and Vision for the Future (RIVF), 2016 IEEE RIVF International Conference on**. [S.l.], 2016. p. 49–54. Citado na página 44.

- IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**. 2020. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/mg>>. Acesso em: 29 de janeiro de 2020. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 38.
- INMET. **Instituto Nacional de Meteorologia**. 2020. Disponível em: <<http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=bdmep/bdmep>>. Acesso em: 29 de janeiro de 2020. Citado na página 38.
- IOC. **Longa trajetória**. 2020. Disponível em: <<http://www.ioc.fiocruz.br/dengue/textos/longatraje.html>>. Acesso em: 28 de janeiro de 2020. Citado na página 25.
- JÚNIOR, A. de S. et al. Application of the Köppen classification for climatic zoning in the state of Minas Gerais, Brazil. **Theoretical and Applied Climatology**, Springer, v. 108, n. 1-2, p. 1–7, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 38.
- KAMAL, M. et al. Mapping the global potential distributions of two arboviral vectors *Aedes aegypti* and *Ae. albopictus* under changing climate. **PLoS one**, Public Library of Science, v. 13, n. 12, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 28.
- KOENRAADT, C.; HARRINGTON, L. Flushing effect of rain on container-inhabiting mosquitoes *Aedes aegypti* and *Culex pipiens* (diptera: Culicidae). **Journal of Medical Entomology**, Oxford University Press Oxford, UK, v. 45, n. 1, p. 28–35, 2008. Citado na página 22.
- KRAEMER, M. U. et al. The global distribution of the arbovirus vectors *Aedes aegypti* and *Ae. albopictus*. **Elife**, eLife Sciences Publications Limited, v. 4, p. e08347, 2015. Citado na página 22.
- LAMBRECHTS, L. et al. Impact of daily temperature fluctuations on dengue virus transmission by *Aedes aegypti*. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Acad Sciences, v. 108, n. 18, p. 7460–7465, 2011. Citado na página 78.
- LAST, J. M. et al. **A dictionary of epidemiology**. [S.l.]: International Epidemiological Association, Inc., 2001. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 77.
- LIANG, G.; GAO, X.; GOULD, E. A. Factors responsible for the emergence of arboviruses; strategies, challenges and limitations for their control. **Emerging microbes & infections**, Taylor & Francis, v. 4, n. 1, p. 1–5, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 28.
- LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and Nonlinear Programming**. Stanford: Springer, 2008. Citado na página 136.
- MENDONÇA, F. d. A.; SOUZA, A. V.; DUTRA, D. d. A. Saúde pública, urbanização e dengue no Brasil. **Sociedade & natureza**, SciELO Brasil, v. 21, n. 3, p. 257–269, 2009. Citado na página 25.
- MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. **Introduction to linear regression analysis**. 5. ed. United States of America: John Wiley & Sons, 2012. Citado na página 46.
- MS. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Departamento de Vigilância Epidemiológica. **Diretrizes Nacionais para Prevenção e Controle de Epidemias de Dengue**, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 32.

MS. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Monitoramento dos casos de arboviroses urbanas transmitidas pelo *Aedes* (dengue, chikungunya e Zika), Semanas Epidemiológicas 01 a 52. **Boletim Epidemiológico**, v. 51, n. 2, p. 1–16, 2020. Citado na página 28.

MS. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Situação epidemiológica da febre amarela no monitoramento 2019/2020. **Boletim Epidemiológico**, v. 51, n. 1, p. 1–19, 2020. Citado na página 29.

MS. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Monitoramento dos casos de arboviroses urbanas causados por vírus transmitidos por *Aedes* (dengue, chikungunya e zika), semanas epidemiológicas 01 a 35, 2021. **Boletim Epidemiológico**, v. 52, n. 32, p. 1–12, 2021. Citado na página 29.

MS. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Monitoramento dos casos de arboviroses urbanas causados por vírus transmitidos por *Aedes* (dengue, chikungunya e zika), semanas epidemiológicas 01 a 53, 2020. **Boletim Epidemiológico**, v. 52, n. 3, p. 1–31, 2021. Citado na página 29.

NATAL, D. Bioecologia do *Aedes aegypti*. **Biológico**, v. 64, n. 2, p. 205–207, 2002. Citado na página 27.

NEPOMUCENO, E. G. Dinâmica, modelagem e controle de epidemias. **UFMG. Tese de Doutorado**. <http://www.cpdee.ufmg.br/defesas> D, v. 534, 2005. Citado na página 77.

NETO, V. S. G.; REBÊLO, J. M. M. Aspectos epidemiológicos do dengue no Município de São Luís, Maranhão, Brasil, 1997-2002 epidemiological characteristics of dengue in the municipality of são luís, maranhão. **Cad. Saúde Pública**, SciELO Brasil, v. 20, n. 5, p. 1424–1431, 2004. Citado na página 22.

NEVES, D. P. et al. **Parasitologia Humana**. 11. ed. São Paulo: Atheneu, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.

NOGUCHI, S.; NIK, A. R.; TANI, M. Rainfall characteristics of tropical rainforest at pasoh forest reserve, negeri sembilan, peninsular malaysia. In: **Pasoh**. [S.l.]: Springer, 2003. p. 51–58. Citado na página 101.

OTERO, M.; SOLARI, H. G.; SCHWEIGMANN, N. A stochastic population dynamics model for *Aedes aegypti*: formulation and application to a city with temperate climate. **Bulletin of mathematical biology**, Springer, v. 68, n. 8, p. 1945–1974, 2006. Citado 6 vezes nas páginas 23, 45, 46, 79, 95 e 99.

PENNY, W. D. **Signal processing course**. [S.l.: s.n.], 2000. 1–178 p. Citado na página 69.

PML. **Prefeitura Municipal de Lavras**. 2016. Disponível em: <<http://www.lavras.mg.gov.br>>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2020. Citado na página 37.

R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2019. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. Citado 5 vezes nas páginas 43, 46, 53, 67 e 70.

RESENDE, M. C. d.; SILVA, I. M. d.; EIRAS, Á. E. Avaliação da operacionalidade da armadilha mosquitrap no monitoramento de *aedes aegypti*. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, Geral de Desenvolvimento da Epidemiologia em Serviços/Secretaria de . . . , v. 19, n. 4, p. 329–338, 2010. Citado na página 34.

- RIBEIRO, A. F. et al. Associação entre incidência de dengue e variáveis climáticas. **Rev Saúde Pública**, SciELO Public Health, v. 40, n. 4, p. 671–6, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 95.
- RUEDA, L. et al. Temperature-dependent development and survival rates of *Culex quinquefasciatus* and *Aedes aegypti* (diptera: Culicidae). **Journal of medical entomology**, The Oxford University Press, v. 27, n. 5, p. 892–898, 1990. Citado 5 vezes nas páginas 15, 82, 83, 95 e 97.
- SANTOS, A. M. A. d.; JACINTO, P. d. A.; TEJADA, C. A. O. Causalidade entre renda e saúde: uma análise através da abordagem de dados em painel com os estados do Brasil. **Estudos Econômicos (São Paulo)**, SciELO Brasil, v. 42, n. 2, p. 229–261, 2012. Citado na página 66.
- SCHOOLFIELD, R.; SHARPE, P.; MAGNUSON, C. Non-linear regression of biological temperature-dependent rate models based on absolute reaction-rate theory. **Journal of theoretical biology**, Elsevier, v. 88, n. 4, p. 719–731, 1981. Citado na página 78.
- SHARPE, P. J.; DEMICHELE, D. W. Reaction kinetics of poikilotherm development. **Journal of Theoretical Biology**, Elsevier, v. 64, n. 4, p. 649–670, 1977. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 79.
- SILVA, H. H. G. d. Período de quiescência dos ovos e ciclo de vida de *aedes aegypti* (linnaeus, 1762)(diptera, culicidae) em condições de laboratório. **Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical**, SciELO Brasil, v. 31, p. 113–114, 1998. Citado na página 21.
- SILVA, L. d. S. B. et al. Modelo entomológico determinístico sob efeito da pluviosidade para o *Aedes aegypti* e o *Aedes albopictus*. **TEMA (São Carlos)**, SciELO Brasil, v. 19, n. 2, p. 289–303, 2018. Citado 7 vezes nas páginas 45, 73, 85, 87, 95, 102 e 137.
- SIMOES, T. C. et al. Modeling the non-stationary climate dependent temporal dynamics of *Aedes aegypti*. **PLoS One**, Public Library of Science, v. 8, n. 8, p. e64773, 2013. Citado na página 45.
- SMITH, G. et al. Use of elevated temperatures to kill *Aedes albopictus* and *Ae. aegypti*. **Journal of the American Mosquito Control Association**, American Mosquito Control Association, v. 4, n. 4, p. 557–558, 1988. Citado 4 vezes nas páginas 95, 97, 98 e 99.
- SOUZA, M. C.; SÁFADI, T. Ajuste de modelos autorregressivos, na forma de modelos lineares dinâmicos, via inferência bayesiana. **Ciência e Agrotecnologia**, SciELO Brasil, v. 28, p. 1126–1134, 2004. Citado na página 53.
- SOUZA-SANTOS, R.; CARVALHO, M. S. Análise da distribuição espacial de larvas de *Aedes aegypti* na Ilha do Governador, Rio de Janeiro, Brasil. **Cadernos de saúde Pública**, SciELO Public Health, v. 16, n. 1, p. 31–42, 2000. Citado na página 22.
- TAKAHASHI, R. H. C. **Otimização Escalar e Vetorial**. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais - Departamento de Matemática (Notas de Aula), 2007. Citado 3 vezes nas páginas 136, 137 e 138.
- TANOMARU, J. Motivação, fundamentos e aplicações de algoritmos genéticos. In: **II Congresso Brasileiro de Redes Neurais**. [S.l.: s.n.], 1995. p. 373–403. Citado na página 137.
- TAVEIRA, L. A. et al. Manual de diretrizes e procedimentos no controle do *Aedes aegypti*. Prefeitura Municipal de Ribeirão Preto, São Paulo, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- TEICH, V.; ARINELLI, R.; FAHHAM, L. *Aedes aegypti* e sociedade: o impacto econômico das arboviroses no Brasil. **JBES: Brazilian Journal of Health Economics/Jornal Brasileiro de Economia da Saúde**, v. 9, n. 3, p. 267–276, 2017. Citado na página 28.

TEIXEIRA, M. d. G.; BARRETO, M. L.; GUERRA, Z. Epidemiologia e medidas de prevenção do dengue. **Informe epidemiológico do SUS**, Centro Nacional de Epidemiologia/Fundação Nacional de Saúde/Ministério da Saúde, v. 8, n. 4, p. 5–33, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 32.

TRAN, A. et al. A rainfall-and temperature-driven abundance model for aedes albopictus populations. **International journal of environmental research and public health**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 10, n. 5, p. 1698–1719, 2013. Citado na página 101.

VASCONCELOS, A. S. et al. Optimization of a rainfall dependent model for the seasonal *Aedes aegypti* integrated control: A case of Lavras/Brazil. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier, v. 90, p. 413–431, 2021. Citado 4 vezes nas páginas 87, 102, 137 e 138.

WALDOCK, J. et al. The role of environmental variables on *Aedes albopictus* biology and chikungunya epidemiology. **Pathogens and global health**, Taylor & Francis, v. 107, n. 5, p. 224–241, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 45, 69, 73, 95 e 101.

WHO. **Arthropod-borne and rodent-borne viral diseases: report of a WHO scientific group [meeting held in Geneva from 28 February to 4 March 1983]**. [S.l.]: World Health Organization, 1985. Citado na página 21.

WHO. **Zika virus**. 2018. Disponível em: <<http://who.int/mediacentre/factsheets/zika/en/>>. Acesso em: 24 de janeiro de 2020. Citado na página 21.

WHO. **Dengue and severe dengue**. 2019. Disponível em: <<http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs117/en/>>. Acesso em: 24 de janeiro de 2020. Citado na página 21.

WHO. **Mosquito-borne diseases**. 2019. Disponível em: <https://www.who.int/neglected_diseases/vector_ecology/mosquito-borne-diseases/en/>. Acesso em: 25 de janeiro de 2020. Citado na página 21.

WIGGINS, S. **Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2003. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas 91 e 92.

YANG, H. M. The transovarial transmission in the dynamics of dengue infection: Epidemiological implications and thresholds. **Mathematical biosciences**, Elsevier, v. 286, p. 1–15, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 45, 46, 73 e 101.

YANG, H. M. et al. Dinâmica da transmissão da dengue com dados entomológicos temperatura-dependentes. **TEMA-Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 8, n. 1, p. 159–168, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 46, 95 e 96.

YANG, H. M. et al. Assessing the effects of temperature on the population of *Aedes aegypti*, the vector of dengue. **Epidemiology and infection**, Cambridge Univ Press, v. 137, n. 08, p. 1188–1202, 2009. Citado 13 vezes nas páginas 15, 23, 45, 46, 66, 81, 82, 95, 96, 97, 99, 100 e 101.

ZARA, A. L. d. S. A. et al. Estratégias de controle do *Aedes aegypti*: uma revisão. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, SciELO Public Health, v. 25, n. 2, p. 391–404, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 32.

Apêndices

APÊNDICE A – Otimização

A otimização, do ponto de vista prático, trata de um conjunto de métodos capazes de determinar as melhores configurações possíveis para a construção ou funcionamento de um determinado sistema (TAKAHASHI, 2007). Analistas, engenheiros e gerentes, dentre outros, precisam lidar diariamente com problemas envolvendo alocação de recursos escassos, planejamento de operações industriais ou elaboração de projetos ideais. No passado, diversas soluções para tais problemas eram aceitas, no entanto, devido à concorrência crescente, desenvolver apenas uma solução aceitável não é suficiente. É preciso que a solução aceitável faça o uso mais eficaz dos recursos, ou seja, é preciso otimizar os recursos disponíveis (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006).

O conceito de otimização está, atualmente, bem enraizado como um princípio subjacente à análise de problemas complexos de decisão e/ou alocação. Na otimização, aborda-se um problema de decisão complexo, envolvendo a seleção de valores para determinadas variáveis, que maximizem (ou minimizem, dependendo da formulação do problema) a função objetivo. Em problemas complexos, são raras as situações nas quais é possível representar totalmente todas as complexidades de interações. Assim, a otimização deve ser considerada apenas como uma aproximação, e não como um princípio que produz a solução filosoficamente correta (LUENBERGER; YE, 2008).

Os problemas de otimização podem envolver apenas um objetivo (*otimização mono-objetivo*) ou mais de um objetivo (*otimização multiobjetivo*). Neste trabalho usaremos apenas otimização mono-objetivo, que será descrita aqui sucintamente. Para maiores detalhes sobre os dois tipos de otimização, veja Bazarraa, Sherali e Shetty (2006) e Takahashi (2007).

A otimização mono-objetivo (ou escalar) tem por objetivo minimizar (ou maximizar) apenas uma função objetivo (função cuja imagem é um escalar), que é uma função matemática que relaciona as variáveis de decisão a serem otimizadas. Um problema de otimização mono-objetivo pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{sujeito a:} & \begin{cases} g_i(x) \leq 0 & \text{para } i = 1, 2, \dots, m \\ h_i(x) = 0 & \text{para } i = 1, 2, \dots, l \\ x \in X, \end{cases} \end{array} \quad (68)$$

tal que f , g_i e h_i são funções definidas em \mathbb{R}^n , X é um subconjunto de \mathbb{R}^n e x é um vetor de n componentes. O problema precisa ser resolvido para os valores das variáveis x_1, x_2, \dots, x_n que satisfaçam as restrições e minimizem a função $f(x)$. A função f é chamada *função objetivo*, cada restrição $g_i(x) \leq 0$, para $i = 1, 2, \dots, m$ é chamada *restrição de desigualdade*, e cada restrição $h_i(x) = 0$, para $i = 1, 2, \dots, l$ é chamada *restrição de igualdade*. Um vetor $x \in X$ satisfazendo todas as restrições é chamado de uma *solução factível* para o problema. O conjunto de todas

as soluções factíveis forma a *região factível*. Um vetor \bar{x} tal que $f(x) \geq f(\bar{x})$, para cada vetor factível x é chamado uma *solução ótima*, ou simplesmente, uma *solução*, para o problema. Se existe mais de uma solução ótima, elas são chamadas *soluções ótimas alternativas* (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006). Lembre-se que problemas de maximização podem ser convertidos em problemas de minimização de forma simples como, por exemplo, multiplicando a função por -1 (TANOMARU, 1995; TAKAHASHI, 2007).

Para se resolver um problema de otimização mono-objetivo podemos usar diversas técnicas (veja algumas em Takahashi (2007)) e optamos por usar os Algoritmos Genéticos, que serão descritos brevemente abaixo (para maiores detalhes, leia Takahashi (2007) e Tanomaru (1995)).

Os Algoritmos Genéticos (AGs) estão entre as mais difundidas e estudadas técnicas de Computação Evolucionária, devido, principalmente, à sua flexibilidade, relativa simplicidade de implementação e eficácia na realização de busca global em ambientes adversos (TANOMARU, 1995).

Algoritmos Genéticos (AGs) são métodos computacionais de busca baseados nos mecanismos de evolução natural e na genética. Em AGs, uma população de possíveis soluções para o problema em questão evolui de acordo com operadores probabilísticos concebidos a partir de metáforas biológicas, de modo que há uma tendência de que, na média, os indivíduos representem soluções cada vez melhores à medida que o processo evolutivo continua (TANOMARU, 1995, p. 375).

Segundo Takahashi (2007), os algoritmos genéticos são caracterizados pela evolução de um conjunto de soluções-tentativas, também chamado de população, segundo regras estocásticas de busca e combinação que levam de uma população à seguinte, de acordo com três regras básicas:

1. Um operador de *cruzamento*, que combina a informação contida em dois ou mais indivíduos (ou seja, duas ou mais soluções-tentativas), gerando outros indivíduos;
2. Um operador de *mutação* que, utilizando a informação contida em um indivíduo, estocasticamente gera outro indivíduo, e
3. Um operador de *seleção* que, utilizando a avaliação da função objetivo sobre todos os indivíduos da população, produz réplicas de alguns desses indivíduos e elimina outros, gerando a próxima população.

Um fenômeno observado comumente é a rápida convergência dos Algoritmos Genéticos, mesmo nos AGs mais simples. Em poucas dezenas de gerações os AGs convergem para um ponto de alta qualidade, mas não o ótimo global (TANOMARU, 1995).

A família dos Algoritmos Genéticos é composta por várias métodos, sendo um deles o Algoritmo Genético Real Polarizado (AG-RP). Este método foi utilizado por Silva et al. (2018) e Vasconcelos et al. (2021) em modelos semelhantes ao proposto aqui (dado pelo diagrama

da Figura 42), portanto, será adotado aqui também. A seguir, faremos uma breve descrição do AG-RP ¹.

O Algoritmo Genético Real Polarizado (AG-RP) pode ser descrito em 5 etapas:

Etapa 1: Cada parâmetro a ser otimizado será descrito por uma variável real, sendo o conjunto de parâmetros armazenado em um vetor em \mathbb{R}^n .

Etapa 2: Cada parâmetro (ou seja, cada coordenada do vetor de parâmetros) deve respeitar a faixa admissível de valores.

Etapa 3: O algoritmo se inicia com a geração aleatória de N vetores (indivíduos), cada um com n posições e respeitando a faixa admissível de valores.

Etapa 4: Para cada geração do AG-RP uma nova população, com mesmo número de indivíduos, será gerada a partir da seguinte sequência de operações:

1. *Cruzamento:* A população é dividida em duas partes iguais e para cada par formado, (x_1, x_2) , verifica-se se ocorrerá cruzamento ou não, com determinada probabilidade de ocorrência. Se ocorrer cruzamento, são gerados dois novos indivíduos tais que $x = \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2$ e $-0,1 < \alpha < 1,1$, sendo x o novo indivíduo gerado e x_1, x_2 os indivíduos ancestrais. A restrição $J(x_2) < J(x_1)$, sendo $J(\cdot)$ a função objetivo a ser minimizada, deve ser atendida. Para a geração de α , é verificado se o cruzamento será polarizado ou não, com determinada probabilidade de ser polarizado. Para o cruzamento não-polarizado, adota-se α com distribuição uniforme de probabilidade dentro do intervalo de valores possíveis para ambos os novos indivíduos gerados. Caso o cruzamento seja polarizado, adota-se $\alpha = 1,4\beta_1\beta_2 - 0,2$ para um dos novos indivíduos, sendo β_1 e β_2 escolhidos aleatoriamente e independentemente, com distribuição de probabilidade uniforme no intervalo $[0, 1]$. O outro indivíduo será sempre escolhido sem polarização. Observe que cada novo indivíduo estará sobre o segmento de reta que contém o segmento de x_1 a x_2 , com extremos localizados de forma a ultrapassar em $0,1$ seus ancestrais. Assim, é possível que os indivíduos gerados estejam localizados fora das faixas admissíveis de parâmetros. Neste caso, será realizada uma operação de reflexão do indivíduo para o interior da região admissível, definida como $x_R = x_L + |x - x_L|$, para reflexão no limite inferior e $x_R = x_U - |x_U - x|$, para reflexão no limite superior; sendo x_R o resultado da reflexão, x_L o vetor de limites inferiores e x_U o vetor de limites superiores.
2. *Mutação:* Cada indivíduo poderá sofrer ou não mutação, com determinada probabilidade. Caso ocorra a mutação, é somado ao indivíduo x um vetor δ cujas componentes são dadas por $\delta_i = 0,05\beta_i(x_R)_i$, sendo β_i um número aleatório com distribuição gaussiana, média zero e variância 1, e x_R o vetor da diferença entre os valores máximos e mínimos dos parâmetros, ou seja, $x_R = x_U - x_L$.
3. *Avaliação:* Cada indivíduo da população é avaliado na função objetivo do problema de otimização.

¹ Mais detalhes sobre o AG-RP podem ser encontrados em [Takahashi \(2007\)](#), [??](#) e [Vasconcelos et al. \(2021\)](#)

4. *Função de Ajuste*: Seja J o vetor das avaliações da função objetivo para os N indivíduos da população. A equação da *função de ajuste* FT é dada por $FT = \alpha J + \beta$. Considerando \bar{J} o valor médio de J , J_M o valor máximo de J , J_m o valor mínimo de J e $v = \frac{\gamma J_m - J_M}{\gamma - 1}$, sendo que γ é um determinado fator de dispersão e os valores de α e β são calculados da seguinte forma:

Se $J_m \geq v$, então

$$\alpha = \frac{\bar{J}(\gamma - 1)}{J_M - \bar{J}} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{\bar{J}(J_M - \gamma \bar{J})}{J_M - \bar{J}}.$$

Se $J_m < v$, então

$$\alpha = \frac{\bar{J}}{J_M - J_m} \quad \text{e} \quad \beta = -\frac{\bar{J}J_m}{J_M - J_m}.$$

5. *Seleção*: Uma seleção de N indivíduos é realizada dentre os N indivíduos existentes, sendo que cada indivíduo pode ser selecionado mais de uma vez. A probabilidade de um indivíduo ser selecionado é igual à razão entre o valor de sua função de ajuste e a soma das funções de ajuste de todos os indivíduos.
6. *Elitização*: Caso o melhor indivíduo não tenha sido selecionado para a nova população, ele é nela introduzido, com a exclusão de um elemento qualquer, escolhido aleatoriamente.

Etapa 5: O algoritmo termina quando determinada condição de término é atingida ou quando excede o número máximo permitido de iterações.